



~~Mathesis. Arithmetica generalis;  
II. varia arithm. illustr. 108.~~

War 17. VII. 1894 verloren  
u. wurde 8. I. 1926 wieder  
aufgestellt.

# PROBLEMES PLAISANS ET DELECTABLES, QUI se font par les nombres.

*Partie recueillis de divers Auteurs, partie inventez  
de nouveau avec leur demonstration.*

Par CLAYDE GASPARD BACHET, Sieur  
de Meziriac.

*Seconde Edition, reuenüe, corrigée, & augmentée de plusieurs  
propositions, & de plusieurs Problemes, par  
le mesme Auteur.*

Tres-utile pour toutes sortes de personnes curieuses, qui se seruent  
de l'Arithmetique, & Mathématique.



A LYON,

Chez PIERRE RIGAUD & ASSOCIEZ, rue  
Merciere, au coing de rue Ferrandiere, à  
l'Enseigne de la Fortune.

---

M. DC. XXIII.

BIBLIOTHECA  
REGIA  
MONACENSIS

**Bayerische  
Staatsbibliothek  
München**



# A MONSIEVR LE COMTE DE TOURNON.



MONSIEVR,

*Je vous offre des jeux, mais qui sont, à mon auis, dignes de vostre bel esprit, & capables de luy fournir quelques fois un agreable diuertissement. I'ay iuste sujet de iuger ainsi, puis que i'ay eu le bonheur de cognoistre par experience, les belles qualitez que vous possédez, & le plaisir que vous prenez aux Mathematiques, & particulièrement en cette sorte de jeux, qui se font par les nombres, dont ie vous en ay veu practiquer plusieurs fort heureusement, & mesme vous m'avez fait l'honneur d'en,*

*vouloir apprendre de moy quelques-uns.  
Ces considerations ont esté les motifs, qui  
m'ont porté à vous dedier ce liure, lequel  
vous verrez s'il vous plaist, de bon œil,  
ayant esgard non tant à sa valeur, qu'à  
l'inviolable affection que vous a vouée,*

Vostre tres-humble & tres-  
affectionné seruiteur.

CLAUDE GASPARD BACHET.

---

A MONSIEUR DE  
Meziriac, sur son liure  
de Jeux.

S O N N E T.

*Tout ce que le puissant architecte du monde  
Par sa seule parole a fait voir à nos yeux  
De plus beau, de plus rare, & plus industrieux  
Dans le ciel, dans la terre, ou dans la mer profonde,  
Par des nombres esgaux d'une mesure ronde  
Se lie, & s'entretient d'un ordre gracieux,  
Et le Chaos confus regneroit en tous lieux,  
Si chascque chose estoit sans nombre vagabonde.  
Imitant cet ouvrier (BACHET) tu nous fais voir  
Que sur tous les humains tu t'es plein de sçavoir.  
Des nombres plus cachez l'admirable nature.  
Voyre au mesme patron reglant ses actions  
Jusqu'à tes passe-temps & recreations,  
Tout est fait, & dressé par nombre, & par mesure.*

Charles le Grand, Aduocat au  
siede Presidial de Bresse.

---

In Nobilissimi C. G. Bacheti  
lusus Aritmeticos.

**Q**uis est ingenij decus, vel artis,  
Natura studioque comparatum:  
In parvis etiam pariter rebus  
Possunt, nec modicam referre laudem.  
Notus lineola fuis vel una,  
Qui cunctos superavit arte pictor.  
Sylvas si cecinit Maro, gregesque,  
Sylvæ consulibus fuere digna.  
Clades Iliacas Poëta magnus  
Qui scribit, simul ac Ulyssis acta,  
Dum dicit βαρεῶν μῶν τε pugνας  
Est semper similis sui disertus.  
Sic ludens numeris BACHETVS istis.  
Doctrina genique si feracis  
Tantas fundit opes, quid obstupendum?  
Lusus non alios daret BACHETVS.

Phil. Coll.

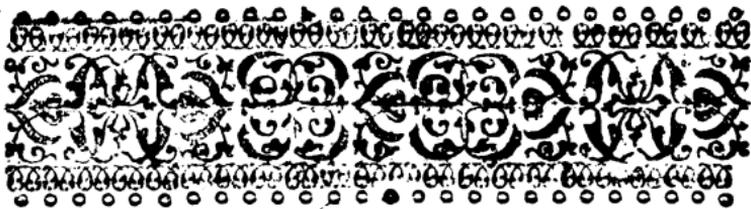
A Mon

---

A Monsieur de Meziriac, sur  
ses ieux Arithmetiques.

**L'**Un prefere au prouffit les douces veluptez,  
L'autre n'apprenne rien qui ne soit prouffitable.  
Mais quand on a meslé l'utile au delectable  
Alors esgalement tous s'en sont contentez.  
Tes ieux (mon cher BACHET) doctement Inuentez  
Sçauent bien accoupler d'un art inimitable  
Le plaisir au prouffit, & font qu'en mesme table  
Chascun peut assouuir ses curiositez.  
O que de beaux secrets; Mais quoy gentil ouurier  
D'un labour si parfait seras tu sans loyer?  
Non, tu ne peux manquer d'une immortelle gloire,  
Car aux siecles suiuanz les plus braues esprits,  
Qui se paistront souuent de tes fameux escrits.  
Consacreront ton nom au temple de memoire

Phil. Coll.



*Presface au Lecteur.*



**L**y a onze ans que ce li-  
ure fut premierement  
imprimé, & que ie volus  
qu'il sortist en lumiere,  
tant pour faire vñ essay de mes for-  
ces; que pour sonder quel iugement  
on feroit de mes œuures, & à fin qu'il  
seruist comme d'auan-coureur à mon  
Diophante. Maintenant que i'ay  
veu, que ce petit ouurage a esté fauo-  
rablement accueilly des plus beaux  
esprits de la France, & qu'avec l'ay-  
de du Ciel, Diophante voit le iour, &  
me rend aussi la recompence atten-  
duë de mon travail, il me semble  
qu'avec plus d'assurance ie puis pu-  
blier ce liure de nouveau, & me pro-  
mettre qu'il sera bien reçu, puis qu'il  
est beaucoup plus accomplly qu'il  
n'estoit

n'estoit auparauant. Il est vray que peut-estre quelqu'un s'estonnera, de ce qu'apres auoir fait vne œuure si serieuse, & remplie de si profondes speculations comme est le Diophante, ie me suis amusé à des choses de si petite consequence, & de si peu d'utilité comme sont celles que ce liure contient: mais ie respos premiere-ment à celuy qui fera ceste consideration, que les liures sont les enfans de nos esprits, & qu'oultre l'inclinatiō naturelle, qu'ont tous les peres d'aymer leurs enfans generalement, ils portent encore vne affectiō particuliere à leurs premiers nez. C'est pourquoy ce liure estant le premier qui soit parti de ma main, & comme l'enfant premier né de mon esprit, c'est avec iuste raison, que ie le cheris particulièrement, & que ie ne me contente pas de l'auoir mis au monde, mais ie veulx encor prendre le soing de sa conseruation, & de son accrois-

P R E F A C E

fance. En outre ie ne crois pas, que ceux qui auront penetré dans ce liure plus auant eue l'escorce, le iugent de si peu de valeur, que feront ceux-là qui n'en auront leu que le tiltre: car encor que ce ne soyent que des ieux, dont le but principal est de donner vne honneste recreation, & d'entretenir avec leur gentillesse vne compagnie, si est-ce qu'il faut bien de la subtilité d'esprit, pour les practiquer parfaitement, & faut estre, plus que mediocrement expert en la science des nombres, pour bien entendre les demonstrations, & pour se sçauoir ayder de plusieurs belles inuentions, que j'ay adioustees. Finalement, pour preuuer encore que ce liure n'est point du tout inutile, & que la cognoissance de ces Problemes peut seruir grandement en quelque occasion, ie ne veux employer que le tefmoignage d'Hegesippus au troisieme liure de la prise de Hierusalem. La

il

A V L E C T E V R.

il rapporte la memorable histoire de Iosephe, ce fameux Auteur qui nous a laissé par escrit la mesme guerre des Iuifs, lequel estât gouverneur dans la ville de Iotapata, lors qu'elle fut assiegee, & peu apres emportee d'assaut par Vespasian, il fut contraint de se retirer dans vne cisterne, suiui d'vne trouppes de soldats, pour euites la premiere fureur des armes victorieuses des Romains. Mais il courut plus de fortune de perdre la vie parmy les siens, que parmy les ennemis : Car comme il eut arresté de s'aller rendre à la mercy du vainqueur, ne pouuant imaginer aucun autre moyen de se garentir de la mort, il treuua ses soldats saisis d'vne telle frenesie, qu'ils vouloient tous mourir, & s'entretuer les vns les autres, plustost que de prendre ce party. Iosephe s'efforça bien de les destourner d'vne si malheureuse entreprise, mais ce fut en vain; car reiettás tout ce qu'il puest leur alleguer

P R E F A C E

lèguer au contraire, & persistans en leur opinion, ils en vindrent jusques là, que de le menacer, s'il ne s'y portoit volontairement, de l'y contraindre par force, & de commencer par luy mesme l'execution de leur tragique dessein. Alors sans doute c'estoit fait de sa vie, s'il n'eust eu l'esprit de se defaire de ces hommes furieux, par l'artifice de mon 23. Probleme. Car feignant d'adherer à leur volonté, il se conserua l'authorité qu'il auoit fur eux, & par ce moyen leur persuada facilement, que pour euiter le desordre & la confusion, qui pourroient suruenir en tel acte, s'ils s'entretuoient à la foule, il valoit mieux se ranger par ordre en quelque façon, & commençant à conter par vn bout, massacrer tousiours le tantiesme. (l'Auteur n'exprime par le quantiesme) jusques à ce qu'il n'en demeurast qu'vn seul, lequel seroit obligé de se tuer soy-mesme. Tous estans de cet accord,

accord, Iosephe les disposa de sorte, & choisit pour luy vne si bonne place, que la tuerie estant continuee iusques à la fin, il se trouua seul en vie, ou peut estre encore qu'il sauua quelques vns de ses plus affidez: & de ceux desquels il se pouuoit promettre vne entiere & parfaicte obeissance. Voyla vne histoire bien remarquable, & qui nous apprend assez, qu'on ne doit point mespriser ces petites subtilitez, qui aiguissent l'esprit, habilitent l'homme à des plus grandes choses, & apportent quelquesfois vne vtilité non preueüe.

Reste que i'aduertisse le Lecteur, que ceste seconde edition est beaucoup plus accomplie, que la premiere: car outre qu'elle est plus correcte, elle est augmentee de plusieurs Problemes, & de la demionstration parfaicte du Probleme, qui estoit le cinquiesme en la premiere edition, & qui est le sixiesme en ceste-

P R E F A C E

cy. A cet effect i'ay tiré vne dixaine de propositions de mes Elemens Arithmetiques , pour les rapporter icy, considerant que ie ne pouuois pas si promptement mettre en lumiere ce liure là des Elemens , & que neantmoins ie ne deuois pas souffrir , que ce petit ouurage demeurast si longtemps imparfaict.

Quant à ce qui est requis pour la parfaicte intelligence, & pour la pratique de ces Problemes, ie puis asseurer que tout homme de bon esprit , en pourra comprendre , & practiquer la plus grand'part. Il est vray qu'il y en a quelques vns , qui ne pourront parfaictement estre mis en pratique ; que par ceux qui sçauent les premieres regles de l'Arithmetique. Pour les demonstrations, elles sont pour les plus doctes: car elles supposent la cognoissance du septiesme, huictiesme, & neuuiesme liure d'Euclide , & encore quelque propositions

tions du second appliquees aux nombres, & quelques definitions, & propositions du cinquiesme.

En fin i'admoneste ceux qui voudront mettre ces ieux en vsage, & en auoir du contentement, qu'ils prennent le soing de les faire avec vne telle dexterité, qu'on n'en puisse pas aisément descourir l'artifice; Car ce qui rait les esprits des hommes, c'est vn effect admirable d'ot la cause leur est incognuë. C'est pourquoy si l'on fait plusieurs fois de suite le mesme ieu, il faut tousiours y apporter quelque diuersité, le faisant en differentes façons, ainsi que i'enseigne aux aduertissemens, que ie donne apres les demonstrations, qui pour ceste cause doiuent estre leus diligemment, & & bien considerez.

PRO





# PRO

## P R E

*Si vn nombre de  
vn autre, & le produit  
vn autre, il y aura au  
nombre donné au quotient de la divi,  
qu'il y a du diuiseur au multiplicateur.*

	A 8.	
B 3.		C 4.
D 24.		E 6.

**S**OIT le nombre donné  
A. lequel multiplié par  
B. produise le nombre D;  
& diuisant D par C, soit

le quotient E. Je dis qu'il y a telle proportion  
de A. nombre donné au quotient E, qu'il y a du  
diuiseur C. au multiplicateur B. Car puis que C  
diuisant D, fait le quotient E, il est certain que  
C E multipliez ensemble produisent D; mais  
aussi par l'hypotese, A B. multipliez ensemble,  
produisent le mesme D. Doncques par la 19.  
du 7. d'Euclide il y a telle proportion de A, à E,  
que de C, à B. Ce qu'il falloit demonstrier.

A

ables,  
 PROPOSITION II.  
 Si deux nombres sont  
 proportionaux,  
 et qu'on les multiplie  
 par le même nombre,  
 la proportion au se-  
 cond sera la même au  
 troisieme au

**S**Oient quatre  
 nombres pro-  
 portionaux A B.  
 C. D. à sçavoir  
 la proportion de A, à B, que de C,  
 à D. Si on multiplie les deux A C. premier &  
 second par le même nombre G. & soient les  
 produits E & F. Je dis qu'il y a telle proportion  
 de E à B. que de F. à D. Car puisque il y a telle  
 proportion de A à B que de C à D. il y aura, par  
 la proportion alterne, telle proportio de A à C,  
 que de B à D. Or pource que le même G mul-  
 tipliant A & C, produit E & F, il y a telle pro-  
 portion de E à F que de A à C, doncques aussi  
 il y a telle proportion de E à F que de B à D, &  
 alternatiuement, telle proportion de E à B. que  
 de F à D. Ce qui se deuoit demonstrier.

### PROPOSITION III.

*Si trois ou plusieurs nombres se multi-  
 plient ensemble, le produit sera tousiours  
 le même, en quelle façon, & par quel  
 ordre qu'on les multiplie.*

EVCLI

**E**UCLIDE ayant demonst<sup>r</sup>é en la 16. du 7. que de deux nombres soit qu'on multiplie le premier par le second, ou le second par le premier, le produit est tousiours le mesme. Je veux icy preuuer que le semblable aduient en trois, ou plusieurs nombres. Or trois ou plusieurs nombres se disent estre multipliez ensemble, lors qu'on en multiplie deux ensemble, & le produit par vn autre & ce produit derechef par vn autre, & ainsi tant qu'il y a aura de nombres.

A 2.	B 3.	C 4.
D 6.	H 8.	F 12.
E 24.	K 24.	G 24.

**S**OIENT donc premierement proposez trois nombres A. B. C. & multipliant A par B soit fait

D. lequel multiplié par C produise E: Puis changeons d'ordre, & multiplions B par C & soit fait F. qui multiplié par A produise G. Changeons derechef d'ordre & multiplions A par C, & soit fait H, lequel multiplié par B produise K ( Car voilà toutes les differentes façons que peuuent admettre trois nombres se multiplians ensemble ) Je dis que les trois produits E.K. G. sont vn mesme nombre. Car puisque B multipliant les deux A. C. produit D. F. il y a telle proportion de A. à C, que de D. à F. donc le mesme nombre se produit multipliant A par F, & C. par D. par la 19. du 7. Partant E & G sont vn mesme nombre. Semblablement puisque C multipliant A & B, produit H & F. il y a telle proportion entre A & B, qu'entre H & F. Partant le mesme nombre se faiçt multipliant A par F & B par H.

A 2

#### 4 Problemes plaisans & delectables,

Doncques K G font vn mesme nombre. Par consequent tous les trois E.K.G. font vn mesme nombre. Ce qu'il falloit preuuer.

Maintenant soyent proposez quatre nōbres A.B.C.D. & multipliant A par B, & le produit par C. soit fait E. qui multiplié par D. fasse K.

E 24.	F 60.
A 2.	B 3.
C 4.	D 5.
G 12.	
K 120.	H 120.

Puis changeans d'ordre, & multipliant D par C. & le produit par B. soit fait F. qui multiplié par A. pro-

diuise H. Je dis que K. H. font vn mesme nombre, & que le mesme nombre se produira tousiours en quelque autre façon, qu'on multiplie ensemble les quatre nōbres A.B.C.D. Car puisqu'on multiplie ensemble d'vn costé les trois A. B. C; & d'vn autre costé les trois D.G.B. nous trouuons les deux B. C. d'vn costé & d'autre, multiplions B.C. ensemble, & soit fait G. Or parce qu'on a esté demonsté en trois nombres le mesme E. qui se fait multipliant A par B, & le produit par C, le mesme E, dis-je, se fera aussi multipliant B par C, & le produit (à sçauoir G) par A. semblablement nous prouuerons, que F se feroit multipliant D par G. Puis donc que le mesme G. multiplie les deux A.D. produit E F. il y a telle proportion entre A D, qu'entre E F. Partant le mesme nombre se fait, multipliant A par F, & D par E. Doncques K.H. font vn mesme nombre. Or par semblable moyen nous prouuerons tousiours le mesme. Car de quatre nombres, en multipliant trois ensemble d'vn costé, & trois d'vn autre, il se rencontrera tousiours

*qui se font par les nombres.*

iours, que de trois pris d'un costé & d'autre ; il y en aura deux qui serót les mesmes, & par ainsi la mesme demonstration aura tousiours lieu.

Semblablement si l'on propose cinq nombres, i'en prendray quatre d'un costé, & quatre d'un autre, & s'en treuuera tousiours trois qui seront les mesmes d'un costé & d'autre. Ainsi m'aidant de ce qui a esté demonstté en trois & en quatre nombres, ie parferay la demonstration d'une mesme sorte. Et si l'on propose six nombres, ie me seruiray de ce qui aura esté demonstté en cinq, & ainsi tousiours, si l'on en propose d'auantage. Doncques le moyen de la demonstration est vniuersel, & applicable à toute multitude de nombres.

#### ADVERTISSEMENT.

*Ce mesme Theoreme d'une autre façon a esté demonstre par Clavius sur la 19. du 8. Mais de combien ma demonstration soit plus briefue & plus claire que la sienne, i'en laisse le iugement au prudent lecteur. Certes cette proposition est fort utile & importante, non seulement à cause des problemes suiuanz, mais aussi pour faciliter la demonstration de plusieurs autres beaux Theoremes, comme ie feray voir, Dieu aydant, en mon liure des Elemens Arithmétiques.*

#### PROPOSITION IV.

*De tout nombre parement pair, la moitié est vn nombre pair.*

A 24.	S	oit A nombre parement pair, dont la moitié soit B. Je dis que B est vn nombre pair ; Car si B estoit
B. 12.		

A 3

## 6 Problemes plaisans & delectables,

impair, le nombre A seroit parement impair seulement par la 33. du 9. Ce qui est contre l'hypotese. Donc il faut que B soit pair. Ce qui se deuoit demonstrier.

### ADVERTISSEMENT.

*La conuerse de ceste proposition, à sçauoir que tout nombre, dont la moitié est nombre pair, est parement pair, est trop euidente; car puisque multipliant la moitié d'un nombre pair par 2. on fait le mesme nombre, si icelle moitié est nombre pair, estant multipliee par 2. qui est aussi pair, infailliblement le produit sera nombre parement pair par la definition.*

### PROPOSITION V.

*De tout nombre parement impair seulement, la moitié est un nombre impair.*

A	10.
B	5.

**C**este proposition est la conuerse de la 33. du 9. Soit A nombre parement impair seulement, & sa moitié soit B. Je dis que B est impair; car si B estoit pair, le nombre A seroit parement pair par l'Aduertissement de la precedente proposition. Ce qui est contre l'Hypotese. Donques B est impair. Ce qu'il falloit demonstrier.

### PROPOSITION VI.

*Tout nombre parement pair, est mesuré par le quaternaire; & tout nombre que le quaternaire mesure, est parement pair.*

Soit

$A \dots C \dots B$ $G_4 \quad D_2$	SOIT A B. nom- bre pairement pair, duquel la moi-
--	---

tié soit C B nombre pair, par la 4. de ce liure. & soit G. le quaternaire. Je dis premierement que G mesure le nombre A B. Car prenant le binaire D, qui est la moitié de G, il est evident qu'il y a telle proportion de D à G, que de C B, à A B. & par la proportion alterne il y a mesme proportion de D. à C. B. que de G. à A B. Mais D mesure C B (car tout nombre pair quel est C B, comme il a esté preuue, est mesuré par le binaire) doneques G pareillement mesure A B.

En apres posons que le quaternaire G. mesure quelque nombre comme A B. Je dis que A B. est pairement pair. Car en premier lieu il est certain que A B. est pair, d'autant qu'il est mesuré par vn nombre pair quel est G, comme on recueille de la 21. du 9. Partant prenons la moitié de A B, qui soit C B. Lors comme au parauant il y aura telle proportion de C B à A B, que du binaire D. au quaternaire. G. & alternatiuement telle proportion de C B à D. que de A B. à G; mais A B est mesuré par G par l'Hypotese. Donques aussi C B. sera mesuré par D. Partant C B est nombre pair; Par cōsequent A B est pairement pair par l'aduerissement de la 4. de ce liure. Donques il appert de la verité de ce qu'il falloit demonstrea.

## PROPOSITION VII.

*Tout nombre qui surpasse du binaire quel-*

A A

8 *Problemes plaisans & delectables,*  
*que nombre parement pair, est parement*  
*impair seulement.*

| A .. C ..... B | **S**Oit le nombre A B  
 surpassant du binaire A C, le nombre C B parement pair, Je dis  
 que A B est parement impair seulement. Car  
 en premier lieu que A B soit pair, il est evident  
 par la 2 1. du 9. d'autant qu'il est composé de deux  
 nombres pairs A C. C B. En apres que ledit A  
 B soit seulement parement impair, ie le preuue  
 ainsi. S'il estoit parement pair, il seroit mesuré  
 par le quaternaire par la precedente. Or C B.  
 qui par l'Hypothese est parement pair, est pour  
 mesme raison mesuré par le mesme quaternai-  
 re. Doncques le binaire A C restant, seroit aus-  
 si mesuré par le quaternaire, chose impossible.  
 C'est pourquoy A B. ne peut estre que paire-  
 ment impair. Ce qu'il falloit preuuer.

### PROPOSITION VIII.

*Tout nombre parement impair seule-  
 ment, surpasse du binaire quelque nombre  
 parement pair.*

| A .. G ..... C . D ..... B | **C**'Est la cõ-  
 uerse de la  
 precedente. Soit A B nombre parement impair  
 seulement. Je dis qu'il surpasse de deux quelque  
 nombre parement pair. Car puisque A B. est  
 pair, soient ses deux moitez A C. C B. qui se-  
 ront nombres impairs par la 5. de ce liure. Donc-  
 ques de C B. ostant l'ynité C D. le reste D B.  
 sera

*qui se font par les nombres.* 9

sera nombre pair. Je prends le double de D B. qui soit G B nombre parement pair par l'aduertissement de la 4. de ce liure. Alors d'autant que tout A B a mesme proportion à tout C B. que le nombre osté G B. a l'osté D B. (Car d'un costé & d'autre il y a proportion double. ) Il s'ensuit aussi que le reste A G. au reste D C. a la mesme proportion double, par la 11. du 7. Or C D. est l'unité par la construction, donc A G est le binaire. Par consequent ayant esté preuue, que G B. est parement pair; Il est évident que A B. surpasse un parement pair G B. du binaire A G. ce qu'il falloit demonstrier.

## PROPOSITION IX.

*Si l'on adiousté ensemble deux nombres, l'un parement pair, & l'autre parement impair seulement, le composé sera parement impair seulement.*

| A . . . . C . . . . . B | **A**<sup>V</sup> nombre pair  
remet pair A C  
soit adiousté le nombre C B parement impair  
seulement. Je dis que le composé A B. est  
parement impair seulement. Car s'il estoit  
parement pair, le quaternaire le mesurerait  
par la 6. de ce liure. Or d'autant que par  
l'hypothese A C est parement pair, le  
quaternaire le mesure aussi, par la mesme  
raison. Doncques le mesme quaternaire  
mesurerait aussi le restant C B. & par  
consequent C B. seroit parement pair. Ce  
qui est impossible, ayant esté suppose  
A 5 qu'il

10 *Problemes plaisans & delectables,*  
 qu'il est parement impair seulement. Doncques A B. ne peut estre que parement impair. Ce qu'il falloit demonstret.

## PROPOSITION. X.

*Si l'on multiplie un nombre parement pair, par quel nombre que ce soit, le produit sera nombre parement pair.*

A 8.	B 3.
C 24.	

**L**E nombre parement pair, A. soit multiplié par B quel nombre qu'on voudra, & soit le produit C. Je dis que C. est nombre parement pair. Car puisque A parement pair mesure C. & le quaternaire mesure A par la 6. de ce liure. Il faut aussi que le quaternaire mesure C. Doncques C. est parement pair par la mesme proposition. Ce qu'il falloit preuer.

## PROPOSITION XI.

*Si l'on multiplie quelque nombre parement pair seulement par un nombre impair, le produit sera parement impair seulement.*

A 6.	B 5.
D 3.	E 15.
C 30.	

**S**Oit vn nombre A parement impair seulement, qui multiplié par B. nōbre impair produise C. Je dis que C est parement impair seulement, Je prends D. la moitié de A & multipliant D par B. soit produit E. Il est évident

*qui se font par les nombres.* 11

dent que E. est la moitié de C. Car puis que B multipliant A fait C. le mesme B. multipliant la moitié de A. fera la moitié de C. Or est-il que D. est nombre impair par la 5. de ce liure. Par consequent multipliant ensemble les deux impairs B D. le produit E. est impair par la 29. du 9. Doncques C. ( duquel la moitié E. est nombre impair ) est necessairement nombre parement impair seulement par la 33. du 9. Ce qu'il falloit demonstrier.

## PROPOSITION XII.

*Si l'on multiplie quelque nombre parement impair seulement par un nombre pair, le produit sera nombre parement pair.*

**C**Ecy est évident par la definition mesme du nombre parement pair : car ce produit est fait de la multiplication de deux nombres pairs.

## PROPOSITION XIII.

*Tout nombre plus grand que trois est parement pair, où il surpasse quelque nombre parement pair de un, ou bien de deux, ou bien de trois.*

12 *Problemes plaisans & delectables,*

A.....B.
A.C.....B.
A..C.....B
A...C.....B

**S**Oit proposé le nombre A B plus haut que trois. Je dis que A B est parement pair, ou vrayement qu'il surpasse quelque nombre parement pair, d'un, ou de deux, ou de trois. Car puis que A B est plus haut que trois, il faut qu'il soit quatre, ou plus grand que quatre: si c'est quatre, c'est un nombre parement pair par la 6. de ce liure: s'il est plus grand que quatre, ou quatre le mesure, & par ainsi il est parement pair par la mesme proposition; ou bien ostant quatre de A. B. tant de fois qu'on peut, il reste quelque chose, comme A C. Or est-il que A C. ne peut estre qu'un, ou deux ou trois (car autrement on n'auroit pas osté quatre tant de fois qu'on pourroit) & C B. estant mesuré par quatre, est nombre parement pair par la 6. de ce liure. Doncques A B. surpasse un nombre parement pair, d'un ou de deux, ou de trois. Partant nous auons entierement preuue ce qu'il falloit demonstrier.

**PROPOSITION XIV.**

*S'il y a quatre nombres proportionaux, diuisant le premier par le second, on aura le mesme quotient. que diuisant le troisieme par le quatrieme.*

A 18.	B 6.	C 12.	D 4.
	E 3		I.

**S**Oient A B. C D. quatre nombres proportion

*qui se font par les nombres.* 13

portionnaux : c'est à sçavoir, qu'il y ait telle proportion de A. à B. que de C. à D. & diuisant A par B. soit le quotient E. Je dis que le mesme E. se produira diuisant C par D. Car puisque diuisant A par B, le quotient est E, il y a telle proportion de A, à B. que de E, à l'vnité, par la definition de la diuision. Mais par l'hypothese il y a mesme proportion de A à B. que de C. à D. Doncques il y a aussi mesme proportion de C. à D. que de E à l'vnité. Par consequent il appert par la definition de la diuision, que diuisant C par D, le quotient est E Ce qu'il falloit demonstret.

#### ADVERTISSEMENT.

*On peut tirer d'icy, à cause de la proportion conuerse, que diuisant le second par le premier, on produit aussi le mesme quotient, que diuisant le quatriesme par le troisesime : & à cause de la proportion alterne, on produit le mesme quotient, soit qu'on diuise le premier par le troisesime, soit qu'on diuise le second par le quatriesime: & derechef par la proportion conuerse, on produit le mesme quotient diuisant le troisesime par le premier, & le quatriesime par le second.*

#### PROPOSITION XV.

*Deux nombres premiers entre eux estant donnez, le moindre multiple de chacun d'eux, surpassant de l'vnité l'autre nombre, ou quelque sien multiple, est moindre que*  
le

14 *Problemes plaisans & delectables,*  
*le plus petit nombre qui soit mesuré par*  
*les deux nombres donnez.*

A 5.	B 3.	C 10.	D 9.
E.	—	F.	—
		G.	H.

**S**Oient donnez  
 les nombres  
 premiers entr'eux

A & B. & soit le nombre C. le moindre multiple de A surpassant de l'vnité le nombre D esgal a B. ou multiple de B. & soit E F. le plus petit nombre mesuré par A & par B. Je dis que C. est moindre que E F. Car s'il n'est pas moindre, ou il est esgal a E F. ou il est plus grand que E F. Qu'il soit esgal, c'est chose impossible: Car cela supposé il s'ensuiura que le nombre B mesurera le nombre D C. mais le mesme B. mesure aussi D. Doncques le mesme B. mesurera l'vnité restante, de laquelle C surpasse D. ce qui est impossible. Que si l'on dit que C. est plus grand que E F. supposons qu'il le surpasse de F H. tellement que E H. soit esgal à C. En premier lieu ie dis que F H. est plus grand que l'vnité, à cause que A mesurant tout le nombre E H. qui est esgal à C. & mesurant aussi E F. le mesme A mesure encor le restant F H. dont s'ensuit que F H. est plus grand que A. ou pour le moins esgal à A. Doncques puis que F H. est plus grand que l'vnité, retranchons en l'vnité G H. alors le nombre E H. surpassera de l'vnité le nombre E G. & par consequent D. sera esgal à E G. puis que C est esgal à E H. & B mesurera E G. Partant puis que B. mesure les nombres E G. E F. il mesure aussi le restant F G. mais nous auons preuue que A mesure  
 assiu

*qui se font par les nombres.* 15

aussi F H. & il est évident que F H. surpasse F G. de l'unité. Doncques F H. est vn multiple de A surpassant de l'unité vn multiple de B. & neantmoins F H. est moindre que E H. c'est à dire que C. Doncques C. n'est pas le moindre multiple de A surpassant de l'unité vn multiple de B contre l'hypothese. La mesme contradiction s'ensuiura si on dit que le moindre multiple de B surpassant de l'unité vn multiple de A n'est pas moindre que E F. Doncques il appert de la verité de nostre proposition.

## A D V E R T I S S E M E N T.

*En cette proposition & aux suivantes, j'appelle vn nombre multiple de l'autre : toutesfois & quantes que l'autre le mesure, suivant la definition 5. du 7. d'Euclide. Toutesfois ie ne requiers point qu'un nombre soit plus grand que l'autre, pour estre son multiples mais il me suffit qu'il luy soit esgal, & ie dis souuent qu'un nombre est multiple de soy-mesme, à cause qu'il se mesure soy-mesme; c'est à dire, il se contient soy-mesme une fois iustement.*

## PROPOSITION XVI.

*Deux nombres premiers entr'eux estant donnez, on ne pourra pas trouuer deux differens multiples de l'un, dont chascun surpasse de l'unité quelque multiple de l'autre, & qui soient tous deux moindres que le plus petit nombre qui soit mesuré par les deux nombres donnez.*

Soient

A 5.	B 3.	C 15.
E--K-F.--G-H.		

Soient les nombres donnez A B. & le plus petit nombre qu'ils mesurent, soit C. Je dis qu'on ne peut trouver deux differents multiples de A. surpassans de l'vnité quelques multiples de B. & qui soient tous deux moindres que C. car s'il s'en peut trouver deux differens, l'un sera plus grand que l'autre. Soit donc le plus grand E H. le moindre E F, tellement que A mesure l'un & l'autre, & qu'ostant de l'un & de l'autre l'vnité G H. & l'vnité K F. les restans E G. E K. soient multiples de B. cela suppose, puis que A mesure E H. & E F. il mesure aussi le restant F H. De mesme puis que B. mesure E G. & E K. il mesure aussi le restant K G. ou F H. qui est esgal à K G. à cause des vnités esgales K F. G H. adioustées d'un costé & d'autre au mesme nombre F G. Donques A & B. mesurent F H. Ce qui est impossible, d'autant que F H. est moindre que E H. & E H. est moindre que C. par l'hypothese, & C. est le plus petit nombre mesuré par A. & par B. doncques la proposition est veritable.

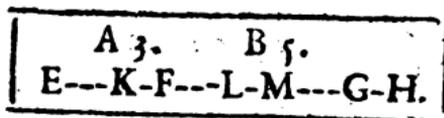
## C O R O L L A I R E.

*Il s'ensuit que deux nombres estans donnez, si l'on treuve un multiple de l'un d'iceux, surpassant de l'vnité un multiple de l'autre, & moindre que le plus petit nombre mesuré par les deux nombres donnez, iceluy multiple est le moindre qui fasse un semblable effect: car s'il s'en treuuoit encore un moindre, on en auroit deux differens, & tous deux moindres que le plus*

plus petit nombre mesuré par les nombres donnez dont le contraire a esté demonsté.

## PROPOSITION XVII.

*S'il y a deux nombres premiers entre eux, & que du nombre surpassant de l'unité, le plus petit nombre qu'ils mesurent, on oste le moindre multiple du premier surpassant de l'unité quel que multiple du second le reste sera esgal au moindre multiple du second surpassant de l'unité quel que multiple du premier.*



SOient A & B nombres premiers entre eux, & soit E G le plus petit nombre qu'ils mesurent, auquel soit adioustée l'unité G H. & de tout le nombre E H soit osté E F le moindre multiple de A surpassant E K multiple de B de l'unité K F. Je dis que le reste F H est le moindre multiple de B surpassant de l'unité vn multiple de A. Car que F H soit multiple de B il est evident, d'autant, que B mesure les nombres E G. E K, & par consequent il mesure le restant K G, auquel F H est esgal, a cause des vnitez esgales K F. G H adioustées d'un costé & d'autre au mesme nombre F G. semblablement que A mesure F G. qui est moindre de l'unité, que F H, il est manifeste, a cause que A mesure les nombres E G. E F. &

B

A 3.	B 5.	par consequent il mesure le restât EG. Or que FH soit le
E---K-F---L-M---G-H		

moindre multiple de B surpassant de l'unité vn multiple de A, ie le preuue: car s'il y en à vn plus petit que FH, soit FM. tellement que FM. soit multiple de B. & qu'ostant d'iceluy l'unité LM, le reste FL soit multiple de A. Cela supposé, puisque par l'hypothese, le nombre A mesure les nombres EF. FL. il mesure aussi tout le nombre EL. semblablement puisque B mesure EK & FM ou bien KL qui est esgal a FM. le mesme B mesure aussi tout le nombre EL. Doncques A & B mesurent EL. Ce qui est impossible, d'autant que EL est moindre que EG, & EG est le plus petit nombre mesuré par A & par B.

On peut demonstrier ceste derniere partie plus facilement en ceste sorte. Puisque EH est esgal a KG comme il a esté preuue, & KG est moindre que EG, s'ensuit que FH est moindre que EG. Donc FH est le moindre multiple de B. surpassant de l'unité vn multiple de A. par le corollaire de la précédente.

## PROPOSITION XVIII.

*Deux nombres premiers entre eux estant donnez, treuuer le moindre multiple de chascun d'iceux, surpassant de l'unité vn multiple de l'autre.*

Soient

A 7.	B 2.	C 14.
E 8.	D 15.	

Soient donnez les nombres A & B premiers entre eux, & qu'il faille treuver les moindres multiples de chacun d'iceux, surpassans vn multiple, de l'autre nombre de l'vnite. Je soustrais B le moindre, du plus grand A, tant de fois qu'il se peut faire, & ie dis qu'il doit rester quelque chose: car s'il ne restoit rien, B mesurerait A, & parce que B se mesure aussi loy-mesme, A & B ne seroient pas premiers entre eux contre l'hypothese. Supposons donc premierement, qu'ostant B de A, tant de fois qu'il s'en peut oster, il reste l'vnite. Je dis que A est le moindre multiple de A que nous cherchons: car on ne scauroit trouuer vn moindre nombre que A, qui soit mesure par A & A surpasse B ou quelque sien multiple de l'vnite. Reste a trouuer le moindre multiple de B qui surpasse A, ou s'oit multiple, de l'vnite. Je multiplie donc A par B, & soit le produit C, auquel adioustant l'vnite, soit fait D, & de D ostant le nombre A, soit le reste E. Je dis que E est le multiple de B, que nous cherchons. Car puis que A & B sont premiers entre eux, le produit de leur multiplication C est le plus petit nombre mesure par lesdits A & B, par la premiere partie de la 36. du 7. D'ocques D surpasse de l'vnite le plus petit nombre mesure par A & par B. Dont s'ensuit que de D ostant A, qui est le moindre multiple de A, surpassant de l'vnite le nombre B, ou quelque multiple de B: le reste E est esgal au moindre multiple de B, surpassant de l'vnite quelque multiple de A, par la precedente. Ce qu'il falloit demonstrier.

En apres soient les nombres premiers entre

B 2

T	43	M	5	H	3				
A	67	B	60	C	7	D	4	E	3
S	2881	N	300	K	21	G	8	F	9
Q	2580	O	280	I	12				
R	2880	P	301	L	20				

eux A B. de telle nature, qu'ostant B de A tant de fois qu'on peut, il re-

ste le nombre C plus grand que l'vnité. Alors i'oste semblablement C de B tant de fois qu'il se peut faire, & soit le reste D. lequel i'oste derechef de C tant de fois que ie puis, & soit le reste E. & ie continue ainsi, ostant tousiours le dernier restant du precedent, iusques a ce qu'il ne reste que l'vnité. Car a cause que les nombres A, B sont premiers entre eux, continuant ceste subtraction, on paruiendra finalement a l'vnité, par la conuerse de la 1. du 7. demonstree par Campanus, & par Clavius aussi. Supposons donc qu'ostant E de D tant de fois qu'on peut, il ne reste que l'vnité. Lors si ie veux trouuer le multiple de A surpassant de l'vnité le multiple de B. Ie considere les nombres restans C. D. E. asçauoir s'ils sont en nombre pair, ou en nombre impair, & s'ils sont en nombre impair, ie prens le moindre multiple de E surpassant de l'vnité quelque multiple de D, par la premiere partie de ceste demonstration. Soit donc F le moindre multiple de E qui surpasse de l'vnité le nombre G multiple de D. Ie diuise F par E, & soit le quotient H. par lequel ie multiplie C. & soit le produit K. Apres par le mesme H ie multiplie le multiple de D. qui joint avec E compose le nombre C. & soit le produit I. & adioustant ensemble G I. soit la somme L. Ie dis que K est le moindre multiple de C surpassant de l'vnité le nombre L qui est multiple

ple de D. & premierement que  $\kappa$  soit multiple de C il appert par la construction, puisque  $\kappa$  est produit multipliant C par H. Secondement que L soit multiple de D. il est euident, puisque L est composé des deux nombres G. I. dont chacun est multiple de D par la construction. Troisiemement que  $\kappa$  surpasse L de l'vnité, ie le preuue. Car multiplier C per H, est autant que multiplier par H le nombre E, & le nombre D ou le multiple de D, qui avec E cõpose le nombre C. Par tant  $\kappa$  est esgal aux deux nombres I. F. par la 1. du 2. Mais L est esgal aux deux nombres I. G. par la construction, & F surpasse G de l'vnité. doncques la somme des deux nombres I. F à sçauoir  $\kappa$ . surpasse aussi de l'vnité, la somme des deux I. G. à sçauoir L. ce qu'il falloit demonstrier. Finalement que  $\kappa$  soit le moindre multiple de C surpassant de l'vnité vn multiple de D ie le preuue aussi: Car les deux nombres D E estant premiers entre eux par la 1. du 7. il s'ensuit que le produit de leur multiplication est le plus petit nombre qui soit mesuré par eux, par le 36. du 7. Mais F est moindre que ledit plus petit nombre mesuré par D & par E par la 15. de ce liure. doncques F est moindre que le produit de la multiplication de D par E. & par consequent H est moindre que D puisque E multipliant H fait F, qui est moindre que le produit de D par le mesme E. doncques puis que H est moindre que D, multipliant H & D par le mesme C, le produit de C par H à sçauoir  $\kappa$ . est moindre que le produit de C par D, Mais a cause que C. D. sont premiers entre eux, par la 1. du 7. le produit de C par D est le

12 Problemes plaisans & delectables,

T 43	M 5	H 3		
A 67	B 60	C 7	D 4	E 3
S 2881	N 300	K 21	G 8	F 9
Q 2580	O 280	I 12		
R 2880	P 301	L 20		

plus petit  
nombre me-  
suré par C  
& D. par la  
36. du 7.  
Doncques K

multiple de C surpassant de l'vnité vn multiple de D, est moindre que le plus petit nombre mesuré par C & par D, & par consequent K est le moindre multiple de C qui fasse vn semblable effet, par le corollaire de la 16. du present liure. Ce qu'il falloit demonstrier. Maintenant, attendu que D mesure L, comme il a esté preuue, diuisions L par D & soit le quotient M, & par M multipliant B soit le produit N. & par le mesme M multipliant le multiple de C qui avec D compose B. soit le produit O. & adioustant ensemble K. O. soit la somme P. Je dis que P. est le moindre multiple de C surpassant de l'vnité le nombre N qui est multiple de B. Car en premier lieu N est multiple de B par la construction, & P est multiple de C, à cause qu'il est composé de K & de O, dont chascun est multiple de C. par la construction. En apres que P surpasse N de l'vnité ie le preuue ainsi. Puisque multiplier B par M est autant, que multiplier par M le nombre D, & le multiple de C qui avec D compose B. il appert que N. est esgal aux deux O. L. Mais P est esgal aux deux O. K. par la construction, & K surpasse L de l'vnité comme nous auons demonstrier. Doncques P surpasse aussi N. de l'vnité. Ce qu'il falloit

falloit preuuer. Finalement que P soit le moindre multiple de C qui surpasse de l'vnité vn multiple de B. ie le preuue aussi: car puisque k qui surpasse L de l'vnité est moindre que le produit de C par D comme nous auons demonsté, à plus forte raison L est moindre que ledit produit de C. par D. Partant puisque D multipliant M & C. produit deux produits inégaux & le produit de D par M à sçauoir L est moindre que le produit de D par C, il s'ensuit que M. est moindre que C. Doncques le produit de B par M à sçauoir N est moindre que le produit de B par C. Mais en outre ie dis que le produit de B par C surpasse N d'un nombre plus grand que l'vnité, car s'il ne le surpassoit que de l'vnité, le nombre B qui mesure ledit produit de B par C, & qui mesure aussi le nombre N, mesureroit encor l'vnité restante de laquelle ledit produit surpasseroit N. Doncques P ne surpassant N que de l'vnité, & le produit de B par C surpassant le mesme N d'un plus grand nombre que l'vnité, il faut aduoier; que P. est moindre que ledit produit de B par C. Or le produit de B par C est le plus petit nombre mesuré par B & par C pour les raisons plusieurs fois alleguées. Doncques P est vn multiple de C surpassant de l'vnité vn multiple de B, & le mesme P est moindre que le plus petit nombre mesuré par B & par C. Par consequent par la corollaire de la 16. du present liure P est le moindre multiple de C surpassant de l'vnité vn multiple de B.

T 43	M 5	H 3		
A 67	B 60	C 7	D 4	E 3
S 2881	N 300	K 21	G 8	F 9
Q 2580	O 280	I 12		
R 2880	P 301	L 20		

cequ'il falloit  
demonstrer.  
Finalement  
puis que C  
mesure P. di-  
uisant P par  
C. soit le  
quotient T.  
& par T mul-

tipliant A soit le produit S. & par le mesme T multipliant le multiple de B qui avec C compose A, soit le produit Q, & adioustant ensemble N. Q. soit la somme R. Je dis que S est le moindre multiple de A que nous cherchons, qui surpasse de l'vnité le nombre R multiple de B. Car en premier lieu S est multiple de A, estant produit de la multiplication de A par T. en apres R est multiple de B. à cause qu'il est composé des deux nombres N. Q. dont chascun est multiple de B. Troisiemement, pource que multiplier A par T. est autant, que multiplier par T le nombre C, & le multiple de B. qui avec C compose A. il s'ensuit que S. est esgal aux deux nombres N. P. mais R est esgal aux deux N. Q. doncques tout ainsi que P. surpasse N. de l'vnité, de mesme S surpasse R de l'vnité. En fin que S soit le moindre multiple de A surpassant de l'vnité vn multiple de B. ie le preue: Car i'ay demonstré que P est moindre que le produit de B par C. d'ou s'ensuit que diuisant P par C, le quotient r est moindre que B. Doncques

ques multipliant T & B par le mesme A, le produit de T par A asçavoir S sera moindre, que le produit de B par A qui est le plus petit nombre mesuré par A & B. Partant s estant multiple de A surpassant de l'vnité vn multiple de B; & estant moindre que le plus petit nombre mesuré par A & B. il s'ensuit que le mesme s est le moindre multiple de A, surpassant de l'vnité vn multiple de B, par le corollaire de la 16. du present liure. Nous auons donc trouué le moindre multiple de A surpassant de l'vnité vn multiple de B. Ce qu'il falloit faire.

Mais si on demande le moindre multiple de B surpassant de l'vnité vn multiple de A, nous le pourrons trouuer par deux voyes. La premiere, en supposant que nous ayons trouué le moindre multiple de A surpassant de l'vnité vn multiple de B. par la precedente operation. Car si ie multiplie A par B, & qu'au produit i'adiouste vn, & que de la somme, i'oste le nombre s. il est euident qu'il restera le moindre multiple de B surpassant de l'vnité vn multiple de A par la 17. du present liure.

La seconde voye est semblable a celle par laquelle nous auons trouué le moindre multiple de A surpassant de l'vnité vn multiple de B. par laquelle d'abord nous trouuerons le moindre multiple de B que nous cherchons, sans supposer qu'on ait treuüé le moindre multiple de A. Considerant les mesmes restes C. D. E. qui sont en nombre impair, ie

<p>T 17. M 2. H 1.  A 67. B 60. C 7. D 4. E 3.  S 1139. N 120. K 7. I 4. F 3.  Q 1020. O 112. L 8.  R 1140. P 119.</p>	<p>prends F moindre d'une unité que D, &amp; pour ce que nous auons supposé qu'ostant E de D tant de fois qu'on peut, il reste l'unité,</p>
--	---

s'en suit que E mesure F. Partant diuisant F par E soit le quotient H, par lequel multipliant c soit le produit K. & par le mesme H multipliant le multiple de D qui avec E cōpose c, soit le produit I. & adioustant D avec I soit la somme L. Je dis que L est le moindre multiple de D surpassant de l'unité le nombre K qui est multiple de c. Car que k soit multiple de c il appert par la construction. Que L soit multiple de D, il est euident, puisque L est composé de I multiple de D, & de D mesme. Que L surpasse k de l'unité, ie le preuue. Car multiplier c par H (d'ou se produit k) c'est autant que multiplier par le mesme H le nombre E (d'ou se produit F) & le multiple de p qui avec E compose c (d'ou se produit I.) Partant k est esgal aux deux nombres IF. Mais L est esgal aux deux I.D. Doncques tout ainsi que D surpasse F de l'unité, de mesme L surpasse K de l'unité. Reste a preuuer que L est le moindre multiple de D qui surpasse de l'unité vn multiple de C. ce que ie preuue ainsi. Puisque F est moindre que D. a plus forte raison F est moindre que le produit de D par E, & par consequent diuisant F. d'un costé, & le produit de D par

D par E de l'autre , par le mesme E. le quotient H sera moindre que le quotient D. Doncques aussi multipliant H & D par le mesme C, le produit de C par H , asçavoir k sera moindre que le produit de C par D. Mais en outre ie dis que le produit de C par D surpasse k d'un nombre plus grand que l'vnité ; car puisque C. mesure tant le produit de C par D, que le nombre k. le mesme C mesure aussi le nombre dont ledit produit surpasse k, & partant ledit nombre dont le produit de C par D surpasse k est plus grand que l'vnité. Mais L ne surpasse k que de l'vnité. Doncques L est moindre que le produit de C par D , c'est à dire que le plus petit nōbte mesure par C & par D, & par cōsequent L est le moindre multiple de D surpassant de l'vnité vn multiple de C par le corollaire de la 16. du present liure. Or passant plus auant , puisque D mesure L , qu'il le mesure par M, & par M multipliant B , soit le produit N, & par le mesme M multipliant le multiple de C qui avec D compose B , soit le produit O. & adioustant ensemble O & k soit la somme P. Ie dis que N est le moindre multiple de B surpassant de l'vnité vn multiple de C asçavoir P. Car que N soit multiple de B il appert par la construction. Que O soit multiple de C il est euident , puisque il est composé de k & de O dont chascun est multiple de C. Que N surpasse P de l'vnité ie le preuue : Car multiplier B par M ( d'ou se produit N ) c'est autant que multiplier par M le nombre D ( d'ou se produit L ) & le multiple de C qui avec D compose B , d'ou se produit O. Partant N est esgal aux deux nombres O L. Mais P est esgal aux deux O k. & L surpasse k de l'vnité. donc N surpass

28 *Problemes plaisans & delectables,*

T	17	M	2	H	1
A	67	B	60	C	7
D	4	E	3	S	1139
N	120	k	7	I	4
F	3	Q	1020	O	112
L	8	R	1140	P	119

surpasse. aussi P de l'vnité ; ce qu'il falloit prouuer. En fin que N soit le moindre multiple de

B qui fasse vn tel effet, ie le preuue ainsi. Puisque L est moindre que le produit de C par D comme i'ay demonstré, diuisant par le mesme D, tant L, que le produit de C par D, le quotient M prouenant du moindre nombre diuisé, sera moindre que le quotient D prouenant du plus grand ; par consequent multipliant le mesme B par M & par C, le produit de B par M, asçauoir N sera moindre que le produit de B par C, & ainsi par le corollaire de la 16. du present liure, N sera le moindre multiple de B surpassant de l'vnité vn multiple de C. Finalement puisque C mesure F, que ce soit par le nombre T. & par T multipliant A, soit le produit S, & par le mesme T multipliant le multiple de B qui avec C compose A, soit le produit Q. & adioustant ensemble Q. & N soit la somme R. Ie dis que R est le multiple de B que nous cherchons, asçauoir qu'il surpasse de l'vnité le nombre S multiple de A, & que c'est le moindre multiple de B qui fasse tel effet. Car que S soit multiple de A, il appert par la construction. Que R soit multiple de B, il est clair, puisque il est composé de Q & de N, dont chascun est multiple de B. Que R surpasse S de l'vnité, ie le preuue : car multiplier A par T (d'ou se produit S) c'est autant que multiplier par T le nombre C (d'ou se produit P) & le multiple de B qui avec C compose A, d'ou  
se pro

se produit  $Q$ . Doncques  $S$  est esgal aux deux nombres  $Q$ .  $P$ . mais  $R$  est esgal aux deux  $Q$ .  $N$ . Donc tout ainsi que  $N$  surpasse  $P$  de l'vnité, de mesme  $R$  surpasse  $S$  de l'vnité. Finalement que  $R$  soit le moindre multiple de  $B$  faisant vn tel effect ie le preuue aussi. Car iay preuue que  $N$  est moindre que le produit de  $B$  par  $C$ , donc à plus forte raison  $P$  est moindre que ledit produit. Par consequent, diuisant par le mesme  $C$  tant le nombre  $P$ ; que ledit produit de  $B$  par  $C$ ; le quotient  $T$  prouenât du moindre nōbre diuisé, sera moindre que le quotient  $B$  prouenant du plus grand. Doncques multipliant le mesme  $A$  par  $T$  & par  $B$ . le produit de  $A$  par  $T$  à scauoir  $S$ . est moindre que le produit de  $A$  par  $B$ . Mais en outre ie dis que le produit de  $A$  par  $B$  surpasse  $S$  de plus que de l'vnité. Car puisque  $A$  mesure tant le produit de  $A$  par  $B$  que le nombre  $S$ , le mesme  $A$  mesure aussi le nombre restant dont ledit produit surpasse  $S$ . par consequent ledit nombre restant dont le produit de  $A$  par  $B$  surpasse  $S$ , est plus grand que l'vnité. Mais  $R$  ne surpasse  $S$  que de l'vnité. Doncques  $R$  est moindre que le produit de  $A$  par  $B$ , c'est à dire que le plus petit nombre mesuré par  $A$  & par  $B$ . & par consequent.  $R$  est le moindre multiple de  $B$  surpassant de l'vnité vn multiple de  $B$  par le coroll. de la 16. de ce liure.

Que si du plus grand des nombres donnez ostant le plus petit, & du plus petit ostant le nombre restant, & continuant ceste soustraction comme il a esté dit, iusques à ce qu'on paruienne à l'vnité, la multitude des nombres restans se treuue en nombre pair; il faut prendre la reigle tout

90 *Problemes plaisans & delectables,*

tout à rebours de celle du cas precedent, c'est à dire que si l'on veut le moindre multiple du plus grand surpassant de l'vnité vn multiple du plus petit des nombres donnez, il faut proceder comme on à fait au cas precedent, quand on cherchoit le moindre multiple du plus petit surpassant de l'vnité vn multiple du plus grand. Mais si l'on veut le moindre multiple du plus petit qui surpassé de l'vnité vn multiple du plus grand, il faut proceder comme on à fait au cas precedent, lors qu'on cherchoit le moindre multiple du plus grand surpassant de l'vnité vn

T	43	M	5	H	3
A	67	B	60	C	7
D	4	E	3		
S	2881	N	300	K	21
G	8	F	9		
Q	2580	O	280	I	12
R	2880	P	301	L	20
T	17	M	2	H	1
A	67	B	60	C	7
D	4	E	3		
S	1139	N	120	K	7
I	4	F	3		
Q	1020	O	112	L	8
R	1140	P	119		

multiple du plus petit. Car soiét les nombres donnez B.C. tellement que les nombres restans D. E. soient en nombre pair; lors s'il faut treuver le

moindre multiple de B surpassant de l'vnité vn multiple de C, qu'on se represente la figure de la seconde operation du cas precedent, & l'on verra que nous auons demonsté clairement, que le nombre N est le moindre multiple de B surpassant de l'vnité le nombre P multiple de C. Mais si l'on veut le moindre multiple de C surpassant de l'vnité vn multiple de B. qu'on se represente la figure de la premiere operatió du cas precedent, & on verra que nous auons demonsté que le nombre P est le moindre multiple de C sur

C surpassant de l'vnité le nombre N multiple de B. Or les mesmes operations se peuuent continuer à l'infini quelle multitude qu'il y ait de nombres restans, & la demonstration sera tousiours la mesme. Doncques nous auons parfaictement demonstté la façon de treuuer le moindre multiple de chascun des nombres donnez surpassant de l'vnité vn multiple de l'autre. Ce qu'il falloit faire.

## ADVERTISSEMENT.

*Pour faciliter la pratique de ce probleme, il faut remarquer qu'il n'est pas necessaire de treuuer tous les nombres dont nous nous sommes seruis en la demonstration: Car il appert que si on peut trouuer le nombre T, on a tout fait, d'autant qu'en la premieré operation, il ne faut que multiplier A par T, & le produit S est le multiple de A que l'on cherche. Et en la seconde operation, il ne faut que multiplier A par T, & au produit S adiouster l'vnité, & la somme R est le multiple de B que l'on cherche. C'est pourquoy il ne faut que treuuer le nombre T, le plus promptement qu'il se pourra faire. Or nous le trouuerons ainsi fort promptement. En la premiere operation, ie multiplie D par E, au produit i adiouste vn; de la somme ie soustrais D, la reste sera F, lequel ie diuise par E, le quotient est H, lequel ie multiplie par C, le produit est K, duquel i oste vn, le reste est L, lequel ie diuise par D, le quotient est M, lequel ie multiplie par B, le produit est N, auquel adioustant vn, la somme est P. lequel diuisé par C, me donne pour quotient T. Autrement ie treuue F comme auparauant, duquel i oste vn, reste G. Ie diuise F par E,*  
& G

### 32 Problemes plaisans & delectables,

& G par D, & ie joins les deux quotiens, la somme fait M. Je prens le multiple de C qui avec D compose B. qui en l'exemple donné, est 56. ie le diuise par C, le quotient est 8. lequel ie multiplie par M, & au produit i'adiouste H, la somme fait le nombre T. En la seconde operation, i'oste un du nombre D, reste F, lequel ie diuise par E, le quotient est H, que ie multiplis par C, le produit est k, auquel adioustant un, prouient L, lequel diuisé par D, me donne M, qui multipliant B, fait N, duquel ostant un reste P, lequel diuisé par C, me donne T. Autrement, ie treuue H comme auparauant, auquel adioustant un, i'ay M. Apres ie prens le multiple de C qui avec D compose B a sçauoir 56. ie le diuise par C, le quotient est 8. que multiplie par M, & au produit adioustant H, i'ay le nombre T. & ceste regle continue de mesme à l'infini.

X 19. T 17. M 2. H 1.
V 127. A 67. B 60. C 7. D 4. E 3.
Y 2413. Z 2412.

Car soient les nombres donnez V. A. tellemēt

que continuant la soustraction ordonnee, les restes soient B. C. D. E. pour trouuer le multiple de V qui surpasse de l'unité un multiple de A ie chercheray T par l'une des deux façons que i'ay donnees touchant la seconde operation, & suiuant la premiere façon ie diuiseray R par B & soit le quotient X. par lequel multipliant V le produit T sera le multiple de V que ie cherchois, qui surpasse de l'unité le nombre Z multiple de A Par l'autre façon ie treuueray X incontinent: Car ayant treuue T ie pren le multiple de B qui avec C compose A, ie le diuise par B, & le quotient ie le multiplie par T, & au produit i'adiouste M, la somme fait X infalliblement. Le mesme

*qui se font par les nombres.*

33

*mesme se peut dire des regles donnees pour la premiere operation.*

## PROPOSITION XIX.

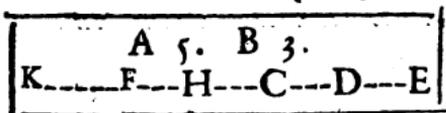
*Deux nombres premiers entre eux estant donnez, treuver par ordre tous les multiples de chascun d'iceux surpassans de l'vnité, vn multiple de l'autre.*

	A 5.	B 3.								
K	---	F	---	H	---	C	---	D	---	E

**S**oient donnez A. B. premiers entre eux, & qu'il faille treuver par ordre tous les multiples de A surpassans de l'vnité, quelque multiple de B. Soit pris premierement par la precedente C E le moindre multiple de A, surpassant de l'vnité le nombre C D multiple de B, tellemét que D E soit l'vnité, & au nombre C E soit adiousté F C le plus petit nombre mesuré par A & par B. Je dis que F E est le second multiple de A qui surpasse de l'vnité le nombre F D multiple de B. Car que F E soit multiple de A, il est euident, puisque A mesure les nombres F C. C E desquels F E est composé. Semblablement F D est multiple de B, à cause que B mesure les nombres F C. C D. desquels F D se compose. En outre le nombre F E surpasse F D de l'vnité D E comme on voit. Finalement que F E soit le second multiple de A faisant vn tel effect, c'est à dire qu'entre C E, & F E on n'en puisse treuver vn autre, ie le preue: Car si entre C E. & F E il s'en peut treu-

C

### 34 Problemes plaisans & delectables,



uer vn, soit H E, tellement que H E soit multiple de A,

& qu'il surpasse de l'vnité, le nombre H D multiple de B. Cela suppose, puisque A mesure les nombres F E, H E, il mesure aussi le restant F H. semblablement, puisque B mesure les nombres F D, H D, il mesure aussi le restant F H. Doncques tous les deux A & B mesurent, F H. Ce qui est impossible, attendu que F H est moindre que F C, qui est le plus petit nombre mesuré par A & par B. Par conséquent F E est le second multiple de A, c'est à dire le plus petit apres C E. En semblable maniere, si on adiouste à F E le nombre k F esgal à F C, on preuuera que k E est le troisieme multiple de A faisant l'effect desiré; & ainsi à k E adioustant derechef le plus petit nombre mesuré par A & par B, on aura le quatriesme multiple de A, & ainsi à l'infini. Tout de mesme on trouuera tous les multiples de B surpassans de l'vnité quelques multiples de A. Doncques nous auons monstré à faire parfaitement, ce qui estoit proposé.

### PROPOSITION XX.

*Estant donnez plusieurs nombres premiers entre eux, tellement que chascun d'iceux soit premier à chacun des autres, treuuer le moindre multiple de tous excepté vn, qui surpasse de l'vnité vn multiple de celui qui est excepté.*

Soient

A 2.	B 5.	C 7.	D 3.
E 10.	F 70.		

Soient donnez les nombres A B C D tels que chascun d'eux soit premier à chascun des autres, & qu'il faille treuver le moindre multiple de A B C qui surpasse vn multiple de D de l'vnité. Je multiplie A par B & le produit soit E, lequel ie multiplie par C, & le produit soit F. Alors si F. surpasse de l'vnité vn multiple de D ie dis que F est le moindre multiple de A B C que nous cherchions: Car que F soit multiple de A B C il est euident, d'autant que A. B mesurent le nombre E, & le nombre E mesure le nombre F, doncques A. B. mesurent F; mais C mesure aussi F par la construction. Doncques tous les nombres A B C mesurent F, & par consequent F est multiple de A. B. C. Or par l'hypothese F surpasse de l'vnité vn multiple de D. Il ne reste donc qu'a preuuer que F soit le moindre multiple de A B C qui fasse vn tel effect. Mais cela est facile à faire: car puisque A & B sont premiers à C, le produit de A par B, à sçauoir E est aussi premier à C par la 26. du 7. & le mesme E est le plus petit nombre mesuré par A & par B par la 36. du 7. Doncques par la 38. du mesme liure, le produit de E par C, à sçauoir F est le plus petit nombre mesuré par A B C. Doncques F est le plus petit multiple de A B C qui se puisse treuver. Ce qu'il falloit demonstrier.

Que si le nombre F ne surpasse pas de l'vnité vn multiple de D. Alors parce que chascun des deux nombres A & B est premier à chascun des deux C & D, il s'ensuit que le produit de A par

C 2

36 *Problemes plaisans & delectables,*

A 2	B 3	C 5	D 7
E 6	F 30	G 120	
H-----			

B, à sçavoir E est aussi premier à C & à D, par la 26. du 7. mais C est aussi premier à

D par l'hypothese. Doncques le produit de E par C, à sçavoir F est premier à D. soit donc pris le nombre G qui soit le moindre multiple de F, surpassât de l'vnité vn multiple de D par la 18. de ce liure. Je dis que G est le moindre multiple de A B C que nous cherchions : Car puisque G est multiple de F, & F est multiple de A B C comme nous auons démontré cy deuant, il s'ensuit que G est multiple de A B C, mais G surpasse de l'vnité vn multiple de D par la construction. Donc il ne reste que de preuuer que G soit le moindre nombre qui fasse vn tel effect. Or cela est facile à faire; car s'il n'est pas le moindre, qu'on en donne vn plus petit, à sçavoir H qui soit multiple de A B C, & qui surpasse de l'vnité vn multiple de D. Alors parce que H est mesuré par A B C. & F est le plus petit nombre mesuré par A B C. le mesme F mesurera H par le corollaire de la 38. du 7. Doncques H qui est moindre que G, est vn multiple de F surpassant de l'vnité vn multiple de D, ce qui est impossible, attendu que nous auons pris G le moindre multiple de F surpassant de l'vnité vn multiple de D. La mesme façon de proceder & de demonstrer aura lieu si on donne plus grande quantité de nombres, comme il est euident. Doncques nous auons fait ce qu'il falloit faire.

COROL

C O R O L L A I R E.

*Si plusieurs nombres sont premiers à quelque autre nombre; le moindre nombre mesuré par les mesmes nombres est aussi premier au mesme nombre. Cecy a esté prouvé en la seconde partie de la demonstration.*

A D V E R T I S S E M E N T.

*Ayant treuvé le moindre multiple de plusieurs nombres premiers entre eux, surpassant de l'unité un multiple d'un autre, il est bien facile de treuver par ordre tous les multiples des mesmes nombres, faisant le mesme effect: Car il ne faut qu'imiter l'artifice de la 19. de ce livre, c'est à dire que si on prend le plus petit nombre mesure par  $A B C D$  & qu'on l'adiouste au nombre  $G$ , on aura le second multiple de  $A B C$  surpassant de l'unité un multiple de  $D$ . & si au second multiple, on adiouste derechef le mesme nombre, on aura le troisieme, & ainsi à l'infini. La demonstration est toute semblable à celle de la 19. de ce livre; c'est pourquoy ie n'ay pas volu en faire une proposition à part.*

P R O P O S I T I O N X X I.

*Deux nombres premiers entre eux estant donnez, treuver le moindre multiple de chascun d'iceux, surpassant un multiple de l'autre, d'un nombre donné.*

38 *Problemes plaisans & delectables,*

A	5	B	9	C	3
D	10	E	9	K	45
F	---	M	---	L	---
				H	---
					G

Soient les nombres premiers entre eux A. B. & qu'il faille trouver le moindre

multiple de A surpassant vn multiple de B, du nombre donné C. Soit par la 18. de ce liure, le nombre D, qui soit le moindre multiple de A surpassant de l'vnité le nombre E multiple de B. & multipliant D par C soit le produit F G. duquel ostant le nombre C soit le reste F H. & soit K le plus petit nombre mesuré par les deux nombres donnez A. B. Alors ou le nombre F H est moindre que K, ou il luy est esgal, ou il est plus grand.

Soit Premièrement F H plus petit que K, ou esgal à K. Car en ces deux cas l'operation & la demonstration sont les mesmes. Je dis que F G est le moindre multiple de A faisant l'effect desiré: Car en premier lieu, F G estant multiple de D, & D estant multiple de A par la construction, il s'ensuit que F G est multiple de A. en apres, pource que multiplier D par C (d'ou se produit F G) c'est autant que multiplier par C, le nombre E & l'vnité, desquels D se compose, le nombre F G est esgal aux produits de E par C, & de l'vnité par C: mais le produit de l'vnité par C, est esgal au mesme C, c'est à dire au nombre H G. Doncques le restant F H est esgal au produit de E par C. Par consequent F H est multiple de E; mais E est multiple de B par la construction. Doncques F H est multiple de B. Nous auons donc F G multiple de A qui surpasse F H multiple de B du nombre H G esgal au nombre donné C. Reste à preuuer que F G soit le

le moindre multiple de A faisant vn tel effect. Or s'il ne l'est pas soit FL plus petit que FG, & multiple de A iurpassant FM multiple de B du nombre ML esgal à C, ou à HG. Alors au mesme nombre LH adioustant les nombres esgaux ML. & HG, les composez MH, & LG seront esgaux. Et parce que A mesure les nombres FG & FL, il mesurera aussi les restant LG, ou son esgal MH. Derechef parce que B mesure les nombres FH & FM, il mesurera aussi le restat MH. Dócques tous les deux A & B mesurerent MH. Ce qui est impossible. Car puisque FH est moindre que K ou esgal à K, MH qui est moindre que FH, est tousiours moindre que K, & partant MH ne peut estre mesuré par A & par B, attendu que K est le plus petit nombre mesuré par A & par B.

A	5.	B	9.	C	3.
D	10.	E	9.	k	45.
F	—	M	—	H	—
		L	—	G	

**Q**Ve si quelqu'un disoit que FL, doit tomber entre FG & FH. Cela sup-

pose, il s'ensuiura tousiours vne semblable contradiction. Car tout aiasi que FL est moindre que FG. de mesme il faut que FM soit moindre que FH, à cause que les nombres ML, ne sont esgaux, estant supposé que l'un & l'autre est esgal à C. Par consequent, des nombres esgaux ML, HG, ostant le mesme nombre HL, les restans MH, LG seront esgaux. Or pource que A mesure les nombres FG, FL, il mesure aussi le restant LG, ou son esgal MH. De mesme pource que B mesure les nombres FH, FM, il mesure aussi le restant MH. Doncques tous les deux nombres A & B mesu-

40 *Problemes plaisans & delectables,*

rent  $m n$ . Ce qui est impossible, par la mesme raison cy deuant alleguee, d'autant que  $m n$  est moindre que  $f n$ , &  $f n$  est moindre que  $k$ , ou esgal à  $k$ , qui est le plus petit nombre mesuré par  $A$  & par  $B$ . Nous auons donc trouué en ce cas, le nombre  $F G$  qui est le moindre multiple de  $A$  surpassant vn multiple de  $B$ . du nombre  $C$ . ce qu'il falloit faire.

A	3	B	9	C	20
D	10	E	9	k	45
F	N		H		G

SEcondemét soit le nombre  $f n$  plus grand que  $k$ . Alors soit osté  $k$  du

nombre  $f n$  tant de fois, qu'il reste  $n n$  moindre que  $k$ , ou esgal à  $k$ . tellement que  $F N$  soit multiple de  $k$ . Je dis que  $N G$  est le moindre multiple de  $A$  surpassant  $n n$  multiple de  $B$  du nombre  $n g$  esgal au nombre donné  $C$ . car comme auparauant nous prouuons que  $f g$  est multiple de  $A$ , & que  $f n$  est multiple de  $B$ , & que  $n g$  est esgal à  $C$ . Or parce que  $f n$  est multiple de  $k$ , &  $k$  est multiple de  $A$  & de  $B$ , il s'ensuit que  $F N$  est aussi multiple de  $A$  & de  $B$ . Par consequent, puisque  $A$  mesure les nombres  $F G$ ,  $F N$ , il mesure aussi le restant  $N G$ ; semblablement puisque  $B$  mesure les nombres  $f n$ ,  $F N$ , il mesure aussi le restant  $n n$ . Doncques  $n g$  est multiple de  $A$  surpassant  $n n$  multiple de  $B$ , du nombre  $n g$  esgal au nombre donné  $C$ . & parce que  $n n$ . est moindre que  $k$  ou esgal à  $k$ , il s'ensuit que  $n g$  est le moindre multiple de  $A$  faisant vn tel effet, par ce qui a esté preuue en la premiere partie de ceste demonstration. Doncques nous

*qui se font par les nombres.* 41

nous auons accompli de tout point, ce qu'il falloit faire.

## PROPOSITION XXII.

*Deux nombres premiers entre eux estant donnez, treuver par ordre tous le multiples de chascun d'iceux, surpassans quelque multiple de l'autre, d'un nombre donné.*

A 5	B 9	C 3
K-L-F	-----	H-G

Soient les nbres donnez A & B. & qu'il faille treuver par ordre tous les multiples de A surpassans quelque multiple de B, du nombre donné C. soit pris par la precedente le nombre F G qui soit le moindre multiple de A, surpassant F H multiple de B, du nombre H G esgal a C. & au nombre F G soit adiousté K F le plus petit nombre mesuré par A & par B. le dis que K G est le second multiple de A faisant vn mesme effet, Car a cause que A mesure les nombres K F, F G, il mesure aussi le composé d'iceux K G. semblablement, a cause que B mesure les nombres K F, F H, il mesure aussi K H. Doncques K G, est vn multiple de A surpassant k H multiple de B, du nombre H G esgal au nombre donné C. Reste a preuuer que k G soit le second multiple de A faisant vn semblable effet, c'est a dire qu'entre F G & k G il n'y en a point d'autre, ce qui se preuue ainsi. S'il se peut treuver vn multiple de A faisant l'effet desiré, &

C 5

## 42 Problemes plaisans & delectables,

$A \ 5 \ B \ 9 \ C \ 3$ $K-L-F-----H-G$	qui soit plus grand que $F \ G$ , & plus petit que $k$ $G$ , soit ce nombre là $L$ $G$ , tellement que $L \ G$ soit multiple de $A$ , & $L \ H$ multiple de $B$ . Celà suppose; puisque $A$ mesure les nombres $k \ G$ , $L \ G$ , il mesurera aussi le restant $k \ L$ ; semblablement puisque $B$ mesure les nombres $k \ H$ , $L \ H$ , il mesurera aussi le restant $k \ L$ . Doncques $A$ & $B$ mesureront $k \ L$ . Ce qui est impossible, attendu que $k \ L$ , est moindre que $k \ F$ , qui est le plus petit nombre mesuré par $A$ & par $B$ . De mesme si a $k \ G$ , l'en adiouste vn nombre esgal a $k \ F$ , on aura le troisiésme multiple de $A$ faisant ce qu'on desire, & continuant ainsi a adiouster au dernier multiple trouué, le plus petit nombre mesuré par $A$ & par $B$ , on aura le multiple suiuant, com- me on peut demonstrier tout en mesme façon. Doncques nous auons enseigné a treuuer par or- dre tous les multiples de $A$ , surpassans quelque multiple de $B$ , du nombre donné $C$ . ce qu'il fal- loit faire.
--	---

## PROPOSITION XXIII.

*Estant donnez plusieurs nombres premiers entre eux, tellement que chascun d'eux soit premier a chascun des autres: treuuer le moindre multiple de tous excepté vn, qui surpasse d'un nombre donné, quelque multiple de celuy qu'on à excepté.*

Soient

A 2	B 3	C 5	D 7
E 2	F 30		

**S**oient les nombres premiers entre eux A B C D, tellement, que chascun d'iceux soit premier a chascun des autres, & qu'il falle treuver le moindre multiple de A B C, surpassant vn multiple de D du nombre donné E. Je prens, F le plus petit nombre mesuré par A B C, & si F surpassasse vn multiple de D du nombre E, ie dis que F est le multiple de A B C que l'on cherche, Car il est impossible de treuver vn moindre multiple de A B C, que F, comme il est euident par la construction.

A 2	B 3	C 5	D 7
E 3	F 30	G 150	
H—			

**M**Ais si F ne surpassasse pas vn multiple de D, du nombre donné E, neantmoins parce que F est premier a D a cause que chascun des nombres A B C est premier a D, par le corollaire de la 20. de ce liure, soit pris G le moindre multiple de F surpassant vn multiple de D, du nombre donné E par la 21. de ce liure: ie dis que G est le multiple de A B C qu'il falloit treuver: Car puisque G est multiple de F, & F est multiple de A B C, il s'ensuit que G est aussi multiple de A B C: Mais par la construction G surpassasse vn multiple de D, du nombre donné E. Doncques il ne reste qu'à preuuer que G soit le moindre nombre qui fasse vn tel effet. Or si cela n'est pas, soit H moindre que G, & multiple de A B C surpassant vn multiple de D, du nombre E. Cela supposé, puisque A B C mesurent H, il s'ensuit que F mesure le mesme nombre H par le corollaire de la 38. du 7. doncques H est vn multiple de F surpassant vn multiple de D, du nombre E. Ce qui est impossible, à cause que H est moindre que

**44** *Problemes plaisans & delectables,*  
 que G, & G est le plus petit multiple de F sur-  
 passant vn multiple de D, du nombre E par la  
 construction. Il faut donc aduoüer que G est le  
 moindre multiple de A B C faisant l'effet qu'on  
 desire. A insi nous auons fait ce qu'il falloit faire.

## A D V E R T I S S E M E N T.

*Ayant treuüé le moindre multiple, on trouuera tous  
 les autres multiples par ordre, imitant l'artifice de la  
 22. de ce liure. Car si au nombre G on adiouste le plus  
 petit nombre mesuré par A B C D, on aura le second  
 multiple de A B C faisant l'effet désiré, & si au se-  
 cond multiple, on adiouste derechef le mesme nombre,  
 on aura le troisiésme multiple, & ainsi a l'insiny. La  
 demonstration de cecy est toute semblable, a celle de la  
 22. de ce liure.*

## PROPOSITION XXIV.

*Plusieurs nombres estant donnez, si l'on  
 prend le plus petit nombre mesuré par eux,  
 on ne pourra pas treuuer deux diuers nom-  
 bres moindres que luy, desquels ostant chas-  
 cun des nombres donnez tant de fois qu'on  
 pourra, il reste les mesmes nombres d'un co-  
 sté & d'autre.*

A	B	C	D	60
E	G	k	L	M-F

**S**Oient les nom-  
 bres donnez A B  
 C, & soit D le plus  
 petit

petit nombre mesuré par eux. Je dis qu'on ne peut trouver deux nombres differens, moindres que  $D$ , tellement que d'iceux ostant chascun des nombres  $A B C$  tant de fois qu'il se pourra faire, il reste les mesmes nombres d'un costé & d'autre. Car si cela se peut, soient les nombres  $E F$ ,  $G F$  tous deux moindres que  $D$ , tellement que d'iceux ostant  $A$  tant de fois qu'on pourra, il reste d'un costé & d'autre le mesme nombre  $M F$ , & ostant des mesmes nombres  $E F$ ,  $G F$ , le nombre  $B$  tant de fois qu'on pourra, il reste d'un costé & d'autre  $L F$ : & ostant  $C$  des mesmes nombres en mesme façon, il reste d'un costé & d'autre le mesme nombre  $K F$ . Cela supposé, parce que  $A$  mesure les nombres  $E M$ ,  $G M$ , il mesure aussi le restant  $E G$ . Et parce que  $B$  mesure les nombres  $E L$ ,  $G L$ , il mesure aussi le restant  $E G$ , & parce que  $C$  mesure les nombres  $E K$ ,  $G K$ , il mesure aussi le restant  $E G$ . Ainsi tous les nombres  $A B C$  mesurent  $E G$ . ce qui est impossible, a cause que  $E G$  est moindre que  $E F$ , &  $E F$  est moindre que  $D$ , qui est le plus petit nombre mesuré par  $A B C$ .

Or on ne peut imaginer aucun cas, auquel n'ait lieu ceste demonstration. Car soit que l'on die que les nombres  $E F$ ,  $G F$  sont mesurez par tous les nombres  $A B C$ , ou par deux d'iceux, ou par un seulement, on tirera tousiours vne mesme conclusion. Si l'on dit que  $A B C$  mesurent  $E F$ , &  $G F$ , on voit d'abord que cela est impossible, à cause que  $E F$  &  $G F$  sont moindres que  $D$ , qui est le plus petit nombre mesuré par  $A B C$ . Mais si l'on dit que  $A$  &  $B$  mesurent  $E F$ , &  $G F$ , & que des mesmes nombres ostant  $C$  tant de fois qu'il

46 *Problemes plaisans & delectables,*

A	3	B	4	C	5	D	60
E	-----	G	---	K	-	L	-M-F

qu'il se peut faire, il reste M F. Alors puisque A & B me-

furent E F & G F, ils mesureront aussi le restant E G, & parce que C mesure E M, & G M, il mesurera aussi le restant E G, Doncques A B C mesureront E G. Ce qui est impossible, comme j'ay demonsté.

Qui si l'on dit que A seul mesure les nombres E F, G F, & que des mesmes nombres ostant B tant fois qu'on pourra, il reste M F, & que des mesmes nombres ostant C de la mesme sorte, il reste L F. Alors par ce que A mesure E F & G F, il mesure aussi le restant E G. & parce que B mesure E M & G M, il mesure aussi le restant E G, & parce que C mesure E L & G L, il mesure aussi le restant E G, par consequent A B C mesurent E G ce qui est impossible comme auparavant.

Mais si l'on veut dire, qu'ostant chascun des nombres A B C de E F & de G F, ou deux d'iceux seulement, il reste par tout le mesme nombre, on tombera neantmoins en mesme inconuenient: car si ostant A B C de E F, & de G F, on dit qu'il reste par tout le mesme nombre M F, on voit d'abord l'impossibilité, attendu qu'il s'ensuiura, que A B C mesureront E M & G M, chose impossible, à cause que E M, G M sont moindres que D. Et si l'on veut qu'ostant les deux nombres A B tant seulement de E F & de G F, il reste le mesme nombre M F, mais qu'ostant C des mesmes nombres E F, G F, il reste L F. Alors puisque A & B mesurent E M & G M, ils mesureront aussi le restant E G, & parce que C mesure

*qui se font par les nombres.* 47

C mesure E L G L , il mesurera aussi le restant E G , par conséquent A B C mesureront F G . Ce qui est impossible , comme il à esté dit plusieurs fois. Doncques en toutes façons , il est impossible de treuver deux nombres moindres que D , desquels ostant chascun des nombres A B C , tant de fois qu'on pourra , il reste les mesmes nombres d'un costé & d'autre. Ce qu'il falloit demonstrier.

## PROPOSITION XXV.

*Plusieurs nombres estant donnez, si on prend quelque nombre moindre que le plus petit nombre mesuré par les nombres donnez, & qu'on oste d'iceluy chascun des nombres donnez tant de fois qu'on pourra, il restera les mesmes nombres, qui resteront si on oste en la mesme sorte les nombres donnez de la somme du nombre pris & de quelque multiple du plus petit nombre mesuré par les nombres donnez. Mais il ne se treuvera qu'un nombre seul faisant un mesme effet, entre le dit plus petit nombre mesuré par les nombres donnez, & le double d'iceluy; & un autre tant seulement, entre le double & le triple; & un autre encore*

48 *Problemes plaisans & delectables,*  
*core entre le triple & le quadruple, & ainsi à*  
*l'infy.*

A 3	B 4	C 5
N-Q-E-P	G-k-L-M-F	

**S**Oient don-  
nez les nom-  
bres A B C , &  
soit E G le plus petit nombre mesuré par eux, &  
qu'on prenne G F moindre que E G , & de  $o F$   
ostât tant de fois qu'on pourra le nombre A qu'il  
reste  $M F$  , tellement que A mesure G M , & du  
mesme G F ostant B en la mesme sorte , qu'il re-  
ste  $L F$  , tellement que B mesure G L , & du  
mesme G F ostant C en mesme façon , qu'il reste  
 $\kappa F$  , tellement que C mesure G  $\kappa$  . Je dis pre-  
mierement que si au nombre G F on adiouste  
E G ou quelque murtiple de E G comme son  
double N G . la somme E F ou N F fait le mesme  
effet que le nombre G F . C'est à dire qui si de E F  
ou de N F on oste tant de fois qu'on pourra les  
nombres A B C , il reste les mesmes nombres  
M F , L F ,  $\kappa F$  . Car puisque A mesure les nom-  
bre E G , G M , il mesure aussi le composé d'i-  
ceux E M . Doncques quand de E F on osterà A  
tant de fois qu'on pourra, il restera M F . Sembla-  
blement à cause que B mesure les nombres E G ,  
G L , & par consequent , E L , quand on osterà  
B de E F , tant qu'on pourra , il restera L F . Par  
mesme raison , attendu que C mesure E G , &  
G  $\kappa$  , & par consequent E  $\kappa$  , si on oste C de E F  
tant qu'on pourra, il restera  $\kappa F$  . Donc il est  
euident que E F fait le mesme effet que G F . En  
la mesme façon on preuera que N F fait le mes-  
me effet que G F , & aussi tout autre nombre com-  
posé

posé de  $GF$  & de quelque multiple de  $EG$ .  
Donc nous auons suffisamment demonsté la  
premiere partie de nostre proposition.

Secondement ie dis qu'entre  $EG$ , & son dou-  
ble  $NG$  il ne se treuuera point d'autre nombre  
hors  $EF$  qui fasse vn tel effet, & qu'entre  $NG$ , &  
le triple de  $EG$ , il ne s'en treuuera point d'autre  
que  $NF$ , & ainsi à l'infiny, qu'entre deux multi-  
ples prochains de  $EG$ , il ne se treuuera iamais  
qu'vn seul nombre faisant vn mesme effet. Car  
si entre  $EG$ , &  $NG$  il s'en peut trouuer vn au-  
tre que  $EF$ , ou il sera plus grand que  $EF$ , ou  
plus petit. Qu'il soit premierement plus petit à  
sçauoir  $PF$ , tellement que de  $PF$  ostant les nom-  
bres  $ABC$  en la sorte que i'ay dite, restent les  
nombres  $MF$ ,  $LF$ ,  $KF$ . Alors puisque  $A$  mesure  
 $EM$  &  $PM$ , il mesure aussi le restant  $EP$ , &  
puisque  $B$  mesure  $EL$ ,  $PL$ , il mesure aussi le re-  
stant  $EP$ ; & parce que  $C$  mesure  $EK$ ;  $PK$ , il  
mesure aussi le restant  $EP$ . Doncques  $ABC$  me-  
surent  $EP$ . ce qui est impossible, à cause que  $EP$   
est moindre que  $EG$ , qui est le plus petit nom-  
bre mesuré par  $ABC$ . Que si l'on dit que le  
nombre tombant entre  $EG$ , &  $NG$ , est plus  
grand que  $EF$ , à sçauoir que c'est  $QF$ , Alors  
faisant des argumens tous semblables, on preu-  
uera que  $ABC$  mesurent  $QE$ . Ce qui est im-  
possible, pour autant que  $QE$  est moindre que  
 $NE$  qui est le plus petit nombre mesuré par  
 $ABC$ . De la mesme façon on demonstrera qu'il  
ne peut tomber autre nombre entre  $NG$ , & le  
triple de  $EG$ , fors  $NF$  qui fasse le mesme effet, &  
ainsi à l'infiny. Doncques nous auons demonsté  
tout ce que nous auions proposé.

D

## PROPOSITION XXVI.

*Vn nombre estant donné, si l'on adioust ensemble toutes les figures qui l'expriment, & que de la somme on reiette le nombre de 9. tant de fois que l'on pourra, le reste sera esgal a ce qui reste diuisant le mesme nombre donné, par le nombre de 9.*

**L**A demonstration de ceste proposition ne depend que de la façon de nostre chiffre, à cause que nous n'auons que neuf figures significatiues despuis 1, iusques à 9. & que voulant passer plus auant pour exprimer 10. on recommence par 1. y adioustant vn zero qui ne signifie rien de soy. C'est pourquoy si l'on prend vn nombre de dizaines iuste comme 60. il appert que la figure significatiue 6. est ce qui reste si l'on diuise 60. par 9. à cause que multiplier 10. par 6. d'ou prouient 60. c'est autant que multiplier 9. & 1 qui composent 10. par le mesme 6. & par consequent, parce que tout nombre qui multiplie l'vnité ne se change point, 60. contient vn multiplie de 9. & d'auantage 6. Doncques diuisant 60 par 9. il reste 6. Que si aux nombres des dizaines on adioust vn autre nombre, comme si l'on prend 62. il est euident que la somme de 6. & de 2. à sçauoir 8. est ce qui reste diuisant 62. par 9. puisque 60. estant diuisé par 9. il reste 6. comme

NOUS

nous auons prouué. Et si le nombre donné estoit 65. il s'ensuiuroit neantmoins le mesme. Car Car puisque diuisant 60. par 9. il reste 6. il apert qu'y adioustant 5. la somme est 11. dont ostant 9. le reste 2. est necessairement ce qui reste diuisant 65. par 9.

Par les mesmes raisons aux nombres exprimans les centeines iustes, la premiere figure significatiue, montre tousiours le nombre qui reste diuisant le nombre des centeines par 9. à cause que 99 est multiple de 9. & que passant plus auant pour exprimer cent, on recommence par 1. y adioustant deux zero. Et le mesme se preuue de 1000. & de 10000. & de 100000. & ainsi à l'infiny. Par consequent quel nombre qui soit donné, comme 3562. puisque diuiser ce nombre par 9. est autant que diuiser par le mesme 9. les parties dont il est composé, à sçauoir 3000. 500. & 62. pourueu qu'on prenne tous les restes, & qu'on regarde encor combien de fois neuf y est contenu, & puisque diuisant 3000. par 9. le reste est 3. & diuisant 500 par 9. le reste est 5. & diuisant 62. par 9. le reste est 6. & 2. à sçauoir 8. côme nous auons prouué il est euident que joignant ensemble tous ces restes, qui ne sont que les figures qui expriment le nombre 3562. pourueu que de la somme desdits restes on oste 9. tant de fois que l'on pourra, le reste sera iustement ce qui reste diuisant le mesme 3562. par 9. Ce qu'il falloit demonstrier.

## 52. Problemes plaisans & delectables,

### ADVERTISSEMENT.

*Ceste proposition est le fondement de la preuve de 9. dont plusieurs se seruent aux quatre premieres regles de l'Arithmetique pratique. Laquelle i'ay esté contraint de rapporter icy, à cause que sans son ayde ie ne pouvois parfaitement demonstrier mon troisieme probleme.*



PRO



# PROBLEME

## PREMIER.

*Deuiner le nombre que quelqu'un  
aura pensé.*

**D**ernièrement fais tripler le nombre pensé, & par apres prendre la moitié du produit, s'il se peut faire sans fraction, & s'il ne se peut faire autrement fais y adiouster 1. puis prendre la moitié de tout, laquelle moitié fais derechef tripler, & demande combien de fois il y a 9: en ce dernier triple. Lors pour chaque 9. pren 2. & tu deuineras le nombre pensé. Pren garde seulement que s'il a fallu adiouster 1. pour prendre la moitié, il te faut aussi adiouster 1. au nombre que tu trouueras prenant 2. pour chaque 9. Par exemple quelqu'un ait songé 6. qu'il le triple viendra 18. qu'il en prenne la moitié, il aura 9. qu'il le triple, viendra 27. Ou 9. est contenu 3 fois, partant tu prendras 3. fois 2. à sçauoir 6. pour le nombre pensé. Or qu'on ait pensé 5. en le triplant viendra 15. à qui il faut adiouster 1. pour en prendre le moitié, & au lieu de 15. on

D. 3

## 54 Problemes plaisans & delectables,

aura 16, dont la moitié est 8. qui triplé derechef, fait 24. Ou 9. est contenu 2. fois, partant prenant 2. fois 2. tu auras 4. auquel si tu adioustes 1. à cause de l'vn qu'il a fallu adiouster pour prendre la moitié, tu trouueras 5. le nombre pensé.

### DEMONSTRATION.

Il faut necessairement que le nombre pensé soit pair, ou impair, ou que ce soit l'vnité. Posons premierement qu'on eut songé 1. alors triplant 1. viendra 3. à qui il faut adiouster 1. selon la regle donnée, & viendra 4. dont la moitié est 2. qui triplé derechef fait 6. Partant si tu demandes combien de fois il y a 9. au dernier triple, on respondra qu'il n'y est point. Dont il s'ensuit qu'on ne peut auoir pensé qu'vn, à cause de l'vnité adiouste, pour faire la partition. Partant en ce cas la reigle est bonne & infallible.

D 36.	A 8.	B 24.
4 $\frac{1}{2}$ .	1.	C 12.
9.	2.	3.

SEcondement soit A. le nombre pensé, nombre pair, lequel triplé fasse B. qui sera pair par la 28. du 9. partant la moitié de B. soit C. qui triplé derechef, produise D. Alors puisque multipliant A par 3. & diuisant le produit B. par 2. le quotient est C. il faut par la premiere proposit. qu'il y ait telle proportion de A à C; que de 2. à 3. & conuertissant de C à A, que de 3. à 2. Partant C contient A vne fois & demy. D'oc si l'on multiplie C par 3. d'où se produit D, c'est autant que si l'on multiplie par 3. le nombre A pris vne fois & demy. C'est donc autant que si l'on multiplie A par 4  $\frac{1}{2}$ . (car 3 fois 1  $\frac{1}{2}$ . fait 4  $\frac{1}{2}$ .) Parquoy le nombre D se fait multipliât A par 4  $\frac{1}{2}$ . & partant

par

par la definition de la multiplication, il y a telle proportion de 4  $\frac{1}{2}$ . à D que de 1. à A. Doncques si de ces quatre nombres proportionaux, on double le premier, & le troisieme, d'où se produisent 9. & 2. l'on couclurra par la seconde proposition qu'il y a telle proportion de 9. à D: que de 2. à A. Partant autât de fois que 2. est contenu au nombre pair A, autant de fois precisément 9. est contenu en D. dont il appert de la verité de la regle.

Finalemēt le nombre pensé A. soit impair, dont le triple B sera aussi impair par la 29. du 9. donc adioustant 1. à B. soit fait C, dont la moitié

B 21.	
G 6.	A 7.
H 18.	C 22.
K 9.	D 11.
L 27.	E 33.

soit D, dont le triple soit E. Je prens G nombre pair moindre que A de 1. & son triple soit H: dont la moitié soit K, dont le triple soit L. Or il appert, puisque A surpasse G de 1. que B surpasse H de 3. (à sçauoir du triple de 1.) & par consequent C surpasse H de 4. doncques D surpasse K de 2. (à sçauoir de la moitié de 4.) Parquoy E surpasse L de 9. (à sçauoir du triple de 2.) partant ayant esté demonsté en la premiere partie que L contient 6. autant de fois precisément, que G contient 2. Il est euident que E contient 9. autant de fois aussi, & non pas d'auantage, car il ne surpasse L que de 6. Partant prenant autant de fois 2. que 9. se treuve de fois en E, nous aurons le nombre G, auquel adioustant 1. comme veut la reigle, nous aurons A. le nombre pensé. doncques nous auons entierement & parfaitemēt monsté à deuiner le nombre pensé. Ce qu'il falloit faire.



# PROBLEME

## SECON D.

*Faire le mesme d'une autre sorte.*

**F**Ais tripler le nombre pensé, puis prendre la moitié du produit, ou si le nombre est impair adiouster 1. puis prendre la moitié. Fais tripler derechef ceste moitié, puis prendre la moitié de ce triple, ou adiouster 1. comme auparavant si le nombre est impair, à fin de le pouuoir partir en deux. Lors demande combien de fois il y a 9. en la derniere moitié, & pour chascue 9. prens 4. remarquant que si la diuision ne se peut faire la premiere fois sans adiouster 1. il te conuient aussi retenir 1. & si la diuision ne se peut faire la seconde fois, il te conuient retenir 2. Par consequent si toutes les deux fois la diuision ne se peut faire, il te faut retenir 3. Par exemple si l'on auoit pensé 7. le faisant tripler, viendra 21. auquel il faut adiouster 1. pour prendre la moitié qui est 11. dont le triple est 33. auquel aussi adioustant 1. & prenant la moitié, vient 17. Auquel 9. est contenu vne fois seulement. Partât tu prendras vne fois 4. auquel tu adiousteras 3. à cause que la diuision ne s'est peu parfaire ny la premiere ny la seconde fois, & tu auras 7. le nombre pensé.

On

On peut aussi faire ainsi ce probleme. Fais adiouster au nombre pensé la moitié du mesme nombre, & à ceste somme fais adiouster derechef la moitié de la mesme somme. Puis demande combien de fois il y a 9. & prens 4. pour chaque 9. comme deuant; mais aussi prens garde que si le nombre pensé n'a point d'entiere moitié, il faut faire adiouster 1. & prendre la moitié de ce nombre, & l'adiouster au nombre pensé. Que si le mesme aduient la seconde fois, il faut aussi faire le mesme, & pour la premiere fois retenir 1. pour la seconde 2. pour toutes deux ensemble 3. comme auparauant. Par exemple si l'on auoit pensé 10. luy adioustant sa moitié vient 15. auquel faut adiouster 1. pour auoir la moitié 8. qui adioustee à 15. fait 23. Auquel 9. est contenu deux fois. Partant prenant deux fois 4. tu auras 8. auquel adioustant 2. à cause que la seconde fois il a fallu adiouster 1. pour prendre la moitié, tu auras 10. le nombre pensé.

Quelques vns encore pratiquent autrement ce probleme. Car ils font adiouster au nombre pensé sa moitié, ou bien (s'il est impair) la plus grande moitié. (Car d'autant que tout nombre impair se peut diuiser en deux nombres, dont l'un surpasse l'autre de l'unité, ils appellent le plus grand, la plus grande moitié du nombre impair) & semblablement à ceste somme ils font adiouster sa moitié ou la plus grande moitié, puis demandent combien de fois il y a 9. & pour chaque 9. prennent 4. mais ils demandent encore si apres auoir osté tous les 9. de la derniere somme, on en peut oster encore 8. & si cela est, ils retiennent 3. Que si 8. ne s'en peut oster, ils demandent

58 *Problemes plaisans & delectables,*  
 si l'on en peut oster 5. & pour cela retiennent 2.  
 Que si 5. ne s'en peut oster, ils en font oster 3.  
 & pour cela retiennent 1.

DEMONSTRATION.

E 18.	A 8.	B 24.
2 $\frac{1}{4}$ .	1.	C 12.
9.	4.	D 36.

LE demonstre la premiere façon de parfaire ce probleme, car les autres deux sont

fondees sur les mesmes principes. Il est certain par la 13. proposit. que tout nombre plus grand que 3. est parement pair, ou surpasse quelque parement pair de 1. ou de 2. ou de 3. Soit donc premierement le nombre pensé A plus grand que 3. & parement par qui triplé fasse B qui sera parement pair aussi par la dixiesme proposition doncques C. la moitié de B. sera nombre pair par la 4. proposit. parquoy triplant C. le produit D sera nombre pair par la 28. du 9. Soit donc sa moitié E. Or nous auons demonsté au precedent probleme que le nombre D. contient A quatre fois & demi. D'où s'ensuit que E la moitié de D contient le mesme A deux fois & quart

E 18.	A 8.	B 24.
2 $\frac{1}{4}$	1.	C 12.
9.	4.	D 36.

(car 2  $\frac{1}{4}$  est la moitié de 4  $\frac{1}{2}$ ) partant multipliant A par 2  $\frac{1}{4}$  prouiedroit E. Doncques il y a mesme

proposition de 2  $\frac{1}{4}$  à E que de 1. A. Partant multipliant par 4. tant 2  $\frac{1}{4}$  que 1. d'où se produisent 9. & 4. il y aura telle proportion de 9. à E que de 4. à A. par la 2. proposit. Or est-il que 4 mesure A par la 6. proposit. Doncques 9. mesure aussi E, & au

& autant de fois que 9. est contenu en E, autant de fois 4. est contenu au nombre pensé A. Donc il appert que de ce costé la regle est infallible & bonne.

B 27.	
G 8.	A 9.
K 24.	C 28.
L 12.	D 14.
M 36.	E 42.
N 18.	F 21.

Secondement soit A le nombre pensé surpassant de 1. le nombre G parement pair, & triplant A soit fait B. qui sera impair par la 29. du 9. Partant adioustant 1. à B comme veut la regle,

soit fait c & le triple de G soit k. Il est certain (comme nous auons demonsté en la derniere partie de la demonstration du precedent probleme) que C. surpasse k de 4. Parquoy k estant parement pair par la 10. proposit. il faut aussi que C soit parement pair, par la 6. proposit. dautant qu'il est mesuré par le quaternaire : soit donc D la moitié de C. qui sera nombre pair par la 4. proposit. Partant E le triple de D sera aussi pair par la 28. du 9. On en pourra donc prendre la moitié F. Je prens aussi L. la moitié de k, puis M. le triple de L, puis N. la moitié de M. Or puisque, comme il a esté dit, C surpasse k de 4. il faut aduouër que D. surpasse L de 2. (à sçauoir de la moitié de 4.) doncques E surpasse M. de 6, (à sçauoir du triple de 2.) doncques F ne surpasse N. que de 3. (à sçauoir de la moitié de 6.) Partant ayant esté demonsté cy deuant que N. contient 9. autant de fois précisément, que G parement pair contient 4. Il est euident que F contiendra aussi 9. autant de fois, & non plus (pource que il ne surpasse N que de 3.) Par consequent prenant 4. pour chaque 9. contenu en F, nous

60 *Problemes plaisans & delectables,*

nous viendrons trouuer le nombre G, auquel adioustant 1. comme veut la reigle nous deuinerons le nombre pensé A. Ce qu'il falloit faire.

G 8.	A 10.
K 24.	B 30.
L 12.	C 15.
	D 45.
M 36.	E 46.
N 18.	F 23.

Troisiesmement soit A. le nombre pensé surpassant de 2. le nombre G. parement pair. Doncques A. est parement impair seulement par la 7. proposit. soit donc B. son triple, qui sera aussi parement impair seulement par la 11. proposit. Partant C. sa moitié sera nombre impair par la 5. proposit. Doncques D le triple de C sera aussi impair par la 29. du 9. Partant adioustant 1. à D. soit fait E dont la moitié soit F. Lors comme auparauant ie prens K. le triple de G, dont la moitié soit L. dont le triple soit M. dont la moitié soit N. Or puisque A. surpasse G de 2. il appert que B surpasse k de 6. (à sçauoir du triple de 2. Par consequent C surpasse L. de 3. (à sçauoir de la moitié de 6.) Partant D surpasse M de 9. (à sçauoir du triple de 3.) & par consequent E surpasse M de 10. Partant F. ne surpasse N. que de 5. (à sçauoir de la moitié de 10.) doncques ie conclus comme auparauant que F contient 9. autant de fois que N. & non plus (à cause que N. contient 9. quelquesfois precisément, & F ne supasse N que de 5. Partant prenant 4. pour chasque 9. contenu en F nous trouuerons le nombre G. auquel adioustant 2. comme veut la regle, nous deuinerons.

*qui se font par les nombres.* 61

uinérons le nombre pensé *A*. Ce qu'il falloit faire.

Quatriesimement soit *A* le nombre pensé surpassant de 3. le nombre *G* parement pair. Et soit *k* le triple de *G*, donc la moitié soit *L*. dont le triple soit *M*, dont la moitié soit *N*. & soit aussi *B*. le triple de *A*; qui sera impair par la 29. du 9.

<i>G</i> 8.	<i>A</i> 11.
	<i>B</i> 33.
<i>k</i> 24.	<i>C</i> 34.
<i>L</i> 12.	<i>D</i> 17.
	<i>E</i> 51.
<i>M</i> 36.	<i>F</i> 52.
<i>N</i> 18.	<i>H</i> 26.

partant luy adioustant 1. soit fait *C*. Or il appert puisque *A* surpassé *G* de 3. que *B*. surpassé *K* de 9. à sçauoir du triple de 3.) partant *C*. surpassé le mesme *K* de 10. Doncques *K* estant parement pair par

la 10. proposit. luy adioustant 10. nombre parement impair seulement, le composé à sçauoir *C*. sera parement impair seulement par la 9. proposit. Soit donc sa moitié *D* nombre impair par la 5. proposit. qui surpassera *L* de 5. (à sçauoir de la moitié de 10.) & soit *E* triple de *D*, qui estant impair par la 29. du 9. il luy faut adiouster 1. & soit fait *F*, dont la moitié soit *H*. Puisque donc, comme nous auons preuue, *D* surpassé *L*. de 5. il s'enfuit que *E* surpassé *M* de 15. (à sçauoir du triple de 5.) & par consequent *F*. surpassé le mesme *M*. de 16.) Partant *H* ne surpassé *N*. que de 8. (à sçauoir de la moitié de 16.) Doncques ie conclurray comme auparauant que *H* ne contient pas 9. plus de fois que fait le nombre *N*. Par consequent prenant 4. pour chascun 9. contenu en *H*, on trouuera le nombre *G*; auquel adioustant 3. comme veut la reigle, on deuinera le nombre pensé *A*. Ce qu'il falloit faire.

finale

## 62. Problemes plaisans & delectables,

Finalemēt soit le nombre pensé moindre que 4. comme 1. ou 2. ou 3. & premierement soit 1. dont le triple est 3. à qui adioustant 1. vient 4. dont la moitié est 2. qui triplé fait 6. dont la moitié est 3. Où 9. n'est point contenu de fois. Partant prenant 1. seulement pour l'vnité adioustee à la premiere diuision, tu deuineras qu'on à pensé 1.

Secondement le nombre pensé soit 2. dont le triple est 6. dont la moitié est 3. qui triplé fait 9. auquel adioustant 1. vient 10. dont la moitié est 5. où 9 n'est point aussi contenu. Partant tu prendras seulement 2. pour l'vnité adioustee à la seconde diuision.

Troisiemement le nombre pensé soit 3. dont le triple est 9. auquel adioustant 1. vient 10. dont la moitié est 5. dont le triple est 15. auquel adioustant 1. vient 16. dont la moitié est 8. Qui semblablement ne contient point 9. Mais tu prendras 3. à cause de l'vnité adioustee tant à la premiere qu'à la seconde diuision, & ainsi deuineras le nombre pensé. Doncques nous auons parfaitement monstré à deuiner tout nombre pensé. Ce qu'il falloit faire.

Maintenant il est aisé de monstrer que les deux autres façons de faire ce ieu reuiennent à ceste cy, & ont les mesmes fondemens. Car quant à la seconde nous auons desia monstré cy dessus que tripler vn nombre, & prendre la moitié du produit, c'est autant que multiplier ledit nombre par  $1 \frac{1}{2}$ . donc c'est autant que luy adiuster sa moitié. Partant si à ceste somme nous adioustons derechef sa moitié, c'est autant que si nous la multiplions aussi par  $1 \frac{1}{2}$ . Doncques c'est autant que si

que si nous multiplions le nombre pensé par  $2 \frac{1}{2}$ , d'autant que  $1 \frac{1}{2}$ . par  $1 \frac{1}{2}$ . fait  $2 \frac{1}{2}$ . De cecy tu peux aisement recueillir la demonstration entiere de ceste façon de faire, appliquant toutes les parties de la demonstration donnée à icelle; ce que j'obmets par briueuté.

Quant à la troisieme façon, elle ne differe quasi point de la seconde: Car il est euident que la plus grande moitié d'un nombre impair, n'est autre que la moitié du nombre pair prochain, plus grand d'un que ledit impair, & quand à ce qu'à la fin on demande apres qu'on à osté tous les 9. s'il reste 8. ou 5. ou 3. la cause de cecy appert assez par la seconde, troisieme, & quatrieme partie de la presente demonstration.

## ADVERTISSEMENT.

*Quiconque comprendra parfaitement la demonstration de ces deux problemes, il luy sera facile de forger des regles nouvelles pour deuiner le nombre pensé à l'imitation des precedentes. Car par exemple say tripler le nombre pensé, puis prendre la moitié du produit, puis multiplier ladiete moitié par 5. & prendre encor la moitié du produit; tu deuineras le nombre pensé, si tu demandes combien de fois il y à 15 en la derniere moitié, & si pour chasque 15. tu prens 4. Observant comme cy dessus, qu'il faut retenir 1. ou 2. ou 3. selon que la diuision ne se peut parfaire la premiere, ou la seconde fois, ou toutes les deux ensemble. La cause de cecy est, que multiplier un nombre par 3. & partir le produit par 2. c'est autant que multiplier ledit nombre par  $1 \frac{1}{2}$ . & multiplier un nombre par 5. & partir le produit*

## 64 Problemes plaisans & delectables,

produit par 2. c'est autant que multiplier le mesme nombre par  $2\frac{1}{2}$ . (ces nombres se treuvent en diuisant le multiplicateur par le diuiseur, car diuisant 3. par 2. vient  $1\frac{1}{2}$ . & diuisant 5. par 2. vient  $2\frac{1}{2}$ .) doncques faire ces deux multiplications, & ces deux diuisions, c'est autant que multiplier le nombre pensé par  $3\frac{1}{2}$ . d'autant que  $1\frac{1}{2}$ . par  $2\frac{1}{2}$ . fait  $3\frac{1}{2}$ . Je te laisse appliquer tout le reste de la demonstration (qui est chose bien eusee, attendu que  $3\frac{1}{2}$ . multiplié par 4. fait 15. & tu trouueras que si le nombre pensé surpasse d'un quelque nombre parement pair, outre les 15. contenus en la derniere moitié, il y aura encore 5. & si le nombre pensé passe de 2. quelque parement pair, à la fin il restera 8. & si le nombre pensé passe de 3. quelque parement pair, il restera 13. à la fin. Partant si tu veux imiter la seconde, ou troisieme façon de parfaire ce probleme; Tu feras adiouster au nombre pensé sa moitié ou sa plus grande moitié (cela est autant que le multiplier par  $1\frac{1}{2}$ .) puis à ceste somme tu feras adiouster un nombre esgal à elle mesme, & encore de plus la moitié, ou plus grande moitié de la mesme somme (cela est autant que la multiplier par  $2\frac{1}{2}$ .) puis tu demanderas combien de fois il y a 15. & pour chascque 15. tu prendras 4. retenant aussi 1. ou 2. ou 3. selon que la diuision ne se pourra parfaire la premiere, ou la seconde fois, ou toutes deux ensemble. Ou bien apres auoir fait oster tous les 15. de la derniere somme, tu demanderas s'il reste encor 13. ou 8. ou 5. & retiendras pour cela ou 3. ou 2. ou 1.

Ceste mesme regle se pourroit aucunement changer si la premiere fois on faisoit multiplier le nombre pensé par 5. puis partir par 2. puis multiplier par 3. & derechef partir par 2. Car tout cela seroit bien autant que multiplier le nombre pensé par  $3\frac{1}{2}$ . comme auparauant,  
& par

Et partant pour chasque 15. il faudroit aussi prendre 4. Mais il y auroit de la difference en cela; que si le nombre pensé passoit d'un quelque parement pair, la partition ne se pourroit faire sans fraction ny la premiere, ny la seconde fois, & si le nombre pensé passoit de 3. quelque parement pair, la partition ne se pourroit faire la premiere fois seulement. Partant en tel cas il faut changer la regle, & si la partition ne se peut faire la premiere fois seulement, retenir 3. si elle ne se peut faire la seconde fois seulement, retenir 2. si elle ne se peut faire toutes deux les fois, retenir 1. Il est vray qu'imitant la troisieme facon de parfaire ce probleme, il n'y a pas tant de diuersité. Car si le nombre pensé passe d'un quelque parement pair, a la fin tous les 15 ostez il restera 5. comme auparauant, & si le nombre pensé passe de 2. quelque parement pair, il reste aussi 8. mais si le nombre pensé passe de 3. quelque parement pair il restera 12. non pas 13. La cause de tout tecty n'est pas malaisée à trouuer. Pen laisse la recherche au curieux lecteur, qui suiuant le chemin que ie luy ay tracé, & se fondant sur les mesmes principes & propositions en pourra venir facilement à bout.

On pourroit aussi faire multiplier par 5. puis partir par 2. & derochef multiplier par 5. & partir par 2. & demander combien de fois il y a 25. & pour chasque 25. retenir 4. & ainsi en plusieurs autres manieres. Prends garde seulement qu'en ceste derniere facon, il aduient ce que ie viens de dire, à sçauoir que si la partition ne se peut faire iuste toutes deux les fois, il faut retenir 1. si elle ne se peut faire la seconde fois il faut retenir 2. si elle ne se peut faire la premiere fois, il faut retenir 3.

E

# PROBLEME TROISIEME.

*Deviner le nombre pensé d'une  
autre façon.*

**¶** A I s tripler le nombre pensé, puis prendre la moitié du produit, & tripler derechef ceste moitié, puis prendre la moitié de ce triple, tout de mesme qu'au probleme precedent, faisant aussi adiouster 1. lors que la partition ne se peut pas faire. Mais au lieu de demander combien de fois il y a neuf en la dernière moitié, demande qu'on te declare toutes les figures, avec lesquelles ladicte moitié s'exprime, excepté vne, pourueu que celle qu'on te cache ne soit point vn Zero, & qu'on te die l'ordre desdictes figures, tant de celles qu'on te manifeste, que de celle qu'on cache. Lors tu devineras le nombre pensé, adioustant ensemble toutes les figures qu'on te manifeste, & reiettant 9. tant de fois qu'il sera possible, puis soustraisant ceste somme, ou ce qui reste ayant reietté tous les 9. du mesme nombre de 9. Car le reste sera la figure cachée, ou s'il ne reste rien, ladicte figure cachée sera 9. Au cas

cas neantmoins que les deux partitions se soient faictes iustement sans addition de l'vnité. Que si la partition n'a pas esté faicte iuste la premiere fois, alors à la somme des figures manifestées tu adiousteras 6. & parfairas le demeurant ainsi qu'il a esté dit. Si la partition n'a pas esté iuste la seconde fois, tu adiousteras 4. à ladicte somme. Si la partition n'a pas esté iuste toutes deux les fois, tu adiousteras vn à la mesme somme. Ainsi doncques ayant treuvé la figure cachée tu auras enriere cognoissance de la dernière moitié. Et partant considerant combien de fois il y a 9. & prenant 4. pour chaque 9. & adioustant 1. ou 2. ou 3. selon qu'il sera de besoin, en la mesme façon qu'au probleme precedent, tu deuineras infalliblement le nombre pensé. Par exemple, qu'on ait pensé 24. Apres auoir triplé, & partagé par deux fois, la dernière moitié sera 54. Partant si on te manifeste la premiere figure 5. tu ne feras que soustraire 5. de 9. & le reste 4. sera la seconde figure cachée. Et si on te manifeste 4. ostant 4. de 9. tu trouueras 5. la premiere figure. Ainsi tu cognoistras que la dernière moitié estoit 54. ou 9 est contenu six fois, & partant prenant 6 fois 4. tu deuineras que le nombre pensé estoit 24.

Que si l'on pense 25. apres auoir triplé & partagé par deux fois, la dernière moitié sera 57. mais la partition n'aura pas esté iuste la premiere fois. Partant si l'on te manifeste la premiere figure 5. tu luy adiousteras 6. & de la somme 11. tu osteras 5. restera 2. que tu osteras de 9. & le reste 7. sera la seconde figure cachée. Ainsi tu scauras que la dernière moitié est 57 ou 9 est contenu 6 fois, & prenant 4. pour chaque 9. &

## 88 Problemes plaisans & delictables,

adioustant r. à cause de la premiere partition imparfaite, tu trouueras le nombre pensé.

Que si l'on te dit qu'en la derniere moitié il y a trois figures, & que les deux dernieres sont 13. & que la partition n'a pas esté iuste la seconde fois, tu adiousteras ensemble 1. & 31. & à la somme 4. tu adiousteras 4. font 8. tu osteras 8. de 9. reste 1. pour la premiere figure cachee. Doncques la derniere moitié estoit 113. ou 9. est contenu 12. fois, & multipliant 12. par 4. vient 48. auquel adioustant 2. à cause de la seconde partition imparfaite, tu auras 50. le nombre pensé.

Finalemēt si en la derniere moitié, il y a trois figures, dont la premiere soit 1. la derniere 7. & que toutes deux les partitions n'ayent pas esté iustes, tu adiousteras les deux figures connues ensemble, qui font 8. & à 8. tu adiousteras 1. selon la regle, font 9. qui osté de 9. ne laisse rien. Partant la seconde figure cachee est 9. & la derniere moitié entiere est 197. qui 9. est contenu 21. fois. Doncques multipliant 21. par 4. & au produit 84 adioustant 3. à cause des deux partitions imparfaites, tu trouueras le nombre pensé 87.

### DEMONSTRATION.

En premier lieu il appert par la regle donnee, que ce probleme ne se peut practiquer, sinon lors que le nombre pensé est plus grand que 4. à cause qu'il faut que la derniere moitié, soit composee de deux, ou de plusieurs figures; ce qui n'arriuera pas, si le nombre pensé ne surpasse 4.

Soit

A	B	C
24	5	4

Soit donc A le nombre pensé plus grand que 4. Il est certain par nostre 13. proposi. que A est pairément pair, ou qu'il surpasse quelque pairément pair de 1. ou de 2. ou de 3. Soit premièrement A pairément pair, & apres qu'on a triple, & partagé deux fois selon la règle, soit la dernière moitié B C composée des deux figures B & C, & soit connus l'une de dictes figures seulement. Or il a esté preuvé en la première partie du probleme précédent, que les deux partitions se font iustes en ce cas, & que B C est multiple de 9, & le contient quelques fois iustement. Doncques les deux figures B & C jointes ensemble, doivent faire iustement 9, par nostre 13. proposi. Partant si on oste B de 9, il restera C, & si on oste C de 9, il restera B. Ce qu'il falloit démonstres. Car tout le reste qui concerne ce probleme en ce cas, a esté démontré en ladicte première partie du précédent.

A	B	C
25	5	4
D	E	
24	5	4
F		
63		

Secondement soit A le nombre pensé surpassant de l'unité, le nombre pairément pair D, & apres qu'on a triple & partagé par deux fois selon la règle, soit la dernière moitié B C, composée des deux figures B & C, dont l'une soit connue. Soit aussi E la dernière moitié qui reste, quand on a triple & partagé le nombre D par deux fois, & à E, adjoüstant 9, soit fait le nombre F. Or il appert par la seconde partie du probleme précédent, qu'en ce cas la première

E 3

90 Problemes plaisans & delectables,

A	B	C
25	5	7
D		E
24		54
		63

partition n'a pas esté iuste, & que le nombre B C surpasse E, de 3. & par consequent puisque F surpasse E de 9. le mesme F surpasse B C, de 6. Par ainsi adioustant 6 à B C, on fera le nombre F. Mais E est multiple de 9. par la première partie du precedent probleme, & par consequent F qui surpasse E de 9 iustement, est aussi multiple de 9. Doncques le nombre B C avec 6. est aussi multiple de 9. Partant si l'on ioint ensemble les figures B, & C, & 6. & qu'on seiette les 9. il ne restera rien, par nostre 26. proposition; car il se fera vn nombre de neufs iuste. Supposant donc que B me soit cognu, si ie luy adiouste 6, & que de la somme i'oste 9. s'il se peut faire, il faut que le reste, ou ladicte somme (si elle est moindre que 9) adioustee à C, fasse 9 iustement. Doncques si i'oste de 9. ledit reste, ou ladicte somme, il me restera la figure incognue C. Ce qu'il falloit demonstret.

A	B	C
38	8	6
D		E
36		81
		F
		90

Troisiésimement soit le nombre pensé A surpassant de 2. le nombre D parement pair, & apres qu'on a triplé & partagé deux fois selon la regle, la dernière moitié, d'un costé soit B C, & de l'autre E, & adioustant 9 au nombre E, soit fait F. Il appert par la troisiésime partie du probleme precedent, que la partition n'a pas esté faite iustement la seconde fois, & que B C surpasse E de cinq. Et partant puisque F sur

F surpasse le mesme E de 9. il s'ensuit que F surpasse B C, de 4 seulement. Mais E est multiple de 9. par la mesme troisieme partie du probleme precedent, & par consequent F qui surpasse E de 9 iustement, est aussi multiple de 9. Doncques B C joint avec 4 est aussi multiple de 9. C'est pourquoy adioustant ensemble les figures B & C, & y ioignant 4. & reiettant tousiours 9. il ne restera rien, par nostre 26. proposition. Doncques si l'une desdictes figures est connue, par exemple B, luy adioustant 4. & reiettant 9. & ayant le reste du mesme 9. le reste necessairement est egal à C. Ce qu'il falloit demonstrier.

A	B	C
39	28	9
D	E	
36	81	
F		
9		

Enalemment soit le nombre pense A, surpassant de 3. le nombre parement pair D; & que tout le reste de la construction se fasse, comme aux deux cas precedens. Il appert par la quatrieme partie du precedent probleme, que E est multiple de 9. & par consequent F aussi, & que B C surpasse E de 8. & par consequent F surpasse B C de 1. Dont s'ensuit que les figures B & C ioinctes ensemble avec l'ynite, font un nombre de neufuaines iuste, par nostre 26. proposition. Partant si B est connu, luy adioustant 1. & reiettant 9. le reste avec C, doit faire iustement 9. Doncques si on oste ce reste de 9. on aura la figure C. Ce qu'il falloit demonstrier.

Que s'il arrive qu'adioustant 1. à B; la somme soit iustement 9; il faut que C soit aussi 9; ou

E 4

## 72. Problemes plaisans & delectables.

A	B	C
39	8	9
D	E	
36	8	1
	F	
9	8	

bien Zero : Mais il ne peut estre Zero, par l'exception apposee à la regle. Doncques c'est 9 infaliblement. Et le mesme accident arguant en tous les cas precedens, on concludra le mesme, par les mesmes raisons.

Quant au reste de la regle, à sçauoir que B C estant entierement cognu, il faut regarder combien de fois il contient 9. & pour chaque 9 prendre 4. & adiouster tantost 1. tantost 3. tantost 5. selon les diuers cas, tout cela a esté demonsté au probleme precedent.

### ADVERTISSEMENT.

L'honneur d'auoir le premier inuenté la façon de ce probleme, en ce qu'il adiouste sur le precedent, ie le cede franchement au R.P. Iean Chastelier de la compagnie de Iesus. Il est vray que ie ne tiens point de luy ny la regle pour deuinet le nombre pensé, ny la demonstration. Mais seulement il me proposa par vne sienne lettre ce probleme, en forme de question, & en ces mesmes termes, sinon qu'ils estoient en latin.

Quelqu'un ayant pensé vn nombre, & luy ayant adiouste sans fraction sa moitié, ou la plus grande moitié, si autrement faire ne se peut, & ayant adiouste derechef à ceste somme, sa moitié, ou la plus grande moitié, en la mesme façon, & ceste derniere somme estant manifestee toute, fors vne seule figure significatiue, telle que voudra cacher celuy qui à pensé le nombre: deuiner le nombre pensé. Mais il est necessaire qu'on sçache, si les additions des moitez se sont faictes precisement, ou non.

Sur

Sur ceste proposition ie treuuy dans fort peu de temps, & la regle que l'ay donnee, & la demonstration, laquelle l'ay bien voulu communiquer au Lecteur curieux, sans toutesfois desrober au premier inuenteur, la gloire qui luy en est duee.

Au reste il est euident, que la pratique de ce Probleme, estant toute la mesme, que celle du precedent hors le dernier point, on se peut seruir non seulement de la premiere facon de le faire; mais aussi de la seconde, comme on peut voir aussi que le P. Chastelier se seruit de la seconde, en la proposition qu'il me fit.

Quant a la condition apposee, à sçauoir qu'il ne faut pas que la figure cachee soit vn zero, la derniere partie de la demonstration en fait la cause, qui est qu'en ces cas là, on ne pourroit pas sçauoir certainement, si la figure cachee doit estre vn zero, ou vn 9. Dont on peut conclure, que ladicte condition se peut changer, & qu'on peut reseruer tout de mesme, que la figure cachee ne soit point vn 9. Et remarquablement fait l'vne ou l'autre de ces deux reserues, il arriuera fort souvent que la solution du Probleme se trouuera ambigue, comme au premier cas, si l'on se dit que la premiere des deux figures de la derniere moitié est 9. tu ne scaurois discerner si la seconde figure cachee est vn zero, ou 9. ny de uiner par consequent, si l'on a pensé 40. ou 44. semblablement au second cas, si la premiere des deux figures est 3. tu ne peux scauoir certainement, si la seconde est vn zero, ou 9. ny de uiner si le nombre pensé est 13. ou 17. Et au troisieme cas, si la premiere figure est 5. il se peut

## 74 Problemes plaisans & delectables,

faire que la seconde est vn zero, ou vn 9. & que le nombre pensé est 22. ou 26. finalement au dernier cas, si la premiere figure est 8. il est incertain si la seconde est vn zero, ou bien vn 9. & si le nombre pensé est 35. ou 39. Il faut donc necessairement reseruer, que la figure cachee, ne soit iamais vn zero, ou si l'on veut permettre cela, il faut reseruer, qu'elle ne soit iamais vn 9.



# PROBLEME

## QUATRIESME.

*Faire le mesme encor diuersement.*

**R**ais doubler le nombre pensé, & à ce double fais adiouster 5. puis multiplier le tout par 5. puis adiouster 10. & multiplier le tout par 10. Lors t'enquierant quel est ce dernier produit, & en ostant d'iceluy 350. du reste, le nombre des centaines, sera le nombre pensé. Par exemple qu'on ait pensé 3. son double est 6. auquel adioustant 5. vient 11 qui multiplie par 5. fait 55. auquel adioustant 10. prouient 65. qui multiplié par 10. produit 650. duquel si tu ostes 350. restera 300. où tu vois clairement que le nombre des centaines, à scauoir 3. est le nombre pensé.

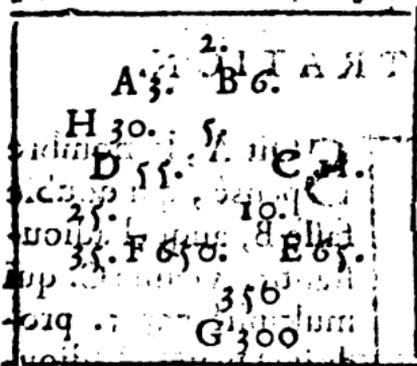
DEMON

DEMONSTRATION.

	2.		
A 3.		B 6.	
H 30.	5.		
D 55.		C 11.	
25.		10.	
35.	F 650.	E 65.	
	350.		
	G 300.		

Soit A, le nombre pensé, qui double fasse B, auquel adioustant 5. vienne C. qui multiplié par 5. produise D, auquel adioustant 10. se fasse E, qui multiplié par 10. produise F dont ostant

350. soit le reste G. Je dis que prenant autant d'unités qu'il y a de centaines en G on deuinerá le nombre pensé A. Car puisque C. est composé de B. & de 5. Ce sera autant multiplier C. par 5. que multiplier par le mesme 5. les parties dont C. est composé, à scauoir B, & 5. par la premiere du second d'Euclide. Or on scait assez que multipliant 5. par 5. le produit est 25. soit donc H produit de la multiplication de B par 5. Partant il s'ensuit que D est esgal à H, & à 25 joints ensemble. Par conséquent puisque adioustant 10. à D, prouient E, & adioustant aussi 10 à 25. prouient 35. Il est certain que H & 35. ensemble sont esgals à E. Doncques c'est autant multiplier E par 10. que multiplier H & 35. par le mesme 10. par la 1. du second. Partant F est esgal à ce qui se fait multipliant H. par 10. joint à ce qui se fait multipliant 35. par 10. Or multipliant 35. par 10. prouient 350. Doncques F contient 350. & le produit de la multiplication de H par 10. Par conséquent puisque ostant 350. de F le reste est G, il faut dire necessairement que le produit de la multiplication



multiplication de H. par  
 id. Cela suppose  
 prenons les trois no-  
 bres 2. A 5. Il est  
 certain par la 3. pro-  
 position qu'en quelle  
 facon, & par quel or-  
 dre que nous les  
 multiplions ensem-

ble, le produit sera tou-  
 jours le mesme. Or mul-  
 tipliant A. par 2. & le produit B par 5. nous fai-  
 sons H. Doncques le mesme H. se fera si l'on  
 multiplie 2. par 5. & le produit 10. par A. Puis  
 donque A multiplie par 10. fait H; considerons  
 maintenant les trois nombres 10. A. 10. par la  
 3. proposition il s'ensuit que nous au-  
 rons le mesme nombre multipliant A par 10  
 & le produit H par 10. que nous aurions multi-  
 pliant 10. par 10. & le produit 100. par A. Or  
 nous avons prouve que multipliant H par 10.  
 le produit est G. Doncques le mesme G se pro-  
 duira multipliant A par 100. Partant G con-  
 tient 100. autant de fois que A contient l'vn.  
 de. Doncques la regle est bonne. S. E. T. I. C. H. O. R. D.

**ADVERTISSEMENT**

Si tu consideres bien les fondemens de ceste demon-  
 stration qui ne sont autres que la premiere & la seconde  
 appliquee aux nombres, & nostre 3. proposition, tu com-  
 prendras aisement le moyen de diversifier la pratique  
 de ce Probleme en cent mille facons: car premierement  
 si tu veux toujours que le nombre des centaines expri-  
 me le nombre pense, & que les multiplications se fassent  
 par 2. par 5. & par 10. comme auparavant, mais seu-  
 lement

qui se font par les nombres. 77

tement que le nombre qui se soustrait de la dernière somme, a sçavoir 350. soit changé. Prends garde que 350. est prouenu du 5. qu'on a adiouste du commencement, lequel multiplié par 5. a fait 25. auquel adioustant 10. est prouenu 35. qui finalement multiplié par 10. a prouduit 350. Doncques si tu veux changer 350. change les nombres que tu fais adionster, par exemple au lieu de 5. fais adionster 4. & 12. au lieu de 10. ou bien tels autres nombres qu'il te plaira, & lors pour sçavoir quel nombre il faudra soustraire, multiplie le premier 4. par 5. viendra 20. auquel adionste 12. viendra 32. qui multiplié par 10. fera 320. le nombre qu'il conuient soustraire de la dernière somme: & ainsi si tu changes encore les 4. & 12. tu changeras aussi le 320. Partant desia par ce moyen le Probleme se peut parfaire en infinites sortes différentes.

Secondement voulant encor que le nombre des centaines montre le nombre pensé, tu peux toutesfois changer les multiplicateurs. Car nous auons conclu que le nombre G, se fait multipliant le nombre pensé A, par 100. pource que les trois multiplicateurs 2. 5. & 10. dont nous nous sommes seruis, multipliez ensemble font 100. d'autant que 2. fois 5. font 10. & 10. fois 10. font 100. Doncques pourueu que tu prennes pour multiplicateurs des nombres qui multipliez ensemble fassent 100. il n'y importe quels ils soyent. Partant premierement tu te peux seruir des mesmes 2. 5. & 10. en changeant l'ordre seulement comme faisant en premier lieu multiplier par 5. puis par 10. puis par 2. ou bien premierement par 10. puis par 2. & en fin par 5. ou autrement.

En apres tu peux prendre d'autres nombres qui fassent le mesme effect comme 5. 4. 5. ou bien 2. 25. 2. seulement prends garde qu'en tous ces changemens le nombre qu'il faut soustraire a la fin change aussi, selon la

diuersité

## 78 Problemes plaisans & delectables,

diversité des multiplicateurs, & des nombres qu'on fait adiouster. Par exemple prenons 5. 4. 5. pour multiplicateurs, & pour nombres à adiouster 6. & 9. & soit le nombre pensé 8. Qu'on le multiplie par 5. viendra 40. auquel adioustant 6. viendra 46. qui multiplié par 4. fera 184. auquel adioustant 9. viendra 193. qui multiplié par 5. donnera 965. Or pour sçavoir quel nombre il faut soustraire de 965. considere qu'après auoir adionsté le premier nombre 6. on a multiplié par 4. puis on a adionsté 9. & multiplié par 5. Doncques multiplie 6 par 4. viendra 24. adiouste 9. viendra 33. qui multiplié par 4. donne 165. le nombre qu'il faut soustraire. Aussi de 965. ostant 165. il reste 800. ou le nombre des centaines est le nombre pensé.

Troisiesmement tu peux prendre tout autre nombre que 100. & faire qu'il soit contenu au restant de la subtraction autant de fois qu'il y aura d'unités au nombre pensé: & pour ce faire il ne faut que choisir pour multiplicateurs des nombres qui multipliez ensemble fassent le nombre que tu veux. Comme si tu veux prendre 24. choisis pour multiplicateurs. 2. 3. 4. ou bien 2. 6. 2. Mais sçaches aussi treuver le nombre qu'il te faudra soustraire à la fin, ainsi que ie t'ay enseigné cy dessus. Par exemple prenons pour multiplicateurs 2. 3. 4. & pour nombres à adiouster 7. & 8. & soit le nombre pensé 5. qui doublé fera 10. à qui adionstant 7. vient 17. qui multiplié par 3. fait 51. à qui adionstant 8. pro- vient 59. qui multiplié par 4. fait 236. Or pour sçavoir quel nombre il faut soustraire, multiplie 7. par 3. vient 21. adiouste 8. vient 29. qui multiplié par 4. donne 116. Doncques de 236. oste 116. restera 120. ou tu vois que 24. est contenu 5. fois, & par là tu iuges que le nombre pensé estoit 5. Tu peux aussi ne prendre que deux multiplicateurs, & n'adiouster qu'un nombre,

comme

qui se font par les nombres. 79

comme si tu voulais que le nombre des dizaines exprimat le nombre pensé, prens 2. & 5. pour multiplicateurs, & 6. pour nombre à adionster, & soit par exemple le nombre pensé 7. qui doublé fera 14. auquel adionstant 6. viendra 20. qui multiplié par 5. produira 100. dont il faut oster 30 (d'autant que 6. fois 5. font 30.) & le reste 70. conuient 7. dizaines, auant qu'il y a d'unités au nombre pensé. Semblablement on pourroit prendre quatre, cinq, ou six, ou plusieurs multiplicateurs, & adionster d'auantage de nombres, comme il laisse considerer au prudent Lecteur.

Finalemēt on peut diuersifier la pratique de ce Probleme vsant de soustraction au lieu d'addition, & par consequent à la fin vsant d'addition au lieu de soustraction. Comme si tu te veux seruir des nombres donnez au premier exemple, soit 12. le nombre pensé, fais-le doubler, viendra 24. d'où fais oster 5. restera 19. qui multiplié par 5. fera 95. d'où fais oster 10. restera 85. qui multiplié, par 10. produira 850. Mais maintenant il faut adionster 350. à 850. au lieu de le soustraire, & la somme sera 1200. ou le nombre des centenes exprime le nombre pensé 12. La demonstration de cecy est facile, supposé ce que nous auons demonstré, & n'est point besoin de s'y arrester d'auantage.

PRO



# PROBLEME CINQUIESME.

*Deuiner encor le nombre pensé  
d'une autre sorte.*

**C**este façon semble plus ingénieuse que les autres, bien que la démonstration en soit plus aisée. Fay multiplier le nombre pensé par quel nombre que tu voudras, puis diuiser le produit par quel autre que tu voudras, puis multiplier le quotient par quelque autre, & derechef multiplier, ou diuiser par vn autre, & ainsi tant que tu voudras. Voire même s'il te plait remers cela à la volonté de celuy qui aura songé le nombre, pourueu qu'il te die tousiours par quels nombres il multiplie, & par quels il diuise. Mais pour deuiner le nombre pensé, prens en même temps quelque nombre à plaisir, & fais sur luy secrettement toutes les mêmes multiplications & diuisions, & lors qu'il te plaira d'arrester, dis à celuy qui a songé le nombre, qu'il diuise le dernier nombre qui luy reste, par le nombre pensé; Toy semblablement diuise ton dernier nombre par le premier que tu auras pris, & sois assuré que le quotient de ta diuision sera le même que le quotient de la sienne. Partant fais adiouster à ce quotient

quotient le nombre pensé & demande qu'il te declare ceste somme , alors ostant d'icelle le quotient connu , tu sçauras infalliblement que le reste c'est le nombre pensé. Par exemple soit le nombre pensé 5. fai-le multiplier par 4. viendra 20. fai-le diuiser par 2. viendra 10. fai-le multiplier par 6. viendra 60. fai-le diuiser par 4. viendra 15. & ainsi fay multiplier & diuiser tant qu'il te plaira , mais en mesme temps choisis quelque nombre , & fais sur luy toutes les mesmes operations. Par exemple prens 4. qui multiplié par 4. fait 16. qui diuisé par 2. fait 8. qui multiplié par 6. fait 48. qui diuisé par 4. donne 12. Lors si tu te veux arrester là , dis à celuy qui a songé le nombre qu'il diuise son dernier nombre à sçauoir 15. par le nombre pensé 5. le quotient sera 3. & tu vois bien aussi que tu auras le mesme quotient si tu diuises ton dernier nombre 12 par le premier que tu auois pris qui est 4. Partant des-maintenant tu peux faire vn assez plaisant ieu deuinant le quotient de ceste dernière diuision , chose qui semblera bien admirable à ceux qui en ignoreront la cause. Que si tu veux auoir le nombre pensé , sans faire semblant de sçauoir ce dernier quotient , fais adiouster ledit nombre pensé , audit dernier quotient , & demande la somme de ceste addition , qui est 8 en l'exemple donné, d'où si tu soustrais le quotient connu à sçauoir 3. te restera infalliblement le nombre pensé 5.

## DEMONSTRATION.

A 5.	F 3.
B 20.	N 4.
C 10.	P 2.
D 60.	Q 6.
E 15.	R 4.
	M 3.

**S**Oit A le nombre pensé, qui multiplié par N, fasse B. qui diuisé par P; donne C. qui multiplié par Q. produise D. qui diuisé par R. fasse E. & prens d'un autre costé le nombre F. qui multiplié aussi par N. fasse G. qui diuisé par P. donne H. qui multiplié par Q produise K. qui diuisé par R. fasse L. Alors diuisant E par le nombre pensé A. soit le quotient M. Je dis que le mesme quotient M. prouindra diuisant L par E. Car puisque le mesme N. multipliant les deux A. F. produit B. & G. il y a telle proportion de B à G. que de A. à F. & parce que le mesme P. diuisant les deux B. G. produit C. & H. il y a mesme proportion de C à H; que de B. à G; & par consequent la mesme que de A. à F. semblablement par mesme raison il y a mesme proportion de D à K, que de C à H; & par consequent la mesme que de A à F. & finalement il y a mesme proportion de E à L. quede D à K, c'est à sçauoir que de A. à F. Doneques par la proportion alterne, il y a telle proportion de E à A, que de L à F. Partant diuisant E par A, & L par F, il prouindra le mesme quotient par la 14. proposition Cela preuue le reste de la regle est euident. Car cognoissant le quotient M, si tu y fais adiouster le nombre pensé A; il est certain que de la somme ostant le quotient M. cognu, le reste sera A. Doncques

ques nous auons bien monstré à deuiner le nombre pensé. Ce qu'il falloit faire.

## A D V E R T I S S E M E N T.

On peut changer infiniment la pratique de ce Probleme, d'autant qu'on peut faire multiplier & diuiser par diuers nombres tels que l'on veut, & n'importe que l'on fasse multiplier, puis diuiser alternatiuement, ou que l'on fasse multiplier deux ou trois fois de suite, puis diuiser semblablement. L'on peut aussi ayant cognu le dernier quotient vser de soustraction, au lieu d'addition, si le nombre pensé se treuue moindre qu'iceluy quotient. Comme en l'exemple donné en la demonstration si l'on se fut arresté apres auoir multiplié par 6. le dernier nombre, d'un costé eut esté 60. de l'autre 36. Partant faisant diuiser 60. par le nombre pensé 5. le quotient est 12. qui te viendra pareillement diuisant 36. par le nombre 3. pris du commencement. Partant si du quotient 12. tu fais soustraire le nombre pensé, demandant combien il reste, on te respondra qu'il reste 7. Donc il est certain que si tu soustrais 7. du quotient cognu 12. le reste 5. est le nombre pensé. L'on peut aussi à ce dernier quotient cognu faire adouster, ou soustraire d'iceluy non tout le nombre pensé, mais quelque partie d'iceluy, comme la moitié, le tiers, le quart, ou quelque autre. Car cognoissant la partie d'un nombre, il n'est pas malaisé de cognoistre tout le nombre.



# PROBLEME SIXIESME.

*Faire encor le mesme d'une  
autre façon.*

**C**este façon est la plus difficile à practiquer de toutes, & la demonstration en est assez cachee. Prends deux, ou trois, ou plusieurs nombres premiers entre eux, de telle sorte que chacun d'iceux soit premier à chascun des autres, comme sont ces trois 3. 4. 5. & cherche le moindre nombre qui est mesuré par iceux, qui en l'exemple donné est 60. Lors dis à celuy qui doit penser le nombre, qu'il en pèse quelqu'un qui ne passe point 60. & mets peine de treuver vn nombre qui estant mesuré par 3, & 4. surpasse de l'vnité quelque multiple de 5. quel est 36. semblablement treuve vn nombre qui estant mesuré par 3. & 5. surpasse de l'vnité quelque multiple de 4. quel est 45. finalement cherche vn nombre qui estant mesuré par 4. & 5. surpasse de l'vnité quelque multiple de 3. quel est 40. Ayant ces trois nombres, fais oster 3. tant de fois qu'on pourra du nombre pensé, & qu'on te die ce qui reste, & pour autant d'vnitez qu'il restera prens autant de fois 40. Semblablement fais oster 4. tant qu'on pourra

pourra du nombre pensé, & demandant le reste, pour chaque vnité restante retien 45. finalement fais aussi oster tous les 5. du nombre pensé, & pour chaque vnité qui restera, retien 36. Puis adiouste ensemble tous les nombres que tu as retenu, & si la somme est moindre que 60. elle sera esgale au nombre pensé, mais si elle passe 60. ostant d'icelle 60. tant de fois que tu pourras, le reste sera le nombre pensé.

Par exemple qu'on ait songé 19. en ostant tous le 3. d'iceluy reste 1. pour lequel tu retiendras vne fois 40. en ostant tous les 4. reste 3. partant tu retiendras 3 fois 45. à sçauoir 135. en ostant tous les 5. reste 4. partant tu retiendras 4. fois 36. à sçauoir 144. Or adiouste ensemble 40. 135. & 144. la somme sera 319. d'où si tu ostes 60. tant de fois qu'on le peut oster, il restera 19. le nombre pensé. Que si ostant tous les 3. tous les 4. & tous les 5. il ne restoit iamais rien, le nombre pensé seroit infalliblement 60.

### DEMONSTRATION.

A 3.	B 4.	C 5.	D 60.
E 36.	F 45.	G 40.	H 59.
K 2.	L 3.	M 4.	
N 80.	O 135.	P 144.	
	Q 359.		

**S**Oiét les nombres ABC, dont chascú soit premier à chascun des autres, & le moindre

nombre qu'ils mesurent soit D. En apres qu'on trouue par la 20. de ce liure, le nombre E multiple de A & de B, surpassant de l'vnité vn multiple de C. Qu'on trouue semblablement le nombre F multiple de A & de C, surpassant de l'vnité, vn

A 3.	B 4.	C 5.	D 60.
E 36.	F 45.	G 40.	H 59.
K 2.	L 3.	M 4.	
N 80.	O 135.	P 144.	
	Q 359.		

multiple de B. Et qu'on trouue encor le nombre G multiple de B & de C, surpassant de l'vnité vn mul-

multiple de A. Alors le nombre pensé soit H moindre que D. & qu'on oste A de H tant de fois qu'il se peut faire, & soit le reste k, lequel multipliant G, fasse N. Qu'on oste aussi B de H tant de fois qu'on pourra, & soit le reste L. lequel multipliant F, fasse O. Qu'on oste de mesme C de H tant de fois qu'on peut, & soit le reste M, lequel multipliant E, fasse P. Et la somme des nombres N O P, soit Q. Je dis que Q est esgal au nombre pensé H, ou bien que si de Q on oste D tant de fois que faire se peut, le reste est esgal audit nombre pensé H. Car puisque A & B mesurent E, ils mesurent aussi P, qui est multiple de E, & par mesme raison A & C mesurent O, & B & C mesurent N. Partant A mesure O & P. Or parce que G surpasse de l'vnité vn multiple de A, le produit de la multiplication de G par K, à sçauoir N, surpasse vn multiple de A, du nombre k, comme il appert par la construction de la 2 L. de ce liure. C'est pourquoy si à N l'on adiouste O & P, qui sont multiples de A, la somme Q surpassera aussi du nombre K, vn multiple de A, d'où s'ensuit que si de Q on oste A, tant de fois que faire se peut, le reste fera k. Par vn semblable argument on prouuera, que si de Q, on oste B tant de fois que faire se peut, il restera L, & que si du mesme Q, on oste C tant de fois que faire se peut, le reste sera M. Doncques ostant chascun des trois nombres A B C, du nombre

nombre  $Q$ , il reste les mesmes nombres  $K L M$ , qui restent ostant les mesmes trois nombres  $A B C$ , du nombre pensé  $H$ . Partant si  $Q$  est moindre que  $D$ , comme nous auons aussi supposé que  $H$  soit moindre que le mesme  $D$ , il est euident que  $Q$  est esgal à  $H$ . par la 24. de ce liure. Mais si  $Q$  est plus grand que  $D$ , il est certain que ledit  $Q$ , est composé d'un multiple de  $D$ , & du nombre  $H$ , par la 25. de ce liure. Doncques si de  $Q$ . l'on oste  $D$  tant de fois que faire se peut, le reste sera infalliblement esgal à  $H$ . Ce qu'il falloit demonstrier. On ne peut pas soustenir que  $Q$  peut estre esgal à  $D$ . Car si cela estoit, les nombres  $A B C$  mesureroient ledit  $Q$ , ce qui est impossible, attendu que nous auons demonstté, qu'ostant de  $Q$ . lesdits  $A B C$ , tant de fois que faire se peut, restent les nombres  $K L M$ .

## ADVERTISSEMENT.

*Ceste façon de deuiner le nombre pensé a esté touchée par Forcadel en ses annotations sur l'Arithmetique de Gemme Frise, & par Guillaume Gosselin en la premiere partie de sa traduction de l'Arithmetique de Nicolas Tartaglia, & en ces lieux l'un & l'autre se vantent d'en donner la demonstration, bien que ny l'un ny l'autre n'en approche pas.*

*Quant à Forcadel il appert assez qu'il n'a point compris la cause vniuerselle de ce Probleme. Car il ne parle que de deux nombres premiers entre eux, & encore veut-il que l'un surpasse l'autre de l'unité. Et ce qui est le pis ils ne demonstre pas bien ceste particuliere façon de faire. Or est-il qu'on peut prendre deux, trois,*

## 88 Problemes plaisans & delectables,

quatre, ou plusieurs nombres premiers entre eux, de la façon que nous avons dit, & parfaire tousiours le Probleme, & quand on n'en prendroit que deux, il n'est point necessaire que l'un surpasse l'autre de l'unité seulement. Car prenons par exemple 5. & 9. Alors on pourra penser quelque nombre qui ne surpasse point 45. (d'autant que 45. est le moindre nombre mesuré par 5. & 9.) & pour chasque unité restante apres qu'on aura esté tous les 5. ie retiendray autant de fois 36. (car 36. est mesuré par 9. & surpasse de l'unité un multiple de 5.) semblablement pour chasque unité restante apres avoir esté tous les 9. ie retiendray 10. (car 10. est mesuré par 5. & surpasse 9. de l'unité) soit donc, par exemple, le nombre pensé 21. en ostant d'iceluy tous les 5. reste 1. Partant ie retiens 36. En ostant tous les 9. reste 3. Partant ie retien 3. fois 10. à sçauoir 30. Puis i'adionste 36. & 30. dont la somme est 66. d'où i'oste 45. & reste 21. le nombre pensé.

Quant à Gosselin il à bien proposé la façon de ce Probleme plus generalement, mais il n'a fait que semblant de le vouloir demonstrier, car en effect il ne demontre rien.

Moy aussi en la premiere impression de ce liure, ie ne donnay pas la demonstration de ce Probleme, à cause que ie ne voulus pas le grossir des douze propositions, que i'ay esté contrainct d'y adionster, presque pour ce seul subiect, & que ie pensois de publier au premier iour mes *Elemens Arithmetiques*, dont i'ay tiré lesdictes propositions. Mais considerant qu'estant diuertit par plusieurs autres occupations, ie ne pouuois pas si tost faire imprimer mesdits elemens, & voulans contenter le Libraire, qui me sollicitoit de mettre derechef ce liure sous la presse, & me priois de le corriger & augmenter

augmenter : ie me suis resolu d'y mettre la dernière main, & de ne tenir plus le lecteur en attente, pour ce qui concerne ce probleme, & quelques unes des subtilitez adioustees à la fin de ce liure, qui dependent aussi des mesmes propositions, desquelles despend la demonstration precedente.

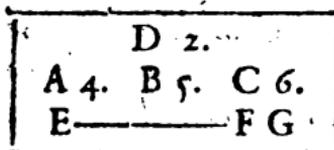
Or encor qu'il me semble que ma demonstration soit assez accomplie, si veuX-ie encor esclaireir deux points, ou le lecteur pourroit trouver de la difficulté. Le premier est, que requerant en ce probleme, qu'on prenne plusieurs nombres premiers entre eux, tellement que chascun d'eux soit premier à chascun des autres; ie n'ay point enseigné le moyen de treuver des nombres de telle nature. Le second, que ie n'ay point démontré, qu'il soit necessaire de se servir de nombres, qui ayent ceste proprieté.

Pour le premier point il est aisé d'y satisfaire. Car premierement pour auoir deux nombres premiers entre eux, on peut en prendre deux differens de l'unité, car si tels nombres auoyent quelque commune mesure autre que l'unité, on preueroit que quelque nombre mesurant le plus grand, & mesurant le moindre osté du plus grand, mesureroit aussi l'unité restante, ce qui est impossible. En apres si l'on ioinct ensemble deux nombres premiers entre eux, leur somme sera nombre premier à chascun d'iceux par la 30. du 7. Partant voylà un moyen certain d'en auoir trois tels que nous desirons. De plus pour en auoir tant que l'on voudra, il ne faut que prendre autant de nombres qui soyent premiers de leur nature, tels qu'Euclide les definit en la 12. definition du 7. Et qu'on en puisse treuver tant que l'on desirera, le mesme Auteur le demontre en la 20. du 9.

Maintenant qu'il soit necessaire que les nombres

90 Problemes plaisans & delectables,

que nous choisissons pour faire oster du nombre pensé, soyent premiers entre eux, de telle sorte, que chascun d'iceux soit premier à chascun des autres, ie le demonstre en ceste façon. Qu'on ait choisi les trois. *A. B. C.* & que quelqu'un vueille dire que les deux *A. C.* peuvent estre communicans ou composez entre eux. Je dis que cela suppose, le probleme ne se peut parfaire en la façon cy dessus exposée; car on ne pourra iamais treuver un nombre, qui mesuré par les deux *A. B.* surpasse d'une unité seule le restant *C.* ou quelque sien



multiple; ny un qui mesuré par les deux *B, C.*, surpasse d'une unité le restant *A.* ou son multiple; ce qui toutesfois seroit necessaire comme il ap-

pert. Que si les deux *A. C.*, sont composez entre eux, soit le nombre *D.* leur commune mesure, & qu'on donne s'il est possible le nombre *E G.*, mesuré par les deux *A. B.* & surpassant de l'unité *F G.* le nombre *E F.*, esgal à *C.*, ou son multiple. Alors puisque *A.* mesure *E G.*, le nombre *D.* mesurant *A.*, mesurera aussi le mesme *E G.* & puisque *C.* mesure *E F.* le nombre *D.*, mesurant *C.*, mesurera aussi le mesme *E F.* Partant le mesme *D.*, mesurant tout *E G.*, & le nombre ostant *E F.* mesurera encor l'unité restante *F G.* (ce qui est impossible. La mesme absurdité s'ensuivra, si l'on pense donner un nombre mesuré par *B C.*; qui surpasse *A* ou son multiple de l'unité. Doncques nostre intention est suffisamment preuuee.

Et parce que la façon que j'ay donnée en la proposition 20. de treuver un multiple de plusieurs nombres premiers entre eux, excepté d'un, qui surpasse de l'unité, un multiple de celui qui est excepté, est un peu difficile, & ne se peut pas practiquer aisement, que  
par

par ceux qui sçauent bien manier les nombres, i'en veu  
 donner un autre moyen, qui n'est pas tant scientifique,  
 à cause qu'on y procede un peu à tastons: mais qui sera  
 peut estre plus facile à practiquer, à ceux qui ne sont  
 pas bien entendus en l'Arithmetique. Soient proposez  
 les trois nombres 3. 4. 5. & qu'il en faille treuuer un  
 mesuré par 4. & 5. & surpassant 3. ou quelque sien  
 multiple de l'unité; Prends premierement le moindre  
 mesuré par 4. & 5. qui est celuy qui se fait, les multi-  
 pliant l'un par l'autre, à sçauoir 20. par la premiere  
 partie de la demonstration de la 36. du 7. Et s'il ne  
 satisfait à ce que tu veux, il te le conuient doubler tri-  
 pler, quadrupler, & tousiours ainsi multiplier, ins-  
 ques à ce que tu ayes rencontré celuy que tu desires,  
 comme en l'exemple donné, le double de 20. à sçauoir  
 40. est le nombre que tu cherches; car il est mesuré par  
 4. & par 5. & surpasse de l'unité 39. multiple de 3.  
 semblablement si tu veux un nombre mesuré par 3. &  
 5. qui surpasse d'une unité un multiple de 4. Prends le  
 moindre mesuré par 3. & 5. qui est 15. & puis qu'il  
 ne satisfait pas à ce qu'on desire, prend son double qui  
 est 30. Lequel n'estant pas encore à propos, prend le  
 triple; à sçauoir 45. qui est le nombre que tu cherches.  
 De mesme pour auoir un nombre mesuré par 3. & 4.  
 qui surpasse de l'unité un multiple de 5. prend le moi-  
 dre mesuré par 3. & 4. à sçauoir 12. qui n'estant pas  
 tel que tu veux, ny moins son double 24. tu prendras  
 son triple 36. qui fait l'effect que tu desires. Or ayans  
 une fois trouué ces nombres, tu pourras, si tu veux, en  
 treuuer infinis autres de mesme; car il ne faut qu'ad-  
 iouster aux nombres desia trouuez le moindre qui est  
 mesuré par tous les nombres premiers que tu as choisis,  
 comme si à 40. 45. 36. tu adionstes 60. tu auras trois  
 autres nombres faisant la mesme effect, à sçauoir 100.

## 92 Problemes plaisans & delectables,

105. 96. *Ausquels si tu adioustes encor 60. tu en auras trois autres, & ainsi tant que tu voudras. Et bien qu'il n'importe desquels tu te serues, quant à la certaineté de la regle, toutesfois il importe beaucoup quand à la facilité, car si tu choisis les moindres, la pratique en sera bien plus aisée.*

*Reste à dire quelque chose du nombre que l'on prescrit pour borne à celuy qui songe le nombre, à fin qu'il n'en pense point un plus grand, qui est le mesme nombre qu'on soustrait à la fin de la somme des nombres retenus. Or ce nombre là est le moindre qui est mesuré par tous les nombres premiers choisis, qui est 60. en l'exemple donné. Et si l'on auoit choisi 2. 3. 5. Ce nombre là seroit 30. Et si l'on auoit choisi 3. 5. 7. ce nombre là seroit 105. Maintenant pour trouuer le moindre nombre mesuré par tant de nombres qu'on voudra, Euclide en a donné regle generale en la 38. du 7. Car ce qu'il demonstre de trois nombres donnez, se peut estendre à toute multitude de nombres. Toutesfois estant proposez des nombres tels que nous auons declaré, à sçauoir, premiers entre eux d'une telle sorte, que chascun d'eux soit premier à chascun des autres, on peut donner pour ce subiect vne regle particuliere bien aisée, qui est tirée de ladicte 38. du 7. y appliquant la premiere partie de la demonstration de la 36. Car il ne faut que multiplier ensemble les nombres donnez. Comme si c'estoyent 3. 4. 5. multipliant 3. par 4. vient 12. qui multiplie par 5. fait 60. Ainsi si les nombres proposez estoyent 3. 5. 7. multipliant 3. par 5. vient 15. qui multiplie par 7. fait 105.*

*Finalemēt i'aduertis lecteur que ce probleme se peut parfaire tout de mesme si l'on faisoit oster, quatre, cinq, six, ou plusieurs nombres premiers entre eux en la maniere exposée, & pour le faire toucher au doigt,*

*i' en*

qui se font par les nombres. 93

à en veuX donner un exemple en quatre nombres. Soient les quatre nombres choisis. 2. 3. 5. 7. Alors le nombre duquel il ne faudra pas en penser un plus grand sera 210. qui est celuy qui se fait multipliant ensemble tous les quatre nombres choisis ; & pour chasque unité qui restera ostant tous les 2. il faudra retenir 105. Pour chasque unité restante, ostant tous les 3. il faudra retenir 70. Pour chasque unité restante ostant tous les 5. il faudra retenir 42. & pour chasque unité restante, tous les 7 oster, il faudra retenir 30. Puis adionstant ensemble les nombres retenus, leur somme sera esgale au nombre pensé, sinon qu'elle surpasse 210. Car alors il faudra oster 210. d'icelle somme tant de fois qu'on pourra, & le reste sera le nombre pensé.



# PROBLEME SEPTIESME.



*Deuiner plusieurs nombres que quelqu'un  
aura pensez.*

**Q**U'ELQV'VN ait songé plusieurs nombres, & premierement que la multitude d'iceux soit vn nombre impair, c'est à sçauoir qu'il en ait songé trois ou cinq ou sept & cetera. Dis luy qu'il te declare la somme du premier & du se

94 *Problemes plaisans & delectables,*

du second ioints ensemble , puis la somme du second & du troisieme, puis celle du troisieme & quatrieme , puis celle du quatrieme & cinquieme , & ainsi tousiours la somme des deux prochains , & finalement la somme du dernier & du premier. Alors prenant toutes ces sommes en mesme ordre qu'elles r'atront esté données, adiouste ensemble toutes celles qui se treuuent ez lieux impairs, à sçauoir la premiere, troisieme, cinquieme & cet. semblablement adiouste ensemble , toutes cellés qui se treuueront és lieux pairs à sçauoir la seconde , quatrieme, sixieme & cet. & soustray la somme de celles cy , de la somme de celles là , le reste sera le double du premier nombre pensé. Comme s'il auoit songé 2. 3. 4. 5. 6. Toutes les sommes des deux prochains, avec celle du dernier & premier seroyent 5. 7. 9. 11. 8. Desquelles si tu prens celles qui sont és lieux impairs à sçauoir 5. 9. 8. leur somme sera 22. & si tu prens celles qui sont és lieux pairs à sçauoir 7. & 11. leur somme sera 18. qui ostée de 22. reste 4. dont la moitié 2. est le premier nombre pensé. Or vn des nombres pensez estant treuue , tu auras aisément tous les autres , d'autant que tu connois les sommes qu'ils font estants pris deux à deux; Que si la multitude des nombres pensez est vn nombre pair , fay toy comme au parauant declarer la somme d'iceux pris deux, à deux, mais à la fin ne demande pas la somme du dernier & du premier , ains celle du dernier & du second ; en apres adiouste ensemble toutes les sommes des lieux impairs , excepté la premiere , & d'autre costé adiouste ensemble toutes les sommes des lieux

lieux pairs, & de la somme de celles cy, soustray la somme de celles là, le reste sera le double du second nombre pensé. Comme si l'on auoit pensé ces six nombrs 2. 3. 4. 5. 6. 7. Les sommes d'iceux pris deux à deux, avec la somme du dernier & second, seroient 5. 7. 9. 11. 13. 10. Mais celles des lieux impairs excepté la premiere sont 9. & 13. qui jointes ensemble font 22. Celles des lieux pairs sont 7. 11. 10. qui ensemble font 28. d'où si tu soustrais 22. le reste 6. sera le double du second nombre pensé, à sçauoir de 3.

DEMONSTRATION.

A 2.	B 3.	C 4.	D 5.	E 6.
F 5.	G 7.	H 9.	K 11.	L 8.

**S**Oyent les nombres pensez A. B. C. D. E. dont la multitude est nombre impair, & la somme du premier & second soit F, celle du second & troisieme soit G; celle du troisieme & quatrieme soit H, celle du quatrieme & cinquieme soit K, & celle du cinquieme & premier soit L. Maintenant considerons celles qui sont es lieux pairs, à sçauoir G. & K. Il est euident que G contient vne partie de F (à sçauoir B) & vne partie de H (à sçauoir C) semblablement k contient vne partie de H (à sçauoir D) & vne partie de L. (à sçauoir E) doncques G. k. ensemble contiennent tout ce qui est contenu en H, & de plus partie des sommes. F. L. premiere & derniere. Tout de mesme s'il y auoit d'auantage de sommes, nous preuuerions tousiours que celles des lieux

A 2.	B 3.	C 4.	D 5.	E 6.
F 5.	G 7.	H 9.	k 11.	L 8.

lieux pairs contiennent precisément tout ce qui est contenu en celles des lieux impairs interposees, & de plus partie des extremes. Or il appert qu'il reste en F, le nombre A, qui n'est point contenu en G, & qu'il reste en L; le mesme A; qui n'est point contenu en k. Partant les sommes F. H. L, surpassent iustement les sommes G. k. du nombre A. pris deux fois. Ce qu'il falloit preuuer.

A 2.	B 3.	C 4.	D 5.	E 6.	M 7.
F 5.	G 7.	H 9.	k 11.	L 13.	N 10.

**S**Oient maintenant les nombres pensez A. B. C. D. E. M. dont la multitude est nombre pair, & la somme du premier & second soit F. celle du second & troisieme, soit G. celle du troisieme & quatrieme, soit H; celle du quatrieme & cinquieme soit k, celle du cinquieme & sixieme, soit L. & finalement celle du sixieme & second soit N. Il est certain, si nous separons le nombre A, des nombres B. C. D. E. M. que des restans, la multitude sera nombre impair, & si nous osons aussi la somme F, d'avec les autres, les restantes à scauoir G. H. k. L. N. seront iustement les sommes des nombres B. C. D. E. M. pris comme cy dessus. Partant par ce qui a esté desja demonsté les sommes G. k. N. ensemble, surpasseront les

les sommes H. L, du double du nombre B. C. qu'il falloit prouver.

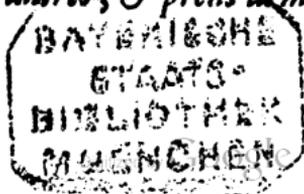
Il appert donc que ceste façon de faire revient à la premiere, s'imaginant que le premier des nombres pensez, soit osté, & ostant semblablement la premiere somme. On ne laisse pourtant de deviner ledit premier nombre, d'autant que cognoissant le second B; si on le soustrait de la somme F, le reste sera necessairement le premier nombre A, & de la mesme sorte on treuve tous les autres, car ostant B cognu de la somme G, le reste est C, & ostant C. de la somme H, il reste D, & ainsi des autres. Partant nous auons suffisamment enseigné à deviner tous les nombres pensez. Ce qu'il falloit faire.

#### ADVERTISSEMENT.

*Ceste façon de parfaire ce probleme avec sa demonstration, ie la tiens du R. Pere Jean Chastelier de la Compagnie de Iesus, homme certes tres-expert en toute sorte de Science.*

*Il est bien vray qu'on pourroit faire le mesme en plusieurs autres façons. Premièrement par la regle de deux fausses positions, ou par l'Algebre comme ie laisse iuger à ceux qui sont capables d'en faire experience.*

*Secondement en une autre sorte tres-facile, qui est telle. Joints ensemble toutes les sommes donnees, & prens la moitié de cela, ce sera la somme de tous les nombres pensez, si la multitude d'iceux est nombre impair. Que si la multitude des nombres pensez est nombre pair, laisse la premiere somme, & joints ensemble toutes les autres; & prens la moitié de cela; Ce*



98 *Problemes plaisans & delectables,*  
 sera aussi la somme de tous les nombres pensez excepté  
 le premier. Or sçachant la somme de tous les nombres  
 pensez il est aisé de les deuiner tous. Car soyent les  
 nombres pensez tels que cy deuant 2. 3. 4. 5. 6. les  
 sommes seront aussi 5. 7. 9. 11. 8. lesquelles ioinctes en-  
 semble font 40. dont la moitié 20. est la somme iuste  
 de tous les nombres pensez, ce qui est euident, car és  
 sommes 5. 7. 9. 11. 8. il appert que chascun des nom-  
 bres pensez est contenu deux fois. Partant si tu veux  
 deuiner le premier nombre, puisque tu sçais que le se-  
 cond & troisieme font 7. & que le quatriesme & cin-  
 quiesme font 11. ostant 7. & 11 (à sçauoir 18) de la  
 somme de tous (à sçauoir de 20) il faut necessairement  
 que le reste 2. soit le premier nombre: & de la mesme  
 façon tu trouueras tous les autres; ou bien te seruant de  
 celuy que tu auras ainsi treuue, tu trouueras les autres  
 par son moyen comme auparauant. Que si la multitude  
 des nombres est nombre pair, tu useras de semblable  
 arifice laissant la premiere somme, & la cause en est  
 euidente par la demonstration donnee.

Troisiement on peut proceder à la solution de ce pro-  
 bleme d'une façon bien differente, qui est telle; si quel-  
 cun à pensé trois nombres, fais-toy declarer la somme  
 d'iceux pris deux à deux, comme il a esté dit. Mais  
 s'il en à pensé quatre, fais toy manifester la somme  
 d'iceux pris trois à trois, en tant de façons qu'on les y  
 peut prendre, & s'il en a pensé cinq, fais-les ioindre  
 quatre à quatre, s'il en a pensé six, fais-les ioindre  
 cinq à cinq & ainsi des autres. Alors pour deuiner les  
 nombres pensez tien ceste regle generale. Adiouste en-  
 semble toutes les sommes qui te seront manifestees, &  
 diuise la somme d'icelles par un nombre moindre d'une  
 unité que celuy qui exprime la multitude des nombres  
 pensez. Le quotient sera la somme iuste des nombres  
 pensez,

pensez, laquelle estant cognue, c'est chose trop aisée de  
trouuer tous lesdits nombres l'un apres l'autre. Par  
exemple qu'on ait songé ces quatre nombres 3. 5. 6. 8.  
La somme du premier, second & troisiésme, fait 14.

La somme du second, troisiésme, quatriésme fait  
19. La somme du troisiésme, quatriésme, premier fait  
17. La somme du quatriésme, premier & second fait  
16. Joints ensemble toutes ces sommes, tu auras 66.  
lequel si tu diuises par 3 (qui est un moins que 4. expri-  
mant la multitude des nombres pensez) tu auras 22.  
qui est la somme iuste des nombres pensez. Partant si tu  
ostes de 22. les sommes 14. 19. 17. 16. l'une apres  
l'autre, tu trouueras tous les nombres pensez l'un apres  
l'autre.

Ceste regle a esté touchée par plusieurs, mais elle est  
particulièrement bien expliquée par Xilandre sur la 16.  
proposition du premier liure de Diophante. La demon-  
stration en est bien facile, car trois nombres se peuuent  
ioindre deux à deux en trois façons, mais chascun d'i-  
ceux ne sera pris que deux fois, d'autant qu'on en laisse  
toujours un. Et quatre nombres se peuuent ioindre trois  
à trois en quatre façons, mais chacun d'iceux ne sera  
pris que trois fois pour la mesme raison. Ainsi cinq  
nombres se peuuent accoupler quatre à quatre en cinq  
sortes, mais chascun d'iceux ne sera pris que quatre  
fois, & ainsi des autres. Dont on peut facilement com-  
prendre la cause de ceste regle.

Quant à ce qu'on en la façon inuentée par le P. Chaste-  
lier (ce qui se doit aussi entendre de la première & se-  
conde dont j'ay parlé en cet aduertissement) si la mul-  
titude des nombres pensez est nombre pair, il faut ioin-  
dre le dernier avec le second, non pas avec le premier,  
qui en voudroit sçauoir la raison, Je dis que cela est  
expedient, pour ce que qui ioindroit le dernier avec

100 Problemes plaisans & delectables,

le premier, le probleme pourroit recevoir plusieurs solutions, voire infinies si l'on admet les fractions, par ainsi l'on ne pourroit pas certainement deviner les nombres pensez, puisque plusieurs autres ioints de mesme façon pourroient faire les mesmes sommes. Par exemple quand on auroit pensé 3. 5. 6. 8. si l'on prend la somme du premier & second, qui est 8. celle du second & troisieme, qui est 11. celle du troisieme & quatrieme, qui est 14. & celle du quatrieme & premier, qui est 11. L'on ne scauroit par la deviner certainement les nombres pensez, car soit que l'on choisisse ces quatre 1. 7. 4. 10. ou bien ces autres 2. 6. 5. 9. ou encor ces autres 4. 4. 7. 7. & encor plusieurs autres, voire infinies admettant les fractions, on trouvera tousiours les mesmes sommes en les prenant deux à deux.

Et en effect, si tu penses te servir en ce cas de la regle donnee, tu la trouveras du tout inutile, car toutes les sommes des lieux impairs iointes ensemble, feront le mesme nombre que les sommes des lieux pairs, comme en l'exemple donné 8 & 14 font le mesme, que 11. & 11. à scavoir 22. Que si tu veux recourir à la regle de faux, où tu foudras la question du premier abord, posant quelqu'un des nombres infinies qui la peuvent foudre, ou autrement tu n'en viendras iamais à bout. Quant à la seconde regle que j'ay donnee en cet aduertissement, tu trouveras aussi qu'elle ne s'y peut appliquer.

Mais certes il n'y a rien qui descouvre mieux le secret, que l'operation de l'Algebre, car apres avoir descouvert parfaitement sur le probleme proposé, & poursuivy toutes les parties d'iceluy, venant à l'equation, tu ne trouveras iamais qu'un mesme nombre esgal à soy mesme, comme en l'exemple donné tu trouveras 11. esgal à 11. Qui est un signe infallible que la question reçoit

qui se font par les nombres. 101

reçoit infinies solutions, comme à tresbien remarqué Pierre Nagnez au 6. chapitre de la premiere partie de son Algebre, & qu' alors elle est solue infiniment comme parle Diophante. Or pour dire ce qui se peut sur toutes semblables questions, il se faudroit seruir d'une mienne inuention, par laquelle i' enseigne le moyen en tel cas de treuuer un nombre au dessus, ou bien au dessous duquel, tout nombre pris pour valeur de la racine, peut soudre la question proposee, ou vrayment quelquesfois treuuer deux nombres, entre lesquels tout autre estant pris pour valeur de la racine, on satisfait à la question. Comme en l'exemple proposé, on peut mettre pour le premier nombre pensé tout nombre moindre que 8. & si l'on auoit proposé une telle question. Treuuer six nombres que la somme du premier & second soit 14, celle du second & troisieme soit 9, celle du troisieme & quatrieme, soit 2. celle du quatrieme & cinquiesme, soit 8. celle du cinquiesme & sixiesme, soit 10. & celle du sixiesme & premier soit 9. Je treuueray par mon inuention que ceste question n'a qu'une solution en nombres entiers, lesquels sont 6. 8. 1. 1. 7. 3. Mais si l'on admet les fractions elle en a infinies; Car tout nombre qu'on mette pour le premier, qui soit plus grand que 5. & moindre que 7. la solution sera tres-bonne. Or il est euident que par le moyen des fractions, entre 5. & 7. on peut prendre infinis nombres, mais il n'y a que 6. d'entier.

Pour contenter auccinement le lecteur studieux, i'expliqueray briefuement ceste mienne inuention à la fin de ce liure, aux subtilitez des nombres qui suivront les problemes, le renuoyant pour en estre instruit plus amplement, à mes commentaires sur la question 41. du 4. liure de Diophante.

# PROBLEME HVICTIESME.

*Deuiner vn nombre que quelqu'un  
aura en l'imagination sans luy  
rien demander.*

**E** A I S penser vn nombre à quelqu'un, & dis luy qu'il le multiplie par quel nombre que tu voudras, & au produit fais adiouster vn certain nombre, tel qu'il te plaira, & fais aussi diuifer ceste somme par quel nombre qu'il te viendra en fantasie. Alors diuise aussi à part-toy le nombre par qui tu as fait multiplier, par celuy par qui tu as fait diuifer, & autant d'vnitez, ou parties d'vnité qu'il y aura en ce quotient, autant de fois fais oster le nombre pensé du quotient qui est prouenu à celuy qui a songé le nombre, puis tu deuineras aisément ce qui luy reste, sans luy rien demander. Car ce reste sera tousiours le quotient qui prouient diuisant le nombre que tu as fait adiouster apres la multiplication, par celuy qui a seruy de diuiseur. Par exemple quelqu'un ait pensé 6. fais-le multiplier par 4. viendra 24. à cela fais adiouster 15. la somme fera 39. fais-la diuiser par 3. le quotient sera 13. Or diuisant

fais le multiplicateur 4. par le diuiseur 3. il te prouient  $1\frac{1}{3}$ . Doncques fais oster du quotient 13. le nombre pensé vne fois, & encor le tiers d'iceluy à sçauoir 6. & encor 2. qui sont 8. restera 5. qui est le nombre qui te prouindra diuisant le nombre adiousté 15. par le diuiseur 3 semblablement s'il auoit songé 8. fais-le multiplier par 6. viendra 48. fais y adiouster 12. viendra 60. fais-le diuiser par 4. viendra 15. & pource que diuisant le multiplicateur par le diuiseur prouient  $1\frac{1}{3}$ . fais oster de 15. vne fois & demy le nombre pensé, à sçauoir 8 & 4 qui sont 12. Tu deuineras que le reste est 3. qui prouient diuisant le nombre adiousté 12. par le diuiseur 4.

DEMONSTRATION.

A 6.	B 24.	E 8.
H 4.	C 15.	F 5.
K 3.	D 39.	G 13.
	L $1\frac{1}{3}$ .	

**S**Oit A. le nombre pensé, qui multiplié par H fasse B, auquel adioustant C. prouienne D. & diuisant D. par

K. soit le quotient G. & semblablement diuisant les nombres B & C, par le mesme K; soyent les quotiens E F. & diuisant encor H, par k. soit le quotient L. Or puisque B. & C. ensemble sont esgaux à D, il est certain que les quotiens E F ensemble sont esgaux au quotient G. & puisque A multiplié par H. produit B; qui diuisé par k, donne le quotient E; il y a telle proportion de A à E. que de k à H. par la 1. proposit. Partant par l'Aduertissement de la 14. propo. il se produira le mesme quotient, soit qu'on diuise E par A, soit qu'on diuise H. par k; mais diuisant H par k, le

A 6.	B 24.	E 8.
H 4.	C 15.	F 5.
K 3.	D 39.	G 13.
L 1 $\frac{1}{3}$ .		

quotient est L. par la construction, doncques le mesme L. prouindra diuisant E par A. & par consequent multipliant

A par L, le produit sera E. Partant puis que la reille donnée ordonne que du quotient G. on fasse oster A, autant de fois, & autant de parties d'iceluy, qu'il se treuve en L d'vnitez, & de parties d'vnité, il est évident que cela est tout le mesme que faire oster du mesme G. le nombre E. Or nous auons monstré que E & F ensemble sont esgaulx à G. Doncques ostant E de G. le reste sera F, qui te sera infailliblement cogneu, d'autant que C. est le nombre certain que tu as fait adjouster apres la multiplication, qui diuisé par K. donne le quotient F. Par consequent la reigle est bonne & iuffisamment demonstree.

#### A D V E R T I S S E M E N T.

*Ce ieu coustumierement se pratique par plusieurs d'une façon trop particuliere. Car ils font tousiours doubler le nombre pensé, puis adjouster a cela un nombre pair tel qu'ils veulent, puis partir cette somme par 2, & du quotient font oster le nombre pensé vne fois, & finalement deuinent que le reste c'est la moitié du nombre pair qu'ils ont fait adjouster. Mais la reigle generale que i'ay donnée est beaucoup plus belle, & plus subtile, & ce probleme ainsi pratiqué bien qu'il soit aisé à celuy qui est expert à bien manior les nombres, semble néanmoins admirable aux autres, & l'artifice d'iceluy ne peut estre facilement descouuert, encor est-il evident que la façon commune sus alleguée reuient à la mienne & n'est que comme un eschantillon d'icelle. Car puis que le multiplicateur & le diuiseur n'est que le mesme*

*2. diuis*

2. diuisant l'un par l'autre, il prouient 1. dont il appert que du dernier quotient il ne faut faire oster qu'une fois le nombre pensé, & le reste sera infalliblement la moitié du nombre adiousté, à cause que le diuiseur est 2.

Que si l'on m'objecte qu'on ne peut aisément practiquer ce Probleme si generalement que i'ay monstré, si l'on n'est bien versé en l'Arithmetique, à cause que le plus souuent il y interuient des fractions, dont tout le monde ne se sçait pas bien escrimer. Le respons premierement que ie n'escrips pas principalement pour ceux qui sont du tout ignorans comme i'ay des-ia protesté, & qui sont si hebetés & tardifs à comprendre les proprietés des nombres, qu'ils font treuuer Pithagore un effronté menteur, disant que l'ame de l'homme n'est rien qu'une nombreuse harmonie. En apres ie dis qu'on peut practiquer ce ieu en infinites façons, sans toutesfois tomber en fractions, & pour ayder les plus foibles i'en veux donner les moyens.

Prends pour multiplicateur quel nombre que tu voudras, pourueu que tu prenes pour diuiseur, ou le mesme nombre, ou un autre qui le mesure, & que le nombre que tu fais adiouster, soit aussi mesuré par le mesme diuiseur. Comme si l'on auoit songé 7. fais le multiplier par 5. viendra 35. Et d'autant que 5. n'a point de nombre qui le mesure sinon luy mesme, tu es contraint de prendre aussi 5. pour diuiseur, & par consequent de faire adiouster un nombre mesuré par 5. comme 10. qui adiouste à 35. fera 45. qui diuisé par 5. donne 9. duquel si tu fais oster une fois le nombre pensé (pource que le multiplicateur diuisé par le diuiseur donne 1.) le reste sera 2. qui prouient aussi diuisant 10. par 5. Que si tu prens pour multiplicateur le nombre 6. tu pourras prendre pour diuiseur ou le mesme 6. ou 3. ou 2. Par exemple soit 7. le nombre pensé comme l'auparauant, fais le

106 Problemes plaisans & delectables,

multiplier par 6. viendra 42. & si tu veux choisir pour diuiseur 3. fais adiouster un nombre qui ait tiers comme 15. viendra 57. qui diuisé par 3. donne 19. duquel fais oster deux fois le nombre pensé (à cause que le multiplicateur 6. diuisé par le diuiseur 3. donne 2.) restera 5. qui prouient aussi diuisant 15. par 3;

En outre si tu ne te veux point assubiectir à prendre pour multiplicateur un nombre qui soit mesuré par le diuiseur, tu te peux exempter de cette peine en ceste sorte. Choisis premierement en toy-mesme quel diuiseur que tu voudras, & commande à celui qui songe le nombre d'en penser un qui soit mesuré par ton diuiseur auparavant preuen, comme si tu veux faire diuiser par 3. dis luy qu'il songe quelque nōbre qui ait tiers, & si tu te proposes de faire diuiser par 4. dis luy qu'il sōge quelque nombre qui ait quart & ainsi des autres. Car alors il n'importera par quel nombre tu fasses multiplier, pourueu que tu fasses tousiours adiouster un nombre, qui soit mesuré par ton diuiseur. La cause de tout cecy ie la laisse chercher au curieux Lecteur, elle est bien aisée à treuuer, & ne depend que du 10. 11. & 12. Axiome du 6. d'Euclide.

PRO



# PROBLEME

## NEVFIESME.

*Deux nombres estant proposez, l'un pair  
& l'autre impair, deuiner de deux  
personnes lequel d'iceux  
chascune aura choisi.*

**S**Oient par exemple Pierre & Iean ausquels tu ayes proposé deux nombres l'un pair & l'autre impair comme 10. & 9. & que chascun d'eux choisisse vn de ces nombres à t'on insçu. Lors pour deuiner lequel chascun aura choisi. Prens aussi deux nombres l'un pair, & l'autre impair, comme 2. & 3. & fay multiplier celuy que Pierre aura choisi, par 2. & celuy que Iean aura choisi, par 3. Apres fay joindre ensemble les deux produicts, & que la somme te soit manifestee, ou bien demande seulement si ceste somme est nombre pair ou impair, ou par quelque moyen plus secret rasche de le descourir, comme leur commandant d'en prendre la moitié. Car sçachant cela tu viendras aisément à bout de ton attente, d'autant que si ladicte somme est nombre pair, infalliblement le nombre que tu as faict multiplier

108 *Problemes plaisans & delectables,*

plier par ton impair ( à sçauoir par 3 ) c'estoit le nombre pair (à sçauoir 10) Que si ladicte somme est nombre impair, le nombre que tu as fait multiplier par ton impair (à sçauoir par 3 ) estoit infalliblement le nombre impair (à sçauoir 9) Comme si Pierre auoir choisi 10. & Jean 9. fay multiplier par 2. celuy de Pierre, & par 3. celuy de Ieā, les produits seront 20. & 27. dont la somme est 47. nombre impair, dont tu coniectures que celuy que tu as fait multiplier par 3. c'est le nombre impair, & partant, que Jean auoit choisi 9. & Pierre 10. Que si tu fais multiplier par 2. celuy de Jean, & celuy de Pierre par 3. Les deux produits seront 18. & 30. dont la somme est 48. nombre pair, dont tu recueillis que celuy qui a esté multiplié par 3. c'est le nombre pair, & partant que Pierre a choisi 10. Jean 9.

DEMONSTRATION.

**L**A demonstration de cecy est tres-facile & ne despend que de la 28. & 29. du 9. car comme on peut inferer de la 21. du mesme liure, le nombre pair par quel nombre qu'il soit multiplié fait tousiours vn nombre pair, mais l'impair est bien de diferente nature, car s'il est multiplié par vn pair, le produit est pair par la 28. & s'il est multiplié par vn impair, le produit est impair par la 29. Partant si faisant ce ieu, il se rencontre que le nombre pair soit multiplié par ton impair tous deux les produits seront pairs, car aussi de l'autre costé vn pair sera multiplié par vn impair, & par consequent la somme sera infalliblement nombre pair par la 21. citée. Mais s'il se rencontre

tre que tu fasses multiplier le nombre impair par ton impair, on multipliera d'autre costé le pair par le pair, & partant le premier produict sera impair, le second pair. Doncques la somme des deux sera nombre impair comme a demonstté Clavius sur la 23. du 9.

## ADVERTISSEMENT.

*Ce ieu ne reçoit autre diversité, sinon que l'on peut choisir quels deux nombres que l'on veut, & faire multiplier par lesquels deux que l'on veut, pourveu que l'un soit toujours pair, l'autre impair. Il est vray que j'ay inventé les deux suivans à l'imitation de cestuy-cy, qui seront à propos pour faire le mesme effect en différentes manieres.*

PRO



# PROBLEME DIXIESME.

*Faire le mesme en deux nombre pairs, dont  
l'un soit parement pair, & l'autre  
parement impair  
seulement.*

**Q**u'ils choisissent par exemple l'un 6. & l'autre 8. Prends comme auparauant deux nombres dont l'un soit pair, & l'autre impair, comme 2. & 3. & fais aussi multiplier l'un des nombres choisis par 2. l'autre par 3. & joindre les produits, & que la somme te soit manifestee, ou bien t'enquiers si ladicte somme est nombre parement pair, ou non, ce que tu pourras scauoir, faisant prendre la moitié d'icelle, & derechef la moitié de la moitié : car si la moitié de la somme est nombre pair, la somme est nombre parement pair, par l'aduertissement de la 4. proposition & si la moitié de la somme est nombre impair la somme est nombre parement impair seulement par la 39. du 9. Or si la susdicte somme est nombre parement pair, sois assure que le nombre que tu as fait multiplier par l'impair, comme par 3. est le nombre parement pair (à scauoir 8.)

Que

Que si ladicte somme est nombre parement impair seulement, sois certain que le nombre que tu as fait multiplier par ton impair (à scauoir par 3) est le nombre parement impair seulement (à scauoir 6.) ie t'en laisse faire l'experience, car c'est chose bien-aïsee.

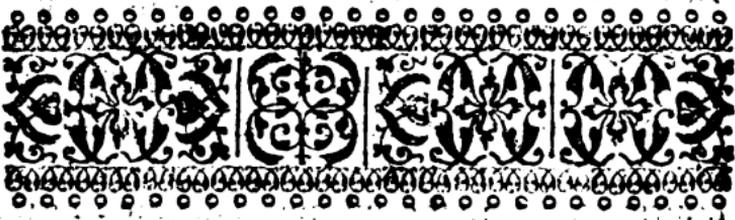
## DEMONSTRATION.

**N**ous auons demonsté en la 10. proposition qu'un nombre parement pair, par quel nombre qu'il soit multiplié, produit tousiours vn parement pair. Mais le nombre parement impair seulement, s'il est multiplié par vn pair, produit vn parement pair par la 12. proposition & s'il est multiplié par vn impair produit vn parement impair seulement, par la 11. proposition. Partant s'il se rençontre que tu fasses multiplier par l'impair, le nombre parement pair, le produit fera parement pair; qui estant adiousté à l'autre produit qui est aussi parement pair, prouenant de deux nombres pairs multipliez ensemble, la somme fera infalliblement vn nombre parement pair, car deux parement pairs joints ensemble, font vn parement pair, d'autant que chascun d'iceux estant mesuré par le quaternaire, il faut que la somme d'iceux soit aussi mesurée par le mesme quaternaire, & par consequent ladicte somme est nombre parement pair par la 6. proposition. Que s'il aduient que tu fasses multiplier par l'impair le nombre parement impair seulement, le produit

112 *Problemes plaisans & delectables,*  
duit sera parement impair seulement, auquel  
adioustant l'autre produit qui est tousiours pai-  
rement pair par la raison cy dessus alleguee, la  
somme sera necessairement vn nombre paire-  
ment impair seulement par la 9. proposition Par-  
tant il appert de la verité de la regle donnee.



PRO



# PROBLEME VNZIESME.

*Faire le mesme en deux nombres impairs  
premiers entre eux.*

**D**onne à choisir aux deux personnes, deux nombres qui soyent impairs & premiers entre eux comme 9. & 7. pourueu que l'un d'eux soit nombre composé comme est 9. & prens semblablement pour tes multiplicateurs deux nombres premiers entre eux, mais il n'importe pas qu'ils soyent tous deux impairs, pourueu que l'un d'iceux mesure l'un des autres deux que tu as donnez à choisir. Par exemple pren 3. & 2. qui sont premiers entre eux, & l'un d'iceux à sçauoir 3. mesure l'un des autres à sçauoir 9. & fay multiplier comme auparauant l'un des nombres choisis par 3. l'autre par 2. & que la somme des deux produits te soit manifestee ou bien enquier toy si ladiete somme est mesurée par celui de tes multiplicateurs qui mesure l'un des nombres choisis, comme en l'exemple donné fay moyen de sçauoir si la susdicte somme

H

#### 134 Problemes plaisans & delectables,

est mesurée par 3. en commandant qu'on prenne le tiers d'icelle. Par là tu devineras infalliblement lequel des deux nombres chaque personne a choisi. Car si ladicte somme est mesurée par 3. c'est signe que le nombre que tu as fait multiplier par 3. est celui que le mesme 3. ne mesureroit pas à sçavoir 7. Que si ladicte somme n'est pas mesurée par 3. c'est signe que le nombre que tu as fait multiplier par 3. est celui mesme que 3. mesureroit, à sçavoir 2. & de mesme facon procedera la regle si tu donnes des autres nombres à choisir, & que tu en prennes des autres pour multiplicateurs, pourveu qu'ils ayent les conditions requises.

#### DEMONSTRATION.

A 9.	B 7.
D 3.	E 2.
F 27.	G 14.
H 21.	K 18.

**S**Oyent les deux nombres choisis A B. tous deux impairs, & premiers entre eux, pourveu que l'un comme A soit nombre composé (ce qui est necessaire; d'autant que nous supposons que l'un d'iceux soit mesuré par un autre nombre) & prenons aussi deux nombres D. E. premiers entre eux, pourveu que l'un d'eux comme D, mesure le nombre A. Maintenant qu'on multiplie A, par D, & soit fait F, & qu'on multiplie B. par E. & soit fait G. le dis que D ne peut mesurer la somme des deux nombres F G. Car puisque D. multipliant A. produit F. il est certain que D mesure F par A. Partant si D mesureroit la somme des deux F. G. Il s'ensuivroit que le mesme D mesureroit aussi G. ce qui est impossible,

*qui se font par les nombres.* 115

sible, d'autant que A. & B. estant premiers entre eux, & D. mesurant A, il faut dire que D est premier à B. par la 25. du 7. mais par l'hypothese, le nombre E., est aussi premier au mesme D. doncques tous les deux B. & E. sont premiers à D. & par consequent le produit de leur multiplication, à scauoir G. est premier au mesme D par la 26. du 7. Partant il est impossible que D mesure G. Voylà donc vne partie de la regle demonstree.

En apres D. multipliant B, produise H & E multipliant A, produise k. Je dis que D mesure la somme des deux H. K. Car en premier lieu puisque H est produit multipliant D par B, il appert que D mesure H. secondement puisque E multipliant A, produit K, il s'ensuit que A mesure K. Or est-il que par l'hypothese D mesure A; doncques le mesme D mesure aussi K. Partant puisque D mesure les deux H. K. Il mesurera aussi la somme d'iceux. Ce qu'il falloit prouuer.

## A D V E R T I S S E M E N T.

*Ceste regle ne s'estend pas seulement aux nombres impairs, mais elle peut auoir lieu encor que l'un des nombres choisis soit pair & l'autre impair, pourueu qu'ils soyent premiers entre eux, & que tu prenes tousiours pour multiplicateurs deux nombres aussi premiers entre eux, & dont l'un mesure l'un des autres. Par exemple prenant les mesmes multiplicateurs 3. & 2. tu pouuois donner à choisir les deux nombres 8. & 7. & alors le 2. eut esté celuy de tes multiplicateurs qui t'eust guidé pour deniner, d'autant que c'est luy qui mesure 8, &*

H 2

116 Problemes plaisans & delectables,  
certes il est evident que la demonstration est generale  
pour tous nombres premiers, soit qu'ils soyent impairs,  
ou non, pourueu qu'ils obseruent toutes les autres con-  
ditions requises. Il est vray que ny les nombres choisis,  
ny les multiplicateurs, ne peuvent estre tous deux pairs  
à cause que deux nombres pairs ne sont iamais pre-  
miers entre eux, ains ont toujours le binaire pour com-  
mune mesure.

PRO

A



# PROBLEME DOVZIESME.

*Deuiner plusieurs nombres pensez pouruen  
que chascun d'iceux soit  
moindre que dix.*

**F**Ais multiplier le premier nombre pensé par 2. puis adiouster 5. au produit, & multiplier le tout par 5. & à cela adiouster 10. puis y adiouster le second nombre pensé, & multiplier le tout par 10. puis y adiouster le troisieme nombre pensé, & si l'on à pensé d'auantage de nombres, fais encor multiplier cela par 10. puis adiouster le quatrieme nombre, & ainsi fais toujours multiplier par 10. & adiouster vn des autres nombres pensez. Alors fais-toy declarer la derniere somme, & si l'on n'a pensé que deux nombres, soustray d'icelle somme 35. & du reste le nombres des dizaines, te monstrera le premier nombre pensé, & le nombre des nombres, le second. Que si l'on à pensé trois nombre, oste de la derniere somme 350. & du reste le nombre des centaines exprimera le premier nombre pensé, celuy des dizaines le second, celuy des nombres le troisieme: & de mesme façon tu

## N<sup>8</sup> Problemes plaisans & delectables,

procederas toujours à deuirer d'auantage de nombres, comme si l'on en a pensé quatre, tu soustrairas de la dernière somme 3500. & du reste le nombre des mille exprimerà le premier nombre pensé, celui des centaines le second, celui des dizaines le troisieme, & celui des nombres le quatrieme. Par exemples les quatre nombres pensez soyent 3. 4. 8. 2, fais doubler le premier viendra 6. auquel adioustant 5. vient 11. qui multiplié par 5. donne 55. auquel adioustat 10. vient 65. auquel adioustant le second nombre, vient 70. qui multiplié par 10. fait 700. auquel adioustant le troisieme nombre, vient 708. qui multiplié par 10. fait 7080. auquel adioustant le quatrieme nombre, vient 7082. Que si tu en soustrais 3500. le reste sera 3582. qui exprime par ordre les quatre nombres pensez.

### DEMONSTRATION.

C<sup>E</sup> Probleme imite entierement l'artifice du 4. & tous deux ont presque le mesme fondement. Car comme nous auons demonstré en ce lieu là, doubler vn nombre, puis y adiouster 5. & multiplier le tout par 5. puis adiouster 10. cela est autant que multiplier le nombre par 10. & au produit adiouster 35. Or tout nombre estant multiplié par 10. le produit contient vn nombre precis de dizaines, & par consequent en escriuant ce produit là, la dernière figure se treuve vn zero, & la première est le mesme nombre qui a esté multiplié par 10. Partant si à ce produit on adiouste quelque autre nombre moindre que 10. La première figure ne change point,

point, & la seconde se treuve le mesme nombre adiouste au lieu du zero. Doncques la cause est manifeste pourquoy quand on a pensé deux nombres, apres que l'operation est faite selon qu'il a esté dit, il faut de la dernière somme oster 35 (qui est vn nombre superflu qu'on fait adiouster subtilement pour cacher l'artifice) & du reste le nombre des dizaines est necessairement le premier nombre pensé, & celuy des nombres est le second. Par mesme raison quand on a pensé trois nombres, puis que apres auoir fait tout le mesme qu'en deux, on multiplie le tout par 10. & on adiouste le troisieme nombre pensé, il est evident que le premier qui auoit desia esté multiplié par 10. se treuve alors multiplié par 100. & le second se treuve multiplié par 10, & le troisieme se treuve mis au lieu d'vn zero qui seroit en la place des nombres, & pource que le nombre superflu 35. s'est aussi multiplié par 10. il est changé en 350. Dont il appert assez de la cause de la regle donnée, & la mesme demonstration à lieu en quatre, cinq, six, ou plusieurs nombre; comme il est evident. L'on peut aussi, de ce qui a esté dit, comprendre la raison de la condition apposee à la proposition du Probleme, qu'il faut que chacun des nombres pensez soit moindre que 10. Car si quelqu'vn d'iceux estoit plus grand que 10. il feroit augmenter la figure précédente, d'autant d'vnitez qu'il y auroit de dizaines en iceluy, comme il appert par la regle d'Addition. Partant nostre regle se rendroit inutile.

## ADVERTISSEMENT.

Ceste regle que j'ay donnee fort generalement est appliquee par plusieurs à diuerses choses particulieres.

Les uns s'en seruent pour deuiner combien il y a de points en chasque dés de tant qu'on en aura gettez, & la pratique en est bien aisee car les points d'un dé ne peuvent jamais passer 6. & ne se faut qu'imaginer que les points de chasque dé sont un nombre pense, & la regle est du tout la mesme.

Les autres s'en seruent pour deuiner qui de plusieurs personnes aura pris une bague, en quelle main il l'aura, en quel doigt, & en quelle jointure & alors il faut disposer les personnes par ordre, tellement qu'une soit premiere, l'autre seconde, l'autre troisieme, &c. Seblablement il se fait imaginer que des deux mains l'une est premiere, l'autre est seconde, & aussi que des cinq doigts de la main, l'un est premier, l'autre second, l'autre troisieme, &c. & faire encor le mesme des jointures de chasque doigt. Partant ce ieu n'est rien autre que deuiner quatre nombres pensez. Par exemple supposons que la quatrieme personne ait la bague, en la seconde main, au cinquiesme doigt, en la troisieme jointure, fais doubler le nombre de la personne, viendra 8. auquel adioustant 5. vient 13. qui multiplié par 5. donne 65. auquel adioustant 10. vient 75. & y adioustant le nombre de la main, prouient 77. qui multiplié par 10. donne 770. auquel adioustant le nombre du doigt, vient 775. qui multiplié par 10. donne 7750. auquel adioustant le nombre de la jointure, vient 7753. duquel il faut soustraire 3500. & le reste sera 4253. dont les figures expriment, tout ce qu'on veut deuiner. Que si l'on vouloit deuiner seulement de plusieurs personnes, laquelle à la bague, & en quel doigt, se ne seroit que deuiner

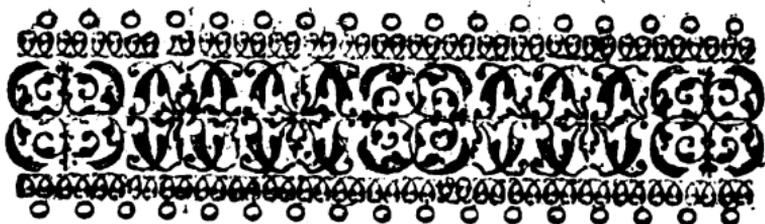
ner deux nombres pensez, mais il faut prendre garde qu'en ce cas on s'imagine en chasque personne dix doigts disposez par ordre, par consequent il peut arriuer qu'une personne ait la bague au dixiesme doigt, & partant alors à un nombre precis de dizaines adioustant 10. il se fera aussi un nombre de dizaines precis, mais plus grand d'un qu' auparauant; Partant apres la soustraction, il restera zero, en la place des nombres. Doncques cela t'arrivant sois assuré que pour deuiner le nombre de la personne, il te faut oster 1. du nombre des dizaines, & dire que telle personne a la bague au dixiesme doigt. Par exemple que la sixiesme personne ait la bague au dixiesme doigt, puis doubler le nombre de la personne, viendra 12. auquel adioustant 5 vient 17. qui multiplié par 5. fait 85. auquel adioustant 10. fait 95. & à cela adioustant encor le nombre du doigt, vient 105. d'où si tu ostes 35. reste 70. Où tu vois clairement que le nombre des dizaines surpasse d'un, le nombre de la personne.

Pour diuersifier la pratique de ce probleme, il ne faut que bien entendre ce que j'ay dit en l'aduertissement des 4. cy dessus. Car premierement bien que les multiplicateurs ne se puissent bonnement changer: (d'autant qu'il faut tousiours qu'apres auoir adiousté chasque nombre, l'on multiplie le tout par 10) toutesfois on y peut encor proceder avec quelque diuersité, car puisque multiplier par 2. & puis par 5. c'est autant que multiplier par 10. il appert qu'au commencement on pourroit faire multiplier le premier nombre par 10. au lieu de doubler, puis multiplier par 5. Ou bien faire en premier lieu multiplier par 5. puis par 2. Semblablement apres qu'on a adiousté quelqu'un des autres nombres, au lieu de faire multiplier le tout par 10. on pourroit faire multiplier par 2. puis par 5. ou bien par 5. puis par 2.

## 122. Problemes plaisans & delectables,

Secondement quand aux nombres superflus que l'on fait adiouster pour couvrir l'artifice, & dont la somme se soustrait à la fin, ils se peuuent changer comme l'on veut & par ainsi la reigle se peut diuersifier en infinites manieres, la cause en est euidente, par ce que s'ay dit en l'aduertissement du 4. probleme. Par exemple soyent les quatre nombres pensez 4. 2. 5. 3. comme cy dessus. Fay multiplier le premier par 5. viendra 20. fais y adiouster 8. viendra 28. Fay doubler cela; viendra 56. fais y adiouster le second nombre pensé, viendra 58. fay multiplier cela par 10. viendra 580. fais y adiouster 12. viendra 592. fais y adiouster le troisieme nombre pensé, viendra 597. fais-le doubler viendra 1194. fais y adiouster 6. viendra 1200. fais-le multiplier par 5. viendra 6000. auquel adioustant le dernier nombre pensé viendra 6003. Or parce qu'après auoir adiousté 8. on a doublé, c'est autant que si l'on auoit doublé 8. qui fait 16. lequel multiplié par 10. fait 160. auquel adioustant 12. vient 172. qui doublé fait 344. auquel adioustant 6. vient 350. qui multiplie par 5. donne 1750. Partant le nombre qu'il faut soustraire est 1750. qui osté de 6003. reste 4253. qui exprime les quatre nombres pensez.

PRO



# PROBLEME TREZIESME.



*Quelqu'un ayant pris en ses deux mains certains nombres d'unitéz, dont la proportion seule ment soit cogneuë deui-ner apres quelques changemens, combien il luy en reste en une main.*

**Q**U'ELQU'VN ait pris en la main droicte certain nombre d'unitéz, comme de gettons, & qu'il en prenne aussi certain nombre en la main gauche, pourueu qu'il te declare seulement la proportion de ces deux nombres. Par exemple qu'il en ait 15. en la main droicte & 12. en la gauche, alors il te dira que le nombre de ceux de la droicte, au nombre de ceux de la gauche est en proportion d'un & quart. Partant fais luy mettre de la gauche en la droicte quel nombre de gettons que tu voudras, pourueu qu'il se puisse

## 24. Problemes plaisans & delectables,

puisse faire, & qu'il ait partie semblable à celle ou à celles qui seront exprimées au denominateur de la proportion, comme en l'exemple donné, où le denominateur est  $1 \frac{1}{4}$ . fay luy mettre de la gauche en la droicte quelque nombre qui ait quart, comme 8. en apres dis luy qu'il en remette de la droicte en la gauche autant qu'il en est demeuré en la gauche selon le denominateur de la proportion à sçauoir qu'il y en remette vne fois, & vn quart autant qu'il y en est demeuré & pource que de 12. estant 8. il demeure 4. il est certain qu'il y en remettra 5. & en tout il s'en treuuera lors 9. en la gauche. Adonc tu deuineras ce qui luy reste en la droicte par tel artifice. Pren le dominateur de la proportion à sçauoir  $1 \frac{1}{4}$ . adioustes y 1. viendra  $2 \frac{1}{4}$ . multiple par  $2 \frac{1}{4}$  le nombre qu'en premier lieu tu as fait transporter de la gauche en la droicte, à sçauoir 8. viendra 18. le nombre que tu veux deuiner.

Autre exemple, qu'il prenne 39 iettons en la droicte, & 15 en la gauche qui est vne proportion de  $2 \frac{1}{4}$ . Dis luy que de la gauche en la droicte il mette vn nombre qui ait cinquiesme comme 10. Alors il en aura 49. en la droicte, & restera 5. en la gauche. En apres dis-luy qu'il en remette de la droicte en la gauche deux fois autant qu'il y en est demeuré, & les trois cinquiesmes du mesme nombre qui est demeuré, & il y en remettra 13. partant en tout il en aura lors en la gauche 18. Mais tu deuineras ce qui luy reste en la droicte, si tu adioustes 1. au denominateur de la proportion, car il viendra  $3 \frac{1}{4}$ . par qui multipliant 10. le nombre que du commencement tu as fait transporter de la gauche en la droicte,

droicte, tu auras 36. le nombre iuste qui luy reste en la droicte.

DEMONSTRATION.



Le nombre de la main droite soit A. B. & celui de la gauche D G,

& le denominatedeur de la proportion qu'a A B, à D G, soit k : & qu'on adiotiste le nombre cogneu H G, avec A-B, puis qu'avec le reste D H, on ioigne le nombre A C, qui garde avec D, H, la mesme proportion exprimée par le denominatedeur k. Alors ie dis que la somme des deux C B. H G. sera cogneüe. Car puisque il y a telle proportion de tout A B. à tout D G. que du nombre osté A C, au nombre osté D H. il s'ensuit que le reste C B, au reste H G. a aussi la mesme proportion. Par consequent puisque H G est cogneu si par le denominatedeur k on multiplioit H G, on auroit, le nombre C B. & partant si on multiplie H G par vn nombre plus grand d'vn que k, il prouindra la somme des deux C B, H G, comme il appert.

ADVERTISSEMENT.

*Si le denominatedeur K. est nombre entier ( ce qui aduendra si la proportion de A B, à D G, est proportion multiple, ou d'egalité ) la pratique de ce ieu n'a nulle difficulté, & n'importe quel nombre soit H G, qu'on fait transporter du commencement de D G, en A B. Mais si k, à quelque fraction adiotiste, alors pour euitter*

A	.....	C	.....	B
D	.....	H	.....	G
$K \frac{1}{2}$				

éviter les fractions  
qui ne peuvent estre  
admises en ce pro-  
bleme, il est neces-

saire ( comme il a esté dit en la reigle ) que  $H G$  soit un nombre, ayant telle partie, quelle est celle qui est exprimée au denominateur  $K$ . Car cela supposé nous ne pourrons tomber en fractions, d'autant que si  $A B$ . contient  $D G$ . une ou plusieurs fois, & encore quelque partie ou quelques parties dudict  $D G$ . il est nécessaire, que  $D G$ . ait telle partie qu'elle est celle qui est exprimée par le denominateur de la fraction contenu en  $K$ . Parant ledit, denominateur de ladicte fraction mesure tout le nombre  $D G$ . Doncques si nous supposons que le mesme denominateur mesure aussi  $H G$ , il s'ensuivra que le mesme mesurera aussi le restant  $D H$ . Par ainsi  $D H$ . aura la mesme partie, ou les mesmes parties exprimées en  $K$ , Doncques nous pourrons sans fraction prendre le nombre  $A C$ , qui ait mesme proportion à  $D H$ . que  $A B$ . à  $D G$ .

Or de la pratique & de la demonstration donnée, il appert, qu'il faut toujours faire transporter le nombre cogneu du commencement, de la main où est le moindre nombre, en celle où est le plus grand, partant il faut que celui avec qui tu fais le ieu te manifeste en quelle main est le plus grand, & en quelle main est le moindre nombre, sinon que la proportion des deux nombres soit proportion d'esgalité, a sçavoir qu'il y ait autant de gettons en une main qu'en l'autre. Car alors il n'importe ny quel nombre on fasse transporter, ny de quelle main. Et i'advertis le Lecteur que c'est en ceste dernière façon seule que par cy devant on a pratiqué ce ieu. Partant la reigle generale que i'ay donnée est de mon invention, comme aussi celle du suivant.

P R O



# PROBLEME

## QUATORZIESME.



*Faisant le mesme qu'auparavant, deuiner  
apres les mesmes changemens, combien  
il y a d'unitéz en chasque main,  
& combien il y en auoit du  
commencement.*

**P** O S O N s le cas comme cy dessus, qu'on eut pris 15. gettons en la main droicte, & 12. en la gauche, & qu'on en eut transferé 8. de la gauche en la droicte, & qu'on en eut remis de la droicte en la gauche vne fois & quart autant qu'il y en estoit demeuré. Alors puis que par la reigle precedente tu sçais ce qui reste en la droicte, n'en fay nul semblant, mais demande encor quelle proportion il y a du nombre qui se treuve en vne main, à celuy qui se treuve en l'autre, car si tu sçais telle proportion, l'vn des nombres t'estant cogneu, tu cognoistras infalliblement l'autre, comme en l'exemple donné, si l'on te dit qu'apres les changemens faits il y a deux fois autant de gettons en la droicte, qu'en la gau

## 128 Problemes plaisans & delectables,

le gauche, puis que par la reigle precedente tu sçais qu'il y en a 18. en la droicte, tu es bien asseuré qu'il y en a 9. en la gauche. Partant la premiere partie de ce probleme est bien aisée, & porte avec soy la demonstration.

Maintenant si tu veux deuiner combien il y auoit de gettons du commencement en chaque main, puis que tu sçais par la premiere partie la somme de tous les gettons (car en l'exemple donné sçachant que les changemens faits il y en a 18. en l'une, & 9. en l'autre, tu sçais que la somme de tous est 27) & puis que tu sçais aussi que le nombre de la droicte du commencement contenoit celuy de la gauche vne fois & quart; il te conuient diuiser la somme cogneue (à sçauoir 27) en deux nombres qui obseruent la proportion de  $1 \frac{1}{4}$ . Or pour diuiser tout nombre donné en deux qui obseruent entre eux telle proportion que l'on voudra, fers toy de ceste reigle. Prends les deux moindres nombres qui obseruent la proportion requise, & les adiouste ensemble & par la somme d'iceux diuise le nombre donné, & par le quotient multiplie les deux moindres nombres, obseruans la proportion requise, tu trouueras les nombres que tu cherches. Comme en l'exemple donné où il faut diuiser 27. en deux nombres, obseruans la proportion de  $1 \frac{1}{4}$ . Pren 5. & 4. les moindres nombres qui gardent ladicte proportion, leur somme sera 9. par qui diuisant 27. le quotient est 3. qui multipliant 5. & 4. te donne 15. & 12. les nombres que tu cherchois. Tu deuineras donc que du commencement il y auoit 15. gettons en la main droicte, & 12. en la gauche.

DE

## DEMONSTRATION.

**L**A premiere partie de ce Probleme est evidente de soy mesme, & ne requiert pas autre demonstration. Car cognoissant vn nombre, & la proportion qu'il à avec vn autre; il est certain que cet autre là se peut cognoistre facilement, multipliant, ou diuisant le nombre cogneu par le denominateur de la proportion cogneuë, selon qu'il est le plus grand, ou le moindre terme de la proportion.

Quand à la seconde partie elle est aussi toute demonstrée, si l'on demonstrè la façon de diuiser vn nombre donné en deux nombres, qui obseruent la proportion donnée. Soit donc proposé le nombre A, qu'il faille diuiser en deux,

A 27.	B 1 $\frac{1}{4}$ .
C 5.	D 4.
E 9.	F 3.
G 15.	H 12.

gardans la proportion, dont le denominateur est B. Je prens les deux C D. les moindres qui obseruent la proportion donnée, & les ioignant ensemble, leur

somme soit E. & diuisant A par E, soit le quotient F: & multipliant les deux C D, par F. soyent les produits G. H. Je dis que G. H. sont les nombres cherchez. Car premierement il est clair qu'ils obseruent la proportion requise, d'autant que le mesme F. multipliant les deux C D, à produit les deux G. H. en apres, que les mesmes G. H. ioints ensemble fassent A, ie le preuue. Car puis que E diuisant A, donne pour quotient F, il appert que F. multipliant E, produira, A. Or est-il que E est esgal aux deux C D, Donc-

A 27.	B 1 $\frac{1}{4}$ .
C 5.	D 4.
E 9.	F 3.
G 15.	H 12.

ques par la premiere du second d'Euclide, les deux nombres qui se produisent multipliant C, & D, par F. (à sçavoir les deux G.H) joints ensemble feront esgaux à A, qui se produit multipliant E, par le mesme F. Ce qu'il falloit demonstrier.

### ADVERTISSEMENT.

*Pour practiquer subtilement ce probleme, & le precedent, il faut en faire comme trois. Premièrement on se peut servir du precedent pour un. Secondement on se peut servir de la premiere partie de cestuy cy pour un autre, mais alors il ne faut point faire semblant de sçavoir ce qui reste en vne main les changemens faits. Troisiésimement on se peut encor servir de la seconde partie de ce probleme pour un troisiésime ieu, qui semblera peut estre plus admirable que les deux autres, mais alors aussi il ne faut point monstrier ny de sçavoir ce qui reste en vne des mains apres les changemens, ny ayant demandé la seconde fois la proportion des unitéz restantes en chasque main, il ne faut point faire semblant de sçavoir le nombre desdictes unitéz, mais il faut diuiser secrettement la somme d'icelles en deux parties, qui obseruent la proportion premiere, en la façon que i'ay enseignee, & deuiner par ce moyen, combien il y auoit au commencement d'unitéz en chasque main.*

*Ie t'aduertis encor, que ce que i'ay dit de prendre les deux moindres termes obseruans la proportion donnée, comme C.D. n'est pas absolument necessaire, car bien qu'on print des autres nombres en la mesme proportion, cela n'importeroit pas comme il appert par la demonstration, mais ie fais prendre les moindres, pour plus grande facilité en operant, d'autant que les plus petits nombres sont plus aisez à manier.*

PRO



# PROBLEME QVINZIESME.



*Plusieurs dez estans iettez, deuiner la  
somme des points adioustez ensemble  
d'une certaine façon.*

**P**A R exemple qu'on ait ietté trois dez à ton insceu, fais adiouster par quelqu'un les points d'iceux ensemble, puis laissant vn d'iceux à part en l'estat qu'il est, fais prendre des autres deux les points de dessous, à sçauoir ceux qui sont en la partie du dé opposée à celle de dessus qui paroît sur la table, & qu'on adiouste ces points à la somme des precedens, puis qu'on reiette derechef ces deux dez, & qu'on adiouste les points d'iceux qui paroissent dessus, à la susdicte somme, & qu'on en laisse vn d'iceux en l'estat qu'il est avec le premier, & que du troisieme on prenne les points de dessous. & qu'on les adiouste aux autres : finalement qu'on reiette ce troisieme, & qu'on adiouste à la susdicte somme les points d'iceluy qui paroissent dessus, & qu'on le laisse en l'estat qu'il est avec les deux autres. Lors t'approchât de la table & regardât les points des trois dez qui paroissent dessus, tu les adiousteras ensemble, & à leur sôme adiousteras encor 21. &

132 *Problemes plaisans & delectables,*

tu deuineras la somme de tous les points adioustez ensemble, en la façon, que i'ay dit. Comme si la premiere fois les points des trois dez sont 5. 3. 2. Leur somme sera 10. & laissant vn d'iceux à part tourné comme il est, à sçauoir le 5. qu'on prenne les points opposez du 3. & du 2. on treuuerà 4. & 5. qui adioustez à 10. font 19. Puis qu'on reiette ces deux dez, & que les points d'iceux paroissans dessus soyent 4. & 1. qui adioustez à 19. feront 24. & laissant le 4 à part avec le premier, qu'on prenne les points opposez de l'autre, qui sont 6. qui adioustez à 24. font 30. finalement qu'on reiette ce mesme dé, & que les points de dessus d'iceluy soyent 2. qui adioustez à 30. font 32. & qu'on laisse aussi ce dé en l'estat qu'il est avec les autres. Lors s'approchant & regardant les trois dez, tu trouueras que les points paroissans dessus sont 5. 4. 2. dont la somme est 11. à qui si tu adioustes 21. comme i'ay dit, tu auras 32. la somme requise. Ce ieu se peut aussi practiquer en tant de dez que l'on voudra, comme i'enseigneray en l'aduertissement.

DEMONSTRATION.

CE ieu peut sembler admirable à ceux qui en ignorent la cause, & toutesfois la finesse n'est pas des plus grandes, car elle ne depend que de la structure des dez, qui sont tous façonnez de telle sorte, que les points des deux parties opposees joints ensemble font tousiours 7. Par ainsi d'vn costé il y a 1. de l'autre costé oppose 6. D'vn costé se treuue 2. de l'autre 5.  
d'vn

d'un costé est marqué 3. de l'autre 4. Doncques toutes les fois que tu fais prendre les points des deux parties opposees d'un mesme dé, tu es asseuré que leur somme est 7. Partant puisque par faisant le ieu comme j'ay enseigné, on prend les points des parties opposees en trois dez, il est certain que cela est autant que prendre trois fois 7. à sçavoir 21. & partant adioustant 21. à tous les autres points qu'on assemble, il est euident qu'on a la somme de tous.

### ADVERTISSEMENT.

*Pren garde que les dez soient marquez comme j'ay dit, & qu'ils ne soient point faux, car autrement le probleme ne se pourroit parfaire. Prends garde aussi qu'il faut practiquer ce ieu comme j'ay enseigné, sans que jamais on fasse prendre immediatement les points des parties opposees d'un mesme dé. Car celui qui verroit faire le ieu, pourroit par ce moyen-la descouvrir l'artifice bien aisement, remarquant que les points opposez d'un dé font toujours 7.*

*Mais pour faire le mesme ieu en quatre, cinq, ou plusieurs dez, il ne faut que prendre garde combien de fois on fait adioster les points opposez d'un dé, & retenir autant de fois 7. pour adioster à la fin. Comme si l'on avoit ietté quatre dez, practiquant le ieu ainsi que j'ay monstré en trois, on trouveroit qu'on fait prendre six fois les points opposez d'un dé, partant à la fin il faudroit adioster 6. fois 7. à sçavoir 42. & en cinq dez on trouveroit qu'on prendroit dix fois les points opposez d'un dé, partant à la fin il faudroit adioster 70. & ainsi toujours l'on peut faire une reigle pour tant de dez que l'on vouldra.*



# PROBLEME

## SEIZIESME.

*Deuiner combien il y a de points en vne  
Carte, regardant vne fois seulement  
chascune des autres  
Cartes.*



**P**RENS vn ieu de Cartes entier, où il y en a 52. & donne à tirer vne carte à quelqu'vn qui la retiendra sans te la monstrer; lors pour deuiner combien de points il y en a en la carte tiree, pren le reste des cartes, & faisant valoir les AS, vn, chasque personnage 10. & les autres cartes autant de points qu'elles en marquent, cōmence à adiouter les points de la premiere carte, aux points de la seconde, & la somme d'iceux, aux points de la troisieme, & ainsi consecutiuelement iusques à la derniere carte, reiectant tousiours le nombre de 10. & adioutant le reste aux points de la carte suiuiante, comme on reiette 9 en la preuue du 9. Finalement oste la derniere somme, ou le dernier reste, du nombre de 10. Ce qui restera, sera le nombre

nombre des points de la carte tiree. Que si ladicté derniere somme est esgale à 10. le nombre des points de la carte tiree , sera aussi 10.

D M O N S T R A T I O N .

Ceste demonstration est bien facile , car il ne faut que preuuer que la somme des points de toutes les cartes ensemble , est vn nombre mesuré par 10. Mais cecy est euident , dautant qu'en premier lieu la somme des points de tous les personnages , & des quatre dix , est mesurée par 10. à cause que chascune desdictes cartes contient iustement dix points. En apres la somme des autres neuf cartes de mesme point , depuis 1. iusques à 9. estant iustement 45. il est euident , que toutes les cartes ensemble de tous les quatre points depuis l'As iusques au 9 inclusiuement , feront 4 fois 45. c'est à dire 180 qui est aussi vn nombre mesuré par 10. Doncques puisque 10 mesure la somme de tous les points de tous les personnages , & des quatre dix , & le mesme 10 mesure la somme des points de toutes les autres cartes depuis l'As iusques au 9. Il s'ensuit que le mesme 10 mesure le nombre composé des deux sommes susdictes, à sçauoir la somme des points de toutes les cartes ensemble. C'est pourquoy assemblât les points de toutes les Cartes , & reiettant tousiours 10. il faut que la derniere-somme fasse aussi iustement 10. Partant si on a tiré vne Carte , adioustant les points de toutes les autres ainsi que i'ay dit , la derniere somme , ou le dernier reste ioint avec les points de la Carte tiree , doit faire 10 iustement. Par

136 *Problemes plaisans & delectables,*  
consequent ostant de 10 ladicte derniere somme, ou ledit dernier reste, ce qui restera sera infalliblement le nombre des points de la Carte tiree: ou si ladicte derniere somme est 10. il faut que le nombre des points de la Carte tiree soit aussi 10. Ce qu'il falloit demonstrier.

### ADVERTISSEMENT.

*Quiconque aura bien compris la demonstration, il treuvera facilement diuerses autres facons de faire ce probleme. Car premierement on le peut faire en tout nombre de Cartes; pourueu qu'on remarque auparavant la somme des points de toutes lesdictes Cartes ensemble. Par exemple aux 36. Cartes du Piquet, supposant que l'As uaille 1. la somme des points de toutes les Cartes, sera 284. qui n'est pas iustement mesuree par 10. Car ostant tous les 10 de 284. il reste 4. Neantmoins on fera le ieu aussi facilement qu'auparavant, si commençant à adiouster ensemble les points des Cartes, on reiette premierement 4. & puis iusques à la fin on reiette les 10.*

*Secondement le nombre qu'on reiette en adioustant, & duquel à la fin on soustrait le dernier reste; pour deuiner les points de la carte cachée, se peut aussi changer en beaucoup de facons, car il n'importe quel nombre ce soit, pourueu qu'il ne soit point plus petit que le nombre des points de la plus haute carte. Ainsi au lieu de 10. on pourroit prendre 11. ou 12. ou 13. &c. Mais il faut tousiours considerer si ce nombre qu'on choisira mesure le nombre des points de toutes les cartes, ou non, ce qui se connoit par la diuision; car s'il ne reste rien, il le mesure, s'il reste quelque chose de la diuision, il ne le mesure pas; & en ce cas il faut oster le*  
reste

reste tout au commencement de l'addition qu'on fait des points des cartes restantes, comme i'ay dit en l'exemple precedent, qu'il falloit oster 4. auant que de commencer à oster les 10.

Finalemēt tu remarqueras, qu'il y a plusieurs cartes dont la valeur est arbitraire, & se peut changer à plaisir, comme sont tous les personnages, lesquels ordinairement on fait valoir dix, sans aucune difference entre le Roy, la dame, & le valet. Car on pourroit faire valoir le valet 11. la dame 12. le Roy 13. ou bien quelques autres nombres.

Et faisant ainsi, pourueu que l'on marie deux fois les cartes, on pourra deuiner non seulement les points de la carte cachée; mais on deuinerá precisement quelle carte c'est. Comme si l'on prend le ieu de cartes tout entier, à cause que la somme des points de toutes les cartes est 364. laquelle est mesurée par 13. tu conserues toujours iusques à 13. & osteras 13. aussi tost qu'il se pourra faire, & continuant ainsi iusques à la fin, si tu ostes de 13. la derniere somme, où le dernier reste tu trouueras infalliblement le nombre des points de la carte cachée, & par là tu scauras des-já si c'est un Roy ou un valet, ou un dix ou un 9. &c. Par consequent si tu reprens les Cartes, tu verras incontinent lequel des 4. Rois, ou des quatre valets, ou des 4. dix, ou des quatre neuf, te manque; & celuy qui te manquera, sera sans doute la Carte cachée: mais pren garde que si il ne restoit rien, la carte cachée seroit un Roy.



# PROBLEME DIXSEPTIESME.

*Deuiner combien de points il y a  
en trois cartes.*

**R**ENS vn ieu de cartes entier, où il y en a 52. & quelqu'un choisisse trois d'icelles, lesquelles qu'il voudra, tu deuineras combien elles contiennent de points en ceste sorte. Dis luy qu'à chascune des cartes choisies, il adiouste tant des autres cartes, qu'elles accomplissent le nombre de 15. en comptant les points de la carte choisie; cela fait, qu'il te donne le reste des cartes, lors du nombre d'icelles oste 4. & le reste sera infalliblement le nombre des points des trois cartes. Par exemple que les points des trois cartes soyent 4. 7. 9. Il est certain que pour accomplir 15. comptant les points de chascune carte, à 4. il faut adiouster 11. cartes; & à 7. il en faut adiouster 8. & à 9. il en faut adiouster 6. Partant le reste des cartes sera 24. d'où si tu ostes 4. restera 20. le nombre des points des trois cartes: car 4. 7. & 9. font 20. Or comme on peut pratique ce ieu en beaucoup de sortes, en quel nombre de cartes que ce soit, ie l'enseigneray en l'aduertissement.

D E M O N

## DEMONSTRATION.

**P**OUR rendre parfaicte raison de cecy, supposons que les trois cartes choisies soyent les trois moindres, à sçauoir les trois As. dont chacun ne vaille qu'un, alors il est euident que pour accomplir 15. à chasque carte il faut adiouster 14. cartes, & partant le nombre tant des trois choisies que des adioustees sera 45. lequel estant osté du nombre entier des cartes qui est 52. il en reste 7. d'où si l'on oste 4. reste 3. le nombre des points des trois cartes choisies. Or cecy supposé il est aisé à preuuer, qu'il faut tousiours oster 4. du nombre des cartes restantes, pour deuiner la somme des points des trois cartes; Car d'autant qu'on augmentera les nombres des points d'icelles, en mettant des plus hautes cartes, autant moins de cartes il faudra adiouster pour accomplir les quinze, & partant d'autant précisément s'augmentera le nombre des cartes restantes, partant ostant 4. comme auparauant, le reste sera tousiours esgal au nombre des points des trois cartes choisies, par l'axiome: si à deux nombres esgaux on adiouste nombres esgaux, les sommes seront esgales. Comme si au lieu du premier As, on met vn six, alors la somme des points sera augmentee de 5. Car au lieu de 3. elle sera 8. Mais aussi à la premiere carte au lieu de 14. qu'on y adioustoit pour accomplir 15. on n'adiousterá maintenant que 9. qui sont cinq moins. Partant le reste des cartes se treuera augmenté de cinq. Dont il appert de la verité de mon dire.

A D V E R

## ADVERTISSEMENT.

De ceste demonstration on peut recueillir une regle generale pour tout nombre de cartes, & quel nombre que l'on fasse accomplir (car au lieu de 15. on pourroit faire accomplir 14. 13. 16. &c.) qui est telle. Triple le nombre que tu fais accōplir, & au produit adiouste 3. & soustray ceste somme de tout le nombre des cartes: le reste sera le nombre qu'il te faudra soustraire des cartes restantes pour faire le ieu. Comme en l'exemple donné triple 15. vient 45. adiouste 3. vient 48. soustray 48. de 52. reste 4. le nombres qu'il faut oster des cartes restantes.

Que si le triple du nombre qu'on fait accomplir avec 3. se treuve esgal à tout le nombres des eartes, c'est signe que le nombre des cartes restantes, doit exprimer iustement le nombre des points des trois cartes choisies.

Que si le mesme triple joint avec 3. est plus grand que tout le nombre des cartes, alors il en faut soustraire le nombre des cartes, & le reste sera un nombre qu'il faut adiouster au nombre des cartes restantes pour faire le ieu. Par exemple s'il n'y a que 36. cartes, & qu'on vneille comme auparavant faire accomplir 15. Pour trouver la regle tu tripleras 15. viendra 45. ou adioustant 3. vient 48. Qui ne se peut soustraire de 36. nombre des cartes, partant au rebours, soustray 36. de 48. & le reste 12. sera un nombre qu'il faudra adiouster aux cartes restantes, usant icy d'Addition au lieu de soustraction.

Et en effect cecy n'est point changer la regle donnée, comme pourroient comprendre aisément ceux qui sont tant soit peu exercez en l'Algebre, & qui sçauent les regles d'Addition, & soustraction par plus & par moins.

qui se font par les nombres. 141

moins. Car suivant la regle il faudroit soustraire 48 de 36. ce qui se feroit par le signe de moins, & diroit-on que le reste seroit moins 12. Puis il faudroit soustraire moins 12. du nombre des cartes restantes, ce qui est autant comme adiouster 12. au mesme nombre.

On peut doncques practiquer ce ieu en infinies facons differentes. Car premierement on le peut faire en tout nombre de cartes, quelles qu'elles soyent, & combien de points qu'on fasse valoir chascue carte.

Secondement on peut faire accomplir quel nombre que l'on veut, computant tousiours les point de chascue carte. Voire il n'est pas necessaire qu'avec toutes trois on fasse accomplir le mesme nombre, mais on peut nommer trois nombres differents, comme 13. 14. 15. & alors pour former la regle, il faut adiouster ensemble ces trois nombres, & y adiouster 3. & parfaire tout le reste comme i'ay dit cy-dessus.

Finalement on peut faire le mesme ieu en quatre, cinq, six, ou plusieurs cartes, & former tousiours des regles a l'imitation de celle que i'ay donnee, comme si l'on veut deviner les points de quatre cartes, & faire accomplir 15. par tout, & que le nombre des cartes soit 52. ie multiplieray par 4. le nombre 15. viendra 60. a qui i'adiousteray 4. viendra 64. ie soustrairay de la le nombre des cartes, a sçauoir 52. restera 12. qui est le nombre qu'il faudra adiouster au nombre des cartes restantes.

Pren garde seulement qu'il peut arriuer quelquefois que le nombre des cartes sera si petit, & les trois que tu feras accomplir si grands qu'il n'y aura pas assez de cartes pour ce faire; Toutesfois tu parfairas encore le ieu, si tu demandes eombien il s'en faut, qu'il n'y ait assez des cartes pour accomplir les trois nombres que tu auras ordonnez; pouruen qu'alors tu t'imagines que le reste

142 Problemes plaisans & delectables,  
reste des cartes soit le mesme nombre qui defaut avec le  
signe de moins. Par exemple que le n<sup>o</sup>bre des cartes soit  
36. & que tu fasses par tout accomplir 15. & que les  
trois cartes choisies soyent 2. 3. 4. Il est certain qu'on ne  
pourra pas accomplir 15. par tout, car à la premiere  
carte il en faudroit adiouster 13. à la seconde 12. à la  
troisiesme 11. & ces trois nombres avec les trois cartes  
choisies font 39. Partant le nombre de toutes les cartes  
n'estant que 36. il s'en faudra trois qu'on ne puisse ac-  
complir 15. par tout, Doncques imagine toy que le reste  
des cartes c'est moins 3. & puisque en ce cas la regle en-  
seigné qu'au nombre des cartes restantes il faut adiou-  
ster 12. Adiouste 12. à - 3. tu auras 9. le nombres des  
points des trois cartes choisies.

PRO



# PROBLEME

## DIX-HVICTIESME.

*De plusieurs cartes disposees en diuers  
rangs deuiner laquelle on  
aura pensee.*



**P**RENS 15. cartes, & les dispose en trois rangs, si bien qu'il s'en treuve cinq en chascque rang, & que quelqu'un pense laquelle qu'il voudra pourueu qu'il te declare en quel rang elle est. Alors ramasse à part les cartes de chascque rang, puis join les toutes ensemble, mettant toutes-fois le rang où est la carte pensee au milieu des deux autres. En apres derechef dispose toutes les cartes en trois rangs, en posant vne au premier, puis vne au second, puis vne au troisieme, & en remettant derechef vne au premier, puis vne au second, puis vne au troisieme, & ainsi iusques à ce qu'elles soyent toutes rangees. Alors demande en quel rang est la carte pensee, & ramasse comme auparauant chascque rang à part, mettant au milieu des autres, celui où est la carte pensee; & finalement dispose les encore en

144 *Problemes plaisans & delectables,*  
re en trois rangs de la mesme sorte qu'aupa-  
rauant , & demande auquel est-ce que se  
treuve la carte pensee , & sois assure que'elle se  
treuvera lors la troisieme du rang où elle sera,  
Ainsi tu la deuineras aisément.

Que si tu veux encore mieux couvrir l'artifi-  
ce, tu peux ramasser derechef toutes les cartes en  
la façon que j'ay dit dessus , mettant au milieu  
des deux autres, le rang où est la carte pensee, &  
lors la carte pensee se treuvera au milieu de tou-  
tes les quinze cartes, si bien que de quel costé que  
l'on commence à conter elle sera tousiours la  
huietieme.

Ce ieu se pratique ainsi communement, mais  
j'enseigneray en l'aduertissement comme on peut  
faire le mesme en tout nombre de cartes , & en  
beaucoup de façons differentes.

#### DEMONSTRATION.

**P**OUR rendre raison infallible de cecy , il me  
faut preuuer que disposant les cartes ainsi  
que j'ay dit par trois fois, en fin apres la troisieme  
fois la carte pensee est necessairement la troi-  
sieme du rang où elle se treuve. Or pren garde  
que la premiere fois ayant rangé en trois rangs  
quinze cartes, comme j'ay dit, quand tu sçais en  
quel rang est la carte pensee , tu es assure que  
c'est vne des cinq qui sont en ce rang la. Partant  
recueillant à part les cartes de chaque rang , &  
mettant au milieu des autres rangs, celui où est  
la carte pensee & les disposant derechef com-  
me j'ay enseigné alors tu mets en diuers rangs  
les cinq cartes qui auparauant n'estoyent qu'en  
pensee,

vn seul rang, Partant regarde bien en quelles places tombent les cartes du rang du milieu, entre lesquelles tu sçais que doit estre la carte pensee, & remarque ces cinq points.

1. Que la premiere tombe au second lieu du troisieme rang.

2. Que la seconde tombe au troisieme lieu du premier rang.

3. Que la troisieme tombe au troisieme lieu du second rang.

4. Que la quatrieme tombe au troisieme lieu du troisieme rang.

5. Que la cinquiesme tombe au quatrieme lieu du premier rang.

Donques si la carte pensee est lors au premier rang, tu es assure que c'est la troisieme ou quatrieme d'iceluy par la remarque du second, & quatrieme point, partant disposant derechef les cartes en la facon ordonnee, elle tombera necessairement en la troisieme place du second, ou en la troisieme du troisieme rang, par le troisieme & quatrieme point.

Que si apres la seconde disposition la carte pensee est au second rang, tu es assure que c'est la troisieme du mesme rang, par la remarque du troisieme point, partant des lors tu la peux deviner, mais quand bien tu rangeras derechef les cartes en la facon exposee, elle retombera toujours en la mesme place par le mesme troisieme point.

Que si la carte pensee apres la seconde disposition est au troisieme rang, tu es assure que c'est la seconde, ou la troisieme d'iceluy par la remarque du premier, & du quatrieme point, partant

146 *Problem̄es plaisans & delectables,*  
rangeant derechef les cartes, elle tombera infal-  
liblement en la troisieme place du premier r̄ag;  
par le second point, ou en la troisieme du second  
par le troisieme point. Doncques quoy qu'il ad-  
uienne, apres la troisieme fois, la carte pensee se-  
ra tousiours la troisieme du rang où elle se treu-  
uera. Ce qu'il falloit demonstrier.

### ADVERTISSEMENT.

*Si tu comprends bien le fondement de ce ieu il te fera  
bien aisé de le faire en tout nombre de cartes, & en plu-  
sieurs differentes façons, Car la finesse cōsiste en cela, que  
les cartes d'un mesme rang par une autre disposition se  
separent, & se mettent en diuers rangs, ce que ie veux  
esclaircir entierement, par un exemple facile. Pren 16.  
cartes, & les dispose seulement en deux rangs, tellement  
qu'il y en ait 8. d'un costé, & 8. de l'autre. Lors sça-  
chant en quel rang est la carte pensee, tu es assure que  
c'est une des huit: partant prenant les cartes de chasque  
rang à part, & les disposant de telle sorte que tu en met-  
tes une au premier rang, l'autre au second, puis une au  
premier, puis une au second, & ainsi iusques à la fin, tu  
vois bien que des huit cartes entre lesquelles est la carte  
pensee, il en tombe quatre d'un costé & quatre de l'autre.  
Doncques demandant lors en quel rang est la carte  
pensee tu es assure que c'est une de quatre. Que si tu les  
ranges derechef ainsi que i'ay dit, de ces quatre là il en  
tombera deux d'un costé, & deux de l'autre, partant si  
tu sçais lors en quel rang est la carte pensee, tu es assen-  
ré que c'est une des deux. Que si finaloment tu les ran-  
ges encore comme il faut, de ces deux là l'une se treuvera  
au premier rang, l'autre au second. Par consequent sça-  
chant lors en quel rang est la carte pensee, tu la devine.*

qui se font par les nombres. 147

ras infalliblement. Que si tu veux faire le ieu plus promptement prenant les mesmes 16. cartes, il te les faut disposer en quatre rangs, si bien qu'en chasque rang il y en ait 4. & apres avoir sçeu en quel rang est la carte pensée, disposant derechef les cartes en la façon cy deuant exposée, les quatre de ce rang là se separeront toutes, tellement qu'une tombera au premier rang, l'autre au second, l'autre au troisiésme, l'autre au quatriésme. Partant tout incontinent tu peux deuiner la carte pensée sçachant le rang où elle est alors.

Par ce mesme artifice quelques uns font un autre ieu assez gentil, par lequel plusieurs cartes estant proposées à plusieurs personnes, on deuine quelle carte chasque personne a pensée. Par exemple qu'il y ait quatre personnes, pren quatre cartes & les monstrant à la premiere personne, dis-luy qu'elle pense celle qu'elle voudra, & mets à part ces quatre cartes. Puis pren-en quatre autres, & les presente de mesme à la seconde personne, à fin qu'elle pense celle qu'elle voudra; & fais éncor tout le mesme avec la troisiésme, & quatriésme personne. Alors prens les quatre cartes de la premiere personne & les dispose en quatre rangs, & sur icelles range les quatre de la seconde personne, puis les quatre de la troisiésme, puis celles de la quatriésme. Et presentant chascun de ces quatre rangs à chasque personne, demande à chascun en quel rang est la carte par elle pensée: car infalliblement la carte de la premiere personne, sera la premiere du rang où elle se treuuera la carte de la seconde personne sera la seconde de son rang; la carte de la troisiésme, sera la troisiésme en son rang, & la carte de la quatriésme, sera la quatriésme du rang où elle se treuuera. Et ainsi des autres, s'il y a plus de personnes, & par consequent plus de cartes. La raison de cecy est bien euidente, partant ie ne m'y amuseray pas d'auantage.

## 148 Problemes plaisans &amp; delectables,

Voilà ce que j'auois dit de ce ieu en la premiere impression de ce liure. Mais en ceste seconde, ie veux donner vne autre façon de le faire beaucoup plus belle que toutes les precedentes. Prends vn nombres de cartes qui soit le produit de la multiplication de deux nombres prochains, c'est à dire dont l'interualle soit l'unité, comme 12. qui se fait multipliant 3. par 4. où 20. qui se fait multipliant 4. par 5. où 30. qui se fait multipliant 5. par 6. où 42. qui se fait multipliant 6. par 7. puis accouple lesdites cartes deux à deux, & ordonne qu'on en pense deux ainsi accouplees comme elles sont. Alors ramasse toutes lesdites cartes ensemble, mettant tousiours celles qui sont accouplees l'une aupres de l'autre. Apres tu rangeras toutes tes cartes en vn quarré long en ceste sorte. Mets les trois premieres par mesme ordre l'une à costé de l'autre puis range la 4. sous la 1. Puis mets la 5. à costé de la troisieme, la 6. sous la 4. la 7. à costé de la 5. la huitiesme sous la 6. & continue à faire de la sorte, iusques à ce qu'au rang de celles que tu mets à costé l'une de l'autre, il y ait vn nombre de cartes esgal au plus grand costé de ton quarré long, & vn autre nombre de cartes esgal au moindre costé du mesme quarré long, au rang de celles que tu mets l'une sous l'autre. Comme si tu as pris 20. cartes, le plus grand costé sera 5. & le plus petit 4. Partant tu rangeras tes cartes en la façon exposée, iusques à ce qu'il y en ait 5. l'une à costé de l'autre, & 4. l'une sous l'autre. Ce qui sera, lors que tu auras mis la 8. sous la 6. Cela fait, range à costé de la 4. la 9. la 10. & la 11. toutes de suite. Puis mets la 12. sous la 9. & la 13. à costé de la 11. & la 14. sous la 12. Apres range tout de suite la 15. 16. 17. à costé de la 12. Et finalement la 18. 19. 20. à costé de la 14.

Mais

Mais parce que ie ne te puis icy exprimer 20. cartes par nombres, prennent au lieu de 20 cartes, 20 nombres, à sçavoir les 20 premiers despuis 1. iusques

A	1	2	3	5	7	B	a 20. Et supposant que tu
C	4	9	10	11	13	D	les ayes accouplez au com-
E	6	12	15	16	17	F	mentement deux à deux
G	8	14	18	19	20	H	mettant ensemble 1 & 2.

3 & 4. 5 & 6. 7 & 8 9 & 10. 11 & 12. 13 & 14. 15 & 16. 17 & 18. 19 & 20. Il est donc certain que suivant la regle donnee, tu les rangeras comme tu vois qu'ils sont en la figure apposee. Cela fait tu demanderas en quel rang, ou en quels rangs sont les deux nombres pensez, prenant les rangs d'un costé à l'autre non pas de haut en bas, le premier estant AB, le second CD, le troisieme EF, le quatriesme GH. Lors on te dira que les deux nombres pensez sont en un mesme rang, ou en deux rangs differens spécifiant lesdits rangs. S'ils sont en un mesme rang, tien pour regle assuree que ce sont deux nombres l'un à costé de l'autre, dont le premier tient le mesme rang dans son propre rang, que tient ce rang mesme entre les autres rangs, comme si les deux nombres pensez sont au premier rang, le premier d'iceux est le premier du premier rang, & les nombres pensez sont 1 & 2. s'ils sont au second rang, le premier est le second de ce rang là, & les deux nombres sont 9 & 10. s'ils sont au troisieme rang, le premier d'iceux est le troisieme de ce rang là, & les nombres pensez sont 15 & 16: s'ils sont au quatriesme rang, le premier d'iceux est le quatriesme de ce rang là, & les nombres pensez sont 19 & 20. Tu remarqueras donc attentivement les nombres susdits, 1.

150 Problemes plaisans & delectables,

A	1	2	3	5	7	B	8	9	10	15	16.
C	4	9	10	11	13	D	19	20.	Car ie les appello		
E	6	12	15	16	17	F	les clefs du ieu, que seruent				
G	8	14	18	19	20	H	non seulement pour deuiner				
							les deux nombres pensez,				
							lors qu'ils sont tous deux				

en un mesme rang, mais aussi lors qu'ils sont en deux diuers rangs. D'autant qu'en ce cas, aussi tost qu'on l'a manifesté les deux rangs, ou sont les deux nombres pensez, il te faut prendre la clef du rang le plus haut, & sous le premier nombre de ladite clef, tu trouueras au rang d'embas un des deux nombres pensez, & à costé du second nombre de la clef en esgale distance, tu trouueras l'autre nombre pensé. Par exemple si les deux nombres pensez sont 7. & 8. On te dira, qu'ils sont au premier & au quatriesme rang. Pren donc la clef du plus haut de ces deux rangs, à scauoir du premier, laquelle est 1. & 2. & descens droit despuis 1. iusques au quatriesme rang, tu trouueras 8. un des nombres pensez. Apres cherche à costé de 2. un nombre autant esloigné de 2. que 8. est esloigné de 1. tu trouueras 7. l'autre nombre pensé. Que si l'on te dit que les nombres pensez sont au second, & au quatriesme rang, tu prendras la clef du second rang qui est 9. & 10. & descendant droit despuis 9. iusques au quatriesme rang tu trouueras 14. un des nombres pensez, & si tu prens à costé de 10. un nombre autant esloigné de 10. que 14. de 9. tu trouueras l'autre nombre pensé qui est 13.

La demonstration de cecy à mesme fondement que les regles donnees cy-deuant, car il est euident, que des nombres accouplez deux à deux, il n'y en a iamais qu'un couple qui se treuve au mesme rang, de tous les autres l'un est tousiours en un rang, & l'autre en un autre

qui se font par les nombres. 151

autre. Tout ce à quoy il faut bien prendre garde, c'est à disposer lesdits nombres comme i'ay enseigné. Et pour mieux te faire comprendre cet ordre, i'ay icy mis les deux figures suivantes l'une de 30 nombres, l'autre de 42.

1	2	3	5	7	9
4	11	12	13	15	17
6	14	19	20	21	23
8	16	22	25	26	27
10	18	24	28	29	30

1	2	3	5	7	9	11
4	13	14	15	17	19	21
6	16	23	24	25	27	29
8	18	26	31	32	33	35
10	20	28	34	37	38	39
12	22	30	36	40	41	42

Ce ieu se peut faire non pas seulement avec une personne ; mais encor avec plusieurs en mesme temps. Car quand ils seront quatre ou cinq, dont chascun pensera en mesme temps, deux de ces cartes accouplees, apres que tu les auras rangees en un quarre long tu demanderas à chascun l'un apres l'autre en quels rangs sont celles qu'il a pensees, & les deuineras par la regle donnét.



# PROBLEME

## DIX-NEUVIESME.

*Deuiner de plusieurs cartes, celle que quel-  
qu'un aura pensée.*



REN tant de cartes qu'il te plaira, & les montre par ordre à celui qui en voudra penser vne, & qu'il en pense vne pourueu qu'il se souuienne la quantiesme c'est, à sçauoir, si c'est la premiere, ou la seconde, ou la troisieme, &c. Mais en mesme temps que tu luy monstres les cartes l'une apres l'autre conte les secrettement, & quant il aura pensé, & que tu auras conté tant auant qu'il te plaira, pren les cartes que tu auras contées, & dont tu sçais parfaitement le nombre, & pose-les sur les autres que tu n'as pas contées, de telle sorte que les voulant reconter elles se treuent disposées au contraire, à sçauoir que la dernière soit la premiere, & la penultieme soit la seconde, & ainsi des autres. Alors dis hardiment que les contant en celle façon la carte pensée tombera sous le nombre des cartes, par toy secrettement contées & transposées, puis luy demandant la quantiesme

tiefme estoit la carte pensée , commence à conter tes cartes ainsi que i'ay dit à rebours , & sur la premiere mets le nombre exprimant la quantiefme estoit la carte pensée , & suiuant l'ordre des nombres , & des cartes tu ne failliras iamais de rencontrer la carte pensée , lors que tu arriueras au nombre que tu auras dit.

DEMONSTRATION.

A.	B.	C.	D.	E.	F.	G.	H.	K.
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.

**P**Rens les cartes A. B. C. D. E. F. G. H. K. & que la premiere soit A , la seconde B. la troiefme C &c. & que la carte pensée soit la quatriefme , à sçauoir D. & supposons que tu ayes conté tant auant qu'il t'aura pleu , à sçauoir iusques à k. qui sont 9. cartes. Alors ayant renuerse ces 9. cates & commençant à conter par la derniere , tu diras que la carte pensée viendra la neuufiefme. En apres tu demanderas la quantiefme estoit la carte pensée , & on te dira qu'elle estoit la quatriefme , partant mettant quatre sur le k. & cinq sur H. & six sur G. & ainsi consecutiuelement tu trouueras que le nombre 9. tombera infailliblement sur la carte pensée D. Or la cause de cecy n'est pas trop cachée , car en contant les mesmes cartes par ordre , soit qu'on commence par vn bout , soit qu'on commence par l'autre , il y a tousiours le mesme nombre d'vn costé & d'autre. Doncques il y a autant de cartes despuis D. iusques à K , que despuis k.

K 5

154 *Problemes plaisans & delectables,*  
 iusques à D. Partant puis que mettant quatre  
 sur D. le neuf tombe sur k. il est certain que si  
 l'on met quatre sur k. il faudra que le neuf tom-  
 be sur D. Partant la pratique de ce probleme  
 est suffisamment demonstrée.

## ADVERTISSEMENT.

*Quelques vns pratiquoient ce ieu un peu diuersement  
 & semble qu'ils le fassent pour mieux couvrir l'artifice.  
 Car ils adionstent tousiours 1. au nombre des cartes  
 qu'ils ont contées, & disent que la carte pensée tombera  
 sous ce nombre là ainsi augmenté d'un : mais alors  
 ayant demandé la quantiesme estoit la carte pensée, ils  
 ne commencent pas à conter par ce nombre là, mais par  
 un plus grand d'une unité, comme en l'exemple donné  
 ayant conté 9 cartes ils diront que la carte pensée vien-  
 dra la dixiesme, mais ayant sçeu qu'elle estoit la qua-  
 triesme, ils mettront cinq sur le K, six sur H, sept sur G.  
 & ainsi consecutiuellement.*

*Or il appert assez que ceste façon de faire reuient à  
 celle que j'ay donnée, car si on accroist esgalement deux  
 nombres, les sommes garderont le mesme interualle,  
 partant entre 5. & 10. il y a autant d'interualle qu'en-  
 tre 4 & 9. Doncques si mettant 4 sur K, le 9. tombe  
 sur D. comme j'ay prouué, il faut necessairement que  
 mettant 5. sur K. le 10. tombe sur le mesme D.*

PRO



# PROBLEME

## VINGTIESME.



*De plusieurs nombres par ordre commen-  
ceans par l'unité, & disposez en  
rond, deviner lequel on  
aura pensé.*

		A		
L	1		B	
	18		2	
K	9		3	C
H	8		4	D
	7		5	E
G	6			
		F		

**S**oyent par  
exéple dix  
nombres A. B. C.  
D. E. F. G. H. K.  
L. commenceans  
par l'vnité, & dis-  
posez comme tu  
vois, tellement  
que A soit vn B  
deux C trois, D  
quatre &c. com-  
me si c'esto-  
ient . . dix car-

tes commençant par l'As, & suiuant par ordre  
iusques à dix, & que quelqu'vn pense celle qu'il  
voudra, puis qu'il en touche vne laquelle qu'il  
luy

156 *Problemes plaisans & delectables,*  
 luy plaira. Lors au nombre de celle qu'il aura touchée adiouste le nombre iuste de toutes les cartes, & luy fay conter à rebours iusques à ceste somme là, commençant par celle qu'il a touchée, & mettant sur icelle secretement le nombre de celle qu'il a pensée, & infalliblement à la fin il tombera sur la carte pensée. Par exemple qu'il pense le G. à sçauoir 7. & qu'il touche le B. à sçauoir 2. Adiouste à 2. tout le nombre des cartes à sçauoir 10. tu auras 12. dis luy qu'il conte iusques à 12. commençant depuis B. & allant à rebours du costé de A. L. k. &c. mettant le nombre pensé, à sçauoir 7. sur B. Ainsi 8. tombera sur A. & 9. sur L. & 10. sur k. & 11. sur H. & finalement 12. sur la carte pensée G. Le mesme aduiendroit quelle quantité de nombres qu'il y eut, comme s'il y en auoit 15. tu adiousterois 15. au nombre touché, & ferois conter iusques à telle somme, allant à rebours & commençant par le nombre touché, & mettant sur iceluy le nombre pensé & ainsi des autres.

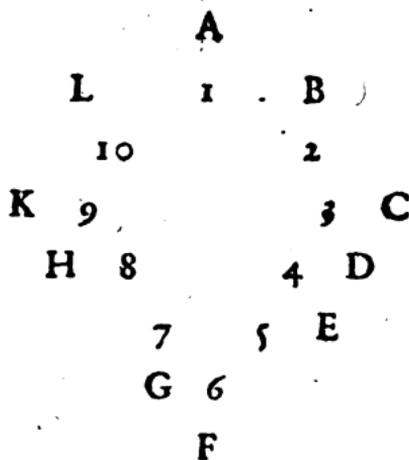
## DEMONSTRATION.

**L**A demonstration de ce ieu est facile presupposant deux principes. L'vn est celuy que i'ay des-jà apporté en la demonstration du probleme precedant, à sçauoir que plusieurs vnitez estant disposées par ordre, si l'on met vn nombre sur la premiere, & que continuant à conter selon l'ordre naturel des nombres, il en tombe vn autre sur la dernière, le mesme nombre tombera sur la premiere, si l'on met sur la dernière celuy

celuy la qu'on auoit mis sur la premiere, & qu'on conte à rebours.

L'autre principe est que plusieurs vnitez estant disposées en rond, si l'on commence à conter par quelqu'une, & qu'on mette quelque nombre sur icelle, poursuivant de conter en rond iusques à ce qu'on reuienne à celle par laquelle on a commencé, le nombre qui se fait adioustant tout le nombre des vnitez à celuy qu'on aura mis sur ladicte vnitè, tombera sur la mesme vnitè. Par exemple que l'on commence à conter despuis A, & que l'on mette 8 dessus. Il est euident que si l'on parfaict le rond, en fin dessus le mesme A, il tumbera 18. qui se faiçt adioustant 8 au nombre des vnitez qui est 10.

Car commençant à conter par vne des vnitez, & parfaissant tout le rond, on parcourt toutes les vnitez, partant c'est autant que prendre tout le nombre desdictes vnitez.



Or cela suppose, que quelqu'un ait pensé la carte G. à sçauoir 7. Alors celle qu'il touchera, ou ce sera la mesme, ou vne autre apres suiuate en l'ordre naturel des nombres, ou vne autre deuant.

Premierement qu'il ait touché la mesme, alors la chose est euidente. Car par la reigle donnee Il commen

158 *Problemes plaisans & delectables,*  
commencera à conter depuis le mesme G. ius-  
ques à 17. mettant 7 sur le mesme G, partant  
par le second presupposé, le nombre 17. tom-  
bera sur le mesme G.

Secondement qu'il ait touché vne carte sui-  
uante comme L. alors adioustant le nombre des  
cartes selon la reigle au nombre de L, tu feras  
conter iusques à 20. mettant sur L le nombre  
pensé 7. Or est-il que G, estant 7. & poursui-  
uant à conter par ordre, le nombre 10 tombe  
sur L. Doncques si sur L. nous mettons 7. en  
contant à rebours, & reuenant par le mesme  
chemin, le nombre 10. tombera infalliblement  
sur G. par le premier presupposé. Doncques le  
nombre 20. tombera aussi sur le mesme G par  
le second presupposé.

Finalemēt qu'il ait touché quelque carte pre-  
cedente comme B, alors adioustant 10 à 2. tu  
feras conter iusques à 12. mettant le nombre  
pensé 7. sur B: & allant du costé de A, L, K,  
& ceter. Or est-il que mettant 2. Dessus B, &  
contant naturellement du costé de C. D. & cet.  
le nombre 7. tombe sur G; Doncques si l'on  
s' imagine que B soit 7. il s'ensuit qu'on suppose  
que G. soit 2. par le premier presupposé. Partant  
quand l'on met 7. dessus B, & qu'on poursuit à  
conter du costé de A, c'est autant que si l'on  
auoit commencé à conter depuis G; mettant 2.  
sur iceluy. Il est donc certain par le second pre-  
supposé que poursuiuant à conter, & parfaissant  
le rond, le nombre 12 tombera sur le mesme G.  
Par consequent la pratique de ce ieu demeure  
parfaitement demonstree.

ADVER

ADVERTISSEMENT.

On peut en deux sortes diuersifier la pratique de ce ieu.

Premierement faisant comme j'ay dit que quelques vns font au probleme precedent. Par exemple qu'on ait pensé 7. & touché B comme cy dessus. Au lieu de faire conter iusques à 12. comme la reigle donnée enseigne, ie feray conter iusques à 13. qui est 1. plus : mais alors sur la carte touchée B, ie ne feray pas mettre le nombre pensé 7. ains l'autre qui suit, à sçauoir 8. & infalliblement le nombre 13. tombera sur G. & il est certain que par ceste façon l'on couure mieux l'artifice.

Secondement pour trouuer le nombre iusques auquel ie veux faire conter. Ie puis au nombre de la carte touchée, adiouster le nombre de toutes les cartes non vne fois seulement, mais deux, trois, quatre ou plusieurs fois. Par exemple B. estant touché ie peux faire conter iusques à 12. ou iusques à 22. iusques à 32. 42. & cet. & ainsi iusques à quel autre nombre qui prouendra adioustant à 2. quelque multiple de 10. & la raison est la mesme que celle que j'ay apportée au second presupposé, car sur la mesme carte que tombera 12. sur la mesme, par faisant le rond tomberont aussi 22. 32. 42. & cet.

Le mesme s'entend si l'on veut practiquer le ieu en la façon cy deuant declarée. Par exemple le mesme B estant touché, si l'on fait conter iusques à 13. au lieu de 12. on peut aussi faire conter iusques à 23. 33. 43. & cet. & ainsi des autres vnitez.

Prends garde que si tu fais ce ieu avec dix cartes, il  
aura

160 Problemes plaisans & delectables,  
aura plus de grace, & l'artifice se cachera mieux si tu  
rennerves les cartes, tellement qu'on ne voye pas comme  
elles sont disposees : mais il est necessaire que tu remar-  
ques la disposition d'icelles, à fin de sçavoir le nombre  
de la carte touchee, pour trouver celuy iusques auquel  
il faut faire conter.



PRO



# PROBLEME

## XXI.

*Disposer en trois rangs les neuf premieres cartes, despuis l'As, iusques au 9. tellement que les points de chasque rang assemblez fassent tousiours la mesme somme, tant en long, qu'en large, & en diametre.*

	G	K	M	
A	4	9	2	B
C	3	5	7	D
E	8	1	6	F
	H	L	O	



E ne scau-  
rois mieux  
te declarer  
le sens de la  
proposition  
de ce pro-  
bleme ny

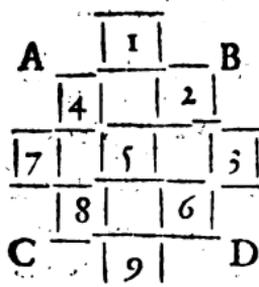
mieux t'enseigner le moyen de le parfaire, qu'en t'exposant la figure que i'ay mise à costé ; ou tu vois que les neuf premiers nombres sont disposez en trois rangs, tellement que chascun des rangs A B. C D. E F. fait la somme de 15. & derechef chascun des trois rangs G H. K L. M N. fait semblablement 15. & les nombres qui sont disposez en diametre, à scauoir

L

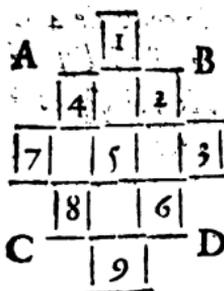
162. *Problemes plaisans & delectables,*  
 d'un costé 4. 5. 6. & de l'autre 2. 5. 8. font en-  
 core 15. Quant à la reigle generale pour dispo-  
 ser ainsi tous les nombres despuis l'unité ius-  
 ques à vn nombre quarré, quel qu'il soit; i'en  
 passeray en l'aduertissement.

## ADVERTISSEMENT.

J'ay veu en plusieurs auteurs, disposez en ceste  
 sorte tous les nombres despuis l'unité iusques aux sept  
 nombres quarez consecutifs commençant à 9. à sca-  
 uoir 9. 16. 25. 36. 49. 64. 81. Mais la reigle pour  
 les disposer ainsi, ie ne l'ay treuue en aucun auteur.  
 Or apres auoir beaucoup speculé là dessus, i'ay en fin  
 treuue vne reigle tres-belle & tres-facile pour tous les  
 quarez impairs: mais pour les pairs, ie n'ay peu ren-  
 contrer aucune iusques a present qui soit parfaite, &  
 qui me contente. Quant à la reigle des quarez im-  
 pairs elle est telle. Fais vn quarré parfait *A B C D.* &  
 diuise chascun costé en autant de parties esgales, qu'il

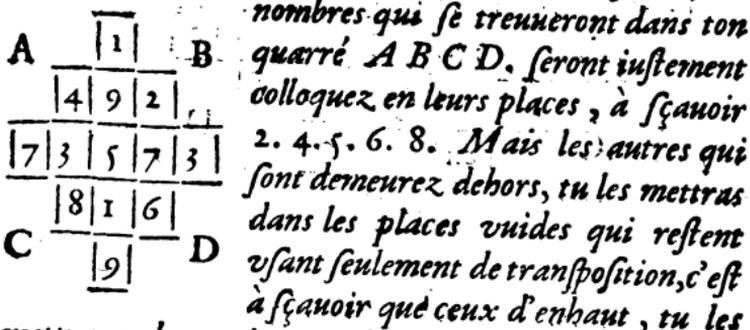


ya d'unités au costé du quarré que  
 tu veux disposer; Puis tire des li-  
 gnes paralleles aux costez tant en  
 long qu'en large des points de tes  
 diuisions; & tout le quarré se treu-  
 uera diuisé en autant de petits  
 quarez, que tu as de nombres à  
 disposer comme si tu veux disposer  
 neuf nombres tout le quarré *A B C D*, sera diuisé  
 en 9 petits quarez, comme tu vois en la figure. Apres  
 allonge sur tous les costez, les lignes tirees des points  
 de tes diuisions, & fais derechef des petits quarez  
 semblables aux premiers, qui aillent tousiours décrois-  
 sant du nombre de deux, iusques à ce qu'ils se termi-  
 nent



nent en un seul petit quarré, lors range tes nombres suivant l'ordre naturel des nombres & mets 1 au petit quarré d'enhaut, & le 2. & le 3. aux petits qui sont à l'entour du mesme diametre que le premier, c'est à dire que 1. 2. 3. se doivent disposer dans les trois petits quarez

qui vont en biaisant, & semblablement dans trois autres tu mettras 4. 5. 6. & dans trois autres 7. 8. 9. comme tu vois en la premiere figure. Cela fait, les

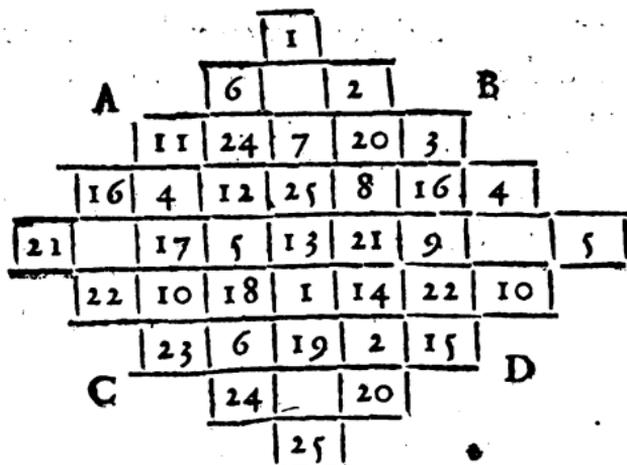
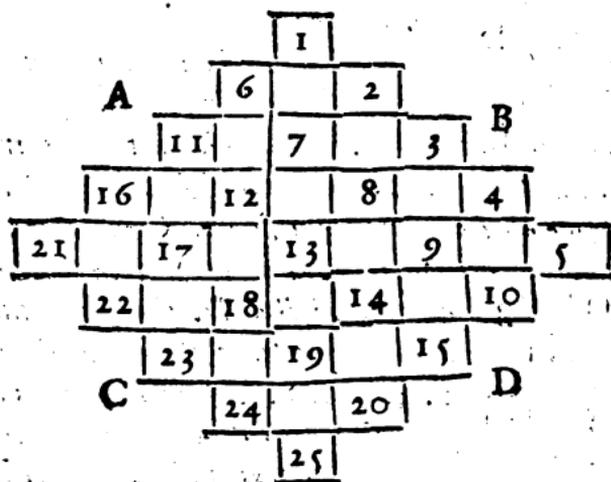


nombre qui se treuveront dans ton quarré A B C D. seront iustement colloquez en leurs places, à sçavoir 2. 4. 5. 6. 8. Mais les autres qui sont demeurez dehors, tu les mettras dans les places vuides qui restent usant seulement de transposition, c'est à sçavoir que ceux d'enhaut, tu les

mettras en bas, & ceux d'embas tu les porteras en haut; Ceux du costé gauche, passeront au costé droit, & ceux du costé droit, iront au costé gauche, comme tu vois en la seconde figure. Ainsi tous tes nombres seront disposez en la façon que requiert ce probleme. Mais remarque que la reigle generale de la transposition est qu'il faut porter le nombre qui se treuve hors de ton quarré, dans le mesme rang ou il se treuve, autant de places plus auant, qu'il y a d'unités au costé de ton quarré: Comme en nostre exemple, il le faut porter trois places plus auant, à cause que 3 est le costé de 9. & si nous auions pris au lieu de 9, les quarez 25. ou 49. on porteroit les nombres qui se treueroient

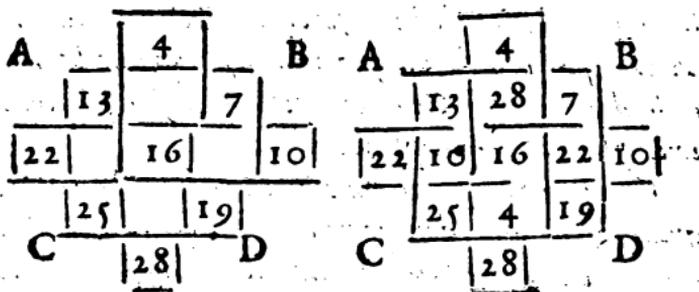
# 164 Problemes plaisans & delectables,

bors des quarrez 5 places ou 7 places plus auant, à cause que 5. est le costé de 25. & 7 est le costé de 49. Pour mieux te faire entendre ceste reigle, i'ay disposé icy en mesme sorte tous les nombres depuis 1. iusques à 25. comme tu vois es deux figures suivantes.



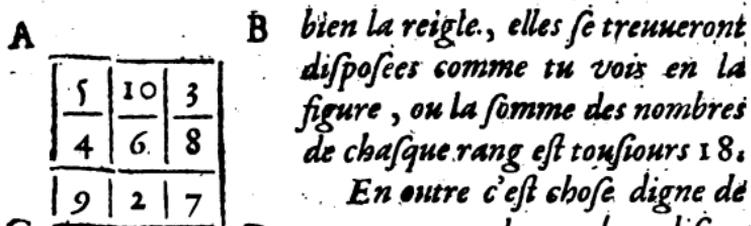
Ainsi les 25 nombres sont disposez comme il faut dans le quarre' A B C D. car la somme de chasque rang est tousiours 65. La mesme reigle sert en tous autres

autres nombres, pourveu qu'ils soient pris en continue progression Arithmetique, encor qu'ils ne commenceront point par 1. & que la difference de la progression ne sera point 1. Comme si tu veux ainsi disposer les 9 nombres suivans 4. 7. 10. 13. 16. 19. 22. 25.



28. pource qu'ils sont en progression arithmetique, tu le pourras faire par la reigle donnee, & comme tu vois que j'ay fait aux deux figures apposees, car au quarré de la seconde A B C D. lesdits 9. nombres sont tellement disposez que la somme de chasque rang est toujours 48.

On peut tirer de cery vne autre façon de faire ce jeu avec neuf cartes, laissant l'as, & prenant les autres 9 depuis le 2. jusques au 10. & si tu observes



bien la reigle., elles se treuveront disposees comme tu vois en la figure, ou la somme des nombres de chasque rang est toujours 18.

En outre c'est chose digne de remarque que les nombres disposez en diametre ne font pas seulement la mesme somme, que font ceux de chascun des autres rangs. Mais encore ils se treuvent toujours disposez en progression arithmetique. Et de ceux des

166. Problemes plaisans & delectables,

A 

5	10	3
4	6	8
9	2	7

 • B diametre AD, la difference de la progression est la mesme, que celle de la progression de tous les nombres; de ceux du diametre BC, la difference de la progression, est le produit de

la multiplication de la difference de ceux du diametre AD, par le costé du quarré, qui exprime la multitude des nombres. Ce que tu peux verifier par tous les exemples que i'ay rapportez.

Voila tout ce que ie puis dire touchant la reigle des quarez impairs, dont ie ne donne point la demonstration, à cause que pour ce faire, il me faudroit icy rapporter un liure tout entier de mes elemens Arithmetiques auquel ie demonstre les proprietes de la progression Arithmetique.

Quant à la reigle des quarez pairs, i'ay desia dit que ie n'en ay point encor treuvé une parfaicte. C'est pourquoy ie ne m'amuseray pas à mettre, par escrit, plusieurs particulieres observations que i'ay faictes sur ce subiet, avec lesquelles neantmoins, i'ay disposé tous les nombres despuis l'unité, iusques aux quarez 100 & 144. ce que personne n'auoit encore faict deuant moy. Mais i'aduertiray bien le lecteur, que pour ces quarez pairs, il faut necessairement donner deux reigles differentes, à cause que ceux dont le costé est pair ne se disposent pas du tout de la mesme façon, que ceux dont le costé est pairement impair. Et pour le faire voir clairement, comme aussi pour donner quelque lumiere à ceux qui apres moy voudront prendre la peine de chercher ces reigles, i'ay mis icy les figures des cinq premiers quarez pairs, à sçauoir de 16. 36. 64. 100. 144 disposez comme il faut; & dessous chascque figure i'ay costé le nombre quarré.

qui se font par les nombres. 167  
 quarre, dessus i ay mis la somme que font les nombres  
 de chasque rang.

		16					
A		4	14	15	1		B
		9	7	6	12		
		5	11	10	8		
C		16	2	3	13		D
		34					

		36							
A		6	32	3	34	35	1		B
		7	11	27	28	8	30		
		19	14	16	15	23	24		
		18	20	22	21	17	13		
		23	29	10	9	26	12		
C		36	5	33	4	2	31		D
		111							

		64											
A		8	58	59	5	4	62	63	1		B		
		49	15	14	52	53	11	10	56				
		41	23	22	44	45	19	18	48				
		32	34	35	29	28	38	39	25				
		40	26	27	37	36	30	31	33				
		17	47	46	20	21	43	42	24				
		9	55	54	12	13	51	50	16				
C		64	2	3	61	60	6	7	57		D		
		260											

L 4

168 *Problemes plaisans & delectables,*

100

A	10	92	93	7	5	96	4	98	99	1	B
	11	19	18	84	85	86	87	13	12	90	
	71	29	28	77	76	75	24	23	22	80	
	70	62	63	37	36	35	34	68	69	31	
	41	52	53	44	46	45	47	58	59	60	
	51	42	43	54	56	55	57	48	49	50	
	40	32	33	67	65	66	64	38	39	61	
	30	79	78	27	26	25	74	73	72	21	
	81	89	88	14	15	16	17	83	82	20	
	100	9	8	94	95	6	97	3	2	91	

C 505. D

144.

A	12	134	135	9	8	138	139	5	4	142	143	1	B
	121	23	22	124	125	19	18	128	129	15	14	132	
	109	35	34	112	113	31	30	116	117	27	26	120	
	48	98	99	45	44	102	103	41	40	106	107	37	
	60	86	87	57	56	90	91	53	52	94	95	49	
	73	71	70	76	77	67	66	80	81	63	62	84	
	61	83	82	64	65	79	78	68	69	75	74	72	
	96	50	51	93	92	54	55	89	88	58	59	85	
	106	38	39	105	104	42	43	101	100	46	47	97	
	25	119	118	28	29	115	114	32	33	111	110	36	
	13	131	130	16	17	127	126	30	21	123	122	24	
C	144	2	3	141	140	6	7	137	136	10	11	133	D

870.

An

Au reste toutes les proprietes des nombres des quarez impairs que nous auons declarees cy dessus conuiennent aussi à ceux cy des quarez pairs. Car premiere-ment on peut disposer en mesme sorte toute multitude de nombres qui soit un quarré pair, pourueu que lesdits nombres soyent en progression Arithmetique, & cela se fera imitant la figure du quarré pair qui exprime la multitude des nombres; & mettant le plus petit de ces nombres en la place de 1. l'autre apres en la place de 2. le troisieme au lieu du 3. & ainsi consecutiue-ment. Par exemple si tu veux ainsi disposer les seize

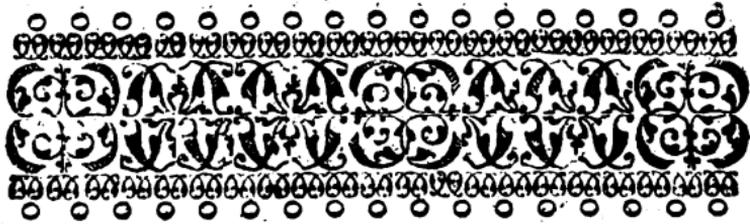
A

14	44	47	5
29	23	20	38
17	35	32	26
50	8	11	41

B nombres suiuanz 5. 8. 11. 14. 17. 20. 23. 26. 29. 32. 35. 38. 41. 44. 47. 50. tu imiteras la figure du quarré 16. comme i'ay dit, & les rangeras ainsi que tu les vois en la fi-

C D ainsi que tu les vois en la figure, ou la somme des nombres de chasque rang, est toujours 110.

En outre les nombres disposez en diametre, obseruent aussi la progression Arithmetique; mais la difference de de la progression de ceux du diametre A D est le produit de la multiplication de la difference de la progres- sion de tous les nombres; par un nombre moindre de l'unité que le costé du quarré; & la difference de la pro- gression de ceux du diametre B C est le produit de la multiplication, de la difference de la progression de tous les nombres, par un nombre surpassant de l'unité le costé du quarré.



# PROBLÈME

## XXII.

*Si deux ont proposé entre eux, de dire chascun l'un apres l'autre alternatiuement vn nombre à plaisir, qui toutes-fois ne surpasse point vn certain nombre prefix, pour voir adioustant ensemble les nombres qu'ils diront, qui arriuera plustost à quelque nombre prescrit; faire si bien qu'on arriue tousiours le premier au nombre destiné.*

**S** OIT 100. le nombre destiné, & que le nombre prefix, qu'on ne peut passer soit 10. si bien qu'il soit permis de dire 10. ou tout nombre moindre. Par exemple le premier die 7. le second 10. qui font 17. puis le premier prene 5. qui font 22. & le second prene 8. qui font 30. & ainsi tousiours l'un apres l'autre alternatiuement prene vn nombre à plaisir, ne surpas

surpassant point 10. & qu'on adiouste tousiours les nombres qu'ils diront, iusques à ce qu'on paruienne à 100. & que celuy qui dira le nombre accomplissant 100. soit reputé pour vainqueur. Or pour vaincre infalliblement, adiouste 1. au nombre qu'on ne peut passer, qui est icy 10. tu auras 11. & oste continuellement 11. du nombre destiné 100. tu auras ces nombres. 89. 78. 67. 56. 45. 34. 23. 12. 1. Partant si tu commences à dire 1. quel nombre que ton aduersaire die, il ne te pourra empescher de paruenir à 12. & de là à 23. & de là, à 34. & de là, à 45. & de là, à 56. & de là, à 67. & de là, à 78. & de là, à 89. & finalement de là, à 100. Dont il appert que si les deux qui iouent à ce jeu scauent tous deux la finesse infalliblement celuy qui commence emporte la victoire. Toutesfois ce n'est pas reigle generale, car si l'on changeoit le nombre destiné à scauoir 100. ou le nombre qu'on ne peut passer à scauoir 10. la chose pourroit aller autrement, comme ie declareray cy apres.

## DEMONSTRATION.

**L**A demonstration de cecy est assez euidente, si l'on considere attentiuement la facon que i'ay donnee pour former la regle generale. Car en l'exemple proposé ( qui nous seruira pour tout autre) quand tu prens 11. surpassant d'un le nombre 10. que l'ó ne peut surpasser, & que tu l'ostes de 100. dont il reste 89. il appert que si tu dis 89. quoy que die ton aduersaire, il ne te peut empescher de paruenir à 100. Car premierement quád  
il

172 *Problemes plaisans & delectables,*  
il diroit le plus grand nombre qu'il puisse dire à  
scauoir 10. il ne peut paruenir à 100. d'autant  
qu'entre 89, & 100. l'interualle est 11. mais il ne  
paruiendta qu'à 99. & partant il ne te restera  
qu'vn pour accomplir 100.

Secondement quand il diroit le moindre nom-  
bre qu'il puisse dire, à scauoir 1. tu ne lairras  
pourtant de gagner, car il ne te restera que 10.  
pour paruenir à 100. d'autant que la difference  
de 89. à 100. estant 11. s'il adioust 1. à 89. il ne  
te faudra adiouster que 10. pour parfaire 100.

Finalemnt quel autre nombre qu'il die entre  
1. & 10. il est trop euident qu'a plus forte raisõ tu  
pourras accomplir 100. Pour la mesme cause si  
de 89. tu ostes 11. dont il reste 78. il appert qu'a-  
yant pris 78. ton aduersaire ne te peut empes-  
cher de venir à 89. & pour la mesme raison ayãt  
dit 67. on ne te peut empescher de dire 78. &  
ainsi de tous les autres nombres assignez qui re-  
stent ostant continuellement 11. Doncques la  
regle est infallible & parfaictement demonstree.

## ADVERTISSEMENT.

*On peut apporter de la diuersité en la pratique de  
ce ieu.*

*Premierement à cause que le nombre destiné pour y  
paruenir, peut estre quel nombre que l'on voudra choi-  
sir, par exemple au lieu de 100. on se pourroit proposer  
120. & alors les nombres qu'il faudroit remarquer se-  
royent. 109. 98. 87. 76. 65. 54. 43. 32. 21. 10. Ou il ap-  
pert aussi que celuy qui commenceroit gagneroit infal-  
liblement.*

*Secondement pource que le nombre prefix que l'on na  
peut*

peut passer, se peut aussi changer à plaisir. Par exemple voulant toujours parvenir à 100. on pourroit pour le nombre prefix choisir 8. & alors les nombres qu'il faudroit remarquer seroyent 91. 82. 73. 64. 55. 46. 37. 28. 19. 10. 1. & celui qui commenceroit gagneroit aussi. Mais si l'on prenoit 9. pour le nombre prefix, les nombres à remarquer seroyent 90. 80. 70. 60. 50. 40. 30. 20. 10. Partant il appert que celui qui commenceroit pourroit perdre, si l'autre entendoit le secret du ieu, d'autant que le premier ne pouuant passer 9. ne pourroit parvenir à 10. & ne pouuant dire moins que 1. il ne pourroit empêcher que l'autre ne parvint à 10. & partant il ne pourroit empêcher qu'il ne parvint à tous les autres nombres consecutiuellement & finalement à 100.

Mais il est certain que tous ces ieux ne se font pas ordinairement avec ceux qui les sçauent desia, ains avec ceux qui les ignorent. Partant si ton aduersaire ne sçait pas la finesse du ieu, tu ne dois pas prendre toujours tous les nombres remarquables & necessaires, pour gagner infalliblement, car faisant ainsi tu descouriras trop l'artifice, & s'il est homme de bon esprit il remarquera tout incontinent ces nombres là, voyant que tu choisiss toujours les mesmes, mais au commencement tu peux dire à la volée des autres nombres, iusques à ce que tu approches du nombre destiné, car alors tu pourras subitement accrocher quelqu'un des nombres necessaires de peur d'estre surpris.



# PROBLEME

## XXIII.

*Estant proposé quelque nombre d'unitéz distinguées entre elles, les disposer & ranger par ordre en telle sorte, que reiettant tousiours la neufiesme, ou la dixiesme, ou la tantiesme que l'on voudra, iusques à vn certain nombre, les restantes soyent celles que l'on voudra.*

**N** à accoustumé de proposer ce Probleme en ceste sorte. Quinze Chrestiens & quinze Turcs se treuvent sur mer dans vn mesme nauire, & s'estant esleuee vne terrible tourmente, le pilote dit qu'il est necessaire de ietter dans la mer la moitié des personnes qui sont en la nef, pour sauuer le reste. Or cela ne se peut faire que par sort; Partant on est d'accord que se rangeans tous par ordre, & contant de neuf, en neuf, on jette chasque neuuiesme dans la mer iusques à ce que de 30. qu'ils sont, il n'en demeure que 15. On demande comment il les faudroit disposer pour faire que le sort combat sur les 15. Turcs sans perdre aucun des Chrestiens. Pour faire  
cc cy

cecy promptement, remarque ces deux vers;

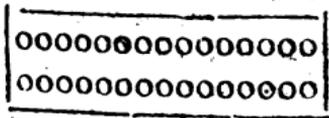
*Mort tu ne falliras pas*

*En me liurant le trespas.*

Et pren garde seulement aux voyelles a e i o u, T'imaginant que la premiere a, vaut vn, la seconde e, vaut 2. la troisieme i, vaut 3. la quatriesme o, vaut quatre, & la cinquiesme u, vaut 5, & d'autant qu'il faut commencer par les Chrestiens, en la premiere syllabe (Mort) la voyelle o te monstre qu'il faut en premier lieu mettre 4. Chrestiens: en la seconde syllabe (Tu) la voyelle u te monstre qu'il faut apres ranger 5. Turcs. Ainsi (ne) signifie 2. Chrestiens; (fal) vn Turc; (li) 3. Chrestiens; (ras) vn Turc (pas) vn Chrestien; (en) 2 Turcs; (me) 2 Chrestiens; (li) 3. Turcs: (vrant) vn Chrestien; (le) 2 Turcs; (tres) 2. Chrestiens; (pas) vn Turc. La regle generale pour faire le mesme en tout nombre despend de ce que ie diray en la demonstration.

DEMONSTRATION,

**V**Oulant faire ce ieu en quel nombre que ce soit, par exemple en 30. imagine toy 30. vnittez toutes semblables comme celles que tu vois



icy descrites, & commençant à conter par la premiere, marque la neuf-

uiesme la tatiemesme que l'ó voudra avec quelque signe comme mettant dessus quelque marque, puis conte despuis celle que tu as marquee, de la mesme facon, & marque aussi la neuuiesme, & continué à faire le mesme recommençant quád tu seras au bout, & sautât toutes celles que tu

## 176 Problemes plaisans & delectables,

tu auras des-ja marquees, iusques à ce que tu en ayes marqué le nombre requis, comme en l'exemple proposé, iusques à ce que tu en ayes marqué quinze; car alors toutes les vnitez marquees seront celles qu'il faudra rejeter, & les autres, celles qui demeureront. La raison en est bien euidente. Partant si tu remarques la disposition desdictes vnitez, à scauoir comment les marquees sont disposees parmy les non marquees, tu feras aysément vne regle pour quel nombre que ce soit.

### ADVERTISSEMENT.

*Il est aisé à voir que ce ieu se peut practiquer fort diuersement. Car premierement, le nombre des vnitez peut estre tel que l'on veut, par exemple au lieu de 30. on en pouuoit mettre 40. 50. 60. ou plus, ou moins. Secondement au lieu de rejeter tousiours la neuuesiesme, on peut rejeter la sixiesme, la dixiesme, ou la tantiesme que l'on voudra.*

*Finalemēt au lieu d'en rejeter autant qu'il en demeure on peut n'en rejeter que tant peu que l'on voudra, tellement qu'il en demeure d'auantage, ou bien en rejeter si grand nombre qu'il en demeure beaucoup moins, comme en l'exemple donné, supposant qu'il y eut en dans la nef 6. Turcs seulement, & 24. Chrestiens, & que pour descharger le vaisseau, il n'en eut fallu ietter en mer que la cinquiesme partie des personnes à scauoir 6. on les eut peu disposer de sorte, que le sort fut tombé seulement sur les 6. Turcs. De mesme s'il y auoit 20. Turcs, & 10. Chrestiens, & qu'il en fallust oster les 7. On les pourroit disposer en telle façon que les 20.*

*Turcs*

qui se font par les nombres. 177

Turcs s'en iroyent, & les 10. Chrestiens demeureroient.

Or comme j'ay touché en la préface de ceste œuvre, c'est par ceste inuention que Iosephe se sauua tres-subtilement dans Iotapata ainsi qu'on recueille euidentement des paroles d'Egesippus touchant ce fait au 3. Livre de la guerre de Hierusalem. Et bien qu'il ne particularize pas assez ceste action, toutesfois par ce qu'il dit nous nous pouuons imaginer comme le tout se passa. Car ainsi qu'il raconte, il y eut 40. Soldats qui se sauuerent avec Iosephe dans le lac, si bien qu'à conter ledit Iosephe ils estoient en tout 41. Partant supposons qu'il ordonna que contant de trois en trois, on tueroit tousiours le troisieme: il est certain que procedât de la sorte, tu trouueras en fin par la regle donnée en la demonstration, qu'il faut que Iosephe se mit le trente-unesme apres celuy, par lequel on commençoit à couter, au cas qu'il visast à demeurer en vie luy tout seul. Mais s'il voulut sauuer vn de ses compagnons, il le mit en sa sezieme place, & s'il en voulut sauuer encor vn autre, il le mit en la trente-cinquiesme place.



# PROBLEME

## XXIV.

*Plusieurs nombres inégaux estant proposez, diuiser chascun d'iceux en deux parties, & treuuer deux nombres desquels l'un multipliant vne desdictes parties, & l'autre multipliant l'autre; la somme des deux produits se treuue par tout la mesme.*

**LE** Probleme coustumierement se propose en ceste sorte. Trois femmes vendent des pommes au marché; la premiere en véd 20. la seconde 30. la troisiésme 40. Et elles vendent toutes trois à vn mesme prix, & rapportent chascune la mesme somme d'argent, on demande comme cela se peut faire.

Il est certain que prenant cecy cruément comme il est proposé, & s'imaginant qu'elles ayent vendu toutes leurs pommes à vn seul prix, & à vne seule fois, la chose est impossible, car en ceste façon il ne peut estre que celle qui à plus grand quantité de pommes, ne rapporte d'auantage d'argent. Mais il se doit entendre, quelles vendent

dent à diuerses fois, & à diuers prix, bien qu'à chaque fois elles vendent chascune à vn mesme prix. Par exemple mettons que la premiere fois elles vendent 1. denier la pomme, & qu'à ce prix la premiere femme vende 2. pommes la seconde 17. la troisieme 32. Alors la premiere fême aura 2. deniers, la seconde 17. & la troisieme 32. Puis supposons qu'à la seconde fois elles vendēt le reste de leurs pommes 3. deniers la pomme, alors la premiere pour 18. pōmes qui luy restent, aura 54. deniers. La seconde pour 13. pommes qui luy restent, aura 39. deniers. La troisieme pour 8. pommes qui luy restent, aura 24. Or qu'on assemble tout l'argēt de la premiere, à sçauoir 2. & 54. & tout celuy de la secōde, à sçauoir 17. & 39. & finalement celuy de la troisieme, à sçauoir 32. & 24. on treuuera que chascune rapporte 56. deniers. Partant il appert qu'en sēblables questiōs, le tout gist à diuiser les trois nombres proposez en deux parties, & treuuer deux nombres dont l'vn multipliant vne desdictes parties, & l'autre l'autre, la somme des deux produiēts soit la mesme par tout. Pour faire cecy i'ay inuenté la regle suiuiante generale & infallible personne par cy-deuant ne s'en estant aduisé que ie sçache.

Pren les differences du moindre nombre des proposez avec les plus grands, comme en l'exemple donné pren la difference de 20. à 30. & celle aussi de 20. à 40. tu auras 10. & 20. Cela fait, regarde quels nōbres ces differences ont pour cōmune mesure, comme 2. 5. 10. & choisīs pour tes multiplicateurs quelques deux nōbres, dōt l'interualle soit 2. où 5. où 10. Cōme 1. & 3. où 1. & 6. ou 1. & 7. où 1. & 11. Par exemple choisīs 1. & 3. Alors

180 *Problemes plaisans & delectables,*  
 par l'interualle d'iceux qui est 2. diuise la differē-  
 ce de 20. à 40. à sçauoir 20.) & par le quotient 10.  
 multiplie à part les deux nombres 1. & 3. tu au-  
 ras 10. & 30. Partant diuise le moindre des nom-  
 bres proposez à sçauoir 20. en deux telles parties  
 que tu voudras, pourueu que la plus grande sur-  
 passe 10. le moindre des deux 10. & 30. Par exē-  
 ple diuise 20. en 3. & 17. & adiouste 30. à la  
 moindre, oste 10. de la plus grande, tu auras 33.  
 & 7. les deux parties cherchees de 40. semblable-  
 ment pour trouuer les deux parties de 30. tu pro-  
 cederas ainsi. Diuise la difference de 20. à 30. (à  
 sçauoir 10.) par l'interualle qui est entre 1. & 3. (à  
 sçauoir par 2.) le quotient sera 5. qui multiplié  
 par 1. & 3. donnera 3. & 15. Partant puis que 20.  
 est des-jà diuise en 3. & 17. adiouste comme au-  
 parauant 15. au moindre & soustray 5. du plus  
 grand, tu auras 18. & 12. les deux parties de 30.  
 que tu cherches. Doncques tu as diuise les trois  
 nombres proposez comme il faut, à sçauoir le  
 premier en 3. & 17. le second en 18. & 12. le  
 troisieme en 33. & 7. & multipliant l'vne de ces  
 parties par 1. l'autre par 3. la somme des deux  
 produits est par tout 54.

Que si au lieu de 1. & 3. tu choisis pour mul-  
 tipliateurs 2. & 7. par leur interualle 5. diuise la  
 plus grande difference 20. viendra 4. qui multi-  
 plié par 2. & 7. donnera 8. & 28. Partant diuise  
 20. le moindre des nombres proposez en deux  
 telles parties, que la plus grande surpasse 8. par  
 exemple diuise 20. en 8. & 12. & à la moindre  
 adiouste 28. de la plus grande oste 8. tu auras 36.  
 & 4. les deux parties de 40. semblablement par  
 l'interualle 5. diuise la moindre difference 10.  
 viendra

viendra 2. qui multiplié par 4. & 7. donnera 4. & 14. Partant les deux partis de 20. estant 8. & 12. adiouste 14. à la moindre & oste 4. de la plus grande, tu auras 22. & 8. les deux parties de 30. Doncques les trois nombres sont diuisez comme il faut, le premier en 8. & 12. Le second en 22. & 8. Le troisiésme en 36. & 4. & multipliant l'une des parties par 2. l'autre par 7. la somme des deux produits est par tout 100.

Que si tu prens pour multiplicateurs 1. & 11. dont l'interualle est 10. diuise la plus grande difference 20. par l'interualle 10. le quotient sera 2. qui multipliant 1. & 11. donnera 2. & 22. partant diuise le moindre des nombres proposez en deux parties, dont la plus grande surpasse 2. comme en 6. & 14. & à la moindre adiouste 22. oste 2. de la plus grande, tu auras 28. & 12. pour les parties de 40. Et par le mesme interualle 10. diuisant la moindre difference 10. vient 1. qui multiplié par 1. & 11. donne 1. & 11. Partant les parties de 20. estant 6. & 14. adiouste 11. à la moindre, oste 11. de la plus grande, tu auras 17. & 13. pour parties de 30. Donc le premier est diuisé en 6. & 14. Le second en 17. & 13. Le troisiésme en 28. & 12. Et multipliant l'une de ces parties par 1. l'autre par 11. la somme des deux produits est par tout 160.

... M 3 ...

## DEMONSTRATION.

A 20.	B 30	P 2.	Q 108.
C 10.		H 2.	K 18.
D 5.		L 12.	M 2.
E 6.	F 1.	N 14.	O 16.
G 2.		R 14.	T 96.

Soient propo-  
 Sicz les deux  
 nombres A B.  
 pour les diuifer en  
 la façon requise.  
 Leur differéce soit  
 C. qui soit mesu-  
 ree par le nombre D. & prens deux nombres E.  
 F. dont l'interualle soit D. & diuisant C. par D.  
 soit le quotient G. qui multipliant les deux E. F.  
 produise les deux L.M. & diuisant A. le moindre  
 des deux nombres proposez en deux parties H  
 k. telles qu'on voudra, pourueu que de la plus  
 grande  $\pi$ . on puisse soustraire M. le moindre des  
 deux L. M. & adioustant ensemble H. L. soit la  
 somme N. puis ostant M. de K. soit le reste O. ie  
 dis que N. O. sôt les parties de B. qui multipliees  
 l'une par E. l'autre par F. produisent deux nom-  
 bres, dont la somme est esgale à la somme des  
 deux qui se produisent, multipliant H. K. les par-  
 ties de A. ( par la construction ) par les mesmes  
 nombres E. F. Car premierement que N. O. joints  
 ensemble soient esgaux à B. le le preuue.

Puis que D. est l'interualle des nombre E. F. il  
 est certain que D. F. ensemble sont esgaux au  
 nombre E. Partant par la 1. du 2. le nombre qui se  
 fait multipliant E. par G. à sçauoir L. est esgal aux  
 deux qui se produisent, multipliant par le mesme  
 G. les deux D. F. à sçauoir aux deux C. M. Partant  
 C. est l'interualle des deux L. M. Doncques si aux  
 deux H. k. nous adioutons L, & que nous en  
 ostions M. c'est autant que si aux deux H, k, nous  
 adiousons

adioutions seulement le nombre C. Or de ceste addition & de ceste soustraction prouiennent les deux N. O, doncques N. O. sont esgaux aux nombres H k, avec le nombre C. Partant puisque H. k. sont esgaux à A, & que A C, sont esgaux à B, Il est euident que N O. sont esgaux à B. Ce qu'il falloit preuuer.

Secondemēt qu'on multiplie H par F, & soit le produit P. qu'on multiplie k. par E, & soit le produit Q. D'autre costé qu'on multiplie aussi N. par F, & soit le produit R. qu'on multiplie O par E. & soit le produit T. Je dis que les deux produits P. Q. joints ensemble. sont esgaux aux deux R. T. Car puisque H L. ensemble sont esgaux à N, Le nōbre qui se fait multipliāt N par F (à scauoir R) est esgal aux deux qui se font multipliant par le mesme F, les deux H L; Or multipliant H par F. le produit est P, Doncques R. est esgal à P, & au produit de la multiplication de L. par F. Semblablement puisque k. est esgal aux deux M O. Le nombre Q. qui se faiēt multipliant k. par E, est esgal aux deux qui se font multipliant par le mesme E, les deux M O, or multipliant O par E, le produit est, T, dōcques Q. est esgal à T, & au produit de la multiplication de M. par E. Partant R. Surpasse P. du produit de L par F. & Q. surpasse T, du produit de M par E. Or ces deux produits sont esgaux (car puis que le mesme G multipliāt E F, produit L M, il y a telle proportion de E à F, que de L. à M, par consequent il se produit le mesme nombre multipliant E par M, & multipliant F par L, par la 19. du 7. Doncques R surpasse P. du mesme nombre, dont Q. surpasse T. partant il est euident que E. P. ensemble, font la

184 *Problemes plaisans & delectables,*  
meisme somme que R. T. Ce qu'il falloit demon-  
strer.

La meisme raison, & la meisme facon de faire à  
lieu si les nombres proposez sont plus de deux:  
car selon la reigle on compare tousiours chascun  
des plus grands avec le moindre. Partant la de-  
monstration est generale.

### ADVERTISSEMENT.

*Il faut icy remarquer deux choses, pour ne tomber  
pas en quelque inconvienient.*

*La premiere est, que comme la question se propose or-  
dinairement, il faut euster les fractions, & donner la so-  
lution en nombres entiers, qui est la cause qu'il est presque  
necessaire que les differences des nombres proposez ayent  
quelque commune mesure, car autrement diuisant, com-  
me enseigne la regle, quelqu'une des differences par un  
nombre qui ne la mesureroit pas, la quotiet ne seroit pas  
entier, & partant le plus soymment en tout le reste de l'o-  
peration les fractions se trouueroient entremeslees. J'ay  
dit que cela estoit presque necessaire, car quelquesfois il  
peut arriuer que bien que les susdites differēces n'ayent  
point de cōmune mesure que l'unitē, toutesfois la solu-  
tion se peut donner en nombres entiers, pourueu que le  
moindre des nombres proposez surpasse au moins de 2. la  
plus grande difference, Par exemple soyent les trois nom-  
bres proposez 20. 25. 32, bien que les differēces 5. & 12;  
n'ayent point de commune mesure que l'unitē, neant-  
moins pource que 20 surpasse de beaucoup 12. on pourra  
fort bien soudre la questio, prenāt pour multiplicateurs  
deux nombres, dont l'intervalle soit 1. cōme 1. & 2. Que  
si tu procedes selon la regle, & que tu fasses 4. & 16. les  
deux parties de 20. tu trouueras 14. & 11. pour les  
parties*

qui se font par les nombres. 185

parties de 25. & 28. & 4. pour les parties de 32. & toujours l'une d'icelles multipliee par 1. l'autre par 2. la somme des deux produits sera 36.

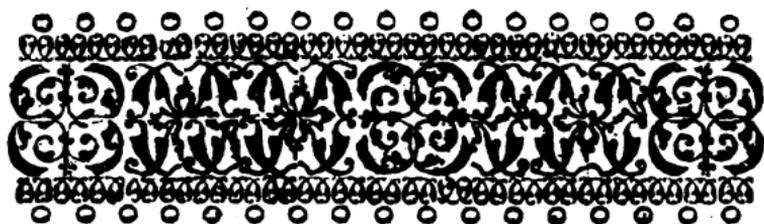
La seconde chose digne de remarque est qu'il faut avec grand esgard choisir des multiplicateurs dont l'interualle soit un nombre mesurant les differences. Car pour ne tomber point en incouvenient, il faut que lesdicts multiplicateurs soyent tels que par leur interualle diuisant la plus grande difference, & par le quotient multipliant le moindre desdits multiplicateurs, le produit se treuve au moins de 2. que le moindre des nombres proposez. Partant les nombres proposez estant 20. 30. 40. & les differences 10. & 20. encor que 2. soit leur commune mesure, si ne m'est-il pas permis de choisir pour multiplicateurs tous nombres dont l'interualle soit 2. car si ie pren 3. & 5. diuisant par l'interualle 2. la difference 20. le quotient est 10. qui multiplié par 3. fait 30. qui est plus grand que le moindre des nombres proposez ( à sçauoir que 20 ) partant la question est insoluble par ce moyen & la cause de cecy est assez euidente par la reigle donnée, & par la demonstration d'icelle. Car il faudroit diuiser 20. en deux telles parties, que de la plus grande on peut oster 30. ( ce qui est manifestement impossible. Dont aussi on peut comprendre la raison de ce que i'ay dit, qu'il est necessaire que le moindre des nombres proposez surpasse, pour le moins de 2. le produit de la multiplication du moindre multiplicateur, par le quotient de la diuision. Car il faut diuiser le moindre des nombres proposez en deux telles parties, que de la plus grande on puisse oster ledit produit. Or la plus grande partie a'vra nombre ( ne voulant point admettre les fractions ) c'est ce qui reste ostant 1. d'iceluy nombre. Par exemple la plus grande partie de 20. sans fraction, c'est 19.

186 *Problemes plaisans & delectables,*  
diuisant 20. en 1. & 19. Doncques puis que le produit de la multiplication susmentionné doit estre moindre que 19. il est force que pour le moins il soit moindre de 2. que 20.

Par tout ce qui a esté dict, on voit assez que ce probleme se peut practiquer en beaucoup de façons différentes, & peut receuoir beaucoup de solutions. Car premierement sans changer les nombres proposez on peut bien souuent choisir beaucoup de differens multiplicateurs obseruans les conditions requises. Secondement encore retenant les mesmes multiplicateurs, la question peut receuoir différentes solutions, selon qu'on diuisera le moindre des nombres proposez en différentes parties, ce qui se peut faire bien souuent en beaucoup de sortes, car il n'importe en quelle façon on les diuise, pourueu que la plus grande partie soit tousiours plus grande, que le produit de la multiplication susmentionné. Troisiement, ayant une fois choisi des multiplicateurs à propos, & diuisé les nombres proposez en parties propres à soudre la question, retenant les mesmes parties, tu peux changer de multiplicateurs, prenant deux autres nombres quelconques en mesme proportion, comme au lieu de 1 & 3 prenant 2 & 6. ou 3. & 9. &c.

Finalemēt ceste reigle ne s'estend pas seulement à trois nombres, mais elle se peut practiquer en toute multitude de nombres, pourueu qu'on obserue tousiours les conditions requises, car on pourroit proposer tels nombres, que la solution seroit impossible, comme qui proposeroit 20. 30. 41.

P R O



# PROBLEME

## XXV.

*De trois choses & de trois personnes proposées, deviner quelle chose aura esté prise par chasque personne.*



**I**MAGINE toy que des trois personnes l'une est premiere, l'autre seconde, l'autre est troisieme, & semblablement des trois choses fais-en vne premiere, l'autre seconde, l'autre troisieme. Puis prenant 24. gettons donne 1. getton à la premiere personne, deux à la seconde, trois à la troisieme, & laissant les 18. gettons restans sur la table, permets qu'à ton insceu chasque personne prenne celle des trois choses qu'elle voudra, cela fait ordonne que la personne qui a pris la premiere chose, prenne des gettons restans autant que tu luy en as donné, & que la personne qui a pris la seconde chose, prenne

188 *Problemes plaisans & delectables,*

prenne des gettons restans deux fois autant que tu luy en as donné ; & que la personne qui a pris la troisieme chose prenne des gestons restans, quatre fois autant que tu luy en as donné. Alors demande le reste des gestons, & pren garde qu'il n'en peut rester que 1. ou 2. ou 3. ou 5. ou 6. ou 7. iamais 4. Partant pour ces six facons differentes remarque ces six paroles.

*Par fer, Cesar, Iadis, deuint, si grand, Prince.*

Que s'il reste 1 geston tu te seruiras de la premiere, s'il en reste 2. tu te seruiras de la seconde, s'il reste 3. gettons, tu te seruiras de la troisieme, s'il reste 5. gettons tu prendras la quatrieme & ainsi consecutiuellement. Or pour t'en seruir tu dois remarquer, qu'en chaque parole il y a deux syllabes dont la premiere signifie la premiere personne & la seconde signifie la seconde personne ; semblablement pren garde aux voielles *a e i*. Car *a*. signifie la premiere chose, *e* la seconde, *i* la troisieme, Partant selon que tu trouueras vne de ces voielles en vne des syllabes, tu dois iuger qu'une telle chose est entre les mains d'une telle personne. Par exemple supposons qu'il reste 3. gettons & que partant il te faille seruir de la troisieme parole *Iadis*. Alors d'autant que la premiere voielle *a* est en la premiere syllabe, tu diras que la premiere personne a la premiere chose, & pource que la troisieme voyelle *i*, est en la seconde syllabe, tu diras que la seconde personne a la troisieme chose. Et sachant ce qu'ont la premiere & seconde personne, tu sçais bien ce qu'a la troisieme.

D.E

DEMONSTRATION.

**L** faut en premier lieu demonstrier que 3 personnes ne peuvent prendre 3 choses qu'en six façons différentes, & cecy se prouve ainsi. Premièrement deux personnes prenant deux choses ne peuvent changer qu'en deux façons, car ou la premiere personne à la premiere chose, & la seconde personne à la seconde chose, ou bien la premiere personne à la seconde chose, & la seconde personne à la premiere chose: Cela suppose quand il y a trois personnes & trois choses, quel changement qu'on se puisse imaginer; il faut necessairement que l'une des trois choses, par exemple la premiere, se treuve entre les mains de la premiere personne, ou de la seconde, ou de la troisieme. Or la premiere chose estant entre les mains de la premiere personne, les autres deux personnes ne peuvent changer qu'en deux façons, comme j'ay desja prouvé: semblablement la mesme chose estant entre les mains de la seconde personne, les autres deux personnes ne peuvent changer qu'en deux façons, & par mesme raison la mesme chose estant entre les mains de la troisieme personne, les autres deux ne peuvent changer qu'en deux façons. Doncques tous ces differens changemens ne peuvent estre que 2. fois 3. à sçavoir 6. Ce qu'il falloit prouver. Or que la regle que j'ay donnee pour signifier chascune de ces six façons, soit bonne & infallible, ie le prouve aisement. Car supposons.

Premierement que la premiere personne ait la premiere

190 *Problemes plaisans & delectables,*

premiere chose; la seconde personne la seconde chose; & la troisieme personne la troisieme chose. Alors selon la reigle, la premiere personne prendra 1. des 18. gettons restans (à sçauoir vne fois autant que tu luy en as donné) la seconde personne en prendra 4 (à sçauoir deux fois autant que tu luy en as donné) & la troisieme personne en prendra 12 (à sçauoir quatre fois autant que tu luy en as donné) (partant la somme de tous ces gettons estant 17. il appert qu'il ne restera qu'un getton. Donc en tel cas tu te seruiras fort à propos de la premiere parole *Par fer.* qui montre vne telle disposition.

Secondement que la premiere personne ait pris la seconde chose, la seconde personne ait pris la premiere chose, & la troisieme personne la troisieme chose. Alors la premiere personne prendra 2. gettons, la seconde personne en prendra aussi 2. & la troisieme en prendra 12. & la somme de tous ces gettons est 16. qui ostee de 18. reste 2. Partant en tel cas tu te peux bien seruir de la seconde parole *Cesar.*

Troisiemement que la premiere personne ait la premiere chose, la seconde personne ait la troisieme, & la troisieme ait la seconde. Alors la premiere personne prendra 1. getton, la seconde 8. la troisieme 6. qui tous ensemble font 15. qui osté de 18. reste 3. Partant en ce cas tu te seruiras fort bien de la troisieme parole *Iadis.*

Quatriemement que la premiere personne ait la seconde chose, la seconde personne ait la troisieme, & la troisieme personne ait la premiere.

qui se font par les nombres. 191

miere. Alors la premiere personne prendra 2. gettons, la seconde 8. la troisieme 3. qui tous ensemble font 13. qui osté de 18. reste 5. Partant en tel cas tu te peux servir de la quatriesme parole *Devint*.

Cinquiesmement que la premiere personne ait la troisieme chose, la seconde personne ait la premiere chose, & la troisieme personne ait la seconde. Alors la premiere personne prendra 4. gettons, la seconde 2. & la troisieme 6. qui tous ensemble font 12. qui osté de 18. reste 6. Partant en tel cas tu te peux bien servir de la cinquiesme parole *si grand*.

Sixiesmement que la premiere personne ait la troisieme chose; la seconde perionne ait la seconde, & la troisieme personne ait la premiere. Alors la premiere personne prendra 4 gettons, la seconde 4. & la troisieme 3. qui tous ensemble font 11. qui osté de 18. reste 7. Partant en tel cas tu te seruiras fort à propos de la sixiesme parole. *Prince*.

1.	a.	e.	i.
2.	e.	a.	i.
3.	a.	i.	e.
5.	e.	i.	a.
6.	i.	a.	e.
7.	i.	e.	a.

Que si tu veux auoir deuant les yeux ces six differentes dispositions, tu les peux voir en la figure cy apposee, où est marqué à costé de chasque disposition le nombre des gettons qui

restent.

## ADVERTISEMENT.

*Quelques uns pratiquent ce ieu un peu differemment,*

192 Problemes plaisans & delectables,

ment, car ils donnent un getton à la premiere personne, deux à la seconde, & quatre à la troisieme, partant les gettons restans ne sont que 17. Puis ils ordonnent que celuy qui à la premiere chose, prenne des gettons restans autant qu'il en a receu; & que

0.	a.	e.	i.
1.	e.	a.	i.
2.	a.	i.	e.
4.	i.	a.	e.
5.	e.	i.	a.
6.	i.	e.	a.

celuy qui à la seconde chose, prenne des gettons restans deux fois autant qu'il en a; & que celuy qui à la troisieme chose, prenne des gettons restans trois fois autant qu'il en a; & faisant en ceste façon, ou vrayment il ne reste

point de getton, ou il en reste 1. ou 2. ou 4. ou 5. ou 6. & iamais 3. Pour les dispositions, il n'y a que la quatriesme & la cinquiesme qui changent de place, la quatriesme deuenant cinquiesme, & la cinquiesme deuenant quatriesme, comme tu peux voir en la figure cy apposee, & l'experience t'en rendra certain.

Or plusieurs ont l'aisé par escrit cy deuant ceste façon de faire ce ieu en trois choses. Mais personne que sa sçache n'a encor donné reigle certaine pour faire le mesme en quatre personnes & en quatre choses. Partant ie veux icy adiouster ceste petite inuention; & premierement ie suppose que les differentes dispositions de quatre choses prinsees par quatre personnes, ne peuuent estre en tout que 24. Ce qui se preuue aisément tout ainsi que i'ay preuue cy dessus, que les diuerses dispositions de trois choses ne sont que 6. Car il faut de necessité qu'une des quatre choses (comme la premiere) soit entre les mains de l'une des quatre personnes: & icelle chose estant entre les mains de la premiere personne, les autres trois ne peuuent changer qu'en 6. façons comme i'ay preuue cy dessus. Semblablement

blement la mesme chose, estant entre les mains de la seconde personne, les autres trois peuvent changer en 6. façons seulement, & le mesme aduendra quand ladiete chose sera entre les mains de la troisieme per-

sonne, ou de la quatriesme.

0.	o.	a.	e.
1.	a.	o.	e.
3.	o.	e.	a.
5.	a.	e.	o.
7.	e.	o.	a.
8.	e.	a.	o.
12.	o.	a.	i.
13.	a.	o.	i.
18.	o.	e.	i.
21.	a.	e.	i.
22.	e.	o.	i.
24.	e.	a.	i.
27.	o.	i.	a.
29.	a.	i.	o.
30.	o.	i.	e.
33.	a.	i.	e.
38.	e.	i.	o.
39.	e.	i.	a.
43.	i.	o.	a.
44.	i.	a.	o.
46.	i.	o.	e.
48.	i.	a.	e.
50.	i.	e.	o.
51.	i.	e.	a.

Partant il est euident que toutes ces differentes dispositions, ne peuvent estre que 4. fois 6. a sçauoir 24.

Cela supposé pren 88 gettons, donnant 1. d'iceux à la premiere personne; 2. à la seconde; 3. à la troisieme; & 4. à la quatriesme; qui tous ensemble font 10. partant il en restera 78. Alors quand chascue personne aura pris la chose qu'elle voudra, ordonne que celui qui a pris la premiere chose, prenne des gettons restans autant qu'il en a, & que celui qui a pris la seconde chose prenne des gettons restans quatre fois autant qu'il en a; & que celui qui a pris la troisieme chose, en prenne seize fois autant qu'il en a. Puis sans rien dire de celui qui a

pris la quatriesme chose demande le reste des gettons; car ou il n'en restera point, ou il en restera un nombre exprimé par un de ceux que tu vois icycottez. Partant selon le nombre des gettons qu'il restera, sers toy

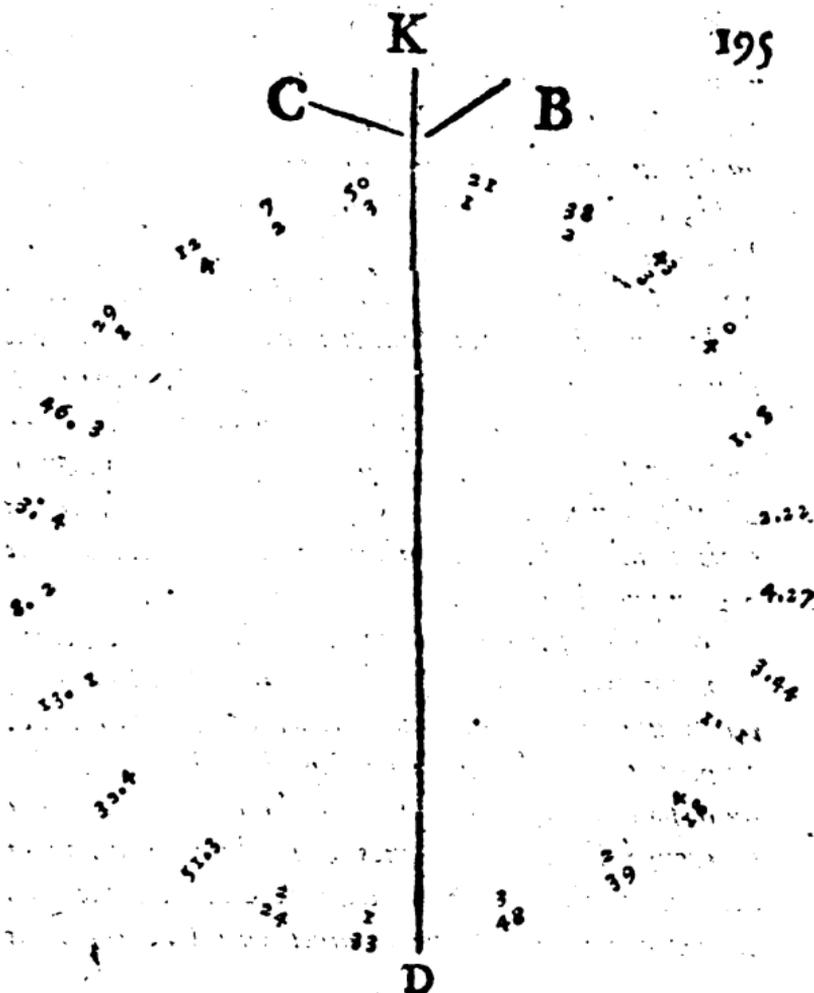
## 194 Problemes plaisans & delectables,

de la disposition des voyelles a e i o qui respond audit nombre en la figure apposee, & bien que ie ne mette que trois voyelles en chascque disposition, cela n'importe rien, car sçachant les choses prises par les trois premieres personnes, il est evident que la quatriesme personne ne peut auoir que l'autre chose qui reste. Par exemple supposons qu'il reste 2. 2. gettons; Regarde les voyelles qui sont à l'endroit de 2. 2. à sçauoir e. o. i. Car elles signifient que la premiere personne à la seconde chose, & que la seconde personne, à la quatriesme chose, & que la troisieme à la troisieme chose, dont s'ensuit que la quatriesme personne à la premiere chose.

Quant à la demonstration de ceste reigle, elle n'est point differente de celle que i'ay donnee cy deuant en trois choses, & trois personnes. Partant ie ne la coucheray point au long pour euster prolixité.

Que si ie ne forme pas des mots qui expriment ces differentes dispositions, c'est d'autant que cela seroit inutile. Car il ne seruiroit rien de sçauoir les diuerses dispositions si l'on ne sçait les nombres des gettons qui restent respondans aux dictes dispositions. Or est-il qu'il est presque impossible de se souuenir de ces nombres là, pourco qu'ils ne gardent ni ordre, ni proportion entre eux, & que leur multitude offusque la memoire. Partant il est necessaire à celuy qui voudra practiquer ce ieu, d'auoir deuant ses yeux la figure apposee, laquelle il pourra escrire en vn morceau de papier pour s'en seruir au besoing.

On pourra aussi se seruir facilement de ces mesmes nombres disposez en cercle, contenant au dedans les quatre nombres 1. 2. 3. 4. signifiant les quatre choses. Car sçachant le reste des gettons, il faut chercher au cercle dehors le nombre d'iceluy reste; & prendre le nombre qui luy respond au cercle dedans; avec les  
deux



deux nombres suivans, comme si le reste des gattons est 43. on prendra 43. au cercle dehors, puis on prendra le 3. qui luy respond au dedans, avec les deux nombres suivans, qui sont 4. & 1. Par ainsi ces trois nombres 3. 4. 1. ainsi disposez, signifient que quand il reste 43. gattons, la premiere personne, à la troisieme chose, la seconde personne, à la quatrieme chose, & la troisieme personne à la premiere chose; dont s'ensuit que la quatrieme personne à la seconde chose. Mais il se faut prendre garde à la ligne. *K D*, qui diuise le cercle en deux parties esgales. Car si le

196 Problemes plaisans & delectables,

nombre des gettons restans se treuve en la partie K. B. D, il faut prendre le nombre qui luy respond au dedans avec les deux suiuaus, contant du mesme costé, à sçauoir tirant depuis K vers B, & vers D. comme nous auons monsté le nombre restant estant 43. Mais si le nombre du reste des gettons se treuve en la partie K C D. il faut conter tout au contraire à sçauoir tirant despuis K vers C & D. Partant si le reste des gettons estoit 8. on prendroit 2. & les deux nombres suiuaus du costé de D. à sçauoir 1. & 4. Ainsi si le reste des gettons estoit 39. on prendroit les trois nombres 2. 3. 1. mais si le reste des gettons estoit 24. on prendroit 2. 1. 3. & ainsi des autres.

Je voulois faire fin, quand m'estant tombez entre les mains trois liures d'Arithmetique de P. Forcadel, j'ay treuue qu'au troisieme il traictoit de ce probleme; & pource que cet Autheur s'attribue beaucoup, & qu'il pourroit estre que l'esprit du curieux Lecteur preoccupé de ses vanteries, se lairoit aisément persuader estre vray tout ce qu'il dit, ie le veux bien aduertir des fautes que commet en cet endroit ledit Forcadel.

En premier lieu il se trompe lourdement, quand il estime que cinq choses se peuuent seulement disposer en 20. façons differentes; car elles se peuuent disposer en 120. façons comme l'on peut aisément demonstrier par ce que j'ay dit cy deuant, & le fondement de la demonstration est que puis que 4. choses se disposent en 24. differentes sortes; cinq choses se disposeront en cinq fois 24. sortes, c'est à sçauoir en 120. façons. Partant si quelqu'un suiuaus ce que dit Forcadel pensoit faire ce ieu en cinq choses, & cinq personnes, n'ayant remarqué que 20. dispositions des cinq choses, il pourroit arriuer en cent sortes qu'il se treueroit court.

En

qui se font par les nombres. 157

En apres Forcadel se vante de donner reigle generale. Pour faire ce probleme en tout nombre de choses, & de personnes, qui soit impair, disant qu'on prenne autant de nombres en progression Arithmetique, commençante par 1. & progredissante par 1. & d'autre costé, qu'on prenne autant de nombres en progression geometrique double commençante par l'unité. Mais ceste reigle est du tout fausse, ce qu'il me suffit de preuuer par l'exemple, que luy mesme choisit de cinq choses, & cinq personnes. Il dit qu'il faut prendre 144. gettons, & a cause des cinq nombres de la progression Arithmetique 1. 2. 3. 4. 5. il en faut donner 1. a la premiere personne; 2. à la seconde; 3. à la troisieme; 4. à la quatrieme, & 5. à la cinquiesme & restera 129. gettons. Puis à cause des cinq nombres de la progression geometrique double, 1. 2. 4. 8. 16. Il faut dire que celuy qui prendra la premiere chose, prenne des 129. gettons restans, vne fois autant qu'il en a & que celuy qui a pris la seconde chose, en prenne deux fois autant qu'il en a, & que celuy qui a la troisieme chose, en prenne 4 fois autant qu'il en a; & que celuy qui a la quatrieme chose, en prenne 8. fois autant qu'il en a; & finalement que celuy qui a la cinquiesme chose, en prenne 16. fois autant qu'il en a: lors à son opinion selon le reste des gettons on pourra deuiner la chose que chascun aura prise. Or pour preuuer que ceste reigle est fausse, supposons que le premier ait la premiere chose, le second la seconde, le troisieme la troisieme, la quatrieme la cinquiesme, & le cinquiesme la quatrieme. Doncques le premier prendra 1. getton; le second 4. le troisieme 12. le quatrieme 64. & le cinquiesme 40. qui tous ensemble font 121. qui osté de 129. le reste sera 8. en apres posons le cas que le premier ait la premiere chose, le second la troisieme, le

198. Problemes plaisans & delectables,  
 troisieme la quatrieme, le quatrieme la seconde, &  
 le cinquiesme la cinquiesme, doncques le premier pren-  
 dra 1. getton; le second 8. le troisieme 24. le quatries-  
 me 8. & le cinquiesme 80. qui tous ensemble font aussi  
 121. qui osté de 219. reste 8 comme auparavant.  
 Partant bien que ces deux dispositions soyent differen-  
 tes, toutesfois il reste un mesme nombre de get-  
 tons, doncques par ce reste on ne peut  
 deviner infalliblement laquelle c'est  
 des deux, & par consequent  
 la reigle de Forcadet  
 est incertaine  
 & fausse.



S'ENSUIV



# SENSVIVENT

## QUELQUES AUTRES PETITES SVBTILITEZ

DES NOMBRES, QV'ON  
propose ordinairement.



I.

*Je demande vn nombre qui estant diuisé par 2. il reste 1. estant diuisé par 3. il reste 1. & semblablement estant diuisé par 4. ou par 5. ou par 6. il reste tousiours 1. mais estant diuisé par 7. il ne reste rien.*



EST question se propose ainsi ordinairement. Vne pauvre femme portant vn panier d'œufs pour vendre au marché, vient à estre heurtee par vn certain qui fait tomber le panier, & casser tous les œufs, qui pourtant desirant de satisfaire à la pauvre femme, s'en-

N 4

200 *Problemes plaisans & delectables,*

quiert du nombre de ses œufs, elle respond qu'elle ne le sçait pas certainement, mais qu'elle est bien souvenante que les cõtant deux à deux il en restoit 1. & semblablement les cõtant trois à trois, ou quatre à quatre, ou cinq à cinq, ou six à six, il restoit tousiours 1. & les contant sept à sept il ne restoit rien. On demande comme de là on peut coniecturer le nombre des œufs.

Il est certain que pour soudre cette question il faut treuver vn nombre mesuré par 7. qui surpasse de l'vnité vn nombre mesuré par 2. 3. 4. 5. 6. & puisque 60 est le moindre mesuré par lesdits nombres, & que par conséquent il mesure tout autre nombre mesuré par les mesmes nombres par le corollaire de la 38 du 7. il appert que le nombre cherché doit estre vn multiple de 7. surpassant de l'vnité 60. ou quelque multiple de 60. Mais auât que passer outre, il faut remarquer qu'à fin que la questiõ soit possible, il est necessaire que chascun des nombres 2. 3. 4. 5. 6. soit premier au nõbre 7. Ce que ie preue ainsi. Soit B. le nombre 7. & soit A quelqu'vn des nombres susdicts qu'on die n'estre pas premier au nom-

A 4.	B 7.
C —	
D — —	G. H

bre B. doncques ils auront quelque commune mesure qui soit C. ie dis qu'il est impossible de treuver vn multiple de B. surpassant de l'vnité vn multiple de A. (ce qui toutefois est necessaire pour soudre la question comme il appert) car si l'on soustient le contraire soit D H. multiple de B, surpassant D G multiple de A, de l'vnité G H. Alors puisque C mesure B, & que B mesure D H; il s'ensuit aussi que C mesure D H. & puisque A mesure D G. & que C

mesure

mesure A, le mesme C doit aussi mesurer D G. Doncques C mesurant D H, & D G. mesurera aussi l'vnité restante G H. Ce qui est absurde & impossible. Il faut donc necessairement que A soit premier à B, & ainsi tous les autres nombres sus mentionnez. Ce qu'il falloit preuuer.

En apres il est à noter que si plusieurs nombres sont premiers à quelque autre nombre, le moindre nombre mesuré par les mesmes nombres est aussi premier au mesme nombre, par le corollaire de la 20. de ce liure. Partant il est certain que 60. & 7. sont premiers entre-eux. Doncques pour soudre ceste question par regle infallible, il faut auoir recours à ce Probleme qui n'est autre chose que la 18. proposition de ce liure.

Deux nombre premiers entre-eux estant donnez, treuuer vn multiple duquel d'iceux qu'on voudra, qui surpasse l'autre de l'vnité, ou quelque multiple de l'autre.

Mais d'autant que la construction de ce Probleme est assez difficile, & la demonstration trop longue comme i'ay dit en l'aduertissement du 6. Probleme on pourra tastonnant quelque peu treuuer le nombre cherché en ceste sorte. Il faut doubler, tripler, quadrupler & ainsi continuellement multiplier le nombre 60. iusques à ce que l'on treuue vn nombre qui accru de l'vnité soit mesuré par 7. Ainsi multipliant 60. par 5. viendra 300. auquel adioustant 1. on aura 301. le nombre cherché.

Cardan donne vn autre moyen qui semble vn peu plus court, bien qu'en sa procedure il commet le vice qui par les Philosophes est appelé. *Petisio principij*. Car sa regle est telle. Oste 7. de 60.

202 *Problemes plaisans & delectables,*

tant de fois que tu pourras, & prens le reste qui est 4. Puis cherche vn multiple de 7. qui surpasse de l'vnité vn multiple de 4. Iceluy est 21. qui passe de l'vnité 20. multiple de 4. diuise 20. par 4. viendra 5. Doncques si tu multiplies 60. par 5. tu auras 300. multiplie de 60. auquel adionstant 1. vient 301. multiple de 7. Or qu'en ceste operation on commette le vice que i'ay dit, il est bien euidét, car on suppose qu'il faut treuuer vn multiple de 7. surpassant de l'vnité vn multiple de 4. sans en donner le moyen certain, qui est autant incognu, comme le moyen de treuuer vn multiple de 7. surpassant de l'vnité vn multiple de 60. Toutesfois ceste regle facilite aucunement l'invention du nombre cherché, d'autant qu'il est bien aisé en tastonnant, de treuuer vn multiple de 7. surpassant de 1. vn multiple de 4. à cause de la petitesse des nombres 7. & 4. Ce qui est plus difficile, les nombres estant plus grands, comme 60. & 7.

Quant au reste cela supposé, ceste regle est infallible, car encor que Cardan ne la demonstre pas, toutesfois la demonstration en est telle. Puisque ostant 7. de 60. tant qu'on peut, il reste 4. il est certain qu'ostant 4. de 60. le nombre restant à sçauoir 56. est multiple de 7. Or supposons qu'on ait treuué 21. multiplié de 7. surpassant de l'vnité 20. multiple de 4. & diuisant 20. par 4. soit le quotient 5. le dis que si on multiplie 60. par 5. on aura vn multiple de 60. moindre de l'vnité que vn multiple de 7. Car multiplier 60. par 5. c'est autant que multiplier par le mesme 5. les parties de 60. à sçauoir 56. & 4. & puisque 7. mesure 56. comme il a esté dit, il est certain que le mesme 7.

7.	60.
56.	4.
21.	20.
5.	

me 7. mesurera aussi le produit de 56. multiplié par 5. Quant au produit de la multiplication de 4. par 5. c'est le nombre 20. auquel par l'hypothese ne manque que 1. pour estre multiple de 7. partant joignant ces deux produits, à leur somme ( qui est esgale au produit de 60. par 5. ) il ne manquera aussi que 1. pour estre multiple de 7. Ce qu'il falloit preuuer.

Pour conclusion prens garde que ceste question n'a pas vne seule solution, car on peut trouuer infinis nombres qui la soudront, ce qui se fait ainsi. En ayant treuue vn comme 301. prens le moindre nombre mesuré par 7. & 60. qui est le produit de leur multiplication, à sçauoir 420. & adiouste ce nombre à 301. tu auras 721. qui fait le mesme effet que 301. & si tu adioustes de rechef 420. à 721. tu en auras encor vn autre, & ainsi plusieurs autres sans fin, adioustant tousiours 420. comme il est euident par la 19. de ce liure. Dont il appert que Tartaglia en la premiere partie l. 16. qu. 146. doutant si ceste question peut receuoir plus de deux solutions, n'a pas entendu la regle generale & parfaicte demonstration d'icelle.

## I I.

Treuuer vn nombre, qui estant diuisé par 2. laisse 1. & diuisé par 3. laisse 2. & diuisé par 4. laisse 3. & diuisé par 5. laisse 4. &c.

204 *Problemes plaisans & delectables,*  
*4. & diuisé par 6. laisse 5. mais qui diuisé*  
*par 7. ne laisse rien.*

**I**E A N Sfortunat, & Nicolas Tartaglia en la premiere p. l. 16. q. 150. confessent d'ignorer la regle generale pour soudre cette cy, & toute semblable question, bien que le premier afferme de plus temerairement qu'elle ne se peut treuver, le second se contente d'aduouër ingenuement qu'il ne la sçait pas.

Toutesfois elle n'est point plus difficile que la precedente. Car puisque il faut treuver vn multiple de 7. qui estant diuisé par 2. ou par 3. ou par 4. ou par 5. ou par 6. laisse tousiours vn nombre moindre d'vn que le diuiseur, il est certain qu'il ne faut qu'vn nombre qui soit mesuré par 2. 3. 4. 5. 6. c'est à dire, qui soit multiple de 60. & qui surpasse d'vn quelque multiple de 7. Car prenant par exemple 60. il appert que si 59. estoit multiple de 7. il satisferoit à la question, d'autant que ledit 59. estant diuisé par lequel que ce soit des nombres susdits, le reste de la diuision sera tousiours moindre de 1. que le diuiseur, ce qui se preuue ainsi. Prenons par exemple 5. pour diuiseur. Puisque 5. mesure 60. ostant 5. de 60. le reste 55. sera aussi mesuré par 5. & puisque l'interualle de 55. à 60. est le mesme 5. il est euident que de 55. à 59. (qui est moindre de 1. que 60.) l'interualle sera 4. moindre de 1. que 5. Partant diuisant 59. par 5. le reste infaliblement sera moindre de 1. que le mesme 5. Ainsi preuuerat-on le semblable des autres nombres 2. 3. 4. 6. C'est donc chose assuree que pour  
soudre

soudre ceste question, il ne faut que treuver vn multiple de 60. qui surpasse de 1. vn multiple de 7, ce qui se fait certainement par la 18. de ce liure. Que si l'on trouue la construction de ladicte 18. proposition trop difficile à practiquer, on pourra faire cemme en la precedente question, & multiplier 60. par 2. 3. 4. & ainsi continuellement iusques à ce qu'on treuve le multiple qu'on cherche. Ce qui sera fait tout incontinent, car doublant 60. viene 120. duquel ostant 1. reste 119. le nombre cherché.

On peut aussi se seruir de la regle de Cardan qui est telle. Oste les 7. de 60. & pource qu'il reste 4. treuve vn multiple de 4, qui surpasse 7. ou vn sien multiple de 1. comme est 8. & diuise 8. par 4. vient 2. Doncques multiplie 60. par 2. tu auras 120. le multiple de 60. surpassant de 1. 119. multiple de 7. La demonstration de cecy est toute semblable à celle de la precedente, & ceste regle à la mesme imperfection que i'ay remarquee en l'autre. Mais ien'ay point procedé enuers Cardan de si mauuaise foy qu'a fait Buteon, en son Algebre, car ledit Cardan ayant mis de suite ces deux questions en son Arithmetique cap. 66. si bien que l'une est la question 63. l'autre la 64. Il s'est mesconté appliquant à la precedente la regle de cette-cy, & donnant pour ceste-cy la regle qui sert à la precedente, ce qui luy est aduenu par mesgarde non par ignorance; & neantmoins Buteon ou par malice, ou pour n'auoir eu l'esprit de cognoistre ce que ie vien de dire, reprend fort aigrement ledit Cardan, quoy qu'il n'apporte rien de meilleur, ains non content de se confesser ignorant, touchant la regle generale pour  
soudre

206 *Problemes plaisans & delectables,*  
soudre ceste question, il ose affermer non sans  
reuerité, qu'elle ne se peut trouuer se persua-  
dant que personne ne paruiendroit iamais à ce  
à quoy il auoit failly bien que son œuure tes-  
moigne assez qu'il scauoit plus de Latin, que  
d'Algebre, & qu'il s'estoit plus estudié à bien  
parler qu'à penetrer les secrets d'vne si haute  
science.

Le ne veux pourtant excuser Cardan en ce qu'il  
à dit qu'il est necessaire que le nombre qu'on  
suppose deuoit mesurer le nombre cherche (quel  
est 7.) en toutes deux ces euestions, doit estre  
premier de sa nature, car cela est faux, & suffit  
qu'il soit premier à tous les autres, à scauoir és  
exemples donnez à 2. 3. 4. 5. 6. comme i'ay preuue  
en la precedente, ce que ie pourroy monstrier par  
cent exemples. Aduertissant de plus le Lecteur,  
que ceste question recoit aussi infinies solutions.  
Car ayant treuue i 19. autant de fois que tu luy  
adiousteras 420. autant tu trouueras de nombres  
faisans le mesme effect que 119. par la 19. de ce  
liure.

## I I I.

*Deux bons compagnons ont 8. pintes de vin  
à partager entre-eux esgallement, les-  
quelles sont dans vn vase contenant  
iustement 8. pintes, & pour faire leur  
partage ils n'ont que deux autres vases  
dont l'vn contient 5. pintes, & l'autre  
3. On*

*3. On demande comme ils pourront partager iustement leur vin, ne se servant que de ces trois vases.*

**O**N peut soudre ceste question en deux facons. Premièrement du vase contenant 8. qui est plein on versera 5. pintes dás le vase contenant 5. & d'iceluy on en versera 3. dans le vase contenant 3. & il en restera 2. dans le 5. on versera puis les trois pintes qui sont dans le 3. dedans le 8. & on mettra dans le 3. les 2. qui sont dans le 5. en apres de ce qui est dans le 8. on remplira derechef le 5. & du 5. on versera vne pinte dans le 3. ce qui luy manquoit pour le remplir. Partant il restera iustement 4. pintes dans le vase de 5. & 4. pintes dans les deux autres.

Secondement on versera du vase de 8. trois pintes dans le 3. lesquelles on mettra puis dans le vase de 5. & derechef du vase de 8. on versera 3. pintes dans le 3. dont on en mettra 2. dans le 5. pour le remplir, & lors il n'en restera qu'une dans le 3. en apres on vuidera le 5. idans le 8. & on mettra dans le 5. la pinte qui est dans le 3. & des 7. pintes qui se treuvent dans le 8. on en versera 3. dans le 3. Partant il en restera 4. iustement dans le 8. & 4. dans les deux autres vases.

Or bien qu'il semble que ceste question ne se puisse soudre par regle certaine, & qu'il y faille necessairement proceder à tastons, toutesfois on peut par vn discours certain & infallible paruenir à la solution d'icelle, ou descouurir son impossibilité si par hazard on la proposoit impossible,

208 *Problemes plaisans & delectables,*

ble , & de fait sur la question proposee on peut ainsi discourir. Puisque pour partager 8. pintes esgalement il faut qu'il y en ait 4. d'un costé & 4. de l'autre, & il est certain qu'il n'en peut auoir 4. que dans le 5. ou dans le 8. il nous faut procurer l'un, ou l'autre, voylà donc que ie peux prendre deux differentes routes , & suiuant la premiere ie feray ce discours. Pour faire que dans le vase de 5. il reste 4. pintes iustement, il faut, ledict vase estant plein, en oster vne seulement, cela ne se peut faire qu'en versant icelle pinte dans l'un des deux autres à qui il ne faille qu'une pinte pour estre plein; cela ne peut arriuer au 8. ( car si le 5. estant plein il ne manquoit qu'une pinte au 8. pour estre plein , il s'ensuiuroit qu'en tout il y auroit 12. pintes contre l'hypothese, il faut donc que ce soit le vase de 3. à qui il ne faille qu'une pinte pour estre plein, & partant il faut que dans iceluy il y ait seulement 2. Or cela se peut imaginer en deux facons. La premiere , si le 3. estant plein, on peut oster vne pinte d'iceluy, la seconde si le 3. estant vuide, on y apporte d'un autre vase lesdites 2. pintes. La premiere facon ne peut reussir, car il faudroit que le 3. estant plein, il ne manquast qu'une pinte à l'un des autres vases pour estre plein , ce qui ne peut arriuer au 5. ( car il faudroit qu'il n'y eut que 4. pintes dans iceluy, qui seroit supposer ce que l'on cherche ) il ne peut aussi arriuer au 8. (car il faudroit qu'il y eut 7. pintes en iceluy qui jointes avec les autres 3. feroient en tout 10. pintes contre l'hypothese) doncques il faut suiure la seconde facon , & apporter d'ailleurs 2. pintes dans le 3. Mais cela ne peut venir du 8. ( car si le 3. estant vuide , il ny auoit

auoit que 2. pintes dans le 8. quoy que le 5. fut plein, tout le nombres des pintes ne seroit que 7. contre l'hypothese) il faut donc que les 2. pintes viennent du 5. Or pour faire qu'il n'y ait que 2. pintes dans le 5. il faut en oster 3. quand il est plein, ce qui est bien aisé à cause que nous auons vn vase contenant 3. Partant si l'on rebrousse chemin, & si l'on reprend le fil du discours despuis la fin iusques au commencement on treuuera la premiere façon de soudre la question.

Suiuant l'autre route ie feray ce discours. Pour faire demeurer 4. pintes dans le 8. il faut en oster 4. Cela se peut imaginer en 3. façons. Premièrement ostant les 4. pintes d'un coup, ce qui est impossible (car il n'y a point de vase contenant 4.) secondement ostant 2. pintes, & puis 2. autres, ce qui est aussi impossible (car bien que on puisse oster 2. pintes, comme i'ay monstré en l'autre discours, où l'on fait venir 2. pintes dans le 5. toutesfois cela fait il est impossible d'en oster 2. autres comme on peut recueillir du mesme discours.) Troisiemement ostant 1. pinte. & puis 3. & ceste façon est fort vray semblable, car si on peut mettre vne pinte dās le 5. il sera aisé d'en mettre 3. dans le 3. Or pour faire venir vne pinte dās le 5. il faut ou que l'on oste 4. dudiect 5. lors qu'il est plein, ou que l'on y apporte d'ailleurs ladite pinte. Le premier moyen est impossible, car du 5. on ne peut vider 4. pintes dans le 3. qui n'en est pas capable, on ne les peut aussi vider dans le 8. (car il faudroit que dans le 8. il y eut des-jà 4. pintes, & partant tout le nōbre des pintes seroit 9. contre l'hypothese) il faut donc embrasser le second

O

210 *Problemes plaisans & delectables,*

moyen, & apporter d'ailleurs vne pinte dans le 5. Cela ne peut venir du 8. ( car le 5. estant vuide s'il n'y auoit qu'une pinte dans le 8. quoy que le 3. fut plein, tout le nombre des pintes ne seroit que 4. ) il faut donc qu'il vienne du 3. Or pour faire que dans le 3. il n'y ait qu'une pinte, il faut en oster 2. quand il est plein. Doncques il faut qu'à l'un des autres vases il ne manque que 2. pour estre plein. Cela ne peut arriuer au 8. ( car autrement tout le nombre des pintes seroit 9. ) Donc il faut qu'il arriue au 5. Et partant il faut que dans le 5. il n'y ait que 3. pintes. Ce qui se procure aisément, versant le 3. quand il est plein, dedans le 5. Doncques reprenant tout ce discours depuis la fin iusques au commencement, on trouuera la seconde façon que i'ay donnée pour soudre ceste question.

Mais pour abreger aucunement ces discours, & cognoistre incontinent si la question est soluble, & comment elle se doit soudre, il faut regarder la difference de la contenuë des deux moindres vases qui est 2. en l'exemple proposé, & si l'on treuve par le discours qu'il faut qu'il demeure 2. pintes en quelque vase, la solution est trouuee, car du 5. remplissant le 3. il appert qu'il reste 2. dans le 5. Et l'on voit que l'un & l'autre des discours precedens est venu aboutir à cet endroit. Partant la condition que prescrit Forcadet à ceste questiõ au 2. Liure de son Arithmetique, n'est pas necessaire. Car il veut qu'on prenne pour les deux moindres nombres, deux des nombres prochains en la progression continuelle des nombres impairs, qui commence à 1. 3. 5. 7. 9. &c. & pour le plus grand, la somme d'iceux : comme en l'exemple

*qui se font par les nombres.* 211

l'exemple donné nous auons pris 3. & 5. & la somme d'iceux, à sçauoir 8. Mais encor qu'observant ceste condition la question soit tousiours soluble, toutesfois il n'est point necessaire de choisir tels nombres, ce qu'il me suffit de prouuer par vn seul exemple. Soyent les deux moindres de 5. & de 8. pintes, & le plus grand de 12. il est euident que 5. & 8. ne sont point deux nombres prochains en la progression des impairs, & que 12. n'est point la somme d'iceux. Neâtmoins la question se pent soudre. Car supposant que le vase de 12. soit plein & qu'on le veille diuiser en deux esgalement, il faut procurer que dans le vase de 8. il se treuve 6. pintes. Or pour ce faire il faut quand le vase de 8. sera plein, en oster 2. Il faut donc que le vase de 8. estant plein, il n'en manque que (2. à vn des autres, ce ne peut estre au 12. (car autrement tout le nombres des pintes seroit 18.) Donc il faut que ce soit au 5. Mais pour faire qu'il n'en manque que 2. au 5. on doit supposer qu'il n'y ait que 3. pintes dans le 5. Ce qui se peut procurer aisément d'autant que 3. est la difference entre 8. & 5. Partant tu soudras la question en ceste sorte. Du vase de 12. remplis celuy de 8. & de celuy de 8. remplis celuy de 5. & verse celuy de 5. dans celuy de 12. puis verse dans le 5. les 3. pintes qui sont demeurées dans le 8. & remplis derechef du vase de 12. celuy de 8. & du 8. verse 2. pintes dans le 5. qui luy manquent pour estre plein, il en restera infalliblement 6. dans le vase de 8.

## I V.

*Trois maris ialoux, avec leurs femmes se treuvent de nuit au passage d'une riuiere, où ils ne rencontrent qu'un petit batteau sans battelier si estroit qu'il n'est capable que de deux personnes, on demande comme ces six personnes passeront deux à deux, tellement que iamais aucune femme ne demeure en compagnie d'un ou de deux hommes, si son mary n'est present,*

**I**L faut qu'ils passent en six fois en ceste sorte. Premièrement deux femmes passent, puis l'une rameine le batteau, & repasse avec la troisieme femme. Cela fait l'une des trois femmes rameine le batteau, & se mettant en terre avec son mary, laisse passer les deux autres hommes qui vont treuver leurs femmes. Alors un desdicts hommes avec sa femme rameine le batteau, & mettant sa femme en terre, prend l'autre homme, & repasse avec luy. Finalement la femme qui se treuvee passee avec les trois hommes, entre dans le batteau, & en deux fois va querir les deux autres femmes, par ainsi en 6. fois tous passent.

Il semble aussi que ceste question ne soit fondee en aucune raison. Mais toutesfois la condition apposee, qu'il ne faut point qu'aucune fem-

me

me demeure accompagnée d'aucun des hommes si son mary n'est présent, nous peut guider pour trouver la solution d'icelle par vn discours infal-  
lible. Car il est certain que pour passer deux à deux, il faut ou que deux hommes passent en-  
semble, ou deux femmes ou vn homme avec sa femme. Or au premier passage on ne peut faire passer deux hommes ( car alors vn homme seul demeureroit avec les trois femmes contre la condition ) donc il est nécessaire ou que deux femmes passent, ou qu'il passe vn homme avec sa femme, mais ces deux façons reuiennent à vne, d'autant que si deux femmes passent, il faut que l'vne rameine le batteau, partant vne seule se treuve à l'autre riue ; & si vn homme passe avec sa femme, le mesme aduiendra, d'autant que l'homme doit ramener le batteau ( car si la femme le ramenoit elle se treueroit avec les deux autres hommes sans son mary.) Au second passage deux hommes ne peuuent passer ( car l'vn d'eux lairroït sa femme accompagnée d'vn autre homme. ) Vn homme aussi avec sa femme ne peut passer ( car estant passé il se treueroit seul avec deux femmes ) il est donc nécessaire que les deux femmes passent, ainsi les trois femmes estât passées, il faut que l'vne d'icelles ramene le batteau : quoy fait. Au troisieme passage où restent à passer les trois homes & vne femme, on voit bien que deux femmes ne peuuent passer, puis qu'il n'y en a qu'vne. Vn homme aussi avec sa femme ne peut passer ( car estant passé il se treueroit seul avec les trois femmes ) donc il faut que deux hommes passent, & aillent vers leurs deux femmes, laissant l'autre homme avec sa femme. Or

214 *Problemes plaisans & delectables,*

qui ramenera le batteau ; vn homme ne le peut faire ( car il lairroit sa femme accompagnee d'vn autre homme) vne femme ne peut aussi. (Car elle iroit vers vn autre homme laissant son mary) Que si les deux hommes le ramenoient, ce seroit ne rien faire , car ils retourneroient là d'où ils sont venus. Partant ne restant autre moyen il faut qu'vn homme avec sa femme ramene le batteau. Au quatriesme passage où restent à passer deux hommes avec leurs deux femmes , il est certain qu'vn homme avec sa femme ne doit passer (car ce seroit ne rien faire ) les deux femmes aussi ne peuuent passer ( car alors les trois femmes seroient avec vn seul homme ) donc il faut que les deux hommes passent. Alors pour ramener le batteau deux hommes ne peuuent estre employez (car ce seroit retourner là d'où ils sont venus) vn homme seul aussi ne peut (car cela fait il se treuueroit seul avec deux femmes ) doncques il faut que ce soit la femme qui en deux fois aille querir les deux autres femmes qui restent à passer , & voyla le cinquiesme & sixiesme passage. Partant en six fois ils sont tous passez sans enfreindre la condition.

Encor que ces deux dernieres questions soyent comme ridicules, toutesfois ils y a quelque subtilité à les resoudre , partant ie les ay bien voulu mettre icy , m'efforçant d'en rendre raison , à fin que ceux qui par cy deuant ont pensé que cela ne se pouuoit faire: changent d'opinion, & sçachent que tout effect certain à vne cause certaine.

En outre i'aduertis le Lecteur que Tartaglia l. 16. qu. 143. s'efforce de faire passer à la meisme condition

*qui se font par les nombres.* 215

condition 4. maris avec leurs 4. femmes: Mais il se trompe, car apres auoir fait passer les 4. femmes, il veut qu'une d'icelles rameine le batteau, & demeure auprès de son mary, & que deux des autres maris passent vers les 3. femmes qui sont de l'autre costé. Ce qui est manifestement contre la condition: car il faut de nécessité qu'une des 3 femmes se treuve avec les deux hommes qui passent, sans que son mary soit present. Et de fait la question est impossible en 4. les faisant passer deux à deux.

### V.

*Estant proposee telle quantité qu'on voudra pesant vn nombre de liures despuis 1. iusques à 40. inclusiuement ( sans toutesfois admettre les fractions ) on demande combien de pois pour le moins il faudroit employer à cet effect.*

**L**E respons 4. pois, dont le premier pese. 1. liure & les autres suiuent en cōtinuelle proportion triple; & seront lesdicts quatre pois 1. 3. 9. 27.

Et la proportion triple commençante par 1. à ceste merueilleuse propriété que prenant quelque nombre de termes en icelle proportion, on pourra par autant de pois peser toute quantité pesate quel nombre de liurés que ce soit despuis 1. iusques à la somme desdicts termes. Ainsi la sommes des quatre termes 1. 3. 9. 27. estant 40. ie dis qu'avec quatre pois, dont l'vn pese 1. liure,

216 *Problemes plaisans & delectables,*  
 l'autre 3. l'autre 9. l'autre 27. on pourra peser toute quantité pesante quelque nombre de liures despuis 1. iusques à 40. De mesme avec ces cinq pois. 1. 3. 9. 27. 81. dont la somme est 121. on pourra peser toute quantité pesant vn nombre de liures despuis 1. iusques à 121. & ainsi des autres.

Or bien que coste propriété de la proportion triple qui commence par l'vnité ait esté remarquée par plusieurs : toutesfois nul, que ie sçache, ne s'est encor mis en deuoir d'en donner raison. C'est pourquoy suyuant ma coustume ie veux entreprendre de ce faire. Et pour y paruenir ie suppose ce Theoreme.

*Plusieurs termes estant proposez en continuele proportion triple commençante par 1. Le dernier est esgal au double de la somme de tous les precedens y adioustant 1.*

**L**A demonstration de cecy est bien aisée, par tant ie ne feray que toucher le fondement d'icelle. Ce Theoreme en autres paroles dit presque le mesme, que la regle qu'õ dõne pour treuuer la somme de plusieurs nombres continuelement proportionaux, pourueu que le denominatedeur de la proportion, & le premier & le dernier terme soyent cognus, laquelle regle est tirée de la 35. du 9. d'Euclide & est telle. Il faut oster le premier terme du dernier, le reste diuisé par vn nombre moindre de l'vnité, que le denominatedeur de la  
 pro

proportion, donnera la somme de tous les termes excepté le dernier. Doncques le dernier contient le premier, & de plus la somme de tous les autres precedens autant de fois, qu'il y a d'vnitez au nombre moindre de 1. que le denominateur de la proportion. Partant en la proportion triple commençante par vn, puisque le premier terme est vn, & le nombre moindre de 1. que le denominateur 3. est 2. Il faut conclurre que le dernier terme contient 1. & le double de la somme des precedens, qui est iustement ce que dit mon Theoreme. Celà supposé prenons premierement deux pois à sçauoir 1. & 3. dont la somme est 4. Il est bien certain qu'il n'y a pas difficulté de peser par iceux vne quantité qui soit esgale en pois à quelqu'un d'iceux, ou à la somme d'iceux, comme vne quantité pesante 1. ou 3. ou 4. Mais la difficulté est de peser vne quantité qui pese vn nombre tombant entre lesdits deux pois, comme vne quantité pesante 2. liures & ceste difficulté se resout par le Theoreme sus allegué, car puisque 3. doit contenir le double de 1. & de plus 1. si on prend vne quantité dont le pois surpasse de 1. le premier pois 1. comme fait la quantité pesante 2. il appert par ledit Theoreme qu'adioustant le pois de 1 à la dictée quantité, on fera vn pois esgal au second pois, qui est 3.

Secondement qu'on prenne les trois pois 1. 3. 9. dont la somme est 13. Je dis aussi que par iceux on pesera toute quantité pesante depuis 1. iusques à 13. Car i'ay desia prouué que par les deux premiers on pesera iusques à 4. Que si l'on propose vne quantité de 5. liures, puisque 5. surpasse

218. *Problemes plaisans & delectables,*

de 1. la somme des deux premiers pois, il appert par mon Theoreme que si à 5. l'on adiuste la dite somme qui est 4. on fera le dernier pois à sçauoir 9. Doncques si à la quantité de 5. liures on ioint les deux premiers pois, cela contrebalancera le troisieme. En apres puisque ce qui reste despuis cinq à neuf est esgal comme i'ay preuue à la somme des deux premiers pois, à sçauoir à quatre: pour peser tout nombre de liures, entre cinq & neuf, à sçauoir 6. 7. 8. on procedera d'une façon contraire à celle dont on vse pour peser avec deux pois depuis 1. iusques à 4. Car puisque 5. liures avec la somme des deux premiers pois, esgalent le troisieme comme i'ay demonsté, il appert que 6. liures avec le second pois 3. ostant seulement le premier 1. esgaleront le mesme troisieme: & 7 liures avec 3. esgaleront le troisieme 9. avec 1. & 8. liures avec 1. esgaleront le mesme troisieme 9. finalement pour peser despuis 9 iusques à 13. il n'y a nulle difficulté, à cause que l'interualle n'est aussi que 4. la somme des deux premiers pois, & faut faire tout de mesme comme pour peser avec deux pois despuis 1. iusques à 4. & ceste demonstration est vniuerselle, les mesmes raisons ayant lieu en tout nombre de pois choisis de mesme façon. C'est pourquoy pour euiter prolixité ie mettray fin à ceste question, seulement i'advertis le curieux Lecteur, que la proportion double commençante par 1. fait bien vn semblable effect, mais non pas avec si peu de pois, car pour peser par icelle iusques à 31. il faudroit ces cinq pois 1. 2. 4. 8. 16. Là ou pour peser iusques à 40 par la proportion triple, il n'en faut que 4. comme i'ay

me i'ay preuë. Toutesfois qui voudra , pourra voir comme en autre subiect , Tartaglia se sert de ceste propriété de la proportion double en la seconde partie, liure 1. chap. 16. q. 32. Pour toute autre proportion plus grande que la triple , elle ne peut faire cet effect, car par exemple prenant ces trois pois en proportion quadruple 1. 4. 16. avec iceux on ne peut peser 2. liures ni 6. ni 7. ni 8. ni 9. ni 10. & ainsi des autres.

## V I.

*Souuent on requiert qu'on reduise vne plus haute monnoye en des plus basses de differente valeur , tellement qu'il y ait esgal nombre des vnes & des autres, comme si l'on demande qu'on reduise vn escu en soubz , & en liars , tellement qu'il y ait autant de soubz que de liars.*

**P**OUR faire cecy , regarde la proportion d'un sols à un liard qui est quadruple , & diuise 60. qui est la valeur d'un escu, en deux nombres, obseruans la proportion quadruple , ainsi que i'ay enseigné au probl. 14. tu trouueras que ces deux nombres sont 48. & 12. Partant tu peux dire pour soudre la question, qu'il faut 48 soubz, & 12 soubz reduits en liars , qui sont aussi 48. liards. La raison de cecy est bien euidente , car puisque un soubz est quadruple d'un liard, & 48 est qua  
est qua

220 *Problemes plaisans & delectables,*  
 est quadruple de 12. il est certain que 12 soubz  
 en liards, font 48 liards. Que si l'on vouloit re-  
 duire vn escu en liars & deniers, d'autant que la  
 proportion d'un liard à un denier est triple, &  
 qu'un escu vaut 240 liars, il faut diuiser, 240 en  
 deux nombres obseruans la proportion triple  
 qui sont 180 & 60. & on dira que 180 liards, &  
 60 liars reduits en deniers, qui sont aussi 180  
 deniers, font la valeur d'un escu. On pourroit de  
 mesme reduire la plus haute monnoye en plu-  
 sieurs plus basses, comme en trois ou quatre. Car  
 tout ainsi que j'ay enseigné au 14 prob. à diuiser  
 tout nombre donné en deux, obseruans la pro-  
 portion donnee, ainsi peut on diuiser le nombre  
 donné en plusieurs, obseruans les proportions  
 donnees, cōme s'il faut diuiser 60. en trois nom-  
 bres, que le premier au second ait proportion  
 sesquialtere, & le second au troisieme ait pro-  
 portion double, ie continueray ces proportions  
 en trois termes, comme en 3. 2. 1. dont la somme  
 est 6. par qui diuisant 60. vient 10. qui multipliât  
 separément les susdits trois termes, donne les  
 nombres cherchez, à sçauoir 30. 20. 10. Dōcques  
 si l'on veut par exemple reduire vn escu en de-  
 niers, doubles, & liards, tellement qu'il y ait au-  
 tant des vns que des autres; d'autant que le liard  
 au double à proportiō sesquialtere, & le double  
 au denier à proportion double ie diuiseray 240  
 ( qui est la valeur de l'escu en liards ) en trois  
 nombres, obseruans lesdittes proportions, qui  
 seront 120. 80. 40. Partant ie diray qu'il faut 120  
 liars, & 80 liars reduits en doubles, qui sont 120  
 doubles; & quarante liars reduits en deniers qui  
 sont aussi 120 deniers. Et ceste reigle est si cer-  
 tain

taine & infallible qu'encor que les nombres des moindres monnoyes viennent entremeslez de fractions, la solution de la question ne laisse d'estre bõne & veritable. Par exemple qui voudroit reduire vn escu en soubz, & en deniers, avec la mesme condition, il faudroit diuiser 60. en deux nombres, obseruans la proportion de 12 à 1. qui seroyent  $55 \frac{1}{12}$  &  $4 \frac{1}{12}$ . Partant on diroit qu'il faut 55 soubz &  $\frac{1}{12}$  d'un soubz & autant de deniers; & la solution seroit tres-bonne, car 55 deniers &  $\frac{1}{12}$  d'un denier font iustement 4 soubz &  $\frac{1}{12}$  d'un soubz, qui ioints à 55 soubz &  $\frac{1}{12}$  font 60 soubz, la valeur de l'escu.

## VII.

*Vn homme venant à mourir partage son bien consistant en certaine somme d'escus, à ses enfans, en telle sorte qu'il ordonne que le premier prenne 1. escu, & la septiesme partie du restant, en apres que le second prenne deux escus & la septiesme du reste, & cela fait que le troisieme prenne 3. escus, & la septiesme du reste, & ainsi consecutiuellement des autres. Or le partage fait en ceste façon il se treuve que chascun des enfans est esgalement portionné, l'on demande la somme des escus, & le nombre des enfans.*

222 *Problemes plaisans & delectables,*

**P**OUR soudre toute semblable question prens le denominateur de la partie mentionnee, & d'iceluy oste 1. le reste fera le nombre des enfans, & le quarré dudit reste, fera la somme des escus, & chascun aura autant d'escus, qu'il y a d'enfans. Comme en l'exemple proposé, d'autant que la partie mentionnee est  $\frac{7}{8}$ , prens 7. denominateur d'icelle, & en oste 1. restera 6. le nombre des enfans, dont le quarré à sçauoir 36. est la somme des escus, & chascun aura 6. escus comme tu peux voir par experience. La demonstration de cecy est telle.

N 18.	M 21.	L 24.	K 28.	H 30.	G 35.	F 36.
E 3.	D 4.	C 5.	A 6.	B 7.		

Soit le nombre B. denominateur de la partie, & soit A. moindre de 1. que B: & soit encor C. moindre de 1. que A, & soit F le quarré de A, & multipliant C par B: soit fait G, & multipliant C par A. soit fait H. Or puisque A multipliant soy-mesme & multipliant C, fait F. & H. & la difference des nombres C A, est l'vnité, il s'ensuit que F contient A, vne fois dauantage que ne fait le nombre H, partant A est la difference des deux F.H. semblablement puisque C multipliant A. & B, produit H G, & la difference des deux A.B, est l'vnité, il s'ensuit que C. est la difference des deux H G. Doncques H. est moindre que F du nombre A: & le mesme H. est moindre que G, du nombre C: par consequent la difference des deux A C. estant 1. il faut que le mesme 1. soit

soit la difference des deux F G. Partant si de F l'on oste 1. reste G, qui diuisé par B, donne C. Or il est euident qu'adioustant 1 à C, se fait A, le costé de F. Doncques la somme des escus estant F, & le nombre des enfans A, il appert si le premier prend 1. & la partie du reste denommée de B, qu'il aura vn nombre d'escus esgal à A, comme dit la reigle. Reste à preuuer que tous les autres en auront autant suiuant l'ordonnance du pere, & il est certain que le premier ayant pris vn nombre esgal à A : il reste H. car A est la difference des deux F H comme nous auons preuue. Or qu'on prenne D moindre que G. de l'vnité, & par consequent moindre que A de 2. & multipliant par D. les nombres A. B. soyent faits L. K. Alors puisque la difference de A. & B est 1. il s'ensuit que D est la difference des deux L. K. & d'autant que le mesme A. multipliant les deux D C. ( dont l'interualle est 1. ) prouiennent L. & H, il s'ensuit que A est la difference des deux L. H. Partant K surpassant L de D : & H surpassant le mesme L de A, il s'ensuit que H surpasse k du mesme nombre dont A surpasse D. à sçauoir de 2. Doncques si le second enfant prend 2. du nombre H, restera K, duquel prenant la partie denommée de B. viendra D. & puisque D avec 2. fait A : il appert qu'il aura autant que le premier, à sçauoir vn nombre esgal à A. De mesme façon si l'on prend E. moindre que D de 1. & par consequent moindre que A de 3. multipliant A. B. par E & produisant N, M, on preuuera que la difference entre L. & M est la mesme qu'entre A & E, à sçauoir 3. Partant si le troisiésme enfant

224 *Problemes plaisans & delectables,*

fant prend 3. du nombre L, restera M. lequel diuisé par B, donnera E. doncques puis que E ioint à 3. fait A, il appert que le troisieme enfant aura autant que chascun des precedens, & la mesme raison sert pour tous les autres, & ne faut point douter qu'il n'y ait assez d'escus pour faire que chascun en ait autant qu'il y a d'vnitez en A. Car le quarré F. doit contenir son costé A. autant de fois qu'il y a d'vnitez audit A.

Ceste reigle se peut practiquer fort diuersement. Car premierement selon qu'on changera le denominateur de la partie, l'on changera aussi la solution. Mais il faut prendre garde qu'en la proposition de la question, il ne soit fait mention que d'une mesme partie, car si l'on faisoit mention de diuerses parties, comme si l'on disoit que le premier prenne 1. & la moitié du reste, le second 2. & le tiers du reste; & ainsi en quelque autre semblable maniere, la question seroit impossible. En outre il ne faut point que la partie mentionnee ait autre numerateur que l'vnité; car si l'on proposoit la question en telle sorte, que le premier deust prendre 1. &  $\frac{2}{3}$  du reste, le second 2. &  $\frac{2}{3}$  du reste, & ainsi consecutiuellement, la question seroit aussi impossible.

Secondement l'on peut changer les nombres que chascun prend, auant que de prendre vne certaine partie du reste, comme en l'exemple donné au lieu que le premier prend 1. le second 2. le troisieme 3. & ainsi consecutiuellement: on pourroit requerir que le premier prit tout autre nombre, comme 5. mais alors il faudroit que les nombres des autres, suivissent en continuelle progression arithmetique, dont la difference fut

fut le meſme 5. Par exemple il faudroit que le ſecond prit 10. le troiſieſme 15. le quatrieſme 20. & ainſi des autres, & en tel cas on trouueroit toujours le nombre des enfans, comme auparauant oſtant 1. du denominateur de la partie: mais le nombre des eſcus ſe treuueroit multipliant le quarré du nôbre des enfans par 5. à ſçauoir par le nombre que prend le premier, & qui eſt la difference de la progression. Comme ſi l'on veut que le premier prene 5. & la ſeptieſme du reſte: Le ſecond 10. & la ſeptieſme du reſte: le troiſieſme 15. & la ſeptieſme du reſte: & ainſi des autres: le nombre des enfans ſera toujours 6: mais le nombre des eſcus ſera 180. qui ſe fait multipliant le quarré de 6. à ſçauoir 36. par 5. Et chaſcun des enfans aura 30 eſcus, à cauſe que 5. fois 6. ſont 30. La demonſtration de tout cecy ſe tire aiſément de ce qui a eſté dit, comme ie laiſſe à conſiderer au prudent Lecteur.

Troiſieſmement la queſtion ſe pourroit propoſer diuerſement ſi l'on ordonnoit que chaſque enfant prit premierement vne certaine partie, & apres vn certain nombre. Comme qui diroit. Le premier prene la ſeptieſme de toute la ſomme, & vn eſcu de plus; le ſecond prene la ſeptieſme du reſte, & 2. eſcus apres. Le troiſieſme prene la ſeptieſme du reſte, & de plus 3 eſcus, & ainſi conſecutiuellement. Et en tel cas il faut comme auparauant oſter 1. du denominateur de la partie, & le reſte ſera le nombre des enfans, mais le nombre des eſcus prouiendra, multipliant ledit denominateur par ledit nombre moindre de 1. qu'on met pour le nombre des enfans. Comme en l'exemple donné le nombre

226 *Problemes plaisans & delectables,*  
 des enfans sera 6. & le nombre des escus 42. &  
 chascun aura autant d'escus qu'il y a d'vnitez au  
 denominateur de la partie à sçauoir 7. La de-  
 monstration est facile à treuuer à l'imitation de  
 la procedente. Mais on doit aussi obseruer pour  
 faire la question possible, qu'on ne fasse men-  
 tion que d'une seule & mesme partie, & l'on  
 peut semblablement changer les nombres qu'on  
 prend de plus, pourueu qu'ils se suiuent en con-  
 tinuelle progression Arithmetique. & que le  
 moindre soit esgal à la difference. Comme si  
 l'on veut que le premier prenne la septiesme de  
 toute la somme, & 4. de plus, il faut que le se-  
 cond prenne la septiesme du reste, & 8. de plus,  
 & que la troisieme prenne la septiesme du re-  
 ste & 12 de plus, & ainsi des autres. Alors le  
 nombre des enfans sera 6. comme auparauant,  
 qu'on treuue estant 1. de 7. Mais pour auoir la  
 somme des escus, ayant multiplié 6. par 7. il  
 faut multiplier le produict 42. par 4. qui est la  
 difference de la progression, & viendra 168. la  
 somme des escus, & chascun en aura 28. lequel  
 28 se treuue multipliant 7. par 4.

### VIII.

*Trois hommes ont chascun certaine somme  
 d'escus. Le premier donne des siens aux  
 deux autres autant qu'ils en ont chas-  
 cun. En apres le second en donne aux  
 deux autres autant qu'ils en ont chas-  
 cun.*

qui se font par les nombres. 277

en. Finalement le troisieme en donne

aux deux autres, autant qu'ils en ont,

chaque: cela fait chacun sa treuve &

escus. On demande combien chacun en

avoit du commencement.

Cette question se resout aisement par un

discours qui porte avec soy la demonstration

7. & qui est tel. Puis que à la fin chacun se

treuve avoir 8. escus, & qu'immédiatement auq

paravant le troisieme avoit donné au premier

& au second, autant qu'ils avoyent, chascun, il

faut donc que chascun d'iceux n'en eust que 4. &

que le troisieme en eut 16. Mais le second n'en

venoit de donner aux deux autres autant qu'ils

en avoyent chascun. Il faut donc qu'au paravant

le premier n'en eut que 2. Le troisieme 8. & le

second 4. Or cela n'est advenu qu'après que le

premier en a donné aux deux autres, autant

qu'ils en avoyent chascun. Doncques il con-

vient dire que du commencement le second en

avoit 7. le troisieme 4. & le premier 13. rousp.

Et remarque que pour toutes généralement

de semblable question, il faut toujours pren-

dre des nombres en mesme proportion que 13. 7.

4. & 8. car pourveu que cela soit, procédant de la

mesme façon tous trois à la fin, les treuves en sont

gaux. Partant le nombre auquel se fait l'egalité

estant donné, il est aisé de trouver les trois

nombres du commencement, car il ne faut que

diviser le nombre donné par 8. & multiplier le

quotient par 13. 7. & 4. comme si l'on dit faisant

228. *Problemes plaisans & delectables,*  
 de la mesme sorte que chascun à la fin se treuve  
 6. escus diuise 6. par 8. vient  $\frac{3}{4}$ . qui multiplié par  
 13. 7. & 4. te donne à cognoistre qu'au commen-  
 cement le premier auoit  $9\frac{3}{4}$ . le second  $5\frac{1}{4}$ . Le  
 troisiésime 3. Par mesme raison les trois nom-  
 bres que chascun à du commencement estant  
 donnez, il est facile de treuuer celuy auquel se  
 doit faire l'esgalité. Car il est necessaire à fin  
 que la question soit possible, que lesdicts trois  
 nombres donnez obseruent mesme proportion  
 que 13. 7. 4. partant si tu diuises le plus grand  
 par 13. ou le moyen par 7. ou le moindre par 4.  
 il viendra par tout vn mesme quotient, qui  
 estant multiplié par 8. produira le nombre au-  
 quel se doit faire l'esgalité. Comme si les nom-  
 bres donnez estoient 26. 14. 8. diuisant 26. par  
 13. ou 14 par 7. ou 8 par 4 vient tousiours pour  
 quotient. 2. qui multiplié par 8. produit 16. le  
 nombre auquel se fera l'esgalité.

Or d'icy l'on peut tirer la façon d'vn ieu assez  
 gentil pour deuiner de trois personnes, com-  
 bien chascune aura pris de gettons, ou de car-  
 tes, ou d'autres vnitez & ce ieu se pourra pra-  
 ctiquer en ceste sorte.

Commande que le troisiésime prenne, par  
 exemple, vn nombre de gettons tel qu'il voudra,  
 pourueu qu'il soit parement pair, c'est à sçauoir  
 mesuré par 4. En apres ordonne que le second  
 prenne autant de fois 7. que le troisiésime a pris  
 de fois 4. & que le premier prenne tout autant  
 de fois 13. Alors commande que le premier don-  
 ne de ses gettons aux deux autres autant qu'ils  
 en ont chascun, & puis que le second en donne  
 aux autres autant qu'ils en auront chascun &  
 finale

finalement que le troisieme fasse tout de mesme. Cela fait pren le nombre des gettons duquel que tu voudras des trois ( car ils s'en treuveront tous vn esgal nombre ) & pren la moitié d'iceluy, ce sera le nombre des gettons qu'auoit le troisieme du commencement , partant il est aisé de deuiner les nombres des autres , prenant pour celuy du second autant de fois 7. & pour celuy du troisieme autant de fois 13. qu'il y a de fois 4. au nombre du troisieme cogneu. Par exemple , que le troisieme ait pris 12. gettons, alors le second en prendra 21. & le premier 39. & apres que chascun aura donné & reçu comme i'ay deuisé ; il aduiendra que chacun aura 24. & la moitié de 24 à sçauoir 12. est iustement le nombre du troisieme Cccy n'est autre en effect que la reigle que i'ay cy deuant donnée. Car le nombre auquel se fait l'esgalité estant cogneu , pour trouuer ce que chascun auoit du commencement , i'ay dit qu'il falloit diuiser ledit nombre de l'esgalité par 8. & multiplier le quotient par 13. 7. & 4. Or est-il certain que diuiser vn nombre par 8. & multiplier le quotient par 4. c'est autant que prendre les quatre huietiemes du mesme nombre , à sçauoir la moitié.

Mais si l'on me demandoit par quel moyen i'ay treuue que tous les nombres qui peuuent soudre ceste question doiuent obseruer mesme proportion que 4. 7. 13. & par quelle reigle generale on pourroit soudre toutes autres semblables questions , encor que l'on changeat la proportion de ce que chascun doit donner aux deux autres , comme si au lieu de leur donner

230 Problemes plaisans & delectables,

une fois autant qu'ils ont, on requeroit qu'il leur donnast deux fois, trois fois, quatre fois autant &c. Je respõs que l'Algebre est celle qui m'a serui de guide en secy, & que de l'operatiõ d'icelle, on peut finalement tirer la reigle generale demandee. C'est pourquoy pour satisfaire aux plus curieux, je veux chercher par ceste voye comme se peut résoudre la questiõ, supposant que chascun à son tour donne aux deux autres deux fois autant d'escus qu'ils en ont. Et pour ce faire procédant résolutiõnement ie dis que comme ainsi fois que le troisieme à la fin donnant à chascun des autres deux fois autant qu'ils en ont, ils se trouvent tous trois avoir un mesme nombre d'escus, il faut que les nombres du premier & secõd fussent auparavant esgaux; partant ie pose que le premier eust alors 1. R. d'escus, & le secõd aussi 1. R. Et puis qu'il faut que le troisieme leur done à chascun le double de ce qu'ils ont, doncques il leur donera 2. R. à chascun. Mais alors tous trois doivent avoir un esgal nombre, & le premier & secõd en ont chascun 3. R. doncques le troisieme à pareillemẽt 3. R. Partant reprenant 1. R. qu'il a donné au premier, & 2. R. qu'il a donné au secõd, il est necessaire que ledit troisieme auparavant que de doner, eut 7. R. le secõd 1. R. & le premier 1. R. aussi. Or est-il qu'immediatemẽt auparavant le second vient de donner à chascun des autres, deux fois autant qu'ils auoyent, & partant il leur vient de donner les  $\frac{2}{3}$  de ce qu'ils ont à present, à scauoir  $\frac{2}{3}$  R. au premier, &  $\frac{2}{3}$  R. au troisieme. Doncques ledit second reprenat ce qu'il a donné, il se trouuera qu'auant que donner le second auoit  $\frac{12}{3}$  R. ac. le premier  $\frac{1}{3}$  Rac. & le troisieme

6 I

7. Rac.

7. Rac. Mais aussi il couient cōsiderer que le premier immédiatement auparavant a donné à chacun des autres le double de l'argét qu'ils auoyét, à sçauoir à chascun d'iceux les  $\frac{2}{3}$  de qu'ils ont maintenant, doncques il a donné au second  $\frac{12}{3}$  Rac. & au troisieme  $\frac{12}{3}$  Rac. Partant reprenant le sien, le conclud que la premier au commencement auoit  $\frac{12}{3}$  Rac. le second  $\frac{12}{3}$  Rac. & le troisieme 7. Rac. & voyla: que la question (pour parler avec Diophante) est solue infiniment, c'est à dire que tout nombre que l'on prenne pour valeur de la racine, l'appliquant deuëment aux positions, l'on soudra la question. Partant tous trois nombres que l'on choisira, obseruans la mesme proportion que 55. 19. & 7. ils feront l'effet que l'on demande, & l'egalité se fera (si l'on prend 55. 19. & 7.) au nombre 27. qui est le cube de 3. qui surpasse d'un le denominateur de la proportion de ce que chascun donne aux autres: ou bien si l'on prend d'autres nombres que 55. 19. & 7. l'egalité se fera en un nombre qui aura la mesme proportio à 27. qu'auront les trois nombres pris à 55. 19. 7. que si l'on eut fait vne semblable operation pour la question auparavant proposée, on eut trouuë qu'au commencement le premier auoit  $\frac{12}{3}$  Rac. le second 7. Rac. & le troisieme 4. Rac. Par consequent en ce cas-là il est necessaire qu'on prenne trois nombres obseruans la proportion de 13. 7. 4. & choisissant les mesmes 13. 7. 4. l'egalité se fait au nombre 8. qui est le cube de 2. nombre plus grand d'un que 1. denominateur de la proportion de ce que chascun donne aux deux autres. Or de ceste operation ie tire vne reigle generale qui dit ainsi.

Triple le denominatedeur de la proportion, & au produit adiouste 1. tu auras le troisieme nombre, à ce troisieme nombre adiouste 2. & multiplie le tout par le denominatedeur de la proportion, & au produit adiouste 1. tu auras le second nombre. Joins ensemble le second & troisieme nombre desia trouuez, à leur somme adiouste 1. & multiplie le tout par le denominatedeur de la proportion, & au produit adiouste 1. tu auras le premier nombre, & le nombre auquel se fera l'esgalité sera le cube du nombre surpassant d'un le denominatedeur de la proportion.

**P**AR exemple en la premiere question où le denominatedeur de la proportion est 1. ie pren le triple d'iceluy denominatedeur, à sçauoir 3. auquel i'adiouste 1. & i'ay 4. pour le troisieme nombre. l'adiouste 2. à 4. vient 6. que ie multiplie par 1. & au produit adiouste 1. i'ay 7. pour le second nombre. l'assemble 4. & 7. & à leur somme i'adiouste 1. vient 12. que ie multiplie par 1. & au produit i'adiouste 1. i'ay 13. pour le premier nombre, & le cube de 2. à sçauoir 8. est le nombre auquel se fait l'esgalité.

En

En la seconde question où le denominateur est 2. Je triple 2. & au produict adiouste 1. i'ay 7 pour le troisieme nombre i'adiouste 2. à 7. vien 9. que ie multiplie par 2. & au produit adiouste 1. i'ay 19. pour le second nombre. l'assemble 7. & 19. & à leur somme adiouste 1. viét 27. que ie multiplie par 2. & au produit adiouste 1. i'ay 55. pour le troisieme nombre, & l'esgalité se fait au nombre 27. qui est le cube de 3. surpassant d'un le denominateur 2. & la regle sert aussi bié pour toute autre sorte de proportion comme l'experience fera voir à chascun: car ce n'est pas icy le lieu d'enseigner demonstratiuement, comme i'ay tiré ceste regle de l'operation de l'Algebre, & que partant elle est infallible, ie m'en rapporte au iugement de ceux-là qui sçauent, comme on tire la quinte-essence d'une operation d'Algebre qui a passé par l'Alembic d'un esprit bien delié.

## IX.

*Trois hommes ont à partager 21. tonneaux, dont il y en a sept pleins de vin, sept vuidés, & sept pleins à demy. Je demande comme se peut faire le partage, en sorte que tous trois ayent un esgal nombre de tonneaux, & esgalle quantité de vin.*

**C**este question est proposée par Tarraglia en la premiere partie, liure 16. q. 130. & encor

234 *Problèmes plaisans & delectables,*  
 il en propose vne semblable en la q. 131. suiuan-  
 te. Mais ledit autheur se contente de donner la  
 solution desdictes questions, sans enseigner la re-  
 gle generale pour soudre toutes autres sembla-  
 bles; laquelle façon de faire ie repete indigne  
 d'un si habile Mathématicien. Doneque pour ne  
 commettre la mesme faute ie dis qu'il conuient  
 diuiser le nombre des tonneaux par celui des  
 personnes, & si le quotient ne vient nombre en-  
 tier, la question est impossible, comme supposant  
 qu'il y ait 21. tonneaux, si l'on met 4. personnes,  
 le partage ne se peut faire comme l'on requiert,  
 car afin que le nombre des tonneaux se partage  
 également, il faudroit que chascun en eut 5. qui  
 est chose absurde, vn tonneau ne se pouuant ain-  
 si briser en plusieurs pieces. Il faut donc que ce  
 quotient se treuve entier, car c'est le nombre des  
 tonneaux que chascun doit auoir. En apres il con-  
 uient prendre ledit quotient, & en faire autat de  
 parties qu'il y a de personnes, obseruant toutes-  
 fois que chascune d'icelles parties soit moindre  
 que la moitié du susdict quotient. Comme par  
 exemple les tonneaux estans 21. & les personnes  
 3. ayant diuisé 21. par 3. le quotient est 7. que ie  
 coupe en ces trois parties 3. 3. 1. Ou bien en ces  
 trois 2. 2. 3. dont chascune est tousiours moindre  
 que la moitié de 7. Or par le moyen desdictes par-  
 ties on peut soudre la question fort aisement,  
 appliquant chascune d'icelles à chascune person-  
 ne. Ainsi se seruant des premieres qui sont 3. 3. 1.  
 Le premier 3. signifie que la première personne  
 doit auoir 3. tonneaux pleins & autant de vuides  
 (car chascun en doit tousiours prendre autant  
 de pleins que de vuides.) & par consequent la  
 mesme

mesme personne n'en doit auoir que 1. à demy plein pour accomplir les 7. De mesme le second 3. monstre que la seconde personne doit prendre 2. tonneaux pleins, 1. vuides, & par consequent 1. à demy plein. Finalement la troisieme partie se denote que la troisieme personne doit auoir 2. tonneaux pleins, 1. vuides, & par consequent 1. à demy plein. Par ainsi chacun aura 7. tonneaux, & 3. 1/2 tonneaux de vin, partant autant les vuides, comme le vin seront partagez egallement.

Que si l'on se veut seruir des autres parties de 7. à scauoir 2. 2. 3. on trouuera vne autre solution, & tout aussi bonne, & diras-on que le premier doit prendre 2. tonneaux pleins, 2. vuides, & 3. demy pleins. Le second semblablement 2. tonneaux pleins, 2. vuides, & 3. demy pleins, & le troisieme 3. tonneaux pleins, 3. vuides & 1. demy plein, & pour ce que l'on ne peut en point d'autre façon faire trois parties de 7. dont chascune soit moindre que la moitié dudit 7. on peut asseurer que le partage en tel cas ne se peut faire en point d'autre sorte.

Et pour mieux faire voir la certaineté & generalité de ma regle, prenons l'autre exemple de Tartaglia où il suppose que le nombre des tonneaux soit 27. & les personnes 3. comme auparauant ie prendray le tiers de 27. qui est 9. & verray de faire trois parts de 9. dont chascune soit moindre que la moitié de 9. Or cela se peut faire en trois différentes façons car les parties de 9. peuvent estre 3, 3, 3. ou bien 1. 4. 4. ou bien 2. 3. 4. Parrant on peut donner trois solutions: car il se peut faire que le premier prenne 3. tonneaux pleins,

236 *Problemes plaisans & delectables,*

pleins, 3. vuides, & 3. demy pleins, & tout autant en prendront le second & le troisieme. Ou bien le premier en prendra 1. plein, 1. vuide, & 7. demi pleins: le second 4. pleins, 4. vuides, & 1. demy plein: le troisieme de mesme 4. pleins, 4. vuides, & 1. demy plein. Ou finalement le premier en prendra 2. pleins, 2. vuides, & 5. demy pleins: le second 3. pleins, 3. vuides, & 3. demy pleins: le troisieme 4. pleins, 4. vuides, & 1. demy plein, & en toutes les trois façons chascun à 9. vaisseaux, &  $4\frac{1}{2}$  tonneaux de vin. Neantmoins en ce cas Tartaglia n'apporte qu'une solution d'autant qu'il ignoroit la regle generale pour soudre toutes semblables questions.

♦ Que si l'on suppose qu'il y ait 24. tonneaux dont les 8. soyent pleins, les 8. vuides, & les 8. demy-pleins, & qu'il les faille partager de la mesme façon entre 4. personnes; diuisant 24. par 4. viendra 6. Partant nous verrons de faire de 6. quatre parties dont chascune soit moindre que la moitié dudit 6. Ce qui ne se peut faire qu'en vne sorte, les parties estant 2. 2. 1. 1. Par ainsi nous dirons que le partage ne se peut faire qu'en vne sorte, à sçauoir si le premier en prend 2. pleins, 2. vuides, & 2. demy pleins; le second aussi 2. pleins, vuides, & 2. demy pleins: le troisieme 1. plein, 1. vuide, & 4. demy pleins: & le quatrieme de mesme 1. plein, 1. vuide, 4. demy pleins. Par ainsi chascun aura 6. vaisseaux, & la valeur de 3. tonneaux pleins. Je ne m'estendray pas d'auantage pour rendre la raison de ceste mienne regle, cela estant si facile, que tout homme de bon esprit en viendra bien aisément à bout.

X.

Il y a 41. personnes en un banquet tant hommes que femmes & enfans, qui en tout despendent 40. soubz, mais chasque homme paye 4. soubz chasque femme 3. soubz chasque enfant 4. deniers. Je demande combien il y a d'hommes, combien de femmes, combien d'enfans.

Ceste question à mis en grande peine tous les Aritmethiciens qui ont esté par cy deuant, comme Frere Luc, François Felician, Nicolas Tartaglia, Estienne de la Roche & autres; qui tous se sont efforcez de la soudre par regle certaine, mais toutesfois ne sont point venus à bout de leur dessein, car tous sont d'un accord que l'on n'en peut sortir qu'en ceste maniere. Posons que tout le nombre des personnes soit de celles qui payent le moins, à sçauoir d'enfans, dont s'en suit puisque chasque enfant paye 4. deniers, qui font  $\frac{7}{8}$  de s. qu'ils payeront en tout  $\frac{7}{8}$  s. qui ostez de 40 s. reste  $\frac{22}{8}$ . qu'il faut garder à part. En apres soubstraisôs le moindre prix des deux plus grands, à sçauoir  $\frac{1}{2}$  de 3. & de 4, resteront  $\frac{2}{3}$  &  $\frac{11}{3}$ . & puisque ces trois restes  $\frac{22}{8}$ .  $\frac{1}{3}$ .  $\frac{11}{3}$ . sont tous d'une mesme denomination: (car autremét il les y faudroit reduire) nous seruât des numerateurs seulement, il nous conuient diuiser 79. en deux telles parties, que l'une soit mesuree par 8. l'autre soit mesuree par 11, ce que

. nous

138 *Problemes plaisans & delectables;*

ferons en tastonnant de ceste sorte. Osons vne fois 11. de 79. reste 68. qui n'est pas mesuré par 8. Partant osons 2. fois. 11. de 79. reste 57. qui aussi n'est pas mesuré par 8. Partant osons 31 fois. 11. de 79. reste 46. qui encore n'est pas mesuré par 8. Doncques osons 4. fois 11. de 79. reste 35. que 8. ne mesure point aussi. Osons donc 5. fois 11. de 79. reste 24. qui est mesuré par 8. Partant nous dirons que les deux parties cherchées de 79. sont 55. & 24. Car diuisant 55. par 11. le quotient est 5. tout iuste; & diuisant 24. par 8. le quotient est 3. Doncques nous dirons que le nombre des hommes est 5. celui des femmes 3. dont la somme est 8. qui ostee de 41. reste 33. pour le nombre des enfans. Que si l'on n'eut pas peu faire de 79. deux pars; dont l'une eut esté mesurée par 11. l'autre par 8. la question eut esté impossible. Et si 79. se fut peu diuiser en deux telles parties en plusieurs diuerses façons, la question eut peu receuoir tout autant de differentes solutions.

Voylà la regle que donnent les auteurs susdits; laquelle comme ie ne nie pas qu'elle ne soit assez bonne & subtile, & fondee sur raison. cōme l'on peut voir facilement, ie soustiens aussi qu'elle est fort imparfaicte, tant parce que en partie l'on y procedé à tastons, que parce que elle ne touche pas au fond de ceste matiere. Car toute semblable question proposee vniuersellement sans estre appliquee à aucun sujet (si elle est possible) reçoit tousiours infinites solutions, comme si l'on disoit Faictes trois pars de 41. que l'une multipliee par 4. l'autre par 3. l'autre par 1. la somme des trois produit soit 40. Il est evident que c'est la mesme question proposee plus generalement;

car icy l'on ne requiert point que les trois parties de 41. soyent nombres entiers, ce qui estoit auparavant necessaire à cause qu'on ne peut admettre fractions de personnes sans absurdité. Voyre mesme l'on peut appliquer vne semblable question à tel subject, qu'il ne sera point necessaire que la solution se done en nombres entiers, comme si l'on disoit, l'ay acheté 41. Aulnes de trois differentes estoffes, à scauoir du veloux à 4. escus l'aulne, du Satin à 3. escus, & de la toile à 20 f. & le tout me couste 40. escus. Je demande combien i'ay pris de chaque estoffe. Or en tous semblables cas telles questions recoiuent infinies solutions comme ie feray voir cy-apres.

Doncques pour dire ce qui se peut sur ceste question, il se faut seruir d'vne miene inuention, dont i'ay desia touché vn mot en l'aduertissement du septiesme Probleme, laquelle à ceste occasion i'expliqueray icy briefuement, puisque ie l'ay declaree plus au long en mes commentaires, sur la 41. question du 4. liure de Diophante. Toutesfois i'aduertis le Lecteur que s'il n'est expert en l'Algebre, il ne se trauille pas pour entendre ce qui s'ensuit; car ce luy seroit peine perduë, d'autant qu'implorant le secours de ceste diuine science ie discours en ceste sorte.

Soit le nombre des hommes  $x$ . Doncques celuy des femmes, avec celuy des enfans sera  $41 - x$ . Rac. & puisque chaque homme paye 4. f. tous les hommes ensemble payeront  $4x$  Rac. de f. & partant les femmes avec les enfans payeront  $40 - 4x$  Rac. Mais d'autat que chaque femme paye 3. f. &

240 *Problemes plaisans & delectables,*

& chaque enfant  $\frac{1}{2}$  l. Il appert que la somme que payent les femmes & les enfans ensemble, à scauoir 40-4. Rac. contient le nombre des femmes trois fois, & le tiers du nombre des enfans, & multipliant icelle somme par 3. le produit 120-12. Rac. contient le nombre des femmes neuf fois, & vne fois le nombre des enfans; partant ostant de là vne fois tant le nombre des femmes que des enfans, à scauoir 41-1. Rac. le reste qui est 79-11. Rac. contiendra huit fois le nombre des femmes: doncques diuisant par 8. nous aurons pour le nombre des femmes  $9\frac{7}{8}$  Rac. qui osté de 41-1. Ra. laissera pour le nombre des enfans  $31\frac{1}{8} + \frac{1}{8}$  Rac. par ainsi nous auôs en termes Algebriques le nombre des hommes qui est 1. Rac. celui des fêmes qui est  $9\frac{7}{8} + \frac{1}{8}$  Ra. Celui des enfans, qui est  $31\frac{1}{8} + \frac{1}{8}$  Rac. dont la somme est iustement 41. & selon qu'il est requis en la question, les hommes payeront 4. Rac. les femmes  $29\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$  Rac. & les enfans  $10\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$  Rac. dont la somme est iustement 40. Partant il euident que la question est soluë infiniment (comme dit Diophante) c'est à scauoir que l'on peut prendre tout nombre pour valeur de la racine, pourueu toutesfois qu'on le puisse conuenablement appliquer aux positions.

Or pour ce faire i'ay remarqué deux points. Le premier est qu'encor qu'ô vueille soudre la question generalement sans se soucier si la solution vient en nombres entiers, ou rôpus, il faut neantmoins prendre garde qu'il ne s'ensuiue aucune absurdité, comme en l'exemple donné si l'on vouloit mettre 7. pour valeur de la racine, il s'ensuiuroit que le nombre des femmes seroit moins que

que rien, car nous auons trouué par force du discours que le nombre des femmes est  $9\frac{7}{11}$  Rac. & partant si l'on prend 8. pour valeur de la racine,  $1\frac{7}{11}$  Rac. seront 11. qui estant soustrait de  $9\frac{7}{11}$  restera pour le nombre des femmes, moins  $1\frac{7}{11}$ . Doncques pour remedier à tous semblables inconueniens ie regarde si quelqu'un des nombres de mes propositions est composé de nombre moins racine, ou de racine moins nombre, ou si l'un est d'une sorte, l'autre de l'autre, & lors diuisant les nombres par les racines, s'il y a nombre moins racine, le quotient est un terme au dessous duquel il faut prendre la valeur de la racine, & s'il y a racine moins nombre, le quotient est un terme au dessus duquel il faut prendre la valeur de la racine, partant si l'un des nombres des positions est composé de nombre moins racine, & l'autre de racine moins nombre, on a deux termes entre lesquels de nécessité se doit prendre la valeur de la racine exclusivement. En la question proposée, pource qu'il n'y a que le nombre des femmes où se rencontre le signe de moins, il n'y aura aussi qu'un terme, qui se trouuera diuisant  $9\frac{7}{11}$  par  $1\frac{7}{11}$  & le quotient, à sçauoir  $7\frac{2}{11}$  sera ledit terme au dessous duquel tout nombre pris pour valeur de la racine soustra la question (pourceu qu'on admette les fractions) que si l'on prend pour la racine  $7\frac{2}{11}$  ou quelque nombre plus grand, le nombre des femmes se trouuera rien ou moins que rien.

Mais pour donner un exemple où se rencontrent deux termes, soit le nombre des personnes 20 l'argent en tout despendu soit 20. l. & que les hommes payent 4 l. les femmes  $\frac{1}{2}$  l. les enfans  $\frac{1}{4}$  l.

Q

## 242 Problemes plaisans & delectables,

Lors posant 1. R. pour le nombre des hommes; les femmes & les enfans ensemble serót 20-1 R. & puisque chaque homme paye 4. s. tous les hommes payeront 4R. de s. & partant les femmes avec les enfans payeront 20-4R. Et d'autant que chaque femme paye  $\frac{1}{2}$  s. & chaque enfant  $\frac{1}{4}$  il est certain que le nombre de s. que payent les femmes est la moitié du nombre des femmes, & le nombre de sols que payent les enfans, est le quart du nombre des enfans. Doncques 20-4 R. contient la moitié du nombre des femmes, & le quart du nombre des enfans, & multipliant tout par 4. viendra 80-16R. contenant deux fois le nombre des femmes, & vne fois celuy des enfans, partant osons en 20-1 R. qui contient vne fois tant le nombre des femmes, que celuy des enfans, restera 60-15 R. pour le nombre des femmes, qui osté de 20-1R. restera 14R-40. pour le nombre des enfans. Nous auons doncques 1 R. pour les hommes; 60-15 Rac. pour les femmes, 14 R-40. pour les enfans, & pource qu'il y a nombre moins racine, à scauoir 60-15 Rac. diuisant 60. par 15. le quotient 4. sera le terme au dessous duquel se doit prédre la valeur de la racine, & d'autant qu'il y a racine moins nombre, à scauoir 14 R-40. diuisant 40 par 14. le quotient 2. sera le terme au dessus duquel il faut prendre la racine. Partant tout nombre pris entre 2. & 4. soudra la question si l'on admet les nombres rompus, & point de nombre qui ne soit entre ces deux termes, ne sera propre.

Le second point que ie remarque, est pour faire venir la solution en nombres entiers, lors que le sujet ne permettra pas qu'on se serue des fractiós, comme

comme quand on parle des personnes ou d'animaux vivans, qu'on ne peut diuifer en plusieurs parties sans absurdité, & pour ce faire, si les positions il ne se rencontre aucune fraction la chose est bien aisée, car on peut prendre pour valeur de la racine tout nombre entier qui se treuve entre les bornes des termes cherchez par l'artifice que i'ay enseigné, comment au dernier exemple, pource qu'en toutes les trois positions il n'y a aucune fraction, on peut prendre pour la racine tout nombre entier qui se treuve entre 2  $\frac{2}{3}$  & 4. & pource qu'il n'y a que 3. on peut dire que telle question par nombres entiers n'a qu'une seule solution & le nombre des hommes est 3. celuy des femmes 15. celuy des enfans 2. mais si l'on admettoit les fractions, il appert qu'entre 2  $\frac{2}{3}$  & 4, on en peut prendre infinies.

Que si en quelqu'un des nombres des positions il se rencontre des fractions, il y a un peu plus de difficulté, comme au premier exemple où il y a des huitiesmes tant au nombre des femmes qu'en celui des enfans. Toutesfois en tel cas ie procede ainsi tres-certainement. Le nombre des enfans estant  $3\frac{1}{4}$   $\frac{1}{4}$  Rac. pour faire que tant la racine, qu'iceluy nombre des enfans se rencontre un nombre entier, il est necessaire de prendre pour la racine un nombre entier, dont les  $\frac{1}{4}$  adionstées à  $\frac{1}{4}$  fassent un nombre entier, & si faut que iceluy nombre soit moindre que  $7\frac{2}{11}$  (qui est le terme treuvé) or cela n'est autre que treuver un nombre au dessous de  $7\frac{2}{11}$  qui multiplié par 3. & au produit adjoustant 1. la somme soit mesurée par 8. c'est à dire treuver un multiple de 8. qui surpasse d'un un multiple de 3. tel toutesfois

Q. 2

244 *Problemes plaisans & delectables,*

qu'iceuy multiplie de 3. diuisé par 3. donne vn quotient moindre que  $7\frac{2}{3}$ . Or cela n'est autre chose que la 18. proposition de ce liure, par laquelle tu trouueras que 16. est le moindre multiple de 8. que tu cherches, duquel ostant 1. reste 15. multiple de 3. & parce que diuisant 15. par 3. le quotient 5. est moindre que  $7\frac{2}{3}$  tu peux prendre 5. pour valeur de la racine, & l'appliquant aux positions, tu diras que le nombre des hommes est 5. celuy des femmes 3. celuy des enfans 33. Que si par la 19. de ce liure, tu vas chercher tous les autres multiples de 8. surpassans de l'vnité, les multiples de 3. tu n'en trouueras aucun autre qui soit propre à soudre la question, car diuisant le multiple de 3. par 3. le quotient sera toujours plus grand que  $7\frac{2}{3}$ . Par consequent tu pourras asseurer, que cette question n'a qu'vne solution en nombres entiers.

Il pourroit aussi arriuer qu'au lieu de se seruir de la 18. de ce liure, il faudroit employer la 21. comme si en l'vne de tes positions tu rencontrois ces nombres: 12.  $\uparrow$  7.  $\uparrow$  8. Car alors tu serois réduit à chercher vn multiple de 5. qui surpassast de 3. vn multiple de 4. ce que tu ferois par la susdite 21. proposition de ce liure. Cela suffit quant à ceste question: que si quelqu'vn en veut sçauoir dauantage, & apprendre comme par la mesme inuention, on peut soudre les regles d'alligation, & treuer tousiours infinies solutions; ce que personne deuant moy n'a iamais enseigné, qu'il aille voir mon commentaire sur la 41. question du 4. liure de Diophante. Là il apprendra aussi comme il faut proceder en toutes questions de semblable nature, lors qu'on propose à diuiser

vn nombre donné en 4. ou en plusieurs parties, qui multipliees par autant de differens nombres, donnent, fassent des produits, dont la somme soit aussi vn nombre donné. Mais outre tout ce que i'ay dit en ce lieu là, pour faire voir la beauté de mon inuention, en comparaison de ce qu'ont écrit sur ce subiet, les plus habiles Arithmeticiens qui n'ont deuancé; il faut que i'adiouste icy pour conclusion de ce liure, ce que i'ay treuue en examinant les deux dernieres questions du liure 17. de la premiere partie de l'Arithmetique de Tartaglia. En la premiere il propose à diuiser le nombre 100 en quatre nombres entiers, tellement que multipliant le premier par 3. le second par 1. le troisieme par  $\frac{1}{2}$ , le quatrieme par  $\frac{1}{3}$ , la somme des produits soit aussi 100. & donne vne seule solution, mettant le premier nombre 19. le second 22. le troisieme 51. le quatrieme 8. aduoiant encore, qu'il ne scait point soudre des semblables questions, qu'en y procedant à tastons; la ou ie treuue par vn discours infallible, & fondé en bonne demonstration, que ceste question ainsi proposée, peut receuoir infinies solutions en admettant les fractions, à cause qu'on peut mettre pour le premier nombre, tout nombre moindre que 25. Mais en nombres entiers, elle recoit 226 solutions, à cause qu'on peut mettre pour le premier nombre, tout nombre plus grand que l'vnité, & qui ne surpasse point 24. & mettant le premier nombre 24. on peut donner 3 solutions. Le mettant 23. on en peut donner 7. Le mettant 22. il y a 11 solutions. Le mettant 21. il y en a 15. Le mettant

246 *Problemes plaisans & delectables,*

20. il y en a 19. Le mettant 19. il y en a 18. Le mettant 18. il y en a 17. Le mettant 17. il y en a 16. Et ainsi consecutivement diminuant toujours d'une, iusques au nombre de 2. lequel estant mis pour le premier nombre, ne donne qu'une solution. J'aurois crainte d'ennuyer le lecteur, & encor plus l'imprimeur, si ie voulois icy coucher par ordre toutes les susdictes 226 solutions: mais pour ne point frustrer entièrement les plus curieux de leur attente, ie rapporteray seulement les 18 qui se treuvent, mettant le premier nombre 19. comme Tartaglia le met, & tu verras que la solution de Tartaglia est iustement la seconde.

19	19	19	19	19	19	19	19	19
23	22	21	20	19	18	17	16	15
54	51	48	45	42	39	36	33	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36

---

19	19	19	19	19	19	19	19	19
14	13	12	11	10	9	8	7	6
27	24	21	18	15	12	9	6	3
40	44	48	52	56	60	64	68	72

La seconde question de Tartaglia est. Diuiser 200 en cinq nombres entiers, tellement que multipliant le premier par 12. le second par 3. le troisieme par 1. le quatriesme par  $\frac{1}{2}$ . le cinquieme par  $\frac{1}{3}$ . la somme des produits soit aussi 200. & ledit auteur se tient bien glorieux d'auoir peu trouuer vne solution, à sçauoir mettant le premier 6. le second 12. le troisieme 34. le quatriesme 52. le cinquieme 96. Mais ie veux que le lecteur s'estonne, quand il verra que l'asseuré, que ceste question reçoit 6639 solutions,

toutes

*qui se font par les nombres.* 247

toutes par nombres entiers , d'autant qu'on peut mettre pour le premier nombre , tout nombre moindre que 11  $\frac{1}{2}$ . & mettant ledit premier nombre 11. il y a 3 solutions. Le mettant 10. il y en a 60. Le mettant 9. il y en a 200. Le mettant 8. il y en a 388. Le mettant 7. il y en a 571. Le mettant 6. il y en a 704. Le mettant 5. il y en a 832. Le mettant 4. il y en a 914. Le mettant 3. il y en a 977. Le mettant 2. il y en a 985. Le mettant 1. il y en a 1005. Que s'il me falloit rapporter icy toutes lesdictes solutions en particulier , elles rempliroient plus d'une vingtaine de pages, ce qui seroit trop ennuyeux. C'est pourquoy ie me contenteray de coucher icy toutes celles qui se trouvent , en mettant le premier nombre 6. & le second 12. comme fait Tartaglia , lesquelles solutions sont en tout 44. comme l'on peut voir.

6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12
46	45	44	43	42	41	40	39	38	37	36
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44
132	129	126	123	120	117	114	111	108	105	102
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12
35	34	33	32	31	30	29	28	27	26	25
48	52	56	60	64	68	72	76	80	84	88
99	96	93	90	87	85	81	78	75	72	69
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12
24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14
92	96	100	104	108	112	116	120	124	128	132
66	63	60	57	54	51	48	45	42	39	36
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12
13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3
136	140	144	148	152	156	160	164	168	172	176
33	30	27	24	21	18	15	12	9	6	3

F I N.

*Fautes survenues en l'impression.*

Pag. 14. ligne 14. le nombre D C. Cor. le nombre C.  
 Pag. 18. lig. 2. le restant E G. Cor. le restant F G. Item  
 lig. 18. Puisque E H. Cor. Puisque F H. p. 58. lig. 14. pairé-  
 ment par. Cor. pairément pair. p. 74. lig. dernière. que le  
 produit Cor. que G est le produit. pag. 183. lig. dernière. que  
 E P. Cor. que Q P.

**Bayerische  
 Staatsbibliothek  
 München**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72
73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84
85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96
97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108
109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120



