[redacted]

Mat 910

PROBLEMES PLAISANS ET

delectables, qui se font par les nombres:

Partie recueillis de diuers autheurs, & inuentez de nouueau auec leur demonstration,

PAR CLAVDE GASPAR BACHET S^{r}. DE MEZIRIAC.

Tres-vtiles pour toutes sortes de personnes curieuses, qui se seruent d'Arithmetique.

A LYON.

Chez Pierre Rigaud, en ruë Merciere, au coing de ruë Ferrandiere, à l'enseigne de la Fortune.

M. DCXII.

auec Priuilege de l'Autheur.

A MONSEIGNEVR L'Illustrissime & Reuerendissime Cardinal du Perron.

MONSEIGNEVR,

Les rares perfections de vostre diuin esprit qui vous rendent capable de demesler les points les plus chatouilleux des sciences les plus sublimes, auec le zele tres-ardent que vous tesmoignez auoir au restablissement des bõnes lettres en France, obligent assez toutes les doctes plumes de sacrifier leurs labeurs à vostre merite. Mais pour mon particulier ayant eu ce bon-heur despuis peu de temps de sauourer la douceur de voz grãds & serieux discours, & cognoistre par experience de combien vous surpassez *en effect le bruit que la renõmee a respãdu de vo⁹ par tous les coings de l'Europe, ie suis doublement tenu d'vser en vostre endroit d'vne telle recognoissance. Partant ie vous offre ce liuret qui ne s'attribue plus grand gloire que de porter emprainte sur son front la marque de vostre nom. Vous le receurez, s'il vous plaist, comme les primices des fruits de mon esprit, dont ie vous fais hommage, auec vne extreme enuie (si ce petit eschantillon vous agree) de vous presenter bientost quelque plus important ouurage pour enrichir la diuine science, qui sur toutes les autres emporte le prix d'euidence & de certaineté. Ie m'asseure tãt de vostre naifue bonté & courtoisie, que vous verrez d'vn bon oeil ce qui vous vient offert auec tant d'affection, & permettez que ie me dise à perpetuité.*

Vostre tres-humble & tres-affectioné seruiteur.

CLAVDE GASPAR BACHET.

A MONSIEVR BACHET SVR SON LIVRE DE IEVX.

SONNET.

TOut ce que le puissant artisan de ce monde
Par sa seule parole a fait voir à noz yeux
De plus beau, de plus rare, & plus industrieux
Dans le ciel, dans la terre, ou dans la mer profonde.
Par des nombres esgaux d'vne mesure ronde
Se lie & s'entretient d'vn ordre gratieux
Et le Chaos confus requeroit en tous lieux
Si chasque chose estoit sans nombre vagabonde:
Ce ne sont donc des Ieux que ton liure Bachet
Si ta plume s'esgaye en bas elle ne chet
C'est vn sçauoir plus haut du nõbre qui sans nombre.
S'en va dessus la mer, sur la terre, & les cieux
Où volera ton loz, & passant noz Aieuls
Fera voir à iamais qu'ilz n'en ont eu que l'ombre.

Charles le Grand Aduocat
au siege presidial de Bresse.

IN NOBILISSIMI C. G.
Bacheti lusus Arithmeticos.

QVeis est ingenij decus, vel artis
Natura, studiove comparatum:
In paruis etiam patere rebus
Possunt, nec modicam referre laudem.
Notus lioneola fuit vel vna
Qui cunctus superauit arte pictor.

Syluas si cecinit Maro, gregesque
Syluæ consulibus fuere dignæ,
Clades Iliacas poëta magnus
Qui scribit, simul ac Vlyssis acta
Dum dicit βατραχων, μυῶν τε pugnas
Est semper similis sui disertus.
Sic ludens numeris Bachetus istis
Doctrinæ genijque si feracis
Tantas fundit opes, quid obstupendum?
Lusus non alios Daret Bachetus

Phil Coll.

A MONSIEVR BACHET sur ses ieux Arithmetiques, SONNET.

L'Vn prefere au prouffit les douces voluptez,
L'autre n'agree point ce qui n'est prouffitable
Bien que doux: mais chascun auroit pour agreable
De conioindre au plaisir les prouffits souhaittez.
Tes ieux; mon cher BACHET, *doctement inuentez*
Et tissus, ont uni d'vn art inimitable
Le plaisir au prouffit, & font qu'en mesme table
Chascun peut assouuir ses curiositez.
O que de beaux secrets. Mais quoy gentil ouurier
D'vn labeur si parfaict seras-tu sans loier
Non, tu ne peux manquer d'vne immortelle gloire,
Qu'aux siecles aduenir les plus braues esprits
Paissans leurs appetits de tes fameux escris
Celebrent à iamais de BACHET *la memoire.*

Phil. Coll.

Preface au Lecteur.

TOVT ainsi qu'vn accort & braue capitaine, ne veut point hazarder son armee, ny tenter le douteux euenement d'vn perilleux conflit, qu'il n'ait auparauant aguerrir ses soldats, leur apprenant comme par ieu le mestier de Mars, & les instruisant par des feintes alarmes, & par des combats simulez à ce bien comporter en vne veritable bataille. Et de la mesme sorte qu'vn musicien excellent, & maistre expert à rauir l'ame par l'oreille en pinçãt mignardement les cordes d'vn Luth, auant que desploier son art, & par vn gratieux meslange des sons graues auec les aigus composer vne parfaitte harmonie;fait preceder quelques legers accords,& par vn gentil prelude s'acquiert l'attention des escoutans, & tout d'vn coup essaye si les cordes respondent à sa main. Ainsi i'ay bien volu mettre en lumiere ce petit traitté de jeux,tant pour faire comme vn essay de mes forces, que pour coniecturer quel iugement on fera de mes œuures auant que donner au iour ce qu'auec plus de labeur i'ay conçeu dés long-temps, & que ie suis prest d'enfanter touchant l'entiere & parfaitte cognoissance des nombres,asçauoir mon liure des Elemens Arithmetiques, & mes Commentaires sur Diophante. Ie ne doute point que ce petit ouurage ne soit tresmal recueilli par certains hommes de bas courage,ennemis des sciēces,dont le goust deprauê ne peut rien sauourer que ce qui tend à faire enfler la bourse,& accroistre le reuenu; qui diront que ce liure

liure contiẽt que bagattelles,& choſes du tout inutiles:Mais ie m'aſſeure auſſi que les ſtudieux,& ceux qui sõt douëz d'vn plus gentil eſprit en iugeront tout autrement,& meſme reſpondront pour moy à ces auares cẽſeurs, que les ſciences ſpeculatiues comme ſont les Mathematiques de leur nature ne viſent point au gaing, mais leur effet principal eſt d'embellir la plus noble partie de l'homme, aſçauoir l'entendement, par la cognoiſsãce d'vne certaine & infallible verité. Et neãtmoins on ne peut nier que telles ſciences ne ſoient encor proufitables,& n'apportẽt beaucoup de commoditez à la vie humaine,car l'on ſçait aſſez par experience que les marchands, architectes, nochers, & preſque tous les autres ouuriers des arts meçaniques,ne ſe peuuent paſſer de l'Arithmetique,Geometrie,Aſtrologie,& Coſmographie. Mais ie ne veux pas entrer en vn si large champ, ni entreprẽdre en ce lieu la loüange des Mathematiques, ce seroit sortir de mon subiet, & redire ce que plusieurs ont dit par cy deuant. Seulement pour preuuer que la cognoissance de ces ieux, outre l'honneste recreatiõ & plaisir de l'esprit, peut quelquefois rapporter de l'vtilité, ie me contenteray de ramenteuoir au Lecteur à ce propos vn fait tres-memorable que raconte Hegesippus, autheur digne de foy, en son troisiesme liure de la guerre de Hierusalem. Iosephe, celuy qui nous a laissé par escrit la mesme histoire, signalé non moins par les lettres que par les armes, estant Gouuerneur de Iotapata, ville tres-importãte, fut contraint de soustenir dans icelle le premier choc de l'armee Romaine conduitte par Vespasian, & nonobstant qu'en ce siege il donnat maintes preuues & de

sa

ſa prudence & de ſa valeur, ſi ne peut-il empeſcher qu'apres pluſieurs aſſauts, la ville fut emportee de viue force. Parquoy ne ſçachant à quoy ſe reſoudre en vn danger tout euident, ſuiui d'vne trouppe de ſoldats qui vouloyēt courir vne meſme fortune, il ſe retira dans vne cauerne ou grotte ſoubſterraine, que l'autheur à la façon des Hebrieux, nomme vn lac; où ayāt demeuré l'eſpace de quelques iours, en fin preſſé de la neceſsité, il propoſe à ſes gens qu'il trouuoit plus expedient de s'aller rendre aux Romains, & ſe mettre à la mercy du vainqueur, que de finir là miſerablement leurs iours, attendāt le furieux aſſaut d'vne faim enragee, qui peut eſtre les contraindroit à s'entremanger en guiſe de beſtes farouches. Mais ces ſoldats ayans conçeu dans leur foible cerueau, l'eſperance certaine, d'acquerir par vn acte gene-
reux

reux vne gloire immortelle, & preferant, ce leur sembloit, vne honorable mort, à vne honteuse vie, respondent d'vn commun accord; Qu'ils estoyēt resolus de tomber dessous leurs propres armes, & s'entretuer courageusement, plustost que de rendre les abois, mattez d'vne bourrelle faim; ou se remettre par lascheté à la discretiō des barbares Idolatres ennemis du peuple de Dieu, pour souffrir toutes les indignitez que le vainqueur insolent peut faire endurer aux vaincus. Iosephe s'efforce de les destourner d'vne si mal-heureuse entreprise, & leur remonstre que c'est coüardise, & faute de cœur, plustost que generosité; Ils persistent en leur opinion, & s'enhardissent iusques là, que de le menacer, s'il n'y consent volontairement, de l'y contraindre par force, & de commencer par luy mesme l'execution de leur tragique dessein. Lors

Iose

Iosephe ne voyant autre moyen d'eschaper, s'auise d'vne telle ruze. Il feint d'adherer à leur volonté, mais il leur persuade que pour euiter le desordre & la confusion, qui pourroyent suruenir en tel acte, s'ils s'entretuoyent à la foule, il valoit mieux se mettre tous de rang, & commençant à conter par vn bout massacrer tousiours le tantiesme (l'autheur n'exprime pas le quantiesme) ce qui estant executé, en fin il se treuua seul en vie auec vn autre; partant comme il estoit eloquent & mal-heureux, il luy fut bien aisé d'induire son compagnō, ou par amour, ou par force, à condescendre à sa volonté. Or il est certain que Iosephe en ce cas euita le danger d'vne mort asseuree, par l'artifice de mon vingtiesme probleme, Car ayāt bien preueu que continuant la tuerie en la sorte qu'il auoit ordonné, il falloit qu'à la fin il en demeurast deux, il fit

si biē

ſi bien que ſe rangeant parmi ſes ſoldats, ſans faire ſemblant d'y penſer, il ſe mit en la place d'vn de ces deux là.

Voilà vne hiſtoire bien remarquable, & que nous apprend aſſez qu'on ne doit point meſpriſer ces petites ſubtilitez, qui aiguiſent l'eſprit, habilitent l'homme à des plus grandes choſes, & apportent quelquefois vne vtilité non penſee.

Reſte que i'auertiſſe le lecteur que pour bien pratiquer tous ces problemes il eſt neceſſaire de ſçauoir vn peu d'Arithmetique prattique: Les demonſtrations ne ſe pourront entendre que par ceux qui ſeront verſez en la ſpeculatiue, car ie ſuppoſe en icelles la cognoiſſance du ſeptieſme, huictieſme, & neufieſme liure d'Euclide, & meſme de quelques propoſitions du ſecond, appliquees aux nombres: encore ie forme quelquefois des argumens par la proportion

con

conuerſe, alterne, composee, diuisee, & autres dont parle Euclide au cinquiesme liure : Outre tout cela ie me sers souuent des quatorze Theoremes suiuãs, lesquels i'ay voulu inserer icy tout expres, à fin qu'il ne manque rien à l'entiere demonstratiō de tous ces problemes. Que si celle du cinquiesme probleme n'est pas accomplie, le Lecteur m'excusera, pour la cause que i'allegue en ce lieu-là. Ie ne l'ay point obmise par ignorance, car ayant composé dés l'heure presente la plus grand part de mon liure des Elemens Arithmetiques, i'ay des-ja demonstré tout cela d'où despend icelle demonstration, comme ie feray voir à tous ceux qui auront l'enuie de s'en esclaircir.

Pour conclusion i'admoneste ceux qui voudront parfaictement pratiquer ces jeux, qu'ils le fassent auec telle dexterité, qu'on n'en puisse pas

aisé

aiſément deſcouurir l'artifice; Car ce qui rauit l'eſprit des hommes, c'eſt vn effet admirable dont la cauſe eſt inconnue. Partãt ſi l'on fait pluſieurs fois le meſme ieu, il faut ſouuent chãger de façon de faire, ainſi que i'enſeigne aux aduertiſſemens que ie dõne apres les demonſtrations, qui pour ceſte cauſe doiuent eſtre leus diligẽment, & bien conſiderez.

THEOREME I.

Si vn nombre donné se multiplie par vn autre, & le produit se diuise encore par vn autre, il y aura telle proportion du nombre donné au quotient de la diuision, qu'il y a du diuiseur au multiplicateur.

A 8.	
B 3.	C 4.
D 24.	E 6.

SOIT le nombre donné A. lequel multiplié par B. produise le nombre D; & diuisant D par C, soit le quotient E. Ie dis qu'il y a telle proportion de A. nombre donné au quotient E, qu'il y a du diuiseur C. au multiplicateur B. Car puisque C diuisant D, fait le quotient E, il est certain que C E multipliez ensemble produisent D; mais aussi par l'hypotese A B multipliez ensemble, produisent le mesme D. Dõcques par la 19. du 7. d'Euclide il y a telle proportiõ de A, à E. que de C, à B. Ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME II.

S'il y a quatre nombres proportionaux, & qu'on multiplie le premier & le troiſieſme par vn meſme nombre; le multiple du premier aura telle proportion au ſecond, que le multiple du troiſieſme au quatrieſme.

	A 2.	B 4.	E 10.
G 5.			
	C 3.	D 6.	F 15.

SOient quatre nombres proportionaux A. B. C. D. à ſçauoir qu'il y ait telle proportion de A, à B. que de C, à D. & qu'on multiplie les deux A C. premier & troiſieſme, par le meſme nombre G. & ſoient les produits E. F. Ie dis qu'il y a telle proportion de E à B. que de F à D. Car puiſque il y a telle proportion de A à B que de C à D. il y aura, par la proportion alterne, telle proportiõ de A à C, que de B à D. Or pource que le meſme G multipliant A & C, produit E & F, il y a telle proportion de E à F que de A à C, doncques auſſi il y a telle proportion de E à F que de B à D, & alternatiuement, telle proportion de E à B. que de F à D. Ce qui ſe deuoit demonſtrer.

THEOREME III.

Si trois ou pluſieurs nombres ſe multiplient enſemble, le produit ſera touſiours le meſme, en qu'elle *quelle façon, & par quel ordre qu'on les multiplie.*

EVCLIDE ayant demonſtré en la 16. du 7. que de deux nombres ſoit qu'on multiplie le premier par le ſecond, ou le ſecond par le premier, le produit eſt touſiours le meſme. Ie veux icy preuuer que le ſemblable aduient en trois, ou pluſieurs nombres. Or trois ou pluſieurs nombres ſe diſent eſtre multipliez enſemble, lors qu'on en multiplie deux enſemble, & le produit par vn autre & ce produit derechef par vn autre, & ainſi tant qu'il y aura de nombres.

A 2.	B 3.	C 4.
D 6.	H 8.	F 12.
E 24.	K 24.	G 24.

Soient donc premierement propoſez trois nombres A. B. C. & multipliant A par B ſoit fait D. lequel multiplié par C produiſe E : Puis changeons d'ordre, & multiplions B par C & ſoit fait F. qui multiplié par A produiſe G. Châgeons derechef d'ordre & multiplions A par C, & ſoit fait H, lequel multiplié par B produiſe K (Car voilà toutes les differentes façons que peuuent admettre trois nombres ſe multiplians enſemble) Ie dis que les trois produits E. K. G. ſont vn meſme nombre. Car puiſque B multipliant les deux A. C. produit D. F. il y a telle proportion de A. à C, que de D. à F. donc le meſme nombre ſe produit multipliant A par F, & C. par D. par la 19. du 7. Partant E & G ſont vn meſme nombre. Semblablement puiſque C multipliant A & B,

A 2.	B 3.	C 4.
D 6.	H 8.	F. 12.
E 24.	K 24.	G 24.

produit H &F. il y à telle proportion entre A & B, qu'entre H & F. parquoy le mesme nõbre se faict multipliant A par F & B par H. Doncques K G sont vn mesme nombre. Parquoy tous les trois E.K.G. sont vn mesme nombre. Ce qu'il falloit preuuer.

Maintenant soient proposez quatre nombres A.B.C.D. & multipliant A par B, & le produit par C. soit fait E. qui multiplié par D. fasse K.

E 24.		F 60.	
A 2.	B 3.	C 4.	D 5.
	G 12.		
K 120.		H 120.	

Puis changeans d'ordre & multiplians D par C. & le produit par B. soit fait F. qui multiplié par A produise H. Ie dis que K. H. sont au mesme nombre, & que le mesme nombre se produira tousiours en quelque autre façõ qu'on multiplie ensemble les quatre nombres A.B.C.D. Car puisque multiplians ensemble d'vn costé les trois A, B. C; & d'vn autre costé les trois D. C. B. nous trouuons les deux B. C. d'vn costé & d'autre, multiplions B. C. ensemble, & soit fait G. Or parce qui a esté demonstré en trois nombres le mesme E qui se fait multipliant A par B, & le produit par C, le mesme E dis-ie se fera aussi multipliant B par C, & le produit (à sçauoir G) par A. semblablement nous preuuerons que F se feroit multipliant D par G. Puis donc que le mesme G multipliant les deux A. D produit E F.

A par F,

il y a telle proportion entre A D, qu'entre E F. Parquoy le mesme nombre se fait multipliant A par F, & D par E. Doncques K. H sont vn mesme nombre. Or par semblable moyen nous preuuerons tousiours le mesme. Car de quatre nombres en multipliant trois ensemble d'vn costé, & trois d'vn autre, il se rencontrera tousiours que des trois pris d'vn costé & d'autre, il y en aura deux qui seront les mesmes. & par ainsi la mesme demonstration aura tousiours lieu.

Semblablement si l'on propose cinq nombres, i'en prendray quatre d'vn costé, & quatre d'vn autre, & s'en treuuera tousiours trois qui seront les mesmes d'vn costé & d'autre. Parquoy m'aidant de ce qui a esté demonstré en trois & en quatre nombres, ie parferay la demonstration d'vne mesme sorte. Et si l'on propose six nombres, ie me seruiray de ce qui aura esté demonstré en cinq, & ainsi tousiours si l'on en propose d'auantage. Dõcques le moyen de la demonstration est vniuersel, & applicable à toute multitude de nombres.

ADVERTISSEMENT.

Ce mesme Theoreme d'vne autre façon a esté demonstré par Clauius sur la 19. du 8. Mais de combien ma demonstration soit plus briefue & plus clere que la sienne, i'en laisse le iugement au prudent lecteur. Certes ceste proposition est fort vtile & importante, non seulement à cause des problemes suiuans, mais aussi pour faciliter la demonstration de plusieurs autres beaux Theoremes, comme ie feray veoir Dieu aydant, en mon liure des Elements Arithmetiques.

THEOREME IV.

De tout nombre pairement pair, la moitié est vn nombre pair.

A 24.
B 12.

SOit A nombre pairement pair, dont la moitié soit B. Ie dis que B est vn nombre pair; Car si B estoit impair, le nombre A seroit pairement impair seulement par la 33. du 9. Ce qui est contre l'hypotese. Donc il faut que B soit pair. Ce qui se deuoit demonstrer.

ADVERTISSEMENT.

La conuerse de ceste proposition, à sçauoir que tout nombre, dont la moitié est nombre pair, est pairement pair, est trop euidente; car puisque multipliant la moitié d'vn nombre pair par 2. on fait le mesme nõbre, si icelle moitié est nombre pair, estant multipliee par 2, qui est aussi pair, infalliblement le produit sera nombre pairement pair par la definition.

THEOREME V.

De tout nombre pairement impair seulement, la moitié est vn nombre impair.

A 10.
B 5.

CEste proposition est la conuerse de la 33. du 9. Soit A nombre pairement impair seulement, & sa ſa moitié ſoit B. Ie dis que B eſt impair;car ſi B eſtoit pair, le nombre A ſeroit pairement pair par l'Aduertiſſement du precedent Theoreme. Ce qui eſt contre l'Hypoteſe. Donques B eſt impair. Ce qu'il falloit demonſtrer.

THEOREME VI.

Tout nombre pairement pair, eſt meſuré par le quaternaire; & tout nombre que le quaternaire meſure, eſt pairement pair.

A...... C...... B
G4. D2.

SOit A B. nombre pairement pair, duquel la moitié ſoit C B nombre pair, par le 4. Theor. & ſoit G. le quaternaire. Ie dis premierement que G meſure le nombre A B. Car prenant le binaire D, qui eſt la moitié de G, il eſt euident qu'il y à telle proportion de D à G, que de C B, à A B. & par la proportion alterne il y a meſme proportion de D. à C B. que de G. à A B. Mais D meſure C B (car tout nombre pair quel eſt C B, comme il a eſté preuué, eſt meſuré par le binaire) doncques G pareillement meſure A B.

En apres poſons que le quaternaire G. meſure quelque nombre comme A B. Ie dis que A B. eſt pairement pair. Car en premier lieu il eſt certain que A B eſt pair, d'autant qu'il eſt meſuré par vn nombre pair quel eſt G, comme on recueillit de la 21. du 9. Partant prenons la moitié de A B; qui ſoit C B. Lors comme au parauant

A....... C....... B
G 4. D 2.

il y aura telle proportion de C B à A B. que du binaire D. au quaternaire G. & alternatiuement telle proportion de C B à D. que de A B. à G; mais A B est mesuré par G par l'Hypotese. Donques aussi C B. sera mesuré par D. Partant C B est nombre pair; Parquoy A B est pairement pair par l'aduertissement du 4. Theor. Donques il appert de la verité de ce qu'il falloit demóstrer.

THEOREME VII.

Tout nombre qui surpasse du binaire quelque nombre pairement pair, est pairement impair seulement.

A.. C........ B

SOit le nombre A B surpassant du binaire A C, le nombre C B pairement pair, Ie dis que A B est pairement impair seulement. Car en premier lieu que A B soit pair il est euident par la 21. du 9. d'autant qu'il est cóposé de deux nombres pairs A C. C B. En apres que ledit A B soit seulement pairement impair, ie le preuue ainsi. S'il estoit pairement pair, il seroit mesuré par le quaternaire par le precedent Theoreme. Or C B qui par l'Hypotese est pairement pair, est pour mesme raison mesuré par le mesme quaternaire. Donques le binaire A C restant, seroit aussi mesuré par le quaternaire, chose impossible.

possible. Parquoy A B ne peut estre que pairement impair. Ce qu'il falloit preuuer.

THEOREME VIII.

Tout nombre pairement impair seulement, surpasse du binaire quelque nombre pairemen pair.

A . . G . . . . . C . D . . . . . . B

C'Est la conuerse de la precedente. soit A B nombre pairement impair seulement. Ie dis qu'il surpasse de deux quelque nombre pairement pair. Car puisque A B est pair, soyent ces deux moities A C, C B. qui seront nombres impairs par le 5. Theor. Doncques de C B ostant l'vnité C D. le reste D B sera nombre pair. Ie prends le double de D B qui soit G B. nombre pairement pair par l'aduertissement du 4. Theoref. Alors d'autant que tout A B à mesme proportion à tout C B ; que le nombre osté G B. a l'osté D B. (Car d'vn costé & d'autre il y a proportion double) Il s'ensuit aussi que le reste A G. au reste C D, à la mesme proportion double, par la 11. du 7. Or C D est l'vnité par la construction, donc A G est le binaire. Parquoy ayant esté preuué que G B est pairement pair, Il est euident que A B. surpasse vn pairement pair G B; du binaire A G. ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME IX.

Si l'on adiouſte enſemble deux nombres l'vn pairement pair, & l'autre pairement impair ſeulement, le composé ſera pairement impair ſeulement.

| A.... C......B |

AV nombre pairement pair A C. ſoit adiouſté le nombre C B pairement impair ſeulement. Ie dis que le composé A B eſt pairement impair ſeulement. Car s'il eſtoit pairemẽt pair, le quaternaire le meſureroit par le 6. Theor. Or d'autant que par l'hypoteſe A C eſt pairerement pair, le quaternaire le meſure, auſſi par la meſme raiſon. Donques le meſme quaternaire meſureroit auſſi le reſtant C B, & par conſequẽt C B ſeroit pairement pair. Ce qui eſt impoſſible, ayant eſté ſupposé qu'il eſt pairement impair ſeulement. Doncques A B ne peut eſtre que pairement impair. Ce qu'il falloit demonſtrer.

THEOREME X.

Si l'on multiplie vn nombre pairement pair, par quel nombre que ce ſoit, le produit ſera nombre pairement pair.

A 8. B 3.
C 24.

LE nombre pairement paiſ A, ſoit multiplié par B quel nombre qu'on voudra, & ſoit le le produit C. Ie dis que C. eſt nombre pairement pair. Car puiſque A pairement pair meſure C,& le quatenaire meſure A par le 6.Theoreme, Il faut auſſi que le quaternaire meſure C. Parquoy C.eſt pairement pair par le meſme Theoreme. Ce qu'il falloit preuuer.

THEOREME XI.

Si l'on multiplie quelque nombre pairement impair ſeulement par vn nombre impair, le produit ſera pairement impair ſeulement.

A 6.	B 5.
D 3.	E 15.
C 30.	

SOit vn nombre A. pairement impair ſeulement, qui multiplié par B nombre impair, produiſe C. Ie dis que C eſt pairement impair ſeulement, Ie prends D la moitié de A. & multipliant D par B, ſoit produit E. Il eſt euident que E, eſt la moitié de C. Car puiſque B multipliant A fait C; le meſme B multipliant la moitié de A. fera la moitié de C. Or eſt-il que D eſt nombre impair par le 5.Theor.parquoy multipliant enſemble les deux impairs B.D, le produit E, eſt impair par la 29. du 9. Donques C (duquel la moitié E eſt nombre impair) eſt neceſſairement nombre pairement impair ſeulement par la 33. du 9. Ce qu'il falloit demonſtrer.

THEOREME XII.

Si l'on multiplie quelque nombre pairement impair seulement par vn nombre pair, le produit sera nombre pairement pair.

CEcy est euident par la definition mesme du nombre pairement pair, Car ce produit est fait de la multiplication de deux nombres pairs.

THEOREME XIII.

Tout nombre plus grand que trois est pairement pair, ou il surpasse quelque nombre pairement pair de vn, ou bien de deux, ou bien de trois.

A . . . . B
A . C . . . . B
A . . C . . . . B
A . . . C . . . . . . B

SOit proposé le nombre A B plus haut que trois. Ie dis que A B est pairement pair, ou vrayement qu'il surpasse quelque nombre pairement pair, d'vn, ou de deux, ou de trois. Car puisque A B est plus haut que trois, il faut qu'il soit quatre, ou plus grand que quatre: si c'est quatre, c'est vn nombre pairement pair par le 6. Theor. s'il est plus grand que quatre, ou quatre le mesure, & par ainsi il est pairement pair par le mesme Theoreme; ou bien ostant quatre de A B tant de fois qu'on peut, il reste quelque chose, comme A C. Or

Or est-il que A C. ne peut estre qu'vn, ou deux, ou trois (car autrement on n'auroit pas osté quatre tant de fois qu'on pourroit) & C B. estant mesuré par quatre, est nombre pairement pair par le 6. Theor. Donques A B. surpasse vn nombre pairement pair, d'vn, ou de deux, ou de trois. Partant nous auons entierement preuué ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME XIV.

S'il y a quatre nombres proportionaux, diuisant le premier par le second, on aura le mesme quotient, que diuisant le troisiesme par le quatriesme.

A 18.	B 6.	C 12.	D 4.
	E 3.	1.	

SOient A.B. C.D. quatre nombres proportionaux, c'est asçauoir qu'il y ait telle proportion de A. a B. que de C. a D. & diuisant A par B. soit le quotient E. Ie dis que le mesme E se produira diuisant C par D. Car puisque diuisant A par B, le quotient est E; il y a telle proportion de A. à B; que de E. à l'vnité par la definition de la diuision. Mais par l'hypotese il y a mesme proportion de A. à B; que de C. à D: Dōcques il y a aussi mesme proportion de C à D, que de E à l'vnité. Parquoy il appert par la definition de la diuision que diuisant C par D, le quotient est E. Ce qu'il falloit demonstrer.

A D

ADVERTISSEMENT.

On peut tirer d'icy à cause de la proportion conuerse, que diuisant le second par le premier, on produit aussi le mesme quotient, que diuisant le quatriesme par le troisiesme: & à cause de la proportion alterne, on produit le mesme quotient, soit qu'on diuise le premier par le troisiesme, soit qu'on diuise le second par le quatriesme; & derechef par la proportion conuerse, on produit le mesme quotient diuisant le troisiesme par le premier, & le quatriesme par le second.

PROBLEME I.

Deuiner le nombre que quelcun aura pensé.

PRemierement fais tripler le nombre pẽsé, & par apres prendre la moitié du produit, s'il se peut faire sans fraction, & s'il ne se peut faire autrement fais y adiouster 1. puis prendre la moitié de tout; laquelle moitié fais derechef tripler, & demande combien de fois il y à 9 en ce dernier triple. Lors pour chasque 9, pren 2, & tu deuineras le nombre pensé. Prends garde seulement que s'il a fallu adiouster 1. pour prendre la moitié, il te faut aussi adiouster 1. au nombre que tu trouueras prenant 2 pour chasque 9. Par exemple quelqu'vn ait songé 6; qu'il le triple uiendra 18; qu'il en prenne la moitié, il aura 9; qu'il le triple, viendra 27. Ou 9 est contenu 3. fois, parquoy tu prendras 3 fois 2, à sçauoir 6 pour

pour le nombre pensé. Or qu'on ait pensé 5, en le triplant viendra 15. à qui il faut adiouster 1. pour en prendre la moitié, & au lieu de 15. on aura 16, dont la moitié est 8, qui triple derechef, fait 24. Ou 9 est contenu 2 fois; parquoy prenant 2. fois 2, tu auras 4. auquel si tu adioustes 1. à cause de l'vn qu'il a fallu adiouster pour prendre la moitié, tu trouueras 5. le nombre pensé.

DEMONSTRATION.

Il faut necessairement que le nombre pensé soit pair, ou impair, ou que ce soit l'vnité. Posons premierement qu'on eut songe 1. alors triplant 1. viendra 3. à qui il faut adiouter 1. selõ la regle donnee, & viendra 4. dont la moitié est 2, qui triplé derechef fait 6. Parquoy si tu demandes combiẽ de fois il y a 9 au dernier triple, on respondra qu'il n'y est point. Dont il s'ensuit qu'õ ne peut auoir pensé qu'vn, à cause de l'vnité adioutee pour faire la partitiõ. Parquoy en ce cas la reigle est bonne & infallible.

D 36.	A 8.	B 24.
4 $\frac{4}{1}$.	1.	C 12.
9.	2.	3.

SEcondement soit A. le nombre pensé, nombre pair; lequel triplé fasse B. qui sera Pair par la 28. du 9. partant la moitié de B. soit C. qui triplé derechef, produise D. Alors puisque multipliant A par 3; & diuisant le produit B. par 2. le quotient est C. il faut par le premier Theoreme qu'il y ait telle proportion de A à C; que de 2 à 3. & conuertissant de C à A; que de 3 à 2.

Parquoy

Parquoy C contient A vne fois & demi. Donc si l'on multiplie C par 3, d'où se produit D, c'est autant que si l'on multiplie par 3. le nombre A pris vne fois & demi. C'est donc autant que si

D 36.	A 8.	B 24.
$4\frac{1}{2}$.	1.	C 12.
9.	2.	3.

l'on multiplie A par $4\frac{1}{2}$. (car 3 fois $1\frac{1}{2}$. fait $4\frac{1}{2}$) Parquoy le nombre D se fait multipliant A par $4\frac{1}{2}$ & partant par la definition de la multiplication, il y a telle proportion de $4\frac{1}{2}$ à D. que de 1. à A. Dōcques si de ces quatre nombres proportionaux, on double le premier, & le troisiesme, d'où se produisent 9, & 2; l'on conclurra par le 2. Theoreme qu'il y a telle proportion de 9 à D, que de 2. à A. Parquoy autant de fois que 2 est contenu au nombre pair A; autant de fois precisément 9 est contenu en D. dont il appert de la verité de la regle.

Finalement le nombre pensé A. soit impair, dont le triple B sera aussi impair par la 29. du 9. donc adioustant 1. à B. soit fait C, dont la moitié soit D, dont le triple soit E. Ie prens G nombre pair moindre que A de 1. & son triple soit H. dont la moitié soit K, dont le triple soit L. Or il appert puisque A surpasse G de 1. que B surpasse H de 3 (à sçauoir du triple de 1) & par consequēt C surpasse H de 4. Dōcques D surpasse K de 2 (à sçauoir de la moitié de 4) Parquoy E surpasse

B 21.	
G 6.	A 7.
H 18.	C 22.
K 9.	D 11.
L 27.	E 33.

L de 6.

L de 6 (à sçauoir du triple de 2) partant ayant esté demonstré en la premiere partie que L contient 9 autant de fois precisément, que G contient 2. Il est euident que E contient 9 autant de fois aussi,& non pas dauantage, car il ne surpasse L que de 6. Parquoy prenant autant de fois 2. que 9 se treuue de fois en E, nous aurons le nombre G, auquel adioustant 1. comme veut la reigle, nous aurons A. le nombre pensé. Doncques nous auons entierement & parfaittement monstré à deuiner le nombre pensé. Ce qu'il falloit faire.

PROBLEME II.

Faire le mesme d'vne autre sorte.

FAIS tripler le nombre pensé, puis prendre la moitié du produit, ou si le nombre est impair adiouster 1, puis prendre la moitié. Fais tripler derechef ceste moitié, puis prendre la moitié de ce triple, ou adiouster 1. comme auparauant si le nombre est impair, à fin de le pouuoir partir en deux. Lors demande combien de fois il y a 9 en la derniere moitié, & pour chasque 9 prens 4. remarquant que si la diuision ne se peut faire la premiere fois sans adiouster 1, il te conuient aussi retenir 1; & si la diuision ne se peut faire la seconde fois,il te conuient retenir 2. Parquoy si toutes deux les fois la diuisió ne se peut faire,il te faut retenir 3. Par exemple si l'on auoit pensé 7. le faisant tripler, viendra 21. auquel il faut adiouſter 1. pour prendre la moitié qui eſt 11, dont le triple eſt 33, auquel auſſi adiouſtant 1, & prenant la moitié, vient 17. Auquel 9 eſt contenu vne fois ſeulement. Parquoy tu prendras vne fois 4. auquel tu adiouſteras 3. à cauſe que la diuiſion ne s'eſt peu parfaire ni la premiere ny la ſeconde fois, & tu auras 7. le nombre penſé.

On peut auſſi faire ainſi le probleme. Fais adiouſter au nombre penſé la moitié du meſme nombre, & à ceſte ſomme fais adiouſter derechef la moitié de la meſme ſomme. Puis demande combien de fois il y a 9, & prens 4. pour chaſque 9 comme deuant; mais auſſi prens garde que ſi le nombre penſé n'a point d'entiere moitié, il faut faire adiouſter 1, & prendre la moitie de ce nombre, & l'adiouſter au nombre penſé. Que ſi le meſme aduient la ſeconde fois, il faut auſſi faire le meſme, & pour la premiere fois retenir 1, pour la ſeconde 2, pour toutes deux enſemble 3. comme auparauant. Par exemple ſi l'on auoit penſé 10. luy adiouſtant ſa moitié vient 15, auquel faut adiouſter 1. pour auoir la moitié 8, qui adiouſtee à 15. fait 23. Auquel 9 eſt cõtenu deux fois. Parquoy prenant deux fois 4, tu auras 8, auquel adiouſtant 2 à cauſe que la ſeconde fois il a fallu adiouſter 1. pour prendre la moitié, tu auras 10. le nombre penſé.

Quelques vns encore prattiquent autrement ce probleme. Car ils font adiouſter au nombre penſé ſa moitié, ou bien (s'il eſt impair) ſa plus grande moitié. (Car dautant que tout nombre impair

impair se peut diuiser en deux nombres, dõt l'vn surpasse l'autre de l'vnité, ils appellent le plus grand, la plus grande moitié du nombre impair) & semblablement à ceste somme ils font adiouster sa moitié ou sa plus grande moitié, puis demandent combien de fois il y a 9. & pour chasque 9. prennent 4. mais ils demandent encore si apres auoir osté tous les 9 de la derniere somme, on en peut oster encore 8, & si cela est, ils retiennent 3. Que si 8 ne s'en peut oster, ils demandent si l'on en peut oster 5. & pour cela retiennent 2. Que si 5. ne s'en peut oster, ils en font oster 3. & pour cela retiennent 1.

DEMONSTRATION.

E 18.	A 8.	B 24.
$2\frac{1}{4}$.	1.	C 12.
9.	4.	D 36.

IE demonstre la premiere façon de parfaire ce probleme, car les autres deux sont fondés sur les mesmes principes. Il est certain par le 13. Theor. que tout nombre plus grand que 3 est pairement pair, ou surpasse quelque pairement pair de 1. ou de 2. ou de 3. Soit donc premierement le nombre pensé A plus grand que 3. & pairement pair qui triplé fasse B qui sera pairement pair aussi par le 10. Theor. doncques C. la moitié de B. sera nombre pair par le 4. Theor. parquoy triplant C. le produit D sera nombre pair par la 8. du 9. Soit donc sa moitié E. Or nous auons demonstré au precedent probleme que le nombre D. contient A quatre fois

& demi. Parquoy il s'enſuit que E la moitié de D contient le meſme A deux fois & quart (car $2\frac{1}{4}$ eſt la moitié de $4\frac{1}{2}$) partant multipliant A par $2\frac{1}{4}$ prouiendroit E. Doncques il y a meſme

E 18.	A 8.	B 24.
$2\frac{1}{4}$	1.	C 12.
9.	4.	D 36.

proportion de $2\frac{1}{4}$ à E que de 1. à A. Partant multipliant par 4 tant $2\frac{1}{4}$ que 1. d'où ſe produiſent 9 & 4. il y aura telle proportion de 9 à E que de 4. à A. par le 2. Theor. Or eſt-il que 4 meſure A par le 6. Theor. Doncques 9 meſure auſſi E, & autant de fois que 9 eſt contenu en E, autant de fois 4 eſt contenu au nombre penſé A. Donc il appert que de ce coſté la regle eſt infallible & bonne.

B 27.	
G 8.	A 9.
K 24.	C 28.
L 12.	D 14.
M 36.	E 42.
N 18.	F 21.

Secondement ſoit A le nombre penſé ſurpaſſant de 1. le nombre G pairement pair, & triplant A ſoit fait B. qui ſera impair par la 29. du 9. parquoy adiouſtant 1. à B comme veut la regle, ſoit fait C & le triple de G ſoit K. Il eſt certain (comme nous auons demõſtré en la derniere partie de la demonſtration du precedent probleme) que C. ſurpaſſe K de 4. Parquoy K eſtant pairement pair par le 10. Theoreme, il faut auſſi que C ſoit pairement pair, par le 6. Theor. dautant qu'il eſt meſuré par le quaternaire: ſoit donc D la moitié de C. qui ſera nombre pair par le 4. Theor. Parquoy E le triple de D ſera auſſi

pair

pair par la 28. du 9. On en pourra donc prendre la moitié F. Ie prens aussi L. la moitié de K, puis M. le triple de L, puis N. la moitié de M. Or puisque, comme il a esté dit, C surpasse K de 4. il faut aduouër que D. surpasse L de 2. (à sçauoir de la moitié de 4) doncques E surpasse M. de 6. (à sçauoir du triple de 2) doncques E ne surpasse N. que de 3. (à sçauoir de la moitié de 6) Partant ayant esté demonstré cy deuant que N. contient 9. autant de fois precisement, que G pairement pair contient 4. Il est euident que F contiendra aussi 9. autant de fois, & non plus (pource que il ne surpasse N que de 3.) Parquoy prenant 4. pour chasque 9 contenu en F, nous viendrons trouuer le nombre G, auquel adioustant 1. comme veut la regle nous deuinerons le nombre pensé A. Ce qu'il falloit faire.

G 8.	A 10.
K 24.	B 30.
L 12.	C 15.
	D 45.
M 36.	E 46.
N 18.	F 23.

Troisiesmement soit A. le nombre pensé surpassant de 2. le nombre G. pairement pair. Doncques A. est pairement impair seulement par le 7. Theor. soit donc B. son triple, qui sera aussi pairement impair seulement par le 11. Theor. Parquoy C. sa moitié sera nombre impair par le 5. Theor. Doncques D le triple de C sera aussi impair par la 29. du 9. Parquoy adioustant 1. à D. soit fait E dont la moitié soit F. Lors comme auparauant ie prens K. le triple de G, dont la moitié soit L. dont le triple soit M. dont la moitié soit N. Or puisque A. surpasse G de 2, il appert que B. surpasse K de 6 (à sçauoir du triple de 2. Parquoy C surpasse L. de 3 (à sçauoir de la moitié de 6.) Partant D surpasse M de 9 (à sçauoir du triple de 3) & par consequent E surpasse M de 10. Parquoy F. ne surpasse N. que de 5. (à sçauoir de la moitié de 10) doncques ie conclus comme auparauant que F contient 9 autant de fois que N. & non plus (à cause que N. contient 9 quelquesfois precisément, & F ne surpasse N que de 5.) Partant prenant 4. pour chasque 9. contenu en F nous trouuerons le nombre G. auquel adioustant 2. comme veut la regle, nous deuinerons le nombre pensé A. Ce qu'il falloit faire.

G 8.	A 10.
K 24.	B 30.
L 12.	C 15.
M 36.	D 45.
	E 46.
N 18.	F 23.

Quatriémement soit A le nombre pensé surpassant de 3. le nombre G pairement pair Et soit K le triple de G, donc la moitié soit L. dont le triple soit M, dont la moitié soit N. & soit aussi B. le triple de A; qui sera impair par la 29 du 9. parquoy luy adioustant 1. soit fait C. Or il appert puis que A surpasse G de 3; que B. surpasse K de 9, à sçauoir du triple de 3.) parquoy C. surpasse le mesme K de 10. Doncques K estant pairement pair par le 10. Theor. luy adioustant 10 nombre paire

G 8.	A 11.
	B 33.
K 24.	C 34.
L 12.	D 17.
	E 51.
M 36.	F 52.
N 18.	H 26.

pairement impair seulement, le composé à sçauoir C. sera pairement impair seulement par le 9. Theor. Soit donc sa moitié D nombre impair par le 5.Theoreme; qui surpassera L de 5.(à sçauoir de la moitié de 10) & soit E le triple de D, qui estant impair par la 29. du 9. il luy faut adiouster 1; & soit fait F, dont la moitié soit H. Puisque donc,comme nous auõs preuué, D surpasse L. de 5. il s'ensuit que E surpasse M de 15. (à sçauoir du triple de 5.) & par consequent F. surpasse le mesme M.de 16.)Parquoy H ne surpasse N. que de 8, (à sçauoir dela moitié de 16.) Doncques ie cõclurray comme auparauant que H ne contient pas 9.plus de fois que fait le nõbre N.Parquoy prenant 4. pour chasque 9 contenu en H; on trouuera le nombre G; auquel adioustant 3;comme veut la regle, on deuinera le nombre pensé A.Ce qu'il falloit faire.

Finalement soit le nombre pensé moindre que 4, comme 1, ou 2,ou 3. & premierement soit 1. dont le triple est 3,à qui adioustant 1,viẽt 4,dont la moitié est 2: qui triplé fait 6. dont la moitié est 3. Où 9 n'est point contenu de fois.Parquoy prenant 1. seulement pour l'vnité adioustee a la premiere diuision,tu deuineras qu'on à pensé 1.

Secondement le nombre pensé soit 2. dont le triple est 6,dont la moitié est 3; qui triplé fait 9, auquel adioustant 1. vient 10. dont la moitié est 5. où 9 n'est point aussi contenu. Parquoy tu prendras seulement 2. pour l'vnité adioustee à la seconde diuision.

Troisiesmement le nombre pensé soit 3; dont le triple 9, auquel adiouſtant 1, vient 10, dont la moitié eſt 5, dont le triple eſt 15, auquel adiouſtant 1. vient 16. dont la moitié eſt 8. Qui ſemblablement ne contient point 9 Mais tu prendras 3. à cauſe de l'vnité adiouſtee tant à la premiere qu'à la ſeconde diuiſion, & ainſi deuineras le nombre penſé. Doncques nous auons parfaitement monſtré à deuiner tout nombre penſé. Ce qu'il falloit faire.

Maintenant il eſt aiſé de mõſtrer que les deux autres façons de faire ce ieu reuiennent à ceſte cy, & ont les meſmes fondemens. Car quant à la ſeconde nous auons ja monſtré cy deſſus que tripler vn nombre, & prendre la moitié du produit, c'eſt autant que multiplier ledit nombre par $1\frac{1}{2}$, donc c'eſt autant que luy adiouſter ſa moitié. Parquoy ſi à ceſte ſomme nous adiouſtons derechef ſa moitié, c'eſt autant que ſi nous la multiplions auſſi par $1\frac{1}{2}$. Doncques c'eſt autant que ſi nous multiplions le nombre penſé par $2\frac{1}{4}$, d'autant que $1\frac{1}{2}$ par $1\frac{1}{2}$ fait $2\frac{1}{4}$. De cecy tu peux aiſement recueillir la demonſtratiõ entiere de ceſte façon de faire, appliquant toutes les parties de la demonſtration donnee à icelle; ce que i'obmets par brieueté.

Quant à la troiſieſme façon, elle ne differe quaſi point de la ſeconde: Car il eſt euident que la plus grande moitié d'vn nombre impair, n'eſt autre que la moitié du nombre pair prochain, plus grand d'vn que ledit impair. & quand à ce qu'à la fin on demande apres qu'on à oſté tous

les

les 9. s'il reste 8, ou 5. ou 3. La cause de cecy appert assez par la seconde, troisiesme, & quatriesme partie de la presente demonstration.

ADVERTISSEMENT.

Quiconque comprendra parfaittement la demonstration de ces deux problemes, il luy sera facile de forger des regles nouuelles pour deuiner le nombre pensé à l'imitation des precedentes. Car par exemple sfai tripler le nombre pensé, puis prendre la moitié du produit, puis multiplier laditte moitié par 5. & prendre encor la moitié du produit; tu deuineras le nombre pensé, si tu demandes combien de fois il y a 15. en la derniere moitié, & si pour chasque 15. tu prens 4. Obseruant comme cy dessus, qu'il faut retenir 1, ou 2, ou 3, selon que la diuision ne se peut parfaire la premiere, ou la seconde fois, ou toutes les deux ensemble. La cause de cecy est, que multiplier vn nombre par 3, & partir le produit par 2, c'est autant que multiplier ledit nombre par 1 $\frac{1}{2}$. & multiplier vn nombre par 5, & partir le produit par 2, c'est autant que multiplier le mesme nombre par 2 $\frac{1}{2}$ (ces nombres se treuuent en diuisant le multiplicateur par le diuiseur, car diuisant 3. par 2. vient 1 $\frac{1}{2}$, & diuisans 5. par 2, vient 2 $\frac{1}{2}$) doncques faire ces deux multiplications, & ces deux diuisions, c'est autant que multiplier le nombre pensé par 3 $\frac{3}{4}$ dautant que 1 $\frac{1}{2}$, par 2 $\frac{1}{2}$ fait 3 $\frac{3}{4}$. Ie te laisse appliquer tout le reste de la demonstration (qui est chose bien aisee, attendu que $3\frac{3}{4}$ multiplié par 4. fait 15. & tu trouueras que si le nombre pensé surpasse d'vn quelque nombre pairement pair, outre les 15. contenus en la derniere moitié, il y aura encore 5, & si le nombre pensé passe de 2. quelque pairement pair, à la fin il restera 8, & si le nombre pensé passe de 3 quelque pairement pair, il restera 13 à la fin. Parquoy si tu veux imiter la seconde, ou troisiesme façon de parfaire ce probleme; Tu feras adiouster au nombre pensé sa moitié ou sa plus grande moitié (cela est autant que le multiplier par $1\frac{1}{2}$) puis à ceste somme tu feras adiouster vn nõbre esgal à elle mesme, & encore de plus la moitié, ou plus grande moitié de la mesme somme (cela est autant que la multiplier par $2\frac{1}{2}$) puis tu demanderas combien de fois il y a 15. & pour chasque 15. tu prendras 4, retenant aussi 1. ou 2. ou 3. selon que la diuision ne se pourra parfaire la premiere, ou la seconde fois, ou toutes deux ensemble. Ou bien apres auoir fait oster tous les 15. de la derniere somme, tu demanderas s'il reste encor 13, ou 8, ou 5, & retiendras pour cela ou 3, ou 2, ou 1.

Ceste mesme regle se pourroit aucunement changer si la premiere fois on faisoit multiplier le nombre pensé par 5, puis partir par 2, puis multiplier par 3, & derechef partir par 2. Car tout cela seroit bien autant que multiplier le nombre pensé par $3\frac{3}{4}$ comme auparauãt, & partant pour chasque 15 il faudroit aussi prendre 4. Mais il y auroit de la difference en cela, que si le nombre pensé passoit d'vn quelque pairement pair, la partition ne se pourroit faire sans fraction ny la premiere, ny la seconde fois, & si le nombre pensé passoit de 3. quelque pairement pair, la partition ne se pourroit faire la *la premiere fois seulement. Partant en tel cas il faut changer la regle, & si la partition ne se peut faire la premiere fois, seulement retenir 3. si elle ne se peut faire la seconde fois, seulement retenir 2; si elle ne se peut faire toutes deux les fois, retenir 1. Il est vray qu'imitant la troisiesme façon de parfaire ce probleme, il n'y a pas tant de diuersité. Car si le nombre pensé passe d'vn quelque pairement pair, à la fin tous les 15. ostez il restera 5. comme auparauant, & si le nombre pensé passe de 2. quelque pairement pair, il restera aussi 8; mais si le nombre pensé passe de 3. quelque pairement pair il restera 12. non pas 13. La cause de tout cecy n'est pas malaisee à trouuer, I'en laisse la recherche au curieux lecteur, qui suiuant le chemin que ie luy ay tracé, & se fondant sur les mesmes principes & theoremes en pourra venir facilement à bout.*

On pourroit aussi faire multiplier par 5, puis partir par 2, & derechef multiplier par 5. & partir par 2. & demander combien de fois il y a 25, & pour chasque 25. retenir 4. & ainsi en plusieurs autres manieres. Prens garde seulement qu'en ceste derniere façon, il aduient ce que ie viens de dire, à sçauoir que si la partition ne se peut faire iuste toutes deux les fois, il faut retenir 1. si elle ne se peut faire la seconde fois il faut retenir 2; si elle ne se peut faire la premiere fois, il faut retenir 3.

PRO

PROBLEME III.

Faire le meſme encor diuerſement.

FAis doubler le nombre penſé, & à ce double fais adiouſter 5, puis multiplier le tout par 5. puis y adiouſter 10, & multiplier le tout par 10. Lors t'enquerant quel eſt ce dernier produit, & en oſtant d'iceluy 350, du reſte, le nombre des centaines, ſera le nombre penſé. Par exemple qu'on ait penſé 3, ſon double eſt 6, auquel adiouſtant 5, vient 11, qui multiplié par 5, fait 55; auquel adiouſtant 10, prouient 65, qui multiplié par 10, produit 650, duquel ſi tu oſtes 350, reſtera 300, où tu vois clairement que le nombre des centaines, à ſçauoir 3; eſt le nombre penſé.

DEMONSTRATION.

	2.	
A 3.		B 6.
H 30.	5.	
D 55.		C 11.
25.	10.	
35. F 650.		E 65.
	350.	
	G 300.	

SOit A. le nombre penſé, qui doublé faſſe B, auquel adiouſtant 5. vienne C. qui multiplié par 5. produiſe D, auquel adiouſtant 10. ſe faſſe E qui multiplié par 10. produiſe F dont oſtant 350, ſoit le reſte G. Ie dis que prenant autant d'vnitez qu'il y a de centaines en G on deuinera le nombre pensé A. Car puiſque C. eſt composé de de B. & de 5. Ce sera autant multiplier C. par 5. que multiplier par le mesme 5 les parties dont C.est composé, à sçauoir B, & 5. par la premiere du second d'Euclide. Or on sçait assez que multipliant 5 par 5; le produit est 25. soit donc H produit de la multiplication de B par 5. Partant il s'ensuit que D est esgal à H, & à 25. ioints ensemble. Parquoy puisque adioustant 10 à D, prouient E, & adioustant aussi 10 à 25, prouient 35. Il est certain que H & 35 ensemble sont esgaux à E. Doncques c'est autant multiplier E par 10, que multiplier H & 35. par le mesme 10. par la 1. du second. Partant F est esgal à ce qui se fait multipliant H. par 10, ioint à ce qui se fait multipliant 35 par 10. Or multipliant 35 par 10 prouient 350. Doncques F contient 350 & le produit de la multiplication de H par 10. Parquoy puisque ostant 350 de F le reste est G, il faut dire necessairement que G est le produit de la multiplication de H par 10. Cela supposé prenons les trois nombres 2. A 5. Il est certain par le 3. Theo. qu'en quelle façon, & par quel ordre que nous les multipliōs ensēble, le produit sera tousiours le mesme. Or multipliant A par 2, & le produit B par 5, nous faisons H. Doncques le mesme H se fera si l'on multiplie 2 par 5, & le produit 10 par A. Puis donc que A multiplié par 10 fait H; considerons maintenant les trois nombres 10. A. 10. par le mesme 3. Theor. il s'ensuit que nous aurons le mesme nombre multipliant A par 10, & le produit H par 10. que nous aurions multipliant 10 par 10, & le produit 100. par A.

Or

2.
A 3. B 6.
H 30. 5.
D 55. C 11.
25. 10.
35. F 650. E 65.
350
G 300

Or nous auons preuué que multipliant H par 10 le produit est G. Doncques le mesme G se produira multipliãt A par 100. Parquoy G contient 100 autãt de fois que A contient l'vnité. Doncques la regle est bonne.

ADVERTISSEMENT.

Si tu consideres bien les fondemens de ceste demonstration qui ne sont autres que la premiere du second appliquee aux nombres, & nostre 3. Theoreme, tu comprendras aisément le moyen de diuersifier la prattique de ce probleme en cent mille façons : car premierement si tu veux tousiours que le nombre des centaines exprime le nombre pensé, & que les multiplicatiõs se facent par 2, par 5, & par 10. comme auparauant, mais seulement que le nombre qui se soubstrait de la derniere somme, à sçauoir 350, soit changé. Prens garde que 350 est prouenu du 5. qu'on a adiousté du commencement, lequel multiplié par 5, a fait 25, auquel adioustant 10, est prouenu 35, qui finalement multiplié par 10, a produit 350. Doncques si tu veux changer 350, change les nombres que tu fais adiouster, par exemple au lieu de 5. fais adiouster 4, & 12. au lieu de 10. ou bien tels autres nombres qu'il te plaira, & lors pour sçauoir quel nombre il faudra soubstraire, multiplie le premier 4. par 5, viendra 20, auquel adiouste 12, viendra 32, qui multiplié

multiplié par 10; sera 320, le nombre qu'il conuiendra soubstraire de la derniere somme: & ainsi si tu changes encore les 4 & 12, tu changeras aussi le 320. Parquoy desia par ce moyen le probleme se peut parfaire en infinies sortes differentes.

Secondement voulant encor que le nombre des centeines monstre le nombre pensé, tu peux toutesfois changer les multiplicateurs. Car nous auons conclu que le nombre G, se fait multipliant le nombre pensé A, par 100, pource que les trois multiplicateurs 2.5. & 10. dōt nous nous sommes seruis, multipliez ensemble font 100. d'autant que 2 fois 5 font 10, & 10 fois 10, font 100. Doncques pourueu que tu prennes pour multiplicateurs des nombres qui multipliez ensemble fassent 100, il n'importe quels ils soyent. Parquoy premierement tu te peux seruir des mesmes 2.5. & 10. en changeant l'ordre seulement comme faisant en premier lieu multiplier par 5. puis par 10, puis par 2; ou bien premierement par 10, puis par 2, & en fin par 5. ou autrement.

En apres tu peux prendre d'autres nombres qui fassent le mesme effect comme 5.4.5. ou bien 2. 25. 2. seulement prens garde qu'en tous ces changemens le nombre qu'il faut soubstraire à la fin change aussi, selon la diuersité des multiplicateurs, & des nombres qu'on fait adiouster. Par exemple prenons 5. 4. 5. pour multiplicateurs, & pour nombres à adiouster 6. & 9. & soit le nombre pensé 8. Qu'on le multiplie par 5, viendra 40, auquel adioustant 6, viendra 46: qui multiplié par 4, sera 184, auquel adioustant 9, viendra 193, qui multiplié par 5, donnera 965. Or pour sçauoir quel nombre il faut soubstraire de 965 considere qu'apres auoir adiousté le premier nombre 6, on a multiplié par 4, puis on

iousté

a adiouſté 9, & multiplié par 5. Doncques multiplie 6 par 4, viẽdra 24 adiouſte 9, viendra 33, qui multiplié par 5 donne 165. le nombre qu'il faut ſoubſtratre. Auſſi de 965, oſtant 165 il reſte 800, ou le nombre des centeines eſt le nombre penſé.

Troiſieſmement tu peux prendre tout autre nombre que 100, & faire qu'il ſoit contenu au reſtant de la ſoubſtraction autant de fois qu'il y aura d'unitez au nombre penſé : & pour ce faire il ne faut que choiſir pour multiplicateurs des nombres qui multipliez enſemble faſſent le nombre que tu veux. Comme ſi tu veux prendre 24, choiſis pour multiplicateurs. 2. 3. 4. ou bien 2. 6. 2. Mais ſçaches auſſi treuuer le nombre qu'il te faudra ſoubſtraire à la fin, ainſi que ie t'ay enſeigné cy deſſus. Par exemple prenons pour multiplicateurs 2. 3. 4. & pour nombres à adiouſter 7. & 8. & ſoit le nombre penſé 5; qui doublé fera 10, à qui adiouſtant 7, viẽt 17. qui multiplié par 3. fait 51, à qui adiouſtant 8, prouient 59, qui multiplié par 4. fait 236. Or pour ſçauoir quel nombre il faut ſoubſtraire, multiplie 7 par 3, vient 21, adiouſte 8, vient 29, qui multiplié par 4, donne 116. Doncques de 236. oſte 116. reſtera 120, ou tu vois que 24 eſt contenu 5. fois, & par là tu iuges que le nombre penſé eſtoit 5. Tu peux auſſi ne prendre que deux multiplicateurs, & n'adiouſter qu'vn nombre, comme ſi tu voulois que le nombre des dizaines exprimat le nõbre penſé, prens 2 & 5. pour multiplicateurs, & 6. pour nombre à adiouſter ; & ſoit par exemple le nombre penſé 7, qui doublé fera 14 ; auquel adiouſtant 6. viendra 20. qui multiplié par 5. produira 100. dont il faut oſter 30 (d'autant que 6. fois 5. font 30) & le reſte 70 contient 7. dizaines, autant qu'il y a d'unitez au nombre

nombre

nombre pensé. Semblablement on pourroit prendre, quatre, cinq, ou six, ou plusieurs multiplicateurs; & adiouster dauantage de nombres, comme ie laisse considerer au prudent lecteur.

Finalement on peut diversifier la prattique de ce probleme vsant de soubstraction au lieu d'addition, & par consequent à la fin vsant d'addition au lieu de soubstraction. Comme si tu te veux seruir des nombres donnez au premier exemple, soit 12 le nombre pensé, fais-le doubler viendra 24, dont fais oster 5, restera 19, qui multiplié par 5. fera 95. dont fais oster 10. restera 85. qui multiplié par 10. produira 850. Mais maintenant il faut adiouster 350 à 850 au lieu de le soubstraire, & la somme sera 1200 ou le nombre des Centeines exprime le nombre pensé 12. La demonstration de cecy est facile, supposé ce que nous auons demonstré, & n'est point besoin de s'y arrester dauantage.

PROBLEME IV.

Deuiner encor le nombre pensé d'vne autre sorte.

CEste façon semble plus ingenieuse que les autres, bien que la demonstration en soit plus aisee. Fay multiplier le nombre pensé par quel nombre que tu voudras, puis diuiser le produit par quel autre que tu voudras, puis multiplier le quotient par quelque autre, & derechef multiplier, ou diuiser par vn autre, & ainsi tant que tu voudras. Voire mesme s'il te plait remets celà à la volonté de celuy qui aura songé le nõbre, pourueu qu'il te dise tousiours par quels nombres il multiplie, & par quels il diuise. Mais pour deuiner le nombre pensé, prens en mesme temps quelque nombre à plaisir, & fais à lentour d'iceluy secrettement toutes les mesmes multiplications & diuisions, & lors qu'il te plaira d'arrester dis à celuy, qui a songé le nombre, qu'il diuise le dernier nombre qui luy reste, par le nombre pensé; Toy semblablement diuise ton dernier nombre par le premier que tu auras pris, & sois asseuré que le quotient de ta diuisiõ sera le mesme que le quotient de la sienne. Parquoy fais adiouster à ce quotient le nombre pẽsé & demande qu'il te declare ceste somme, alors ostant d'icelle le quotient connu, tu sçauras infalliblement que le reste c'est le nombre pensé. Par exemple soit le nombre pensé 5. fai-le multiplier par 4, viendra 20. fai-le diuiser par 2. viẽdra 10; fai-le multiplier par 6. viendra 60, fai-le diuiser par 4, viendra 15, & ainsi fai multiplier & diuiser tant qu'il te plaira, mais en mesme temps choisis quelque nombre, & fais alentour d'iceluy toutes les mesmes operations. Par exemple prens 4. qui multiplié par 4, fait 16, qui diuisé par 2, fait 8, qui multiplié par 6, fait 48, qui diuisé par 4, donne 12. Lors si tu te veux arrester là, dis à celuy qui a songé le nombre qu'il diuise son dernier nombre à sçauoir 15. par le nombre pensé 5. le quotient sera 3. & tu vois bien aussi que tu auras le mesme quotient si tu diuises ton dernier nombre 12 par le premier que tu auois pris qui est 4. Parquoy des-maintenant tu peux

faire

faire vn assez plaisant ieu deuinant le quotient de ceste derniere diuision, chose qui semblera bien admirable à ceux qui en ignoreront la cause. Que si tu veux auoir le nombre pensé, sans faire semblant de sçauoir ce dernier quotient, fais adiouster ledit nombre pensé, audit dernier quotient, & demande la somme de ceste addition, qui est 8 en l'exemple donné, d'où si tu soubstrais le quotient connu à sçauoir 3, te restera infailliblement le nombre pensé 5.

DEMONSTRATION.

A 5.		F 3.
B 20.	N 4.	G 12.
C 10.	P 2.	H 6.
D 60.	Q 6.	K 36.
E 15.	R 4.	L 9.
	M 3.	

Soit A le nombre pensé, qui multiplié par N, fasse B qui diuisé par P; donne C. qui multiplié par Q. produise D. qui diuisé par R. fasse E. & prens d'vn autre costé le nombre F. qui multiplié aussi par N. fasse G. qui diuisé par P. donne H. qui multiplié par Q. produise K. qui diuisé par R. fasse L. Alors diuisant E par le nombre pensé A. soit le quotient M. Ie dis que le mesme quotient M. prouiendra diuisant L par F. Car puisque le mesme N. multipliant les deux A. F. produit B. & G. il y a telle proportion de B. à G. que de A. à F. & parce que le mesme P. diuisant les deux B. G, produit C, & H. il y a mesme proportion de C. à H. que de B. à G; & par consequent la mesme que de A. à F. semblablement par mesme raison il y a mesme proportion de D à K, que de C à H, & par consequent la mesme que de A à F. & finalement il y a mesme proportion de E à L, que de D à K, c'est à sçauoir que de A. à F. Doncques par la proportion alterne, il y a

A 5.		F 3.
B 20.	N 4.	G 12.
C 10.	P 2.	H 6.
D 60.	Q 6.	K 36.
E 25.	R 4.	L 9.
	M 3.	

telle proportion de E à A, que de L à F. Parquoy diuisant E par A, & L par F, il prouiendra le mesme quotient par le 14. Theor. Celà preuué le reste de la regle est euident. Car cognoissant le quotient M, si tu y fais adiouster le nombre pensé A; il est certain que de la somme ostant le quotient M. cognu, le reste sera A. Doncques nous auons bien monstré à deuiner le nombre pensé. Ce qu'il falloit faire.

ADVERTISSEMENT.

On peut changer infiniment la prattique de ce probleme, d'autant qu'on peut faire multiplier & diuiser par diuers nombres quels que l'on veut, & n'importe que l'on fasse multiplier, puis diuiser alternatiuement, ou que l'on fasse multiplier deux ou trois fois de suitte, puis diuiser semblablemẽt. L'on peut aussi ayant cognu le dernier quotient vser de soubstraction, au lieu d'addition, si le nombre pensé se treuue moindre qu'iceluy quotient. Comme en l'exemple donné en la demonstration si l'on se fut arresté apres auoir multiplié par 6, le *le dernier nombre, d'vn costé eut esté 60, de l'autre 36. Parquoy faisant diuiser 60. par le nombre pensé 5. le quotient est 12; qui te viendra pareillement diuisant 36. par le nombre 3. pris du commencement. Partant si du quotient 12, tu fais soubstraire le nombre pensé, demandant combien il reste, on te respondra qu'il reste 7. Donc il est certain que si tu soubstrais 7. du quotient cognu 12, le reste 5, est le nombre pensé. L'on peut aussi à ce dernier quotient cognu faire adiouster, ou soubstraire d'iceluy non tout le nombre pensé, mais quelque partie d'iceluy, comme la moitié, le tiers; le quart, ou quelque autre. Car cognoissant la partie d'vn nombre, il n'est pas malaisé de cognoistre tout le nombre.*

PROBLEME V.

Faire encor le mesme d'vne autre façon.

CEste façon est la plus difficile à practiquer de toutes, & la demonstration en est assez cachee. Prens deux, ou trois, ou plusieurs nombres premiers entre eux, de telle sorte que chacun d'iceux soit premier à chascun des autres, comme sont ces trois 3.4.5. & cherche le moindre nombre qui est mesuré par iceux, qui en l'exemple donné est 60. Lors dis à celuy qui doit penser le nombre qu'il en pense quelcun qui ne passe point 60, & mets peine de treuuer vn nombre qui estant mesuré par 3. & 4, surpasse d'vn quelque multiple de 5. quel est 36. semblablement treuue vn nombre qui estant mesuré par 3 & 5; surpasse d'vn quelque multiple de 4, quel

est

est 45. finalement cherche vn nombre qui estant mesuré par 4 & 5 surpasse d'vn quelque multiple de 3, quel est 40. Ayant ces trois nombres, fais oster 3 tant de fois qu'on pourra du nombre pensé, & qu'on te dise ce qui reste, & pour autant d'vnitez qu'il restera prens autant de fois 40. Semblablement fais oster 4. tant qu'on pourra du nombre pensé, & demandant le reste, pour chasque vnité restante retien 45. finalement fais aussi oster tous les 5. du nombre pensé, & pour chasque vnité qui restera, retien 36. Puis adiouste ensemble tous les nombres que tu as retenu, & si la somme est moindre que 60, elle sera esgale au nombre pensé; mais si elle passe 60. ostant d'icelle 60 tant de fois que tu pourras, le reste sera le nombre pensé.

Par exemple qu'on ait songé 19, en ostāt tous les 3. d'iceluy reste 1. pour lequel tu retiendras vne fois 40, en ostant tous les 4, reste 3. parquoy tu retiendras 3 fois 45, à sçauoir 135. en ostant tous les 5, reste 4: parquoy tu retiendras 4. fois 36. à sçauoir 144. Or adiouste ensemble 40, 135. & 144, la somme sera 319; d'où si tu ostes 60 tant de fois qu'on le peut oster, il restera 19. le nombre pensé. Que si ostant tous les 3, tous les 4, & tous les 5, il ne restoit iamais rien, le nombre pensé seroit infalliblement 60.

ADVERTISSEMENT.

Ceste façon de deuiner le nombre pensé, a esté touchee par Forcadel en ses annotations sur l'Arithmetique

tique de Gemme Frise; & par Guillaume Gosselin en la premiere partie de sa traduction de l'Arithmetique de Nicolas Tartaglia, & en ces lieux l'vn & l'autre se vantent d'en donner la demonstratiō, bien que ny l'vn ny l'autre n'en approche pas, comme ie feray clairement apparoistre.

Quant à Forcadel il appert assez qu'il n'a point compris la cause vniuerselle de ce probleme. Car il ne parle que de deux nombres premiers entre eux, & encore veut-il que l'vn surpasse l'autre de l'vnité. Et ce qui est le pis il ne demonstre pas bien ceste particuliere façon de faire. Or est-il qu'on peut prendre deux, trois, quatre, ou plusieurs nombres premiers entre eux, de la façon que nous auons dit, & parfaire tousiours le probleme; & quand on n'en prendroit que deux, il n'est point necessaire que l'vn surpasse l'autre de l'vnité seulement. Car prenons par exemple 5. & 9. Alors on pourra penser quelque nombre qui ne surpasse point 45. (d'autant que 45. est le moindre nombre mesuré par 5 & 9) & pour chasque vnité restante apres qu'on aura osté tous les 5. ie retiendray autant de fois 36: (car 36 est mesuré par 9. & surpasse de l'vnité vn multiple de 5.) semblablement pour chasque vnité restante apres auoir osté tous les 9. ie retiendray 10. (car 10. est mesuré par 5. & surpasse 9. de l'vnité) soit donc, par exemple, le nombre pensé 21. en ostant d'iceluy tous les 5, reste 1. Parquoy ie retien 36. En ostant tous les 9, reste 3. Parquoy ie retien 3 fois 10, à sçauoir 30. Puis i'adiouste 36 & 30, dont la somme est 66, d'où i'oste 45 & reste 21 le nombre pensé.

Quant à Gosselin il a bien proposé la façon de ce probleme plus generalement, mais il n'a fait que sem-

blant de le vouloir demonstrer, car en effect il ne demonstre rien, & pour donner vne entiere & parfaitte demonstration de cecy il faut.

Premierement enseigner demonstratiuement la maniere de treuuer tant de nombres que l'on voudra premiers, entre eux en la façon que i'ay declaré; à sçauoir que chascun d'iceux soit premier à chascun des autres, & donner quelque raison pourquoy il est necessaire qu'ils soyent tels.

Secondement il faut aussi enseigner demonstratiuement la façon de treuuer vn nombre, qui estant mesuré par quelques nombres premiers entre eux, ainsi que i'ay exposé, surpasse d'vne vnité seulement vn autre nombre premier à chascun d'iceux, ou quelque multiple d'iceluy, car cecy est le fondement de toute la regle.

Finalement il reste encor à preuuer que ioignant ensemble les nombres pris selon les vnitez restantes, comme enseigne la reigle, la somme d'iceux doit estre esgale au nombre pensé; ou bien estant d'icelle somme le moindre nombre mesuré par tous les nombres premiers entre eux choisis du commencement, le reste est le nombre pensé. Doncques Gosselin n'ayant satisfait à pas vn de ces trois points, il ne se peut vanter auec raison d'auoir demonstré ce Probleme.

Or bien que ie ne vueille donner icy l'entiere demonstration d'iceluy, d'autant que pour ce faire il me faudroit supposer beaucoup de choses que ie demonstre en mes elemens Arithmetiques; toutesfois pour contenter aucunement le Lecteur, ie luy rendray raison de ce que ie pourray, sans supposer autre chose que ce que i'ay protesté au commencement de vouloir supposer. Pour le reste ie le supplieray d'attendre auec patience

tience

tience que mon Liure des elemens Arithmetiques soit prest à voir la lumiere, ce qui sera bien tost Dieu aydant.

Pour le premier point il est aysé d'y satisfaire. Car premierement pour auoir deux nombres premiers entre eux, on peut en prendre deux differens de l'vnité, car si tels nombres auoyent quelque commune mesure autre que l'vnité, on preuueroit que quelque nombre mesurant le plus grand, & mesurant le moindre osté du plus grand, mesureroit aussi l'vnité restante, ce qui est impossible. En apres si l'on ioinct ensemble deux nombres premiers entre eux, leur somme sera nombre premier à chascun d'iceux par la 30. du 7. Parquoy voilà vn moyen certain d'en auoir trois tels que nous desirons. De plus pour en auoir tant que l'on voudra, il ne faut que prendre autant de nombres qui soyent premiers de leur nature, tels qu'Euclide les definit en la 12. definition du 7. Et qu'on en puisse treuuer tant que l'on desirera, le mesme Autheur le demonstre en la 20. du 9.

Maintenant qu'il soit necessaire que les nombres que nous choisissons pour faire oster du nombre pensé, soyent premiers entre eux, de telle sorte, que chascun d'iceux soit premier à chascun des autres, ie le demonstre en ceste façon. Qu'on ait choisi les trois. A.B.C. & que quelqu'vn vueille dire que les deux A.C. peuuent estre communiquans ou composez entre eux. Ie dis que cela supposé, le probleme ne se peut parfaire en la façon cy dessus exposée; car on ne pourra iamais treuuer vn nombre, qui mesuré par les deux A.B. surpasse d'vne vnité seule le restant C. ou quelque fié mul-

 tiplié

D 2.
A 4. B 5. C 6.
E----------F G

tiple, ny vn qui meſuré par les deux B, C, ſurpaſſe d'vne vnité le reſtant A. ou l'on multiplie; ce qui toutesfois ſeroit neceſſaire comme il appert. Que ſi les deux A. C, ſont compoſez entre eux, ſoit le nombre D. leur commune meſure, & qu'on donne s'il eſt poſsible le nombre E G, meſuré par les deux A. B. & ſurpaſſant de l'vnité F G. le nombre E F, eſgal à C, ou ſon multiple. Alors puiſque A. meſure E G, le nombre D, meſurant A, meſurera auſſi le meſme E G. & puiſque C. meſure E F. le nombre D. meſurant C meſurera auſſi le meſme E F. Parquoy le meſme D, meſurant tout E G, & le nombre oſté E F. meſurera encor l'vnité reſtante F G. Ce qui eſt impoſsible. La meſme abſurdité s'enſuiura, ſi l'on penſe donner vn nombre meſuré par B C, qui ſurpaſſe A ou ſon multiple de l'vnité. Doncques noſtre intention eſt ſuffiſamment preuuée.

Pour le ſecond point, ie ne le puis icy demonſtrer pour la cauſe cy deſſus alleguée. Mais ie l'ay deſ-ja demõſtré parfaittement en mes elemens Arithmetiques par vn probleme qui dit ainſi [Eſtant donnez plusieurs nombres premiers entre eux, de telle ſorte que chaſcun d'iceux ſoit premier à chaſcun des autres, treuuer vn nombre, qui meſuré par eux tous, vn excepté, ſurpaſſe d'vne vnité ſeule celuy qui eſt excepté, ou quelque ſien multiple] Par conſequent pour le troiſieſme point dependãt entierement du ſecond, ie remets auſsi le Lecteur à mon Liure des Elemens, à la fin duquel ie luy feray voir derechef ce petit ouurage, enrichy peut-eſtre de quelque nouuelleté, dont ie manieray entre cy & là, & accompli

pli de tout ce qui maintenant luy peut defaillir.

Cependant pour faciliter la prattique de ce Probleme, soient proposez les trois nombres 3.4.5: & qu'il en faille treuuer vn mesuré par 4. & 5. & surpassant 3, ou quelque sie multiple de l'vnité; Prens premierement le moindre mesuré par 4. & 5; qui est celuy qui se fait, les multipliant l'vn par l'autre, à sçauoir 20; par la premiere partie de la demonstration de la 36. du 7. Et s'il ne satisfait à ce que tu veux, il te le conuient doubler tripler, quadrupler, & tousiours ainsi multiplier, iusques à ce que tu ayes rencontré celuy que tu desires, comme en l'exemple donné, le double de 20; asçauoir 40. est le nombre que tu cherches; car il est mesuré par 4; & par 5; & surpasse d'vn 39, multiple de 3; semblablement si tu veux vn nombre mesuré par 3. & 5. qui surpasse d'vne vnité vn multiple de 4. Pren le moindre mesuré par 3. & 5. qui est 15. & puis qu'il ne satisfaict pas à ce qu'on desire, pren son double qui est 30. Lequel n'estant pas encore à propos, pren le triple, asçauoir 45. qui est le nombre que tu cherches. De mesme pour auoir vn nombre mesuré par 3 & 4; qui surpasse de l'vnité vn multiple de 5. pren le moindre mesuré par 3; & 4; à sçauoir 12, qui n'estant pas tel que tu veux, ny moins son double 24, tu prendras son triple 36; qui fait l'effet que tu desires. Or ayant vne fois trouué ces nombres, tu pourras, si tu veux, en treuuer infinis autres de mesme; car il ne faut qu'adiouster aux nombres ja trouuez le moindre qui est mesuré par tous les nombres premiers que tu as choisi, comme si à 40. 45. 36. tu adioustes 60; tu auras trois autres nombres faisans le mesme effect, asçauoir 100; 105; 96. Ausquels si tu adioustes encor 60. tu en auras trois autres, &

ainsi

ainſi tant que tu voudras. Et bien qu'il n'importe deſquels tu te ſerues, quant à la certaineté de la regle, toutesfois il importe beaucoup quand à la facilité; car ſi tu choiſis les moindres, la practique en ſera bien plus aiſée.

Reste à dire quelque choſe du nombre que l'on preſcrit pour borne à celuy qui ſonge le nombre, à fin qu'il n'en penſe point vn plus grand, qui eſt le meſme nombre qu'on ſoubſtrait à la fin de la ſomme des nombres retenus. Or ce nombre là eſt le moindre qui eſt meſuré par tous les nombres premiers choiſis, quel eſt 60. en l'exemple donné. Et ſi l'on auoit choiſi 2. 3. 5: Ce nombre là ſeroit 30. Et ſi l'on auoit choiſi 3. 5. 7: ce nombre là ſeroit 105. Maintenant pour trouuer le moindre nombre meſuré par tant de nombres qu'on voudra, Euclide en a donné regle generale en la 38. du 7. Car ce qu'il demonſtre des trois nombres donnez, ſe peut eſtendre à toute multitude de nombres. Toutesfois eſtant propoſez des nombres tels que nous auons declaré, aſçauoir premiers entre eux d'vne telle ſorte, que chaſcun d'eux ſoit premier à chaſcun des autres, on peut donner pour ce ſubiect vne regle particuliere bien aiſée, qui eſt tirée de laditte 38. du 7. y appliquant la premiere partie de la demonſtration de la 36. Car il ne faut que multiplier enſemble les nombres donez. Comme ſi c'eſtoyent 3, 4. 5, multipliant 3, par 4, vient 12, qui multiplie par 5, fait 60. Ainſi ſi les nombres propoſez eſtoyent 3, 5. 7, multipliant 3, par 5, vient 15, qui multiplie par 7, faict 105.

Voilà ce que ie puis dire pour le preſent alentour de ce Probleme, qui eſt certes treſ-beau & treſ-ſubtil, & qu'en bref ie feray voir Dieu aydant, parfaitement de-

monſtré

monstré. I'aduertis seulement le Lecteur, qu'il se peut parfaire tout de mesme si l'on faisoit oster quatre, cinq, six, ou plusieurs nombres premiers entre eux en la maniere exposée, & pour le faire toucher au doigt, i'en veux donner vn exemple en quatre nombres. Ioint les quatres nombres choisis. 2. 3. 5. 7. Alors le nombre auquel il ne faudra pas penser vn plus grand sera 210: qui est celuy qui le fait multipliant ensemble tous les quatre nombres choisis; & pour chasque vnité qui restera ostant tous les 2, il faudra retenir 105. Pour chasque vnité restante: ostant tous les 3, il faudra retenir 70. Pour chasque vnité restante ostant tous les 5, il faudra retenir 126. & pour chasque vnité restante, tous les 7. ostez, il faudra retenir 120. Puis adioustez ensemble les nombres retenus, leur somme sera esgale au nombre pensé, sinon qu'elle surpasse 210. Car alors il faudra oster 210. d'icelle somme tant de fois qu'on pourra, & le reste sera le nombre pensé.

PROBLEME VI.

Deuiner plusieurs nombres que quelqu'vn aura pensé.

QVelqu'vn ait songé plusieurs nombres, & premierement que la multitude d'iceux soit vn nombre impair, c'est à sçauoir qu'il en ait songé trois ou cinq ou sept &c. Dis luy qu'il te declare la somme du premier & du second ioints ensemble, puis la somme du second & du

troisiesf

troiſieſme, puis celle du troiſieſme & quatrieſme, puis celle du quatrieſme & cinquieſme, & ainſi touſiours la ſomme des deux prochains, & finalement la ſomme du dernier & du premier. Alors prenant toutes ces ſommes en meſme ordre qu'elles t'auront eſté données, adiouſte enſemble toutes celles qui ſe treuueront ez lieux impairs, aſçauoir la premiere, troiſieſme, cinquieſme &c. ſemblablemẽt adiouſte enſẽble, toutes celles qui ſe treuuerõt és lieux pairs, aſçauoir la ſecõde, quatrieſme, ſixieſme &c. & ſouſtray la ſomme de celles cy, de la ſomme de celles là, le reſte ſera le double du premier nombre penſé. Comme s'il auoit ſongé 2, 3, 4, 5, 6. Toutes les ſommes des deux prochains, auec celle du dernier & premier ſeroyent 5.7.9.11.8. Deſquelles ſi tu prens celles qui ſont és lieux impairs, aſçauoir 5. 9. 8. leur ſomme ſera 22, & ſi tu prens celles qui ſont és lieux pairs à ſçauoir 7. & 11, leur ſomme ſera 18, qui oſtée de 22, reſte 4, dont la moitié 2; eſt le premier nombre penſé. Or vn des nombres penſez eſtant treuué, tu auras aiſément tous les autres, d'autant que tu connois les ſommes qu'ils font eſtans pris deux à deux; Que ſi la multitude des nombres penſez eſt vn nombre pair, fay toy comme au parauant declarer la ſomme d'iceux pris deux à deux; mais à la fin ne demande pas la ſomme du dernier & du premier, ains celle du dernier & du ſecond; en apres adiouſte enſemble toutes les ſommes des lieux impairs, excepté la premiere, & d'autre coſté adiouſte enſemble toutes les ſommes des lieux

lieux pairs, & de la somme de celles cy, soustray la somme de celles là, le reste sera le double du second nombre pensé. Comme si l'on auoit pēsé ces six nombres 2.3.4.5.6.7. Les sommes d'iceux pris deux à deux, auec la somme du dernier & second, seroyent 5.7.9.11.13.10. Mais celles des lieux impairs excepté la premiere sont 9 & 13 qui iointes ensemble font 22. Celles des lieux pairs sont 7.11.10. qui ensemble font 28, d'où si tu soustrais 22, le reste 6. sera le double du second nombre pensé, asçauoir de 3.

DEMONSTRATION.

A 2.	B 3.	C 4.	D 5.	E 6.
F 5.	G 7.	H 9.	K 11.	L 8.

SOyent les nombres pensez A.B.C.D.E. dont la multitude est nombre impair, & la somme du premier & second soit F, celle du second & troisiesme soit G; celle du troisiesme & quatriesme soit H; celle du quatriesme & cinquiesme soit K, & celle du cinquiesme & premier soit L. Maintenant considerons celles qui sont és lieux pairs, à sçauoir G. & K. Il est euident que G contiēt vne partie de F (à sçauoir B) & vne partie de H (à sçauoir C) semblablement K contient vne partie de H (à sçauoir D) & vne partie de L. (à sçauoir E) donques G.K. ensemble cōtienent tout ce qui est contenu en H, & de plus partie des sommes. F. L. premiere & derniere. Tout de mesme s'il y auoit d'auantage de sommes

A 2.	B 3.	C 4.	D 5.	E 6.
F 5.	G 7.	H 9.	K 11.	L 8.

mes,nous preuuerions tousiours que celles des lieux pairs contienent precisément tout ce qui est contenu en celles des lieux impairs interposées,& de plus partie des extremes. Or il appert qu'il reste en F,le nõbre A,qui n'est point contenu en G.& qu'il reste en L;le mesme A; qui n'est point contenu K. Parquoy les sommes F. H. L; surpassent iustement les sommes G, K. du nombre A. pris deux fois.Ce qu'il falloit preuuer.

A 2.	B 3.	C 4.	D 5.	E 6.	M 7.
F 5.	G 7.	H 9.	K 11.	L 13.	N 10.

Soient maintenant les nombres pensez A.B.C. D.E.M. dont la multitude est nombre pair, & la somme du premier & second soit F. celle du second & troisiesme, soit G, celle du troisiesme & quatriesme, soit H; celle du quatriesme & cinquiesme soit K, celle du cinquiesme & sixiesme, soit L. & finalement celle du sixiesme & second soit N. Il est certain,si nous separons le nombre A, des nombres B.C.D.E.M que des restans, la multitude sera nombre impair, & si nous ostons aussi la somme F, d'auec les autres, les restantes asçauoir G.H.K.L. N. seront iustement les sommes des nombres B.C.D.E.M. pris comme cy dessus. Parquoy par ce qui a esté des-ja demonstré les sommes G. K. N. ensemble, surpasseront les sommes H. L, du double du nombre B. Ce qu'il falloit preuuer.

Il

Il appert donc que ceste façon de faire reuiēt à la premiere, en s'imaginant que le premier des nombres pensez, soit osté, & ostant semblablement la premiere somme. On ne laisse pourtant de deuiner ledit premier nombre, d'autant que cognoissant le second B, si on ne le soubstrait de la somme F, le reste sera necessairemēt le premier nombre A; & de la mesme sorte on treuue tous les autres, car ostant B cognu de la somme G, le reste est C, & ostant C de la somme H, il reste D, & ainsi des autres. Parquoy nous auons suffisamment enseigné à deuiner tous les nombres pensez. Ce qu'il falloit faire.

ADVERTISSEMENT.

CEste façon de parfaire ce probleme auec sa demonstration, ie la tiens du R. Pere Iean Chastelier de la Compagnie de Iesus, homme certes tres-expert en toute sorte de Science.

Il est bien vray qu'on pourroit faire le mesme en plusieurs autres façons. Premierement par la regle de deux fausses positions, ou par l'Algebre comme ie laisse iuger à ceux qui sont capables d'en faire experience.

Secondement en vne autre sorte tres-facile, qui est telle. Ioints ensemble toutes les sommes données, & prens la moitié de cela, ce sera la somme de tous les nombres pensez, si la multitude d'iceux est nombre impair. Que si la multitude des nombres pensez est nombre pair, laisse la premiere somme, & ioints ensemble toutes les autres,&prens la moitié de cela;Ce ſera auſſi la ſomme de tous les nombres penſez excepté le premier. Or ſçachant la ſomme de tous les nombres penſez il eſt aiſé de les deuiner tous. Car ſoyent les nombres penſez tels que cy deuant 2. 3. 4. 5. 6. les ſommes ſeront auſſi 5.7.9. 11.8, leſquelles iointes enſemble font 40, dont la moitié 20,eſt là ſomme iuſte de tous les nombres penſez, ce qui eſt euident,car és ſommes 5. 7.9.11.8; il appert que chaſcun des nombres pẽſez eſt contenu deux fois. Partant ſi tu veux deuiner le premier nombre, puiſque tu ſcais que le ſecond & troiſieſme font 7.& que le quatrieſme & cinquieſme font 11, oſtant 7. & 11 (à ſçauoir 18)de la ſomme de tous(à ſçauoir de 20) il faut neceſſairement que le reſte 2, ſoit le premier nombre:& de la meſme façon tu trouueras tous les autres; ou bien te ſeruant de celuy que tu auras ainſi treuué, tu trouueras les autres par ſon moyen comme auparauant. Que ſi la multitude des nombres eſt nombre pair,tu vſeras de ſemblable artifice laiſſant la premiere ſomme, & la cauſe en eſt euidente par la demonſtration donnee.

Troiſieſmement on peut proceder à la ſolution de ce probleme d'vne façon bien differente, qui eſt telle; ſi quelcũ a penſé trois nombres, fais-toy declarer la ſomme d'iceux pris deux à deux,comme il a eſté dit. Mais s'il en a penſé quatre,fais toy manifeſter la ſomme d'iceux pris trois à trois, en tant de façons qu'on les y peut prendre,& s'il en a penſé cinq, fais-les ioindre

quatre

quatre à quatre, s'il en a pensé six, fais-les ioindre cinq à cinq & ainsi des autres. Alors pour deuiner les nombres pensez tien ceste regle generale. Adiouste ensemble toutes les sommes qui te seront manifestees, & diuise la somme d'icelles par vn nombre moindre d'vne vnité que celuy qui exprime la multitude des nombres pensez. Le quotient sera la somme iuste des nõbres pensez, laquelle estant cognue, c'est chose trop aisee de treuuer tous lesdits nombres l'vn apres l'autre. Par exemple qu'on ait songé ces quatre nombres 3. 5. 6. 8. La somme du premier, second & troisiesme, fait 14.

La somme du second, troisiesme, quatriesme fait 19. La somme du troisiesme, quatriesme, premier fait 17. La somme du quatriesme, premier & second fait 16. Ioints ensemble toutes ces sommes, tu auras 66, lequel si tu diuises par 3 (qui est vn moins que 4. exprimant la multitude des nombres pensez) tu auras 22, qui est la somme iuste des nombres pensez. Parquoy si tu ostes de 22. les sommes 14. 19. 17. 16. l'vne apres l'autre, tu trouueras tous les nombres pensez l'vn apres l'autre.

Ceste regle a esté touchee par plusieurs, mais elle est particulierement bien expliquee par Xilandre sur la 16. proposition du premier liure de Diophante. La demonstration en est bien facile, car trois nombres se peuuent ioindre deux à deux en trois façons, mais chascun d'iceux ne sera pris que deux fois, d'autant qu'on en laisse tousiours vn. Et quatre nombres se peuuent ioindre trois à trois en quatre façons, mais chacun d'iceux ne ſera pris que trois fois pour la meſme raiſon. Ainſi cinq nombres ſe peuuent accoupler quatre à quatre en cinq ſortes, mais chaſcun d'iceux ne ſera pris que quatre fois, & ainſi des autres. Dont on peut facilement comprendre la cauſe de ceſte regle.

Quant à ce qu'en la façon inuentee par le P. Chaſtelier (ce qui ſe doibt auſſi entendre de la premiere & ſeconde dont i'ay parlé en cet aduertiſſement) ſi la multitude des nombres penſez eſt nombre pair, il faut ioindre le dernier auec le ſecond, non pas auec le premier, qui en voudroit ſçauoir la raiſon. Ie dis que cela eſt expediét, pource que qui ioindroit le dernier auec le premier, le probleme pourroit receuoir pluſieurs ſolutions, voire infinies ſi l'on admet les fractions, parquoy l'on ne pourroit pas certainement deuiner les nombres penſez, puiſque pluſieurs autres ioints de meſme façon pourroyent faire les meſmes ſommes. Par exemple quand on auroit penſé 3. 5. 6. 8. ſi l'on prend la ſomme du premier & ſecond, qui eſt 8; celle du ſecond & troiſieſme, qui eſt 11. celle du troiſieſme & quatrieſme, qui eſt 14. & celle du quatrieſme & premier, qui eſt 11. L'on ne ſçauroit par là deuiner certainement les nombres penſez, car ſoit que l'on choiſiſſe ces quatre 1. 7. 4. 10. ou bien ces autres 2. 6. 5. 9. ou encor ces autres 4. 4. 7. 7. & encor pluſieurs autres, voire infinis admettant les fractions, on trouuera touſiours les meſmes ſommes en les prenant deux à deux.

Et en effect, si tu te penses seruir en ce cas de la regle donnee, tu la trouueras du tout inutile, car toutes les sommes des lieux impairs iointes ensemble, feront le mesme nombre que les sommes des lieux pairs, comme en l'exemple donné 8 & 14 font le mesme, que 11. & 11. à sçauoir 22. Que si tu veux recourir à la regle de faux, où tu soudras la question du premier abord, posant quelcun des nombres infinis qui la peuuent soudre, ou autrement tu n'en viendras iamais à bout. Quant à la seconde regle que j'ay donné en cet aduertissement, tu trouueras aussi qu'elle ne s'y peut appliquer.

Mais certes il n'y a rien qui descouure mieux le secret, que l'operation de l'Algebre, car apres auoir discouru parfaittement à l'entour du probleme proposé, & poursuiuy toutes les parties d'iceluy, venant à l'equation, tu ne trouueras iamais qu'vn mesme nombre esgal à soy-mesme, comme en l'exemple donné tu trouueras 11. esgal à 11. Qui est vn signe infallible que la question reçoit infinies solutions, comme a tresbien remarqué Pierre Nugnez au 6. chapitre de la premiere partie de son Algebre, & qu'alors elle est solue infiniment comme parle Diophante. Or pour dire ce qui se peut à l'entour de toutes semblables questions, il se faudroit seruir d'vne mienne inuention, par laquelle i'enseigne le moyen en tel cas de treuuer vn nombre au dessus, ou bien au dessoubs duquel, tout nombre pris pour valeur de la racine, peut soudre la question proposee, ou vrayemẽt quelquesfois treuuer deux nombres, entre lesquels tout autre estant pris pour valeur de la racine, on satisfait à la question. Comme en l'exemple proposé, on peut mettre pour le premier nombre pensé tout nombre moindre que 8, & si l'on auoit proposé vne telle question. Treuuer six nombres que la somme du premier & second soit 14; celle du second & troisiesme, soit 9; celle du troisiesme & quatriesme, soit 2; celle du quatriesme & cinquiesme, soit 8. celle du cinquiesme & sixiesme, soit 10. & celle du sixiesme & premier soit 9. Ie preuueray par mõ inuention, que ceste questiõ n'a qu'vne solution en nombres entiers, lesquels sont 6. 8. 1. 1. 7. 3. Mais si l'on admet les fractiõs elle en a infinies; Car tout nombre qu'on mette pour le premier, qui soit plus grand que 5, & & moindre que 7, la solution sera tres-bonne. Or est-il est euident que par le moyen des fractions, entre 5. & 7; on peut prendre infinis nombres, mais il n'y a que 6. d'entier.

Pour contenter aucunement le lecteur studieux, i'expliqueray briefuement ceste mienne inuention à la fin de ce liure, aux subtilitez des nombres qui suiuront les problemes, remettant le traicté parfait & entier de ceste matiere, à mes commentaires sur Diophante, esquels outre cela, ie me fay fort, Dieu aydant, d'expliquer parfaittement ce diuin Autheur, donnant raison & entiere demonstration de toutes ses operations, & corrigeant le texte en plusieurs endroits miserablement depraué.

PRO

PROBLEME VII.

Deuiner vn nombre que quelcun aura en l'imagination sans luy rien demander.

FAIS penser vn nombre à quelcun, & dis luy qu'il le multiplie par quel nombre que tu voudras, & au produit fais adiouster vn certain nombre, tel qu'il te plaira, & fais aussi diuiser ceste somme par quel nombre qu'il te viendra en fantasie. Alors diuise aussi à part toy le nombre par qui tu as fait multiplier, par celuy par qui tu as fait diuiser, & autant d'vnitez, ou parties d'vnité qu'il y aura en ce quotient, autant de fois fais oster le nombre pensé du quotient qui est prouenu à celuy qui a songé le nombre, puis tu deuineras aisément ce qui luy reste, sans luy rien demander. Car ce reste sera tousiours le quotient qui prouient diuisant le nombre que tu as fait adiouster apres la multiplication, par celuy qui a serui de diuiseur. Par exemple quelcun ait pensé 6. fais-le multiplier par 4, viendra 24, à cela fais adiouster 15, la somme sera 39, fais-la diuiser par 3, le quotient sera 13. Or diuisant le multiplicateur 4, par le diuiseur 3, il te prouient $1\frac{1}{3}$ Doncques fais oster du quotient 13. le nombre pensé vne fois, & encor le tiers d'iceluy à sçauoir 6, & encor 2, qui font 8. restera 5. qui est le nombre qui te prouiendra diuisant le nombre adiousté 15. par le diuiseur 3. semblablement s'il auoit songé 8. fais-le multiplier par 6, viendra 48, fais y adiouster 12, viendra 60. fais-le diuiser par 4, viendra 15. & pource que diuisant le multiplicateur par le diuiseur prouient $1\frac{1}{2}$. fais oster de 15. vne fois & demy le nombre pensé, à sçauoir 8 & 4 qui sont 12. Tu deuineras que le reste est 3. qui prouient diuisant le nombre adiousté 12. par le diuiseur 4.

DEMONSTRATION.

A 6.	B 24.	E 8.
H 4.	C 15.	F 5.
K 3.	D 39.	G 13.
	L $1\frac{1}{3}$.	

Soit A. le nombre pensé, qui multiplié par H fasse B, auquel adioustant C. prouienne D & diuisant D. par K. soit le quotient G. & semblablement diuisant les nombres B & C, par le mesme K; soyent les quotiens E. F. & diuisant encor H, par K. soit le quotient L. Or puisque B. & C. ensemble sont esgaux à D, il est certain que les quotiens E. F. ensemble sont esgaux au quotient G. & puisque A multiplié par H. produit B; qui diuisé par *K*, donne le quotient E; il y a telle proportion de A à E. que de *K* à H. par le 1. Theor. Parquoy par l'Aduertissement du 14. Theor il se produira le mesme quotient, soit qu'on diuise E par A, soit qu'on diuise H. par *K*, mais diuisant H par *K*, le quotient est L. par la construction, doncques le mesme L. prouiendra diuisant E par A. & par consequent multipliant A par L, le produit sera E. Partant puisque la regle donnee ordonne que du du quotient G. on fasse oster A autant de fois, & autant de parties d'iceluy, qu'il se retreuue en L d'vnitez, & de parties d'vnité, il est euident que cela est tout le mesme que faire oster du mesme G. le nombre E. Or nous auons monstré que E & F ensemble sont esgaux à G. Donques ostant E de G. le reste sera F, qui te sera infalliblement cogneu, d'autant que G. est le nombre certain que tu as fait adiouster apres la multiplication, qui diuisé par K, donne le quotient F. Parquoy la regle est bonne & suffisamment demonstrée.

ADVERTISSEMENT.

Ce ieu coustumierement se prattique par plusieurs d'vne facon trop particuliere. Car ils font tousiours doubler le nombre pensé, puis adiouster à cela vn nombre pair tel qu'ils veulent, puis partir ceste somme par 2. & du quotient font oster le nombre pensé vne fois, & finalement deuinent que le reste c'est la moitié du nombre pair qu'ils ont fait adiouster. Mais la regle generale que i'ay donné est beaucoup plus belle, & plus subtile, & ce probleme ainsi prattiqué bien qu'il soit aisé à celuy qui est expert à bien manier les nombres, semble neantmoins admirable aux autres, & l'artifice d'iceluy ne peut estre facilement descouuert, encor est-il euident que la façon commune sus alleguée reuient à la mienne, & n'est que comme vn eschantillon d'icelle. Car puis que le multiplicateur & le diuiseur n'est que le mesme 2. diuisant l'vn par l'autre, il prouient 1. dont il appert que du dernier quotient il ne faut faire oster qu'vne fois le nombre pensé, & le reste sera infalliblement la moitié du nombre adiousté, à cause que le diuiseur est 2.

Que si l'on m'obiecte qu'on ne peut aisément prattiquer ce probleme si generablement que i'ay monstré, si l'on n'est bien versé en l'Arithmetique, à cause que le plus souuent il y interuient des fractions, dont tout le monde ne se sçait pas bien escrimer. Ie respons premierement que ie n'escris pas principalement pour ceux qui sont du tout ignorans comme i'ay des-ja protesté, & qui sont si hebetez & tardifs à comprendre les proprietez des nombres, qu'ils font trouuer Pithagore vn effronté menteur, disant que l'ame de l'homme n'est rien qu'vne nombreuse harmonie. En apres ie dis qu'on peut prattiquer ce ieu en infinies façons, sans toutesfois tomber en fractions, & pour aider les plus foibles i'en veux donner les moyens.

Prens pour multiplicateur quel nombre que tu voudras, pourueu que tu prenes pour diuiseur, ou le mesme nombre, ou vn autre qui le mesure, & que le nombre que tu fais adiouster, soit aussi mesuré par le mesme diuiseur. Comme si l'on auoit songé 7. fais le multiplier par 5. viendra 35. Et d'autant que 5. n'a point de nombre qui le mesure sinon luy mesme, tu es contraint de prendre aussi 5. pour diuiseur, & par consequent de faire adiouster vn nombre mesuré par 5. comme 10. qui adiousté à 35. fera 45. qui diuisé par 5. donne 9. duquel si tu fais oster vne fois le nombre pensé (pource que le multiplicateur diuisé par le diuiseur donne 1.) le reste sera 2. qui prouient aussi diuisant 10. par 5. Que si tu prens pour multiplicateur le nombre 6. tu pourras prẽdre pour diuiseur ou le mesme 6. ou 3. ou 2. Par exemple soit 7. le nombre pensé comme auparauant, fais le multiplier

multiplier par 6. viendra 42. & si tu veux choisir pour diuiseur 3. fais adiouster vn nombre qui ait tiers comme 15. viendra 57. qui diuisé par 3. donne 19. duquel fais oster deux fois le nombre pensé (à cause que le multiplicateur 6. diuisé par le diuiseur 3. donne 2.) restera 5. qui prouient aussi diuisant 15. par 3.

En outre si tu ne te veux point assubiectir à prendre pour multiplicateur vn nombre qui soit mesuré par le diuiseur, tu te peux exempter de cette peine en ceste sorte. Choisis premierement en toy mesme quel diuiseur que tu voudras, & commande à celuy qui songe le nombre d'en penser vn qui soit mesuré par ton diuiseur jà preueu, cõme si tu veux faire diuiser par 3. dis luy qu'il songe quelque nombre qui ait tiers, & si tu te proposes de faire diuiser par 4. dis luy qu'il songe quelque nombre qui ait quart & ainsi des autres. Car alors il n'importera par quel nombre tu fasses multiplier, pourueu que tu fasses tousiours adiouster vn nombre, qui soit mesuré par ton diuiseur. La cause de tout cecy ie la laisse chercher au curieux Lecteur, elle est bien aisée à treuuer, & ne depend que du 10. 11. & 12. Axiome du 7. d'Euclide.

PROBLEME VIII.

Deux nombres estans proposez, l'vn pair & l'autre impair, deuiner de deux personnes lequel d'iceux chascune aura choisi.

SOyent par exemple Pierre & Iean ausquels tu ayes proposé deux nombres l'vn pair & l'autre l'autre impair comme 10. & 9. & que chascun d'eux choisisse vn de ces nombres à t'on insçeu. Lors pour deuiner lequel chascun aura choisi. Prens aussi deux nombres l'vn pair,& l'autre impair,comme 2.& 3. & fay multiplier celuy que Pierre aura choisi, par 2. & celuy que Iean aura choisi,ar 3.Apres fay ioindre ensemble les deux produicts,& que la somme te soit manifestée,ou bié demande seulement si ceste somme est nóbre pair ou impair, ou par quelque moyen plus secret tasche de le descouurir,cóme leur commandant d'en prendre la moitié. Car sçachant cela tu viendras aisément à bout de t'on arréte, d'autant que si laditte somme est nombre pair, infalliblement le nombre que tu as faict multiplier par ton impair (asçauoir par 3) c'estoit le nombre pair (asçauoir 10) Que si ladicte somme est nombre impair,le nombre que tu as fait multiplier par ton impair (asçauoir par 3) estoit infalliblement le nombre impair(asçauoir 9) Comme si Pierre auoit choisi 10. & Iean 9. fay multiplier par 2.celuy de Pierre,& par 3. celuy de Ieá, les produits seront 20. & 27. dont la somme est 47. nombre impair, dont tu coniectures que celuy que tu as faict multiplier par 3.c'est le nombre impair, & partant, que Iean auoit choisi 9. & Pierre 10. Que si tu fais multiplier par 2. celuy de Iean , & celuy de Pierre par 3. Les deux produicts seront 18 & 30. dont la somme est 48.nombre pair, dont tu recueillis que celuy qui a esté multiplié par 3. c'est le nombre pair , & partant que Pierre a choisi 10. Iean 9.

DEMONSTRATION.

LA demonstration de cecy est tres-facile & ne depend que de la 28.& 29. du 9. car comme on peut inferer de la 21.du mesme liure,le nombre pair par quel nõbre qu'il soit multiplié fait tousiours vn nombre pair,mais l'impair est bien de differente nature,car s'il est multiplié par vn pair,le produit est pair par la 28. & s'il est multiplié par vn impair,le produit est impair par la 29. Parquoy si faisant ce ieu, il se rencontre que le nombre pair soit multiplié par ton impair tous deux les produicts seront pairs,car aussi de l'autre costé vn pair sera multiplié par vn impair, & par consequent la somme sera infalliblement nombre pair par la 21. ja citée. Mais s'il te remonstre que tu fasses multiplier le nombre impair par ton impair, on multipliera d'autre costé le pair par le pair, & partant le premier produict sera impair, le second pair. Doncques la somme des deux sera nombre impair comme a demonstré Clauius sur la 23.du 9.

ADVERTISSEMENT.

Ce ieu ne reçoit autre diuersité, sinon que l'on peut choisir quels deux nombres que l'on veut, & faire multiplier par lesquels d'eux que l'on veut, pourueu que l'vn soit tousiours pair, l'autre impair. Il est vray que i'ay inuenté les deux suiuans à l'imitation de cestuy cy, qui seront à propos pour faire le mesme effect en differentes manieres.

PROBLE

PROBLEME IX.

Faire le mesme en deux nombres pairs, dont l'vn soit pairement pair, & l'autre pairement impair seulement.

QV'ils choisissent par exemple l'vn 6. & l'autre 8. Prens comme auparauant deux nombres dont l'vn soit pair, & l'autre impair, comme 2. & 3. & fais aussi multiplier l'vn des nombres choisis par 2. l'autre par 3. & ioindre les produits, & que la somme te soit manifestée, ou biẽ t'enquiers si ladicte somme est nombre pairement pair, ou non; ce que tu pourras sçauoir, faisant prendre la moitié d'icelle, & derechef la moitié de la moitié : car si la moitié de la somme est nombre pair, la somme est nombre pairemẽt pair, par l'aduertissement du 4. Theor. & si la moitié de la somme est nombre impair la somme est nombre pairement impair seulement par la 39. du 9. Or si la susdicte somme est nombre pairement pair, sois asseuré que le nombre que tu as faict multiplier par l'impair, comme par 3. est le nombre pairement pair (à sçauoir 8.) Que si ladicte somme est nombre pairement impair seulement, sois certain que le nombre que tu as fait multiplier par ton impair (à sçauoir par 3) est le nombre pairement impair seulement (à sçauoir 6.) ie t'en laisse faire l'experience, car c'est chose bien-aisée.

DEMONS

DEMONSTRATION.

NOus auons demonstré au 10. Theor. qu'vn nombre pairement pair, par quel nombre qu'il soit multiplié, produit tousiours vn pairement pair. Mais le nombre pairement impair seulement, s'il est multiplié par vn pair, produit vn pairement pair par le 12. Theor. & s'il est multiplié par vn impair, produit vn pairement impair seulement, par le 11. Theor. Partant s'il se rencontre que tu fasses multiplier par l'impair, le nombre pairement pair; le produit sera pairement pair; qui estant adiousté à l'autre produit qui est aussi pairement pair, prouenant de deux nombres pairs multipliez ensemble, la somme sera infalliblement vn nombre pairement pair, car deux pairement pairs ioints ensemble, font vn pairement pair, d'autant que chascun d'iceux estant mesuré par le quaternaire, il faut que la somme d'iceux soit aussi mesurée par le mesme quaternaire, & par consequent ladicte somme est nombre pairement pair par le 6. Theor. Que s'il aduient que tu fasses multiplier par l'impair le nombre pairement impair seulement, le produit sera pairement impair seulement, auquel adioustant l'autre produit qui est tousiours pairement pair par la raison cy dessus alleguée, la somme sera necessairement vn nombre pairement impair seulement par le 9. Theor. partant il appert de la moitié de la regle donnée.

PROBLEME X.

Faire le meſme en deux nombres impairs premiers entre eux.

DOnne à choiſir aux deux perſonnes, deux nombres qui ſoyent impairs & premiers entre eux comme 9 & 7. pourueu que l'vn d'iceux ſoit nombre composé comme eſt 9. & pres ſemblablement pour tes multiplicateurs deux nombres premiers entre eux, mais il n'importe pas qu'ils ſoyent tous deux impairs, pourueu que l'vn d'iceux meſure l'vn des autres deux que tu as donné à choiſir. Par exemple pren 3. & 2. qui ſont premiers entre eux, & l'vn d'iceux à ſçauoir 3. meſure l'vn des autres à ſçauoir 9. & fay multiplier comme auparauant l'vn des nombres choiſis par 3. l'autre par 2. & que la ſomme des deux produits te ſoit manifeſtée ou bien enquier toy ſi laditte ſomme eſt meſurée par celuy de tes multiplicateurs qui meſure l'vn des nombres choiſis, comme en l'exemple donné fay moyen de ſçauoir ſi la ſuſdicte ſomme eſt meſurée par 3. en commandant qu'on prenne le tiers d'icelle. Par là tu deuineras infalliblement lequel des deux nombres chaſque perſonne a choiſi. Car ſi ladicte ſomme eſt meſurée par 3. c'eſt ſigne que le nombre que tu as fait multiplier par 3. eſt celuy que le meſme 3. ne meſuroit pas à ſçauoir 7. Que ſi ladicte ſomme n'eſt

pas

pas mesurée par 3, c'est signe que le nóbre que tu as fait multiplier par 3, est celuy mesme que tu mesuroit, à sçauoir 9. & de mesme façon procedera la regle si tu donnes des autres nombres à choisir, & que tu en prennes des autres pour multiplicateurs, pourueu qu'ils ayent les conditions requises.

DEMONSTRATION.

A 9.	B 7.
D 3.	E 2.
F 27.	G 14.
H 21.	K 18.

SOyent les deux nombres choisis A B. tous deux impairs, & premiers entre eux, pourueu que l'vn comme A soit nombre composé (ce qui est necessaire, d'autant que nous supposons que l'vn d'iceux soit mesuré par vn autre nõbre) & prenons aussi deux nombres D.E. premiers entre eux, pourueu que l'vn d'eux comme D, mesure le nombre A. Maintenant qu'on multiplie A, par D., & soit fait F, & qu'on multiplie B. par E. & soit fait G. Ie dis que D ne peut mesurer la somme des deux nombres F G. Car puisque D. multipliant A. produit F. il est certain que D. mesure F. par A. Parquoy si D mesuroit la somme des deux F G. Il s'ensuiuroit que le mesme D mesureroit aussi G. ce qui est impossible; d'autant que A. & B. estant premiers entre eux, & D mesurant A, il faut dire que D est premier à B. par la 25. du 7. mais par l'hypotese, le nombre E, est aussi premier au mesme D. doncques

E tous

tous les deux B. E sont premiers à D:& par consequent le produit de leur multiplication, à sçauoir G est premier au mesme D par la 26. du 7. Partant il est impossible que D mesure G. Voi là donc vne partie de la regle demonstree.

En apres D. F. multipliant B, produise H & E multipliant A, produise K. Ie dis que D mesure la somme des deux H. K. Car en premier lieu puisque H est produit multipliant D par B, il appert que D mesure H. secondement puisque E multipliát A, produit K, il s'ensuit que A mesure K. Or est-il que par l'hypotese D mesure A; dócques le mesme D mesure aussi K. Parquoy puisque D mesure les deux H. K. Il mesurera aussi la somme d'iceux. Ce qu'il falloit preuuer.

ADVERTISSEMENT.

Ceste regle ne s'estend pas seulement aux nombres impairs, mais elle peut auoir lieu encor que l'vn des nõbres choisis soit pair & l'autre impair, pourueu qu'ils soyent premiers entre eux, & que tu prenes tousiours pour multiplicateurs deux nombres aussi premiers entre eux, & dont l'vn mesure l'vn des autres. Par exemple prenant les mesmes multiplicateurs 3. & 2, tu pouuois donner à choisir les deux nombres 8. & 7. & alors le 2. eut esté celuy de tes multiplicateurs qui t'eust guidé pour deuiner, d'autãt que c'est luy qui mesure 8. & certes il est euident que la demonstration est generale pour tous nõbres premiers, soit qu'ils soyent impairs, ou non, pourueu qu'ils obseruent toutes les autres conditions requises. Il est vray que ny les nombres choisis,

ny

ny les multiplicateurs, ne peuuēt estre tous deux pairs à cause que deux nombres pairs ne sont iamais premiers entre eux, ains ont tousiours le binaire pour commune mesure.

PROBLEME XI.

Deuiner plusieurs nombres pensez pourueu que chascun d'iceux soit moindre que dix.

FAis multiplier le premier nōbre pensé par 2, puis adiouster 5. au produit, & multiplier le tout par 5; & à cela adiouster 10; puis y adiouster le second nōbre pensé, & multiplier le tout par 10, puis y adiouster le troisiesme nombre pensé; & si l'on a pensé dauantage de nombres, fais encor multiplier cela par 10. puis adiouster le quatriesme nōbre, & ainsi fais tousiours multiplier par 10. & adiouster vn des autres nombres pensez. Alors fais-toy declarer la derniere somme; & si l'on n'a pensé que deux nombres, soubstrai d'icelle somme 35. & du reste le nombre des dizaines, te monstrera le premier nombre pensé, & le nombre des nombres, le second. Que si l'on a pensé trois nombres, oste de la derniere somme 350. & du reste le nombre des centaines exprimera le premier nombre pensé, celuy des dizaines le second, celuy des nombres le troisiesme: & de mesme façon tu procederas tousiours à deuiner dauantage de nombres, comme si l'on en a pensé quatre, tu soubstrairas de la derniere somme 3500, & du reste le nombre des mille exprimera le premier nombre pensé, celuy des centaines le second, celuy des dizaines le troisiesme, & celuy des nombres le quatriesme. Par exemple les quatre nombres pensez soyent 3. 5. 8. 2. fais doubler le premier viendra 6. auquel adioustant 5. vient 11; qui multiplié par 5. donne 55. auquel adioustant 10, vient 65, auquel adioustant le second nombre, vient 70 qui multiplié par 10. fait 700. auquel adioustant le troisiesme nombre, vient 708 qui multiplié par 10. fait 7080, auquel adioustant le quatriesme nombre, vient 7082. Que si tu en soubstrais 3500, le reste 3582, qui exprime par ordre les quatre nombres pensez.

DEMONSTRATION.

CE probleme imite entierement l'artifice du 3. & tous deux ont presque le mesme fondement. Car comme nous auons demonstré en ce lieu là, doubler vn nombre, puis y adiouster 5, & multiplier le tout par 5, puis adiouster 10, cela est autant que multiplier le nombre par 10, & au produit adiouster 35. Or tout nombre estant multiplié par 10, le produit contient vn nombres precis de dizaines, & par consequent en escriuant ce produit la, la derniere figure se treuue vn zero, & la premiere est le mesme nõbre qui a esté multiplié par 10. Parquoy si à ce produit on adiouste quelque autre nombre moindre que 10, La premiere figure ne change point,

point, & la seconde se treuue le mesme nombre adiousté au lieu du zero. Doncques la cause est manifeste, pourquoy quand on a pensé deux nombres, apres que l'operation est faitte selon qu'il a esté dit, il faut de la derniere somme oster 35 (qui est vn nombre superflu qu'on fait adiouster subtilement pour cacher l'artifice) & du reste le nombre des dizaines est necessairement le premier nombre pensé, & celuy des nombres est le secõd. Par mesme raison quand on a pensé trois nombres, puisque apres auoir fait tout le mesme qu'en deux, on multiplie le tout par 10, & on adiouste le troisiesme nombre pensé, il est euident que le premier qui auoit desia esté multiplié par 10, se treuue alors multiplié par 100. & le second se treuue multiplié par 10, & le troisiesme se treuue mis au lieu d'vn zero qui seroit en la place des nombres, & pource que le nombre superflu 35. s'est aussi multiplié par 10, il est chãgé en 350. Dõt il appert assez de la cause de la regle donnee, & la mesme demonstration a lieu en quatre, cinq, six, ou plusieurs nombres, comme il est euident. L'on peut aussi, de ce qui a esté dit, comprendre la raison de la condition apposee à la proposition du probleme, qu'il faut que chascun des nombres pensez soit moindre que 10. Car si quelcun d'iceux estoit plus grand que 10, il feroit augmenter la figure precedente, d'autant d'vnitez qu'il y auroit de dizaines en iceluy, comme il appert par la regle d'Addition. Parquoy nostre regle se rendroit inutile.

ADVERTISSEMENT.

Ceste regle que i'ay donné fort generalement est appliquee par plusieurs à diuerses choses particulieres.

Les vns s'en seruent pour deuiner combien il y a de points en chasque dez de tant qu'on en aura getté, & la prattique en est bien aisee car les points d'vn dé ne peuuent iamais passer 6, & ne se faut qu'imaginer que les points dechasque dé sont vn nombre pensé, & la regle est du tout la mesme.

Les autres s'en seruent pour deuiner qui de plusieurs personnes aura pris vne bague, en quelle main il l'aura, en quel doigt, & en quelle iointure & alors il faut disposer les personnes par ordre, tellement qu'vne soit premiere, l'autre seconde, l'autre troisiesme &c. Semblablement il se faut imaginer que des deux mains l'vne est premiere, l'autre est secõde, & aussi que des cinq doigts de la main, l'vn est premier, l'autre second, l'autre troisiesme &c. & faire encor le mesme des iointures de chaque doigt. Parquoy ce ieu n'est riẽ autre que deuiner quatre nombres pensez. Par exemple supposons que la quatriesme personne ait la bague, en la seconde main, au cinquiesme doigt, en la troisiesme iointure, fais doubler le nombre de la personne, viendra 8. auquel adioustant 5, vient 13. qui multiplié par 5, donne 65, auquel adioustant 10, vient 75. & y adioustant le nombre de la main, prouient 77. qui multiplié par 10. donne 770. auquel adioustant le nombre du doigt, vient 775. qui multiplié par 10, donne 7750. auquel adioustant le nombre de la iointure, vient 7753. duquel il faut soubstraire 3500 & le reste sera 4253. dont les figures expriment, tout ce qu'on veut deuiner. Que si l'on l'on voulait deuiner seulement de plusieurs personnes, laquelle a la bague, & en quel doigt, ce ne seroit que deuiner deux nombres pensez, mais il faut prendre garde qu'en ce cas on s'imagine en chasque personne dix doigts disposez par ordre, parquoy il peut arriuer qu'une personne ait la bague au dixiesme doigt, & partant alors à un nombre precis de dixaines adioustant 10, il te fera aussi un nombre de dizaines precis, mais plus grãd d'un qu'auparauant; Parquoy apres la soubstraction, il restera zero, en la place des nombres. Doncques cela t'arriuant sois asseuré que pour deuiner le nombre de la personne, il te faut oster 1. du nombre des dizaines, & dire que telle personne a la bague au dixiesme doigt. Par exemple que la sixiesme personne ait la bague au dixiesme doigt. fais doubler le nombre de la personne, viendra 12, auquel adioustant 5 vient 17. qui multiplié par 5, fait 85, auquel adioustant 10, fait 95, & à cela adioustant encor le nombre du doigt, vient 105, d'où si tu ostes 35, reste 70. Où tu vois clairement que le nombre des dizaines surpasse d'un, le nombre de la personne.

Pour diuersifier la prattique de ce probleme, il ne faut que bien entendre ce que i'ay dit en l'aduertissement du 3. cy dessus. Car premierement bien que les multiplicateurs ne se puissent bonnement changer: (d'autant qu'il faut tousiours qu'apres auoir adiousté chasque nombre, l'on multiplie le tout par 10) toutesfois on y peut encor proceder auec quelque diuersité, car puisque multiplier par 2, & puis par 5, c'est autant que multiplier par 10, il appert qu'au commencement on pourroit faire multiplier le premier nombre par 10, au lieu de doubler, puis multiplier par 5. Ou bien faire en premier lieu multiplier par 5, puis par 2. Semblablement apres qu'on a adiousté quelqu'un des autres nombres, au lieu de faire multiplier le tout par 10, on pourroit faire multiplier par 2, puis par 5, ou bien par 5. puis par 2.

Secondement quand aux nombres superflus que l'on fait adiouster pour couurir l'artifice, & dont la somme se soubstrait à la fin, ils se peuuent changer comme l'on veut & par ainsi la reigle se peut diuersifier en infinies manieres, la cause en est euidente, par ce que i'ay dit en l'aduertissement du 3. probleme. Par exemple soyent les quatre nombres pensez 4. 2. 5. 3. comme cy dessus. Fay multiplier le premier par 5 viendra 20. fais y adiouster 8. viendra 28. Fay doubler cela, viendra 56. fais y adiouster le second nombre pensé, viendra 58. fay multiplier cela par 10. viendra 580. fais y adiouster 12. viendra 592. fais y adiouster le 3. nombre pensé, viendra 597. Fais le doubler viendra 1194. fais y adiouster 6. viendra 1200. fais le multiplier par 5. viendra 6000. auquel adioustant le dernier nombre pensé viendra 6003. Or parce qu'apres auoir adiousté 8. on a doublé, c'est autant que si l'on auoit doublé 8. qui fait 16. lequel multiplié 10. fait 160. auquel adioustant 12. vient 172. qui doublé fait 344. auquel adioustant 6. vient 350. qui multiplié par 5. donne 1750. Partant le nombre qu'il faut soubstraire est 1750. qui osté de 6003. reste 4253. qui exprime les quatre nombres pensez.

PROBLEME XII.

Quelqu'vn ayant pris en ses deux mains certains nombres d'vnitez, dont la proportion seulement soit cogneuë deuiner apres quelques changemẽs, cõbien il luy en reste en vne main.

Quelqu'vn

QVelqu'vn ait pris en la main droicte certain nombre d'vnitez, comme de gettons, & qu'il en prenne aussi certain nombre en la main gauche, pourueu qu'il te declare seulement la proportion de ces deux nombres. Par exemple qu'il en ait 15. en la main droicte & 12 en la gauche, alors il te dira que le nombre de ceux de la droicte, au nombre de ceux de la gauche est en proportion d'vn & vn quart. Partant fais luy mettre de la gauche en la droicte quel nombre de gettons que tu voudras, pourueu qu'il se puisse faire, & qu'il ait partie semblable à celle ou à celles qui seront exprimées au denominateur de la proportion, comme en l'exéple donné, où le denominateur est $1\frac{1}{4}$ fay luy mettre de la gauche en la droicte quelque nombre qui ait quart, comme 8. en apres dis luy qu'il en remette de la droicte en la gauche autant qu'il en est demeuré en la gauche selon le denominateur de la proportion, à sçauoir qu'il y en remette vne fois, & vn quart autant qu'il y en est demeuré & pource que de 12. ostant 8. il demeure 4. il est certain qu'il y en remette 5. & en tout il s'en trouuera lors 9. en la gauche. Adonc tu deuineras ce qui luy reste en la droicte par tel artifice. Pren le dominateur de la proportion asçauoir $1\frac{1}{4}$. adioustes y 1. viendra $2\frac{1}{4}$ multiplie par $2\frac{1}{4}$. le nombre qu'en premier lieu tu as fait transporter de la gauche en la droicte, à sçauoir 8. viendra 18. le nombre que tu veux deuiner.

Autre exemple, qu'il prenne 39. iettons en la droicte, & 15. en la gauche qui est vne proportion de 2 $\frac{3}{5}$. Dis luy que de la gauche en la droicte il mette vn nombre qui ait cinquiesme comme 10. Alors il en aura 49. en la droicte, & restera 5. en la gauche. En apres dis-luy qu'il en remette de la droicte en la gauche deux fois autant qu'il y en est demeuré, & les trois cinquiesme, du mesme nombre qui est demeuré, & il y en remettra 13. parquoy en tout il en aura lors en la gauche 18. Mais ru deuineras ce qui luy reste en la droicte, si tu adioustes 1. au denominateur de la proportion, car il viendra 3 $\frac{3}{5}$ par qui multipliant 10. le nombre que du commencement tu as fait transporter de la gauche en la droicte, tu auras 36. le nombre iuste qui luy reste en la droicte.

DEMONSTRATION.

A . . . . . C . . . . B
D . . . . H . . . . G.
K 1 $\frac{1}{4}$

LE nombre de la main droite soit A B, & celuy de la gauche D G; & le dominateur de la proportion qu'a A B, à D G, soit K: & qu'on adiouste le nombre cogneu H G, auec A B, puis qu'auec le reste D H, on ioigne le nombre A C, qui garde auec D, H, la mesme proportion exprimée par le denominateur K. Alors ie dis que la somme des deux C B. H G. sera cogneüe Car puisque il y a telle proportion de tout A B. à tout D G. que du nombre est A C, au nombre osté D H. il s'ensuit que le reste C B, au reste H G. a aussi la mesme proportion. Parquoy puisque H G est cogneu si par le denominateur K on on multiplioit H G, on auroit, le nombre C B. & partant si on multiplie H G par vn nombre plus grand d'vn que K, il prouiendra la somme des deux C B, H G, comme il appert.

ADVERTISSEMENT.

Si le denominateur K. est nombre entier (ce qui aduiendra si la proportion de A B, à D G, est proportion multiple, ou d'esgalité) la prattique de ce ieu n'a nulle difficulté, & n'importe quel nombre soit H G, qu'on fait transporter du commencement de D G, en A B. Mais si K a quelque fraction adiointe, alors pour euiter les fractions qui ne peuuent estre admises en ce probleme, il est necessaire (comme il a esté dit en la regle) que H G soit vn nombre ayant telle partie, quelle est exprimée au denominateur K. Car cela supposé nous ne pourrons tomber en fractions, d'autant que si A B. contient D G. vne ou plusieurs fois, & encore quelque partie ou quelques parties dudict D G. il est necessaire que D G. ait telle partie quelle est exprimee par le denominateur de la fraction contenue en K. Partant ledit denominateur de ladicte fraction mesure tout le nombre D G. Donques si nous supposons que le mesme denominateur mesure aussi H G, il s'ensuiura que le mesme mesurera aussi le restant D H. Parquoy D H. aura la mesme partie, ou les mesmes parties exprimées en K, Doncques nous pourrons sans fraction prendre le nombre A C, qui ait mesme proportion à D H. que A B. à D G.

Or de la practique & de la demonstration donnée, il appert, qu'il faut tousiours faire transporter le nombre cogneu du commencement, de la main où est le moindre nombre

nombre, en celle où est le plus grand, partant il faut que celuy auec qui tu fais le ieu te manifeste en quelque main est le plus grand, & en quelle main est le moindre nombre, sinon que la proportion des deux nombres soit proportion d'esgalité, asçauoir qu'il y ait autant de gettons en vne main qu'en l'autre. Car alors il n'importe ny quel nombre on fasse transporter, ny de quelle main. Et i'aduertis le Lecteur que c'est en ceste derniere façon seule que par cy deuant on a practiqué ce ieu. Parquoy la reigle generale que i'ay donnée est de mon inuention, comme aussi celle du suiuant.

PROBLEME XIII.

Faisant le mesme qu'auparauant, deuiner apres les mesmes changemens, combien il y a d'vnitez en chasque main, & combien il y en auoit du commencement.

POsons le cas comme cy dessus, qu'on eut pris 15. gettons en la main droite, & 12. en la gauche, & qu'on en eut transferé 8. de la gauche en la droicte, & qu'on en eut remis de la droicte en la gauche vne fois & quart autant qu'il y en estoit demeuré. Alors puis que par la regle precedente tu sçais ce qui reste en la droicte, n'é fay nul semblant, mais demande encor quelle proportion il y a du nombre qui se treuue en vne main, à celuy qui se treuue en l'autre, car si tu sçais telle proportion, l'vn des nombres t'estãt cogneuë, tu cognoistras infalliblement l'autre, comme en l'exemple donné

donné, si l'on te dit qu'apres les changemens faits il y a deux fois autant de gettons en la droicte, qu'en la gauche, puis que par la regle precedente tu sçais qu'il y en a 18. en la droicte, tu és bien asseuré qu'il y en a 9 en la gauche. Parquoy la premiere partie de ce probleme est bien aisée, & porte auec soy sa demonstration.

Maintenant si tu veux deuiner combien il y auoit de gettons du commencement en chasque main, puis que tu sçais par la premiere partie la somme de tous les gettons (car en l'exemple donné sçachant que les changemens faits il y en a 18. en l'vne, & 9 en l'autre, tu sçais que la somme de tous est 27) & puis que tu sçais aussi que le nombre de la droicte du commencement contenoit celuy de la gauche vne fois & quart; il te conuiét diuiser la somme cognue (à sçauoir 27) en deux nombres qui obseruent la proportion de $1\frac{1}{4}$. Or pour diuiser tout nombre donné en deux qui obseruent entre eux telle proportion que l'on voudra, sers toy de ceste regle. Prens les deux moindres nombres qui obseruent la proportion requise, & les adiouste ensemble & par la somme d'iceux diuise le nombre donné, & par le quotient multiplie les deux moindres nombres, obseruans la proportion requise, tu trouueras les nombres que tu cherches. Comme en l'exemple donné où il faut diuiser 27 en deux nombres, obseruans la proportion de $1\frac{1}{4}$. Pren 5. & 4. les moindres nombres qui gardent ladicte proportion, leur somme sera 9. par qui diuisant 27. le quotient est 3. qui multipliant 5. & 4. te donné 15. & 12. les nombres

bres que tu cherchois. Tu deuineras donc que du commencement il y auoit 15. gettons en la main droicte, & 12. en la gauche.

DEMONSTRATION.

LA premiere partie de ce Probleme est euidente de soy mesme, & ne requiert pas autre demonstration. Car cognoissant vn nombre, & la proportion qu'il a auec vn autre, il est certain que cet autre là se peut cognoistre facilement, multipliant, ou diuisant le nombre cogneu par le denominateur de la proportion cogneuë, selon qu'il est le plus grand, ou le moindre terme de la proportion.

Quand à la seconde partie elle est aussi toute demonstrée, si l'on demonstre la façon de diuiser vn nombre donné en deux nombres, qui obseruét la proportion donnée. Soit donc proposé le nombre A, qu'il faille diuiser en deux, gardans la proportion, dont le denominateur est B. Ie prens les deux C D. les moindres qui obseruent la proportion donnée, & les ioignant ensemble, leur somme soit E. & diuisant A. par E, soit le quotient F: & multipliant les deux C D, par F. soyent les produits G. H. Ie dis que G. H. sont les nombres cherchez. Car premierement il est clair qu'ils obseruent la proportion requise, d'autant que le mesme F. multipliant les deux C D, a produit les deux G. H. en apres, que les

A 27.	B $1\frac{1}{4}$.
C 5.	D 4.
E 9.	F 3.
G 15.	H 12.

les mesmes G. H. ioints ensemble fassent A, ie le preuue. Car puis que E diuisant A, dóne pour quotient F, il appert que F. multipliant E, produira, A. Or est-il que E est esgal aux deux C D, Donques par la premiere du second d'Euclide, les deux nombres qui se produisent multipliant C, & D, par F. (asçauoir les deux G. H) ioints ensemble seront esgaux à A, qui se produit multipliant E, par le mesme F. Ce qu'il falloit demonstrer.

ADVERTISSEMENT.

Pour prattiquer subtilement ce probleme, & le precedent, il faut en faire comme ces trois. Premierement on se peut seruir du precedent pour vn. Secondement on se peut seruir de la premiere partie de cestuy cy pour vn autre, mais alors il ne faut point faire semblant de sçauoir ce qui reste en vne main les changemens faits. Troisiesmement on se peut encor seruir de la seconde partie de ce probleme pour vn troisiesme ieu, qui semblera peut estre plus admirable que les deux autres, mais alors aussi il ne faut point monstrer ny de sçauoir ce qui reste en vne des mains apres les changemens, ny ayant demandé la seconde fois la proportion des vnitez restantes en chasque main, il ne faut point faire semblant de sçauoir le nombre desdictes vnitez, mais il faut diuiser secrettement la somme d'icelles en deux parties, qui obseruent la proportion premiere, en la façon que i'ay enseigné, & deuiner par ce moyen combien il y auoit au commencement d'vnitez en chasque main.

Ie t'aduertis encor, que ce que i'ay dit de prendre les deux moindres termes obseruans la proportion donnée,

comme

comme C D. n'est pas absolument necessaire, car bien qu'on print des autres nombres en la mesme proportion, cela n'importeroit pas comme il appert par la demonstration, mais ie fais prendre les moindres pour plus grande facilité en operant, d'autant que les plus petits nombres sont plus aisez à manier.

PROBLEME XIV.

Plusieurs dez estans iettez, deuiner la somme des points adioustez ensemble d'vne certaine façon.

PAR exemple qu'on ait ietté trois dez à ton insçeu, fais adiouster par quelcun les points d'iceux ensemble, puis laissant vn d'iceux à part en l'estat qu'il est, fais prendre des autres deux les points de dessoubs, à sçauoir ceux qui sont en la partie du dé apposee à celle de dessus qui paroit sur la table, & qu'on adiouste ces points à la somme des precedens, puis qu'on reiette derechef ces deux dez, & qu'on adiouste les points d'iceux, qui paroissent dessus, à la susditte somme, & qu'on en laisse vn d'iceux en l'estat qu'il est auec le premier, & que du troisiesme on prenne les points de dessoubs, & qu'on les adiouste aux autres: finalement qu'on reiette ce troisiesme, & qu'on adiouste à la susditte somme les points d'iceluy qui paroissent dessus, & qu'on le laisse en l'estat qu'il est auec les deux autres. Lors t'approchant de la table & regardāt les points des trois dez qui paroissent dessus,

sus, tu les adiousteras ensemble, & à leur somme adiousteras encor 21, & tu deuineras la somme de tous les points adioustez ensemble, en la façon, que i'ay dit. Comme si la premiere fois les points des trois dez sont 5. 3. 2. Leur somme sera 10. & laissant vn d'iceux à part tourné comme il est, à sçauoir le 5. qu'on prenne les points opposez du 3. & du 2, on treuuera 4, & 5, qui adioustez à 10, font 19. Puis qu'on reiette ces deux dez, & que les points d'iceux paroissans dessus soyent 4, & 1, qui adioustez à 19, feront 24: & laissant le 4 à part auec le premier, qu'on prenne les points opposez de l'autre, qui sont 6, qui adioustez à 24, font 30. finalement qu'on reiette ce mesme dé, & que les points de dessus d'iceluy soyent 2, qui adioustez à 30. font 32. & qu'on laisse aussi ce dé en l'estat qu'il est auec les autres. Lors t'approchant & regardant les trois dez, tu trouueras que les points paroissans dessus sont 5. 4. 2. dont la somme est 11. à qui si tu adioustes 21, comme i'ay dit, tu auras 32. la somme requise. Ce ieu se peut aussi prattiquer en tant de dez que l'on voudra, comme i'enseigneray en l'aduertissement.

DEMONSTRATION.

CE ieu peut sembler admirable à ceux qui en ignorent la cause, & toutesfois la finesse n'est pas des plus grandes, car elle ne depend que de la structure des dez, qui sont tous façonnez de telle sorte, que les points des deux parties opposees oints ensemble font tousiours 7. Par ainsi d'vn

F costé

costé il y a 1. de l'autre costé opposé 6. D'vn costé se treuue 2. de l'autre 5. d'vn costé est marqué 3, de l'autre 4. Doncques toutes les fois que tu fais prédre les points des deux parties opposees d'vn mesme dé, tu es asseuré que leur somme est 7. Parquoy puisque parfaisant le ieu comme i'ay enseigné, on prend les points des parties opposees en trois dez, il est certain que cela est autant que prédre trois fois 7, à sçauoir 21. & partant adioustant 21. à tous les autres poincts qu'on assemble, il est euident qu'on a la somme de tous.

ADVERTISSEMENT.

Pren garde que les dez soyent marquez comme i'ay dit, & qu'ils ne soyent point faux, car autrement le probleme ne se pourroit parfaire. Prens garde aussi qu'il faut prattiquer ce ieu comme i'ay enseigné, sans que iamais on fasse prendre immediatement les points des parties opposees d'vn mesme dé. Car celuy qui verroit faire le ieu, pourroit par ce moyen-la descouurir l'artifice bien aisement, remarquant que les points opposez d'vn dé font tousiours 7.

Mais pour faire le mesme ieu en quatre, cinq, ou plusieurs dez, il ne faut que prendre garde combien de fois on fait adiouster les points opposez d'vn dé, & retenir autant de fois 7, pour adiouster à la fin. Comme si l'on auoit ietté quatre dez, prattiquant le ieu ainsi que i'ay monstré en trois, on trouueroit qu'on fait prendre six fois les points opposez d'vn dé, partant à la fin il faudroit adiouster 6. fois 7. à sçauoir 42. & en cinq dez on trouueroit qu'on prendroit dix fois les points opposez d'vn dé,

par

partant à la fin il faudroit adiouster 70. & ainsi tousiours l'ō peut faire vne reigle pour tāt de dez que l'on voudra.

PROBLEME XV.

Deuiner combien de points il y a en trois cartes.

PRens vn ieu de cartes entier, où il y en a 52. & que quelcun choisisse trois d'icelles, lesquelles qu'il voudra, tu deuineras combien elles contiennent de points en ceste sorte. Dis luy qu'à chascune des cartes choisies, il adiouste tāt des autres cartes, qu'elles accomplissent le nombre de 15, en cōputant les points de la carte choisie; cela fait, qu'il te donne le reste des cartes, lors du nombre d'icelles oste 4, & le reste sera infalliblement le nombre des points des trois cartes. Par exemple que les points des trois cartes soyent 4. 7. 9. Il est certain que pour accomplir 15, comptant les points de chasque carte à 4, il faut adiouster 11 cartes; & à 7, il en faut adiouster 8. & à 9, il en faut adiouster 6. Parquoy le reste des cartes sera 24. d'où si tu ostes 4, restera 20, le nombre des points des trois cartes: car 4, 7, & 9, font 20. Or comme on peut prattiquer ce ieu en beaucoup de sortes, en quel nombre de cartes que ce soit, ie l'enseigneray en l'aduertissement.

DEMONSTRATION.

POvr rendre pairfaitte raison de cecy, supposons que les trois cartes choisies soyent les trois moindres, à ſçauoir les trois As. dont chaſcun ne vaille qu'vn ; alors il eſt euident que pour accomplir 15, à chaſque carte il faut adiouſter 14 cartes, & partant le nombre tant des trois choiſies que des adiouſtées ſera 45, lequel eſtant oſté du nombre entier des cartes qui eſt 52, il en reſte 7. d'où ſi l'on oſte 4, reſte 3, le nombre des points des trois cartes choiſies. Or cecy ſuppoſé il eſt aiſé à preuuer, qu'il faut touſiours oſter 4. du nõbre des cartes reſtãtes, pour deuiner la ſomme des points des trois cartes; Car d'autãt qu'on augmẽtera les nombres des points d'icelles, en mettant des plus hautes cartes, autant moins de cartes il faudra adiouſter pour accomplir les quinze, & partant d'autant preciſément s'augmentera le nombre des cartes reſtantes, parquoy oſtant 4. comme auparauant, le reſte ſera touſiours eſgal au nombre des points des trois cartes choiſies, par l'axiome : ſi à deux nombres eſgaux on adiouſte nombres eſgaux, les ſommes ſeront eſgales. Comme ſi au lieu du premier As, on met vn ſix, alors la ſomme des points ſera augmentee de 5. Car au lieu de 3, elle ſera 8. Mais auſſi à la premiere carte au lieu de 14, qu'on y adiouſtoit pour accomplir 15, on n'adiouſtera maintenant que 9, qui ſont cinq moins. Parquoy le reſte des cartes ſe treuuera augmenté de cinq. Dont il appert de la verité de mon dire.

ADVERTISSEMENT.

De ceste demonstration on peut recueillir vne regle generale pour tout nombre de cartes, & quel nombre que l'on fasse accomplir (car au lieu de 15, on pourroit faire accomplir 14, 13, 16, &c.) qui est telle. Triple le nombre que tu fais accomplir, & au produit adiouste 3, & soubstray ceste somme de tout le nombre des cartes : le reste sera le nombre qu'il te faudra soubstraire des cartes restantes pour faire le ieu. Comme en l'exemple donné triple 15, vient 45. adiouste 3, vient 48. soubstray 48. de 52, reste 4, le nombre qu'il faut oster des cartes restantes.

Que si le triple du nombre qu'on fait accomplir auec 3. se treuue esgal à tout le nombre des cartes, c'est signe que le nombre des cartes restantes, doit exprimer iustement le nombre des points des trois cartes choisies.

Que si le mesme triple ioint auec 3, est plus grand que tout le nombre des cartes, alors il en faut soubstraire le nombre des cartes, & le reste sera vn nombre qu'il faut adiouster au nombre des cartes restantes pour faire le ieu. Par exemple s'il n'y a que 36 cartes, & qu'on vueille comme auparauant faire accomplir 15 : Pour trouuer la regle tu tripleras 15, viendra 45, en adioustant 3, vient 48. Qui ne se peut soubstraire de 36. nombre des cartes, parquoy au rebours ; soubstray 36. de 48, & le reste 12. sera vn nombre qu'il faudra adiouster aux cartes restantes, vsant icy d'Addition au lieu de soubstraction.

Et en effect cecy n'est point changer la regle donnee, comme pourront comprendre aisément ceux qui sont tant soit peu exercez en l'Algebre, & qui sçauent les regles d'Addition, & soubstraction par plus & par moins. Car suiuant la regle il faudroit soubstraire 48 de 36, ce qui se feroit par le signe de moins, & diroit-on que le reste seroit moins 12. Puis il faudroit soubstraire moins 12 au nombre des cartes restantes, ce qui est autant comme adiouster 12 au mesme nombre.

On peut doncques pratiquer ce ieu en infinies façons differentes. Car premierement on le peut faire en tout nombre de cartes quelles qu'elles soyent, & combien de points qu'on fasse valoir chasque carte.

Secondement on peut faire accomplir quel nombre que l'on veut, computant tousiours les points de chasque carte. Voire il n'est pas necessaire qu'auec toutes trois on fasse accomplir le mesme nombre, mais on peut nommer trois nombres differents, comme 13, 14, 15, & alors pour former la regle, il faut adiouster ensemble ces trois nombres, & y adiouster 3, & parfaire tout le reste comme i'ay dit cy dessus.

Finalement on peut faire le mesme ieu en quatre, cinq, six, ou plusieurs cartes, & former tousiours des regles à l'imitation de celle que i'ay donnee, comme si l'on veut deuiner les points de quatre cartes, & faire accomplir 15 par tout, & que le nombre des cartes soit 52, ie multiplieray par 4, le nombre 15, viendra 60, à qui i'adiousteray 4, viendra 64, ie soubstrairay de la le nombre des cartes, à sçauoir 52, restera 12, qui est le nombre qu'il faudra adiouster au nombre des cartes restantes.

Pren garde seulement qu'il peut arriuer quelquefois que le nombre des cartes sera si petit, & les trois que tu feras accomplir si grands qu'il n'y aura pas assez de cartes pour ce faire. Toutesfois tu parfairas encore le ieu, si tu *demandes combien il s'en faut, qu'il n'y ait assez de cartes pour accomplir les trois nombres que tu auras ordonnés: pourueu qu'alors tu t'imagines que le reste des cartes soit le mesme nombre qui defaut auec le signe de moins. Par exemple que le nombre des cartes soit 36, & que tu fusses par tout accomplir 15, & que les trois cartes choisies soyent 2. 3. 4. Il est certain qu'on ne pourra pas accomplir 15 par tout, car à la premiere carte il en faudroit adiouster 13, à la seconde 12 à la troisiesme 11. & ces trois nombres auec les trois cartes choisies font 39. Parquoy le nombre de toutes les cartes n'estant que 36, il s'en faudra trois qu'on ne puisse accomplir 15. par tout; Doncques imagine toy que le reste des cartes c'est moins 3. & puisque en ce cas la regle enseigne qu'au nombre des cartes restantes il faut adiouster 12. Adiouste 12 à -3, tu auras 9, le nombre des points des trois cartes choisies.*

PROBLEME XVI.

De plusieurs cartes disposees en diuers rangs deuiner laquelle on aura pensé.

PRens 15. cartes, & les dispose en trois rangs, si bien qu'il s'en treuue cinq en chasque rang, & que quelcun pense laquelle qu'il voudra pourueu qu'il te declare en quel rang elle est. Alors ramasse à part les cartes de chasque rang, puis ioint les toutes ensemble, mettant toutesfois le rang où est la carte pensée au milieu des deux autres. En apres derechef dispose toutes les cartes en trois rangs, en posant vne au premier, puis vne au se-

 cond,

cond, puis vne au troisiesme, & en remettant derechef vne au premier, puis vne au second, puis vne au troisiesme, & ainsi iusques à ce qu'elles soyent toutes rangees. Alors demande en quel rang est la carte pensee, & ramasse comme auparauant chasque rang à part, mettant au milieu des autres, celuy où est la carte pensee ; & finalement dispose les encore en trois rangs de la mesme sorte qu'auparauant, & demande auquel est-ce que se treuue la carte pensee, & sois asseuré qu'elle se treuuera lors la troisiesme du rang où elle sera, parquoy tu la deuineras aisément.

Que si tu veux encore mieux couurir l'artifice, tu peux ramasser derechef toutes les cartes en la façon que i'ay dit dessus, mettant au milieu des deux autres, le rang où est la carte pensee, & lors la carte pensee se treuuera au milieu de toutes les quinze cartes, si bien que de quel costé que l'on commence à conter elle sera tousiours la huictiesme.

Ce ieu se prattique ainsi communement, mais i'enseigneray en l'aduertissement comme on peut faire le mesme en tout nombre de cartes, & en beaucoup de façons differentes.

DEMONSTRATION.

POur rendre raison infallible de cecy, il me faut preuuer que disposant les cartes ainsi que i'ay dit par trois fois, en fin apres la troisiesme fois la carte pensée est necessairemēt la troisiesme du rang où elle se treuue. Or pren garde que la premiere fois ayant rangé en trois rangs quinze

cartes

cartes, comme i'ay dit, quand tu sçais en quel rang est la carte pensée, tu és asseuré que c'est vne des cinq qui sont en ce rang la. Partant recueillant à part les cartes de chasque rang, & mettant au milieu des autres rangs, celuy où est la carte pensée & les disposans derechef comme i'ay enseigné alors tu mets en diuers rangs les cinq cartes qui auparauant n'estoyét qu'en vn seul rang, Parquoy regarde bien en quelles places tombent les cartes du rang du milieu, entre lesquelles tu sçais que doit estre la carte pensée, & remarque ces cinq points.

1. Que la premiere tombe au second lieu du troisiesme rang.

2. Que la seconde tombe au troisiesme lieu du premier rang.

3. Que la troisiesme tombe au troisiesme lieu du second rang.

4. Que la quatriesme tombe au troisiesme lieu du troisiesme rang.

5. Que la cinquiesme tombe au quatriesme lieu du premier rang.

Doncques si la carte pensee est lors au premier rang, tu és asseuré que c'est la troisiesme ou quatriesme d'iceluy par la remarque du second & quatriesme point, parquoy disposant derechef les cartes en la façon ordonnée, elle tombera necessairement en la troisiesme place du second, ou en la troisiesme du troisiesme rang, par le troisiesme & quatriesme point.

Que si apres la seconde disposition la carte pésee est au second rang, tu és asseuré que c'est la troisiesme du mesme rang ; par la remarque du troisiesme point, parquoy dés lors tu la peux deuiner, mais quand bien tu rangeras derechef les cartes en la façon exposée, elle retumbera tousiours en la mesme place par le mesme troisiesme point.

Que si la carte pensée apres la seconde disposition est au troisiesme rang, tu és asseuré que c'est la seconde, ou la troisiesme d'iceluy par la remarque du premier, & du quatriesme point, parquoy rangeant derechef les cartes, elle tombera infalliblement en la troisiesme place du premier rang, par le second point, ou en la troisiesme du second par le troisiesme point. Donques quoy qu'il aduienne, apres la troisiesme fois, la carte pensée sera tousiours la troisiesme du rang où elle se trouuera. Ce qu'il falloit demonstrer.

ADVERTISSEMENT.

Si tu comprens bien le fondement de ce ieu il te sera bien aisé de le faire en tout nombre de cartes, & en plusieurs differentes façons. Car la finesse consiste en cela, que les cartes d'vn mesme rang par vne autre disposition se separent, & se mettent en diuers rangs ; ce que ie veux esclaircir entierement par vn exemple facile. Pren 16. cartes, & les dispose seulement en deux rangs, tellement qu'il y en ait 8. d'vn costé, & 8. de l'autre. Lors sçachant en quel rang est la carte pensée, tu és asseuré que c'est vne des huit: parquoy prenant les cartes de chasque rang à part, & les disposant de telle sorte que tu en mettes vne au premier rang, l'autre au second, puis vne au

premier

premier, puis vne au secōd, & ainsi iusques à la fin, tu vois biē que des huit cartes entre lesquelles est la carte pensée, il en tōbe quatre d'vn costé & quatre de l'autre, parquoy demādant lors en quel rang est la carte pensée tu és asseuré que c'est vne de quatre. Que si tu les ranges derechef ainsi que i'ay dit, de ces quatre là il en tombera deux d'vn costé, & deux de l'autre, partant si tu sçais lors en quel rang est la carte pensée, tu és asseuré que c'est vne des deux. Que si finalement tu les ranges encore comme il faut, de ces deux là l'vne se treuuera au premier rang, l'autre au second. Parquoy sçachant lors en quel rang est la carte pensée, tu la deuineras infalliblement. Que si tu veux faire le ieu plus promptement prenant les mesmes 16. cartes, il te les faut disposer en quatre rangs, si bien qu'en chasque rang il y en ait 4. & apres auoir sçeu en quel rang est la carte pensée, disposant derechef les cartes en la façon cy deuant exposée, les quatre de ce rang là se separeront toutes, tellement qu'vne tombera au premier rang, l'autre au second, l'autre au troisiesme, l'autre au quatriesme. Partant tout incontinent tu peux deuiner la carte pensée sçachant le rang où elle est pour alors.

Par ce mesme artifice quelques vns font vn autre ieu assez gentil, par lequel plusieurs cartes estant proposées à plusieurs personnes, on deuine quelle carte chasque personne a pensé. Par exemple qu'il y ait quatre personnes, pren quatre cartes & les monstrant à la premiere personne, dis-luy qu'elle pense celle qu'elle voudra, & mets à part ces quatre cartes. Puis pren en quatre autres, & les presente de mesme à la seconde personne, à fin qu'elle pense celle qu'elle voudra; & fais encor tout le mesme auec la troisiesme, & quatriesme personne. Alors pren les quatre cartes de la premiere personne & les

dispose

dispose en quatre rangs, & sur icelles range les quatre de la seconde personne, puis les quatre de la troisiesme, puis celles de la quatriesme. Et presentant chascun de ces quatre rangs à chasque personne, demande à chascune en quel rang est la carte par elle pensée: car infalliblement la carte de la premiere personne, sera la premiere du rang où elle se treuuera, la carte de la seconde personne sera la seconde de son rang; la carte de la troisiesme, sera la troisiesme en son rang, & la carte de la quatriesme, sera la quatriesme du rang où elle se treuuera. Et ainsi des autres, s'il y a plus de personnes, & par consequent plus de cartes. La raison de cecy est bien euidente, partant ie ne m'y amuseray pas d'auantage.

PROBLEME XVII.

Deuiner de plusieurs cartes, celle que quelqu'vn aura pensé.

PRen tant de cartes qu'il te plaira, & les monstre par ordre à celuy qui en voudra penser vne, & qu'il en pense vne pourueu qu'il se souuiene la quantiesme c'est à sçauoir si c'est, la premiere, ou la seconde, ou la troisiesme &c. Mais en mesme temps que tu luy monstres les cartes l'vne apres l'autre conte les secrettement, & quant il aura pensé, & que tu auras conté tout outre qu'il te plaira, pren les cartes que tu auras contées, & dont tu sçais parfaitement le nombre, & pose les sur les autres que tu n'as pas contées, de telle sorte que les voulant reconter elles se treuuent disposées au contraire, à sçauoir que la derniere soit

la

la premiere, & la penultiesme soit la seconde, & ainsi des autres. Alors dis hardiment que les contant en celle façon la carte pensée tombera sous le nombre des cartes par toy secrettement contées & transposées, puis luy demandant la quantiesme estoit la carte pensée, commence à conter tes cartes ainsi que i'ay dit à rebours, & sur la premiere mets le nombre exprimant la quantiesme estoit la carte pensée, & suiuant l'ordre des nombres, & des cartes tu ne failliras iamais de rencontrer la carte pensee, lors que tu arriueras au nombre que tu auras dit.

DEMONSTRATION.

A.	B.	C.	D.	E.	F.	G.	H.	K.
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.

PRens les cartes A.B.C.D.E.F.G H.K.& que la premiere soit A, la seconde B. la troisiesme C &c. & que la carte pensée soit la quatriesme, à sçauoir D. & supposons que tu ayes conté tout outre qu'il t'aura pleu, à sçauoir iusques à K. qui sont 9. cartes. Alors ayant renuersé ces 9.cartes & commençant à conter par la derniere,tu diras que la carte pensée viendra la neufuiesme. En apres tu demanderas la quantiesme estoit la carte pensée, & on te dira qu'elle estoit la quatriesme, parquoy mettant quatre sur le K. & cinq sur H. & six sur G. & ainsi consecutiuement tu trouueras que le nombre 9. tombera infalliblement sur la carte pensée D. Or la cause de cecy n'est pas trop cachée,

chée, car en contant les mesmes cartes par ordre, soit qu'on commence par vn bout, soit qu'on commence par l'autre, il y a tousiours le mesme nombre d'vn costé & d'autre. Doncques il y a autant de cartes despuis D. iusques à K, que despuis K. iusques à D. Partant puis que mettant quatre sur D. le neuf tombe sur K. il est certain que si l'vn met quatre sur K. il faudra que le neuf tombe sur D. Parquoy la practique de ce probleme est suffisamment demonstrée.

ADVERTISSEMENT.

Quelques vns prattiquent ce ieu vn peu diuersement & semble qu'ils le fassent pour mieux couurir l'artifice. Car ils adioustent tousiours 1. au nombre des cartes qu'ils ont contées, & disent que la carte pensée tombera soubs ce nombre là ainsi augmenté d'vn: mais alors ayant demandé la quantiesme estoit la carte pensée, ils ne commencent pas à conter par ce nombre là, mais par vn plus grand d'une vnité, comme en l'exemple donné ayant conté 9 cartes ils diront que la carte pensée viendra la dixiesme, mais ayant sçeu qu'elle estoit la quatriesme, ils mettront cinq sur le K, six sur H, sept sur G & ainsi consecutiuement.

On il appert assez que ceste façon de faire tendent à celle que i'ay donné, car si on accroit esgalement deux nombres, les sommes garderont le mesme interualle, parquoy entre 5. & 10. il y a autant d'interualle qu'entre 4. & 9. Doncques si mettant 4 sur K, le 9. tombe sur D comme i'ay preuué, il faut necessairement que mettant 5. sur K. le 10. tombe sur le mesme D.

PROBLE

PROBLEME XVIII.

De plusieurs vnitez par ordre disposées en rond, deuiner laquelle on aura pensé.

A
L 1 B
10 2
K 9 3 C
H 8 4 D
7 5 E
G 6
F

Soyent par exẽple dix vnitez A.B.C. D.E.F.G.H.K. L. disposées cõme tu vois, tellement que A soit la premiere, B la seconde, C. la troisiesme &c. comme si c'estoyent dix cartes commençant par l'As, & suiuant par ordre iusques à dix,& que quelqu'vn pẽse celle qu'il voudra, puis qu'il en touche vne laquelle qu'il luy plaira. Lors au nombre de celle qu'il aura touchée adiouste le nombre iuste de toutes les vnitez, & luy fay conter à rebours iusques à ceste somme là, commẽçant par celle qu'il a touchée,& mettant sur icelle secretement le nõbre de celle qu'il a pensé, & infalliblement à la fin il tombera sur l'vnité pensée. Par exemple qu'il pense le G. à sçauoir 7. & qu'il touche le B. à sçauoir 2. Adiouste à 2. tout le nombre des cartes à sçauoir 10. tu auras 12. dis luy qu'il conte iusques à 12. commencant despuis B. & allant à rebours

du

du costé de A. L. K H. mettant le nombre pensé, à scauoir 7. sur B. Ainsi 8. tombera sur A. & 9. sur L. & 10. sur K. & 11. sur H. & finalement 12. sur l'vnité pensée G. Le mesme adiuiendroit quel nombre d'vnitez qu'il y eut, comme s'il y en auoit 15. tu adiousterois 15. au nombre de l'vnité touchée, & ferois conter iusques à telle somme, allant à rebours & commencant par l'vnité touchée, & mettant sur icelle le nombre de l'vnité pensée & ainsi des autres.

DEMONSTRATION.

LA demonstration de ce ieu est facile presupposant deux principes. L'vn est celuy que i'ay des-ja apporté en la demonstration du probleme precedent, à sçauoir que plusieurs vnitez estát disposées par ordre, si l'on met vn nombre sur la premiere, & que continuant à conter selon l'ordre naturel des nombres, il en tombe vn autre sur la derniere, le mesme nombre tomboit sur la premiere, si l'on met sur la derniere celuy la qu'on auoit mis sur la premiere, & qu'on conte à rebours.

L'autre principe est que plusieurs vnitez estant disposées en rond, si l'on commence à conter par quelqu'vne, & qu'on mette quelque nombre sur icelle, poursuiuant de conter en rond iusques à ce qu'on reuienne à celle par laquelle on a commencé, le nombre qui se fait adioustant tout le nombre des vnitez à celuy qu'õ aura mis sur ladite vnité, tombera sur la mesme vnité. Par exemple que l'on l'on commence à conter despuis A, & que l'on mette 8 dessus. Il est euident que si l'on parfait le rond, en fin dessus le mesme A, il tumbera 18. qui se fait adioustant 8 au nombre des vnitez qui est 10.

Car commenceant à conter par vne des vnitez, & parfaisant tout le rond, on parcourt toutes les vnitez, parquoy c'est autant que prendre tout le nombre desdites vnitez.

Or cela supposé, que quelcun ait pensé l'vnité G. à sçauoir 7. Alors celle qu'il touchera, ou ce sera la mesme, ou vne autre apres suiuante en l'ordre naturel des nombres, ou vne autre deuant.

Premierement qu'il ait touché la mesme, alors la chose est euidente. Car par la regle donnee il commécera à conter despuis le mesme G. iusques à 17, mettant 7 sur le mesme G, parquoy par le second presupposé, le nombre 17. tumbera sur le mesme G.

Secondement qu'il ait touché vne vnité suiuãte comme L. alors adioustant le nombre des vnitez selon la regle au nombre de L, tu feras conter iusques à 20, mettant sur L le nombre pensé 7. Or est il que G, estant 7, & poursuiuant à conter par ordre, le nombre 10. tombé sur L. Doncques si sur L. nous mettons 7, en contant à rebours, & reuenant par le mesme chemin, le nombre 10. tumbera infalliblement sur G. par le premier presupposé. Doncques le nombre 20. tombera aussi sur le mesme G par le second presupposé.

Finalement qu'il ait touché quelque vnité precedente comme B, alors adioustant 10 à 2, tu feras conter iusques à 12, mettant le nombre pensé 7, sur B:& allant du costé de A,L,K, &c. Or est il que mettant 2. Dessus B,& contant naturellement du costé de C.D.&c. le nombre 7. tombe sur G; Doncques si l'on s'imagine que B soit 7, il s'ensuit qu'õ suppose que G. soit 2. par le premier presupposé. Parquoy quãd l'on met 7.dessus B,& qu'on poursuit à conter du costé de A, c'est autant que si l'on auoit commencé a conter despuis G, mettant 2. sur iceluy. Il est donc certain par le second presupposé que poursuiuant a conter,& parfaisant le rond, le nombre 12 tombera sur le mesme G. Parquoy la prattique de ce ieu demeure parfaittement demonstree.

ADVERTISSEMENT.

On peut en deux sortes diuersifier la prattique de ce ieu.

Premierement faisant comme i'ay dit que quelques vns font au probleme precedent. Par exemple qu'on ait pensé 7, & touché B comme cy dessus. Au lieu de faire conter iusques a 12, comme la regle donnee enseigne, ie feray conter iusques a 13, qui est 1. plus: mais alors sur l'unité touchee B, ie ne feray pas mettre le nombre pensé 7, ains l'autre qui suit, à sçauoir 8, & infalliblement le nombre 13 tombera sur G. & il est certain que par ceste façon l'on couure mieux l'artifice.

Secondement pour trouuer le nombre iusques auquel ie veux faire conter. Ie puis au nombre de l'vnité touchee, adiouster le nombre de toutes les vnitez non vne fois seulement, mais deux, trois, quatre ou plusieurs fois.

Par

Par exemple le B. estant touché ie peux faire conter iusques à 12, ou iusques a 22. ou iusques a 32. 42. &c. & ainsi iusques a quel autre nombre qui prouiendra adioustant a 2. quelque multiple de 10. & la raison est la mesme que celle que i'ay apportee au second presupposé, car sur la mesme unité que tombera 12, sur la mesme, parfaisant le rond tomberont aussi 22. 32. 42. &c.

Le mesme s'entend si l'on veut prattiquer le ieu en la façon cy deuant declaree. Par exemple le mesme B estāt touché, si l'on fait conter iusques a 13, au lieu de 12, on peut aussi faire conter iusques a 23. 33. 43. &c. & ainsi des autres unitez.

Prens garde que si tu fais ce ieu auec dix cartes, il aura plus de grace, & l'artifice se cachera mieux si tu renuerses les cartes, tellement qu'on ne voye pas comme elles sont disposees: mais il est necessaire que tu remarques la disposition d'icelles, à fin de sçauoir le nombre de la carte touchee, pour trouuer celuy iusques auquel il faut faire conter.

PROBLEME XIX.

Si deux ont proposé entre eux, de dire chascun l'un apres l'autre alternatiuement un nombre à plaisir, qui toutesfois ne surpasse point un certain nombre prefix, pour voir adioustant ensemble les nombres qu'ils diront qui arriuera plustost à quelque nombre prescrit; faire si bien qu'on arriue tousiours le premier au nombre destiné.

SOit 100. le nombre destiné, & que le nombre prefix,qu'on ne peut passer soit 10, si biẽ qu'il soit permis de dire 10. ou tout nombre moindre. Par exemple le premier die 7, le second 10, qui font 17:puis le premier prenne 5,qui font 22: & le second prenne 8, qui font 30: & ainsi tousiours l'vn apres l'autre alternatiuement prẽne vn nombre à plaisir ne surpassant point 10. & qu'on adiouste tousiours les nombres qu'ils diront iusques à ce qu'on paruienne à 100. & que celuy qui dira le nombre accomplissant 100, soit reputé pour vainqueur. Or pour vaincre infalliblement, adiouste 1. au nombre qu'on ne peut passer, qu'est icy 10, tu auras 11, & oste continuellement 11, du nombre destiné 100, tu auras ces nombres. 89. 78. 67. 56. 45. 34. 23. 12. 1. Partant si tu commẽces à dire 1. quel nombre que ton aduersaire dise, il ne te pourra empescher de paruenir a 12, & de là a 23, & de là, a 34, & de là, a 45, & de là, a 56, & de là, a 67, & de là, a 78, & de là, a 89, & finalement de là, a 100. Dont il appert que si les deux qui ioüent à ce ieu sçauent tous deux la finesse infalliblement celuy qui commence emporte la victoire. Toutesfois ce n'est pas regle generale, car si l'on changeoit le nombre destiné à sçauoir 100, ou le nombre qu'on ne peut passer à sçauoir 10, la chose pourroit aller autrement, comme ie declareray cy apres

DEMONSTRATION.

LA demonstration de cecy est assez euidente, si l'on considere attentiuement la façon que i'ay i'ay donné pour former la regle generale. Car en l'exemple proposé(qui nous seruira pour tout autre) quand tu prens 11. surpassant d'vn le nombre 10. que l'on ne peut surpasser, & que tu l'ostes de 100, dont il reste 89; il appert que si tu dis 89, quoy que die ton aduersaire, il ne te peut empescher de paruenir a 100. Car premierement quand il diroit le plus grand nombre qu'il puisse dire à sçauoir 10, il ne peut paruenir a 100. d'autant qu'entre 89, & 100, l'interualle est 11. mais il ne paruiendra qu'a 99 & partant il ne te restera qu'vn pour accomplir 100.

Secondement quand il diroit le moindre qu'il puisse dire, à sçauoir 1, tu ne lairras pourtant de gaigner, car il ne te restera que 10 pour paruenir a 100, d'autant que la difference de 89 à 100 estant 11, s'il adiouste 1. a 89, il ne te faudra adiouster que 10 pour parfaire 100.

Finalement quel autre nombre qu'il dise entre 1, & 10, il est trop euident qu'a plus forte raison tu pourras accomplir 100. Pour la mesme cause si de 89 tu ostes 11, dont il reste 78, il appert qu'ayant pris 78. ton aduersaire ne te peut empescher de venir à 86, & pour la mesme raison ayant dit 67, on ne te peut empescher de dire 78, & ainsi de tout les autres nombres assignez qui restent ostant cótinuellement 11. Doncques la regle est infallible & parfaittement demonstree.

ADVERTISSEMENT.

On peut apporter de la diuersité en la prattique de ce ieu.

Premierement à cause que le nombre destiné pour y paruenir, peut estre quel nombre que l'on voudra choisir, par exemple au lieu de 100, on se pourroit proposer 120, & alors les nombres qu'il faudroit remarquer seroyent. 109. 98. 87. 76. 65. 54. 43. 32. 21. 10. Où il appert aussi que celuy qui commenceroit gaigneroit infalliblement.

Secondement pource que le nombre prefix que l'on ne peut passer, se peut aussi changer à plaisir. Par exemple voulant tousiours paruenir a 100. on pourroit pour le nombre prefix choisir 8. & alors les nombres qu'il faudroit remarquer seroyent 91. 82. 73. 64. 55. 46. 37. 28. 19. 10. 1. & celuy qui commenceroit gagneroit aussi. Mais si l'on prenoit 9 pour le nombre prefix, les nombres à remarquer seroyent 90. 80. 70. 60. 50. 40. 30. 20 10. Partant il appert que celuy qui commenceroit pourroit perdre, si l'autre entendoit le secret du ieu, d'autant que le premier ne pouuant passer 9, ne pourroit paruenir à 10, & ne pouuant dire moins que 1, il ne pourroit empescher que l'autre ne paruint à 10. & partant il ne pourroit empescher qu'il ne paruint à tous les autres nombres consecutiuement & finalement a 100.

Mais il est certain que tous ces ieux ne se font pas ordinairement auec ceux qui les sçauent desia, ains auec ceux qui les ignorent. Partant si ton aduersaire ne sçait pas la finesse du ieu, tu ne dois pas prendre tousiours tous les nombres remarquables & necessaires, pour gaigner infalliblement, car faisant ainsi tu descouuriras trop l'artifice, & s'il est homme de bon esprit il remarquera tout incõtinent ces nombres là voyant que tu choisis tousiours les mesmes: mais au commencement tu peux dire a la volee des autres nombres, iusques à ce que tu appro-

ches

ches du nombre destiné, car alors tu pourras subtilement accrocher quelqu'un des nombres necessaires de peur d'estre surpris.

PROBLEME XX.

Estant proposé quelque nombre d'vnitez distinguees entre elles, les disposer & ranger par ordre en telle sorte, que reiettant tousiours la neufuiesme, ou la dixiesme, ou la tantiesme que l'on voudra, iusques à vn certain nombre, les restantes soyent celles que l'on voudra.

ON a accoustumé de proposer ce probleme en ceste sorte. Quinze Chrestiens & quinze Turcs se treuuent sur mer dans vn mesme nauire, & s'estant esleuee vne terrible tourmente, le pilote dit qu'il est necessaire de ietter dans la mer la moitié des personnes qui sont en la nef, pour sauuer le reste. Or cela ne se peut faire que par sort; Partant on est d'accord que se rangeans tous par ordre, & contant de neuf, en neuf, on iette chasque neufuiesme dans la mer iusques à ce que de 30. qu'ils sont, il n'en demeure que 15. On demande comment il les faudroit disposer pour faire que le sort tombat sur les 15. Turcs sans perdre aucun des Chrestiens. Pour faire cecy promptement remarque ces deux vers.

Mort tu ne falliras pas.
En me liurant le trespas.

Et pren garde seulement aux voyelles a e i o u.

T'imaginant que la premiere a, vaut vn; la seconde e, vaut 2; la troisiesme i, vaut 3; la quatriesme o, vaut quatre; & la cinquiesme u, vaut 5; & d'autant qu'il faut commencer par les Chrestiens, en la premiere syllabe (Mort) la voyelle o te monstre qu'il faut en premier lieu mettre 4. Chrestiens: en la seconde syllabe (Tu) la voyelle u te monstre qu'il faut apres ranger 5. Turcs. Ainsi (ne) signifie 2. Chrestiens; (fal) vn Turc; (li) 3. Chrestiens; (ras) vn Turc (pas) vn Chrestien; (en) 2 Turcs; (me) 2. Chrestiens; (li) 3. Turcs: (urant) vn Chrestien; (le) 2 turcs; (tres) 2 Chrestiens; (pas) vn Turc. La regle generale pour faire le mesme en tout nombre despend de ce que ie diray en la demonstration.

DEMONSTRATION.

VOulant faire ce ieu en quel nombre que ce soit, par exemple en 30. imagine toy 30. vnitez toutes semblables comme celles que tu vois icy descrites, & commençant à conter par la premiere, marque la neufuiesme ou la trantiesme que l'on voudra auec quelque signe comme mettant dessus

o o o o o o o o ô o o o ó o o
o o ô o o o o o o o o ô o o o

cette marque, puis conte despuis celle que tu as marquée, de la mesme façon, & marque aussi la neufuiesme, & continue à faire le mesme recommençant quand tu seras au bout, & sautant toutes celles que tu auras des-ja marquees, iusques à ce que tu en ayes marqué le nombre requis, comme

en

en l'exemple proposé, iusques à ce que tu en ayes marqué quinze; car alors toutes les vnitez marquées seront celles qu'il faudra rejetter; & les autres, celles qui demeureront. La raison en est bien euidente. Parquoy si tu remarques la disposition desdictes vnitez, à sçauoir comment les marquées sont disposées parmi les nó marquées, tu feras aisément vne regle pour quel nombre que ce soit.

ADVERTISSEMENT.

Il est aisé à voir que ce ieu se peut prattiquer fort diuersement. Car premierement, le nombre des vnitez peut estre tel que l'on veut, par exemple au lieu de 30. on en pouuoit mettre 40. 50. 60. ou plus, ou moins. Secondement au lieu de rejetter tousiours la neufuiesme, on peut reietter la sixiesme, la dixiesme, ou la trantiesme que l'on voudra.

Finalement au lieu d'en rejetter autant qu'il en demeure on peut n'en rejetter que tant peu que l'on voudra, tellement qu'il en demeure dauantage, ou bien en reietter si grand nombre qu'il en demeure beaucoup moins, comme en l'exemple donné, supposant qu'il y eut eu dans la nef 6 Turcs seulement, & 24 Chrestiens, & que pour descharger le vaisseau, il n'en eut fallu ietter en mer que la cinquiesme partie des personnes à sçauoir 6. on les eut peu disposer de sorte, que le sort fut tombé seulement sur les 6. Turcs. De mesme s'il y auoit 20 Turcs, & 10. Chrestiens, & qu'il en fallust oster les $\frac{2}{3}$. On les pourroit disposer en telle façon que les 20. Turcs s'en iroyent, & les 10. Chrestiens demeureroyent.

Or comme i'ay touché en la preface de cette oeuure, c'est *par ceste inuention que Iosephe se sauua tressubtilement dans Iotapata ainsi qu'ô recueillit euidemment des paroles d'Egesippus touchant ce fait au 3. Liure de la guerre de Hierusalem. Et bien qu'il ne particularize pas assez ceste action, toutesfois par ce qu'il dit nous nous pouuons imaginer comme le tout se passa. Car ainsi qu'il raconte, il y eut 40. Soldats qui se sauuerent auec Iosephe dans le lac, si bien qu'à conter ledit Iosephe ils estoyent en tout 41. Partant supposons qu'il ordonna que contant de trois en trois, on tueroit tousiours le troisiesme: il est certain que procedant de la sorte, en fin il en deuoit rester deux; parquoy tout le but de Iosephe deuoit estre de se glisser subtilement en la place d'vn de ces deux là. Or si tu veux sçauoir de 41. personnes disposées par ordre, reiettant tousiours la troisiesme, en quelles places seront les deux qui doiuent rester à la fin, tu te peux seruir de la regle que i'ay donnée en la demonstration, & tu trouueras que c'est en la seziesme & trente-vniesme place.*

PROBLEME XXI.

Plusieurs nombres inesgaux estant proposez, diuiser chascun d'iceux en deux parties, & treuuer deux nombres desquels l'vn multipliant vne desdictes parties, & l'autre multipliant l'autre; la somme des deux produits se treuue par tout la mesme.

CE Probleme coustumierement se propose en ceste sorte. Trois femmes vendent des pommes au marché; la premiere en vend 20. la seconde 30. la la troisiesme 40. Et elles vendent tout à vn mesme prix, & rapportent chascune la mesme somme d'argent, on demande comme cela se peut faire.

Il est certain que prenant cecy cruement comme il est proposé, & s'imaginant qu'elles ayent vendu toutes leurs pommes à vn seul prix, & à vne seule fois, la chose est impossible, car en ceste façon il ne peut estre que celle qui a plus grand quantité de pommes, ne rapporte d'auantage d'argent. Mais il se doit entendre, qu'elles vendent à diuerses fois, & à diuers prix, bien qu'a chasque fois elles vendent chascune à vn mesme prix. Par exemple mettons que la premiere fois elles vendent 1. denier la pomme, & qu'à ce prix la premiere femme vende 2. pommes la seconde 17. la troisiesme 32. Alors la premiere femme aura 2. deniers, la seconde 17. & la troisiesme 32. Puis supposons qu'à la seconde fois elles vendent le reste de leurs pommes 3. deniers la pomme, alors la premiere pour 18 pommes qui luy restent, aura 54 deniers. La seconde pour 13. pommes qui luy restent, aura 39. deniers. La troisiesme pour 8. pommes qui luy restent, aura 24. Or qu'on assemble tout l'argent de la premiere, à sçauoir 2. & 54. & tout celuy de la seconde, à sçauoir 17 & 39. & finalement celuy de la troisiesme, à sçauoir 32 & 24. on treuuera que chascune rapporte 56. deniers. Partant il appert qu'en semblables questiós, le tout, gist à diuiser les trois nombres proposez en deux parties, & treuuer deux nombres dont l'vn multipliant vne desdictes parties, & l'autre l'autre, la somme des deux produicts soit la mesme me par tout. Pour faire cecy i'ay inuenté la regle ſuiuante generale & infallible perſonne par cy deuant ne s'en eſtant auisé que ie ſçache.

Pren les differences du moindre nombre des propoſez auec les plus grands, comme en l'exemple donné pren la difference de 20. à 30. & celle auſſi de 20 à 40. tu auras 10. & 20. Cela fait, regarde quels nombres ces differences ont pour commune meſure, comme 2. 5. 10. & choiſis pour tes multiplicateurs quelques deux nombres, dont l'interualle ſoit 2. ou 5. ou 10. Comme 1 & 3. ou 1. & 6. ou 2. & 7. ou 1. & 11. Par exemple choiſis 1 & 3. Alors par l'interualle d'iceux qui eſt 2. diuiſe la difference de 20. à 40. (à ſçauoir 20) & par le quotient 10. multiplie à part les deux nombres 1 & 3. tu auras 10 & 30. Partant diuiſe le moindre des nombres propoſez, à ſçauoir 20. en deux telles parties que tu voudras, pourueu que la plus grande ſurpaſſe 10. le moindre des deux 10. & 30. Par exemple diuiſe 20 en 3. & 17. & adiouſte 30 à la moindre, oſte 10 de la plus grande, tu auras 33 & 7. les deux parties cherchées de 40. ſemblablement pour trouuer les deux parties de 30. tu procederas ainſi. Diuiſe la difference de 20 à 30. (à ſçauoir 10) par l'interuale qui eſt entre 1 & 3. (à ſçauoir par 2) le quotient ſera 5. qui multiplie par 1. & 3. donnera 5. & 15. Partant puis que 20. eſt deſ-ja diuiſé en 3. & 17. adiouſte comme auparauant 15. au moindre & ſouſtrai 5. du plus grand, tu auras 18. & 12. les deux parties de 30. que tu cherches. Doncques tu as diuiſé les trois nombres propoſez comme il faut, à ſçauoir le premier en 3. & 17. le ſecond en 18. & 12. le troiſieſme en 33 & 7. & multipliant l'une de ces parties par 1. l'autre par 3. la ſomme des deux produicts eſt par tout 54.

Que

Que si au lieu de 1 *&* 3. *tu choisis pour multiplicateurs* 2 *&* 7. *par leur interualle* 5. *diuise la plus grande difference* 20. *viendra* 4. *qui multiplié par* 2. *&* 7. *donnera* 8. *&* 28. *Partant diuise* 20. *le moindre des nombres proposez en deux telles parties, que la plus grande surpasse* 8. *par exemple diuise* 20. *en* 8. *&* 12. *& à la moindre adiouste* 28. *de la plus grande oste* 8. *tu auras* 36. *&* 4. *les deux parties de* 40. *semblablement par l'interualle* 5. *diuise la moindre difference* 10. *viendra* 2. *qui multiplie par* 2. *&* 7. *donnera* 4. *&* 14. *Partant les deux parties de* 20. *estant* 8. *&* 12. *adiouste* 14. *à la moindre & oste* 4 *de la plus grande, tu auras* 22. *&* 8. *les deux parties de* 30. *Doncques les trois nombres sont diuisez comme il faut, le premier en* 8 *&* 12. *Le second en* 22. *&* 8. *Le troisiesme en* 36. *&* 4. *& multipliant l'vne des parties par* 2. *l'autre par* 7. *la somme des deux produicts est par tout* 100.

Que si tu prens pour multiplicateurs 1 *&* 11. *dont l'interualle est* 10. *diuise la plus grande difference* 20. *par l'interualle* 10. *le quotient sera* 2. *qui multipliant* 1. *&* 11. *donnera* 2. *&* 22. *partant diuise le moindre des nombres proposez en deux parties, dont la plus grande surpasse* 2. *comme en* 6. *&* 14. *& à la moindre adiouste* 22. *oste* 2. *de la plus grande, tu auras* 28. *&* 12. *pour les parties de* 40. *Et par le mesme interualle* 10 *diuisant la moindre difference* 10. *vient* 1. *qui multiplié par* 1. *&* 11. *donne* 1. *&* 11. *Partant les parties de* 20. *estant* 6. *&* 14. *adiouste* 11 *à la moindre, oste* 1. *de la plus grande, tu auras* 17. *&* 13. *pour parties de* 30. *Donc le premier est diuisé en* 6. & 14. *Le second en* 17. *&* 13. *Le troisiesme en* 28. *&* 12. *Et multipliant l'vne de ces parties par* 1. *l'autre par* 11. *la sōme des deux produits est par tout* 160.

DEMONS

DEMONSTRATION.

A 20.	B 30	P 2.	Q 108.
C 10.		H 2.	K 18.
D 5.		L 12.	M 2.
E 6.	F 1		
G 2.		N 14.	O 16.
		R 14.	T 96.

SOyēt proposez les deux nombres A. B. pour les diuiser en la façon requise. Leur difference soit C. qui soit mesuree par le nombre D. & prens deux nombres E.F. dont l'interualle soit D. & diuisans C. par D. soit le quotiēt G. qui multipliāt les deux E.F. produise les deux L.M. & diuisans A. le moindre des deux nombres proposez en deux parties H.K. telles qu'on voudra, pourueu que de la plus grande *K.* on puisse soubstraire M. le moindre des deux L.M. & adioustāt ensemble H.L. soit la somme N. puis ostāt M. de *K.* soit le reste O. ie dis que N. O. sont les parties de B. qui multipliees l'vne par E. l'autre par F. produisent deux nombres, dōt la somme est esgale à la somme des deux qui se produisent, multipliant H.*K.* les parties de A. (par la construction) par les mesmes nombres E.F. Car premierement que N. O. ioints ensemble soient esgaux à B. Je le preuue.

Puis que D. est l'interualle des nombres E. F. il est certain que D. F. ensemble sont esgaux au nombre E. parquoy par le 1. du 2. le nombre qui ce fait multipliāt E. par G. asçauoir L. est esgal aux deux qui se produisent, multipliant par le mesme G. les deux D.F. asçauoir aux deux C.M. Partāt

C.est

C.est l'interualle des deux L.M.Parquoy si aux deux H.K.nous adioutons L,& que nous en ostiõs M,c'est autant que si aux deux H,K, nous adioutions seulement le nombre C.Or de ceste additiõ & de ceste soubstractiõ prouienent les deux N.O, doncques N.O.sont esgaux aux nombres H K, auec le nombre C.Partant puisque H.K.sont esgaux à A,& que A C,sont esgaux à B, Il est euident que N O.sont esgaux a B.Ce qu'il falloit preuuer.

Secondement qu'on multiplie H par F,& soit le produit P.qu'on multiplie K.par E,& soit le produit Q. D'autre costé qu'on multiplie aussi N.par F, & soit le produit R.qu'on multiplie O par E. & soit le produit T.Ie dis que les deux produits P.Q.ioints ensemble,sont esgaux aux deux R.T. Car puisque H L,ensemble sont esgaux à N, Le nombre qui se fait multipliāt N par F(asçauoir R) est esgal aux deux qui se font multipliant par le mesme F,les deux H L,Or multipliant H par F.le produit est P,Dont R.est esgal a P,& au produit de la multiplication de L.par F. Semblablement puisque K.est esgal aux deux M O,Le nombre Q. qui se faict multipliant K.par E,est esgal aux deux qui se font multipliant par le mesme E,les deux M O,or multipliant O par E,le produit est,T,dõcques Q.est esgal à T,& au produit de la multiplication de M.par E.Partant R.Surpasse P.du produit de L par F. & Q. surpasse T, du produit de M par E. Or ces deux produicts sont esgaux (car puis que le mesme G multipliant E F, produict L M, il y a telle proportion de E à F, que de L.

à M,

a M, parquoy il se produit le mesme nombre multipliant E par M, & multipliant F par L, par la 19. du 7. Doncques R surpasse P, du mesme nombre, dont Q surpasse T, partant il est euident que P. ensemble, font la mesme somme que R T. Ce qu'il falloit demonstrer.

La mesme raison, & la mesme façon de faire a lieu si les nombres proposez sont plus de deux: car selon la reigle on compare tousiours chascun des plus grands auec le moindre. Partant la demonstration est generale.

ADVERTISSEMENT.

Il faut icy remarquer deux choses, pour ne tomber pas en quelque inconuenient.

La premiere est, que comme la question se propose ordinairement, il faut euiter les fractions, & donner la solution en nombres entiers, qui est la cause qu'il est presque necessaire que les differences des nombres proposez ayent quelque commune mesure, car autrement diuisant, comme enseigne la regle, quelqu'une des differences par vn nombre qui ne la mesureroit pas, le quotient ne seroit pas entier, & partant le plus souuent en tout le reste de l'operation les fractions se trouueroyent entremeslées. I'ay dit que cela estoit presque necessaire, car quelquefois il peut arriuer que bien que les susdictes differences n'ayent point de commune mesure que l'vnité, toutesfois la solution se peut donner en nombres entiers, pourueu que le moindre des nombres proposez surpasse au moins de 2. la plus grande difference. Par exemple soyent les trois nombres proposez 20. 25. 32. bien que les differences 5. & 12.

n'ayent

n'ayent point de commune mesure que l'unité; neantmoins pource que 20 surpasse de beaucoup 12. on pourra fort bien soudre la question, prenant pour multiplicateurs deux nombres, dont l'interualle soit 1. comme 1 & 2. Que si tu procedes selon la regle, & que tu fasses 4. & 16. les deux parties de 20. tu trouueras 14. & 11. pour les parties de 25. & 28. & 4. pour les parties de 32. & tousiours l'vne d'icelles multipliee par 1. l'autre par 2. la somme des deux produicts sera 30.

La seconde chose digne de remarque est, qu'il faut auec grand esgal choisir des multiplicateurs dont l'interualle soit vn nombre mesurant les differences. Car pour ne tomber point en inconuenient, il faut que lesdicts multiplicateurs soyent tels que par leur interualle diuisant la plus grande difference, & par le quotient multipliant le moindre desdicts multiplicateurs, le produit se treuue au moins moindre de 2. que le moindre des nombres proposez. Partant les nombres proposez estant 20. 30. 40. & les differences 10. & 20. encor que 2. soit leur commune mesure, si ne m'est-il pas permis de choisir pour multiplicateurs tous nombres dont l'interualle soit 2. car si ie pren 3. & 5. diuisant par l'interuale 2. la difference 20. le quotient est 10. qui multiplie par 3. fait 30. qui est plus grand que le moindre des nombres proposez (à sçauoir que 20) parquoy la question est insoluble par ce moyen & la cause de cecy est assez euidente par la regle donnee, & par la demonstration d'icelle. Car il faudroit diuiser 20. en deux telles parties, que de la plus grande on peut oster 30. Ce qui est manifestement impossible. Dont aussi on peut comprendre la raison de ce que i'ay dit, qu'il est necessaire que le moindre des nombres proposez surpasse, pour le moins de 2. le produit de la multiplication

tiplication du moindre multiplicateur par le quotient de la diuision. Car il faut diuiser le moindre des nombres proposez en deux telles parties, que de la plus grande on puisse oster ledit produit. Or la plus grande partie d'un nombre (ne voulant point admettre les fractions) c'est ce qui reste ostant 1. dudict nombre. Par exemple la plus grande partie de 20. sans fraction, c'est 19, diuisant 20. en 1. & 19. Doncques puis que le produit de la multiplication susmentionné doit estre moindre que 19, il est force que pour le moins il soit moindre de 2. que 20.

Par tout ce qui a esté dict, on voit assez que ce probleme se peut practiquer en beaucoup de façons differentes, & peut receuoir beaucoup de solutions. Car premierement sans changer les nõbres proposez on peut bien souuent choisir beaucoup de differens multiplicateurs obseruãs les conditions requises. Secondemẽt encore retenãt les mesmes multiplicateurs, la questiõ peut receuoir differentes solutions, selon qu'on diuisera le moindre des nombres proposez en differentes parties, ce qui se peut faire bien souuent en beaucoup de sortes, car il n'importe en quelle façon on les diuise, pourueu que la plus grande partie soit tousiours plus grande, que le produit de la multiplication susmentionné. Troisiesmement, ayant vne fois choisi des multiplicateurs à propos, & diuisé les nombres proposez en parties propres à soudre la question, retenant les mesmes parties, tu peux changer de multiplicateurs, prenant deux autres nombres quelconques en mesme proportion, comme au lieu de 1 & 3 prenant 2 & 6. ou 3. & 9. &c.

Finalement ceste regle ne s'estend pas seulement à trois nombres, mais elle se peut practiquer en toute multitude de nombres, pourueu qu'on obserue tousiours les conditions requises, car on pourroit proposer tels nombres, que la solution

lution seroit impossible, comme qui proposeroit 20. 30.
41.

PROBLEME XXII.

De trois choses & de trois personnes proposées, deuiner quelle chose aura esté prise par chasque personne.

IMagine toy que des trois personnes l'vne est premiere, l'autre seconde, l'autre est troisiesme, & semblablement des trois choses fais en vne premiere, l'autre seconde, l'autre troisiesme. Puis prenant 24. gettons donne 1. getton à la premiere personne, deux à la seconde, trois à la troisiesme, & laissant les 18. gettons restans sur la table, permets qu'à ton insçeu chasque personne prenne celle des trois choses qu'elle voudra, cela fait ordonne que la personne qui a pris la premiere chose, prenne des gettons restans autant que tu luy en as donné, & que la personne qui a pris la seconde chose, prenne des gettons restans deux fois autant que tu luy en as donné; & que la personne qui a pris la troisiesme chose prenne des gettons restans, quatre fois autant que tu luy en as donné. Alors demande le reste des gettons, & pren garde qu'il n'en peut rester que 1. ou 2. ou 3. ou 5. ou 6. ou 7. iamais 4. Partant pour ces six façons differentes remarque ces six paroles.

Par fer, Cesar, Iadis, deuint, si grand, Prince.

Que s'il reste 1 getton tu te seruiras de la premiere, s'il en reste 2. tu te seruiras de la seconde, s'il reste 3. gettons, tu te seruiras de la troisiesme, s'il reste 5. gettons tu prendras la quatriesme & ainsi consecutiuement. Or pour t'en seruir tu dois remarquer, qu'en chasque parole il y a deux syllabes dont la premiere signifie la premiere personne & la seconde signifie la seconde personne; semblablement pren garde aux voielles *a e i.* Car *a.* signifie la premiere chose, *e* la seconde, *i* la troisiesme, parquoy selon que tu trouueras vne de ces voielles en vne des syllabes, tu dois iuger qu'vne telle chose est entre les mains d'vne telle personne. Par exemple supposons qu'il reste 3. gettons & que partant il te faille seruir de la troisiesme parole *Iadis.* Alors dautant que la premiere voielle *a* est en la premiere syllabe, tu diras que la premiere personne a la premiere chose, & pource que la troisiesme voielle *i*, est en la seconde syllabe, tu diras que la seconde personne a la troisiesme chose. Et scachant ce qu'ont la premiere & seconde personne, tu scais bien ce qu'a la troisiesme.

DEMONSTRATION.

Il faut en premier lieu demonstrer que 3 personnes ne peuuent prendre 3 choses qu'en six façons differentes, & cecy se preuue ainsi. Premierement deux personnes prenant deux choses ne peuuent changer qu'en deux façons, car ou la premiere personne a la premiere chose, & la seconde personne a la seconde chose, ou bien la premiere personne a la seconde chose, & la seconde personne ne a la premiere chose. Cela supposé quand il y a trois personnes & trois choses, quel changement qu'on se puisse imaginer, il faut necessairemēt que l'vne des trois choses, par exemple la premiere, se treuue entre les mains de la premiere persōne, ou de la seconde, ou de la troisiesme. Or la premiere chose estant entre les mains de la premiere personne, les autres deux personnes ne peuuēt changer qu'en deux façōs, cōme i'ay desia preuué: semblablement la mesme chose estant entre les mains de la seconde personne, les autres deux personnes ne peuuent chāger qu'en deux façons, & par mesme raison la mesme chose estant entre les mains de la troisiesme personne, les autres deux ne peuuent changer qu'en deux façons. Doncques tous ces differens changemens ne peuuent estre que 2. fois 3. à sçauoir 6. Ce qu'il falloit preuuer. Or que la regle que i'ay donnee pour signifier chascune de ces six façons soit bonne & infallible, ie le preuue aisément. Car supposons.

Premierement que la premiere personne ait la premiere chose; la seconde personne la seconde chose; & la troisiesme personne la troisiesme chose. Alors selon la regle, la premiere personne prendra 1. des 18. gettons restans (à sçauoir vne fois autant que tu luy en as donné) la seconde personne en prendra 4 (à sçauoir deux fois autant que tu luy en as donné) & la troisiesme personne en prēdra 12 (à sçauoir quatre fois autant que tu luy en as donné) partant la somme de tous ces gettons estant 17. il appert qu'il ne restera qu'vn getton. Donc en tel cas tu te seruiras fort a propos de la premiere parole *Par fer.* qui monstre vne telle disposition.

Secondement que la premiere personne ait pris la seconde chose, la seconde personne ait pris la premiere chose, & la troisiesme personne la troisiesme chose: Alors la premiere personne prendra 2. gettons, la seconde personne en prendra aussi 2, & la troisiesme en prendra 12. & la somme de tous ces gettons est 16, qui ostee de 18, reste 2. Partant en tel cas tu te peux bien seruir de la seconde parole *Cesar.*

Troisiesmement que la premiere personne ait la premiere chose, la seconde personne ait la troisiesme & la troisiesme ait la seconde. Alors la premiere personne prendra 1. getton, la seconde 8. la troisiesme 6. qui tous ensemble font 15. qui osté de 18. reste 3. Partant en ce cas tu te seruiras fort bien de la troisiesme parole *Iadis.*

Quatriesmement que la premiere personne ait la seconde chose, la seconde personne ait la troisiesme, & la troisiesme personne ait la premiere. Alors la premiere personne prendra 2. gettons, la seconde 8. la troisiesme 3. qui tous ensemble font 13. qui osté de 18. reste 5. Partant en tel cas tu te peux seruir de la quatriesme parole *Deuint.*

Cinquiesmement que la premiere personne ait la troisiesme chose, la seconde personne ait la premiere chose, & la troisiesme personne ait la seconde. Alors la premiere personne prendra 4. gettons, la seconde 2, & la troisiesme 6, qui tous ensemble font 12. qui osté de 18, reste 6. Partant en tel cas tu te peux bien seruir de la cinquiesme parole

parole si *grand.*

Sixiesmement que la premiere personne ait la troisiesme chose; la seconde personne ait la seconde, & la troisiesme personne ait la premiere. Alors la premiere personne prendra 4. gettons, la seconde 4, & la troisiesme 3, qui tous ensemble font 11, qui osté de 18, reste 7. Partant en tel cas tu te seruiras fort à propos de la sixiesme parole. *Prince.*

1.	a.	e.	i.
2.	e.	a.	i.
3.	a.	i.	e.
5.	e.	i.	a.
6.	i.	a.	e.
7.	i.	e.	a.

Que si tu veux auoir deuant les yeux ces six differentes dispositions, tu les peux voir en la figure cy apposee, où est marqué à costé de chasque disposition le nombre des gettons qui restent.

ADVERTISSEMENT.

Quelques vns prattiquent ce ieu vn peu differemmẽt, car ils donnent vn getton à la premiere personne, deux à la seconde, & quatre à la troisiesme, partant les gettons restans ne sont que 17. Puis ils ordonnent que celuy qui a la premiere chose, prenne des gettons restant autant qu'il en a receu; & que celuy qui a la seconde chose, prenne des gettons restans deux fois autant qu'il en a; & que celuy qui a la troisiesme chose, prenne des gettons restans trois fois autãt qu'il en a; & faisant en ceste façon, ou vrayement il ne reste point de

0.	a.	e.	i.
1.	e.	a.	i.
2.	a.	i.	e.
4.	i.	a.	e.
5.	e.	i.	a.
6.	i.	e.	a.

0.	a. e. i.
1.	e. a. i.
2.	a. i. e.
4.	i. a. e.
5.	e. i. a.
6.	i. e. a.

getton, ou il en reste 1. ou 2. ou 4. ou 5 ou 6; & iamais 3. Pour les dispositiõs, il n'y a que la quatriesme & la cinquiesme qui changent de place, la quatriesme deuenant cinquiesme, & la cinquiesme deuenant quatriesme, comme tu peux voir en la figure cy apposee, & l'experience t'en rendra certain.

Or plusieurs ont laissé par escrit cy deuant ceste façon de faire ce ieu en trois personnes & trois choses. Mais personne que ie sçache n'a encor donné regle certaine pour faire le mesme en quatre personnes & en quatre choses. Partant ie veux icy adiouster ceste petite inuentiõ. & premierement ie suppose que les differentes dispositions de quatre choses prinses par quatre personnes, ne peuuent estre en tout que 24. Ce qui se preuue aisément tout ainsi que i'ay preuué cy dessus, que les diuerses dispositions de trois choses ne sont que 6. Car il faut de necessité qu'vne des quatre choses (comme la premiere) soit entre les mains de l'vne des quatre personnes: & icelle chose estant entre les mains de la premiere personne, les autres trois ne peuuent changer qu'en 6. façons comme i'ay preuué cy dessus. Semblablement la mesme chose estant entre les mains de la seconde personne, les autres trois peuuent changer en 6. façons seulement, & le mesme aduiendra quand ladite chose sera entre les mains de la troisiesme personne, ou de la quatriesme. Partant il est euident que toutes ces differentes dispositions, ne peuuent estre que 4. fois 6; à sçauoir 24.

Cela supposé pren 88 gettons, donnant 1. d'iceux à la premiere personne; 2. à la seconde; 3. à la troisiesme; & 4. à la

& à la quatriesme, qui tous ensemble font 105, partquoy il en restera 78. Alors quand chasque personne aura pris la chose qu'elle voudra, ordonne que celuy qui a pris la premiere chose, prenne des gettons restans autant qu'il en a, & que celuy qui a pris la seconde chose, prenne des gettons restans quatre fois autant qu'il en a, & que celuy qui a pris la troisiesme chose en prenne seize fois autant qu'il en a. Puis sans rien dire de celuy qui a pris la quatriesme chose demande le reste des gettons; car ou il n'ẽ restera point, ou il en restera un nombre exprimé par un de ceux que tu vois icy cotez. Partant selon le nombre des gettons qu'il restera, sers toy de la disposition des voyelles a e i o qui respond audit nombre en la figure apposee; & bien que ie ne mette que trois voyelles en chasque disposition, cela n'importe rien, car sçachant les choses prises par les trois premieres personnes, il est euident que la quatriesme personne ne peut auoir que l'autre chose qui reste: Par exemple supposons qu'il reste 22. gettons; Regarde les voyelles qui sont à l'endroit de

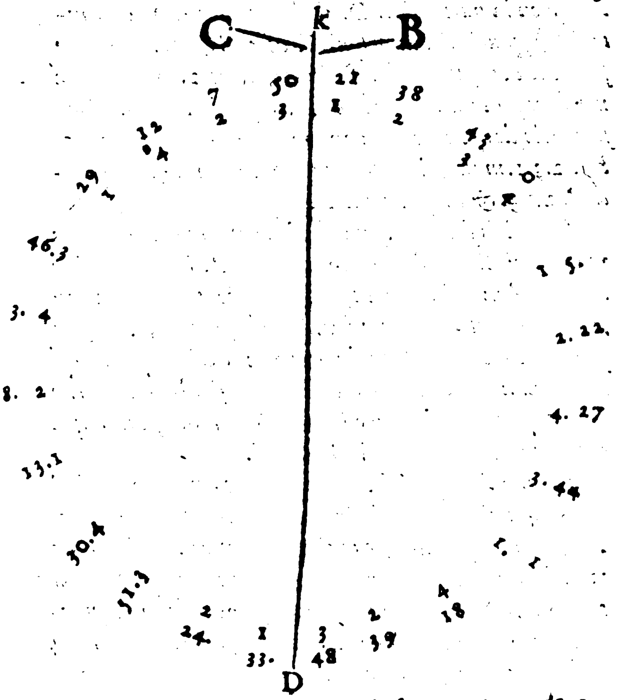
0.	o.	a.	e.
1.	a.	o.	e.
3.	o.	e.	a.
5.	a.	e.	o.
7.	e.	o.	a.
8.	e.	a.	o.
12.	o.	a.	i.
13.	a.	o.	i.
18.	o.	e.	i.
21.	a.	e.	i.
22.	e.	o.	i.
24.	e.	a.	i.
27.	o.	i.	a.
29.	a.	i.	o.
30.	o.	i.	e.
33.	a.	i.	e.
38.	e.	i.	o.
39.	e.	i.	a.
43.	i.	o.	a.
44.	i.	a.	o.
46.	i.	o.	e.
48.	i.	a.	e.
50.	i.	e.	o.
51.	i.	e.	a.

22; à sçauoir e.o.i. Car elles signifient que la premiere personne a la seconde chose, & que la seconde personne, a la quatriesme chose, & que la troisiesme personne, a la troisiesme chose, dont s'ensuit que la quatriesme personne a la premiere chose.

Quant à la demonstration de ceste regle, elle n'est point differente de celle que i'ay donné cy deuant en trois choses, & trois personnes. Parquoy ie ne la coucheray point au long pour euiter prolixité.

Que si ie ne forme pas des mots qui expriment ces differentes dispositions, c'est d'autant que cela seroit inutile. Car il ne seruiroit rien de sçauoir les diuerses dispositions si l'on ne sçait les nombres des gettons qui restent respondant aux dittes dispositions. Or est-il qu'il est presque impossible de se souuenir de ces nombres là, pource qu'ils ne gardent ni ordre, ni proportion entre eux, & que leur multitude offusque la memoire. Partant il est necessaire à celuy qui voudra prattiquer ce ieu, d'auoir deuant ses yeux la figure apposee, laquelle il pourra escrire en vn morceau de papier pour s'en seruir au besoing.

On pourra aussi se seruir facilement de ces mesmes nombres disposez en cercle, contenant au dedans les quatre nombres 1.2.3.4. signifiant les quatre choses. Car sçachant le reste des gettons, il faut chercher au cercle dehors le nombre d'iceluy resté, & prendre le nombre qui luy respond au cercle dedans, auec les deux nombres suiuants, comme si le reste des gettons est 43, on prendra 43. au cercle dehors, puis on prendra le 3. qui luy respond au dedans, auec les deux nombres suiuans, qui sont 4. & 1. Par ainsi ces trois nombres 3.4.1. ainsi disposez, signifient que quand il reste 43. gettons, la premiere personne, a la troisiesme chose, la seconde



conde personne, a la quatriesme chose, & la troisiesme personne a la premiere chose; dont s'ensuit que la quatriesme personne a la seconde chose. Mais il se faut prendre garde à la ligne K D, qui diuise le cercle en deux parties esgales. Car si le nombre des gettons restans se treuue en la partie K. B. D, il faut prendre le nombre qui luy respond au dedans auec les deux suiuants, contant du mesme costé, asçauoir tirant depuis K vers B, & vers D. comme nous auons monstré le nombre restant estant 43. Mais si le nombre du reste des gettons se treuue

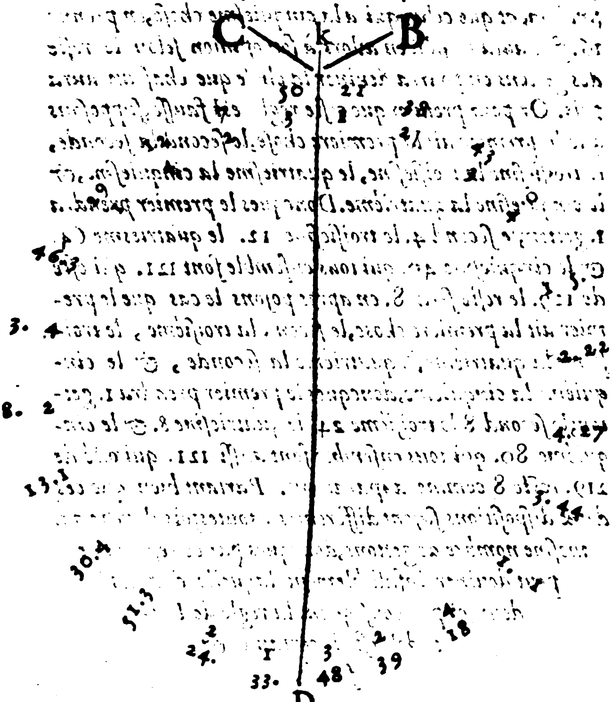
treuue en la partie K C D. il faut conter tout au contraire à sçauoir tirant depuis K vers C & D. Partant si le reste des gettons estoit 8. on prendroit 2. & les deux nombres suiuans du costé de D. asçauoir 1. & 4. Ainsi si le reste des gettons estoit 39. on prendroit les trois nombres 2.3.1. mais si le reste des gettons estoit 24. on prendroit 2.1.3. & ainsi des autres.

Ie voulois faire fin, quand m'estant tombez entre les mains trois liures d'Arithmetique de P. Forcadel, i'ay treuué qu'au troisiesme il traictoit de ce probleme ; & pource que cet Autheur s'attribue beaucoup, & qu'il pourroit estre que l'esprit du curieux Lecteur preoccupé de ses vanteries, se lairroit aisément persuader estre vray tout ce qu'il dit, ie le veux bien aduertir des fautes que commet en cet endroit ledit Forcadel.

En premier lieu il se trompe lourdement, quand il estime que cinq choses se peuuent seulement disposer en 20. façons differentes ; car elles se peuuent disposer en 120. façons, comme l'on peut aisément demonstrer par ce que i'ay dit cy deuant, & le fondement de la demonstration est que puis que 4. choses se disposent en 24 differentes sortes, cinq choses se disposeront en cinq fois 24 sortes, c'est à sçauoir en 120 façons. Partant si quelqu'vn suiuant ce que dit Forçadel pensoit faire ce ieu en cinq choses & cinq personnes, n'ayant remarqué que 20. dispositions des cinq choses, il pourroit arriuer en cent sortes qu'il se treuueroit court.

En apres Forcadel se vante de donner regle generale. Pour faire ce probleme en tout nombre de choses, & de personnes, qui soit impair, disant qu'on prenne autant de nombres en progression Arithmetique, commencente par 1. & progredissante par 1. & d'autre costé, qu'on prenne

prenne autant de nombres en progression geometrique double commençant par l'vnité. Mais ceste regle est du tout fausse, ce qu'il me suffit de preuuer par l'exemple, que luy mesme choisit de cinq choses, & cinq personnes. Il dit qu'il faut prendre 144. gettons, & à cause des cinq nombres de la progression Arithmetique 1.2.3.4.5. il en faut donner 1. à la premiere personne, 2 à la seconde, 3 à



la troisiesme, 4. à la quatriesme, & 5. à la cinquiesme & restera 129. gettons. Puis à cause des cinq nombres de de la progression geometrique double, 1.2.4.8.16. Il faut dire que celuy qui prendra la premiere chose, prenne des 129. gettons restans, une fois autant qu'il en a & que celuy qui a pris la seconde chose, en prenne deux fois autant qu'il en a & que celuy qui a la troisiesme chose, en prenne 4 fois autant qu'il en a ; & que celuy qui a la quatriesme chose, en prenne 8. fois autant qu'il en a ; & finalement que celuy qui a la cinquiesme chose, en prenne 16. fois autant qu'il en a, lors à son opinion selon le reste des gettons on pourra deviner la chose que chascun aura pris. Or pour prouver que ceste regle est fausse, supposons que le premier ait la premiere chose, le second la seconde, le troisiesme la troisiesme, le quatriesme la cinquiesme, & le cinquiesme la quatriéme. Doncques le premier prendra 1. getton; le second 4. le troisiesme 12. le quatriesme 64. & le cinquiesme 40. qui tous ensemble font 121. qui osté de 129. le reste sera 8. en apres posons le cas que le premier ait la premiere chose, le second la troisiéme, le troisiéme la quatriéme, le quatriéme la seconde, & le cinquiéme la cinquiéme, doncques le premier prendra 1. getton; le second 8. le troisiéme 24. le quatriesme 8. & le cinquiéme 80. qui tous ensemble font aussi 121. qui osté de 219. reste 8 comme auparavant. Partant bien que ces deux dispositions soyent differentes, toutesfois il reste un mesme nombre de gettons, doncques par ce reste on ne peut deviner infalliblement laquelle c'est des deux, & par consequent la regle de Forcadel est incertaine & fausse.

S'ENSVI

S'ENSVIVENT QVELQVES AVTRES PETITES SVBTILITEZ DES NOMBRES, QV'ON propose ordinairement.

I.

Je demande vn nombre qui estant diuisé par 2, il reste 1, estant diuisé par 3, il reste 1; & semblablement estant diuisé par 4, ou par 5, ou par 6, il reste tousiours 1: mais estant diuisé par 7, il ne reste rien.

CESTE question se propose ainsi ordinairement. Vne pauure femme portant vn panier d'œufs pour vendre au marché, vient à estre heurtee par vn certain qui fait tomber le panier, & casser tous les œufs, qui partant desirant de satisfaire à la pauure femme, s'enquiert du nombre de ses œufs, elle respód qu'elle ne le sçait pas certainement, mais qu'elle est bien souuenante que les contant deux à deux il en restoit 1. & semblablement les contant trois

à trois,

à trois, ou quatre à quatre, ou cinq à cinq, ou six à six, il restoit tousiours 1. & les contant sept à sept il ne restoit rien. On demande comme de là on peut coniecturer le nombre des œufs.

Il est certain que pour soudre cette question il faut treuuer vn nombre mesuré par 7, qui surpasse de l'vnité vn nombre mesuré par 2. 3. 4. 5. 6. & puisque 60 est le moindre mesuré par lesdits nõbres, & que par consequent il mesure tout autre nombre mesuré par les mesmes nombres par le corollaire de la 38 du 7; il appert que le nombre cerché doit estre vn multiple de 7. surpassant de l'vnité 60, ou quelque multiple de 60. Mais auant que passer outre, il faut remarquer qu'à fin que la question soit possible, il est necessaire que chascun des nõbres 2. 3. 4. 5. 6. soit premier au nombre 7. Ce que ie preuue ainsi. Soit B le nombre 7. & soit A quelcun des nombres susdicts qu'on dise n'estre pas premier au nombre B. donques ils auront quelque commune mesure qui soit C. ie dis qu'il est impossible de treuuer vn multiple de B surpassant de l'vnité vn multiple de A. (ce qui toutesfois est necessaire pour soudre la question comme il appert) car si l'on soustient le contraire soit D H. multiple de B, surpassãt D G multiple de A, de l'vnité G H. Alors puisque C mesure B, & que B mesure D H, il s'ensuit aussi que C mesure D H. & puisque A mesure D G. & que C mesure A, le mesme C doit aussi mesurer D G. Donques C mesurant D H, & D G. mesurera aussi l'vnité restante G H. Ce qui

A 4.   B 7.
C---
D------G.H

est

est absurde & impossible. Il faut donc necessairement que A soit premier à B, & ainsi tous les autres nombres sus mentionnez. Ce qu'il falloit preuuer.

En apres il est à noter que si plusieurs nombres sont premiers a quelque autre nõbre, le moindre nombre mesuré par les mesmes nombres, est aussi premier au mesme nõbre, ce que ie demonstre en mes elemens Arithmetiques. Partant il est certain que 60 & 7. sont premiers entre eux. Doncques pour soudre ceste question par regle infallible, il faut auoir recours a ce probleme que ie demonstre aussi au mesme lieu.

Deux nombres premiers entre eux estant donnez, treuuer vn multiple duquel d'iceux qu'on voudra, qui surpasse l'autre de l'vnité, ou quelque multiple de l'autre.

Mais d'autant que la construction de ce probleme est assez difficile, & la demonstration trop longue ie ne la veux apporter icy. Parquoy en attendant que mon liure des elemens soit mis en lumiere on pourra tastonnant quelque peu treuuer le nombre cherché en ceste sorte. Il faut doubler, tripler, quadrupler & ainsi continuellement multiplier le nombre 60, iusques à ce que l'on treuue vn nombre qui accreu de l'vnité soit mesuré par 7. Ainsi multipliant 60 par 5 viendra 300, auquel adioustant 1. on aura 301 le nombre cherché.

Cardan donne vn autre moyen qui semble vn peu plus court, bien qu'en sa procedure il commet le vice qui par les Philosophes est appellé, *Petitio* *principij*. Car sa regle est telle. Oste 7. de 60. tan de fois que tu pourras, & prens le reste qui est 4 Puis cherche vn multiple de 7. qui surpasse de l'vnité vn multiple de 4. Iceluy est 21. qui passe de l'vnité 20. multiple de 4; diuise 20 par 4, viendra 5. Doncques si tu multiplies 60 par 5. tu auras 300, multiple de 60, auquel adioustant 1, viét 301. multiple de 7. Or qu'en ceste operation on commette le vice que i'ay dit, il est bien euident, car on suppose qu'il faut treuuer vn multiple de 7, surpassant de l'vnité vn multiple de 4, sans en dóner le moyen certain, qui est autant inconnu, comme le moyen de treuuer vn multiple de 7, surpassant de l'vnité vn multiple de 60. Toutesfois ceste regle facilite aucunement l'inuention du nombre cherché, d'autant qu'il est bien aisé en tastonnant, de treuuer vn multiple de 7, surpassant de 1. vn multiple de 4, à cause de la petitesse des nombres 7.& 4. Ce qui est plus difficile, les nombres estant plus grands, comme 60.& 7.

Quant au reste cela supposé, ceste regle est infallible, car encor que Cardan ne la demonstre pas, toutesfois la demonstration en est telle. Puisque ostant 7. de 60 tant qu'on peut, il reste 4; il est certain qu'ostant 4. de 60, le nombre restant à sçauoir 56, est multiple de 7. Or supposons qu'on ait treuué 21. multiple de 7, surpassant de l'vnité 20. multiple de 4, & diuisant 20. par 4, soit le quotiét 5; Ie dis que si on multiplie 60. par 5, on aura vn multiple de 60 moindre de l'vnité que vn multiple de 7. Car multiplier 60 par 5, c'est autant que multiplier par le mesme 5. les parties de 60, à sça-

7.	60.
56.	4.
21.	20.
5.	

uoir 56, & 4. & puisque 7. mesure 56, comme il a esté dit, il est certain que le mesme 7. mesurera aussi le produit de 56. multiplié par 5. Quant au produit de la multiplication de 4 par 5, c'est le nōbre 20, auquel par l'hypotese ne manque que 1. pour estre multiple de 7: partant ioignant ces deux produits, à leur somme (qui est esgale au produit de 60. par 5.) il ne manquera aussi que 1. pour estre multiple de 7. Ce qu'il falloit preuuer.

Pour conclusion prens garde que ceste questiō n'a pas vne seule solution, car on peut trouuer infinis nombres qui la soudront, ce qui se fait ainsi. En ayant treuué vn comme 301. prens le moindre nombre mesuré par 7. & 60. qui est le produit de leur multiplication, à sçauoir 420, & adiouste ce nombre à 301, tu auras 721, qui fait le mesme effet que 301. & si tu adioustes derechef 420 à 721, tu en auras encor vn autre, & ainsi plusieurs autres sans fin, adioustant tousiours 420. Dont il appert que Tartaglia en la premiere partie l. 16. q. 146. doutant si ceste question peut receuoir plus de deux solutions, n'a pas entendu la regle generale & parfaitte demonstration d'icelle.

II.

Treuuer vn nombre, qui estant diuisé par 2. laisse 1; & diuisé par 3. laisse 2; & diuisé par 4 laisse 3; & diuisé par 5. laisse 4; & diuisé par 6. laisse 5; mais qui diuisé par 7. ne laisse rien.

IEAN Sfortunat, & Nicolas Tartaglia en la premiere p. l. 16.q. 150. confessent d'ignorer la regle generale pour soudre cette cy, & toute semblable question ; bien que le premier afferme de plus temerairement qu'elle ne se peut treuuer, le second se contente d'aduoüer ingenuement qu'il ne la sçait pas.

Toutesfois elle n'est point plus difficile que la precedente. Car puisque il faut treuuer vn multiple de 7, qui estant diuisé par 2, ou par 3, ou par 4, ou par 5, ou par 6, laisse tousiours vn nombre moindre d'vn que le diuiseur, il est certain qu'il ne faut qu'vn nombre qui soit mesuré par 2.3.4.5. 6. c'est à dire, qui soit multiple de 60, & qui surpasse d'vn quelque multiple de 7. Car prenant par exemple 60, il appert que si 59 estoit multiple de 7, il satisferoit à la question, d'autant que ledit 59, estant diuisé par lequel que ce soit des nombres susdits, le reste de la diuision sera tousiours moindre de 1. que le diuiseur, ce qui se preuue ainsi. Prenons par exemple 5. pour diuiseur. Puisque 5. mesure 60, ostant 5. de 60, le reste 55. sera aussi mesuré par 5. & puisque l'interualle de 55. à 60 est le mesme 5, il est euident que de 55 à 59 (qui est moindre de 1. que 60) l'interualle sera 4. moindre de 1. que 5. Partant diuisant 59. par 5, le reste infalliblement sera moindre de 1, que le mesme 5. Ainsi preuuerat-on le semblable des autres nombres 2. 3. 4. 6. C'est donc chose asseuree que pour soudre ceste question, il ne faut que treuuer vn multiple de 60. qui surpasse de 1. vn multiple de 7. ce qui se fait certainement par le probleme dót

i'ay

i'ay fait mention en la question precedente,&que dés maintenant i'ay demonstré en mes elemens.

Mais d'autant que pour la raison alleguee ie ne mets pas icy ledit probleme, on pourra cependant faire comme en la precedente question, & multiplier *60*, par 2. 3. 4. & ainsi continuellement iusques à ce qu'on treuue le multiple qu'on cherche. Ce qui sera fait tout incontinét, car doublant 60. vient 120, duquel ostant 1, reste 119 le nombre cherché.

On peut aussi se seruir de la regle de Cardan qui est telle. Oste les 7. de 60,& pource qu'il reste 4,treuue vn multiple de 4,qui surpasse 7,ou vn sié multiple de 1,comme est 8;& diuise 8 par 4, vient 2. Doncques multiplie 60. par 2, tu auras 120 le multiple de *60*, surpassant de 1. 119 multiple de 7. La demonstration de cecy est toute semblable à celle de la precedente, & ceste regle a la mesme imperfection que i'ay remarquee en l'autre. Mais ie n'ay point procedé enuers Cardan de si mauuaise foy qu'a fait Buteon, en son Algebre,car ledit Cardan ayant mis de suitte ces deux questions en son Arithmetique chap. *66*, si bien que l'vne est la question *63*. l'autre la *64*. Il s'est mesconté appliquant à la precedente la regle de cette cy, & donnant pour ceste cy la regle qui sert à la precedente,ce qui luy est aduenu par mesgarde non par ignorance; & neantmoins Buteon ou par malice, ou pour n'auoir eu l'esprit de connoistre ce que ie vien de dire,reprend fort aigrement ledit Cardan, quoy qu'il n'apporte rien de meilleur, ains non content de se confesser ignorant, touchant la regle generale pour soudre ceste question, il ose affermer non sans temerité, qu'elle ne se peut trouuer se persuadant que personne ne paruiendroit iamais à ce à quoy il auoit failli bien que son œuure tesmoigne assez qu'il sçauoit plus de Latin, que d'Algebre, & qu'il s'estoit plus estudié à bien parler qu'à penetrer les secrets d'vne si haute science.

Ie ne veux pourtant excuser Cardan en ce qu'il a dit qu'il est necessaire que le nombre qu'on suppose deuoir mesurer le nombre cherché (quel est 7) en toutes deux ces questions, doit estre premier de sa nature, car cela est faux, & suffit qu'il soit premier à tous les autres. à sçauoir és exemples donnez à 2.3.4.5.6. comme i'ay preuué en la precedente, ce que ie pourroy monstrer par cent exemples. Aduertissant de plus le Lecteur, que ceste question reçoit aussi infinies solutions. Car ayant treuué 119, autant de fois que tu luy adiousteras 420, autant tu trouueras de nombres faisans le mesme effect que 119.

III.

Deux bons compagnons ont 8. pintes de vin à partager entre eux esgallement, lesquelles sont dans vn vase contenant iustement 8. pintes, & pour faire leur partage ils n'ont que deux autres vases dont l'vn contient 5. pintes, & l'autre 3. On demande comme ils pourront partager iustement leur vin, ne se seruant que de ces trois vases.

On

ON peut soudre ceste question en deux façõs. Premierement du vase contenant 8. qui est plein on versera 5. pintes dans le vase contenant 5, & d'iceluy on en versera 3. dans le vase contenant 3. & il en restera 2. dans le 5. on versera puis les trois pintes qui sont dans le 3. En apres de ce qui est dans le 3, dedans le 8; & on mettra dans le 3. les 2. qui sont dans le 5. en apres de ce qui est dãs le 8, on remplira derechef le 5, & du 5. on versera vne pinte dans le 3. ce qui luy manquoit pour le remplir. Partant il restera iustement 4. pintes dans le vase de 5. & 4 pintes dans les deux autres.

Secondement on versera du vase de 8, trois pintes dans le 3, lesquelles on mettra puis dans le vase de 5. & derechef du vase de 8, on versera 3. pintes dans le 3, dont on en mettra 2. dans le 5. pour le remplir, & lors il n'en restera qu'vne dans le 3. en apres on vuidera le 5. dans le 8, & on mettra dans le 5, la pinte qui est dans le 3. & des 7 pintes qui se treuuent dans le 8, on en versera 3. dans le 3. Partant il en restera 4 iustement dans le 8. & 4 dans les deux autres vases.

Or bien qu'il semble que ceste question ne se puisse soudre par regle certaine, & qu'il y faille necessairement proceder à tastons, toutesfois on peut par vn discours certain & infallible paruenir à la solution d'icelle, ou descouurir son impossibilité si par hazard on la proposoit impossible, & de fait alentour de la question proposée on peut ainsi discourir. Puisque pour partager 8. pintes esgalement il faut qu'il y en ait 4. d'vn coſté & 4. de l'autre, & il eſt certain qu'il n'en peut auoir 4. que dans le 5. ou dans le 8. il nous faut procurer l'vn, ou l'autre, voilà donc que ie peux prendre deux differentes routes, & ſuiuant la premiere ie feray ce diſcours. Pour faire que dans le vaſe de 5. il reſte 4 pintes iuſtement, il faut, ledict vaſe eſtant plein, en oſter vne ſeulement, cela ne ſe peut faire qu'en verſant icelle pinte dans l'vn des deux autres à qui il ne faille qu'vne pinte pour eſtre plein; cela ne peut arriuer au 8. (car ſi le 5. eſtant plein il ne manquoit qu'vne pinte au 8. pour eſtre plein, il s'enſuiuroit qu'en tout il y auroit 12. pintes contre l'hypoteſe, il faut donc que ce ſoit le vaſe de 3. à qui il ne faille qu'vne pinte pour eſtre plein, & partant il faut que dans iceluy il y ait ſeulement 2. Or cela ſe peut imaginer en deux façons. La premiere, ſi le 3. eſtant plein, on peut oſter vne pinte d'iceluy, la ſeconde ſi le 3. eſtant vuide, on y apporte d'vn autre vaſe leſdictes 2. pintes. La premiere façon ne peut reuſcir, car il faudroit que le 3. eſtant plein, il ne māqueſt qu'vne pinte à l'vn des autres vaſes pour eſtre plein, ce qui ne peut arriuer au 5. (car il faudroit qu'il n'y eut que 4. pintes dans iceluy, qui ſeroit ſuppoſer ce que l'on cherche) il ne peut auſſi arriuer au 8. (car il faudroit qu'il y eut 7. pintes en iceluy qui iointes auec les autres 3, feroyent en tout 10. pintes contre l'hypoteſe) doncques il faut ſuiure la ſeconde façon, & apporter d'ailleurs 2. pintes dans le 3. Mais cela ne peut venir du 8. (car ſi le 3. eſtant vuide, il n'y auoit que 2. pintes dans le 8. quoy que le 5. fut plein, tout le nombre des

pintes

pintes ne seroit que 7. contre l'hypotese) il faut donc que les 2. pintes viennent du 5. Or pour faire qu'il n'y ait que 2. pintes dans le 5. il faut en oster 3. quand il est plein, ce qui est bien aisé à cause que nous auons vn vase contenant 3. Partant si l'on rebrousse chemin, & si l'on reprend le fil du discours despuis la fin iusques au commencement on treuuera la premiere façon de soudre la question.

Suiuant l'autre route ie feray ce discours. Pour faire demeurer 4. pintes dans le 8. il faut en oster 4. Cela se peut imaginer en 3. façons. Premierement ostant les 4. pintes d'vn coup, ce qui est impossible (car il n'y a point de vase contenant 4) secondement ostant 2 pintes, & puis 2. autres, ce qui est aussi impossible (car bien que on puisse oster 2. pintes, comme i'ay monstré en l'autre discours, où l'on fait venir 2. pintes dans le 5. toutesfois cela fait il est impossible d'en oster 2. autres comme on peut recueillir du mesme discours.) Troisiesmement ostant 1. pinte, & puis 3. & ceste façon est fort vray semblable, car si on peut mettre vne pinte dans le 5. il sera aisé d'en mettre 3. dans le 3. Or pour faire venir vne pinte dans le 5. il faut ou que l'on oste 4. dudict 5. lors qu'il est plein, ou que l'on y apporte d'ailleurs ladicte pinte. Le premier moyen est impossible, car du 5. on ne peut vuider 4. pintes dans le 3 qui n'en est pas capable; on ne les peut aussi vuider dans le 8. (car il faudroit que dans le 8. il y eut des-jà 4. pintes, & partant tout le nombre des pintes seroit 9. contre l'hypotese) il faut donc embrasser le second moyen, & apporter d'ailleurs vne pinte dans le 5. Cela ne peut venir du 8. (car le 5. estant vuide s'il n'y auoit qu'vne pinte dans le 8. quoy que le 3. fut plein,tout le nombre des pintes ne seroit que 4.) il faut donc qu'il vienne du 3. Or pour faire que dans le 3. il n'y ait qu'vne pinte, il faut en oster 2.quand il est plein.Doncques il faut qu'à l'vn des autres vases il ne mãque que 2.pour estre plein. Cela ne peut arriuer au 8 (car autrement tout le nombre des pintes seroit 9) Donc il faut qu'il arriue au 5. Et partant il faut que dans le 5. il n'y ait que 3.pintes. Ce qui se procure aisément, versant le 3. quand il est plein, dedans le 5. Parquoy reprenant tout ce discours despuis la fin iusques au commencement, on trouuera la seconde façon que i'ay donnée pour soudre ceste question.

Mais pour abreger aucunement ces discours,& cognoistre incontinent si la question est soluble, & comment elle se doit soudre,il faut regarder la difference de la contenue des deux moindres vases qui est 2. en l'exemple proposé, & si l'on treuue par le discours qu'il faut qu'il demeure 2 pintes en quelque vase, la solution est trouuée, car du 5. remplissant le 3.il appert qu'il reste 2. dans le 5. Et l'on voit que l'vn & l'autre des discours precedens est venu aboutir à cet endroit. Partant la cõdition que prescrit Forcadel à ceste question au 2. Liure de son Arithmetique, n'est pas necessaire. Car il veut qu'on prenne pour les deux moindres nombres,deux des nombres prochains en la progression continuelle des nombres impairs, qui commence à 1.3.5.7.9.&c. & pour le plus grand,la

somme

ſomme d'iceux:comme en l'exemple donné nous auons pris 3. & 5. & la ſomme d'iceux, à ſçauoir 8. Mais encor qu'obſeruant ceſte condition la queſtion ſoit touſiours ſoluble, toutesfois il n'eſt point neceſſaire de choiſir de tels nombres, ce qu'il me ſuffit de preuuer par vn ſeul exemple. Soyent les deux moindres de 5. & de 8. pintes,& le plus grand de 12. il eſt euident que 5. & 8. ne ſont point deux nombres prochains en la progreſſion des impairs,& que 12.n'eſt point la ſomme d'iceux. Neantmoins la queſtion ſe peut ſoudre.Car ſuppoſant que le vaſe de 12. ſoit plein & qu'on le vueille diuiſer en deux eſgalement, il faut procurer que dans le vaſe de 8. il ſe treuue 6. pintes. Or pour ce faire il faut quand le vaſe de 8. ſera plein,en oſter 2. Il faut donc que le vaſe de 8. eſtant plein,il n'en manque que(2. à vn des autres,ce ne peut eſtre au 12. (car autrement tout le nombre des pintes ſeroit 18) Donc il faut que ce ſoit au 5. Mais pour faire qu'il n'en manque que 2. au 5. on doit ſuppoſer qu'il n'y ait que 3. pintes dans le 5. Ce qui ſe peut procurer aiſément d'autant que 3. eſt la difference entre 8. & 5. Partant tu ſoudras la queſtion en ceſte ſorte. Du vaſe de 12. remplis celuy de 8. & de celuy de 8. remplis celuy de 5. & verſe celuy de 5. dans celuy de 12. puis verſe dans le 5. les 3. pintes qui ſont demeurées dans le 8. & remplis derechef du vaſe de 12. celuy de 8. & du 8 verſe 2. pintes dans le 5. qui luy manquent pour eſtre plein, il en reſtera infalliblement 6. dans le vaſe de 8. ℞.

IV.

IV.

Trois maris ialoux, auec leurs femmes ſe treuuent de nuit au paſſage d'vne riuiere, où ils ne rencontrent qu'vn petit batteau ſans battelier ſi eſtroit qu'il n'eſt capable que de deux perſonnes; on demande comme ces ſix perſonnes paſſeront deux à deux, tellement que iamais aucune femme ne demeure en compagnie d'vn ou de deux hommes, ſi ſon mary n'eſt preſent.

IL faut qu'ils paſſent en ſix fois en ceſte ſorte. Premierement deux femmes paſſent, puis l'vne rameine le batteau, & repaſſe auec la troiſieſme femme, Cela fait l'vne des trois femmes rameine le batteau, & ſe mettant en terre auec ſon mary, laiſſe paſſer les deux autres hommes qui vont treuuer leurs femmes. Alors vn deſdicts hommes auec ſa femme rameine le batteau, & mettant ſa femme en terre, prend l'autre homme, & repaſſe auec luy. Finalement la femme qui ſe treuue paſſée auec les trois hommes entre dans le batteau, & en deux fois va querre les deux autres femmes, par ainſi en 6. fois tous paſſent.

Il ſemble auſſi que ceſte queſtion ne ſoit fondée en aucune raiſon. Mais toutesfois la condition apposée, qu'il ne faut point qu'aucune femme demeure accompagnée d'aucun des hommes ſi ſon mary n'eſt preſent, nous peut guider pour trouuer la ſolution d'icelle par vn diſcours infallible. Car il eſt certain que pour paſſer deux à deux, il faut

ou

ou que deux hommes passent ensemble; ou deux femmes, ou vn homme auec sa femme. Or au premier passage on ne peut faire passer deux hômes (car alors vn homme seul demeureroit auec les trois femmes contre la condition) donc il est necessaire ou que deux femmes passent; ou qu'il passe vn homme auec sa femme, mais ces deux façons reuienent à vne, d'autant que si deux femmes passent, il faut que l'vne rameine le batteau, partant vne seule se treuue à l'autre riue; & si vn homme passe auec sa femme, le mesme aduiẽdra, d'autant que l'homme doit ramener le batteau (car si la femme le rameroit elle se treuueroit auec les deux autres hommes sans son mari) Au second passage deux hõmes ne peuuent passer (car l'vn d'eux lairroit sa femme accompagnée d'vn autre homme) Vn homme aussi auec sa femme ne peut passer (car estant passé il se treuueroit seul auec deux femmes) il est donc necessaire que les deux femmes passent, ainsi les trois femmes estãt passées, il faut que l'vne d'icelles ramene le batteau, quoy fait. Au troisiesme passage où restent à passer les trois hommes & vne femme, on voit bien que deux femmes ne peuuent passer, puis qu'il n'y en a qu'vne. Vn homme aussi auec sa femme ne peut passer (car estant passé il se treuueroit seul auec les trois femmes) donc il faut que deux hommes passent, & allent vers leurs deux femmes, laissant l'autre homme auec sa femme. Or qui ramenera le batteau? vn homme ne le peut faire (car il lairroit sa femme accompagnée d'vn autre homme) vne femme ne peut aussi. (car el-

le

le iroit vers vn autre homme laissant son mary) Que si les deux hommes le ramenoyent, ce seroit ne rien faire, car ils retourneroyent là d'où ils sont venus. Partant ne restant autre moyen il faut qu'vn homme auec sa femme ramene le batteau. Au quatriesme passage où restent à passer deux hommes auec leurs deux femmes, il est certain qu'vn homme auec sa femme ne doit passer (car ce seroit ne rien faire) les deux femmes aussi ne peuuent passer (car alors les trois femmes seroyent auec vn seul homme) donc il faut que les deux hommes passent. Alors pour ramener le batteau deux hommes ne peuuent estre employez (car ce seroit retourner là d'où ils sont venus) vn homme seul aussi ne peut (car cela fait il se treuueroit seul auec deux femmes) doncques il faut que ce soit la femme qui en deux fois aille querre les deux autres femmes qui restent à passer, & voilà le cinquiesme & sixiesme passage. Partant en six fois ils sont tous passez sans enfreindre la condition.

Encor que ces deux dernieres questiõs soyent cõme ridicules, toutesfois il y a quelque subtilité à les resoudre, partant ie les ay bien voulu mettre icy, m'efforçant d'en rendre raison, à fin que ceux qui par cy deuant ont pensé que celà ne se pouuoit faire: changent d'opinion, & sçachent que tout effect certain a vne cause certaine.

Estant

V.

Estant proposee telle quantité qu'on voudra pesant vn nombre de liures despuis 1. iusques à 40. inclusiuement (sans toutesfois admettre les fractions) on demande combien de pois pour le moins il faudroit employer à cet effect.

IE respons 4. pois, dont le premier pese. 1. liure & les autres suiuent en continuelle proportion triple; & seront lesdicts quatre pois 1.3.9.27.

Et la proportion triple commencente par 1. a ceste merueilleuse proprieté que prenant quelque nombre de termes en icelle proportion, on pourra par autant de pois peser toute quantité pesante quel nombre de liures que ce soit despuis 1. iusques à la somme desdicts termes. Ainsi la somme des quatre termes 1.3.9.27. estant 40. ie dis qu'auec quatre pois, d'ont l'vn pese 1. liure, l'autre 3. l'autre 9. l'autre 27. on pourra peser toute quantité pesante quelque nombre de liures despuis 1. iusques à 40. De mesme auec ces cinq pois 1.3.9.27.81. dont la somme est 121. on pourra peser toute quantité pesant vn nombre de liures despuis 1. iusques à 121. & ainsi des autres.

Or bien que ceste proprieté de la proportion triple qui commence par l'vnité ait esté remarquee par plusieurs: toutesfois nul, que ie sçache, ne s'est encor mis en deuoir d'en donner raison. Parquoy suyuant ma coustume ie veux entreprendre de ce faire. Et pour y paruenir ie suppose ce Theoreme.

V.

Plusieurs termes estant proposez en continuelle proportion triple commençante par 1. Le dernier est esgal au double de la somme de tous les precedens y adioustant 1.

LA demonstration de cecy est bien aisee, parquoy ie ne feray que toucher le fondement d'icelle. Ce Theoreme en autres paroles dit presque le mesme, que la regle qu'on dóne pour treuuer la somme de plusieurs nombres continuellement proportionaux, pourueu que le denominateur de la proportion, & le premier & le dernier terme soyent connus, laquelle regle est tiree de la 35. du 9. d'Euclide & est telle. Il faut oster le premier terme du dernier, le reste diuisé par vn nombre moindre de l'vnité, que le denominateur de la proportion, donnera la somme de tous les termes excepté le dernier. Doncques le dernier contient le premier: & de plus la somme de tous les autres precedens autant de fois, qu'il y a d'vnitez au nóbre moindre de 1. que le denominateur de la proportion. Partant en la proportion triple commençante par vn, puisque le premier terme est vn, & le nombre moindre de 1. que le denominateur 3, est 2. Il faut conclurre que le dernier terme contient 1. & le double de la somme des precedens, qui est iustement ce que dit mon Theoreme. Cela supposé prenons premierement deux pois à sçauoir 1, & 3. dont la somme est 4. Il est bien certain qu'il n'y a pas difficulté de peser par iceux vne

quan

rité qui soit esgale en pois à quelcun d'iceux, ou à la somme d'iceux, comme vne quantité pesante 1, ou 3, ou 4. Mais la difficulté est de peser vne quantité qui pese vn nombre tombant entre lesdits deux pois, comme vne quãtité pesante 2. liures & ceste difficulté se resoult par le Theoreme sus allegué, car puisque 3. doit contenir le double de 1. & de plus 1. si on prend vne quantité dont le pois surpasse de 1. le premier pois 1. comme fait la quãtité pesante 2. il appert par ledit Theoreme qu'adioustant le pois de 1. à ladite quantité, on fera vn pois esgal au second pois, qui est 3.

Secondement qu'on prenne les trois pois 1. 3. 9. dont la somme est 13. Ie dis aussi que par iceux on pesera toute quantité pesante depuis 1. iusques à 13. Car i'ay desia preuué que par les deux premiers on pesera iusques à 4. Que si l'on propose vne quantité de 5. liures, puisque 5. surpasse de 1. la somme des deux premiers pois, il appert par mon Theoreme que si à 5. l'on adiouste ladite somme qui est 4. on fera le dernier pois à sçauoir 9. Doncques si à la quantité de 5. liures on ioint les deux premiers pois, cela contrebalancera le troisiesme En apres puisque ce qui reste despuis cinq à neuf est esgal comme i'ay preuué à la somme des deux premiers pois, à sçauoir à quatre: pour peser tout nombre de liures, entre cinq & neuf, à sçauoir 6. 7. 8. on procedera d'vne façon contraire à celle dõt on vse pour peser auec deux pois depuis 1. iusques à 4. Car puisque 5. liures auec la somme des deux premiers pois, esgalent le troisiesme comme i'ay demonstré, il appert que 6. liures auec le second pois 3, ostant seulement le premier 1; esgaleront le mesme troisiesme:& 7 liures auec 3, esgaleront le troisiesme 9, auec 1:& 8. liures auec 1, esgalerōt le mesme troisiesme 9. finalement pour peser despuis 9 iusques à 13, il n'y a nulle difficulté, à cause que l'interualle n'est aussi que 4, la somme des deux premiers pois, & faut faire tout de mesme comme pour peser auec deux pois despuis 1. iusques à 4. & ceste demonstration est vniuerselle, les mesmes raisons ayant lieu en tout nombre de pois choisis de mesme façon. Parquoy pour euiter prolixité ie mettray fin à ceste question, seulement i'aduertis le curieux Lecteur, que la proportion double commençante par 1: fait bien vn semblable effect, mais non pas auec si peu de pois, car pour peser par icelle iusques à 31, il faudroit ces cinq pois 1. 2. 4. 8. 16. Là ou pour peser iusques à 40 par la proportion triple, il n'en faut que 4. cōme i'ay preuué. Toutesfois qui voudra, pourra voir comme en autre subiect, Tartaglia se sert de ceste proprieté de la proportion double en la seconde partie, liure 1. chap. 16. q. 32. Pour toute autre proportion plus grande que la triple, elle ne peut faire cet effet, car par exemple prenant ces trois pois en proportion quadruple 1. 4. 16. auec iceux on ne peut peser 2. liures ni 6, ni 7, ni 8, ni 9, ni 10. & ainsi des autres.

VI.

VI.

Souuent on requiert qu'on reduise vne plus haute monnoie en des plus basses de differente valeur, tellement qu'il y ait esgal nombre des vnes & des autres, comme si l'on demande qu'on reduise vn escu en soubz, & en liars, tellement qu'il y ait autant de soubs que de liars.

POur faire cecy, regarde la proportion d'vn soubz à vn liard qui est quadruple, & diuise 60. qui est la valeur d'vn escu, en deux nombres, obseruans la proportion quadruple, ainsi que j'ay enseigné au probl. 14. tu trouueras que ces deux nõbres sont 48, & 12. Partant tu peux dire pour soudre la question, qu'il faut 48 soubz, & 12 soubz reduits en liars, qui font aussi 48 liards. La raison de cecy est bien euidente, car puisque vn soubz est quadruple d'vn liard, & 48 est quadruple de 12, il est certain que 12 soubz en liards, font 48 liards. Que si l'on vouloit reduire vn escu en liars & deniers, d'autant que la proportion d'vn liard a vn denier est triple, & qu'vn escu vaut 240 liars, il faut diuiser 240 en deux nombres obseruans la proportion triple qui sont 180 & 60. & on dira que 180 liards, & 60 liars reduits en deniers, qui sont aussi 180 deniers, font la valeur d'vn escu. On pourroit de mesme reduire la plus haute mõnoie en plusieurs plus basses, comme en trois ou quatre. Car tout ainsi que i'ay enseigné au 13. prob. à diuiser tout nombre donné en deux, obseruans la proportion donnee, ainsi peut on diuiser le nõbre donné en plusieurs, obseruans les proportions donnees, comme s'il faut diuiser 60. en trois nombres, que le premier au second ait proportion sesquialterne, & le second au troisiesme ait proportion double, ie continueray ces proportions en trois termes, comme en 3. 2. 1. dont la somme est 6, par qui diuisant 60, vient 10, qui multipliant separément les susdits trois termes, donne les nombres cherchez, à sçauoir 30. 20. 10. Dõcques si l'on veut par exemple réduire vn escu en deniers, doubles, & liards, tellemẽt qu'il y ait autãt des vns que des autres; d'autãt que le liard au double a proportiõ sesquialterne, & le double au denier a proportion double ie diuiseray 240 (qui est la valeur de l'escu en liards) en trois nõbres, obseruãs lesdittes proportions, qui seront 120. 80. 40. Partant ie diray qu'il faut 120 liars, & 80 liars reduits en doubles, qui sont 120 doubles; & quarante liars reduits en deniers qui sont aussi 120 deniers. Et ceste regle est si certaine & infallible qu'encor que les nombres des moindres monnoies viennẽt entremeslez de fractions, la solution de la question ne laisse d'estre bonne & veritable. Par exemple qui voudroit reduire vn escu en soubz, & en deniers, auec la mesme condition, il faudroit diuiser 60. en deux nombres, obseruans la proportion de 12 à 1. qui seroyent 55 $\frac{5}{13}$. & 4 $\frac{8}{13}$. Partant on diroit qu'il faut 55 soubz & $\frac{5}{13}$ d'vn soubz & autant de deniers; & la solution seroit tres-bonne, car 55

de

deniers & $\frac{1}{13}$ d'vn denier font iustement 4 soubz & $\frac{8}{13}$ d'vn soubz, qui ioints à 55 soubs & $\frac{5}{13}$ font 60 soubz, la valeur de l'escu.

VII.

Vn homme venant à mourir partage son biē consistāt en certaine somme d'escus, à ses enfans, en telle sorte qu'il ordōne que le premier prenne 1. escu, & la septiesme partie du restant, en apres que le second prenne deux escus & la septiesme du reste, & cela fait que le troisiesme prenne 3. escus, & la septiesme du reste, & & ainsi consecutiuement des autres. Or le partage fait en ceste façon il se treuue que chascun des enfans est esgalement proportionné, l'on demande la somme des escus, & le nombre des enfans.

POVR soudre toute semblable question prens le denominateur de la partie mentionnee, & d'iceluy oste 1: le reste sera le nombre des enfans, & le quarré dudit reste sera la somme des escus, & chascun aura autant d'escus, qu'il y à d'enfans. Comme en l'exemple proposé, d'autāt que la partie mentionnee est $\frac{1}{7}$ prens 7. denominateur d'icelle, & en oste 1. restera 6. le nombre des enfans, dont le quarré à sçauoir 36. est la somme des escus, & chascun aura 6. escus comme tu peux voir par experience. La demonstration de cecy est telle.

N18.	M21.	L24.	K28.	H30.	G35.	F36.
E3.	D4.	C5.	A6.	B7.		

Soit le nombre B.denominateur de la partie,& ſoit A.moindre de 1.que B:& ſoit encor C. moindre de 1.que A. & ſoit F le quarré de A,& multipliant C par B:ſoit fait G, & multipliant C par A. ſoit fait H. Or puiſque A multipliant ſoy meſme & multipliant C.fait F. & H. & la difference des C A. eſt l'vnité, il s'enſuit que F côtient A,vne fois dauantage que ne fait le nombre H.partant A eſt la difference des deux F H.ſemblablemẽt puiſque C multipliant A.& B produit H G,& la difference des deux A.B,eſt l'vnité,il s'enſuit que C.eſt la difference des deux H G.Doncques H.eſt moindre que F du nombre A: & le meſme H.eſt moindre que G,du nombre C: parquoy la differẽce des deux A C.eſtant 1:il faut auſſi que le meſme 1.ſoit la difference des deux F G.Partant ſi de F l'on oſte 1,reſte G,qui diuiſé par B,donne C. Or il eſt euident qu'adiouſtant 1 à C, ſe fait A, le coſté de F. Doncques la ſomme des eſcus eſtant F,& le nombre des enfans A,il appert ſi le premier prend 1,& la partie du reſte denominee de B, qu'il aura vn nombre d'eſcus eſgal à A,côme dit la regle. Reſte à preuuer que tous les autres en auront autãt ſuiuant l'ordonnãce du pere, & il eſt certain que le premier ayant pris vn nombre eſgal à A:il reſte H. car A eſt la difference des deux F H comme nous auons preuué.Or qu'on prẽne D moindre que C. de l'vnité, & par conſequent moindre que A de 2, & mul

& multipliāt par D. les nōbres A.B. soyēt faits L.K. Alors puisque la differēce de A.&B est 1. il s'ensuit que D est la differēce des deux L.K.& d'autant que le mesme A. multipliāt les deux D C.(dont l'interualle est 1.) prouiennēt L.& H, il s'ēsuit que A est la difference des deux L.H. Partāt K surpassant L de D:& H surpassant le mesme L de A, il s'ensuit que H surpasse K du mesme nombre dont A surpasse D. à sçauoir de 2. Doncques si le secōd enfant prēd 2. du nombre H, restera K, duquel prenant la partie denommee de B. viendra D. & puisque D auec 2. fait A: il appert qu'il aura autant que le premier, à sçauoir vn nombre esgal à A. De mesme façon si l'on prend E. moindre que D de 1:& par consequēt moindre que A de 3, multipliant A.B. par E & produisant N,M, on preuuera que la difference entre L. & M est la mesme qu'entre A & E, à sçauoir 3. Partant si le troisiesme enfant prend 3. du nombre L, restera M. lequel diuisé par B, donnera E. doncques puisque E ioint à 3. fait A, il appert que le troisiesme enfant aura autant que chascū des precedens, & la mesme raison sert pour tous les autres, & ne faut point douter qu'il n'y ait assez d'escus pour faire que chascun en ait autant qu'il y a d'vnitez en A. Car le quarré F. doit contenir son costé A. autant de fois qu'il y a d'vnitez audit A.

Ceste regle se peut prattiquer fort diuersemēt. Car premierement selon qu'on changera le denominateur de la partie, l'on changera aussi la solution. Mais il faut prendre garde qu'en la proposition de la quest ion, il ne soit fait mentiō que d'vne mesme partie, car si l'on faisoit mention de diuerses parties, comme si l'on disoit que le premier prenne 1, & la moitié du reste, le second 2 & le tiers du reste; & ainsi en quelque autre semblable maniere, la question seroit impossible. En outre il ne faut point que la partie mentionnee ait autre numerateur que l'vnité, car si l'on proposoit la question en telle sorte, que le premier deut prendre 1. & $\frac{2}{7}$ du reste, le second 2 & $\frac{2}{7}$ du reste, & ainsi consecutiuement, la question seroit aussi impossible.

Secondement l'on peut changer les nombres que chascun prend, auant que de prendre vne certaine partie du reste, comme en l'exemple donné au lieu que le premier prend 1; le second 2; le troisiesme 3: & ainsi consecutiuement: on pourroit requerir que le premier prit tout autre nombre, cõme 5. mais alors il faudroit que les nõbres des autres, suiuissent en continuelle progresion Arithmetique, dont la difference fut le mesme 5. Par exemple il faudroit que le second prit 10, le troisiesme 15: le quatriesme 20: & ainsi des autres. & en tel cas on trouueroit tousiours le nombre des enfans, comme auparauant ostant 1. du denominateur de la partie: mais le nombre des escus se treuueroit multipliãt le quarré du nombre des enfans par 5, à sçauoir par le nombre que prend le premier, & qui est la difference de la progresion. Comme si l'on veut que le premier prenne 5, & la septiesme du reste. Le second 10, & la septiesme du reste: le troisiesme 15, & la septiesme du reste: & ainsi des autres: le nombre des enfans sera tousiours 6, mais le nombre des escus sera 180. qui se fait multipliant le quarré de 6, à sçauoir 36. par 5.

& chascun

Et chascun des enfans aura 30 escus; à cause que 5. fois 6. sont 30. La demonstration de tout cecy se tire aisément de ce qui a esté dit, cóme ie laisse à considerer au prudent Lecteur.

Troisiesmement la question se pourroit proposer diuersement si l'on ordonnoit que chasque enfant prit premierement vne certaine partie, & apres vn certain nombre. Comme qui diroit. Le premier prenne la septiesme de toute la somme, & vn escu de plus; le second prenne la septiesme du reste, & 2. escus aprés. Le troisiesme prenne la septiesme du reste, & de plus 3 escus, & ainsi consecutiuement. Et en tel cas il faut comme auparauant oster 1. du denominateur de la partie, & le reste sera le nombre des enfans, mais le nombre des escus prouiendra, multipliant ledit denominateur par ledit nombre moindre de 1. qu'on met pour le nombre des enfans. Comme en l'exemple donné le nombre des enfans sera 6. & le nombre des escus 42. & chascun aura autant d'escus qu'il y a d'vnitez au denominateur de la partie asçauoir 7. La demonstration est facile à treuuer à l'imitation de la precedente. Mais on doit aussi obseruer pour faire la question possible, qu'on ne fasse mention que d'vne seule & mesme partie, & l'on peut semblablement changer les nombres qu'on prend de plus, pourueu qu'ils se suiuent en continuelle progression Arithmetique & que le moindre soit esgal à la difference. Comme si l'on veut que le premier prenne la septiesme de toute la somme, & 4. de plus, il faut que le second prenne la septiesme du reste, & 8. de plus, & que le troisiesme prenne la septiesme du reste & 12 de plus, & ainsi des autres. Alors le nombre des enfans sera 6. comme auparauant, qu'on treuue estant 1. de 7. Mais pour auoir la somme des escus, ayant multiplié 6. par 7. il faut multiplier le produict 42 par 4, qui est la difference de la progression, & viendra 168. la somme des escus, & chascun en aura 28. lequel 28 se treuue multipliant 7. par 4.

VIII.

Trois hommes ont chascun certaine somme d'escus. Le premier donne des siens aux deux autres autant qu'ils en ont chascun. En apres le second en donne aux deux autres autant qu'ils en ont chascun. Finalement le troisiesme en donne aux deux autres autãt qu'ils en ont chascun: cela fait chascun se treuue 8. escus. On demande combien chascun en auoit du commencement.

CEste question se resoult aisément par vn discours qui porte auec soy sa demonstration, & qui est tel. Puis que à la fin chascun se treuue auoir 8. escus, & qu'immediatement auparauant le troisiesme auoit donné au premier, & au second, autant qu'ils auoyent chascun, il faut dont que chascun d'iceux n'en eust que 4. & que le troisiesme en eut 16. Mais le second en venoit de dõner aux deux autres autant qu'ils en auoyét chascun. Il faut donc qu'auparauant le premier n'en n'en eut que 2. Le troisiesme 8. & le second 14. Or cela n'est aduenu qu'apres que le premier en a donné aux deux autres autant qu'ils en auoyent chascun. Doncques il conuient dire que du commencement le second en auoit 7. le troisiesme 4. & le premier 13.

Et remarque que pour soudre generalement toute semblable question, il faut tousiours prendre des nombres en mesme proportion que 13. 7. 4. & 8. car pourueu que cela soit, procedant de mesme façon tous trois à la fin se treuueront esgaux. Partant le nombre auquel se fait l'esgalité estant donné, il est aisé de trouuer les trois nombres du commencement, car il ne faut que diuiser le nombre donné par 8. & multiplier le quotient par 13. 7. & 4. comme si l'on dit faisant de la mesme sorte que chascun à la fin se treuue 6. escus diuise 6. par 8. vient $\frac{3}{4}$. qui multiplié par 13. 7. & 4. te donne à cognoistre qu'au commencement le premier auoit 9 $\frac{3}{4}$. le secód 5 $\frac{1}{4}$. Le troisiesme 3. Par mesme raison les trois nombres que chascun a du commencement estant donnez, il est facile de treuuer celuy auquel se doit faire l'esgalité. Car il est necessaire à fin que la question soit possible, que lesdicts trois nombres donnez obseruét mesme proportion que 13. 7. 4. partant si tu diuises le plus grand par 13 ou le moyé par 7. ou le moindre par 4. il viendra par tout vn mesme quotient, qui estant multiplié par 8. produira le nombre auquel se doit faire l'esgalité. Comme si les nombres donnez estoyent 26. 14. 8. diuisant 26. par 13. ou 14 par 7. ou 8 par 4 vient tousiours pour quotient

tient. 2. qui multiplié par 8. produit 16. le nombre auquel se fera l'esgalité.

Or d'icy l'on peut tirer la façon d'vn ieu assez gentil pour deuiner de trois personnes, combien chascune aura pris de gettons, ou de cartes, ou d'autres vnitez & ce ieu se pourra pratiquer en ceste sorte.

Commande que le troisiesme prenne, par exéple, vn nombre de gettons tel qu'il voudra, pourueu qu'il soit pairement pair, c'est à sçauoir mesuré par 4. En apres ordonne que le second prenne autant de fois 7. que le troisiesme a pris de fois 4. & que le premier prenne tout autant de fois 13. Alors commande que le premier donne de ses gettons aux deux autres autãt qu'ils en ont chascun, & puis que le second en donne aux autres autãt qu'ils en auront chascũ, & finalemét que le troisiesme fasse tout de mesme. Cela fait pren le nombre des gettons duquel que tu voudras des trois (car ils s'en trouueront tous vn esgal nombre) & pren la moitié d'iceluy, ce sera le nombre des gettons qu'auoit le troisiesme du commencement, partant il est aisé de deuiner les nombres des autres, prenant pour celuy du second autant de fois 7. & pour celuy du troisiesme autant de fois 13. qu'il y a de fois 4. au nombre du troisiesme cogneu. Par exemple, que le troisiesme ait pris 12. gettons, alors le second en prendra 21. & le premier 39. & apres que chascun aura donné & receu comme i'ay diuisé, il aduiendra que chascun aura 24. & la moitié de 24. à sçauoir 12. est iustement le nombre du troisiesme. Cecy n'est au-

tre

tre en effect que la regle que i'ay cy deuant donnée. Car le nombre auquel se fait l'esgalité estant cogneu, pour trouuer ce que chascun auoit du commencement, i'ay dit qu'il falloit diuiser ledit nombre de l'esgalité par 8. & multiplier le quotient par 13. 7. & 4. Or est-il certain que diuiser vn nombre par 8, & multiplier le quotient par 4. c'est autant que prendre les quatre huictiesmes du mesme nombre, à sçauoir la moitié.

Mais si l'on me demandoit par quel moyen i'ay treuué que tous les nombres qui peuuent soudre ceste question doiuent obseruer mesme proportion que 4. 7, 13. & par quelle regle generale on pourroit soudre toutes autres semblables questions, encor que l'vn changeat la proportion de ce que chascun doit donner aux deux autres, cõme si au lieu de leur donner vne fois autant qu'ils ont, on requeroit qu'il leur donnast deux fois, trois fois, quatre fois autant &c. Ie respons que l'Algebre est celle qui m'a serui de guide en cecy, & que de l'operation d'icelle, on peut finalement tirer la regle generale demandée. Parquoy pour satisfaire aux plus curieux, ie veux chercher par ceste voye comme se peut soudre la question, supposant que chascun à son tour donne aux deux autres deux fois autant d'escus qu'ils en ont. Et pour ce faire procedant resolutiuement ie dis que comme ainsi soit que le troisiesme à la fin donnant à chascun des autres deux fois autant qu'ils en ont, ils se treuuent tous trois auoir vn mesme nombre d'escus, il faut que les nombres du premier & second fussent auparauant esgaux; partant

ie

ie poſe que le premier euſt alors 1 ℞. d'eſcus, & le secõd auſſi 1.℞. Et puis qu'il faut que le troiſieſme leur donne à chaſcun le double de ce qu'ils ont, doncques il leur donnera 2. ℞. à chaſcun. Mais alors tous trois doiuent auoir vn eſgal nombre, & le premier & secõd en ont chaſcun 3.℞. doncques le troiſieſme à pareillement 3.℞. Partat reprenant 2.℞. qu'il a donné au premier, & 2.℞. qu'il a donné au ſecond, il eſt neceſſaire que ledit troiſieſme auparauãt que de donner, eut 7.℞. le ſecond 1.℞. & le premier 1.℞. auſſi. Or eſt-il qu'immediatement auparauant le ſecond vient de donner à chaſcun des autres, deux fois autant qu'ils auoyent, & partant il leur vient de donner les $\frac{2}{3}$ de ce qu'ils ont à preſent, à ſçauoir $\frac{2}{3}$ ℞ au premier, & $\frac{14}{3}$ ℞ au troiſieſme. Parquoy ledit ſecond reprenant ce qu'il a dõné, il ſe treuuera qu'auant que donner, le ſecond auoit $\frac{12}{3}$ Rac. le premier $\frac{1}{3}$ Rac. & le troiſieſme $\frac{7}{3}$. Rac. Mais auſſi il conuient conſiderer que le premier immediatement auparauant a donné à chaſcun des autres le double de l'argent qu'ils auoyẽt à ſçauoir à chaſcun d'iceux les $\frac{2}{3}$ de ce qu'ils ont maintenant, doncques il a donné au ſecond $\frac{12}{9}$ Rac. & au troiſieſme $\frac{14}{9}$ Rac. Partant reprenant le ſien, ie conclus que le premier au commencement auoit $\frac{11}{9}$. Rac. le ſecond $\frac{12}{9}$. Rac. & le troiſieſme $\frac{7}{9}$. Rac. & voyla que la queſtion (pour parler auec Diophante) eſt ſolue infiniment, c'eſt à dire que tout nombre que l'on prenne pour valeur de la racine, l'appliquant deuëment aux poſitions, l'on ſoudra la queſtion. Partant tous trois nombres que l'on choiſira, obſeruans la meſme

propor

proportion que 55. 19. & 7. ils feront l'effet que l'on demande, & l'esgalité se fera (si l'on prend 55. 19. & 7.) au nombre 27. qui est le cube de 3. qui surpasse d'vn le denominateur de la proportion de ce que chascun donne aux autres: ou bien si l'on prend d'autres nombres que 55. 19. & 7. l'esgalité se fera en vn nombre qui aura la mesme proportion à 27. qu'auront les trois nombres pris à 55. 19. 7. que si l'on eut fait vne semblable operation pour la question auparauant proposée, on eut trouué qu'au commencement le premier auoit $\frac{13}{4}$ Rac. le second $\frac{7}{4}$. Rac. & le troisiesme $\frac{4}{4}$ Rac. Parquoy en ce cas-là il est necessaire qu'on prenne trois nombres obseruans la proportion de 13. 7. 4. & choisissant les mesmes 13. 7. 4. l'esgalité se fait au nombre 8. qui est le cube de 2. nombre plus grand d'vn que 1. denominateur de la proportion de ce que chascun donne aux deux autres. Or de ceste operation ie tire vne regle generale qui dit ainsi.

Triple le denominateur de la proportion, & au produit adiouste 1. tu auras le troisiesme nõbre, à ce troisiesme nombre adiouste 2. & multiplie le tout par le denominateur de la proportion, & au produit adiouste 1. tu auras le second nombre. Ioins ensemble le second & troisiesme nombre ià trouuez, à leur somme adiouste 1. & multiplie le tout par le denominateur de la proportion, & au produit adiouste 1. tu auras le premier

mier nombre, & le nombre auquel se fera l'esgalité sera le cube du nombre surpassant d'vn le denominateur de la proportion.

PAr exemple en la premiere question où le denominateur de la proportion est 1. ie pren le triple d'iceluy denominateur, à sçauoir 3. auquel i'adiouste 1. & i'ay 4. pour le troisiesme nombre. I'adiouste 2. à 4. vient 6. que ie multiplie par 1. & au produit adiouste 1. i'ay 7. pour le second nombre. I'assemble 4. & 7. & à leur somme i'adiouste 1. vient 12. que ie multiplie par 1. & au produit i'adiouste 1. i'ay 13. pour le premier nombre, & le cube de 2. à sçauoir 8. est le nombre auquel se fait l'esgalité.

En la seconde question où le denominateur est 2. Ie triple 2. & au produict adiouste 1. i'ay 7. pour le troisiesme nombre i'adiouste 2 à 7. vien 9. que ie multiplie par 2. & au produit adiouste 1. i'ay 19. pour le second nombre. I'assemble 7. & 19. & à leur somme adiouste 1. vient 27. que ie multiplie par 2. & au produit adiouste 1. i'ay 55. pour le troisiesme nombre, & l'esgalité se fait au nombre 27 qui est le cube de 3. surpassant d'vn le denominateur 2. & la regle sert aussi bien pour toute autre sorte de proportion comme l'experience fera voir à chascun: car ce n'est pas icy le lieu d'enseigner demonstratiuement comme i'ay tiré ceste regle de l'operation de l'Algebre, & que partant elle est infallible, ie m'en rapporte au iugement de ceux-là qui sçauent comme on tire la quinte-essence d'vne operation d'Algebre qui a passé par l'Alembic d'vn esprit bien delié.

IX.

Trois hommes ont à partager 21. tonneaux, dont il y en a sept pleins de vin, sept vuides, & sept pleins à demi. Ie demande comme se peut faire le partage, en sorte que tous trois ayent un esgal nombre de tonneaux, & esgalle quantité de vin.

Ceste question est proposée par Tartaglia en la premiere partie, liure 16. q. 130. & encor il en propose vne semblable en la q. 131. suiuante. Mais ledit autheur se contente de donner la solution desdictes questions, sans enseigner la regle generale pour soudre toutes autres semblables, laquelle façon de faire ie repute indigne d'vn si habile Mathematicien. Doncques pour ne commettre la mesme faute ie dis qu'il conuient diuiser le nombre des tonneaux par celuy des persones, & si le quotient ne vient nombre entier, la question est impossible, comme supposant qu'il y ait 21. tonneaux, si l'on met 4. personnes, le partage ne se peut faire comme l'on requiert, car afin que le nōbre des tōneaux se partage esgalement, il faudroit que chascun en eust 5 $\frac{1}{4}$. qui est chose absurde, vn tonneau ne se pouuant ainsi briser en plusieurs pieces. Il faut donc que ce quotient se treuue entier, car c'est le nombre des tonneaux que chascun doit auoir. En apres il conuient prendre ledit quotient, & en faire autant de parties qu'il y a de persones, obseruant toutesfois que chascune d'icelles parties soit moindre que la moitié du susdict quotient. Comme par exemple les tonneaux estãs 21. & les personnes 3. ayant diuisé 21. par 3. le quotient est 7. que ie coupe en ces trois parties 3. 3. 1. ou bien en ces trois 2. 2. 3. dont chascune est tousiours moindre que la moitié de 7. Or par le moyẽ desdittes parties on peut soudre la question fort aisément, appliquant chascune d'icelles à chasque personne. Ainsi se seruant des premieres qui sont 3. 3. 1. Le premier 3. signifie que la premiere personne doit auoir 3. tonneaux pleins & autant de vuides (car chascun en doit tousiours prendre autant de pleins que de vuides) & par consequent la mesme personne n'en doit auoir que 1. à demy plein pour accomplir les 7. De mesme le second 3. monstre que la seconde personne doit prendre 3. tonneaux pleins, 3 vuides, & par consequent 1. à demy plein. Finalement la troisiesme partie 1. denote que la troisiesme personne doit auoir 1. tonneau plein, 1. vuide, & par consequent 5. à demy pleins. Par ainsi chascun aura 7. tonneaux, & $3\frac{1}{2}$ tonneaux de vin, partant autant les vaisseaux, comme le vin seront partagez esgalement.

Que si l'on se veut seruir des autres parties de 7, à sçauoir 2. 2. 3. on trouuera vne autre solutiõ, & tout aussi bonne, & dira-on que le premier doit prendre 2. tonneaux pleins, 2 vuides, & 3 demy pleins. le second semblablemẽt 2. tonneaux pleins, 2 vuides, & 3. demy pleins, & le troisiesme 3. tonneaux pleins, 3. vuides & 1. demy plein. & pource que l'on ne peut en point d'autre façon faire trois parties de 7, dont chascune soit moindre que la

moitié

moitié dudit 7, on peut asseurer que le partage en tel cas ne se peut faire en point d'autre sorte.

Et pour mieux faire voir la certaineté & generalité de ma regle, prenons l'autre exemple de Tartaglia où il suppose que le nombre des tonneaux soit 27, & les personnes 3. comme auparauant ie prendray le tiers de 27. qui est 9. & verray de faire trois pars de 9. dont chascune soit moindre que la moitié de 9. Or cela se peut faire en trois differentes façons, car les parties de 9. peuuent estre 3. 3. 3; ou bien 1.4.4. ou bien 2.3.4. Partant on peut donner trois solutions: car il se peut faire que le premier prenne 3. tonneaux pleins, 3. vuides, & 3. demi pleins, & tout autant en prendront le second & le troisiesme. Ou bien le premier en prendra 1. plein, 1. vuide, & 7. demy pleins: le second 4 pleins, 4. vuides, & 1. demy plein: le troisiesme de mesme 4. pleins, 4. vuides, & 1. demy plein. Ou finalement le premier en prendra 2. pleins, 2. vuides, & 5. demy pleins: le secōd 3 pleins, 3 vuides, & 3. demy pleins: le troisiesme 4 pleins, 4 vuides, & 1. demy plein. & en toutes les trois façons chascun e 9. vaisseaux, & $4\frac{1}{2}$ tonneaux de vin. Neantmoins en ce cas Tartaglia n'apporte qu'vne solution d'autant qu'il ignoroit la regle generale pour soudre toutes semblables questions.

Que si lon suppose qu'il y ait 24. tonneaux dōt les 8. soyent pleins, les 8. vuides, & les 8. demipleins, & qu'il les faille partager de la mesme façon entre 4 personnes; diuisant 24. par 4. viendra 6. Parquoy nous verrons de faire de 6. quatre parties dont chascune soit moindre que la moitié dudit 6. Ce qui ne se peut faire qu'en vne sorte, les parties estant 2. 2. 1.1. Par ainsi nous dirons que le partage ne se peut faire qu'en vne sorte, à sçauoir si le premier en prend 2. pleins, 2. vuides, & 2. demy pleins; le second aussi 2. pleins, 2. vuides, & 2. demy pleins: le troisiesme 1. plein, 1. vuide, & 4. demy pleins: & le quatriesme de mesme 1. plein, 1. vuide, 4. demy pleins. Par ainsi chascun aura 6. vaisseaux, & la valeur de 3. tonneaux pleins. Ie ne m'estendray pas dauantage pour rendre la raison de ceste mienne regle, cela estant si facile, que tout homme de bon esprit en viendra bien aisément à bout.

X.

Il y a 41. personnes en vn banquet tant hommes que femmes & enfans, qui en tout despendent 40 soubz, mais chasque homme paye 4 soubz chasque femme 3 soubz chasque enfant 4. deniers. Ie demande combien il y a d'hommes, combien de femmes, combien d'enfans.

CEste question a mis en grande peine tous les Arithmeticiens qui ont esté par cy deuant, comme Frere Luc, François Felician, Nicolas Tartaglia, Estienne de la Roche & autres, qui tous se sont efforcez de la soudre par regle certaine, mais toutesfois ne sont point venus à bout de leur dessein, car tous sont d'vn accord que l'on n'en peut sortir qu'en ceste maniere. Posons que tout le nôbre des personnes soit de celles qui payent le moins, à sçauoir d'enfans, dont s'ensuit puisque chas chasque enfant paye 4.deniers,qui fõt $\frac{1}{3}$ de s;qu'ils payeront en tout $\frac{41}{3}$ s. qui ostez de 40 s. reste $\frac{79}{3}$, qu'il faut garder à part. En apres soubstraisons le moindre prix des deux plus grands, à sçauoir $\frac{1}{3}$ de 3 & de 4, resteront $\frac{8}{3}$ & $\frac{11}{3}$. & puisque ces trois restes $\frac{79}{3}$.$\frac{8}{3}$.$\frac{11}{3}$.sont tous d'vne mesme denomination: (car autrement il les y faudroit reduire) nous seruãt des numerateurs seulement, il nous conuient diuiser 79,en deux telles parties,que l'vne soit mesuree par 8,l'autre soit mesuree par 11,ce que nous ferons en tastõnant de ceste sorte. Ostons vne fois 11.de 79.reste 68.qui n'est pas mesuré par 8.Partãt ostons 2.fois 11. de 79. reste 57. qui aussi n'est pas mesuré par 8. Parquoy ostons 3.fois 11.de 79.reste 46, qui encore n'est pas mesuré par 8. Doncques ostons 4.fois 11. de 79, reste 35, que 8 ne mesure point aussi. Ostons donc 5. fois 11. de 79.reste 24 qui est mesuré par 8.Parquoy nous dirons que les deux parties cherchees de 79 sont 55. & 24. Car diuisant 55.par 11. le quotient est 5. tout iuste; & diuisant 24 par 8.le quotient est 3.Doncques nous dirons que le nombre des hommes est 5.celuy des femmes 3, dont la somme est 8. qui ostee de 41, reste 33. pour le nombre des enfans. Que si l'on n'eut pas peu faire de 79. deux pars,dont l'vne eut esté mesuree par 11, l'autre par 8. la question eut esté impossible. Et si 79. se fut peu diuiser en deux telles parties en plusieurs diuerses façons, la question eut peu receuoir tout autant de differentes solutions.

Voilà la regle que donnent les autheurs susdits, laquelle comme ie ne nie pas qu'elle ne soit assez bonne & subtile, & fondee sur raison comme l'on peut voir facilement, ie soustiens aussi qu'elle est fort imparfaitte, tant parce que en partie l'on y procede à tastons, que parce que elle ne touche pas au fond de ceste matiere. Car toute semblable question proposee vniuersellement sans estre appliquee à aucun subiet (si elle est possible) reçoit tousiours infinies solutions, comme si l'on disoit. Faittes trois pars de 41 que l'vne multipliee par 4, l'autre par 3, l'autre par $\frac{1}{2}$. la somme des trois produits soit 40. Il est euident que c'est la mesme question proposee plus generalement, car icy l'on ne requiert point que les trois parties de 41. soyêt nombres entiers, ce qui estoit auparauant necessaire à cause qu'on ne peut admettre fractions de personnes sans absurdité. Voire mesme l'on peut appliquer vne semblable questiõ à tel suiect, qu'il ne sera point necessaire que la solution se donne en nombres entiers, cõme si l'on disoit. I'ay acheté 41. Aulnes de trois differentes estoffes, à sçauoir du veloux à 4. escus l'aulne, du Satin à 3. escus, & de la toile à 20 s. & le tout me couste 40. escus Ie demande combien i'ay pris de chasque estoffe. Or en tous semblables cas telles questions reçoiuent infinies solutions comme ie feray voir cy apres.

Doncques pour dire ce qui se peut à l'entour de ceste question, il se faut seruir d'vne mienne inuẽtion, dont i'ay desia touché vn mot en l'aduertissement du sixiesme probleme, laquelle à ceste occasion i'expliqueray icy briefuement, promettant encor d'en traitter ailleurs plus au long, & aduertissant toutesfois le lecteur que s'il n'est assez expert

pert en l'Algebre, il ne se trauaille pas pour entendre ce qui s'ensuit ; car celuy seroit peine perdue, d'autant qu'implorant le secours de ceste diuine science ie discours en ceste sorte.

Soit le nombre des hommes 1 ℞. doncques celuy des femmes, auec celuy des enfans sera 41. 1. Ra. & puisque chasque homme paye 4. s. tous les hommes ensemble payeront 4. Rac. de s. & partant les femmes auec les enfans payeront 40. 4 Rac. Mais d'autant que chasque femme paye 3 s. & chasque enfant $\frac{1}{3}$ s. Il appert que la somme que payent les femmes & les enfans ensemble, à sçauoir 40-4 Rac. contient le nombre des femmes trois fois, & le tiers du nombre des enfans, & multipliant icelle somme par 3. le produit 120-12. Ra. contient le nombre des femmes neuf fois, & vne fois le nombre des enfans, parquoy ostant de là vne fois tant le nombre des femmes que des enfans, à sçauoir 41-1 Rac. le reste qui est 79-11 Ra. contiendra huit fois le nombre des femmes : doncques diuisant par 8. nous aurons pour le nombre des femmes $9\frac{7}{8}-1\frac{3}{8}$ Rac. qui osté de 41-1 Rac. laissera pour le nombre des enfans $31\frac{1}{8}+\frac{3}{8}$ Ra. Par ainsi nous auõs en termes Algebriques le nombre des hommes qui est 1 Ra. celuy des femmes qui est $9.\frac{7}{8}-1\frac{3}{8}$ Rac. Celuy des enfans, qui est $31\frac{1}{8}+\frac{3}{8}$ Ra. dõt la somme est iustement 41. & selon qu'il est requis en la question, les hommes payeront 4 Rac. les femmes $29.\frac{5}{8}-4\frac{1}{8}$ Rac. & les enfans $10\frac{3}{8}+\frac{1}{8}$ Ra. dont la somme est iustement 40. Partant il est euident que la que-

 stion

stion est solue infiniment (comme dit Diophante) c'est à sçauoir que l'on peut prendre tout nõbre pour valeur de la racine, pourueu toutesfois qu'on le puisse conuenablement apliquer aux positions.

Or pour ce faire i'ay remarqué deux points. Le premier est qu'encor qu'on vueille soudre la question generalement sans se soucier si la solution vient en nombres entiers, ou rompus, il faut neãtmoins prendre garde qu'il ne s'ensuiue aucune absurdité, comme en l'exemple donné si l'on vouloit mettre 8. pour valeur de la racine, il s'ensuiuroit que le nombre des femmes seroit moins que rien, car nous auons trouué par force du discours que le nombre des femmes est $9\frac{7}{8}$ m $1\frac{3}{8}$ Rac. & partant si l'on prent 8. pour valeur de la racine, $1\frac{3}{8}$ Rac. seront 11. qui estant soustrait de $9\frac{7}{8}$ restera pour le nombre des femmes, moins $1\frac{1}{8}$. Doncques pour remedier à tous semblables inconueniens ie regarde si quelqu'vn des nombres de mes positions est composé de nombre moins racine, ou de racine moins nombre, ou si l'vn est d'vne sorte, l'autre de l'autre, & lors diuisant les nombres par les racines, s'il y a nombre moins racine, le quotient est vn terme au dessous duquel il faut prendre la valeur de la racine, & s'il y a racine moins nombre, le quotient est vn terme au dessus duquel il faut prendre la valeur de la racine, partant si l'vn des nombres des positions est composé de nombre moins racine, & l'autre de racine moins nombre, on a deux termes entre lesquels de necessité se doit prendre la valeur de la

racine

racine exclusiuement. En la question proposée, pource qu'il n'y a que le nombre des femmes où se rencontre le signe de moins, il n'y aura aussi qu'vn terme, qui se treuuera diuisant $9\frac{7}{8}$ par $1.\frac{3}{8}$ & le quotient à sçauoir $7\frac{2}{11}$ sera ledit terme au dessous duquel tout nombre pris pour valeur de la racine soudra la question (pourueu qu'on admette les fractions) que si l'on prend pour la racine $7\frac{2}{11}$ ou quelque nombre plus grand, le nombre des femmes se treuuera rien ou moins que rien.

Mais pour donner vn exemple où se rencontrent deux termes, soit le nombre des personnes 20. l'argent en tout despendu soit 20 s. & que les hommes payent 4 s. les femmes $\frac{1}{2}$ s. les enfans $\frac{1}{4}$ s. Lors posant 1 ℞. pour le nombre des hommes, les femmes & les enfans ensemble seront 20 - 1 ℞. & puis que chasque homme paye 4 s. tous les hōmes payeront 4 ℞ de s. & partant les femmes auec les enfans payeront 20 - 4 ℞. Et d'autant que chasque femme paye $\frac{1}{2}$ s. & chasque enfant $\frac{1}{4}$ il est certain que le nombre de s. que payent les femmes est la moitié du nombre des femmes, & le nombre de sous que payent les enfans est le quart du nombre des enfans. Donc ques 20 - 4 ℞. contient la moitié du nombre des femmes & le quart du nombre des enfans, & multipliant tout par 4. viendra 80 - 16 ℞. contenant deux fois le nombre des femmes, & vne fois celuy des enfans, partant ostons en 20 - 1 ℞. qui contient vne fois tant le nombre des femmes, que celuy des enfans, restera 60 - 15 ℞. pour le nōbre des femmes, qui oste de 20 -

1 ℞. restera 14 ℞-40 pour le nombre des enfans. Nous auons doncques 1 ℞. pour les hommes, 60-15 Rac. pour les femmes, & 14 Rac. 40. pour les enfans, & pource qu'il y a nombre moins racine à sçauoir 60-15 Rac. diuisant 60 par 15. le quotient 4. sera le terme au dessous duquel se doit prendre la valeur de la racine, & d'autant qu'il y a racine moins nombre, à sçauoir 14 Rac. 40. diuisant 40 par 14. le quotient $2\frac{6}{7}$ sera le terme au dessus duquel il faut prendre la racine. Partant tout nombre pris entre $2\frac{6}{7}$ & 4. soudra la questió si l'on admet les nombres rompus, & point de nóbre qui ne soit entre ces deux termes ne sera propre.

Le second point que ie remarque, & pour faire venir la solution en nombres entiers, lors que le subiect ne permet pas qu'on se serue des fractiós, comme quand on parle de personnes ou d'animaux viuans, qu'on ne peut diuiser en plusieurs parties sans absurdité, & pour ce faire, si és positions il ne se rencontre aucune fraction la chose est bien aisée, car on peut prendre pour valeur de la racine tout nombre entier qui se retreuue entre les bornes des termes cherchez par l'artifice que i'ay enseigné, comme au dernier exemple, pource que en toutes trois les positions il n'y a aucune fraction, on peut prendre pour la racine tout nombre entier qui se treuue entre $2\frac{6}{7}$ & 4. & pource qu'il n'y a que 3. on peut dire que telle question par nombres entiers n'a qu'vne seule solution & le nombre des hommes est 3. celuy des femmes 15. celuy des enfans 2. mais si l'on ad-

mettoit

mettoit les fractions, il appert qu'entre $2\frac{6}{7}$ & 4. on en peut prendre infinies.

Que si en quelqu'vn des nombres des positions il se rencontre des fractions, il y a vn peu plus de difficulté, comme au premier exemple où il y a des huictiesmes tant au nombre des femmes qu'ẽ celuy des enfans. Toutesfois en tel cas ie procede ainsi tres-certainement. Le nombre des enfans estãt $31\frac{1}{8}$ † $\frac{3}{8}$ Rac. pour faire que tant la racine, que iceluy nombre des enfans se rencontre vn nombre entier, il est necessaire de prendre pour la racine vn nombre entier dont les $\frac{3}{8}$ adioustées à $\frac{1}{8}$ fassent vn nombre entier, & si faut que iceluy nombre soit moindre que $7\frac{2}{11}$ (qui est le terme treuué) or cela n'est autre que treuuer vn nombre au dessous de $7\frac{2}{11}$. qui multiplie par 3. & au produit adioustant 1. la somme soit mesurée par 8. c'est à dire treuuer vn multiple de 8. qui surpasse d'vn vn multiple de 3. tel toutesfois que iceluy multiple de 3. diuisé par 3. donne vn quotient moindre que $7\frac{2}{11}$. Ce probleme est par moy parfaictement construit & demonstré en mes elemens Arithmetiques, comme desja i'ay touché en la premiere de ces subtilitez, & de plus outre ce que i'ay là dit, ie monstre à treuuer les moindres multiples des nombres donnez faisans ce qui est requis, & puis apres tous les autres par ordre. Au mesme liure encore ie demonstre ce probleme consecutif à l'autre, & qui sert beaucoup pour l'entiere solution de ceste question.

Deux nombres premiers entre eux estant dõnez, treuuer vn multiple de l'vn qui surpasse l'autre, ou quelque sien multiple, de tout nombre donné; tellement que lesdicts multiples soyent les moindres qui accomplissent cela.

Et apres auoir treuué les moindres, i'enseigne à treuuer par ordre tous les autres multiples faisant vn mesme effect.

IE n'ay peu pour la raison cy deuant alleguée inserer en ce liure la construction & demonstration de ces beaux problemes, parquoy ie prie le courtois Lecteur d'attendre auec patience que mon liure des Elemens puisse sortir au iour. Cependant il sauourera ceste mienne inuention, laquelle i'espere luy faire gouster vne autrefois si pleinement qu'il en pourra estre du tout rassasié. Certes encor qu'elle soit assez facile, si n'a elle esté touchée par aucun Autheur cy deuant, au moins que ie sçache, & toutesfois on ne peut sans icelle soudre parfaictement plusieurs questions qui ont infinies solutions, principalement les regles d'Alligation que iusques à present l'on n'a sçeu faire qu'en vne façon trop particuliere, là où ie me vante d'en donner tousiours infinies solutions, ce qui peut rapporter beaucoup de commodité à tous ceux qui se meslent de l'alliage des metaux.

F I N.