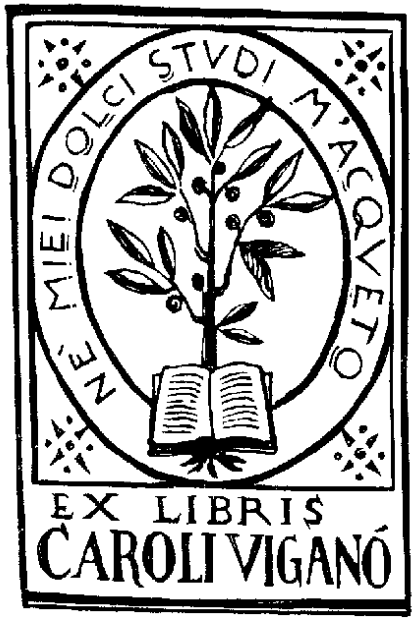


IO. BAPTISTAE BENEDICTI

Patritij Veneti Philoſophi.

DIVERSARVM SPECVLATIONVM
Mathematicarum, & Phyſicarum

Liber.

Quarum ſeriem ſequens pagina indicabit.

AD SERENISSIMVM CAROLVM EMANVELEM
ALLOBROGVM, ET SVBALPINORVM
DVCEM INVICTISSIMVM.

TAVRINI, Apud Hæredem Nicolai Beuilaquæ, MDLXXXV.
Superioribus permiſſum.

TRACTATVS QVI IN HOC volumine continentur.

Theoremata Arithmetica.
De rationibus operationum perſpectiuæ.
De Mechanicis.
Diſputationes de quibuſdam placitis Ariſt.
In quintum Euclidis librum.
Phyſica, & Mathematica reſponſa per Epiſtolas.

SERENISSIMO CAROLO EMANVELI Sabaudiæ Duci, &c.

GITVR *nonusdecimus annus ex quo litteris Sereniſſimi patris tuæ Celſitudinis, accerſitus ex vrbe Parmenſi in hanc me ciuitatem contuli. Is aduenientem tam humanè excepit, tanta deinde liberalitate fuit complexus ego viciſſim ei deſeruiendi, tam vehementi cupiditate fui accenſus, vt ſub eius ditione quod ſupereſſet vitæ agere conſtituerem. Cuius in me benignitas, mea in illum obſeruantia mirum in modum mutuo vſu, & conſuetudine eſt adaucta, vt idem Dux me ſecum dum ruſticaretur eſſe vellet, ſæpè etiam ſecum pernoctare; quo quidem tempore de Mathematicis ſcientijs mecum agebat, in quibus perdiſcendis mea opera vtebatur, quæſtiones, Arithmeticam, Geometriam, Opticen, Muſicam, aut Aſtrologiam ſpectantes proponens. Cui vt quod in me eſſet ſatisfacerem, acrius quàm antea in ea ſtudia (ad quæ tamen ſemper fui propenſiſſimus) incubui. Illiusq; imitatione (vt ferè cæteri Principum ſtudia imitantur) non pauci aut præſentes, aut per litteras me de his, atque illis Mathematicis quæſtionibus conſuluerunt. Cùmque ego nunquam laborem amicorum cauſa defugerim, euenit vt poſt tot annorum curricula, mea ſcrinia ſcrutatus, inuenerim tot abſolutas quæſtiones, vt ex eis corpus mediocre effici poſſe videretur. Quas, cùm rationibus in epiſtola ſubſequenti allatis edere conſtituiſſem, non ſub cuiuſque alterius nomine, & auſpicijs quam tuæ Celſitudinis volui apparere; tum quòd patri debitum libellum filio reddere par erat, tum*

quòd in tua Celſitudine paternam in me fouendo, & augendo benignitatem ineſſe ſemper ſum expertus, tum quòd tua Celſitudinis interrogationibus excitatus non pauca quæ hoc volumine continentur, elucubraui. Acceſſit, quod ego ſemper in his dedicationibus ſpectandum putaui, tuam Celſitudinem tantos progreſſus in Mathematicis feciſſe, vt vel idonea æſtimatrix mearum vigiliarum eſſe poſſit. Quare, & veterum Perſarum Regum gloriam æquauit, & nos veluti in ſpem certam felicitatis huius ſæculi induxit, ſi verum eſt Platonis vaticinium, beatam eam futuram Rempublicam in qua Principes Philoſophentur. Tua igitur celſitudo libellum tot ei nominibus debitum, ea qua ſolet humanitate accipere nè grauetur. Deus tuas omnes cogitationes, & conatus ad fœliciſſimos ſemper exitus perducat, teq; diutiſſimè ſeruet incolumem.

AD LECTOREM.

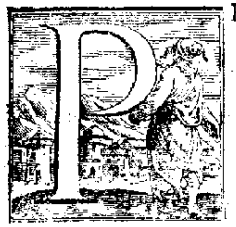
VM Varijs temporibus permulta in diuerſis diſciplinis contemplatus ſim, partim à præſtantibus viris patronis ac amicis meis excitatus, qui ſuper eis ſententiam meam exquirebant, partim, ab ingenito mihi deſiderio, rationem, & cauſam eorum percipiendi, committendum non putaui, quin qualiacunque mea ſcripta in illis ſcientijs, ſtudioſis impartirer, non dubitans quin illis aliquid commodi atque vtilitatis allatura ſint, præſertim cum in eiuſmodi quæſtionibus inueſtigandis atque perpendendis, nemo (quod ſciam) hactenus elaborauerit. Nihil enim his libris à me traditum eſt, quod aut legiſſe, aut ab alijs audiuiſſe meminerim, nam ſi aliena attigi, ea, aut cum aliqua differentia demonſtrationis, aut dilucidius ſcripſi, quod ſi forte alius eadem tradidit, aut eius lucubrationes ad me non peruenerunt, aut earum perlectionis memoria excidit. Vt enim etiam Ariſtoteles ipſe ſenſit facilè fieri poteſt, vt pluribus, eædem opiniones in mentem veniant. Immo multa ſcribenti euenire poteſt, vt cum iamdiu aliquid ſcripſerit, iam oblitus, idem repetat, quod mihi etiam nonnunquam accidit. In his autem libris non ſuſcepi munus integræ alicuius ſcientiæ tradendæ, ne, quæ ab alijs iam tradita ſunt, ipſe inutiliter repeterem, mihiq́ue viderer ex alienis laboribus laudem voluiſſe comparare. Singularum enim ſcientiarum volumina, iam ab alijs collecta, atque in ordinem ſunt digeſta, & ſi pauciſſimi ſint libri quorum omnes ſententiæ, omniaq́ue inuenta vnius ſint authoris, excipio Archimedis volumina. Cumque multi ſint, qui vel vnam rem à ſe inuentam in publicum proferre non dubitent, multo magis mihi qui multa excogitaui, & ſi inter ſe hætereogenea, atque vtcunque expreſſa, idem licere ſum arbitratus. In his autem meditandis, ex Arithmeticis authoribus quos inſpexi, præcipuus fuit Nicolaus Tartalea, quippe quem ferè omnia ab alijs ſcripta collegiſſe conſtat, nec alios ex præcipuis, quos legere potui omittendos duxi, inter quos ſunt Hieronymus Cardanus, Michael Stifelius, Gemma Friſius, Ioannes Nouiomagus, Cuthebertus Tonſtallus, cæteriq; huiuſmodi. Quorundam tamen volumina illorum qui à Tartalea citantur, vt Leonardi Piſani, Proſdocimi, Ioannis Infortunati, Fratris Lucæ, Petri Borgi, aliorumque aliquot inſpiciendorum,

facultas

facultas mihi non fuit. Præterea, licet in his libris nonnullę inueniantur propoſitiones, quæ diſiunctam ab alijs habeant rationem, eæ non ſpernendæ tamen ſunt, viam fortaſſe alicui aperient vlterius progrediendi. Quemadmodum enim, exempli gratia, ex ſub contraria coniectione, ſumpta poſtea fuit diuina illa Planiſferij delineatio, quæ ſub Ptolomæi nomine legitur, & ſicuti ex penultima primi Euclidis, quam Pythagoras excogitauit propè innumeræ pulchræ conſequentiæ in Aſtronomia, in Architectura, in multisq; alijs ſcientijs deſumptæ ſunt, immo quemadmodum ex ſingulis propoſitionibus à noſtris maioribus excogitatis multa egregia ſunt deducta, ita fortaſſe continget, vt ex mearum inuentionum aliqua, nõnihil in poſterum vtilitatis deſumatur. Si quid verò, hic inueneris, quod tuo genio non arrideat, illa prudentiſſimi hominis ſententia in mentem veniat. *Quot capita, tot ſententiæ*, ac per raro contingere, vt idem omnibus probari, atque placere queat, & perdifficulter inueniri hominem cui placeant omnia quæ alteri ſatisfaciunt. Nec te moueat, quod hęc Theoremata ſiue excogitationes non videas ordine illo diſpoſitas, quo collocari debere exiſtimaueris, tum in Arithmeticis, tum in cæteris. Cum enim in *huiuſmodi* rebus ordo non ſit neceſſarius, viſum eſt mihi poſſe me, ſine reprehenſione, illum negligere, cum ſpeculationi, ſiue inuentioni pręcipuè adeo mihi incumbendum decreuerim, vt in collocatione operam ponere, & tempus abſumere operæpretium non duxerim, quod idem in epiſtolarum collocatione feci, in quibus perſonarum ad quas ſcribo nullus ferè graduum ordo ſeruatus eſt, nec temporis, quo ſunt ſcriptæ, quæſitorum tantummodo ratione habita. Nec admirari quenquam velim, quod in ſpeculandis numerorum paſſionibus, figuris vtar geometricis, ita enim in. 2. libr. fecit Euclides, qui modus, eo magis mihi arridet, quo minus eſt abſtractus, *quoniam oportet, intelligentem phantaſmata ſpeculari*, cum prętera perſpicuum ſit, diſcretum omne, ex continui diuiſione aliquo modo oriri, ſiue actu, ſiue potentia. Deinde ſi forte meis in demonſtrationibus tibi videbor aliquando breuior, illud in cauſa fuiſſe ſcias, quod ibi ad viros ſcribebam in his diſciplinis exercitatos, quibus ſatis fuit rem ſignificare. Libuit autem mihi omnes voluminis Arithmetici propoſitiones potius vocabulo theorematum appellare, quam problematum, quia pars earum ſpeculatiua tantum mea eſt, & ſi ex varijs eiuſmodi propoſitionibus etiam operatiuam adinuenerim. Quoniam verò multis in locis accidit, vt veritatis iudicandæ cauſa neceſſe mihi fuerit quorundam ſententijs aduerſari nolim te hoc mihi vitio tribuere, meq; hoc nomine carptorem maledicumq; habere quod alienos errores aperiam, cum potius habenda ſit mihi gratia, quod in ijs interdum laborans (quę Antiſthenes in diſciplinis magis neceſſaria eſſe dixit, *vt mala ſcilicet prius dediſcantur*) falſas opiniones euellere ſtudeam, veritatemq; oſtendere, quam omnis philoſophus, Ariſtotelis exemplo, pluris quam cuiuſuis hominis authoritatem, aut gratiam facere debet. Cumque in hoc volumine aliquid eiuſmodi legeris te oratum volo, vt in iudicando, affectum omnem exuas, Salluſtianum illud præ oculis habens. *Omnes qui de rebus dubijs conſultant, ab odio amicitia, ira, atque miſericordia vacuos eſſe decet*. Hinc fiet, vt non perſonæ (vt multi ſolent) ſed veritati, quę ſummo ſtudio digniſſima eſt, ſemper potius faueas. Vale noſtrisque laboribus vtere, ſi quem inde fructum, ſicuti ſpero tuleris, illi præcipuè habeas gratiam à quo omnes fluunt ſcientiæ.

IO. BAPTISTAE BENEDICTI PATRITII VENETI SERENISS. CAR. EM. ALLOBROGVM DVCIS PHILOSOPHI.

Theoremata Arithmetica.



RAECLARE multa veteres mathematici philoſophi de numeris eorumque effectibus excogitata poſteris tradiderunt, quorum cum vix vllam rationem reddiderint, aut certè per exiguam, occaſione diuerſorum problematum mihi a Sereniſſimo Sabaudiæ Duce propoſitorum præbita, de ijs quæ ab antiquis propoſita fuerunt contemplanda nonnulla occurrerunt, quæ poſteritati comendare non inutile arbitratus ſum, ne hæ meæ cogitationes interciderent, & occaſionem præberem quamplurimis abſtruſa hęc indagandi, quæ problematibus & theoremátibus inuoluta, vix aliquem qui euolueret nacta ſunt.

Inter cætera vero à me queſita, hoc fuit theorema.

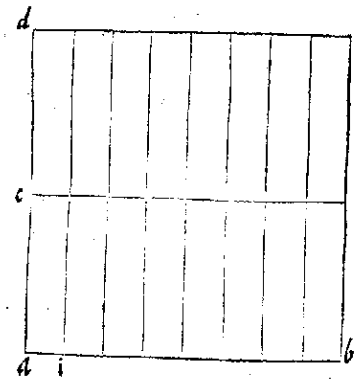
THEOREMA PRIMVM.

INTERROGAVIT me Sereniſſimus Dux Sabaudiæ, qua ratione cognoſci poſſet ſcientificè & ſpeculatiue (vt dicitur) productum ex duobus fractis numeris, quolibet producentium minus eſſe. Cui reſpondi, mente & cogitatione concipiendum eſſe fractos producentes cum fractis productis, non vnius eiuſdemque naturæ eſſe, imò longè diuerſæ.

Exempli gratia, fractis numeris propoſitis. a. i. et. a. c. quorum integri ſint. a. b. et. a. d. qui tanquam lineæ cogitentur, apertum ſanè eſſet productum. c. i. ſuperficiale futurum, quod nomen caperet à producto ſuperficiali. d. b. generato ex vno in aliud totorum linearium, nam ſi conſtitueretur. a. i. octauum ipſius. a. b. et. a. c. dimidium. a. d. multiplicato. a. i. cum. a. c. produceretur ſextumdecimum ipſius. d. b. Quare. d. b. eſſet totum relatiuũ ipſius. c. i. non aliquod totum producentium. Mirum itaque non eſt ſi productum. c. i. minus videatur ſuis producentibus, cum toto, diuerſæ naturæ à primis conferatur, fractum ſiquidem ab integro eiuſdem naturæ, linearis, ſuperficialis, aut corporeæ denominatur.

Quod ſi amplioris cognitionis gratia ex ſcientiæ præceptis ſpeculari voluerit aliquis

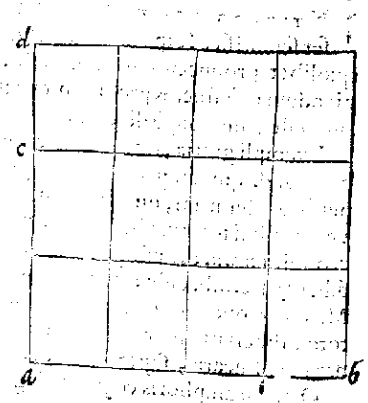
quis, qua ratione fractus numerus. c. i. minor ſit in ſuo integro. d. b. fracto. a. i. in ſuo integro. a. b. aut fracto. a. c. in ſuo integro. a. d. conſideret is quo pacto proportio. c. i. ad. d. b. minor ſit proportione. a. i. ad. a. b. et. a. c. ad. a. d. hac ratione. Manifeſtum eſt ex prima ſexti de quantitate continua, aut. 18. ſeptimi Euclidis de diſcreta, proportionem ipſius. d. i. ad. d. b. eſſe ſicut. a. i. ad. a. b. & cum. c. i. minor ſit. d. i. velut pars ſuo toto, proportio, c. i. ad. d. b. minor erit proportione. d. i. ad. d. b. ex. 8. quinti, quare minor erit pariter proportione. a. i. ad. a. b. ex. 12. eiuſdē vnà etiam proportio. c. i. ad. d. b. minor erit. a. c. ad. a. d. ex eiſdem cauſis, medio. c. b. Ex quibus patet ratio, cur fracti diuerſarum denominationum ad vnicam reducantur. Cur etiam numeros integros in partes fractis ſimiles frangere liceat, quæ omnia ex ſubſequenti figura facilè cognoſci poſſunt.



THEOREMA II.

QVAE ſit ratio, cur hi, qui numeros, fractos diuerſarum denominationum colligere volunt, & in ſummam redigere, multiplicent vnum ex numerantibus per denominatorem alterius, & poſtmodum denominatores adinuicem, quorum vltimum productum, commune eſt denominans duorum priorum productorum, quæ collecta in ſummam efficiunt quod quærebatur.

Qua in re ſciendum eſt, denominantes conſiderari tanquam partes vnius eiuſdēque magnitudinis quantitatis continuæ, linearum (verbigratia) a. b. et. a. d. æqualiū in longitudine, quarū. a. b. in quatuor partes diuidatur, et. a. d. in tres. Quare ſi colligere voluerimus duo tertia cum tribus quartis, multiplicabimus. a. c. duo tertia, cum. a. b. diuiſa in. 4. partes, producetúrque. c. b. octo partium ſuperficialium, de hinc multiplicando. a. i. tres quartas cum. a. d. diuiſa in. 3. partes producetur. i. d. pri mis ſingulis æqualis, nouem partium ſuperficialium, multiplicata deinde a. b. diuiſa in. 4. partes per. a. d. in. 3. diuiſa, producetur quadratum. d. b. in continuo, in 12. partes diuiſum, quod erit totum commune ſingulis productis, quorum primum erat. c. b. Quare. c. b. ita ſe habet ad totum. d. b. ſicut. a. c. ad. a. d. ex prima ſexti in continuis, aut. 18. ſeptimi in diſcretis quantitatibus, et. d. i. ad. d. b. ſicut. a. i. ad. a. b. ex eiſdem propoſitionibus. Collectis deinde partibus producti. c. b. cum partibus producti. d. i. manifeſtè deprehendetur eiuſmodi ſummam componi ex partibus vnius totius communis ſingulis earum.

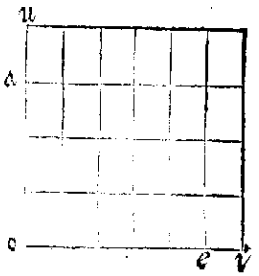


THEO-

THEOREMA III.

CVM reperturi qualis ſit fractus aliquis numerus reſpectu alterius, multiplicare debeant numeratores adinuicem & ita etiam denominatores, ex quo productum ex numeratoribus nomen capiat à producto denominatorum.

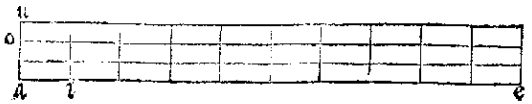
Huius ſi cauſam noſce vis, ſume. o. i. &. o. u. pro totis denominatoribus, tum. o. e. &. o. a. pro numeratoribus (exempli cauſa) ſit. o. i. ſenarius. o. u. quaternarius. o. e. quinarius. o. a. ternārius. Si noſce vis quæ ſint tres quartę partes quinque ſextarum, patet ex regulis practicis oriri quindecim vigeſimaſquartas. Id quomodo fiat, ex ſubſcripta figura deprehendetur, memores tamen eſſe oportet, quodlibet productū conſiderari tanquā ſuperficiem, producentia aurē tanquam lineas. In hac igitur figura productum ex totis linearibus eſt. u. i. aggregatum ex. 24. partibus, &. u. e. productum aggregatum ex. 20. Quod ita ſe habebit ad productum totale. u. i. ſicut. o. e. ad o. i. ex prima ſexti aut. 18. ſeptimi, ita. u. e. erunt quinque ſextæ partes. u. i. quarum in propoſito exemplo, tres quartæ quærūtur. Si itaq; multiplicabitur. o. e. cū. o. a. orietur productum. a. e. ita proportionarū ad. u. e. ſicut. o. a. ad o. u. reperitur, ex prædictis rationibus. Quòd ſi ſtatutū eſt. o. a. tres quartas partes eſſe ipſius. u. o. etiā. a. e. tres quartæ partes erūt. u. e. ſed. u. e. quinque ſextæ ſunt ipſius. u. i. ex quo ſequitur bonum eſſe huiuſmodi opus.



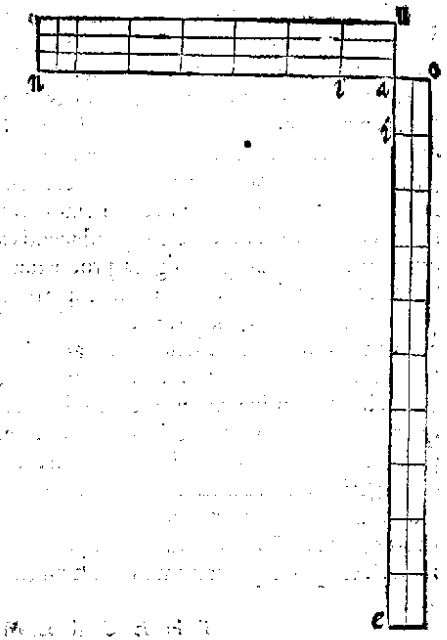
THEOREMA IIII.

CVM multiplicaturi fractos cum integris, rectè multiplicent numerantem fracti per numerum integrorum, partianturque productum per denominantē fracti, ex quo numerus quæſitus colligitur.

Propter quod mente concipiamus in ſubſequenti figura, numerum integrorum tanquam lineam. a. e. qui, verbigratia, ſit denarius, quorum vnuſquiſque ſit æqualis a. i. cogiteturque productum ipſius. a. e. in. a. i. fitque. u. e. quod quidem erit denarius ſuperficialis, conſtituta prius. a. u. æqualis. a. i. &. a. o. ſint duæ tertiæ. a. u. quarū duarum tertiarum productum in numerum. a. e. ſit. o. e. pariter. u. i. vnitas ſit ſuperficialis prout. a. i. vnitas eſt linearis, quam. u. i. reſpicere debet productum. o. e. ex quo integer ſuperficialis. u. i. erit tanquam ternarius, & productum. o. i. tanquam binarius, & quia quælibet pars è viginti ipſius. o. e. æqualis eſt tertiæ parti. u. i. vnitatis ſuperficialis; ſi cupiamus ſcire quot integræ vnitates ſint in partibus. o. e. conſultum eſt eaſdem diuidere per denominantem. u. i. compoſitum ex tribus partibus ſuperficialibus, & cum tam linea u. a. quam ſuperficies. u. i. diuidatur in 3. partes æquales noſce peroportunum eſt eiuſmodi partitionem numeri. o. e. fieri per numerum ipſius. u. i. non. u. a. ex prædictis cauſis.

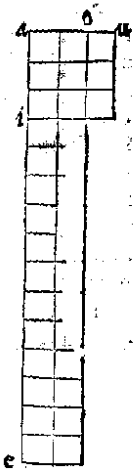


THEOREMA V.



ALIA quoque via prædicti effectus causa, speculando innotescere potest, cuius rei gratia formetur sequens figura. e. o. a. u. n. eiusmodi, vt. a. e. sit numerus linearis integrorum, &. o. e. productum numerantis ipsorum fractorũ in integris, ex quo. a. o. erunt duæ tertiæ, verbigratia, a. i. aut a. u. quarum linearũ singulę statuuntur æquales vnitati lineari, superficies autem parallelogramma. u. n. constituatur æqualis magnitudinis superficiei. o. e. ex quo. u. n. erit nobis cognita superficies. Cognoscetur pariter quantitas partium. a. u. quam in proposito exemplo diximus esse trium partium. ex regula igitur de tribus, dicemus si. u. a. dat. a. e. sine dubio. o. a. dabit. a. n. numerum linearem. quæ regula ex. 15. sexti in continuis, & ex 20. septimi in discretis, depromitur. rectè igitur multiplicatur fracti numerantes cum integris, & productum diuiditur per denominantẽ fractorum.

THEOREMA VI.



ITEM & alia speculatione cognosci potest hoc rectè fieri, multiplicantes enim has duas tertias per decem, debemus considerare quantitatem duarum tertiarũ decies produci, ex quo oriuntur 20. tertia, quandoquidem singulæ vnitates, tunc pro duobus tertijs sumuntur, sed cum quilibet integer tria fragmenta contineat, ideo ex ratione partiendi quoties ternarius ingrediatur viginti, statim cognoscemus quod optabamus.

Id ipsum accideret si integri in eiusmodi specie fractorum diuiderentur. quo facto hi multiplicandi essent cum numerante proposito, & partiendũ productum per quadratum denominantis.

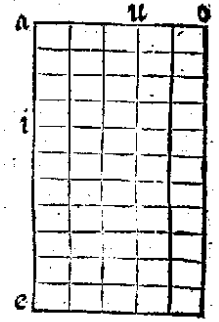
Cuius rei hæc est speculatio. Sit linea. a. e. constans ex quinq; integris numeris, quorum vnusquisq; æqualis sit. a. u. vel. a. i. &. a. o. sint duo tertiæ vnitatis integræ linearis. cogitemus nunc hos quinq; integros diuidi in sua fragmẽta linearia, quę in proposito exemplo erunt. 15. multiplicatis iam. 15. cum propositis, videlicet. a. o. orietur productum. o. e. triginta fragmentorum superficialium, quorũ in singulos integros superficiales cadũt nouẽ in hoc exẽplo, & cum notauerimus quoties nouẽ ingrediatur triginta, propositum consequemur.

THEO-

THEOREMA VII.

CVM multiplicaturi integros numeros & fractos, cum integris & fractis, debeant integros reducere ad species fractorum, eos colligendo cum fractis: deinde multiplicare hos vltimos numerantes adinuicem & productum partiri per productum denominantium.

VT (exempli causa) si volumus multiplicare vnum & duo tertia, per duo & tria quarta, reducentur omnia in fractos, ex quo vna ex parte essent quinque tertia, multiplicanda cum vndecim quartis ex altera, quo facto oriretur productum quinquagintaquinque fractorum, quod diuisum per productum ternarij in quaternarium, videlicet per duodecim, quatuor integri proferentur cum septem duodecimis fractis vnius integri.

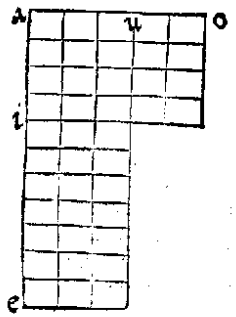


Detur subsequens figura in qua linea a. i. æqualis sit lineæ. u. a. quarum vnaquæq; cõsideretur pro integro numero cogitetur q; a. i. valere quatuor in presenti exẽplo, &. a. u. tria: detur deinde linea. a. o. æquipollens vni integro cũ duobus tertijs, &. a. e. æquipollens duobus integris & tribus quartis. Iam si hæ duæ lineæ in suos fractos reducantur, multiplicata (vt in sequenti figura apparet.) a. o. cũ a. e. orietur productum. o. ç. fractorum superficialium quinquagintaquinq;, quorum integer superficialis valet duodecim, scilicet. u. i. vt cuique manifestum est, ex quo, quærenti media partitione, quoties duodecim ingrediatur quinquagintaquinque, citra errorem, quæsitum occurret.

THEOREMA VIII.

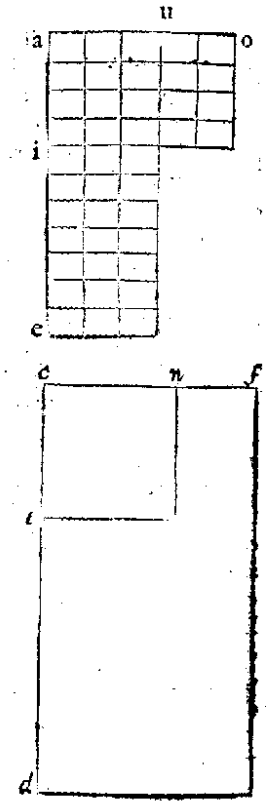
IDIPSVM accideret si fracti ad vnam eandemque denominationem reducerentur, qui postmodum simul multiplicarentur, productumque partiremur per quadratum denominantis communis.

Exempli causa, sint eadem quinque tertia, & vndecim quarta adinuicem multiplicanda, quæ si reducantur ad vnam & eandem denominationem quinarius numerans vnius, multiplicabitur cum quaternario denominante alterius, & vndenarius secundi cum ternario denominante primi. ex quo vna ex parte essent viginti, ex altera 33. numerantia vnius cõmunis denominantis, quod esset productum ternarij in quaternarium, videlicet duodecim, vt ex veteri regula patet. Iam si multiplicentur viginti cum trigintatribus, dabuntur. 660. fracti, quorum integer erit quadratum duodenarij, nempe. 144. quibus quidem. 660. diuisis per. 144. proferentur quatuor integri & septem duodecimi.



Cuius rei gratia sit in subscripta figura linea. a. i. & ci æqualis. a. u. pro integro lineari, quæ. a. i. diuidatur in quatuor partes, &. a. u. in tres, & linea. a. e. sit vndecim partiũ talium qualium. a. i. est quatuor, &. a. o. sit quinque prout. a. u. est trium. nunc multiplicato. a. o. &. a. i. orietur productum. o. i. viginti partium superficialium. tum multiplicato

cato. a. e. per. a.u. dabitur productum.u. e. trigintatriũ partium. ad hæc quadratum. u. i. constabit ex duodecim partibus eiusdem rationis cum reliquis duobus productis, quod quadratum. u. i. vnitas est superficialis, & communis denominans duorum productorum. quod si in præsentiarum cogitabimus lineam. c. d. trigintatrium partium æqualium, et. c. t. duodecim similium, et. c. f. viginti. c. n. duodecim, multiplicato. c. d. cum. c. f. dabitur superficies. f. d. 660. fractorum superficialium, quorum vnitas integra superficialis erit quadratum. n. t. 144. partium cuiusmodi. f. d. partes habet. 660. diuiso itaque. f. d. per. n. t. propositum consequetur. eo quòd eadem proportio erit producti. f. d. ad. n. t. quæ producti eius quòd fit ex. a. e. in. a. o. ad. u. i. nam proportio. c. d. ad. c. t. eadem est quæ. a e. ad. a. i. & c. f. ad. c. n. vt. a. o. ad. a. u. ex prima sexti vel 18. septimi, sed vt. f. d. ad id q fit ex. f. c. in. c. t. est vt. c. d. ad. c. t. & vt eius q fit ex f. c. in. c. t. ad. n. t. est vt. f. c. ad. c. n. ex dictis propositionibus quare ex æqua proportionalitate, eodem modo discurrendo in figura. o. a. e. ita se habebit. f. d. ad. n. t. vt. o. e. ad. u. i. Porrò ex ijs, quæ hactenus de fractorum multiplicatione considerata fuerunt, apertè rario deprehenditur, cur productum, singulis producentibus semper minus sit, cum producta sint superficialia producentia verò semper linearia, omissis productis corporeis, quæ omnia ad superficialia reducuntur.



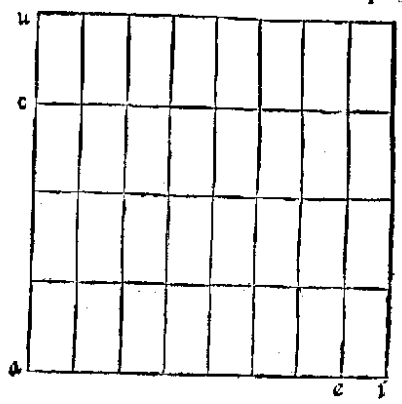
THEOREMA IX.

In Ipsa fractorum diuisione, animaduertendum est, denominantes numeros semper æquales inuicem esse debere, vnius scilicet speciei, quòd si æquales non fuerint, necesse est via multiplicationis ipsorum denominantium adinuicem efficere æquales vt sint, ex quo productum oritur eiusmodi, vt aptum sit habere partes fractorum, quæ desiderabantur.

Exempli gratia, si proponerentur diuidenda septem octaua per tria quarta præcipit antiquorum regula, vt ad vnam tantum denominationem reducantur. quare multiplicant denominantes inuicem. ex quo productum in materia proposita oritur triginta duatum partium commune denominans, cuius duo numerantes sunt vigintiquatuor & vigintiocto, producti ex multiplicatione vnius numerantis in deminantem alterius, ex quo dantur vigintiquatuor tamquam tria quarta trigintaduo rum, & vigintiocto tanquam septem octaua particularum vniformium, prout ope primæ sexti aut decimæoctauæ septimi in subscripta figura cognosci potest.

Sit

Sit itaque linea. a. i. diuisa in partes octo, & ei æqualis in longitudine. a. u. in quatuor, productum verò vnius in alteram sit. u. i. trigintaduarum particularum superficialium similium & æqualiũ adinuicem. sit deinde. a. e. septem partiũ lineæ. a. i. & . a. o. trium partium. a. u. tunc productum. a. e. in. a. u. erit. u. e. particularum superficialium vigintiocto & productum. a. o. in. a. i. erit. o. i. particularum superficialiũ viginti quatuor eiusdem naturæ cum partibus trigintaduabus totius denominantis communis. vnde diuiso numerante vigintiocto per numerantem vigintiquatuor, dabitur vnum cum sexta parte illius vnius.

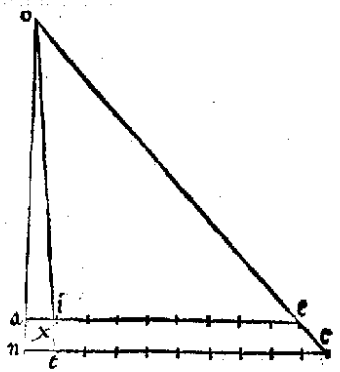


THEOREMA X.

Partiri seu diuidere vno numero alium numerum, est etiam quodammodo eiusmodi partem numeri diuisibilis inuenire respectu totius numeri diuisibilis, cuiusmodi est vnitas in diuidente respectu totius diuidentis, partem inquam numeri diuisibilis sic se habentem ad totum numerum diuisibilem sicut vnitas ad totum diuidentem, quod similiter ex regula de tribus præstamus dicentes, si tantus numerus diuidens dat vnitatẽ, quid dabit numerus diuisibilis, quemadmodum ex. 15. sexti seu. 20. septimi licet speculari, Idcircò quotiescunque minorem numerum per maiorem diuidimus, semper qui prouenit fractus est.

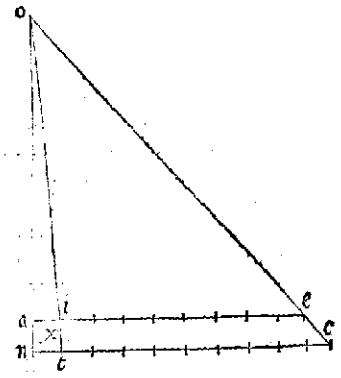
Exempli gratia, si cogitaremus lineam. a. e. diuisam in octo partes æquales, quarum vna scilicet vnitas esset. a. i. & cuperemus eam diuidere in nouem partes, ac scire quanta sit nona illius pars; manifestum esset, nonam partem ipsius. a. e. minorem futuram ipsa. a. i. cum. a. i. diminui debeat à sua integritate eadem proportione, qua. a. e. minor reperitur vna linea nouem partium æqualium singularum. a. i.

Quod vt dilucidè cuiuis innotescat, hoc etiam modo licebit videre, sit linea. n. c. nonupla ad. a. i. & parallela ad. a. e. dubium non est quin. n. c. maior futura sit ipsa. a. e. iam si earum extrema coniungantur mediis duabus lineis. n. a. et. c. e. quæ simul concurrant in puncto. o. (quod est probatu facillimum) dabuntur certè duo triangoli similes. a. o. e. et. n. o. c. Sit deinde. n. t. vna è partibus ipsius. n. c. quæ. n. t. æqualis erit. a. i. ex præsupposito. ducatur deinde. o. t. quę interseces. a. e. in puncto. x. dico. a. x. tanto minorem futuram. a. i. quanto. a. e. minor est. n. c. neque enim dubium esse potest quin proportiones. n. t. ad. a. x. et.



n. c.

n. c. ad.a.e. sint æquales inuicem quandoquidem vnaquæque earum ex triangulorum simi litudine æqualis est proportioni. o.n. ad. o. a. itaque.n. t. hoc est. a. i. tanto maior erit. a. x. quanto.n. c. maior est.a.e.vnde sicut.a.e.constat octo nonis ipsius. n.c. ita pars. a. x. ipsius. a.e.octo nonis constabit ipsius.a.i.

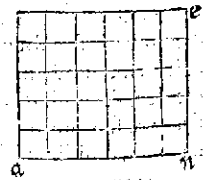


Hinc patet ratio cur partituri numerum minorem per maiorem collocent minorem supra virgulam & maiorem infra & zerum ad læuã.

Sciendum est præterea diuidere numerum per numerum:esse inuenire alterũ latus à quo producitur, suppositio semper quòd numerus diuisibilis superficialis sit,& rectangulus.

Exempli gratia,si proponantur triginta diuidenda per quinarium, nihil aliud erit hæc diuisio,quam inuentio alterius numeri,qui multiplicatus per quinarium producat triginta superficies rectangulas, huiusmodi verò est senarius,cuius singulæ vnitates superficiales erunt.

Cuius rei gratia sit subscriptum rectangulum.a.e. triginta vnitatum superficialiũ, cuius latus. e.n. sit quinque vnitatum. hinc latus.a.n.erit sex vnitatum; ita diuidentes rectangulum. e. a. nihil aliud faciemus, quam vt inueniamus quantum valeat latus.a.n. quòd erit sex vnitatum. Sin verò diuiserimus per latus. a. n. quæremus latus. e. n. quinque vnitatum. ex quo;proportio totius numeri diuisibilis ad numerum qui oritur, erit sicut diuidentis ad vnitatem,ex prima sexti, aut. 18.vel.19. septimi,& permutatim ita se habebit diuisibile ad diuidentem, sicut numerus qui oritur ad vnitatem.

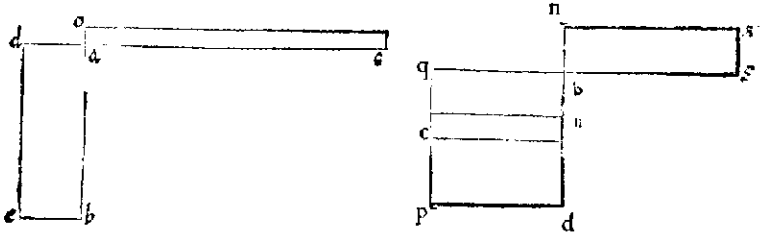


Partiri igitur nihil aliud est,quam inuenire latus rectanguli, quod productum in diuidente, numerum diuisibilem compleat, ex quo numerus diuisibilis superficialis est,diuidens autem,& qui oritur,numeri lineares & latera producentia huiusmodi numerum diuisibilem. nam multiplicare & diuidere opponuntur inuicem, cum autem ex multiplicatione laterum siue linearum generatur superficies,ex diuisione postea ipsius superficiei inuenitur alterum latus. quare mirum non est,si proueniens ex vna diuisione (via fractorum)sit semper maius numero diuisibili.

Exempli gratia,diuidendo dimidium per tertiam partem,resultat vnus integer numerus cum dimidio pro numero qui oritur. Sit itaque dimidium superficiale diuisibile. b.c.cuius totum sit.b.p.quadratum.tertium verò lineare diuidens,b.n. cuius totum lineare sit.b.d.quærendum nobis est latus.b.s.quod cum latore.b.n. producat rectangulum.n.s.æquale dimidio superficiali proposito.b.c. quod si fiat, ex. 15. sexti, aut. 20.septimi.erit eadem proportio.b.n.ad.b.q.quæ est.q.c.ad. b.s. dicemus itaque si.n.b:dat.b.q.quid dabit.q.c?certè.b.s.sed.n.b.est tertium lineare et. b.q.lineare integrũ,& b.s.proueniens lineare.& quia.b.c.dimidium superficiale,producitur à.q.c. dimidio lineari in.q.b.integro lineari.quare cum.n.s. sit æqualis.b.c.& productum ex b.n.minori.q.c.necesse est,vt producatur in. b.s.maiore.q.b.quod.q.b. maius est.q.c. quod quidem.q.c.ita appellatur sicut.b.c.quare mirum non est si proueniens per fractos numeros ex diuisione, maior sit numero diuisibili.

Hinc

Hinc manifeste patet quamlibet diuisionẽ aut partitionem oriri ex regula de tribus, quandoquidem singuli diuidentes æquipollent vni integro, & loco illius sumuntur.Perinde enim est diuidere centum per viginti, ac regulã obseruare de tribus dicẽtes,si viginti æquipollent vni,quibus æquialebũt cẽtum? Hoc autem ex sub sequenti figura facile deprehendetur,in qua linea.a.b.significat viginti,et.a.o. vnitatẽ lineare, et.a.c. vnitates lineares centũ:o.c.verò centum vnitates superficiales, et.a.d.quinq; vnitates lineares,et.d.b.centum vnitates superficiales,ex quo manifestè deprehenditur quòd quemadmodum multiplicare, nihil aliud est,quam inuenire productũ ex duobus lateribus propositis, ita partiri nihil aliud est, quam dato vno latere inuenire aliud latus producti propositi.



Nam quotiescunq; ratiocinãtes dicimus tantundem numeri, immediate producimus superficiem,mediãte vnitate in huiusmodi numero, qui numerus antequã producatur in vnitatem, mente concipiendus est tanquam linearis, tanquam linea in quam diuisa in totidem particulas lineares, singulas continuas & æquales vnitati propositæ.Cũ verò productus fuerit numerus in vnitate superficialis, erit ac si tot essent vnitates quadratæ, quod si ita non esset, nulla mentio facienda esset quorumuis fractorũ. Ex eadẽ regula de tribus reduci potest ad praxim tertiũ theorema.

Quare cupientes scire quæ sint illæ partes, quæ sunt tres quartę, ipsarum quinque sextarum,dicemus si quatuor dant tria,quid dabunt quinq; sextæ? dabunt.15. vigesimas quartas,quæ quindecim sunt tres quartæ ipsius.20.viginti autẽ quinq; sextæ vigintiquatuor,quandoquidem nos numerum quærimus, cui ita proportionentur quinq; sextæ alterius numeri, sicut quatuor ad tria, vnde sic se habent.20.ad.15.sicut.4.ad.3.ipse autem.20.quinq; sextę partes sunt vigintiquatuor,vt per se notũ est.

Ex eadem regula de tribus,huiusmodi quęsito responderi potest,si constituamus prædictas quinq; sextas esse numerum, cuius tres quartæ quęrantur,dicentes,si vnus integer dat tres quartas, quid dabunt quinq; sextæ? quare sequentes regulam de tribus,dabuntur quindecim vigesimæ quartæ.Valet eadem regula de tribus; vt quis scire possit, quæ pars aut partes numeri propositi sit aliquis numerus.

Exempli gratia,scire cupienti,quæ pars aut partes ipsius vigintiquatuor sint sexdecim,constituentur.24.tanquam vnum totum,cuius pars aut partes sint sexdecim, dicemus igitur si.24.dant sexdecim,quid dabit vnum? sexdecim videlicet vigesimasquartas, quæ cum ad primos numeros reductæ fuerint, erunt duæ tertiæ. Eadem ratione qui scire uellet, quæ partes aut pars essent tres quartæ, octo nonarum, diceret, si octo nonæ dant tres quartas, quid dabit vnum? prouenient.27. trigesimę secundæ.

Subseruit pariter ad sciendũ naturã parciũ numeri propositi.Exempli causa,si quis quærat,cuius numeri, duodecim sint duæ tertiæ partes.Dicet si duo dant tria, quid

dabunt duodecim ? nempe dabunt decemocto , numerum quæſitum ſcilicet, Tunc autem nil aliud præſtamus quam quòd quærimus numerum ad quem ita ſe habeant duodecim , ſicut duo ad tria. Ita etiam ſi quis quærat, cuius numeri duo tertia ſint tres quintę,dicet, ſi tria dant quinq;, quid dabunt duo tertia ? nempe dabunt integrum cum fracto nono. Hoc erit itaq; quęrere numerum ad quem ſic ſe habeant duo tertia ſicut tria ad quinq;,quod manifeſtum eſt per ſe.

Eadem ratione qui ſcire vellet,cuius numeri duæ ſeptimæ, eſſent octo integrarum cum duabus quintis,diceret,ſi duo dant ſeptem quid dabunt octo integra cum duabus quintis?nempe dabunt.29.integra cum duabus quintis numerum quæſitum. Sic etiam qui transferre uellet fractum numerum in fractum, id perficeret ex regula de tribus.

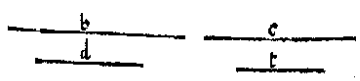
Exempli gratia ſi proponerentur vndecim tertiædecimæ vnius totius, toto diuiſo in.13. partes, deſideraremusq; ſcire,quot partes totius eſsẽt vndecim tertiędecimæ,toto in.4.partes diuiſo, diceremus ſi. 13 .dant. 11. quid dabunt quatuor?nempe dabũt tres quartas cũ quinq; tertijsdecimis unius quartæ,hoc verò nihil aliud eſt quam querere numerum, ad quem ſic ſe habeat totum in 4. partes diuiſum, ſicut idem totum diuiſum in tredecim ſe habet ad undecim tertiasdecimas, Porrò ad alia etiam multa hæc regula accommodata eſt.

Hæc enim nõ ſiue propoſito dicta ſunt,ſed ut quiſq; videat cauſam ſimilium operationum,quæ à practicis circa fractos numeros ſcriptæ ſunt , omnem à diuina illa regula de tribus originem trahere ut etiam in ſequentibus videbimus.

THEOREMA XI.

CVR productum ex eo quod oritur in diuidente , ſemper æquale eſt numero diuiſibili ſi queras ita accipe.

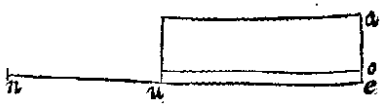
Sit numerus diuiſibilis.b.quod oritur ſit.c.diuidens.d.& vnitas diuidentis.t. cum igitur,vt in præcedenti theoremate dictum fuit, eadem ſit proportio . b.ad.c.quæ eſt.d. ad.t. manifeſte deprehenditur ex.20. ſepti mi,productum ex.b.in.t. æquale eſſe producto .c.in d.



THEOREMA XII.

IDipſum alia ratione contemplari licet.

Numerus diuiſibilis ſignificetur per lineam.n.e.diuidens verò per lineam.a.e. quod oritur linea.u.e vnitas diuidentis.o.e.quã cogitamus eſſe vnitatem linearem; ad hæc productum ex.u.e.in.a.e.ſit ſuperficies.u.a.Dico ſuperficiem.u.a. componi ex tot vnitatibus ſuperficialibus quot linearibus conſtat linea.n.e.nam ex ijs quæ diuidendi ratione notauimus,cõſtituitur eandem proportionem eſſe .n.e.ad.u.e. quę eſt.a.e.ad.o.e.At ex prima ſexti aut 18.ſeptimi ſic ſe habet totale productũ. u.a. ad partiale. u.o. ſicut.a.e.ad.o. e. quare ſic ſe habebit.u.a.ad.u.o. ſicut.n. e.ad.u.e.ſed.u.e.et.u.o.numero non differunt,cum ſint vnius & eiuſdem ſpeciei,(tamet ſi numerus.u.o.ſit ſuperficialis et.u.e.linearis). Itaq; ex nona quinti numerus. u.a. æqualis erit numero.n.e.

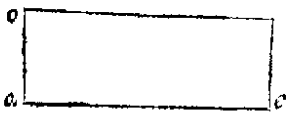


THEO-

THEOREMA. XIII.

CVR diuidentibus numerum diuiſibilem per proueniens,oritur numerus diuidens?

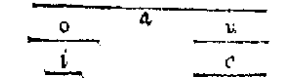
Sit ſubſcriptus rectangulus.o.e.numerus diuiſibilis,qui producitur,tam ex.a.o.in.a.e.quàm ex.a.e.in.a.o.quare ſi.a.o. diuidens fuerit. a.e. proueniens erit, ſi verò.a.e.diuidens extiterit,a.o. proueniens erit futurum.



THEOREMA. XIIII.

HOc ipſum,alia quoq; uia licebit ſpeculari.

Sit linea.a.denotãs numerum diuiſibilem,et.o.primi prouenientis linea.e.primi diuidentis .u. ſecundi prouenientis ideſt cum.o.pro diuidente ſumetur. Iam ex indicata definitione diuiſionis nono theoremate huius libri,dabitur proportio.a. ad. o. prout datur. e. ad vnitatem ſignificatam linea. i. & permutatim .a. ad. e.ſicut .o. ad.i. ſed.a. ad.u. ſic ſe habet prout. o.ad.i. ex eadem definitione diuiſionis, itaq; ſic ſe habebit.a.ad.u.ſicut.a.ad. e.vnde.u.æqualis erit.e.ex.9. quinti



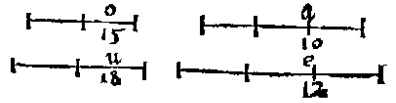
THEOREMA. XV.

VNde prouenit, vt qui velit cognoſcere cuius numeri quatuor quintæ partes , ſint duæ tertię,aut quid ſimile , cõſultiſſime faciat , ſi ad unam eandemq; denominationem reduxerit.

Prout in propoſito exemplo,cũ denominãs cõmunis ſit quindecim,cuius duæ tertiæ ſunt decẽ,& quatuor quintæ duodecim,cõmunis autẽ denominans. 15. multiplicandus ſit per quatuor quintas, ſcilicet duodecim, & productum diuidendum per duas tertias,hoc eſt decem,ex quo oriantur decemocto quęſitus numerus?

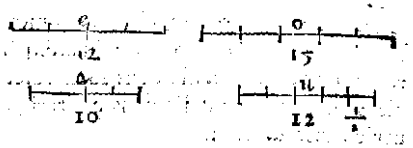
Quod ad reductionẽ numeratorũ ad vnam & eandem denominationem attinet, ea de cauſa fit quo uti poſſimus regula de tribus, quæ tribus tantummodo notis terminis indiget , quo quartus à prędictis dependens , inueniri poſſit , quandoquidem bini illi reſpectus , tribus terminis comprehendi poſsũt. At quod ad multiplicationem ſpectat denominantis cõmunis cũ numerante denominantis in cogniti & diuiſionem producti per numerantem cognitũ illę nihil aliud ſunt, quam quartũ terminũ inuenire , ita proportionatum tertio , vt ſecundus primo.

Exempli gratia,ſit. a. denotãs numerantem denominantis cogniti , qui ſignificetur linea.o. et.e.ſit denominantis incogniti numerans, denotati linea.u.imò verò & cogniti. o. nempe quatuor quintæ, Iam ſi.o.cum.e.multiplicemus, & productum per .a. diuidemus dabitur.u. ſic ſe habens ad.e. ſicut.o.ad.a.ex.20. ſeptimi.



THEOREMA XVI.

INuenire autem cupienti cuius numeri, duæ tertiæ, sint quatuor quintę partes, multiplicandę essent duæ tertiæ per denominantem communem, & productum diuidendum per quatuor quintas ipsius denominantis. Ac si quis diceret ii. dat. o. quid dabit. a? nempe dabit. u. nam in



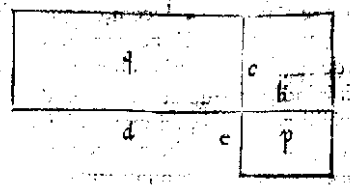
propósito exemplo, terminus. a. loco. e. dios sortietur denominantes, cognitum videlicet. o. et. u. incognitum quod postea cognitum oritur ex regula de tribus, vt dictum est.

THEOREMA XVII.

QVA ratione cognosci poterit proportionem quantitatis cenſicæ cenſicæ ad ſimilem quantitatem quadruplam esse ad eam, quæ est ſuarum radicum; proportionem autę primarum relatarum esse quintuplam, atq; ita deinceps?

Cuius rei gratia, ſcię dus ést modus ,productionis harū dignitatū qui oritur ex productione primæ radicis in ſe ipſam, prout qui cubū requirit, ducat radicę in ſuo quadrato, & orietur cubus, hæc postea ducta in cubum, quantitatę cenſicam cenſicā, et in hanc, prædictam radicem, dabit quantitatem primam relatam. Quod vbi ſcíueri-mus, meminiſſe oportet Euclidem decimaoctaua ſexti aut. 11. octaui docere, proportionem quadrati ad quadratū, duplam esse proportioni ſuarum radicum, &. 36. vndecimi aut. 11. octaui, cubi ad cubū triplam esse, ego verò nunc affero, cenſici cenſici ad radicum proportionem quadruplam esse, primi verò relati ad primum relatum quintuplam atq; ita gradatim.

Cuius ſpeculationis gratia, detur linea. d. quæ cubum maiorem ſignificet. et. b. minorem. c. verū ſit radix ipſius. d. et. e. ipſius. b. ita ordinate adinuicem, vt in ſubſcripta figura cernitur. Iam. c. cum. d. producatur proueniatq; . q. cenſicum cenſicum, tum producatur. e. cuim. b. et dabitur. p. alterum cenſicum cenſicum. Dico igitur proportionem. q. ad. p. quadruplam esse proportioni. c. ad. e. hac de cauſa quod proportio. q. ad. p. compo-



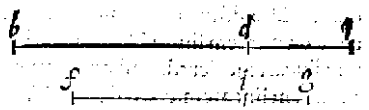
natur ex proportione. d. ad. b. et. c. ad. e. prout facile ex. 24. ſexti, aut quinta octaui deprehenditur. Quare cū proportio. d. ad. b. proportioni. c. ad. e. tripla ſit, patet proportionem. q. ad. p. quadruplam esse proportioni. c. ad. e. Idem de cæteris dignitatibus dico, ſumptis ſemper. d. et. b. pro duobus cenſibus cenſuum, aut duobus primis relatis, aut alio quouis axiomate.

THEOREMA. XVIII.

CVR diuidentibus nobis dignitatem, per dignitatem, radix proueníentis pro ueniens ſit diuiſionis vnius radicis per alteram?

Sint exempli gratia duę lineæ. b. q. et. f. g. quæ ſignificent duas radices cuiuſuis dignitatis, demusq; esse radices duorum quadratorum, quadratumq; ipſius b. q. per quadratum ipſius. f. g. diuidatur; quadrataque radix proueníentis ſit. d. q. vnitas verò linearis ſit. i. g. Dico ipſam. d. q. esse proueniens ex diuiſione. b. q. per. f. g. Patet enim ex definitione diuiſionis nono theoremate tradita quadratum

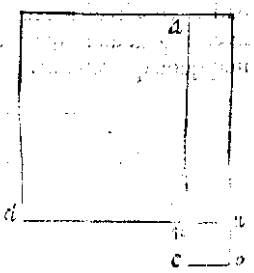
tum ipſius. d. q. talem esse partem quadrati ipſius. b. q. qualis quadratum ipſius. g. i. est quadrati ipſius. f. g. Scimus prętęrea ex. 19. ſexti, aut vndecimæ octaui, proportionę quadrati ipſius. b. q. ad quadratū ipſius. d. q. duplam esse proportioni. b. q. ad. d. q. ſuarum radicum (cuborum enim tripla esſet & cenſuum cenſuum, quadrupla, atq; ita deinceps ex præcedenti theoremate) Id ipſum dico de dignitatibus ipſius. f. g. et. i. g. reſpectu radicum. f. g. et. i. g. Vnde cum proportio dignitatis ipſius. b. q. ad illam. d. q. ęqualis ſit proportioni dignitatis ipſius. f. g. ad illam. g. i. ex communi ſcientia apertè cognoſcemus ſimplices proportiones esse interſe æquales, nempe eam quę est. b. q. ad. d. q. æqualem esse ei, quæ est. f. g. ad. i. g. itaq; ſequitur ex definitione diuiſionis. d. q. esse proueniens ex diuiſione. b. q. per. f. g.



THEOREMA XVIIII.

CVR productum ex duabus radicibus quadratis, est quadrata radix, producti ſuorum quadratorum ſimul?

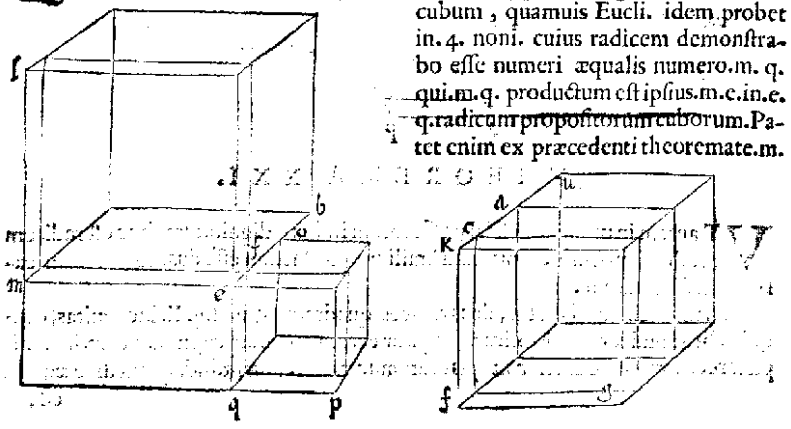
In cuius rei gratiam, ſint duo quadrata. d. a. et n. o. coniuncta ſimul, prout in ſubſcripta figura apparet, ita tamen vt angulus. a. n. u. ſit rectus, quare ex quartadecima primi, duo latera. n. c. et. a. a. directe coniũgentur adinuicem, prout etiam reliqua duo latera. n. u. et. n. d. Cogitato deinde. a. u. producto ipſius. a. n. in. n. u. duarum videlicet radicum quadratarum ſimul, dabitur ex prima ſexti, aut decimaottaua ſeptimi, productum. a. u. medium proportionale inter quadratum. a. d. et. u. c. quod ſi cogitemus has tres ſuperficies, tres numeros esse, patebit ex vigeſimaprima ſeptimi productum. a. u. in ſe ipſum, quadratum ſcilicet. a. u. æquale esse producto. a. d. in. u. c. ex quo propoſiti euidentia conſequetur.



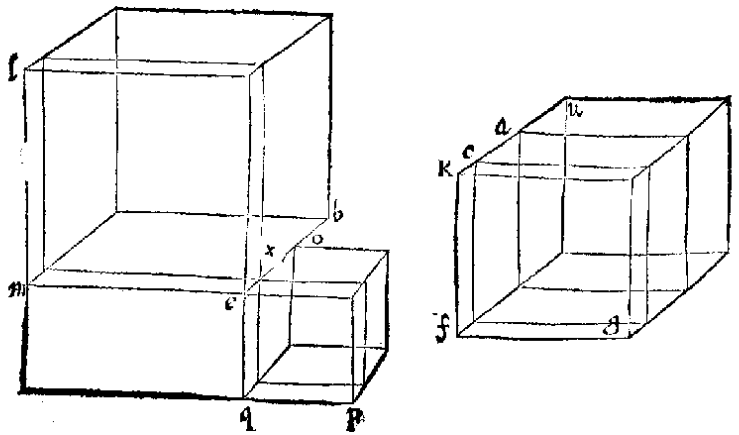
THEOREMA XX.

QVA ratione id ipſum in cubis cognoſci poterit.

Sit cubus. l. b. & cubus. o. p. quorum productum ſit. u. g. quod affero esse cubum, quamuis Eucli. idem probet in. 4. noni. cuius radicem demonſtrabo esse numeri æqualis numero. m. q. qui. m. q. productum est ipſius. m. e. in. e. q. radicum propoſitorum cuborum. Patet enim ex præcedenti theoremate. m.



q. radicem esse quadratam producti .l. e. in. e. p. quod productū sit quadratum corporeum. c. g. cogitemus pariter duo quadrata. l. e. et. e. p. esse pariter corporea, tantę profunditatis, quantam, vnitas linearis radicum. m. e. et. e. q. requirit. Hæc duo corpora producentur à superficie in vnitatem, vocenturq; l. x. et. x. p. quo facto, cogitemus corpus. a. g. tamquam productum cubi. l. b. in quadratum. e. p. Vnde ex decimaoctaua, aut decimanona septimi, eadem erit proportio. a. g. ad. c. g. quæ est. l. b. ad. l. x. corporeum, sed ex. 25. vndecimi & prima sexti, ita se habet. a. K. ad. K. c. vnitatem lineare ficut. a. g. ad. c. g. & ex eisdē ita se habebit. b. e. ad. e. x. vnitatem linearem, ficut. l. b. ad quadratum. l. x. corporeum. Itaque sic se habebit. b. e. ad vnitatem linearem. e. x. videlicet. K. c. ficut. a. K. ad ipsam. K. c. Vnde ex nona quinti. a. K. æqualis erit. e. b. & consequenter æqualis. m. e. Iam verò sit. u. g. productum. l. b. cubi, in cubum. o. p. vt supra dictum est, Hinc patebit ex quauis duarum propositionum, decimaoctaua, aut decimanona septimi, eandem futuram proportionem. u. g. ad. a. g. quæ est. o. p. ad. x. p. quadratum corporeum. Quare ex postremis, dictis rationibus, eadem erit proportio. u. K. ad. a. K. quæ est. o. e. ad vnitatem linearem. e. x. at ex dictis decimaoctaua & decimanona septimi, ita se habet numer⁹. m. q. ad numerū superficialē. m. e. qui ꝓducitur à lineari. m. e. in vnitatē linearē ipsius. e. q. sicut numerus. q. e. ad suam vnitatē, sed cū numerus. a. K. æqualis sit numero. m. e. vt probatū est erit ergo ex vndecima & nona quinti, numerus .u. K. æqualis numero. m. q. At. f. g. pariter æqualis est numero. m. q. ex præcedenti theoremate, vnde. K. u. pariter æqualis erit. f. g. Itaque sequitur. u. g. cubum esse, & f. g. radicem ipsius, æqualem numero. m. q. quod quærebatur.

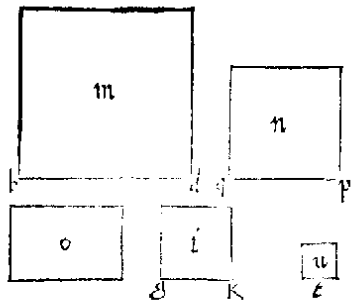


THEOREMA XXI.

VT autem in uniuersum sciri possit totum infinitū dignitatum, hoc est radicem producti duarum dignitatum similium, productum esse duarum radicum earundem dignitatum.

Ponamus, exempli gratia, duas radices quadratas. q. p. et. g. K. incognitas, quas qui velit adinuicem multiplicare, cogatur earum quadrata cognita. n. cum. i. multiplicare, quorum productum sit quadratum. m. radix cuius sit. b. d. quam dico æqualē esse

esse ꝓducto. q. p. in. g. K. qđ autē sit. o. Patet enim proportionē. o. ad. q. p. eandē esse cum proportione. g. K. ad suam vnitatem linearem, ex decimaoctaua, aut decimanona septimi, hæc vero vnitas linearis sit. t. cuius superficialis sit. u. vnitas scilicet toties in seipsam multiplicata quoties proposita dignitas patitur, tametsi in præsenti exemplo quadrata dignitas sumatur. Itaq; ex eisdem propositionibus decimaocta ua aut decimanona, sic se habet. m. ad. n. sicut. i. ad. u. Scimus prętrea proportionē. m. ad. n. (eo quod in proposito exemplo sint quadrata) duplam esse proportioni. b. d. ad. q. p. et ipsius. i. ad. u. pariter duplam proportioni. g. K. ad. t. iam autem dictum fuit sic se habere. m. ad. n. sicut. i. ad. u. Itaq; b. d. sic se habebit ad. q. p. sicut. g. K. ad. t. quandoquidem sic se habeat totum ad totū, sicut pars ad partē, dū similes sint, proba tū autē est superius ita se habere. o. ad. q. p. sicut. g. K. ad. t. itaq; .o. sic se habebit ad. q. p. sicut. b. d. ad. q. p. vnde. o. æqualis erit. b. d. Hoc ipsum cęteris dignitatibus conueniet, mutatis tantummodo proportionibus. m. n. ad proportionem. b. d: q. p. sic proportionibus duarum dignitatum. i. u. ad proportionem suarum radicum. g. K. t.



THEOREMA XXII.

DOCENT veteres, quòd si quilibet numerus in duas partes inæquales diuisus fuerit, totumq; diuisum per vnā partium, & per eandem pars altera diuisa fuerit: differentia prouenientium semper vnitas erit. quodquidem verissimum est.

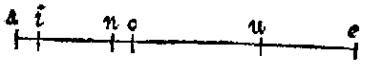
Detur enim. b. d. propositus numerus in duas partes inæquales diuisus. b. c. et. c. d. & in primis totū. b. d. per. c. d. diuidatur, ex quo oriatur e. o. vnitas autem. p. i. o. significetur, tum pars ipsa. b. c. p. eādem. c. d. diuidatur, sitq; prouenięs. a. Sanè ex definitione diuisionis, eadem erit proportio. b. d. ad. c. o. quæ est. c. d. ad. i. o. et ita. b. c. ad. a. sicut. c. d. ad. i. o. Ex. 19. autem quinti, ita se habet. b. c. ad. e. i. sicut. b. d. ad. e. o. at. b. d. ad. e. o. sic se habet sicut. c. d. ad. i. o. hoc est sicut. b. c. ad. a. Quare ex. 11. quinti sic se habebit. b. c. ad. c. i. sicut. ad. a. ex quo ex. 9. prędicti. a. æqualis erit. c. i. sed. c. i. minor est. c. o. per. i. o. Quare sequitur propositum verum esse. Quod ipsum pauciſſimis verbis sic definiri potest, si dixerimus, ciusmodi diuidens. in parte diuisibili, quā in toto, semel minus ingredi, quandoquidem altera pars est, ex qua totum integrum perficitur.

THEOREMA XXIII.

HOc ipsum alia ratione contemplari poterimus.

Significetur enim totalis numerus per. a. e. in duas partes diuisus. a. u. et. u. e. totius autem diuidens sit. u. e. & partis alterius. a. u. totius verò prouenięs sit. a. c. partis autē, sit prouenięs. a. n. tum differentia sit. n. c. vnitas

tas vero cui differentiã.n.c.æquari dico,ſit.a.i.Patet enim in primis,eandem proportionem eſſe.a.e. ad.a.c. quæ eſt. u. e.ad.a.i. ex definitione diuiſionis, et eandem eſſe.a.u.ad.a. n.quæ eſt.u.e.ad.a.i.vnde ex.



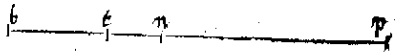
11.quinti ſic ſe habebit.a.e.ad.a.c.ſicut.a. u. ad.a .n. et ex.19.eiuſdem ſic ſe habebit. u.e.ad.n.c. ſicut. a.e.ad. a.c. ſed. ſic ſe habebat.u.e.ad. a.i.Itaq; ex prædicta.11.quinti,ſic ſe habebit.u.e. ad.n.c. ſicut ad.a. i.Quare ex.9.eiuſdem.n.c.æqualis erit.a.i.et idcirco.n.c.pariter vnitas erit.

THEOREMA XXIIII.

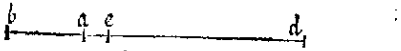
CVR quibuslibet duobus numeris diuiſis adinuicem,multiplicatisq; prouenientibus ſimul,productum,ſemper eſt vnitas ſuperficialis?Nempe ex.20. ſeptimi, quoniam vnitas linearis ſemper media proportionalis eſt inter bina prouenientia. Quod ita ſpeculari licet.

Significétur duo propoſiti numeri per.b.p.et.b.d. mutuo diuiſi, prouenies autem.b.p. per.b.d . diuiſum ſit . b . n.tum prouenies.b.d. diuiſum per.b.p.ſit.b.a. et.b.t.ſit vnitas.b.p.et.b. e.vnitas.b.d.ex quo.b.t.æqualis erit.b.e.

Iam ex definitione diuiſionis,dabitur eadem proportio.b.p.ad.b.n.quæ eſt.b.d. ad.b.e.et proportio . b.d.ad.b.a. quæ eſt . b . p . ad . b . t. Sed cum ſic ſe habeat.b. p.ad. b.n . ſicut . b.d. ad.b.e. permutando ſic ſe habebit.b.p.ad.b.d.ſicut.b.n.ad.b. e.hoc eſt ad.b.t.et cum ſic ſe habeat.b.d.ad.b.a. ſicut. b.p.ad.b.t: permutando ſic ſe habebit. b.d.ad. b.p. ſicut.b.a. ad . b.t.



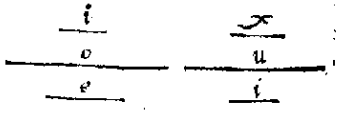
Quare euerſim ſic ſe habebit.b. p.ad. b.d.ſicut. b.t.ad.b.a.ſed. b.n.ad. b.t. ſic ſe habebat vt. b.p.ad.b.d. Itaq; ex.11. quinti ſic ſe habebit.b.n.ad.b.t.ſicut.b. e.ad.b.a. Dictum autem eſt.b.e.et.b.t.idem omnino eſſe. Quare ex.20.ſeptimi propoſiti veritas innoteſcet.



THEOREMA XXV.

IDipſum & hac altera uia patebit .

Duo illi numeri per.o.et.u.ſignificentur mutuo diuiſi,prouenies autẽ.o. per. u.ſit.e.et prouenies.u.per.o.ſit.x.vnitas uerò per.i.ſignificetur, quas tamen quantitates ſubſcripto modo ad inuicem diſponito.Itaq; ex definitione diuiſionis, eadem erit proportio.o.ad.e.quę eſt.u.ad.i.et.o.ad.i.quę eſt.u.ad.x.Quare ex æqualitate proportionũ. e.ad.i.ſic ſe habebit ſicut.i.ad. x. erit enim.i. media proportionalis inter.e.et.x.ex.20. autẽ ſeptimi propoſitum concludetur. Huiuſmodi rei cauſa etiam eſt, quod prouenies diuiſionis vnius eſt numerator æqualis denominatori diuiſionis alterius.

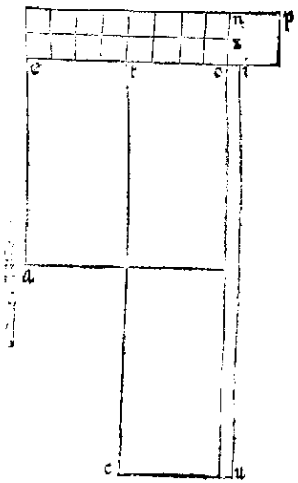


THEOREMA XXVI.

CVR duobus numeris mutuo diuiſis,sũptis deinde prouenientibus ſimul et adinuicem,& per hanc ſummam,diuiſa ſumma quadratorum dictorum propoſitorũ numerorum, proueniat numerus æqualis numero producti duorum primorum numerorum ſimul.

Sint exempli gratia propoſiti numeri.2.et.8.qui mutuo diuiſi in primis dent prouenientia quatuor integra,tum quartam partem pro altero proueniente,hæc collecta dabunt ſummam quatuor integrorum et quartæ partis vnius,ſumma autem quadratorum binarij & octonarij erit.68. qui quidem numerus per quatuor & quartam partem vnius diuiſus dabit. 16.pro proueniente, quæ. 16. æqualia erunt pro ducto binarii in octonarium.

Cuius rei hæc erit ſpeculatio,ſint duæ lineæ.o.e.et. o. n. quæ duos numeros propoſitos ſignificent, inuicem ad angulum rectum . o . coniunctæ , quarum quadrata ſint.o.a.et.o. p.ipſorum productum ſit.n.e.tum.o.t.ſit prouenies ex diuiſione.o.e. per.o.n.Hęc ſingulacim conſideremus (nã ſi in partibus ſimplicibus quod dicimus accideriit,id ipſum in compoſitis conſequenter eueniet)quamobrem ex definitione diuiſionis dabitur eadem proportio .o.e.ad.o.t.quæ eſt.o. n. ad vnitatem , quæ ſit.o. x. Nunc cogitemus ſuperficié rectangulã. o.c. æqualẽ quadrato.o.a.tunc numerus. c.t.prouenies erit,ut patet,ex diuiſione numeri quadrati.o.a.per numerũ.o.t.eritq; eadẽ proportio.c.t.ad.o.e.quæ eſt.o.e.ad.o.t.ex ſecunda parte quintædecimæ ſexti, aut.20.ſeptimi.Iã autẽ dictum eſt.o.e.ad.o.t.ſic ſe habere ſicut.o.n.ad.o.x.Itaq; ex. 11. quinti ſic ſe habebit. c.t.ad.o.e.ſicut.o.n.ad.o.x.Sed ex prima ſexti,aut.18. vel. 19.ſeptimi,ſic ſe habet ,productum.n.e.ad.e.x.ſicut.o.n.ad.o.x.quare denuo ſic ſe habebit numerus.c.t . ad numerum.o.e. ſicut numerus.n. e.ad numerum.x. e. Sed numerus.o.e. cum numero.x. e.ſpecie idem eſt,igitur ex.9.quinti numerus. c.t.numero . n . e.æqualis erit.



Id ipſum de quadrato ipſius.o.n.videlicet. p.o. dico. Nam ſi prouenies.o.n.diuiſo per.o.e. ideſt. o.i. proportionale reſpondens ad.o.t. cum.o.t. coniunctũ fuerit,et per hãc ſummam diuiſa ſumma quadratorum. o.a.et.o.p.patet per ſe prouenies futurum eiuſdem numeri. c.t. ipſumq;. c.t. prouenies ſemper futurum.

Quo autem lucidius res hæc innoteſcat. Cogitemus prouenies quadrati. o. p. diuiſi ab.o.i. reſpondentisq;.o.t. eſſe.i.u. quod via prædicta inuenitur æqualis eſſe numero. n. e. ex quo conſequenter æquale . c . t: cogitato deinde rectangulo.o.u.æquali.o.p.coniuncto.o.c:torum.t.u. æquale erit compoſito duorum quadratorum. o.a. et.o. p.cum in nullo numerus. c.t.mutetur,tam ex compoſito.t.u.quã ex ſimplici. o.c. ex quo propoſiti ſe ſe ueritas profert.

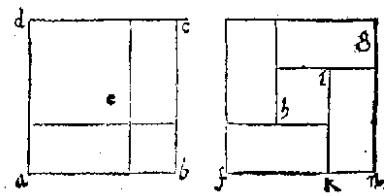
THEOREMA XXVII.

PROPOSVERVNT veteres nobile quidem problema , ſed quod tamen citra algebraticam effectionem,aut neſcierunt, aut noluerunt diſſoluere , quod nihilominus facillimum eſt.

Proponunt hi numerum in binas eiusmodi partes diuidendum, vt summa quadratorum dictarum partium, alteri numero possibili proposito æqualis sit, possibili inquam, etenim si eiusmodi numerus propositus, minor esset producto totius primi in suum dimidium, esset huiusmodi factum impossibile. Quod nos exequi cupientes, sumamus primum numerū propositum, quem in se ipsum multiplicemus. ab hoc quadrato deducamus secundum numerum propositum, tum quod remanserit duplicemus, quod duplum denuo iubeo ex eodem primo quadrato detrahi, accepta postea radice quadrata residui & dempta ex priori numero proposito, tunc dimidium residui vna pars erit ex duabus primi numeri quæsita.

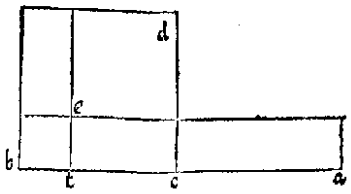
Exempli gratia proponantur. 20. diuidenda in duas eiusmodi partes, vt summa quadratorum ipsarum partium æqualis sit. 272. qui numerus maior est. 200. maior inquam dimidio quadrati. 400. ipsorum. 20. hic autem numerus. 272. è quadrato. 400. deducatur, remanebūt enim. 128. quod duplicari iubeo, producetur siquidē. 256. quæ pariter deducta è quadrato totali, remanebunt. 144. cuius radicem sumi volo, quæ erit. 12. & dempta ex. 20. priori numero dato remanebit. 8. cuius dimidium erit. 4. pars vna ex quæsitis, quæ ex primo numero proposito. 20. detrahetur, remanebitq;. 16. pro altera parte.

Cuius demonstrationis causa, in primis cogitemus quadratum. a. c. cognitum numeri. a. b. primò propositi, qui cogitetur diuisus in duo quadrata. d. e. et. e. b. duoque supplementa. a. e. et. e. c. numerus autem summæ duorum quadratorum. d. e. b. pro secundo proposito datur; ex quo, summa duorum supplementorum. a. e. c. consequenter erit cognita, quę cum duplicata fuerit, & quatuor hæc supplementa cogitatione accommodata, prout in quadrato. f. g. apparet (quāuis idipsum proueniret si modo Eucl. octaua secūdi aptaretur) æquali quadrato. a. c. ita vt cogitatis quatuor supplementis numeri cogniti in quadrato. f. g. ex consequenti cognoscetur numerus quadrati partialis. h. i. & vna etiam eius radix qua detracta ex numero. a. b. aut. f. n. (quod idem est) primo propositi, relinquetur numerus cognitus duplum. x. n. aut. t. b. pars vna totius. a. b. ex quo uerum erit hoc meum problema.



THEOREMA XXVIII.

SI quis & aliam rationem perficiendæ huius rei quærat, hoc præstet inuento numero huius supplementi, cum in præcedenti theoremate dictum fuerit, qua ratione manifestetur duplum supplementi ipsius.



Cogitemus in subscripta figura lineam. a. b. tanquam primum numerum propositum, & productum. a. c. supplemento. a. e. primæ præcedentis figuræ æquale sit, ac deinde ordine ab antiquis tradito procedatur, ad quadratum reducto dimidio. a. b. videlicet. b. c. quod erit. b. d. ex quo detrahatur deinde. a. e. quare remanebit

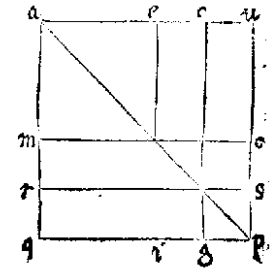
bit quadratum. e. d. cognitum, cuius radix æqualis erit. c. t. qua coniuncta dimidio. c. a. ex quinta secundi Eucli. dabit quod propositum erat.

THEOREMA XXIX.

QVID causæ est, cur subtracto duplo producti duorum numerorum ad inuicem multiplicatorū ex summa suorum quadratorum, semper quod super est duorum numerorum quadratum differentiæ sit?

Exempli gratia si proponerentur duo numeri. 16. et. 4. duplum producti eorum esset. 128. quo detracto ex summa suorum quadratorum, nempè ex. 272. remaneret. 144. cuius quadrati radix esset. 12. tanquam differentia inter. 4. et. 16.

Id vt sciamus, duo numeri propositi, duabus lineis significentur, maiore. q. g. et minore. g. p. directè coniunctis, super quas, totale quadratum extruatur. a. p. in quo cogitetur diameter. a. p. et à puncto. g. ducatur parallela. g. n. c. et à puncto. n. parallela. n. s. r. ex quo duo producta dabūtur. q. n. et. n. u. singula æqualia producto. q. g. in. g. p. et. a. n. et. n. p. duo quadrata dictorum numerorum propositorum, quod satis superq; probatur quarta secundi Eucli. Cogitemus deinde. n. o. æqualem. n. p. et à puncto. o. ducatur. o. m. t. parallela. r. s. et. o. c. ad. n. c. quare ex allatis ab Eucli. octaua secundi, dabitur quantitas. m. n. æqualis. q. n. producto. q. g. in g. p. et quantitas. o. c. minor ipso producto, ex quantitate quadrati. n. p. ex quo quantitas. m. n. e. vnà cum quadrato. n. p. æqualis erit duplo producti. q. g. in. g. p. sed hæ duæ quantitates, sunt partes duorum quadratorum dictorum, & quæ super est. m. e. quadratum differentiæ vnius numeri propositi ab altero, prout in subscripta figura licebit cui libet considerare. Itaque veritas hæc manifesta erit.

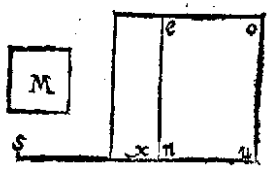


THEOREMA XXX.

CVRij qui ex duobus numeris propositis maiorem per minorem diuidunt, si proueniens per maiorem numerum multiplicauerint, productum æquale erit prouenienti ex diuisione quadrati maioris numeri per minorem?

Exempli gratia si proponantur duo numeri. 20. et. 4. ipseque. 20. per. 4. diuidatur, dabit quinque, tum. 400. quadrato. 20. diuiso per priorē. 4. dabit. 100. quod proueniens, producto ex. 20. in. 5. primo prouenienti adæquatur.

Cuius speculationis causa, sint duo numeri, qui lineis. x. u. et. x. s. maiore atq; minore significētur, tum. u. x. numerus per. s. x. diuidatur, sitque proueniens. x. n. postmodum quadratum. u. x. sit. x. o. et productum ex. n. x. in. u. x. sit. x. e. quod æquale esse dico prouenienti ex diuisione quadrati. o. x. per. s. x. quod sit. m. Patet enim ex definitione diuisionis, talem futuram proportionem. u. x. ad. n. x. qualis est. s. x. ad vnitatem, & quadratum. o. x. ad rectangulum. e. x. ita se ha-



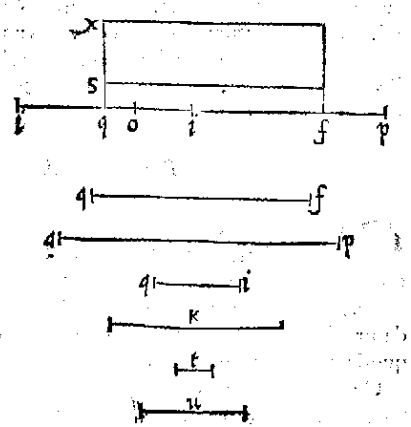
biturum, ſicut. u. x. ad. n. x. ex prima ſexti aut. 18. vel. 19. ſeptimi, quare ex 11. quinti ita ſe habebit. o. x. ad. e. x. ſicut. s. x. ad vnitatem; ſed ſicut ſe habet. s. x. ad vnitatem, ita ſe habet pariter. o. x. ad. m. vnde ex. 11. prædicta ita ſe habebit. o. x. ad. m. ſicut idipſum. o. x. ad. e. x. itaque ex. 9. prædicti quinti. m. æqualis erit. o. x.

THEOREMA XXXI.

CVR propoſito aliquo numero in duas partes inæquales diuiſo, ſi rurſus per quamlibet ipſarum diuidatur, prouenientia tantundem coniuncta quantum multiplicata efficiant.

Exempli gratia, ſit denarius propoſitus numerus, per binarium & octonarium diuiſus, prouenientia erunt quinque & vnum cum quarta parte, quæ coniuncta erunt. 6. cum quarta parte lineari, quæ ſi mal multiplicata, pariter erunt. 6. cum quarta parte ſuperficiali.

Cuius ſpeculationis cauſa, totalis numerus, linea. q. p. ſignificetur, eius duæ partes, per. k. maiorem et. u. minorem, ipſa vnitas per. t: prouenies ex diuiſione. q. p. per. k. ſit. q. i. prouenies autem ipſius. q. p. per. u. ſit. q. f. quare ex definitione diuiſionis ita ſe habebit. q. p. ad. q. i. ſicut. k. ad. t. et. q. p. ad. q. f. ſicut. u. ad. t. hoc eſt. q. f. ad. q. p. ſicut. t. ad. u. vnde ex æqualitate proportionũ ſic ſe habebit. q. f. ad. q. i. ſicut. k. ad. u. et conuerſim. Ad hæc in linea. q. p. vnitas, per lineam. q. o. ſignificetur, quo facto, dicamus, ſi. q. p. ad. q. i. ſic ſe habet vt. k. ad. q. o. itaque permutando, ſic ſe habebit. q. p. ad. k. ſicut. q. i ad. q. o. hoc eſt. k. u. ad. k. ſicut. i. q. f. ad. q. f. (nam. k. u. partes ſunt integrales totius. q. p. et. k. u. ad. k. eſt ſicut. i. q. f. ad. q. f. ex. 18. quinti) Quare ita erit. i, q. f. ad. q. f. ſicut. q. i. ad vnitatem. q. o. ex. 11. quinti Addatur deinde. q. i. ad. q. f. et. q. i. per. q. f. multiplicetur, cuius multiplicationis productum, ſit. x. f. quod probabo æquale eſſe ſummæ. f. q. cum. q. i. Secetur enim linea. q. x. in puncto. s. ita. vt. q. s. æqualis ſit. q. o. ſigneturque productum. s. f. quare eadẽ erit proportio quantitatis. x. f. ad. s. f. quæ eſt. q. x. ad. q. s. ex prima ſexti, aut. 18. vel 19. ſeptimi, hoc eſt, ſicut. q. i. ad. q. o. et ex. 11. quinti (vt dictum eſt) ſicut. i. q. f. ad. q. f. ſed numerus. s. f. ſuperficialis tantus eſt, quantus linearis. q. f. quare ex. 9. quinti tantus erit (ſuperficialiter) numerus. x. f. quantus (linearitẽr). f. q. i. quod erat propoſitum.

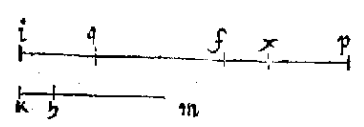


THEOREMA. XXXII.

CVR numero aliquo in duas partes inæquales diuiſo, ſi rurſus diuidatur per ſingulas partes, ſumma duorum prouenientium per binarium, ſemper maior ſit ſumma prouenientium ex diuiſione vnius partis per alteram.

Exẽpli gratia, ſi proponeretur numerus. 24. qui in duas partes inæquales diuideretur. 20. ſcilicet et. 4. certè. 24. per ſingulas partes diuiſo, daretur vnum proueniens ſex integra, & alterum vnum & quinta pars, quorum ſumma eſſet ſeptem integra cum quinta parte, tum altera parte per alteram diuiſa, daretur vnum proueniens quinque integrorum & alterum vnius quinti tantum, quorum ſumma eſſet quinque integra, & vna quinta pars, minor prima reliquorum duorum prouenientium per binarium.

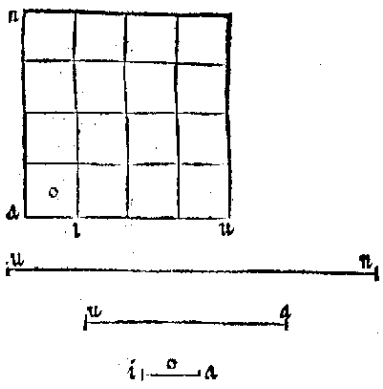
Cuius conſiderationis cauſa, propoſitus numerus linea. q. p. ſignificetur, eius duę partes lineis. q. x. et. x. p. tũ. q. f. ſit proueniens ex diuiſione totius. q. p. per. x. p. et. q. i. ſit proueniens ex diuiſione eiuſdem. q. p. per. q. x. ad hæc. h. m. ſit proueniens, ex diuiſione. q. x. per x. p. et. h. k. proueniens ex diuiſione. p. x. per. q. x. patet igitur ex. 22. theoremate huius libri proueniẽs. h. m. minus eſſe proueniente. q. t. per vnitatẽ, & proueniens. h. k. minus proueniente. q. i. per alteram vnitatem. Itaque. f. q. i. maior erit. m. h. k. per numeram binarium, quod erat propoſitum.



THEOREMA. XXXIII.

QVILIBET numerus, medius eſt proportionalis inter numerum ſui quadrati & vnitatem.

Detur enim numerus propoſitus, qui linea. a. u. ſignificetur, cuius quadratum ſit. u. n. vnitas linearis ſit. i. a. et ſuperficialis. o. parebit ex. 18. ſexti aut 11. octaui proportionem. u. n. ad. o. futuram duplam proportioni. u. a. ad. i. a. ſed. i. a. et. o. eadem (ſpecie) res ſũt, tanta ſcilicet. a. i. quanta. o. vnitas eſt, Itaque proportio numeri. u. n. ad. u. a. æqualis erit proportioni. u. a. ad. i. a. Quare numerus. u. a. inter numerum. u. n. & vnitatem, medius erit proportionalis.



THEOREMA XXXIIII.

HOc ipſum quod diximus & alia ratione ſpeculari licebit.

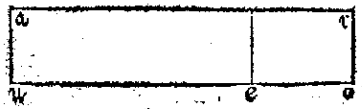
Propoſitus numerus, nunc etiam per. a. u. ſignificetur, eius quadratum per. u. n. vnitas linearis per. a. i. producatur ꝙ. a. u. in. a. i. terminetur, ſitq;. n. i. quare n. i. conſtabit numero ſuperficiali æquali numero lineari. a. u. & ex prima ſexti aut. 18. vel. 19. ſeptimi, eadem erit proportio. u. n. ad. i. n. quæ eſt. a. u. ad. a. i. ſed numerus. a. u. cum numero. n. i. idem ſpecie eſt. Itaque medius eſt proportionalis inter. u. n. & vnitatem.

THEOREMA XXXV.

QVIVIS numerus per alterum multiplicatus, & diuiſus, medius eſt proportionalis inter productum multiplicationis, & prouenientis diuiſionis.

Exempli gratia, ſi. 20. multiplicetur per quinque & inde per quinque diuidantur productum erit. 100. prouenientis. 4. inter quos numeros. 20. medius eſt proportionalis.

Hoc vt ſpeculemur, proponatur numerus multiplicandus & diuidendus, qui ſignificetur linea. u. e. multiplicans autem & diuidens linea. a. u. multiplicationis productum ſit. e.a. prouenientis ex diuiſione ſit. o. e. Nunc prouenientis. e. o. per numerũ. a. u. diuidentem multiplicetur, cuius multiplicationis productum ſit. e. i. quare, eadem erit proportio numeri. a. e. ad numerum. e. i. quæ eſt numeri. u. e. ad numerum. e. o. ex prima ſexti aut. 18. vel 19. ſeptimi. Sed cum numerus. u. e. ex. 11. theoremate præſentis libri, numero. e. i. æqualis ſit. verum eſſe, quod propoſitum fuit conſequetur.

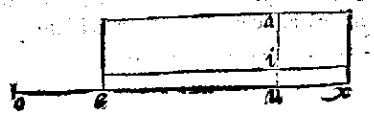


THEOREMA XXXVI.

CVR ij, qui propoſitum numerum ita multiplicare & diuidere cupiunt, vt productum multiplicationis, tam ſit multiplex prouenienti ex diuiſione, quam quæritur, rectè ſumant aliquem numerum pro multiplicante & diuidente, qui ſit radix quadrata denominantis quęſitę multiplicitatis.

Exempli gratia, proponuntur. 20. multiplicanda atque diuidenda, ita vt productum multiplicationis nonuplum ſit prouenienti ex diuiſione, nempè, vt prouenientis, nona pars ſit eiuſmodi producti, quare quadratam radicem ipſorum nouem, ideſt denominantis ſumunt, tria ſcilicet, multiplicant igitur & diuidunt data. 20. ex quo productum erit. 60. prouenientis autem. 6. cum duabus tertijs. & propoſitum ſequitur.

Cuius ſpeculationis cauſa, ſignificetur numerus propoſitus linea. u. e. multiplicans autem & diuidens linea. u. a. productum ſit. e. a. prouenientis. e. o. quadratum verò. a. u. ſit. x. a. erit igitur proportio. a. e. ad. e. o. dupla proportionis. a. e. ad numerum. u. e. ex præcedenti theoremate: Adhæc, cogitemus in linea. u. a. vnitatem. u. i. terminenturq; duo producta. e. i. et. x. i. quare eadem erit proportio. a. e. ad. e. i. quæ eſt. a. c. ad. u. e. numerus enim. e. i. (quamuis ſuperficialis) idem eſt cum numero lineari. u. e. ſed. a. e. ad. e. i. ſic ſe habet ſicut. a. u. ad. u. i. ex prima ſexti aut. 18. vel. 19. ſeptimi, (quod ipſum dico de. a. x. ad. x. i.) quare proportio. a. x. ad. x. i. hoc eſt. x. u. æqualis erit proportioni. a. e. ad. u. e. at trigeſimotertio & trigeſimoquarto theoremate probatum eſt proportionem numeri. a. x. ad vnitatem, duplam eſſe proportioni eiuſdem numeri. a. x. ad. u. x. ſequitur igitur cum dimidia ſint æqualia, tota etiam æqualia eſſe: hoc eſt proportionem numeri. a. c. ad numerum. e. o. æqualem eſſe proportioni numeri. a. x. ad vnitatem. Itaque rectè ſumitur numerus. a. u. eiuſmodi vt quadratũ ipſius.



ipſius. a. x. tam ſit multiplex ad vnitatem, quam cupimus numerum. a. e. numero. e. o. multiplicem eſſe.

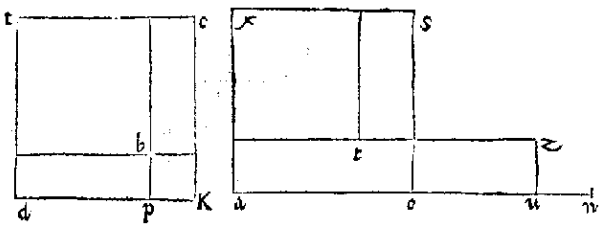
THEOREMA XXXVII.

CVR inuenire cupientes duos numeros, quorum quadrata in ſummam collecta, æqualia ſint numero propoſito, & ijſdem numeris multiplicatis adinuicem, productum alteri numero propoſito ſit æquale, rectè ſumant dimidium primi numeri propoſiti, cui ſumma quadratorum æquari debet, hocq; dimidium in ſeipſum multiplicent, vnà etiam alterum numerum propoſitum in ſeipſum multiplicent, quod quadratum detrahunt de primo, & reſidui quadratam radicem, dimidio primi numeri propoſiti coniungunt, ex qua ſumma, quadratam radicem eruũt, quæ duobus quæſitis numeris maior erit, cuius quadrato de primo numero detracto, & ex reliquo eruta radice quadrata, detur minor numerus, duorum quęſitorum.

Exempli gratia, ſi proponerentur. 34. pro primo numero cui æquari deberet ſumma duorum quadratorum, quorum radicum productum æquale eſſe deberet alteri numero, verbi gratia. 15. iubet antiquorum regula, dimidium primi numeri in ſeipſum multiplicari, cuius dimidij quadratum erit. 289. è quo ſi detrahas quadratum ſecundi numeri, nempe. 225. remanebit. 64. arq; huius ſi quadratam radicem ſumas nempe. 8. quam dimidio primi numeri, nempe. 17. coniungas, dabitur duorum quadratorum numerorum quęſitorum maior numerus. 25. hac deinde radice è dimidio detracta, minus quadratum dabitur. 9. ſcilicet, quorum radices. 5. et. 3. eſſent ij numeri, qui quæruntur.

Cuius ſpeculationis gratia, cogitemus primum numerum, cui quadratorum ſumma æquari debet, ſignificari linea. a. n. tum concipiamus quæſita quadrata ſignificari, coniungiq; modo ſubſcripto. t. b. x. ſecundum porrò numerum propoſitum, ſignificari producto. d. b. Iam nil ſupereſt aliud quam vt quantitates. d. p. et. b. p. quæramus.

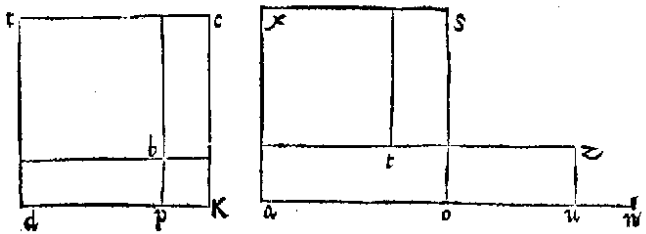
Itaque cum in linea. a. n. ſummæ quadratorum numerus detur, quadratum dimidij. o. a. ſit. s. a. quod nobis erit cognitum; ſit etiam. a. u. numerus quadrati maioris, et. u. n. minoris, et. a. z. productum vnius in alterum; qui quidem numerus. a. z. æqualis erit quadrato numeri. d. b. ex. 19. theoremate huius libri. Itaq; a. z. cognitum erit, cum eius radix. d. b. ſit ſecũdus numerus propoſitus, quæ minor erit. a. s. ex quinta ſecundi, aut ſeptima conſequentia poſt. 16. noni Euclidis. Iam ſubtracta quantitate. z. a. è quadrato. a. s. cognoſcetur quadratum. r. x. cuius radix æqualis erit. o. u. ex poſtremo adductis, Itaque cognoſcemus. o. u. qui numerus coniunctus dimidio. o. a. cognito, dabit quadratum. a. u. cognitum, atque ita. u. n. pariter cognoſcetur, & eorum radices conſequenter.



Hoc

Hoc ipſum & alia ratione perfici poteſt, nempe, iuncta ſumma. x. b: b. d: et. b. t. alteri rectangulo æquali. b. d. quod ſit. b. c. ex quo totum quadratum lineæ. d. x. cognitum erit, atq; ita etiam conſequenter eius radicem. d. x. cognoſcemus, cuius ope ac producti. d. b. cognoſcemus. d. p. et. p. k. prout ex theoremate quadrageſimoquinto huius libri patebit.

Michael Stifelius, vndecimo cap. tertij libri, problema eiuſmodi proponit, quod tamen ipſe via algebræ diſſoluit.

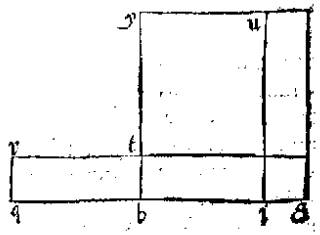


THEOREMA XXXVIII.

CVRij, qui duos numeros inuenire volunt, quorum productum alicui numero propoſito æquetur, & quadratorum eorundem differentia alteri numero propoſito æqualis ſit. Rectè dimidium ſecundi numeri propoſiti in ſeipſum multiplicent, cui quidem numero differentia quadratorum æquari debet; porrò huic quadrato primi propoſiti numeri, cui æquandum eſt productum numerorum quæſitorum, quadratum adiungant; tum radicem quadratam huius ſummæ copulet dimidio ſecundi numeri propoſiti, ei inquam, cui differentia quadratorum æqualis eſſe debet, ex quo quadratum maius conſurgit, à quo, detracto ſecundo numero, ſupereſt quadratum minus.

Exempli gratia, ſi proponeretur primo loco numerus. 8. cui æquandum eſt productum numerorum quæſitorum, tum proponeretur numerus. 12. cui, detracto minore à maiore, differentia quadratorum vtriuſque quæſiti numeri æqualis eſſe debet, oportet huius vltimi numeri. 12. dimidium in ſeipſum multiplicare, fiétque. 36. quadratum dimidij, vnde in ſummam colligeremus quadratum primi numeri. 8. quod eſſet. 64. quæ cum. 36. efficerent. 100. cuius centenarij radice, nempe. 10. collecta in ſummam cum dimidio ſecundi numeri, nempe. 6. daretur quadratum maius, nempe. 16. ex quo, detracto ſecundo numero, nempe. 12. remaneret quadratum minus. 4.

Cuius ſpeculationis cauſa, maius quadratum incognitum ſignificetur linea. q. g. minus verò pariter incognitum linea. g. i. quare. q. i. eorum differentia, tanquam data remanebit cognita, vnà etiam. b. i. et. q. b. ſua dimidia; tunc cogitetur quadratum. y. g. ſuper. b. g. et parallelogrãmum rectangulum. g. r. deſignatum, & ita etiam gnomon. u. g. t. prout ſexta ſecundi Euclidis proponitur, ex quo quadratum. b. i. nempe. u. t. cognitum erit, ſed gnomon æqualis eſt rectangulo. g. r. ex prædicta, aut ex. 8. poſt. 16.



noni,

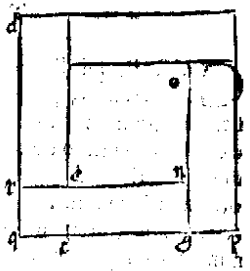
noni, hocq; rectangulum. g. r. quadratum eſt primi numeri propoſiti ex. 19. theoremate huius libri, itaq; cognitum erit. vnà etiam gnomon. u. g. t. cognoſcetur, quare totum quadratum. g. y. eiusq; radix. b. g. manifeſta erit, cui coniuncta. q. b. data, maius quadratum. q. g. cognoſcetur, ex qua. b. g. detracta. b. i. data, cognoſcetur. i. g. quadratum minus conſequenter, etiam eorum radices notæ erunt.

THEOREMA XXXIX.

ALIA etiam ratione idipſum definiri poteſt, prætermiſſa antiquorum via, nempe multiplicatis in ſemetipſis primo & ſecundo, numeris propoſitis, quadruplicatoq; quadrato primi, qua ſumma coniuncta cum quadrato ſecundi numeri, & ex hac altera ſumma erutа radice quadrata, ex qua detracto ſecundo numero, & è reliquo ſumpto dimidio, quod erit quadratũ minus, quo detracto ex radice poſtremo iuncta, ſupererit quadratum maius.

Exempli gratia, ſi proponeretur numerus. 8. cui productum duorum numerorum quæſitorum æquandum eſt, proponeretur idem. 12. cui differentia quadratorum duorum numerorum æqualis eſſe debet. Iubeo primum numerum, nempe. 8. in ſe ipſum multiplicari, ex quo exurget. 64. pro numero ſui quadrati, quod quadruplicari volo, eritq; productum. 256. quod cenſeo coniũgendum cum quadrato ſecundi numeri propoſiti, nempe. 144. eritq; ſumma. 400. ex qua ſumetur radix, ſci licet. 20. & ex hac detrahétur ſecundus numerus. 12. reſiduiq; dimidium, nempe. 4. pro quadrato minore, quo in ſummam collecto cum. 12. dabit quadratum maius. 16.

Cuius ſpeculationis cauſa, quadratum maius per lineam. q. g. minus per. g. p. ſignificetur: ſuper integram autem. q. p. erigatur quadratum integrum. d. p. diuiſum, vt quadratum. f. g. vigeſimiſeptimi theorematis huius libri, (idipſum accideret diuiſo quadrato modo octauæ ſecundi Euclidis) quæ quidem diuiſio, eſt via quatuor productorum. q. g. in. g. p. è quibus vnum ſit. g. r. quod erit cognitum ex. 19. theoremate cum ſit quadratũ primi numeri propoſiti, ex quo illa quatuor cognita erũt. Iam verò ſi cogitemus. q. p. ſectam in puncto. t. ita vt. q. t. æqualis ſit. p. g. dabitur differentia. t. g. cognita, vt radix quadrati. e. o. cum ex præſuppoſito. r. n. æqualis ſit. q. g. et. r. e. g. p. ex quo etiam. q. t. ita pariter. e. n. t. g. æqualis erit. Collecto itaq; quadrato. e. o. ipſius. t. g. cum quadruplo. g. r: cognitum erit quadratum. d. p. ipſius. q. p. quare cognoſcetur. q. p. de quo numero detracta differẽtia quadratorum cognita. t. g. ſupererit aggregatum. p. g. et. q. t. cognitum. Quare ex conſequenti, dimidium aggregati, nempe. g. p. cognoſcetur, tanquam minus duorum quadratorum. cui iuncta. g. t. aut detracta. p. g. ex. p. q. quadratum. q. g. maius cognitum remanebit.



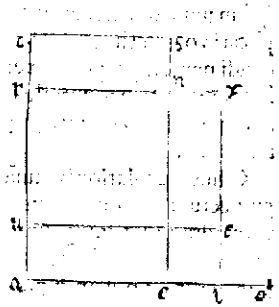
THEOREMA XL.

CVRijs, qui volunt duos eiuſmodi numeros inuenire, vt eorum maior minorem, numero propoſito ſuperet, & productum vnius in alterum, alteri numero propoſito adæquetur, conſultiſsimum ſit dimidium primi numeri propoſiti,

numerum inquam, cui differentia duorum quæsitorum æquanda est, in seipsum multiplicare, atque huic quadrato, secundum numerum propositum iungere, cui productum numerorum quæsitorum æquale esse debet, & ex hac summa eruere quadratam radicem, quæ coniuncta dimidio primi numeri propositi, dabit maiorem duorum numerorum & ex eadem radice detracto dimidio primi numeri, minorem numerum duorum quæsitorum.

Exempli gratia, si proponeretur. 12. cui differentia vnius numeri ab altero æquari deberet, tum proponeretur. 64. cui productum multiplicationis duorum quæsitorum simul æquādum esset. Dimidium primi numeri in seipsum multiplicaremus, proueniretq; quadratū. 36. cui coniuncto secundo, nempe. 64. totum esset. 100. ex quo detracta quadrata radice. 10. et ipsi coniuncto senario, dimidio primi numeri, & ex eadem detracto eodem dimidio. 6. pro maiore numero proueniret. 16, & pro minore. 4.

Cuius rei speculatio hæc est. Sit. e. o. differentia cognita duorum incognitorum numerorum. a. o. et. a. e. quorum productum datum siue cognitum sit. a. s: considerabimus nunc. e. i. dimidium. e. o. datæ differentiæ, & ex compositio. a. i. magnitudo quadratum. a. x. in quo protracta sit. t. n. æquidistans lateri. a. i. & tam ab ipsa. a. i. quam. x. i. ab. s. e. vnde. t. e. quadratum erit. e. i. dimidiæ scilicet differentiæ datæ. e. o. et. t. n. rectangulum æquale erit rectangulo. n. e. vt cuilibet licet per se considerare, vnde sequitur gnomonem. e. r. t. æqualem esse producto. a. s. ideo *cognitus*, quiquidē gnomon, si coniunctus *fuerit* quadrato. e. r. cognito ex radice. e. i. cognita (vt dimidia totalis differentiæ. e. o. datæ) habebimus quadratum totale. a. x. cognitum, & ita eius radicem. a. i. cognitam & reliqua omnia consequenter quæ quidem speculatio eadem est quæ. 6. secundi seu. 8. noni Euclidis.



Poteris tamen ex modo & rationibus præcedenti theoremate allatis, hoc ipsum concludere.

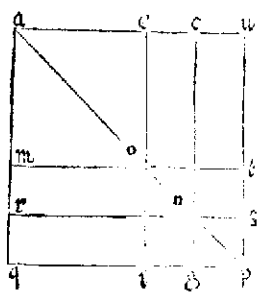
THEOREMA XLI.

CVRij, qui aliquo proposito numero, inuenturi sunt duos numeros inter se differentes, quorum quadratorum summa altero numero proposito æqualis sit, rectè primum numerum propositum in seipsum multiplicant, quod quadratum ex secundo numero detrahūt, & dimidium residui sumunt, quod productum erit multiplicationis duorum numerorum inter se, in reliquis præcedentis theorematis ordinem sequuntur.

Exempli gratia, si proponeretur. 12. tanquam numerus, cui differentia duorum numerorum quæsitorum æquanda est, proponerentur præterea. 272. quibus summa quadratorum duorum numerorum quæsitorum æquari deberet, oporteret sanè primum numerum, nempe. 12. in seipsum multiplicare, cuius quadratū hoc loco esset. 144. atque hoc detrahere ex secundo numero, supereffet. 128. sumpto deinde dimidio huiusce numeri, nēpe. 64. producto in quam duorum numerorum quæsitorū. Cum hoc. 64. postea et duodenario primo proposito numero, præcedentis theorematis ordinem sequeremur.

Quod

Quod vt speculemus, consideremus subscriptam figuram, vigesiminoni theorematis figuræ similem, in qua numeri quæsiti duabus lineis directè coniunctis. q. g. et. g. p. significentur, horū quadrata erūt. r. c. et. g. s. quorū summa iterū proponitur, quare etiam cognita. Differētia autem duorū numerorum primo proposita sit. q. i. eius verò quadratum. m. c. quod cognitum est ex sua radice. q. i. quare gnomon. e. n. m. simul cum quadrato minori. g. s. cognitus erit, quæ summa æqualis est duplo. g. r. producto datorum numerorum. Itaque & ipsa. g. r. cognoscetur, nunc si præcedentis theorematis speculationem in reliquis consuluerimus propositum consequemur.



THEOREMA XLII.

ADhuc etiam & alia ratione idipsum consequi possemus, non consulto quadragesimo theoremate. Nam subtracto quadrato differentiæ, numeri primi (inquā) propositi, ex summa duorum quadratorum, nempe ex secundo numero proposito colligendam esset residuum in summam cum prædicto secundo numero, & ex summa hac desumenda quadrata radix, quæ duorum numerorum summa erit, de qua detracto primo numero, remanebit duplum minoris numeri quæsiti, cuius dimidio addito primo numero proposito, aut detracto minore inuento ex radice postremo inuenta, dabitur numerus maior, qui quæritur.

Exempli gratia, cum superfuerint. 128. hæc si cum secundo numero nēpe. 272. iunxerimus, dabunt. 400. quorum radix erit. 20. de quo numero detracto primo proposito, nempe. 12. supererunt. 8. quorum dimidiū erit. 4. quo ex. 20. detracto aut coniuncto. 12. maior numerus orietur.

Cuius rei contemplatio, præcedenti figura aperitur. Nam residuum detractionis quadrati. m. c. ex summa duorū quadratorum. r. c. et. g. s. numerum præbet æqualem duobus supplementis. q. n. et. n. u. ex. 8. secundi Euclidis. qui coniunctus duobus quadratis (quorum summa secundo proposita fuit) cognitionem profert quadrati. q. u. & eius radicis. q. p. de qua, detracto primo dato numero, scilicet. q. i. supereſt. i. p. cuius dimidium nempe. g. p. minor est numerus qui quæritur; residuum verò totius. g. q. maior scilicet.

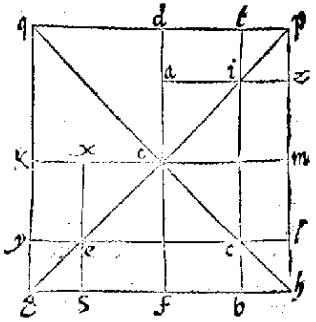
THEOREMA XLIII.

CVRij, qui volunt duos numeros inuenire, quorum summa æqualis proposito alicui numero futura sit, & summa quadratorum maior eorum producto per quantitatem alterius propositi numeri, rectè dimidium primi dati numeri in seipsum multiplicant, quod quadratum ex secūdo dato numero detrahunt, sumuntque tertię partis residui quadratam radicem, quam dimidio primi numeri coniungunt, ex quo maior numerus duorū quæsitorū datur, quo ex toto primo detracto, supererit minor.

Exempli gratia, proposito numero. 20. cui æquanda est summa duorum numerorum quæsitorum, datoq; secundo numero. 208. qui semper maior esse debet

quadrato dimidij, prout ex ſpeculatione huiuſmodi operis cognoſcetur, cui æquãda eſt differẽtia inter ſummã quadratorũ duorũ qui quærũtur numerorũ, ſimul cũ producto eorũ radicum. Dimidium numeri. 20. in ſeipſum multiplicandum eſſet, quadratumq; detrahendum ex. 108. vt remanerent. 108. quorum. 108. tertiæ partis quadrata radix eſſet. 6. quæ ſi iuncta fuerit dimidio. 20. nempe. 10. daretur maior numerus quæſitus. 16. quo detracto è. 20. darentur. 4.

Cuius ſpeculationis cauſa, datus primus numerus ſignificetur linea. g. h. in qua maior numerus incognitus ſit. g. h. minor verò. b. h. quorum quadrata ſint. y. t. et. b. l. in quadrato maximo. g. p. tum productum. g. b. in. b. h. ſit. g. c. cogitenturq; duo diametri. q. h. et. g. p. diuiſi per medium in puncto. o. per quod duę lineæ ducantur. f. d. et. k. m. parallelæ lateribus maximi quadrati. Hæ dictum quadratum in quatuor quadrata æqualia diuident, quorum vnumquodq; , æquale erit quadrato. g. f. dimidij ipſius. g. h. datę, quare eorum vnumquodq; cognitum erit. Iterum cogitemus. s. x. per. e. parallelã. g. k. tantum diſtantem à. g. k. quantum. y. l. ab. g. h. diſtare inuenitur. Cogitetur pariter. z. i. a. per punctum. i. parallela. d. p. quare. a. t. æqualis erit. f. c. et. y. x. æqualis. f. e. et. y. s: b. l. æqualis. Ita ſubtractis è duobus quadratis ſuperius dictis. a. t. y. x. et. b. l. producto. y. b. æqualibus, ſupererunt. k. d. et. a. c. x. cognita, tanquam æqualia dato ſecundo numero, ſed. k. d. quadratum eſt medietatis. g. f. cognitæ, cognoſcetur igitur reſiduum. a. c. x. vnà etiam ſingulæ tertiæ partes nempe quadrata. o. i. o. c. et. o. e. & radix. b. f. vel. f. s. ſingularum, qua coniuncta dimidio. g. f. rurſusq; ab codẽ detracta, propoſitum conſequemur.

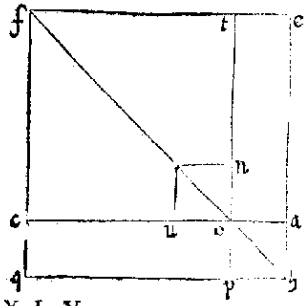


THEOREMA XLIIII.

CVR ſi quis cupiat numerum propoſitum in duas eiuſmodi partes diuidere, vt quadratum maioris, quadratum minoris ſuperet quantitate alterius numeri propoſiti, rectè primum numerum in ſeipſum multiplicabit, & ab eodem ſecundum numerum detrahet, reſiduum verò per duplum primi diuidet, ex quo proueniens primi pars minor erit, quæ ex illo primo detracta, partem maiorem proferet.

Exempli gratia, ſi proponantur. 20. diuiſa in duas eiuſmodi partes, vt quadratũ maioris ſuperet quadratum minoris numero æquali ipſi. 240. oportebit primum numerum, qui quadratus cum fuerit, erit. 400. in ſeipſum multiplicare, & ex hoc quadrato ſecundum numerum nempe. 240. detrahere, tunc remanebunt. 160. quę diuiſa per. 40. numerũ duplũ primo, dabuntur quatuor pro minori numero, à reſiduo verò. 20. detractis quatuor, erunt. 16. pro maiori numero.

Quod vt exactè conſideremus, primus numerus propoſitus ſignificetur linea. q. h. diuidendus in duas partes. q. p. et. p. h. tales quales quærimus. Poſtmodum eriga tur quadratum. q. e. diuiſum diametro. f. h. ductiſq;. p. o. t. et. a. o. c. parallelis lateribus quadrati, dabuntur imaginaria quadrata. c. t. et. p. a. duarum partium. q. p. et. p. h. incognitarum. Ad hæc cogitemus quadratum. u. n. æquale quadrato. p. a. è quadrato maiore. c. t. extractum quare reſiduum quadrati. c. p. cognitum erit, quam quantitatem cognitam, cum ſit ſecundo loco data, cogitemus detrahi è toto quadrato cognito. q. e. ex quo ſumma duorum ſupplementorum. q. o. et. o. e. cognoſcetur, vnà cum quadratis. u. n. et. p. a. duplo ſcilicet. q. a. quo diuiſo per duplum. q. h. aut ſimplex. q. a. per. q. h. ſimplicem, dabitur. a. h. nempe. p. h. minor numerus quæſitus.

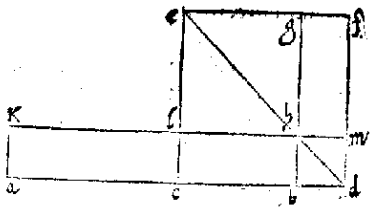


THEOREMA XLV.

CVR volentes diuidere numerum propoſitum in duas eiuſmodi partes, vt productum vnius in alteram, alteri numero propoſito æquetur, rectè dimidium primi dati numeri in ſeipſum multiplicant, ex quo quadrato ſecundum datum numerum detrahunt, reſiduiq; radicem ſumunt, qua coniuncta vni dimidio primi numeri, pars maior datur, ex altero verò dimidio detracta, minorem manifeſtabit.

Exempli gratia, ſi numerus partiendus eſſet. 34. alter verò numerus eſſet. 64. cui productum vnius partis in alteram æquale eſſe deberet. Dimidium primi numeri, in ſeipſum multiplicaremus, cuius quadratum eſſet. 289. de quo detracto ſecundo numero nempe. 64. remaneret. 225. cuius quadrata radix nempe. 15. coniuncta. 17. dimidio. 34. proferet. 32. maiorem partem, detractoq; ex. 17. ſupereſſet. 2. pars inquam minor.

Cuius ſpeculationis cauſa, primus numerus propoſitus ſignificetur linea. a. d. cuius dimidium. c. d. cognitum erit, vnà etiam eius quadratum. c. f. quo diuiſo per diametrum. e. d. ſupponantur partes ignotæ ipſius. a. d. eſſe. a. b. et. b. d. & à puncto. b. duci lineam. b. h. g. parallelam. d. f. et. m. h. k. parallelam. d. a. extructa figura ſimili figuræ quintæ ſecundi Eucli. quare dabitur gnomó. l. d. g. æqualis producto. b. k. & proinde cognitus, quo detracto è quadrato, c. f. remanebit quadratum. g. l. cuius radice æquali. c. b. coniuncta. a. c. & detracta ex. c. d. partes. a. b. et. b. d. quæſitæ dabuntur.



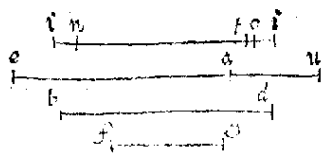
THEOREMA XLVI.

CVR propoſitis tribus numeris, quorum prior in duas eiuſmodi partes diuidendus ſit, ut mutuò diuiſæ, & per ſummam prouenientium diuiſo ſecundo numero, proueniens vltimum ſit æquale tertio numerorum propoſitorum. Conſultiſſimum ſit ſecundum numerum per tertium diuidere, ex quo proueniens ſit ſumma prouenientium è duabus partibus mutuò diuiſis, quam ſummam ſi quis velit diſtinguere, rectè poſſit medio operationis præcedẽtis theorematis sũpta vnitate ſuperficiali pro ſecundo numero diſtinctis poſtmodum prouenientibus, rectè meo iudicio operabimur per regulã de tribus (quod fuit ab antiquis prætermiſſum) Si dixerimus,

rimus, si summa vnius dictorum prouenientium cum vnitate dat primum numerum, quid ipsa eadem vnitas dabit? ex quo propositum oriatur.

Exempli gratia, proponuntur tres numeri, primus. 20. secundus. 34. tertius. 8. Iam quærimus diuidere primum. 20. in duas partes quæ mutuò diuisæ præbeant duo prouenientia, quorum summa tanta sit vt per eam diuisio. 34. proueniat numerus æqualis tertio numero. 8. Quod vt præstemus iubet regula secundum 34. per tertiũ. 8. diuidi, vnde proueniet. 4. cum vna quarta parte, quod proueniens erit summa prouenientium ex diuisione duarum partium quæsitarum, quæ si distinguere volaerimus, præcedentis theorematis methodum sequemur, vnitate superficiali pro secundo numero proposito sumpta, ac si diceremus, diuidatur. 4. cum vna quarta parte in duas eiusmodi partes, vt productum vnius in alteram sit vnitas superficialis, certè fractis integris cum quarta parte coniungendis, darentur vnitatis decemseptem quartæ lineares, verum cum necesse sit, ex præcedenti theoremate, dimidium in seipsum multiplicare, essetq; dimidium. 8. quartarum partium cum octaua, commodius totum constituetur. 34. octauarum, quarum dimidium, nempe decemseptem octauæ, in seipsum multiplicatum erunt. 289. sexagesimæ quartæ vnius integri superficialis, quandoquidem integrũ superficiale, cuius vnitas linearis in. 8. partes diuiditur est. 64. vt ex primo theoremate huius libri deprehendi potest. Nunc vnitate hac superficiali, nempe. 64. ex. 289. detracta, supererit. 225. cuius radix quadrata, scilicet. 15. coniuncta dimidio dictorum prouenientium, nempe. 17. dabit maius proueniens. 32. detractaq; ex altero dimidio, dabit proueniens minus. 2. hoc est pro maiore proueniente. 32. octauas, & pro minore duas, quatuor scilicet integros pro maiore, & quartam partem vnius integri pro minore. Nunc si ex regula de tribus dixerimus, si. 4. iuncta vni, nempe. 5. dant. 20. primum numerum, quid dabunt. 4. integra (proueniens inquam maius) dabũt certè. 16. partem maiorem. Tum si dixerimus, si quarta pars coniuncta vnitati dat. 20: quid dabit quarta illa pars (hoc est proueniens minus) dabit profectò quatuor scilicet minorẽ partem, quod ab antiquis certè ignoratum fuit, qui, inuentis prouenientibus quæuerunt, nescientes ijs vti ad inueniendas duas primi numeri partes.

Cuius speculationis gratia, demus primum numerum significari linea. e.u. cuius partes. e. a. & a. u. sint quæ quæruntur, alter verò numerus significetur linea. b. d. tertius linea. g.f. proueniens aũt diuisionis. e.a. per. a.u. sit. n.t. diuisionis aũt. a. u. per. a.e. sit. t.o. summa erit. n. t. o. vnitas verò. n.i. et. o. i. Iam si numerus. f. g. tertiò propositus ex diuisione secundi per. o.t. n. proferri debet. Ex. 13. theoremate patet, quòd si. b.d. per. g.f. diuiserimus, proferetur. o.t.n. qui cum fuerit inuentus, summã esse oportet duorũ prouenientiũ, ex diuisione mutua duorũ numerorum, nempe. a. e. per. a.u. et. a.u. per. a.e. deinde manifestum est ex. 24. aut. 25. theoremate eorũ productum (multiplicatis prouenientibus adinuicem) vnitatem superficialem futuram esse. Hactenus igitur, totum. o.n. ex doctrina præcedentis theorematis diuiditur in puncto. t. ita vt productum. o.t. in. t.n. solam vnitatem superficialem cõtineat, quo facto, si, vt antedictum est, cogitauerimus. n. t. prouenies esse ex diuisione. e.a. per. a. u. et. t. o. prouenientes ex diuisione. a.u. per. a.e. patebit ex definitione diuisionis, quod eadem erit proportio. a.e. ad. n.t. quæ est. a.u. ad vnitatem. n. i. et. a.u. ad. o.t. eadem quæ est. e.a. ad



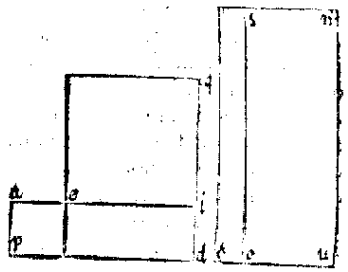
ad vnitatem. o.i. permutando quoq; e.a. ad. a.u. sicut. t.n. ad. n.i. & componendo. e.a.u. ad a.u. sicut. t.n.i. ad. n. i: & euersim. e.a.u. ad. e.a. vt. t.n.i. ad. t.n. Quare, ex. 20. septimi, recte vtimur regula de tribus. Idem & de altera parte dico, quamuis qui vnam teneat, alteram quoque habiturus sit. Non mirum tamen si huiusmodi problema ab antiquis definitum non fuerit, qui hanc vltimam partem non cognouerunt.

THEOREMA XLVII.

CVR duobus numeris mutuò diuisis, si per summam prouenientium, productum vnius in alterum multiplicetur, vltimum productum, summæ quadratorum duorum numerorum æquale futurum sit.

Exempli gratia, propositis. 16. et. 4. mutuò diuisis, summa prouenientium erit 4. integrorum cum quartã parte, qua summa multiplicata cum producto primorũ numerorum, nempe. 64. dabuntur. 272. integri superficiales, qui summæ quadratorum duorum numerorum æquantur.

Hoc vt consideremus, duo numeri partibus. a.e. et. e.i. in linea. a.i. significentur, quorum productum sit. e.d. & quadratũ ipsius. a.e. sit. e.p: ipsius verò. e.i. sit. e.q. prouenies aũt ex diuisione. e.i. per. a.e. sit. o.u. prouenies aũt. a.e. per. e.i. sit. o.t. quorum summa sit. o.u.t. cum productum. e.d: lineæ. u.n. significetur ad angulum rectũ coniuncta in puncto. u. extremo ipsius. o.u.t. productum aũt. n.o.t. in. u.n. sit. n.r. Iam probandum nobis est. n.r. æqualem esse summæ duorum quadratorum a e. p. Quod singillatim probo, & affero productum. o.n. æquale esse quadrato. q.e. & productũ. s.t. quadrato. e. p. Nam ex. 35. theoremate patet numerum. e.i. medium esse proportionalẽ inter. e.d. et. o.u: cum numerus. e.i. ex præsuppositio a b. e.a. multiplicetur & diuidatur, cuius multiplicationis productum est. d.e: nempe. u. n. & proueniens ex diuisione est. o.u: quare ex dicto theoremate. e.i. media proportionalis est inter. u.n. et. u.o. Itaq; productum. o.n. æquale est quadrato. e.q. ex. 16. sexti vel. 20. septimi. Idem dico de producto. s.t. nempe æquale esse quadrato. e.p. quandoquidem numerus. a. c. ab c.i. multiplicatur ac diuiditur, cuius multiplicationis productum est. d.e. nempe o.s. & proueniens ex diuisione. o. t: inter quæ ex. 35. theoremate. a. e. media proportionalis est. Quare ex allatis propositionibus productũ. s.t. æquale est quadrato. e.p. sed totũ productum. n.t. summa est duorum productorum. o.n. et. s.t. ex prima secundi Eucli. Itaque verum esse quod dictum est, consequitur.



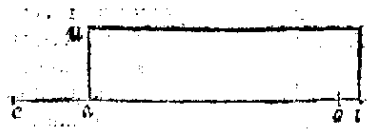
THEOREMA XLVIII.

CVR si quis maiorem duorum numerorum sola vnitate inter se differentium, per minorem diuidat, maioremq; per proueniens multiplicet, productum, summæ ipsius maioris cum eodem proueniente æquale erit.

Exempli gratia. 10. per. 9. diuiso, datur vnum cum nona parte, quo multiplicato per proueniens, ipsoq nempe. 10: datur productum. 11. cum nona parte, tantum scilicet

licet quantæ summa est maioris cum proueniente.

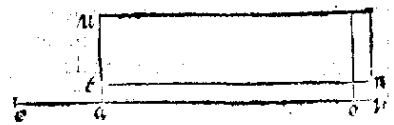
Cuius speculationis causa, maior numerus significetur. a.i. et minor linea. a.o. ex quo ex præfinito. o.i. vnitas erit. Sit autem proueniens ex diuisione. a.i. per. a.o. e. e: quod. e.a. directè coniungatur ipsi. a.i. et productum. a.i. in. a.e. sit. u.i. Probabo numerum superficialem. u.i. æqualem esse lineari. i.a. e. quare meminisse oportet, decimotertio theoremate probatum fuisse, quòd si numerus diuisibilis per proueniens diuidatur, proueniens faturus sit numerus diuidens, quare. a. o. erit proueniens ex diuisione. a.i. per. a. e. & ex definitione diuisionis ita se habebit. e. a. ad. a.i. sicut. o.i. ad. o.a. & componendo ita. e.i. ad. a.i. sicut. i.a. ad. o.a. quare, a.i. erit media proportionalis inter. e.i. et. a.o. sed. a.i. non modò diuisa hic cogitatur ab. e. a. ex quo fit proueniens. a. o. sed etiam per eandem. e. a. multiplicata, ex quo productum oriatur. u.i. Itaq; ex. 23. theoremate. a.i. media est proportionalis inter. u. i. et. a.o. Quare. ex. 11. quinti. eadem erit proportio. u.i. ad. a.i. sicut. e.i. ad eandem. a. i. Igitur ex. 9. prædicti numerus. u.i. æqualis erit numero. e.i. quod erat propositum.



THEOREMA XLIX.

IPsum etiam alia ratione considerari potest.

Linea. u.a. secetur in puncto. t. ita vt. a.t. æqualis sit vnitati. o.i. & media parallela. t.n. terminetur productum. a.i. quod constabit æquali numero, quamuis superficiali, numero. a.i. rameti lineari. Tum parallela ducatur à puncto. o. ipsi. a.u. termineturq; productum. o.u. ex quo bina producta dabuntur. u.o. et. t.i. inter se æqualia ex. 15. sexti aut. 20. septimi cum ita se habeat. a.i. ad. a.u. sicut. a.o. ad. a.t. sed. a.i. ad. a.o. permutando sic se habet sicut. a.u. ad. a.t. & ex prima sexti aut. 18. vel. 19. septimi sic se habet. u.i. ad. u.o. sicut. a. i. ad. a. o. hoc est. u.i. ad. t.i. ope. 11. quinti. Iam ex definitione diuisionis ita se habet. a.e. ad. a.i. sicut. o.i. ad. o.a. & componendo. e.i. ad. a.i. sicut. i.a. ad. o.a. Itaque ex prædicta. 11. sic se habebit. e.i. ad. i.a. sicut. u. i. ad. t.i. sed. t.i. numero constat æquali. a. i. quare ex. 9. quinti numerus. u.i. numero. e.i. æqualis erit.

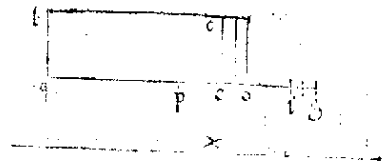


THEOREMA L.

CVR diuidentes numerum propositum in duas eiusmodi partes, vt productũ vnius in alteram cum ipsarum differentia in summam collectum, æquale sit alicui alteri numero maiori primo. Rectè primum ex secundo detrahunt, residuum verò conseruant, tum ex primo semper binarium demunt, dimidiumq; conseruant, alterum verò dimidium in seipso multiplicant, & ex quadrato numerum conseruatum eruunt, residuiq; radicem ex dimidio conseruato, quod vltimum residuum propositi numeri quæsita pars minor est.

Exempli gratia, si proponatur numerus. 20. ita diuidendus, vt productũ vnius partis in alteram, cum partium differentia collectum in summam, æquale sit proposito numero, verbi gratia. 92. præcepit regula detrahi primum numerum ex secundo, nempe. 20. ex. 92. cuius residuum, scilicet. 72. conseruetur, tum detrahi iubet binarium ex primo, sic in proposito exemplo remanebunt. 18. huius autem. 18. dimidium in seipsum multiplicari iubet, quod cum sit. 9. datur numerus. 81. ex quo. 81. primum numerum conseruatum, nempe. 72. vult regula detrahi, sic remanebit. 9. cuius huius. 9. quadrata radix detrahenda est ex dimidio ipsius. 18. quod fuit ante quadratum, sic supererit. 6. hoc est. 9. excepta radice quadrata, qui. 6. erit minor pars quæsita, maior verò. 14. quarum productum. 84. coniunctum cum partium differentia præbet exactè. 92.

Cuius rei hæc est speculatio. Primus numerus minor, qui proponitur diuisibilis significetur linea. q.g. maior vero linea. x. tum cogitemus. q.g. diuisam, cuius maior pars sit. q.o. minor. o.g. differentia. q.p. ex quo. p.o. æqualis erit. o.e. fit autem productum. b.o. Oportet igitur, vt. b.o. simul cum differentia. q.p. æquale sit numero. x. secundò proposito, qui notus est, quare etiam summa producti. b.o. cum differentia q.p. cognita erit, ex qua detracto primo numero. q.g. residuum cognitum erit, nunc igitur quodnam erit hoc residuum? attendamus qua ratione ex summa. b.o. et. q.p. detrahenda sit. q.g. In primis si subtraxerimus ex dicta summa. q.p. quę pars est. q.g. supererit detrahenda. p.g. ex. b o. pars inquam ipsius. q.g. quod fiet quotiescunque cogitauerimus. q. o. duabus vnitatibus diminutam, et per. o.g. multiplicatam, sit autem productum. b.e. nam cum. o.g. toties. b.o. ingrediatur, quot sunt in. q.o. vnitates ex prima sexti aut. 18. vel. 19. septimi, detrahenda q; sit. p.g. ex. b.o. quæ. p. g. dupla est. o. g. patebit. o.c. æqualem esse. p.g. supererit itaque. b.e. productum. q. e. in. e. i. cognitum, erutis autem ex. q. g. ijsdem duabus vnitatibus, remanebit. q. i. nobis nota, ex quo. e.i. æqualis erit. e. c. Cum igitur productum. q.e. in. e.i. cognoscamus simul cum. q.i: Si voluerimus partes. q. e. et. e.i. cognoscere, vtemur. 45. theoremate huius libri, & propositum obtinebimus, nam cognoscemus. e.i. & ex consequenti. o. g. eius æqualem.



THEOREMA LI.

DIVIDERE numerum in duas eiusmodi partes, quæ pro medio proportionali alterum numerum propositum recipiant, primi dimidio minorem, aliud nihil est, quàm binas primi numeri partes inuenire, quæ inter se multiplicatæ quadrato secundi numeri numerum æqualem proferant, ex. 16. sexti aut. 20. septimi, quod tamen. 45. theoremate fuit à nobis speculatum.

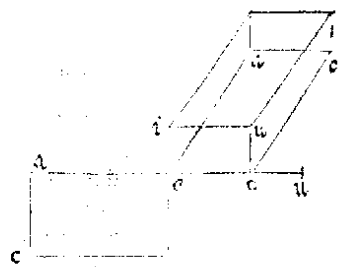
THEOREMA LII.

CVR propositis tribus numeris quibuscunque, si productum primi in secundum per tertium multiplicetur, atque secundum hoc productum corporeũ, per primum numerum diuidatur, prouueniens erit numerus æqualis producto secundi in tertium.

Exempli causa, proponantur hi tres numeri. 10. 11. 12. multiplicentur q; 10. cũ.

11. dabuntur. 110. quo producto multiplicato cum. 12. dabuntur. 1320. hoc producto per primum nempe. 10. diuisum dabit. 132. numerum æqualem producto secundi in tertium numerorum propositorum, scilicet. 132.

Hoc vt speculemur, primus numerus significetur linea. o. u. secundus. c. o. tertius. e. a. productum verò. o. u. in. o. e. sit. o. i. ipsius verò. o. i. per. e. a. producti corporei sit. i. c. tum producti huius. o. in. c. a. sit. e. c. Dico nùc quod diuiso numero corporeo. o. i. c. per primũ. o. u. prueniens æquale erit numero producti. e. c. Quare in primis cogitandum est, quod cum productum. i. c. eorum fuerit ex multiplicatione. o. i. in. e. a: dictum. o. i. toties ingredietur. i. c. quoties vnitas reperitur in. e. a. eadem ratione, toties. e. c. in. i. c. quot vnitates erunt in. o. u. Itaq; sequitur quòd diuiso. i. c. per o. u. proueniens sit e. c. corporeum, æquale nihilominus producto. e. c. superficiali.



THEOREMA LIII.

CVM diuidens propositum numerum in tres partes sic se habentes vt productum primi in secundam, in tertia multiplicatũ, præbeat numerum alteri numero proposito æqualem. Recte secundum numerum per quemcunque alium minorem primo diuidit, qui diuidens vna erit ex tribus partibus quæsitis, prouenies autem erit productum vnius in alteram reliquarum duarum, quarum summa cognita erit, detracto numero diuidente ex primo dato, quam quidem si distinguere quis voluerit, vtetur theoremate. 45.

Exempli gratia, proponitur numerus. 20. in tres partes diuidendus, quæ sic se habeant, vt productum primæ in secundam in tertia multiplicatum det. 90. itaque sumenda erit pro prima vna pars ipsius. 20. quæcunque illa sit, verbi gratia. 2. qua secundus numerus, nempe. 90. diuidatur, dabitur igitur. 45. quod erit productum cæterarum partium inter se, quarum summa est. 18. quam summam si distinguere volueris in cæteris duabus partibus separatis, vteris. 45. theoremate, vt quàm citissimè quod cupis exequaris, erunt autem partes. 3. et. 15.

In cuius speculationis gratiam nihil aliud occurrit, quàm quod præcedenti theoremate, & superiore. 45. allatum est.

THEOREMA LIIII.

DIVIDERE numerum in. 3. eiusmodi partes, vt quadratum vnius sit æquale producto reliquarum duarum inter se, idem omnino est cum. 51. theoremate. Nam qui sumet quamlibet partem propositi numeri, quæ tertia parte maior tamen non sit, residuumq; in duas tales partes diuiserit, vt prima sumpta, media proportionalis sit ex probatione. 51. theoremate allata, propositum consequetur.

THEOREMA LV.

IDipsum alia ratione ab ea diuersa quã. 51. theoremate adduximus, pfici potest.

Sumantur enim tres numeri continui proportionales, cuiuscunque denique proportionalitatis, qui in summam colligantur, ac postmodum, regula de trib. dicamus. Si summa hæc primo numero proposito in tres partes diuidendo respondet, cui respondebit vna ex tribus partibus huiusce sũmæ? idem de reliquis duabus partibus dicu.

Exempli gratia, si proponatur numerus. 57. diuidendus in tres continuas partes proportionales pro portione sesquialtera, tres numeros in eiusmodi proportionalitate distinctos inuenemus, vt porrò. 4. 6. 9. qui in summam collecti dabunt summã. 19. dicemusq; si. 19. dant. 4. quid dabũt. 57? vnde prouenies vnius partis erit. 12. Tum si dicamus, si. 19. dat. 6. quid dabit. 57? nempe dabit. 18. Postremò, si. 19. dat. 9. quid dabit. 57? nempe. 27. atque ita dabitur. 18. cuius quadratum æquabitur producto reliquarum duarum partium inter se.

Quod vt sciamus, numerus propositus in tres quasliber partes diuidendus significetur linea. a. d. tres autem numeri dictæ proportionalitatis, lineis. e. f. f. g. et. g. h. directè inter se connectis denotentur. Cogitemus pariter lineam. d. a. in tres partes diuisam. a. b. b. c. et. c. d. eadem cum cæteris proportionalitate, tunc eadem erit proportio. a. d. ad quamlibet suarum partium, quæ est. c. h. ad respondentem ipsius in. a. d: Verbi gratia respondet autem. a. b. ipsi. e. f. et. b. c. ipsi. g. et. c. d. ipsi. g. h. Dico enim quòd ita se habebit. a. d. ad. c. d. sicut. e. h. ad. g. h. Nam cum sic se habeat. a. b. ad. b. c. sicut. e. f. ad. f. g. ex præsupposito, permutando sic se habebit. a. b. ad. e. f. sicut. b. c. ad. f. g. & eadem ratione sic se habebit. c. d. ad. g. h. sicut. b. c. ad. f. g. & cõsequenter sicut. a. b. ad. e. f. ex quo ex. 13. quinti sic se habebit tota. a. d. ad totam. e. h. sicut. c. d. ad. g. h. aut. b. c. ad. f. g. aut. a. b. ad. e. f. permutando itaque propositum manifestum erit, ipsum autem productum. a. b. in. c. b. æquale erit quadrato. b. c. ex. 15. sexti aut. 20. sexti.

THEOREMA LVI.

VETERES aliud quoque problema indeterminatum proposuerunt, quod ex more ratione à me definietur, est autem eiusmodi:

Quomodo propositus numerus in tres eiusmodi partes diuidatur, vt quadratũ vnius æquale sit summæ quadratorum reliquarum duarum partium.

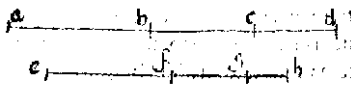
Hoc vt efficiamus tria quadrata separata sumamus, quorũ vnũ æquale sit reliquis duobus; eorũ autẽ radices in summam simul colligantur, cum regulam de tribus requemur, ratione præcedenti theoremate demonstrata, & recte vtemur, quod autem dico de quadratis, etiam de cubis, & quibusuis dignitatibus esse.

Exempli gratia, si numerus diuisibilis proponatur. 50. in tres eiusmodi partes diuidendus, vt quadratum vnius æquale sit summæ quadratorum reliquarum duarum partium, in primis radices trium quadratorum sumemus, eiusmodi quocunque si habentes, vt maius ipsorum æquale sit summæ reliquorum duorum, verbi gratia. 25. 16. et. 9. nempe. 5. 4. et. 3. quæ si colligantur in summam efficient. 12. Tum ex regula de tribus dicemus, si. 12. respondet. 50. cui. 5. radix maior respondebit nempe. 20. cum dimidio.

Deinde si dixerimus si. 12. valet. 50. quid valebit. 4. radix media? nempe valebit. 13. tertia autem minor. 7. cum dimidio. Itaque tota summa erit 28. & quadratum.

tum 12.cum dimidio erit. 155.quod æquale erit ſummæ quadratorum duarum partium, nempe. 100.cum. 55.

Hoc vt demõſtremus, numerus diuiſibilis propoſitus ſignificetur linea.a.d.& ſumma radicum, noſtro modo ſumptarum, linea.e.h.quarum prima & maior ſit.e.f. ſecunda. f.g.tertia.g.h.cogitemus etiam lineam.a.d.ea ratione diuiſam eſſe qua. e. h. patebit enim ex modo præcedentis theorematis vnamquanque partium. a. d. ita ſe habituram ad ſuum totum ſicut ſe habent ſingulæ. e.h.ad ſuum. Quod ideo dico, vt intelligamus rectè nos dicere. Si.e. h.dat.a.d.ergo.e.f.dabit.a.b.atq; ita de cæteris. Quare permutando ſic ſe habebit.a.b.ad.b.c.ſicut.e.f.ad.f.g.idem dico de reliquis. Igitur ex. 18.ſexti aut. 11.octaui, eadem erit proportio quadrati.a. b.ad quadratũ b.c.quæ quadrati.e.f.ad quadratum.f.g.tota enim ſunt æqualia, cum eorum partes ſimiles inter ſe ſunt æquales. Idem dico de proportione quadrati.a. b. nempe ita ſe habere ad.c.d.ſicut quadratum.e.f.ad quadratum. g.h.ex quo ex.24.quinti proportio quadrati.a.b.ad ſummam quadratorum duarum partium.b.c.et.c.d.ſic ſe habebit ut quadrati.e.f.ad ſummam quadratorum.f.g.et.g.h. At quadratum.e.f.æquale eſt ſummæ quadratorum.f.g. et.g. h. igitur ſic etiam ſe habebit quadratum.a.b.nempe æquale quadratis.b.c.et.c.g. Idipſum de cæteris dignitatibus dices, vterisq;. 21. theoremate huius libri.



THEOREMA LVII.

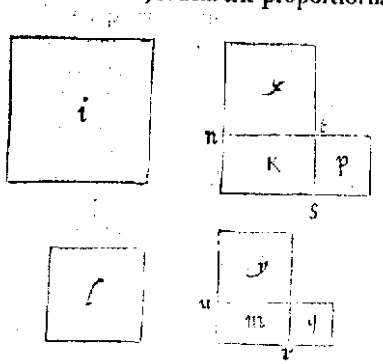
SIMILE quoque problema ab antiquis indeterminatum proponitur, quod eiuſmodi eſt.

An numerus aliquis in tres eiuſmodi partes diuidi poſſit, vt quadratum vnius æquale ſit ſummæ quadratorum cæterarum duarum partium ſimul cum producto vnius in alteram.

Exempli gratia, ſi proponatur numerus. 50.vt iam dictum eſt diuidendus, repetiendus erit alius quilibet numerus, qui tamen ſumma ſit trium radicum ſic ſe habentium, vt quadratum vnius æquale ſit ſummæ quadratorum duarum partium ſimul cum producto vnius in alteram, eum autem qui primò occurrit ſumamus, utpote. 30. qui ſumma eſt numerorum. 6. 10. 14. partium ſic ſe habentium, vt quadratum ipſius. 14. æquale ſit ſummæ quadratorum cæterarum partium ſimul cum producto vnius in alteram, agamusque regula de tribus, ac dicamus, ſi. 30. valet. 50. quid valebit. 14. nempe. 23. cum tertia parte. Idem efficiemus in cæteris partibus, quarum vna erit. 16. cum duabus tertijs, altera verò. 10. abſque fractis, ex quo quadratum primæ erit. 544. cum. 4. nonis, ſecundæ. 277. cum ſeptem nonis, tertiæ. 100. & productum ſecundæ in tertiam. 166. cum. 6. nonis, quod productum, cum quadratis ſecundæ & tertiæ collectum erit. 544. cum. 4. nonis.

Huius rei ſpeculatio eadem eſt, quę fuit præcedentis theorematis vſquequo noueris eandem proportionem eſſe quadrati.a.b.ad ſummam quadratorum. b.c. et. c. d. quæ quadrati.e.f.ad ſummam quadratorum.f.g. et.g.h. Sed cum hic non demus quadratum.e.f.æquale ſummæ quadratorum.f.g.et.g.h.ſed maius ex producto.g.h. in.f.g.aut quod idem eſt, è contrario, ſubſequentes figuræ cogitandæ erunt, quatum.i.ſit quadratum.a.b:l.ſit quadratum.e.f:x.quadratum.b.c:y.quadratum. f. g: p. quadratum.c.d:q. quadratum.g.h: k.ſit productum.b.c. in.c.d: m. ſit productum. f. g.in

g.in.g.h. Nunc ex ſpeculatione præcedentis theorematis, eadem erit proportio. n. t.ad.o.u.quæ eſt.n.s.ad.o. r. quare productum. k. ex definitione ſimile erit producto. m. cum vtraque ſint rectangula, vnde proportio. k. ad. m. ad proportionem.n.t.ad.o.u. ex. 18. ſexti dupla erit. Igitur proportio. k. ad. m. æqualis erit proportioni. x. ad. y. et. p. ad.q. et.i.ad.l.& permutando ſic ſe habebit. k.ad.i.ſicut.m.ad.l.ſed.x. p.ad.i. ſic ſe habere probatum eſt vt.y.q.ad.l. Quare ex eadem. 24.quinti ſic ſe habebit.x.p.k.ad.i.ſicut.y.q.m.ad.l.ſed.y.q. m.æqualis eſt.l. Itaque.x.p.k. pariter.i. æqualis erit.



THEOREMA LVIII.

ALIVD quoque problema, nec tamen definitum, veteres propoſuerunt, nempe an aliquis numerus in. 4. eiuſmodi partes diuidi poſſit, vt ſumma quadratorum duarum partium dupla ſit ſummæ quadratorum reliquarum duarum.

Verum huius effectio & ſpeculatio non erit difficilis, cũ ſit eadem quæ præmiſsis proximè duobus theorematibus allata fuit, ſumpta nempe ſumma radicum quarumcunque ſic ſe habentium, prout dictum fuit. Verbi gratia. 44. cuius partes erunt. 16 12. 14. 2. tũc progrediemur regula de tribus dicentes. Si. 44 numerum propoſitum valet, quid. 16. pars maior? nempe valebit partem maiorem numeri propoſiti reſpondentem. 16. idem de cæteris dico.

Porrò ſpeculatio eadem eſt cum ſuperioribus.

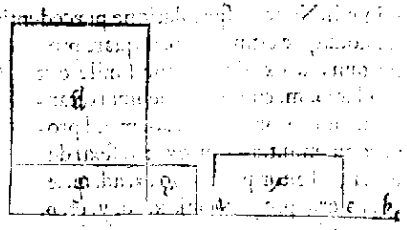
THEOREMA LIX.

CVR diuidens propoſitum numerum in duas eiuſmodi partes, vt productum radicum quadratarum ipſarum partium æquale ſit alteri numero propoſito, cuius tamẽ quadratum maius nõ ſit quadrato dimidij primi numeri propoſiti. Rectè ſecundum numerum propoſitum in ſeipſum multiplicat, & eundẽ ex quadrato dimidij primi detrahit, reſiduiq; quadratam radicem ſubtrahit ex dimidio ipſius primi, ex quo datur minor pars quæſita, qua ipſi dimidio coniuncta, maior pars habetur.

Exempli gratia, ſi proponatur numerus. 20. propoſito modo, in duas partes eiuſmodi diuidendus, vt productum radicum æquale ſit (verbi gratia) 8. Dimidium primi numeri in ſeipſum multiplicabimus, cuius quadratum erit. 100. ex quo quadratum ſecundi numeri, nempe. 64. detrahemus, remanebitq;. 36. cuius radice quadrata coniuncta. 10. dimidio inquam primi numeri propoſiti, dabitur numerus. 16. pars maior, & ſubtracta à dimidio, dabitur minor pars, nempe. 4.

Hoc

Hoc vt demonstremus, primus numerus linea.a.b.significetur, quam diuisam cogitemus in puncto.c.in partes quæsitas,ex quo præsupponitur duas lineas.a.c.et.c.b.duo quadrata esse, quæ in altera figura significetur per.d.et.e. productum autem radicum cognitum. f.quandoquidem datum est,cuius quadratum æquale erit producto quadratorum.d.e. adinuicem,nempe.b.c.in.a.c. ex.19.theoremate huius. Quod verbi gratia sit x.itaq; cognitum,quo facto,doctrina.45.theorematis libri huius secuti, propositum consequemur.

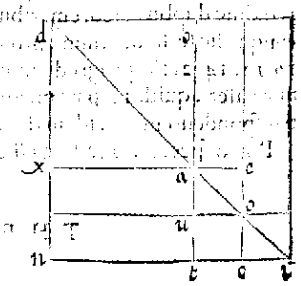


THEOREMA LX.

CVR productum differentiæ duarum radicum in summam ipsarum, semper differentia sit quadratorum ipsarum radicum.

Exempli gratia, quoslibet duos numeros pro radicibus sumpserimus,vt potè. 3.et. 5. quorum differentia est.2. certè si differentiam hanc per summam radicum scilicet. 8.multiplicauerimus, dabitur numerus. 16. quod productum differentia est suorum quadratorum, nempe inter. 9. et 25.

Hoc vt speculemur,duæ radices in linea.a.n.i.significentur,quarum vna sit.a.c. & altera.c.i. ipsarum autem differentia.a.t. ex quo.t. c.æqualis erit.c.i. Tum cogitato toto quadrato.d.i. cum diametro. d. i. ductaq; parallela lateri. a. d. à puncto.c.& altera à puncto.c. & à puncto. o. tertia ipsi.n.i. & à puncto. a.quarta. x. a. e. parallela ipsi. o. inuenietur. b.n.productum esse differentiæ. a. t. in summa radicum.a. i. & cum. d. o. et. a. o. sint quadrata radicum prædictarum: b. c. æquale erit. a.u.cum vtrunque horum productorum æquale sit. x.u.ex quo gnomon.e. d. u, æqualis erit producto b. a.quod scire cupiebamus.



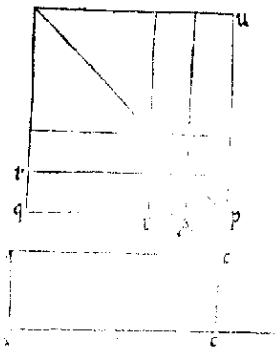
THEOREMA LXI.

CVR propositum aliquem numerum diuisuri in duas eiusmodi partes, vt differentia radicum quadratarum æqualis sit alteri numero proposito, cuius tamen quadratum dimidij primi quadratum non excedat. Rectè secundum numerum in seipsum multiplicant, productum verò ex primo numero detrahunt, rursusq; dimidium residui quadrant, & quadratum hoc ex quadrato dimidij primi subtrahunt, atque ita radice quadrata residui, dimidio primi coniuncta, pars maior datur, quæ ex ipso dimidio detracta, pars minor relinquitur.

Exempli gratia, proposito numero. 20. ita ut propositum est, diuidendo; nempe vt differentia radicum quadratarum dictarum partium æqualis sit binario, binarium hoc in seipsum multiplicabimus, cuius quadratum.4. è primo numero.20. detrahemus,

trahemus, supereritq; numerus. 16.cuius dimidium scilicet.8. in seipsum multiplicabimus, dabiturq; numerus. 64.qui cum ex quadrato dimidij primi detractus fuerit, nempe ex. 100.& residuo.36.radix quadrata nempe. 6.coniuncta denario, dimidio primi, dabit. 16.partem maiorem,& ex denario detracta, partem minorem.

Cuius speculationis causa, primus numerus propositus significetur linea.x.y.pro voto diuisa in puncto. c. et. x.r. productum sit ipsius. x. c. in.c.y.pariter etiam. q. p.sit summa radicum quadratarum, nempe.q.g.ipsius.t.c.et.g.p.ipsius.c.y. Tum super.q.p. extruatur & diuidatur quadratum.q.u.ea ratione qua.41.theoremate aut.29.diuisimus,in quo sanè quadrato,quadratum ipsius.q.i.cernemus datæ differentiæ, & in eo collocata quadrata. x. c.et.c. y. ita etiam & rationem,qua cognoscimus productum.g.r.(vsi modo.29. theorematis) cuius quidem.g.r.quadratum, ex. 19.theoremate æquale erit producto. x.t.ideo etiam cognitū, ac proinde cum nouerimus. x. y.n rationem sequemur. 45.theoremate cognoscemus non solum ratione. 41. theoremate allata hoc rectè perfici, sed hac etiam alia ratione.

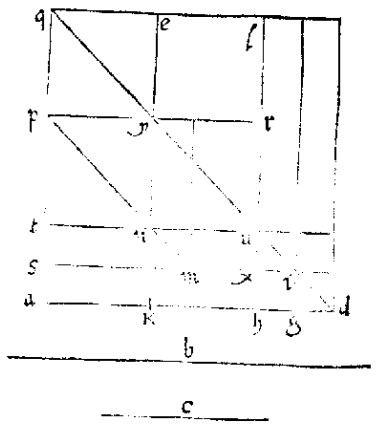


THEOREMA LXII.

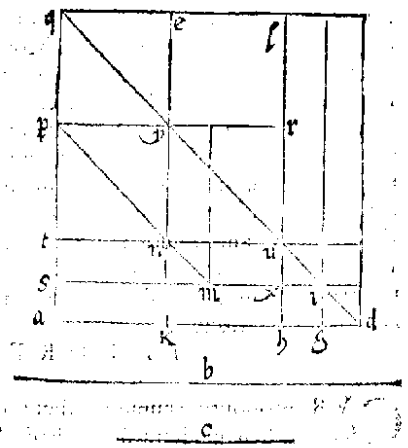
CVR propositum numerum diuisuri in duas eiusmodi partes, vt differentia suarū radicū quadratarū æqualis sit alteri numero proposito. Cuius tamē quadratū maius non sit quadrato medietatis ipsius primi propositi numeri. Rectè etiā quadratū dimidij secundi numeri ex dimidio primi detrahūt, residuiq; radicem per secundum multiplicant, & productum ex dimidio primi detrahunt, vt residuum pars quæsita minor fit,& illud alterum totius residuum, pars maior.

Exempli gratia, si numerus. 50. in prædictas duas partes diuidendus proponeretur, & alter etiam. 6.quadratum dimidij secundi numeri esset.9.eo detracto ex dimidio primi, remaneret. 16.cuius radix.4.scilicet per totum secundum nempe. 6. multiplicata, proferet. 24. quo producto ex dimidio primi detracto, nempe. 25. dabitur. 1. pars minor, maior autē erit residuū. 50. hoc est.49. radices autem erunt. 1.et. 7. differentes inter se, numero senario.

Hoc vt sciamus,duo numeri lineis significētur,primus linea.b:secūdus linea. c.duæ autem partes. b. duobus quadratis.q.i.et.i.d.notentur,eorum verò radices lineis.a.g et.g d.differentia porro ip si.c.æqualis & cognita sit. a.h.ex quo.h. g.æqua-



g. æqualis erit.g.d.tum productum.a.g. in.g.d.fit.a.i.et.t.i.æqualis. a.i.et.l. i.pariter secetur æqualis.t.i.quæ omnia ex diametro.q. d. cogitari possunt:erit igitur. u. i. æqualis. i. d. superueritq; quadratum. q.u.differentiæ.a. h.cognitum, hoc verò cogitemus diuisum esse in.4. partes æquales medijs diametris.p.r.et.n.e.quare vnaquęq; partium cognoscetur, & quadratū erit ipsius. a. x.aut ipsius.x. h.dimidij.a.h. Quòd si aliquod istorum quadratorum detrahere voluerimus, nempe.n.r.ex dimidio summę.b. duorum quadratorum.q.i.et. i. d.cognitæ, hac via procedemus, primum considerabimus. t. r.coniunctam. t.i. quæ quantitates erunt summa dimidij duorū quadratorum.q.i.et.i.d.quandoquidem.t.r. dimidiū est quadrati. t. l. et.t.i. dimidiū gnomonis. t . i . l. coniunctum dimidio quadrati.i.d.ex quo.i.t.r.dimidium erit. b.ex qua quantitate. i.t.r. cogitare debemus detrahi quadratum ipsius. x.h. nempe.n. r: quare quod superest cognitum erit nempe.y.s.cum.n.i.sed.y.m.æqualis est.n.i.et.y.m.cum.y.s. constituunt quadratum.p.m. Itaq;. p. m. quadratum & consequenter.p.s.eius radix cognoscetur, ita etiam & productum huius.p.s.in. s.x. æqualis.c. nempe . p. x: estq; productum huiusmodi semper minus quantitate.r.t.i:per.u.i.æquale quadrato minori. i. d. quare.i.d.cognoscetur, consequenter.i.q. tanquam residuum ex . b. & eorum radices quadratæ cognoscentur, a. g. et. g. d.



THEOREMA LXIII.

IDEM præstari hac alia via, meo iudicio poterit.Secundus numerus in suũ dimidiũ multiplicetur, productũ autem ex dimidio primi detrahatur, ex quo remanens erit productum vnius quadratæ radicis in alteram partium primi numeri quæsitarum, deinde productum hoc duplicetur, & primo numero dato coniungatur,sicq; huius summæ quadrata radix erit summa radicum quadratarum dictarum partium,cui iuncto producto ex quadragesimoquinto theoremate singulæ radices proferentur.

Exempli gratia, primus numerus diuisibilis erat. 50. alter verò. 6. Iam si multiplicemus. 6.per. 3. nempe dimidium proferetur numerus. 18. quo ex dimidio primi, nempe. 25. detracto, supererit. 7.productum vnius radicis in alteram, quod duplicatum dabit. 14. quo coniuncto cum primo numero. 50. dabitur numerus. 64. cuius quadrata radix scilicet. 8.erit summa radicum duarum partium quæsitarum, qua & producto. 7. ex quadragesimoquinto theoremate dictæ radices distinguentur, quarum vna erit. 7. & altera. 1.

Vt autem hoc speculemur, præcedenti figura vti poterimus,in qua paret.t.r. productum esse secundi numeri.c.nempe.a.h.hoc est. t.u.in dimidio.a.e.scilicet.p.t.residuum autem dimidij primi.b. efficit.i.nempe.a.i.productum radicum,quod supplementum est quadrati. q.d.totalis. Quare duplicatò.a.i. & coniuncto. b. cognoscimus totum. q.d. & consequenter.a.d. suam radicem, hoc est summam duarum radicum.a.g.et.g.d.quæ medio.a.i.cognito, & quadragesimoquinto theoremate singulæ cognoscuntur.

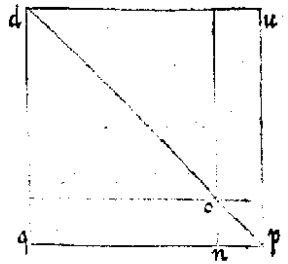
THEOREMA LXIIII.

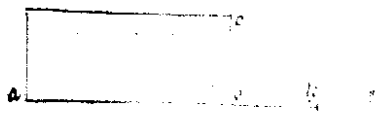
CVR propositum aliquem numerum in duas eiusmodi partes diuisuri, vt summa radicum dictarum partium æqualis sit alteri numero proposito. Recte secundum numerum in seipsum multiplicant, ex quo quadrato, primum datum numerum detrahunt, rursusq; residuum in seipsum multiplicant, & ex eo quadrato, quartam partem desumunt;quã ex quadrato dimidij primi numeri detrahunt, radicemq́ue quadratam residui cum iunxerint,& ex dimidio primi numeri detraxerint, partes quæsitæ proferuntur.

Exempli gratia, si proponeretur primus numerus.20. diuidendus et. 6. secundus pro summa radicum, hunc secundum.6. in seipsum multiplicabimus, dabiturq; numerus.36. ex quo quadrato primus numerus detrahetur, superueritq; numerus. 16. qui quadratus dabit.256.cuius numeri quarta pars sumetur, nempe.64.quæ ex quadrato dimidij primi numeri detrahetur, nempe.100.superueritq;.36.cuius radix quadrata. 6. coniuncta & detracta ex.10.dabit.16. partem maiorem et.4.minorem.

Cuius rei hæc speculatio, primus numerus diuisibilis significetur linea.a.b.diuisa in puncto. c. in partes adhuc incognitas, et.a.c.fit productum.a.e.in.e.b. item.q. p. secundum numerum significet,æqualem summæ radicum, quæ puncto. n. distinguantur. Postmodum totum quadratum.p.d.erigatur (quod nobis est cognitum) in duo quadrata diuisum.o.p.et.o.d.quorum summa.a.b.cum detur, cognita remanet summa duorũ supplementorũ.o.u.et.o.q. qua quadrata cũ fuerit dabit quadruplũ quadrati supplemẽti.o.q.nempe quadruplũ producti.a.c.etenim.a.c.ex.19. theoremate huius libri quadratum est ipsius.q.o. sicq; poterant etiam veteres quadrare dimidium differentiæ. a.b.ab.p.d.nempe quadrato tantummodo supplemento. q. o. Tunc habito.a.c.eius ope tanquam producti.a.e.in. e.b.ex.45.theoremate singulæ partes cognoscentur.

Quod alia etiam ratione præstari poterat, nempe cognito supplemento . q.o.distinguendæ radices q.n.et.n.p.ex. 45. theoremate, quibus cognitis, eorum etiam quadrata cognoscuntur.





THEOREMA LXV.

CVR propoſito numero in tres qualeſcunque partes diuiſo, ſi prima in tertiam multiplicetur, & huic producto, ſecundæ in primam productum coniungatur, itemq; ſecundæ in tertiam, hæc ſumma duplicata æqualis ſit ſummæ productorum ſingularum in cæteras duas.

Exempli gratia, ſi proponatur. 20. diuiſus in tres partes nempe. 12. 5. 3. multiplicato primo. 12. per. 5. tertiam partem dabitur. 36. ſecunda verò multiplicata per reliquas duas, hoc eſt. 5. per. 12. et. 3. in primis dabitur. 60. poſtea. 15. quorũ triũ productorum ſumma erit. 111. quæ duplicata dabit. 222. qui numerus æqualis eſſe dicitur ſummæ productorum ſingularum partium in reliquas duas, nempe ſummæ. 60. 36. 60. 15. 36. 15. hoc eſt ipſis. 222.

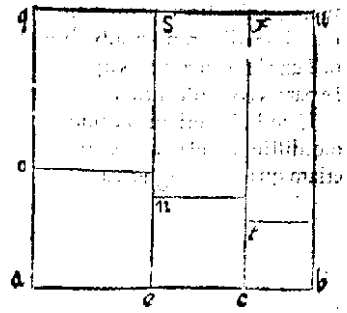
Cuius rei per ſe patet ſpeculatio, cum in his ſex vltimis productis, ſingula tria prima duplicentur.

THEOREMA LXVI.

CVR propoſito numero in. 3. qualeſcunque partes diuiſo, ſi in reliquas duas ſingulæ multiplicentur, & hæc producta cum ſumma ſuorum quadratorum coniungantur, tota ſumma hæc vltima æqualis erit quadrato totali propoſiti numeri.

Exempli gratia, ſi fuerit idem numerus. 20. in. 3. partes diuiſus. 12. 5. 3. Si. 12. in 5. et. 3. producatur, ſumma productorum erit. 96. at. 5. in. 12. et. 3. erit. 75. poſtmodum. 3. in. 12. et. 5. erit. 51. nempe in vniuerſum. 222. quadratorum portò ſumma erit. 178. quæ coniuncta. 222. dabit. 400. quadratum ipſius. 20.

Erit autem huiuſce rei facillima ſpeculatio, ſi ſequentem figuram mente concepperimus, in qua. a. b. propoſitum numerum ſignificet, cuius partes diſtinctæ ſint medio. e. et. c. Ipſum autem. q. b. ſit quadratum totale parallelis. e. s. et. c. x. diuiſum, quæ quadratum in tria rectangula diuident, quorum primum erit. q. e. compoſitum ex producto. a. e. in ſemetipſam, nempe quadratum. o. e. & ex producto eiuſdem. a. e. in. e. b. quod erit rectangulum. o. s. ex quo tria rectangula. o. s. et. n. x. et. t. u. tria producta erunt ſingularum partium in cæteras duas, et. e. o: c. n: b. t. tria quadrata erunt: quibus ſex quantitatibus quadratum totale. q. b. completur.



THEOREMA LXVII.

VETERES aliud quoque problema indefinitum propoſuerunt, quod tamen à nobis determinabitur.

Cur diuiſuri propoſitum numerum in duas eiuſmodi partes, vt mutuò diuiſis, & per ſummam prouenientium diuiſa ſumma quadratorum partium, oriatur proueniens alter numerus propoſitus.

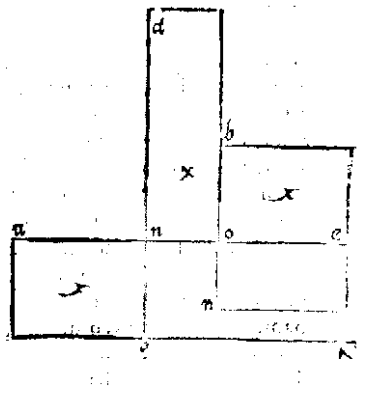
Propoſito deinde tertio quolibet numero diuidendo per ſingulas partes primi, ita

ita vt ſimul prouenientibus in ſummam collectis huius ſummæ ad primum numerum propoſitum proportio futura ſit ea quæ eſt tertij ad ſecundum. Rectè dimidium primi numeri in ſeipſum multiplicant, ex quo quadrato ſecundum numerum detrahunt, tum reſidui radicem ſumunt, quam iungentes, & detrahentes ex dimidio primi, partes quæſitas habent, cætera ex neceſsitate ſubſequuntur, prout nunc a me docebitur.

Exempli gratia, proponitur numerus. 20. in duas partes diuidendus, quibus poſtea mutuò diuiſis, & per ſummam prouenientium diuiſa ſumma quadratorum, dent ſecundũ numerum propoſitum. 36. nam reliqua conſequuntur. Itaque. 10. dimidium primi in ſeipſum multiplicatur, & ex quadrato. 100. eruitur numerus. 36. nempe ſecundus propoſitus reſidui porrò. 64. quadrato radix. 8. ſumitur, quam coniungimus & detrahimus ex dimidio primi ſcilicet. 10. ex quo partes quæſitæ dabuntur. 18. et. 2. quæ mutuo diuiſæ dabunt ſuorum prouenientium ſummam. 9. cum nona parte, per quam diuidentes. 328. ſummam quadratorum ipſarum partium, exactè dabitur numerus. 36. qui fuit ſecundò propoſitus. Tum ſi per ſingulas iam inuentas partes quilibet numerus diuiſus fuerit, verbi gratia. 72. ſumma prouenientium erit. 40. qui numerus eandem proportionem cum primo nempe. 20. ſeruabit, quam tertius propoſitus. 72. cum ſecundo. 36.

Quod vt ſpeculemur, primus numerus ſignificetur linea. n. e. ita diuidendus à puncto. o. vt diuiſa parte. n. o. per. o. c. et. o. e. per. n. o. & per ſummam prouenientium diuiſa ſumma quadratorum. n. o. et. o. e. detur ſecundus numerus notatus linea. q. x. Porrò meminiſſe oportet quòd. 26. theoremate probatum fuit vltimum hoc proueniens æquale producto partium inter ſe futurum, nempe producto. n. o. in. o. e. quod ſignificetur rectangulo. n. e. Itaque datis. n. e. et. q. x. ſi. 45. theorema conſuluerimus, partes. n. o. et. o. e. cognoſcemus.

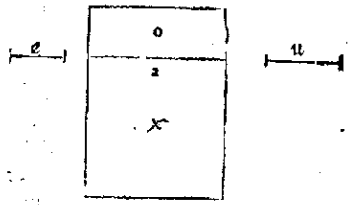
Proponitur deinde tertius quilibet numerus, verbi gratia. x. diuidendus per. o. e. et. o. n. qui ſi diuidatur per. o. e. dabit proueniens. b. o. Si verò per. n. o. proueniens erit. d. n. nunc aſſerimus ſummã duorum horum prouenientium, ſic primo numero. n. e. dato proportionatam eſſe, ſicut tertius. x. ſecũdo. q. x. Producatur enim linea. d. n. donec. n. q. æqualis ſit. o. b. ex quo. q. d. erit ſumma vltimó prouenientium: item producatur. e. n. donec. n. u. æqualis ſit. o. e. termineturq; rectangulum. q. u. quod tertio numero propoſito. x. vt paret, æquale erit, quare ex. 15. ſexti aut. 20. ſeptimi eadem erit proportio. d. n. ad n. q. quæ. u. n. nempe. o. c. ad. o. n. & componendo. d. q. ad. q. n. ſicut. c. n. ad. n. o. & permutando. d. q. ad. c. n. quę. q. n. hoc eſt. b. o ad. o. n. nempe ſicut. b. e. ad. e. n. ſuperficialem, ex prima ſexti aut. 18. vel. 19. ſeptimi, ſed rectangulum. c. n. conſtitutum fuit æquale numero. q. x. itaque verum eſt propoſitum.



THEOREMA LXVIII.

CVR numero per numerum diuiſo, productoq; duorum numerorum per prouenies multiplicato, quod vltimò productum eſt, diuiſi numeri ſemper quadratum exiſtat.

Exempli gratia, ſi diuidamus. 10. per. 2. proueniens erit. 5. quo producto ex duobus numeris multiplicato, nempe. 20. habebimus. 100. quadratum numeri diuiſi.



Cuius gratia duo numeri ſint. a. et. e. porrò. a. per. e. diuiſo detur. u. tum. o. productum. a. in. e. eſſe conſtituatur, quo per. u. multiplicato dabitur. x. quadratum. a. propterea quòd. a. medium eſt proportionale inter. o. et. u. ex. 35. theoremate. itaque ex. 16. ſexti aut. 20. ſeptimi, propoſiti veritas eluceſcet.

THEOREMA LXIX.

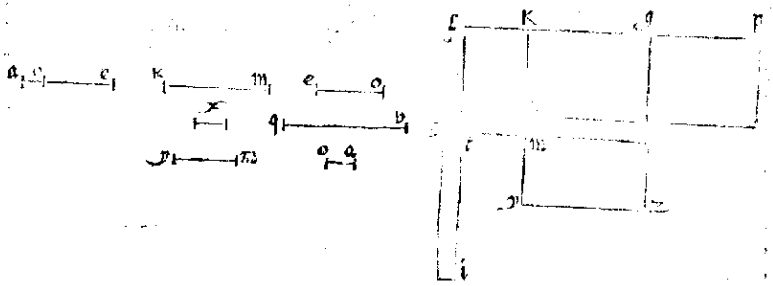
CVR numero aliquo per duos alios multiplicato & diuiſo, ſi per horum duorum productum, ſumma duorum primorum productorum diuiſa fuerit, vltimum proueniens, ſummæ duorum primorum prouenientium æquale ſit.

Exempli gratia, proponitur numerus. 24. per. 8. et. 6. multiplicandus & diuidendus ſumma productorum erit. 336. prouenientium autem. 7. ſi igitur ſummam. 336. productorum per productum duorum ſecundorum numerorum nempe. 48. diuiſerimus, prodibit proueniens pariter erit. 7.

In cuius gratiã primus numerus ſignificetur linea. q. b. multiplicandus & diuidendus numeris deſignatis per. k. m. et. y. m. productorum ſumma ſit. k. z. prouenientium autem. a. e: et. a. o, ex. k. m. et. o. e. ex. y. m. productum. k. m. in. m. y. ſit. f. m. Dico quòd ſi. k. z. per. f. m. diuiſerimus proueniet. a. e. Quod cum ſic fuerit, erit quoque verum quòd diuiſa. k. z. per. a. e. proueniet. f. m. numerus ſcilicet æqualis numero. f. m. ex. 13. theoremate huius. Itaque quotieſcunque probauero quòd diuiſa. k. z. per. a. e. proueniat numerus æqualis ipſi. f. m. propoſitum verum eſſe conſequetur. ex. 13. theoremate. Quòd ſi proueniens ex diuiſione. k. z. per. a. e. æquale fuerit. f. m. patet ex. 7. quinti quòd eadẽ erit proportio numeri. k. m. y. ad ipſum proueniens, quæ ad numerum. f. m. Cogitemus itaq; k. u. æqualem. a. e. ſuper quam mente concipiamus rectangulum. u. p. æqualem. x. z. ex quo eadem erit proportio. k. p. ad. k. y. quæ. g. k. ad. k. u. ex. 15. ſexti, aut. 20. ſeptimi; numerus autem. k. p. erit proueniens, quod probandum eſt æquale eſſe. f. m.

Probabitur autem ſic, ex. 9. quinti, nempe demonſtrato quòd numerus. k. p. eandem proportionem habeat ad numerum. k. y. quam habet numerus. f. m. ad eundem k. y. Sed probatum eſt ſic ſe habere. k. g. ad. k. u. ſicut. k. p. ad. k. y. ſufficiet igitur probare ſic ſe habere. k. g. ad. k. u. ſicut. f. m. ad. k. y. Sed. k. g. dicitur æqualis eſſe. q. b. et. k. u. a. e. ſatis erit igitur probare ita ſe habere. q. b. ad. a. e. ſicut. f. m. ad. k. y. Scimus autem quòd eadem eſt proportio. q. b. ad. a. o. quæ. m. k. ad vnitatem, quæ ſit. x. & quod proportio. o. e. ad. q. b. eadem eſt, quæ. x. ad. m. y. ex definitione diuiſionis. Quare ex æqualitate proportionum eadem erit proportio. k. m. ad. m. y. quæ. e. o. ad. o. a. & componendo

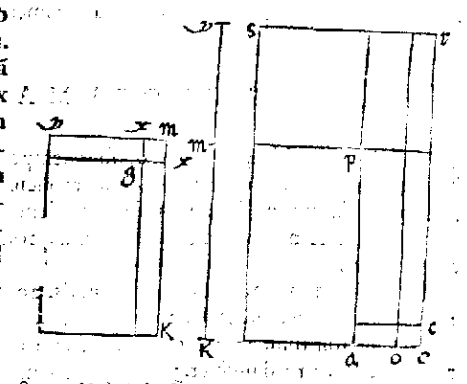
componendo ſic ſe habebit. k. y. ad. m. y. ſicut. e. a. ad. o. a. & permutando. k. y. ad. e. a. ſicut. m. y. ad. o. a. & ex. 19. quinti ita. k. m. ad. e. o. ſicut. k. y. ad. e. a. & permutando. k. m. ad. k. y. ſicut. e. o. ad. e. a. Nunc producatur. f. t. donec. t. i. æqualis ſit. k. y. productaq;. m. t. donec. t. s. æqualis ſit vnitati. x. terminetur q; rectangulum. s. i. ex quo dabitur proportio numeri. f. m. ad numerum. s. i. compoſita ex. m. t. ad. t. s. et. f. t. ad. t. i. ex. 24. ſexti, aut quinta octaui, ſed ita etiam proportio. q. b. ad. a. e. componitur ex eiſdem proportionibus, nempe ex. q. b. ad. o. e. æquali. m. t. ad. t. s. & ex proportione. o. e. ad. a. e. æquali. f. t. ad. t. i. itaque proportio numeri. f. m. ad. s. i. hoc eſt ad numerũ ipſius. k. y. æqualis eſt proportioni numeri. q. b. ad. a. e. nẽpe. k. g. ad. k. u. hoc eſt. k. p. ad. k. y. ex quo ſequitur. k. p. conſtare numero æquali. f. m. prouenies igitur ex diuiſione numeri. k. z. per. f. m. æquale eſt numero ipſius. a. e.



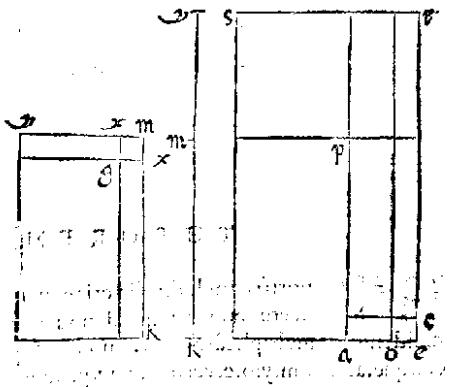
THEOREMA LXX.

HAEC porrò concluſio alia etiam via demonſtrari poteſt.

Significetur numerus diuidendus atque multiplicandus linea. b. a. Deinde diuidentes & multiplicãtes ſint. k. m̃. et. m. y. prouenientia ex diuiſione ſint. a. o. et. o. e. atque. a. o. ex m. y: o. e. verò ex. k. m. proueniat, quorum ſumma ſit. a. e: productum autem. b. a. in. k. m. ſit. b. p. et. p. s. productum. b. a. in. m. y. ad hæc rectangulum. k. y. ſit productum. k. m. in. m. y: quo totum productum. a. s. diuidatur, prouenies q; ſit. a. e. cui, a. e: productũ. a. s. eãdẽ proportionẽ ſeruabit, quã k. y. rectangulum ad vnitatem ex definitione diuiſionis, hoc autem proueniens. a, e. cõſtare numero æquali aſſero ſummæ. a. e. Primum enim ex dicta definitione diuiſionis habemus eandem eſſe proportionem. b. a. ad. a. o. quæ. m. y. ad vnitatem, & quod ſic ſe habet. b. a. ad. o. e. ſicut. k. m. ad eandem vnitatem. Itaque vnitas hæc lineares ſignificetur per. m. x. in ſingulis lateribus. k. m. et. m. y producentibus rectangulũ. k. y: ſuperficialis autem vnitas ſit.



g.m.cogiteturq; rectangulum.y.x.& rectangulum.k. x. Itaque dabitur eadem proportio.k.m.ad.m.x.nempe.k.x.rectanguli ad.m.g.quæ eſt.b.a.ad.o.e.et.y.x.ad.m.g.quæ.b.a.ad.a.o.ſed ex prima ſexti aut.18.vel 19.ſeptimi, ſic ſe habet rectangulum. k.y.ad.x.y.ſicut.k.m.ad.m. x. quare ſicut.b.a.ad.o.e.ex 11.quinti,& eiuſdem rectanguli. k.y.ad rectangulum. k.x.ſicut.y.m. ad.x.m.nempe.b.a. ad. a. o. Quare ex communi ſcientia, ſic ſe habebit duplum rectanguli. k.y.ad ſummam. y.x. cum. k.x.rectangulorum, ſicut duplum. b.a.ad ſummam.a.o.e. et proportio ſummæ rectangulorum. y.x.et.k.x.duplo.g.m.ſicut duplum.b.a.ad.a o.e. Igitur ſumma duorum rectangulorum.y.x.et.x.k.media proportionalis erit inter duplum rectanguli. k.y.& duplum vnitatis ſuperficialis. g.m. Nunc terminetur rectangulum.a.r.ex quo dabitur eadem proportio dupli.a, s.ad.a.r.ſicut dupli.b. a.ad. a. e. ex propoſitionibus notatis, ſexti aut ſeptimi. Quare etiam ſicut dupli rectanguli. k. y. ad ſummã rectangulorum.y.x. et.k.x. Iam verò ſi conſtituatur. e.c.pro vnitate lineari ipſius. e.r.certi erimus numerum.a.c.æqualem eſſe.a.e.& proportionem. r. e. ad. e. c. hoc eſt.a.r.ad.a.c.eandem quæ.y.x.et.x. k.rectangulorum ad.m.g. ex prædictis rationibus, & ex hypotheſi,nempe quòd. e.r, æqualis ſit numero. k. m. y. hoc eſt rectangulorum. y.x. et. x. k. Quamobrem. a. r. ex communi ſcientia mediũ proportionale erit inter duplum.a.s.& duplum.a. c.ea dẽq; ꝓportio dupli prędicti. a.s.ad duplum.a.c. ex æqualitate proportionum ſimul collectarum, eadem erit quæ proportio dupli rectanguli.k.y.ad duplum.m. g. hoc eſt. a. s. ſimplicis ad ſimplicem.a.c. quæ ſimplicis rectanguli.k.y.ad ſimplicem vnitatem.g.m.ſic enim ſe habet ſimplex ad ſimplex, ſicut duplum ad duplum. Sed pariter ita ſe habet.a.s.ad.a.c. cogitato. a.c. tanquam prouenicnte ex diuiſione. a.s.per rectangulum.k.y.vt conſtitutum eſt, ſicut.k.y.ad.m.g. ex definitione diuiſionis vt iam dictum eſt, quare numerus.a.c.æqualis erit numero. a.o.e.



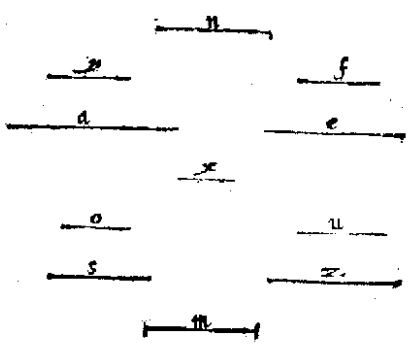
THEOREMA LXXI.

CVR propoſitis.4.numeris, duobus nempe diuidentibus ac duobus dividendis, ſi adinuicẽ diuiſi fuerint,duoq; prouenictia inuicẽ multiplicata quĉuis numerum producant,qui ſeruetur, ſi deinde ijdem numeri verſa vice mutuo diuiſi fuerint , & inter ſe multiplicata prouenientia,productũ hoc, primò ſeruato numero, æquale erit.

Exempli gratia propoſitis his .4.numeris. 20.30.5. 10. duo autem. 20. ſcilicet et. 30.ſint numeri diuidendi, porrò.5.et. 10.numeri dividentes,nẽpe vt primo.20 per.5.diuidatur,tum. 30.per.10.producetur.4.et.3.qui ſimul multiplicati proferẽt. 12.tum. 20.per.10.d iuiſo et.30.per.5.prouenientia erunt.2.6.quæ inter ſe multiplicata producent etiam.12.

Cuius

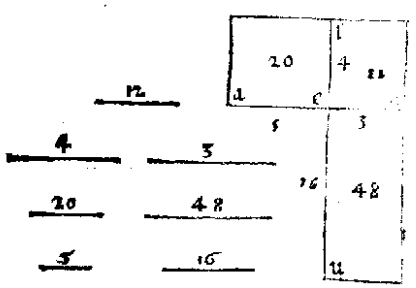
Cuius rationem ſi quæris, ſignificentur.4.numeri lineis. a.e. o.u. diuidaturq;. a. per.o. & oriat.s.& per.u.oriat.y. et. e. diuiſo per. o. oriatur. z. & per. u. prouenlat.tum.n.ſit productum. z. in.y. et.m.productum. s. in. f. Dico n. fore rum æquale. m. Sit deinde. x. vnitas, quare ex definitione diuiſionis eadem erit proportio. s.ad.a. et. z.a.d.e.quæ.x.ad.o. Sed ita ſe habet.z.ad.y.et.e.ad.f.ſicut.u.ad.x. ex quo ſic ſe habebit.s. ad.a.ſicut. z. ad e. et.a.ad.y.ſicut.e.ad. f. Itaque ex æqualitate proportionum ſic ſe habebit s.ad.y.ſicut.z.ad.f. Igitur ex 15.ſexti aut.20.ſeptimi productum. n.producto.m.æquale erit.



THEOREMA LXXII.

ALIVD quoque problema à me inuentum eſt , nempe vt proponantur . 4. numeri qualeſcunque tandem, quorum duo diuiſibiles ſint, tertius diuiſor vnius è duobus pro libito,quæramusq; alterius diuidentem, qui ſic ſe habeat vt productum duorum prouenientium quarto numero propoſito ſit æquale.

Exempli gratia, proponuntur.4.numeri.20.48. 5. 12. porrò. 20. et. 48. numeri ſint diuiſibiles et. 5. diuidẽs vnius,ut porè.20.Quærẽdus nunc erit diuidens alterius nempe.48. eiuſmodi vt productum prouenientium æquale ſit.12. Diuidam itaque. 20.per.5.prouenietq; 4.quem per.48. multiplicabo, nempe per alterum diuiſibilem,ſicq; prouenier.192.quod productum per quartum numerum nempe.12. diuiſum dabit. 16. qui erit diuidens quæſitus,quo diuiſo. 48.proveniet.3. ſecundum ſcilicet prouenieus, quo per alterum hoc eſt. 4.multiplicato producetur quartus numerus. 12.



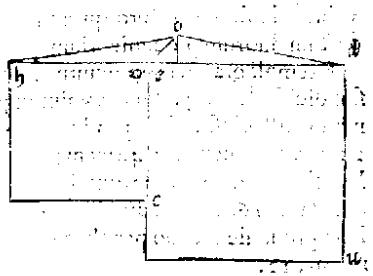
Quod vt ſciamus, primus numerus diuiſibilis ſignificetur rectãgulo. a. i.ſecundus rectangulo.o.u.primus diuidens latere.a.e. quartum numerum rectangulo.i.o. primum prouenieus latere.e.i.ſecundus diuidens latere.e.u.(hic autem eſt quem quærimus) tum alterum prouenieus ſignificetur latere.e.o. Iam eadẽ erit proportio. e.i.ad.e.u.quæ.o.i. ad. o. u. Sed cum cognitæ ſint tres quantitates.e.i.u.o:et.o.u.quarta quoque.e.u. ex regula de tribus immediatè cognoſcetur, cætera in ſubſcripta figura facillimè patebunt.

THEOREMA LXXIII.

HOC etiam problema à me inuentum est, nempe si duæ radices quadratæ in summam collectæ fuerint, & ex dimidio eiusmodi summæ detracta fuerit minor radix, residuiq; quadratum duplicatum eiq; summæ coniungatur duplum producti ipsius residui in dimidium summæ radicum, atque huic summæ duplum producti eiusdem residui in radicem minorem coniunctum fuerit; vltima hæc summa differentia erit duorum quadratorum propositorum.

Exempli gratia duæ radices quadratæ sint. 5. et. 11. harum summa erit. 16. & dimidium. 8. differentia minoris ab ipso dimidio erit. 3: duplum quadrati huius differentiæ erit. 18: duplum producti huius differentię in dimidium summę radicum erit. 48. item & huius differentiæ duplum in minorem radicem erit. 30. quarum omnium summa erit. 96. tantaque erit differentia suorum quadratorum, quorum vnum erit. 25. alterum verò. 121.

Pro cuius rei scientia, duæ quadratæ radices sint. h.o. et. o.d. directæ inter se coniunctæ, quæ summa per medium in puncto. e. diuidatur, tum cogitetur. e.b. æqualis o.e. perpendicularis. h.d. ducanturq; lineæ. b.h: b.o. et. b.d. Iam ex. 4. primi. b.h. æqualis erit. b.d. & quadratum. b.h. æquale quadrato. h.o. & quadrato. o.b. simul cum duplo producti. o.e. in. o.h. ex. 12. secundi Eucli. Sed ex. 13. eiusdē quadratum. b.d. minus est quadrato. o.d. cum quadrato. o.b. ex duplo producti. o.e. in. d.h. at duplum eiusmodi producti æquale est duplo quadrati. o.e. & duplo producti. o.e. in. e.d. ex tertia eiusdem, itaque duo quadrata scilicet. o.b. et. o.d. maiora erunt duobus quadratis, nempe. o.b. et. o.h. collectis cum duplo producti. o.e. in. o.h. ex duplo quadrati o.e. vna cū duplo producti. o.e. in. e.d. Quare differētia summæ duorum quadratorum o.b. et. o.d. à summa duorum. o.b. et. o.h. duplum erit quadrati. o.e. cum duplo producti. o.e. in. e.d. & duplo producti. o.e. in. o.h.



Quòd si ex singulis duabus summis quadratorum demptum fuerit quadratum. o.b. eadem producta & quadrata ipsius. o.e. remanebunt, tanquam differentia duorum quadratorum. o.u. et. h.c.

THEOREMA LXXIIII.

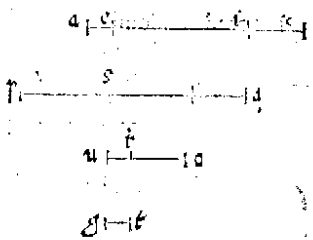
CVR summa duorum extremorū quatuor terminorum proportionaliū arithmeticè, æqualis est summæ duorum mediorum, vbi nota hac in re necessarium non esse proportionalitatem continuam existere.

Exempli gratia, si darentur hi quatuor termini. 20. 17. 9. 6. quorum proportio eadem esset primi ad secundum quæ tertij ad quartum, summa primi cum quarto esset 26. tantaq; secundi cum tertio.

Cuius speculationis causa, primus maiorq; numerus significetur linea. e. o. secundus. s.q. tertius. u.c. quartus. g.t. differentia porrò inter. e.o. et. s.q. sit. i.o. quæ æqualis erit differentiæ. r. c. qua quartus à tertio superatur ex hypothesi. Itaque affero summam. e.o. cum. g.t. nempe. a.o. æqualem esse summę. q.s. et. u.c. sitq;. q.p. Nam in. a.o.

Secundus

Secundus tertiusque terminus reperiuntur, est enim secundus. e.i. tertius. i.o. et. e. a. quandoquidem ex præsuppositio. e. i. æqualis est. s.q. et i.o. æqualis. r.c. et. a.e. cum sit æqualis. g. t. cui pariter æqualis est. r. u. ex quo. a. e. æqualis est. u. r. Itaque illud sequitur, a. o. ipsi. q. p. æqualem esse.

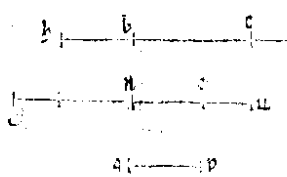


THEOREMA LXXV.

CVR summa duorum terminorum extremorum imparium arithmeticæ proportionalitatis semper duplo medij termini æqualis est.

Exempli gratia, sint hi tres termini proportionalitatis arithmeticæ. 20. 15. 10. summa duorum extremorum erit. 30. quæ duplum est medij termini. 15.

Quod vt speculamur, tres termini, tribus lineis. b.d: n.u. et. q.p. significetur. Dico nunc quod summa. b.d. cum. q. p. nempe. h.d. semper duplo. n.u. scilicet. g.u. æqualis erit. Tum differentia. b.d. ad. n.u. sit, e.d. quæ æqualis erit. e.u. differentiæ inter n.u. et. q.p. patet enim in linea. h.d: b. c. æqualem esse. n.u. sed. n.u. ex. n.e. componitur æquali. q.p. et ex. e.u. æquali. c.d. cum itaq; in. h. d. partem. h.b. reperiamus æqualem. n.e. gratia. q. p. & partem. c.d. æquale m.e. u. manifestum erit h.d. æqualem esse. g.u.



BINA PROBLEMATA EX DVOBVS PRAEDICTIS THEOREMATIBVS DEPENDENTIA.

EX duobus prædictis theorematibus duo problemata oriuntur, quorū primum est. Datis tribus quantitatibus cognitis, si quis quartam inuenire voluerit, quæ eiusmodi sit respecta tertiæ, qualis est secunda respectu primæ, secunda cum tertia in summam colligenda erit, ex qua detracta prima, superierit quarta.

Exempli gratia, cognitis tribus quantitatibus. 20. 17. 9. si quartam inuenire voluerimus eiusmodi proportionem cum tertia arithmetice seruantem, quam secunda cum prima, secundam cum tertia in summam colligemus, dabiturq; summa. 26. ex qua detracta prima quantitate, quarta relinquetur nempe. 6. quod ex. 74. theoremate dependet.

Idipsum tamen proueniret si quis ex tertio termino differentiam primi atque secundi detraheret: hæc tamen via non tam vniuersalis est quam illa. N si quartus terminus incognitus tertio maior esse deberet, dictam differentiam cum tertio termino in summam colligere oporteret.

Alterum problema est, quod inuentis duobus terminis, si tertius requiratur, secundus duplicandus erit, ex qua summa detracto primo, statim tertius proferetur, quod problema ex præcedenti theoremate dependet.

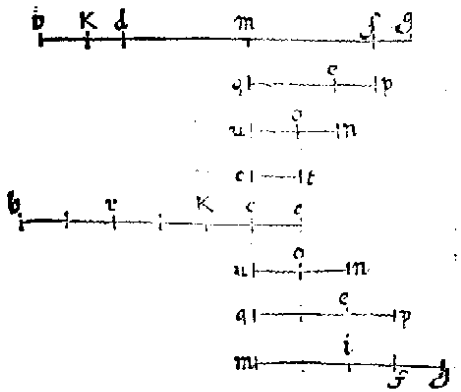
Progredi nihilominus etiam hac in re poſſemus per differentiam primi & ſecundi termini, eam detrahendo aut in ſummam cum ſecunda colligendo, attamen prior ratio magis latè patet, ideſt vniuerſalior eſt.

THEOREMA LXXVI.

CVR ſi quis cupiat ſecundum terminum inuenire, quatuor terminorum arithmeticè proportionalis continuæ, quorum nobis duo extrema proponantur. Rectè primum duplicabit coniungetq; vltimo termino, nempe quarto, ex qua ſumma tertiam partem deſumet, quæ erit ſecundus terminus quæſitus.

Exempli gratia, ſi horum quatuor terminorum. 12. 9. 6. 3. duo nobis extrema proponantur. nempe. 12. et. 3. quorum ſecundus inueniendus ſit, ſumpto quolibet pro primo, ſit autem. 3. primus numerus, quartus verò. 12. quare duplicato. 3. vtpotè primo, & coniuncto. 12. quarto, ſumma erit. 18. cuius eſt tertia pars. 6. ſecundus numerus ſcilicet ſumpto principio à minimo. Idipſum euenit ſumpto principio à maximo. Nam ſi datur ſecundus à minimo aut à maximo, illico tertius datur differentia inter hunc & primum, ſecundo coniuncta, aut ex eodem detracta.

Cuius ratio ſic demonſtratur, quatuor termini quatuor lineis. m.g: q.p: u.n: c.t. ſignificentur, quorum. m.g. et. c.t. tantummodo cognoſcantur. ſitq;. m. g. primus ac maior terminus: k.g. verò ſit duplum primi. m.g: cui coniungatur. b. k. æqualis. c. t. Dico tertiam partem. b.g. quæ ſumma totalis eſt, æqualem eſſe. q.p. In primis enim certi ſumus. m. t. in. m.g. reperiri æqualem. q.p. ſupereſtq;. f.g. differentia inter. m. g. et. q.p. æqualis. e.p. differentiæ inter. q.p. et. u.n. & æqualis. o.n. differentiæ inter. u.n. et. c.t: ſimul etiam in. k. m. habemus. d. m. æqualem. m. f. quare etiam. q.p. et. k.d. æqualem. f.g. nempe. e.p. aut. o.n: Hactenus in. k. g. reperimus duplum. q.p. ſimul cum. f.g. et. k.d. æqualibus. e.p. et. o.n. & quia. b.k. æqualis. c.t. fuit coniuncta. conſiderandum eſt an hæ tres quantitates. f.g: k. d. et. b.k. ſimul æquales ſint. q.p. quod tamen per ſe manifeſtum eſt. nam. q.p. ſuperat. u.n. per. e.p. et. u.n. excedit. c.t. per. o.n. æqualem. e.p. quare. q.p. per duplum differentię. f.g. ſuperat. c.t. itaque. f.g: k.d. et. k.b. ipſi. q.p. ſunt æquales, ex quo ſequitur. q.p. tertiã partem eſſe. b.g. Hæc quæ hactenus dicta fuerunt, in genere maioris inæqualitatis probata fuerunt. At in genere minoris, ſumpto ordinis principio à minimo termino ram, duplicetur. c.t. ſitq; duplum hoc. k.t. cui. k.b. æqualis. m.g. coniungatur, quæ ſumma ſit. b.t. Dico. u.n. tertiam eſſe partem ipſius. Nam in primis in. b.t. datur terminus. b.k. æqualis vltimo. m.g. in quo ſemel reperitur. u.n. vnà cum duabus differentijs, nempe. i.g. in ipſa autem. b.t: u.n. ſignificetur primo loco per. r.x. ex quo ſupererit. b.r. duabus differentijs prædictis æqualis, ſed ex prædicto poſito. u.n. componitur ex. o.u. æquali. c.t. et. o.n. æquali vni differentiæ. Itaq; cum in. b.r. præter. r.x. bis detur. c.t. nempe. x.t. et. b.r. duabus differentijs æquipollens, illud efficitur. u.n. pariter ipſius. b.t. eſſe tertiam partem, quod erat propoſitũ.

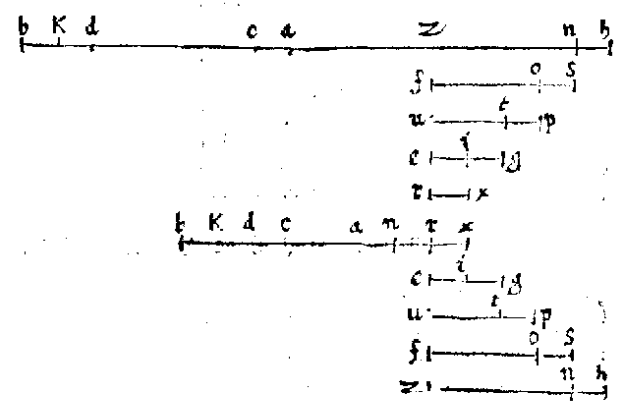


THEOREMA LXXVII.

CVR ſi quis velit ſecundum quinque continuorum proportionalium terminum inuenire, ſolis extremis cognitis. Rectè vltimũ triplo primi coniunget, ex qua ſumma quartam partem detrahet, quæ erit ſecundus terminus quæſitus. Quod ipſum faciet qui inuenire vult ſecundum terminum ſenarij ſeptenarij, octonarij aut alterius cuiuſcunque, creſcente tamen multiplicatione primi, vltimoq; coniuncto.

Exempli gratia, dantur duo extremi termini, horum quinque numerorum. 18. 16. 14. 12. 10. nempe. 18. et. 10. ſi. 18. primus erit, hoc eſt, ſi à genere maioris inæqualitatis progrediemur, triplicabimus terminum. 18. dabunturq;. 54. cui numero coniuncto quinto termino. 10. dabitur numerus. 64. cuius quarta pars erit. 16. vtpotè ſecundus terminus gratia, aut ſecundi ſex terminorum, quadruplicandus eſſet primus. 18. deinde adiuncto vltimo, quinta pars ſummæ eſſet ſecundus terminus, atq; ita deinceps.

Cuius ſpeculationis gratia, dicti termini lineis. z.h: f.s: u.p: e.g. et. r.x. ſignificẽtur. In primis ex genere maioris inæqualitatis, triplicabimus. z.h. litq; triplum hoc. x.h. cui cõiungatur. b.x. æqualis vltimo termino. r.x. Dico. f.s. quartã partem eſſe ſummę. b.h. Nam in. x.h. ſecundus terminus. f.s. ter cum tribus differentijs æqualibus. n.h. reperitur. Probandum nunc eſt tres has differentias. n.h: a.c. et. d.x. ſimul cum. b.x. æquales eſſe. f.s. quod in dubiũ reuocari nõ poteſt, cum. f.s. ſuperet. r.x. per. o.s: t.p. et. i.g. At in genere minoris inæqualitatis, triplum. r.x. ſit. x.a. et. a.b. ſit æqualis. z.h. & cũ z.h. tribus differẽtijs. n.h: o.s: t.p. ſuperet. e.g. quæ in. a.b. ſint. b.x. x.d. d.c. ex quo. a.c. æqualis erit. e.g. et. a.x. cum. b.c. tripla. e.g. Itaque tota ſumma. b.x. quadrupla erit. e.g.

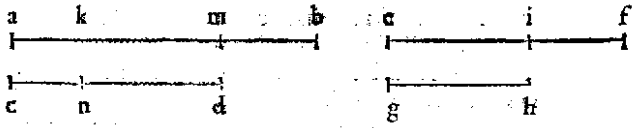


THEOREMA LXXVIII.

QVantitates quæ fuerint inuicem in proportionalitate arithmetica proportionales, permutando quoque proportionales erunt.

Sint exempli gratia.4.quantitates.a.b:c.d:e.f:et.g.h: inuicem proportionales in proportionalitate arithmetica. Hoc eſt vt quæ proportio (licet impropriè dicta) eſt ipſius.a.b.ad.c.d.eadē ſit ipſius.e.f.ad.g. h. Tunc permutando dico eandem proportionem fore ipſius.a.b.ad.e.f.quæ ipſius. c.d.ad.g.h.

Nam, ex hypotheſi, differentia qua.a.b. ſuperat. c.d.(quæ ſit.m.b.) æqualis eſt differentiæ qua.e.f.ſuperat.g.h.(quæ ſit.i.f.) vnde.a.m.reſiduum ex. a.b.æquale erit c.d.& reſiduum.e.i.æquale.g.h. Sit igitur exempli gratia. c. d. maior.g.h.per. c.n. vnde.n.d.æqualis erit.g.h.quare.a.m. maior erit.e.i.per. a. k.æqualem.c. n. ex communi ſcientia. Vnde.k.m.æqualis erit.n.d.hoc eſt ipſi.g.h.hoc eſt ipſi. e.i. Quare ex communi conceptu. b. k.æqualis erit ipſi.f.e.ſed.n.d.æqualis eſt.g. h. vt dictum eſt. Cum ergo.b.k.æqualis ſit.e.f.et.d.n.ipſi.g.h.et.a.b.maior ſit ipſa. k.b.per.a.k.æqualem ipſi.c.n.per quam.c.n:d.c.maior eſt ipſa.d.n.ſequitur verum eſſe propoſitū hoc eſt, quod eadem proportio ſit ipſius.a.b.ad.e.f.quæ.c.d.ad.g.h.arithmetice ſcilicet.

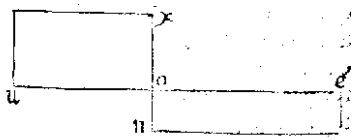


THEOREMA LXXIX.

CVR prouenientia duorum numerorum diuidentium eiuſdem numeri diuiſibilis; geometricè eandē inter ſe proportionē ſeruant, quā ipſimet diuidētes.

Exempli gratia ſi per ſenarium & octonarium numerus vigintiquatuor diuidatur, prouenientia erunt.4.et. 3.eadem proportione, qua diuidentes.

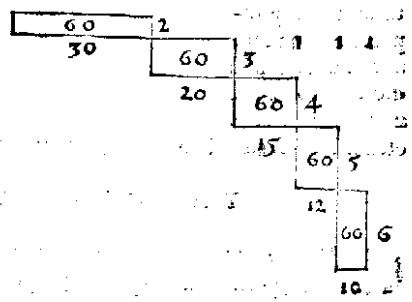
Cuius eſt ratio numerus diuiſibilis ſignificetur rectangulis.u.x. et.n.e.diuidentes autem ſint.u.o.et.e.o.quare ex ijs, quæ. 10. theoremate dicta fuerunt.u.x.per.u.o.diuiſo dabit. x.o.& diuiſo.n.e.per.e.o. dabit.o. n. Dicimus itaque eandē eſſe proportionē o. x.ad.o.n.quæ.e.o.ad.o.u.quod patet ſub ſcriptam figuram conſiderantibus, in qua, ex.15.ſexti aut.20. ſeptimi, eadem proportio cernitur. o. x. ad.o.n.quæ. o. e. ad.o.u.



THEOREMA LXXX.

CVR quauis quantitate, tribus aut quatuor aut etiam pro libito pluribus diuidentibus numeris diuiſa, prouenientia eandem prorſus inter ſe proportionem ſeruabunt, quam ipſi diuidentes habere comperiuntur.

Exempli gratia, proponitur numerus.60.quinque numeris diuidendus, vtpotè.30.20.15.12. 10. prouenientia erunt.2.3.4.5.6. eadem pro-



proportione diuidentium; quamuis ex aduerſo.

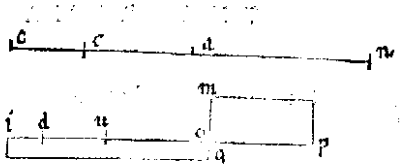
Cuius ratio ex.15. ſexti aut.20.ſeptimi dependet. prout in ſubſcripto ordine facillimè deprehendi poteſt.

THEOREMA LXXXI.

CVR quantitate in tres continuas partes proportionales ſecta, & per ſingulas ipſarum diuiſa, ſumma trium prouenientium quadrato medij prouenientis æqualis eſt.

Exempli gratia, proponitur. 14.diuidendus in tres continuas partes proportionales, nempe.8.4.2.ipſeq; numerus.14.per ſingulas diuiditur, ex quo tria prouenientia oriuntur, nempe ex prima parte. 8.prouenies erit. 1.cum tribus quartis partibus ex ſecunda.4. datur prouēniens.3.cum dimidio vnius, & ex tertia. 2. prouenient. 7. integri, qui in ſummam collecti dant. 12. integros & vnam quartam partem tantumdem, videlicet quantum quadratum prouenientis medij, nempe. 3. cum dimidio.

Cuius ſpeculationis gratia, totalis numerus ſignificetur linea.n.c.qui in tres partes diuidatur.n.a: a.e.et. e.c.quæ ſint continuæ proportionales, quarum ſingulis, numerum.n.c. diuiſum eſſe cogitemus, prouenies autem ex diuiſione.n. c. per.n. a.ſit.i. d.quod verò prouenit ex diuiſione.n.c.per.a.e.ſit.d.u.prouenies quoque ex diuiſione.n.c.per.e.c.ſit.u.o.quorum ſumma ſit.i.o.quæ aſſeritur eſſe numeri æqualis numero quadrati.d. u.Quod hac ratione probabo,producatur linea.i. o. donec. o.p.æqualis ſit.o.u. erigaturq;.o.m.æqualis.d.i. perpendiculariter.o.p.in puncto. o. quæ producatur donec.c.o.q.vnitati ſit æqualis, terminenturq; duo rectangula. m. p. et.q.i.ex quo habebimus rectangulum, aut productum.m.p.æquale quadrato. d. u. ex. 16 ſexti aut. 20. ſeptimi, quandoquidem tria prouenientia.o.u:u. d. et. d. i. ex precedenti theoremate ſunt inter ſe continua proportionalia,proportionalitate qua partes, n.e.Iam verò ſi probauero.q.i.productum, producto.m.p.æquale eſſe, propoſitum quoque probatum erit.Numerus enim producti.q. i. æqualis eſt numero, ſummæ.i.o.Habemus autem ex definitione diuiſionis ita ſe habere.n.c.ad.i.d. ſicut. n.a.ad.o.q. Itaque permutando ſic ſe habebit.n.c.ad.n. a.ſicut.d.i.hoc eſt.m.o.ad. o.q.ſed ſicut ſe habet.n.c.ad.n. a. ita pariter ſe habet.i.o.ad. o.u. hoc eſt ad.o.p. Itaque.i.o.ad.o.p.ſic ſe habebit ſicut.m.o.ad.o.q.ex quo ex.15. ſexti aut. 20. ſeptimi, q. i.æqualis erit.m.p.& conſequenter quadrato.d.u. Vt autem lector minori labore cognoſcere queat.i.o.ad.o.u.ſic ſe habere,vt.n.c.ad.n.a. ſciendum eſt quòd, ſic ſe habet. i. d.ad.d.u.ut.c.e.ad.c.a.ex quo componendo ſic ſe habebit.i.u.ad.d.u. ſicut.c.a. ad.a.e.& permutando ita.i.u. ad.c.a.vt. d.u.ad.e.a.ſed cum ex præcedēti theoremate ſic ſe habeat. d. u. ad.u.o.ſicut.e.a.ad.a. n. permutando ſic ſe habebit.d.u.ad.a.e.ſicut.u.o. ad a.n.ex quo ex. 11.quinti ſic ſe habebit.i.u.ad.c.a.prout.o.u.ad.a. n. permutandoque. i. u. ad.u.o. vt. c. a.ad.a. n. & componendo, ita.i. o.ad.u.o. ſicut.c.n. ad.a. n.



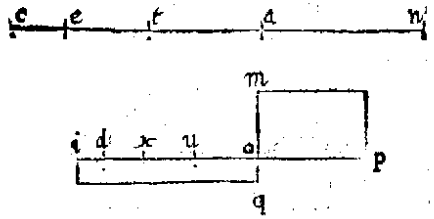
THEOREMA LXXXII.

CVR quantitate aliqua in quatuor partes cõtinuas proportionales ſecta perque ſingulas diuiſa, ſumma quatuor prouenientium æqualis ſit producto ſecundi in tertium.

Exempli gratia, ſi triginta in quatuor partes proportionales ſecetur, hoc eſt. 16.8.4.2. perq; harum ſingulas idem numerus. 30. diuidatur, primum proueniens erit. 1. cum ſeptem octauis partibus. Secundum. 3. cum tribus quartis, tertium. 7. cum dimidio, quartum. 15. integri, quorum ſumma erit. 28. cum octaua parte, tantumq; erit productum ſecundi prouenientis in tertium.

Quod vt ſciamus, quantitas. n.c. in partes continuas proportionales quatuor ſecetur. n. a: a. t:: t. e. et. e.c. turſusq; per ſingulas partes illa ipſa diuiſa, prouenientia ſint. i.d:d.x:x.u:u.o. quorũ ſumma ſit. i.o. hanc ſummã dicimus æqualem eſſe numero producti. d.x. in. x.u.

Quod hac ratione probo, cogito productam eſſe lineam. i.o. quousq; o.p. æqualis ſit. o.u. erectamq; m.o. æqualem. i.d. perpendiculariter. o.p. & productam donec. o.q. vnitati ſit æqualis. Iam terminatis rectangulis. m.p. et. i.q. patebit ex. 15. ſexti aut. 20. ſeptimi, productum. m.p. producto. d.x. in. x.u. æquale eſſe. Ita quòd ſi probauero productum. i.q. producto. m.p. æquale eſſe, facile patebit propoſitum. Cuius gratia, ſequuti præcedentis theorematis ordinem, primum ex definitione diuiſionis, eadem proportio erit. n.c. ad. i.d. quæ. n.a. ad. o.q. ex quo permutando. n.c. ad. n.a. ſic ſe habebit vt. i.d. hoc eſt. m.o. ad. o.q. & ſi progrediamur eodem ordine, quo præcedenti theoremate, ſumpto principio ab. i.d. et. e.c. verſus. d.x. et. e. t. gradatimq; permutando ac coniungendo, inueniemus eandem proportionem eſſe c. n. ad. n.a. quæ. i.o. ad. o. u. nempe. o.p. ex quo ex. 11 quinti, ita ſe habebit. i.o. ad. o.p. vt. m.o. ad. o.q. quare ex. 15. ſexti aut. 20. ſeptimi productũ. i.q. erit producto. m. p. æquale, ex quo etiam æquale erit producto. d.x. in. x. u. Idem ordo in qualibet quantitate in quantaſuis partes diuiſa ſeruari poterit, cum huiuſmodi ſciẽtia in vniuerſum pateat.



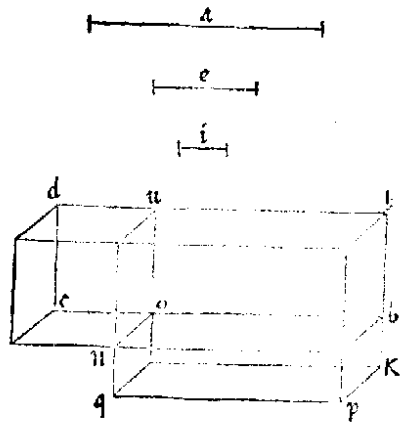
THEOREMA LXXXIII.

CVR termini medij cubus, trium continuè proportionalium, ſemper producto rectanguli comprehenſi à maximo & medio in minimo termino æqualis ſit.

Exempli gratia, datis his tribus terminis continuis proportionalibus. 9. 6. 4. ſi ſumpſerimus productum maximi in medium nempe. 54. quod per minimũ. 4. multiplicemus, dabitur numerus. 216. cubo medij. 6. æqualis.

In cuius gratiam tres numeri continui proportionales tribus lineis. a.e.i. ſignificẽtur, cubus autem. e. ſignificetur figura. d.n. productumq; a.in. e. ſit. b.n. ipſius autẽmet in. i. ſit. p.o. ita quod. q.p. aut. b.o. cum ſint eiuſdẽ ſpeciei, æqualis erit. a: et. o. n. æqua-

qualis. e: et. q. n. æqualis. i. Nunc cogitemus abſolui corpus. n.h. ita ut. b.o.c. ſit vnica recta linea, ex quo ex. 25. vndecimi proportio. n.h. ad. n.k. eadem eſt quæ. o.h. ad o.k. ſed ſic ſe habet. o.h. ad. o.k. vt. h.b. ad. b.k. ex prima ſexti aut. 18. vel. 19. ſeptimi itaque. n.h. ad. n.k. ex. 11. quinti ſic ſe habebit. vt. h.b. ad. b.k. ſed. n.h. ad. n.d. ex eiſdem ſic ſe habet ut. h.u. ad. d.u. et. h.u. ad. u.d. ita ut. h.b. ad. b.k. ex præſuppoſito. Itaque ex 11. prædicta. n.h. ad. n.k. eadem erit proportio quæ. n.h. ad. n.d. Quare ex. 9. quinti. n.k. æqualis erit. n.d. Quod erat propoſitum.

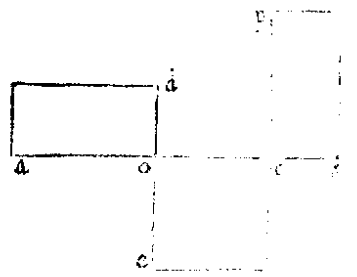


THEOREMA LXXXIIII.

CVR quadrato vnius quantitatis radice proportionalis, per ſingulos tres terminos diuiſo, prouenientia, ſingulis dictis terminis ſint æqualia.

Exẽpli gratia, datis tribus terminis continuis proportionalibus. 9. 6. 4. quadratum medij erit. 36. quod per. 9. diuiſum dabit. 4: per. 6: 6. per. 4: 9.

Cuius gratia, ſint tres termini cõtinui ꝓportionales. a.o: o.c. et. c.q. quadratũ autẽ medij ſit. c.c. Iam ſi applicetur rectangulũ. a.d. æquale quadrato. e.c. ipſi. a.o. & rectangulum. q.p. æquale eidem quadrato. e.c. ipſi. c.q. ſi quadratum. c.c. per. a.o. diuiſerimus, proueniens erit. o.d. diuiſoq; per. c.q. proueniens erit. c.p. quod ſi per ſuam radicem. o.c. diuidatur, proueniens erit. o.e. quod ſine dubio æquale eſt. o.c. ſed dico. o.d. æqualem eſſe. c.q. Nam ex. 16. ſexti aut 20. ſeptimi eadem eſt proportio. a.o. ad. o.c. quę. o.e. ad. o.d. nempe. o.c. ad. o.d. itaque o.d. ex. 9. quinti æqualis eſt. c.q. quandoquidem ex. 11. ſic ſe habet. o.c. ad. o.d. ſicut. o.c. ad. c.q. Applicatis ijſdem rationibus ipſi. p.c. probabimus. c.p. æqualem eſſe. a.o. cum o.c. media ſit proportionalis, tã inter. c.p. et c.q. quam inter. a.o. et. c.q. itaque. c.p. æqualis eſt. a.o.



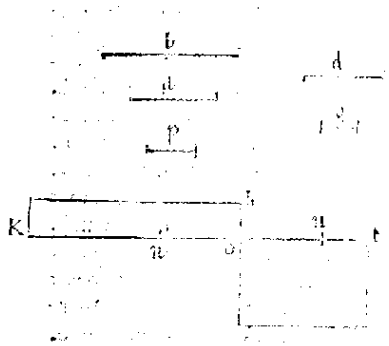
THEOREMA LXXXV.

CVR propoſitis tribus quantitatibus continuis proportionalibus proportione aliarum duarum nobis datarum, multiplicata maiori poſtremarum duarum in ſummam mediæ cum minima trium primarum, productum æquale ſit producto minoris duarum in ſummam maximæ cum media trium.

Exempli gratia proponuntur quantitates. 9. 6. 4. proportione numerorum propoſi-

positorum. 3.et. 2. multiplicato. 3.per. 10.summã. 6.cum. 4.dantur. 30. quod productum æquale erit producto. 2.per. 15.nempe per summam.9.et. 6.

Quod vt cognoscamus,tres quantitates continuæ proportionales sint b.a.p. proportione. d. q. productum autem.d.in summam.a.cum.p.fit.f.t. & productum.q.in summam.b.a. fit. k.h.et.k.n.sit æqualis.b.et.n.o. æqualis.a.& ita etiam.o.u.eidem.a.et.u.t. æqualis.p. et.h.o.ipsi.q.et.f.o.ipsi. d. quare ita se habebit.k.n.ad.n.o.sicut o.u.ad.u.t. & componendo. k. o. ad. n.o.vt.o.t.ad.u. t. & permutando. k. o.ad.o.t.vt.n.o.hoc est.o.u.ad.u.t.& pariter.f.o.ad.o.h.vt.o.u.ad.u.t.Itaque sicut.k.o.ad.o.t.ex quo ex.15.sexti aut.20.septimi.k.h.æqualis erit.f.t.

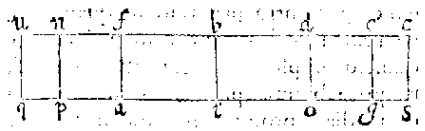


THEOREMA LXXXVI.

CVM multiplicatis singulis tribus quantitatibus continuis proportionalibus in reliquas duas, sex producta æqualia sint producto dupli summæ ipsarum trium in mediam proportionalem.

Exempli gratia, proponuntur hi tres termini continui proportionales.9.6.4.productum.9.in.6.erit.54.at.9.in.4.erit.36. et.6.in.9:54.et.6.in.4:24.et. 4.in.9:36.et. 4. in. 6:24. quæ producta simul collecta efficiunt numerum. 228 sed tantũ est productum dupli summæ trium terminorum in secundum nempe.38 in.6.

Cuius intelligẽtiæ causa,tres termini cõtinui proportionales significentur lineæ. b. e.nempe.b.d:d.c:c.e. cuius duplum sit.u.c.et. b.f.æqualis sit.b.d.et.f.n:d.c.et.n.u c.e productum verò.u.e.in.d.c.sit.u.s.cui dico æqualem esse summam productorum singulorum trium terminorum in reliquos duos. Quamobrem ducantur perpendiculares.c.g:d.o:b.i:f.a. et.n.p.inter.u.c.et.q. s.ex quo pro producto.c.e.in. c. d. habebimus rectangulum.c. s. & rectangulum. d.g. pro producto.c.e.in.d.b. ex.16.sexti aut. 20. septimi itemque rectangulum.q.n. pro producto. d. c. in.c.e.& rectangulum.b.o.ex.d. c. in. b. d.& rectangulum.b.a.ex.b.d. in. d. c.et.p.f.ex.d.b.in.c.e.ex.16. aut. 20. prędictas. Quare sex producta æquantur inter se,replentq; productum.u.s.ex quo verum est propositum.



THEOREMA LXXXVII.

QVA ratione cognosci possit verũ esse proportionem summæ quatuor quantitatum continuarum proportionalium ad summam secundæ & tertiæ, eandem esse, quæ summæ primæ & tertiæ ad secundam simplicem.

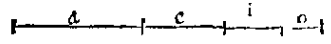
Exempli gratia, si inuenirentur hæ quatuor quantitates continuæ proportionales.16.8.4.2.earum summa erit.30.summa verò secundæ & tertiæ.12, tum summa primæ

primæ cum tertia. 20. ex quo sic se habet. 20. ad. 8. nempe ad secundam, vt. 30. ad. 12.

Quod vt sciamus, quatuor prædictæ quantitates significentur linea.a.e.i.o. probabo ita se habere.a.e.i. o.ad. e.i.vt.a.i.ad.e. Nam cum sic se habeat.a.ad.e.ut. e. ad.i.& vt.i.ad.o:ex æqualitate proportionum vel permutando ita se habebit.a.ad.i. vt.e.ad.o.& è conuerso ita.o.ad.e.vt.i.ad.a. & cõponendo ita.o.e. ad.e.vt. i.a. ad.a. permutandoq;. o.e.ad.i.a.vt.e.ad. a.nempe.i. ad.e.& componendo ita.o.i.e. a. ad. i.a.vt.i.e.ad.e. & permutando ita.o.i.e.a.ad.i.e.vt.i.a.ad. e. quod erat propositum. Ex quo patet error antiquorum qui idipsum,accidere arbitrati sunt in quantitatibus discretæ proportionalitatis, quod tamen falsum est.

Exempli gratia,si proponantur. 12.6.4.2.proportio. 12.ad.6.eadem est quæ. 4. ad.2. Sed à proportione.6.ad.4.frangitur, cum non sit eadem quæ.12.ad.6.harum autem summa erit. 24. & summa secundæ cum tertia. 10.sed primæ cum tertia erit 16.ex quo. 16.ad.6.non sic se habebit vt. 24.ad.10.

At in speculatione quatuor quantitatum. a. e.i.o. si proportio.e. ad. i. non esset eadem quæ.a.ad.e. minimè licuisset dicere ita se habere.i.ad.e.vt.e.ad.a.

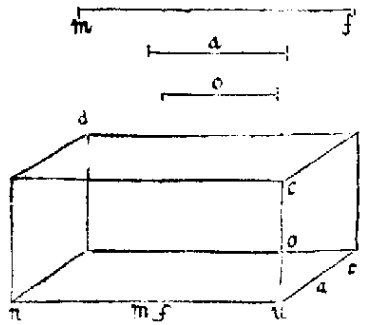


THEOREMA LXXXVIII.

CVM ex tribus quantitatibus quibuslibet, productum duarum in tertiam,vna semper eademq; sit quantitas.

Exempli gratia, proponuntur.15.8.2.si multiplicauerimus.15.per.8.tum productum per.2.tantum erit quantum si quis multiplicaret.8.per.2. & hoc per.15.et.15. per.2.rursusq; per. 8.

Quod ut pateat, tres quantitates tribus lineis significentur.m.f.a.et.o. Dico productum. m. f. in. a. multiplicatum. per.o.æquale esse producto.a.in.o.multiplicato per.m.f. aut producto. m. f. in. o. multiplicato per.a.Sit enim corpus.d. u.rectãgulum,cuius latus.n.u. sit æquale m.f.et.u.t: a: et.u.c: o.patebit manifestè n.t.esse productum.m.f.in.a. quod. n. t. multiplicatum in.u.c.æquali.o.producit corpus.d.u.sed idipsum corpus. d. u. ex multiplicatione producti.c.t.in latus. n. u.æquale. m.f.oritur, & idipsum.d.u. ex multiplicatione.n.c.in latus.u.t.æquale.a.profertur.



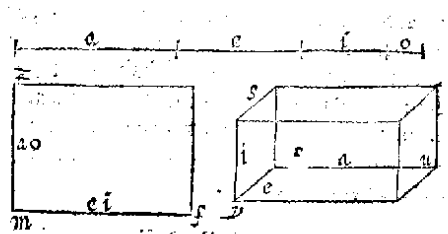
THEOREMA LXXXIX.

CVM quarumcunque quatuor quantitatum, si prima in secundam multiplicetur & hoc productum in tertiam, rursusq; hoc alterum in quartam, vltimum productum æquale sit producto producti secundæ in tertiam, in productum primæ in quartam.

Exempli gratia, casu sese offerunt hi quatuor numeri.8.5.3.2. multiplicato.8. per.5. & hoc. 40.per.3.rursus hoc.120. per.2.vltimum productum esset.240.æqua le producto.15.(quod ex.5.in.3.oritur) in productum.16. quod ex. 8. in. 2. proferrur.

Cuius speculationis gratia, cogitemus quatuor numeros quatuor lineis. a. e. i. o. significari, productum autem.e.in.i.esse,m.f.et.r.s.similiter & productum.a.in.o.esse. m.z:et.z. f.productum esse.m. f.in.m. z.cui productum.a.in.e. multiplicatum per i. & hoc tandem per.o.æquari debet.

Sit itaque.u.y.productum. a.in. e.quod.u. y. per. i.multiplicatum proferat. u. s. hocque. u.s. multiplicatum per.o.Dico quod dabit numerum æqualem numero.f.z. Quamobrem. r.s.aut. m. f.quod idem est, in figura præcedentis theorematis significetur linea.n.u. & linea.r. u. huius, nempe. a. significetur per. u. t. præcedentis, ex quo numerus producti. u.s. præsentis,in præcedenti significabitur producto. n. t. quod ꝓductū.u.s. ꝓsés ꝓ præsés.o.multiplicatum, quod erat in præceden ti.u.c.significabitur per. d.u. præce dentis, quod non modo ex multiplicatione.n.t.præcedentis, nempe.u.s.præsentis.in.u.c.præcedentis æquali. o. præsentis oritur, sed etiam ex.c.t.præcedentis æquali. in.z.præsentis in.n.u. præceden tis æquali.m.f.præsentis. Itaque verum est propositum.



THEOREMA XC.

CVR quibuslibet & quantisuis numeris in summam collectis,si ab vnitate in secunda specie progressionis arithmeticę imparium numerorum progressi fuerimus, eiusmodi summa semper est quadratus numerus.

Exempli gratia, si horum quatuor disparium numerorum summã, in dicta progressione arithmetica quis sumat,principio ab vnitate sumpto,nempe.1.3.5.7.summa erit.16.numerus quadratus inquam. Idem de cæteris.

Quamobrem animaduertendum est, vnitatem,tam sumi pro sui ipsius radicem, quam pro quadrato, cubo, censo censi, primo relato, & alia quauis dignitate. Nunc autem pro quadrato sumamus per. o.significato, cogitemusq; quadratum.o. includi quadrato vnitatem sequenti, quod, vt patet, est quatuor vnitatum, ac propriè primum quadratum numerorum, ex quo etiam nomen accepit, vnde ex similitudine quam cætera quadrata cum hoc primo retinent,ex quaternario denominationem acceperunt. Hoc itaq; sit. o.u.c.e.ita ex communi scientia quadrato.o.iungitur gnomon.e.c.u.constans tribus vnitatibus, quare primus gnomon,numero impari constat.Scimus etiam ex additione numeri binarij ad imparem, numeris disparibus summam excrescere,cum propius accedere quã binario nequeant, ex quo medio binario, sibi inuicem succedunt. Dico igitur quòd quinario ternarium subsequente, coniuncto quadrato.o.u.c.e.proferetur quadratum, quod in numeris, binarij quadratum sequitur,eritq; ternarij,quodq; significetur per.o. f. patet enim primo non differre ab.o.c.præter quam gnomone.b.f.d. qui coniungitur quadrato. o. e.quique duabus vnitatibus maior est.e. c.u. Iã scimus gnomonem.e. o. u. æqualem

esse gnomoni.e.c.u.itemq; gnomonem.b.f.d.æqualem gnomoni.b.o.d.at hic gnomon.b.o.d.ex præsuppositio, maior est gnomone. e.o.u. duabus vnitatibus. b et. d. Itaque etiam gnomon.b.f.d. duabus vnitatibus gnomonem.e.c.u.superabit. Quare. b.f.d. erit impar immediatè sequens ternarium, qui coniunctus quadrato. o. e. quadratum subsequens componet. Eadem ratione probabitur de quadrato.o.n.sequenti. o. f. & gnomone. i. n. a. cum hic ordo speculationis sit vniuersalis. In quo cernitur quemlibet gnomonem sibi contiguũ inferiorem semper duabus vnitatibus excedere, cumque quadrata non nisi gnomonibus sibi inuicem succedant. Sed cũ primus.e.c.u.dispar fuerit, ꝓculdubio etiã necessarioq; cæteri dispares erũt. Ex qua speculatione, oritur regula ab antiquis tradita inueniendi vltimi numeri disparis cõcurrentis ad cõpositionem alicuius quadrati. Vt si quis scire desideret numerum vltimum disparem, quo mediante quadratum. o.n.constitutum fuit, quod aliud non est quam scire quantus sit numerus vltimi gnomonis.i.n.a.æqualis gnomoni.i.o.a.Itaque vt sciamus hunc gnomonem. i. o. a. patet duplicandam esse radicem.o.e.b.i.dabiturq;.o. c. b.i.et.o.u.d.a.vbi bis reperitur.o.nos autem tantummodo quærimus scire gnomonem.i.b.e. o. u. d. a. Itaque minor est vnitate duplo radicis, cum unitas.o. bis repetatur, quæ tamen in gnomone semel tantum sumebatur.

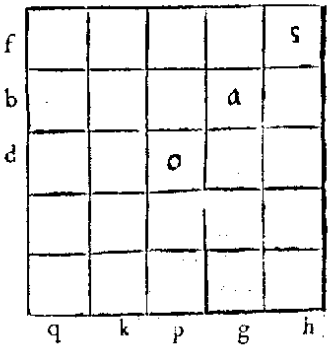
o	e	o	i
u	c		
d		f	
a			n

THEOREMA XCI.

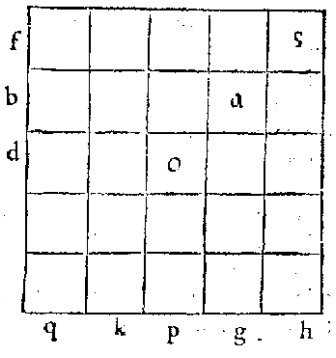
CVR summa quadratorum, quorum radices sunt in proportione sesquitertia nempe.4.ad.3.quadrata sit.

Exempli gratia, sumemus quadratum.3. scilicet 9. quod in summam cum quadrato.4.colligemus, nempè. 16.critq; quadratum.25.& ita quadratum. 6. hoc est. 36.collectum cum quadrato.8. nempe.64.efficiet quadratum. 100. ita etiam quadratum. 9. hoc est. 81. coniunctum quadrato. 12. nempè.144.producet quadratum.225.

In cuius gratiam sint duo quadrata subscripta.q.o. et.q.a.quorum radices sint. q. g.et.q.p.hoc est.q.g.quatuor vnitatum, et.q. p.trium, ex quo.q.a.erit.16.vnitatum et.q.o. nouem. Ad hæc cogitemus applicari quadrato.q.a. gnomonem.f.s.h.tam amplum siue latum quã gnomon.b.a.g. nempè vt. h. sit æqualis.g:g. verò differentia sit qua.q.g. maior est. q.p.huncq; gnomonem.f.s.h.dico æqualem esse quadrato.q.o.nam ex præsuppoito.g.terradicem.q.p.ingreditur,& quater.q.g. ex quo, tres partes.q k p. inter se æquales sunt vnde etiam quadratum.q.o.nouem partibus superficialibus quadratis constabit,quarum singularum radix æqualis erit. g.cumque præcedenti theoremate didicerimus quemlibet gnomonem quadrati immediatè sequentis æquę amplitudinis cum gnomone præcedentis,



per duab.vnitatibus ſuperficialibus creſcere,quarũ ſingularũ radix æqualis eſt.g. neceſſariò ſequitur gnomonem. b.a.g. duabus partibus aut vnitatibus gnomonem. d. o.p. ſuperare, ita vt gnomon. b.a.g.ſeptem vnitatibus,aut partibus ſuperficialibus quadratis conſtet. Quare eadem ratione gnomon.f.s.h.conſtabit nouem ſimilibus. Itaque æqualis erit quadrato.q.o. Quamobrem verum eſt, quòd quadrato. q. o. coniuncto quadrato.q.a.proueniet quadratum.q.s.cuius radix ita differet à. q. g.vt. q.g.à.q.p: ex quo tres radices arithmeticè inter ſe continuæ proportionales erunt. Idipſum dico ſi.q.p.fuerit. 6.et.q.g:8:tunc enim ſingulæ partes.q. k.p.g.h. æquipollebunt duabus vnitatibus , quæ cogitabuntur in ſummam collectæ, ut cum patribus.q. k. p. g.h. integris contemplari liceat. Idem accidet ſi.q.p.erit.9.et.q.g.12. ſingulæ enim partes.q.k.p.g.h. tripartitæ erunt. Idcircò dixi gnomonem. f. s,h. tam amplum cogitari debere, quam gnomon.b.a.g.nempè ut.h.æqualis ſit.g. Idem occurret ſi.q.g.erit. 12. et. q. p. quinque, quod cum fuerit patebit ex præcedentis theorematis ſpeculatione, gnomonem f.s.h:25. vnitatibus conſtare, cogitatum amplitudinis ſimplicis vnitatis denominatæ in.q. p.aut.q.g.non amplitudinis gnomonis. b.a. g. qui ſeptem vnitatibus latus eſſet. Cum igitur. q.p.quinque vnitatibus linearibus conſtet ſcimus.q.o:25.ſuperficialibus conſtare, collecto itaque in ſummam quadrato.q.o.cum quadrato.q.a. cognoſcetur quadratum.q.s.vnà etiam eius radix. Eadem ratione, alia multa quadrata ſimilia contemplari licebit.



THEOREMA XCII.

CVR propoſito numero pari maiori binario, qui detrahi & in ſummam colligi debeat ex altero numero quærendo, vt tam reſiduum quam ſumma ſint quadrata numerorum integrorum. Rectè dimidium propoſiti numeri in ſeipſum multiplicamus, & quadrato huic addimus vnitatem, eritq; numerus quæſitus.

Exempli gratia proponitur. 12.numerus detrahendus, & coniungendus numero inueſtigando, ut reſiduum detractionis, & ſumma ſint quadrati numeri. Addita vnitate ipſi. 36.quadrato dimidij, dabitur. 37. numerus quæſitus.

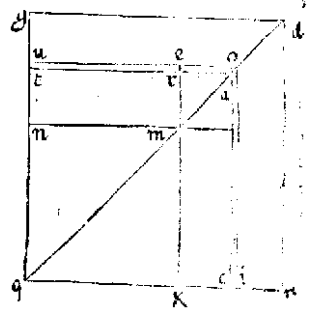
Cuius ſpeculationis gratia, ſubſcripta quatuor quadrata cogitemus.g.p:u.i:t.c:n.k.cogitemusq; quadratum.g.p.eſſe quadratum ſummæ, k. n.verò reſidui ſubtractionis:ui. aũt numerum inueſtigãdũ,ex quo gnomon.u.d.i.cognoſcetur ita etiam et.n.o. k.qui inter ſe ſunt æquales. Iam certi erimus.e.i.eſſe plus quam dimidium gnomonis.n.o.k. Itaque cogitemus rectangulum.r.c. exactum dimidiũ eſſe gnomonis. n.o.k.ex unitatibus ſuperficialibus quarum una erit.m.a.

Cuius numeri quadratum ſit.t.c.vnde etiam cognitum & cum.x. c. ex communi ſcientia ſit vnitas linearis, propterea quod. m. a . eſt ſuperficialis hoc eſt quadrata, quæ detracta ex. q.c.dimidio gnomonis.n.o.k.(quamuis lineari) ſupererit. k.q.cognita,numerorum integrorum (nota q. k. i.ſemper minor erit duabus vnitatibus linearibus & maior vna ex dictis vnitatibus, ut ex te ipſo contemplari potes)quare.

n.k.

n.k.ipſius quadratum numerorum integrorum cognoſcetur, cui addito gnomone. n.o.k.cognoſcemus numerum.u.i.quæſitum.

Sed cum nobis hæc via, tenenda propoſitum non fuit, hoc eſt primo loco inueniendi quadrati minoris.n.k. ideo ſupereſt probandum gnomonem.t.o.c. vnitati æqualem eſſe, nempe quadratulo.m.a.quod patebit, ſi conſideremus nos ſumpſiſſe rectangulum.r.c.pro dimidio gnomonis.n.o.k.etenim ſi ſupplemento etiam.n.r.quadratulum æquale. m.a.adderetur, pateret gnomonem. n.a. k.cum dicto quadratulo collectum, æqualem eſſe gnomoni.n.o.k:cum duo ſupplementa.m.r.et.m.c.inter ſe ſint æqualia. Quamobrem inuento quadrato.t.c. ex dimidio gnomonis cogniro, additur vnitas, gnomon ſcilicet.t.o.c.ex quo cognoſcitur numerus. u. i. quæſitus. Quod autem quadratum.g.p.numeris integris conſtet, hac ratione probatur viſum enim fuit ſupra quadratum.n. k.verè quadratum eſſe, & numeris integris conſtare, pariter etiam.r.c.ſed; mutuò conſequi (nam.k.c.eſt vnitas linearis) ex quo gnomon n. a.k. numero diſpari conſtabit, ex ijs quæ.90. theoremate probata fuerunt. Itaq; ex eodem theoremate neceſſe eſt gnomonem.t.d.c.etiam numero diſpari conſtare, ita vt à numero.n.a.k.non niſi duabus vnitatibus differat, nempe vt.c.p.ſit vnitas linearis, ſed ita reuera eſt, numerus enim.u.d.i. ex præſuppoſito par eſt,quare numerus. t.d. c. diſpar erit, cum alterum vnitate ſuperet, videlicet gnomonę.t.o. c. vnitati æquali, tum.n.a. k.minor eſt.n.o.k. ex eodem gnomone.t.o.c. unitati æquali. Itaque.n.a.k.minor erit.u.d.i.per vnitatem,& minor.t.d.c.per duas unitates,ex quo ſequitur.g.p.eſſe quadratum integrorũ ex dicto theoremate ac conſequens quadrato, t.c.quare.c.p.vnitas erit, & radices . q.k.et.q-p-horum quadratorum numero binario inter ſe different. Vna etiam ſcienda eſt cauſa, cur numerus propoſitus neceſſariò binario maior eſſe debeat. Etenim cũ ipſe ſit futurus gnomon.n.o. k. nec poſſit minor eſſe numero ternario, vt patet ex. 90. theoremate, idcirco ſequitur neceſſariò maiorem eſſe binario debere. Quòd ſi diſpar numerus proponeretur,nec forma operis nec ſpeculationis mutãda eſſet. Non erit tamen neceſſarium vt ipſa quadrata.n.k.et. g. p. numeris integris conſtarent. Sæpius enim fractis cõponerentur, quod ex. 90. theoremate facile erit ſpeculari nihilominus fractis integris, ipſisq; collectis cum ſuis fractis ſummæ eſſent quadratæ.



THEOREMA XCIII.

CVR propoſitis duobus numeris altero pari, altero verò diſpari, duplo primi minore per vnitatem,ſi alium inuenire numerum voluerimus,cui alterum iſtorum coniunctum proferat quadratum, & altero detracto, quadratum ſuperſit. Rectè datos numeros in ſummam colligemus, quam ſummam in duas quam maximas poterimus partes diuidemus, quarum vna pari, altera diſpari conſtet, tum vtranquè in ſeipſam multiplicabimus, & quadrato minori,duorum numerorum propoſitorum quemuis ademus, ex quo cupimus nobis quadratum minus ſupereſſe,& proueniet nobis numerum quæſitum.

Exempli gratia, proponuntur numeri.11.et.6.quorum alter alicui numero adden-

dendus, alter ex eodem detrahendus sit, ex quo proferri debeant bina quadrata. Itaq; numeri illi in summam collecti dabunt. 17. differentiam minoris quadrati & maioris. Iam si ex hoc. 17. binas partes fecerimus, altera erit. 8. altera. 9. quibus in seipsis multiplicatis alterum quadratum erit. 64. alterum. 81. addito itaq; ipsi. 64. 11. aut. 6. pro libito, propositum numerum consequemur. cui addito. 6. vel. 11. dabit nobis. 81. vel ex ipso detracto. 11. vel. 6. relinquet nobis 64. in præsenti autem exemplo talis numerus erit, aut. 70. vel. 75. Huius autem theorematis speculatio ex. 90. dependet, quo demonstratum fuit gnomonem proximè quadratum sequentem, vnitate duplo radicis minorem esse.

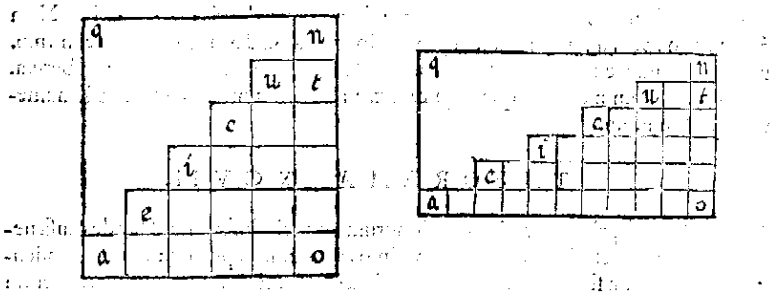
THEOREMA XCIIII.

CVR si quis cupiat summam progressionis arithmeticæ quam citissimè cognoscere. Rectè coniunget vltimo termino vnitatem primum terminum, huius postea vltimi termini dimidium cum numero terminorum multiplicabit, ex quo multiplicationis productum, erit omnium propositorum terminorum summa, aut eundem vltimum terminum iunctum primo, per dimidium numeri terminorum multiplicabit. Nam idipsum eueniet.

Exempli gratia, si proponerentur. 17. termini in prima progressione arithmetica naturali, vltimus esset. 17. cui coniuncta vnitate primo termino summa erit. 18. cuius dimidium cum numero terminorum, nempe. 17. multiplicatum cum fuerit, oritur productum. 153. Idpsum eueniet, multiplicato dimidio numeri terminorū per vltimum coniunctum vnitati primo termino.

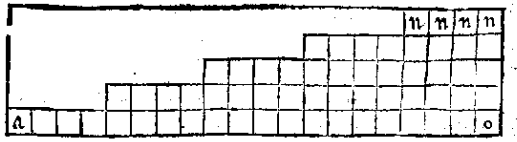
Quod vt sciamus, cogitemus terminos progressionis collocari, vt in figura subscripta. a. o. n. collocantur, tanquā per gradus, sumpto principio ab vnitate. n. tum. u. t. atque ita gradatim. Sic cogitato absoluto parallelogrammo. q. o. scicmus apertè summam progressionis tanto maiorem esse dimidio totius parallelogrāmi, quantum dimidium numeri diametri. a. e. i. c. u. n. requirit. Nam cum parallelogrammum diuidatur à diametro in tres partes, diameter vnam occupat, reliquæ verò duę ambientes diametrum inter sē sunt æquales. Sumpto itaq; diametro cum altera dictarum duarum partium, patet sumi plusquam dimidiū totius parallelogrāmi. pro tanta portione, quantum est dimidium occupatam à diametro, qui cā ex diferetis respondentibus numero terminorum componatur, constat numero æquali esse dicto numero terminorum. o. n. Iam si quis multiplicet. a. ó. per dimidium. o. n. procul dubio, ex prima sexti aut. 18. septimi, orietur dimidiū numeri parallelogrāmi. q. o. quod minus erit summa progressionis dimidio numeri diametri, aut quod idem est dimidio. o. n. sed hoc dimidium. o. n. æquale est producto dimidij vnitatis. n. in. o. ex. 20. septimi, cum dimidium. o. n. sit eius productum in vnitatē. Itaque multiplicato. n. o. per dimidium. o. a. coniunctum dimidio vnitatis. n. oritur summa quæsita propositæ progressionis. Idipsum accidet multiplicata summa. o. a. & vnitate. n. p dimidium. o. n. ex. 20. septimi, cum proportio totius ad totum eadem sit, quæ dimidij ad dimidium, ex causa permutationalitatis. Patet etiam in progressionibus, quæ ab vnitate initium ducunt, si fiat ascensus per binarium summa vltimi termini cum primo semper duplam futuram esse numero terminorum, quod sequentes figuras

ras consideranti speculari licebit, Diametros harum figurarum notaui literis siue characteribus. a. e. i. c. u. n.



THEOREMA XCV.

IN progressionibus, quæ ab alio termino quam vnitate incohantur, idipsum vt monuimus accidit, hoc tamen notato, quòd ex consequenti quælibet pars diametri parallelogrāmi, minimo termino æqualis erit, prout in progressionibus quæ ab vnitate originem ducunt, singulæ partes diametri, vnitati sui primi termini æquales sunt. At in reliquis progressionibus, vt in figura patet, eadem est proportio totius diametri ad. o. n. quæ minimi termini ad vnitatem ex. 13. quinti, nempe. a. o. ad. o. n. vt. n. n, n. n. ad. n. In eiusmodi progressionibus accidit quoque parallelogrāmum à diametro in tres partes diuidi, quarum vnam ipse occupat, reliquæ vero inter se æquales ipsum ambiunt. Ex quo illud etiam sequitur, productum. a. o. in dimidium. o. n. æquale esse dimidio parallelogrāmi, quod minus est summa progressionis dimidio diametri, quod dimidum si inuenire voluerimus, minimum terminū. n. n. n. n. per dimidium. o. n. multiplicabimus, & ex. 18. aut. 19. septimi ipsum habebimus, quandoquidē minimo termino per totum. o. n. multiplicato profertur integer diameter ex. 20. prædicti. Etenim vt diximus, eadem est proportio totius diametri ad. o. n. quæ minimi termini ad vnitatem. Ita etiam dico ex dicta. 20. septimi. idem dimidium diametri oriri, si quis dimidium minimi termini nempè. n. n. per totum. o. n. multiplicauerit. Quamobrem qui statim summam propositæ progressionis cognoscere voluerit, semper primum terminum. n. n. n. n. cum. a. o. coniunget, qua summa per dimidiū. o. n. multiplicata, aut. o. n. per dimidium dictæ summæ, ex prædictis rationibus propositum consequemur.



THEOREMA XCVI.

CVR si quis numerum terminorum inuenire velit, cognitis tantummodo primo atque vltimo, rectè vltimum per primum diuidet, ex quo proueniens

numerus quæſitus erit.

Quod intelligendum eſt tamen quoties primus terminus differentia terminorũ eſt, nempe aſcendens ipſorum ter minorum.

Cuius ratio manifeſtè ſpeculari poteſt in figura præcedentis theorematis. Nam diuiſa. a. o, per. n. n. n.n. eadem proportio erit. a.o. ad prouc niens, quæ. n .n.n. n.ad vnitatem. n. ex definitione diuiſionis. At ſuperius dictum fuit ita ſe ha bere. a. o. ad. o. n. vt. n. n. n. n. ad. n. ex quo ſequitur ex. 11. et. 9. quinti prouenienſ eſſe numerum quæſitum. o. n.

THEOREMA XCVII.

VBI verò primus terminus, reliquorum non erit differentia. Hac de cauſa neceſſe eſt detrahere primum ex vltimo, reſiduumq; per numerum aſcendentem differentiam ſcilicet, partiri, prouenienſq; vnitati coniungere, quò numerum terminorum habere poſſimus. Scimus etenim tam multas vnitates eſſe in vltimo terminorum quot in omnibus interuallis aut differenciis in ſummam collectis ſimul cum vnitatibus primi termini, totq; ſunt termini, quot interualla ſimul cum primo termino. Quare ſi minimus terminus interuallo æqualis fuerit. Vltimo per primum diuiſo, ex adductis præcedenti theoremate propoſitum conſequemur. Itaq; primo termino ex vltimo detracto reſiduoq; per interuallum, hoc eſt numerum differentiæ diuiſo, prouenienſ erit numerus terminorum abſque primo quod vnus eſt, coniuncto quoque dicto prouenienti propoſitum conſequemur.

THEOREMA XCVIII.

CVR ſi quis arithmeticæ progreſſionis dato primo & vltimo ſimul cum numero terminorum, aſcendentem numerum cognoſcere voluerit. Rectè primum ex vltimo detrahet, reſiduumq; per numerum terminorum excepto vno diuidet.

Huius theorematis ſpeculatio ex. 13. theoremate manifeſta erit, nam in præcedenti cap. numerus terminorum erat prouenienſ diuiſionis reſidui ſubtractionis primi termini ex vltimo.

THEOREMA XCIX.

CVR ſi quis maximum omnium terminorum dictæ progreſſionis cognoſcere voluerit, dato primo vnà cum numero aſcendenti, numeroq; terminorum. Rectè numerum aſcendentem cum numero terminorum excepto vno multiplicabit, productoq; primum terminum coniunget.

Cuius quidem theorematis tum ex vndecimo, tum ex ijs quæ præcedentibus capitibus dicta fuerunt, aperta eſt ratio.

THEOREMA C.

CVR veteres cupientes obtinere ſummam progreſſionis continuæ naturalis, quæ ab vnitate initium ducit, dato vltimo termino tantummodo. Dimidium vltimi termini cũ toto ſequente multiplicabant, productumq; ſumma quæſita erat.

Exempli gratia, ſi vltimus terminus eiuſmodi progreſſionis fuerit. 7. multiplicato

to dimidio ipſius nempe. 3. & dimidio, cum numero ipſum terminum ſequẽti, nempè. 8. ſumma dictorum terminorum erit. 28.

Huius autem ſpeculatio ex. 94. theoremate dependet, in quo facilè deprehendere licet ex figura continuæ progreſſionis naturalis, numerum terminorum maximo termino ſemper æqualem eſſe; ex quo tãtum eſt dimidium numeri terminorum, quantum maximi dimidium, tantusq; eſt vltimus terminus vnitati coniunctus, quantus numerus is, qui vltimum terminum conſequitur.

THEOREMA CI.

CVR antiqui idipſum, quod iam dictum eſt, in ea progreſſione, cuius vltimus terminus diſpar eſt ſcire cupientes, numerum integrorum proximè dimidium maximi ſequentem ſumebant, quem per maximum multiplicabant, ex quo ſumma quæſita oriebatur.

Exempli gratia, ſi dimidium maximi fuiſſet. 3. cum dimidio, ſumebant quatuor, & per maximum. 7. multiplicabant, ex quo pariter proferebatur ſumma. 28.

Cuius ratio ex. 20. ſeptimi Euclidis oritur, cum eadem ſit proportio numeri ſequentis maximum ad numerum dimidium maximi ſequentem, quæ maximi ad ſuũ dimidium, eſt enim dupla.

THEOREMA CII.

TRaditum eſt à nonnullis, à veteribus obſeruatam fuiſſe hanc regulam, qua ſcire poſſent ſummam alicuius progreſſionis arithmeticæ diſcontinuæ aut interciſæ, quæ numero pari terminetur. Multiplicabãt enim dimidiũ vltimi termini per proximum numerum dimidio dicto maiorem, ex quo inquiebãt ſemper productum ſummæ quæſitæ æquale eſſe, ſubijciuntq; exemplum progreſſionis, quæ à binario inchoata creſcit per binarium. In qua quidem progreſſione non per ſe, ſed per accidens regula vera eſt. Hoc eſt, non quia ex ſe vnus ex producentibus numeris dimidium termini maioris futurus ſit, alter uerò proximè ſequens dimidium, ſed quia vt dictum eſt. 95. theoremate, eadem eſt proportio maximi termini ad numerum terminorum, quæ minimi ad vnitatem. Cumque in præſenti exemplo minimum ſit duplum vnitati in eiuſmodi caſu, numerus terminorum, dimidio maximi termini æqualis eſt, qui terminorum numerus ex ſe, vt patet, vnus eſt ex producentibus, alter verò producens numerus, eſt proximè dimidium ſequens, non ex ſe, ſed quia numerus ſequens, dimidium eſt ſummæ maximi, & minimi, quæ per ſe alter eſſe debet producens numerus. In cæteris enim progreſſionibus, quæ binario non creſcũt regula falſa eſt, prout facilè patere poteſt ei, qui ex ſcientiæ legibus ope ſpeculationis. 95. theorematis ſpeculatus fuerit.

THEOREMA CIII.

ALIAM quoque tradunt regulam, qua veteres vſos fuiſſe dicunt, quo ſummam ſcire poſſent progreſſionis diſcontinuæ, quæ numero diſpari abſoluitur. Ea autem eſt eiuſmodi. Vltimum terminum in duas quam maximè poterant maximas partes diuidebant, quarum vna ſemper altera maior erat, hanc autem maiorem in ſeipſam multiplicabant, atque quadratum hoc, ſummam progreſſionis eſſe

affirmabant. Quæ sanè regula, non semper, etsi interdum vera sit.

Sumebant hi exemplum progressionis, quæ ab vnitate incohata crescit per binarium, in qua per accidens euenit vt numerus dimidium vltimi termini proximè sequens, nempe è duabus partibus vltimi termini maior, æqualis sit numero terminorum, qui per se vnus è producentibus, ex ijs quę. 94. theoremate diximus, esse debet; alter verò producens, qui per se dimidium summæ primi & vltimi esse debet, per accidens pars maior est duarum vltimi termini, & alteri producenti æqualis.

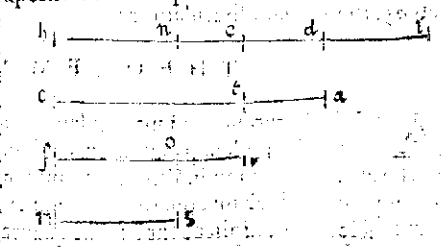
Aut alio modo ratiocinemur, dicentes, in huiusmodi progressione dimidium summæ vltimi termini cum primo, semper medium proportionale est inter eam summam & dimidium numeri terminorum, etenim huiusmodi summa numero terminorum semper dupla est, prout. 94. theoremate tradimus. Itaque ex. 20. septimi, quadratum partis maioris, producto summæ dictæ in numerum dimidij terminorũ æquale erit, quod productum per se summæ progressionis est æquale. At in cæteris eiusmodi progressionibus fallit regula, vt ex supradictis facilè demonstratur.

THEOREMA CIIII.

PErmultis terminis ad libitum propositis, dispositis nihilominus progressione, aut proportionalitate geometrica continua, si minimus ex maximo & ex sequenti minimum detrahatur, residuum maximi, eam proportionem ad summam reliquorum omnium terminorum retinebit; quam residuum secundi ad primum.

Proponuntur, exempli gratia, quatuor termini. 3. 12. 48. 192. continui geometricè proportionales, si primum, hoc est minimum; ex secundo, & maximo detracta, ex secundo supererit. 9. ex maximo. 189. quod si minimum per residuum maximi multiplicaueris, hoc est. 189. orietur. 567. tum si huiusmodi productum per. 9. (residuum secundi) diuiseris, proueniet. 63. quod proueniens æquale erit summæ reliquorum omnium terminorum, maximo excepto. Ex quo inferre licet ex. 20. septimi eandem proportionem esse. 189. ad. 63. quæ. 9. ad. 3. aut si residuum secundi per summam dictorum terminorum multiplicaueris producetur idem. 567. quare ex. 20. septimi & cætera.

Quod vt scitificè possimus, & in vniuersum speculari. Quatuor termini propositi, quatuor subscriptis lineis significentur. b. h. c. a. f. r. m. s. (quod aut de his quatuor di co de centũlibus, & eò amplius dicere possum.) Nunc minimus terminus. m. s. ex maximo. b. i. detrahatur, superstitq; n. i. idemq; m. s. ex secundo termino. f. r. subtrahatur, superstitq; o. r. Dico proportionem. n. i. ad summam reliquorum omnium terminorum. c. a. f. r. m. s. eandem esse, quæ. o. r. ad. m. s. Quamobrem ex tertio & quarto secundus. f. r. detrahat, ex tertio q; superst. t. a. & ex quarto. e. i. ita etiam tertius c. a. ex quarto. b. i. superstitq;. d. i. sanè sic se habebit. c. a. ad. f. r. vt. c. t. ad. f. o. vt quisq; per se scire potest. Quare ex 19. quinti sic se habebit. a. t. ad. r. o. vt. c. a. ad. f. r. & permutando ita. a. t. ad. a. c. vt. o. r. ad. r. f. & separando sic. a. t. ad. a. c. (hoc est. f. r.) vt. r. o. ad. o. f. videlicet. m. s. Idẽ dico de. d. i. ad. a. c. nempe sic se habebit. d. f. ad. a. c. vt. a. t. ad. r. f. hoc est. o. r. ad. m. s. ex. 11. quinti. Itaque ex communi scientia sic se habebit. d. i. ad. d. b. vt. e. d. ad. e. b: cum. c. d. æqualis sit. t. a. Ita etiam vt. e. n. ad. n. b: cum. n. e. æqualis sit. o. r. Iam si sic se habeat. d. i. ad. d. b. vt. d. c. ad. e. b. permutando quoq; sic se habebit. d. i. ad. d. e. vt. d. b. ad. b. e. & componendo ita. i. d. e. ad. e. d. vt. d. b. e. ad. e. b. & permutando sic. i. d. e. ad. d. b. e. vt. de. a. d. e. b. nempe vt. e. n. ad. n. b. & permutando ita. i. d. e. ad. e. n. vt. d. b. e. ad. b. n. & componendo ita. i. d. e. n. ad. n. e. vt. d. b. e. et. b. n. ad. b. n. & permutando sic. i. d. e. n. ad. d. b. e. et. b. n. nempe ad. a. e: f. r: m. s: vt. e. n. ad. n. b. hoc est. ut. o. r. ad. m. s. quod erat propositum.

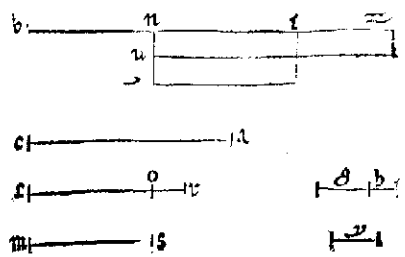


THEOREMA CV.

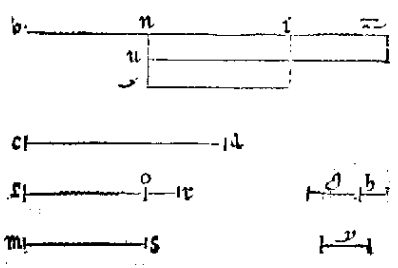
CVR desideranti summam quorumcunque terminorum progressionis continuæ geometricæ cognoscere. Rectè minimus terminus ex maximo detrahendus est, residuumq; per denominantem progressionis dempta vnitate diuidendum, prouenientiq; maximum terminum addendum, ex quo oritur summa quæsita.

Exempli gratia, si darentur quatuor termini continui proportionales. 8. 12. 18. 27. primum hoc est minimum. 8. ex vltimo. 27. detraheremus: remaneretq;. 19. qui per denominantem progressionis, dempta vnitate, diuideretur. Quo loco animaduertendum est, quamlibet denominationẽ cui uscunque proportionis numerorum supra vnitatem fieri, nam de proportionibus multiplicibus dubitandum non est, & idipsum de superparticularibus, & superpartientibus est intelligendum, vt in præsenti proportio sesquialtera, inter duos terminos cogitanda est, nempe inter vnum & dimidium, atque vnum. Sesquitertia autem inter vnum & tertiam partem, & vnum. Sesquiquinta inter vnum cum quinta parte, & vnum. De superpartientibus idem affero quod de proportione superbipartiẽte tertias appellata, vt. 5. ad. 3. quæ cogitanda esset inter vnum duas tertias, & vnum, superbipartiens quartas inter vnum tres quartas, & vnum, ita vt minor terminus, numerans scilicet semper sit vnitas, alter verò denominans. Idem de cæteris. Quare in præsenti exemplo, detracta vnitate ex denominante progressionis, supererit tantummodo dimidium, quo diuiso. 19. proueniet. 38. qui numerus æqualis erit summæ reliquorũ omnium terminorum, cui coniuncto vltimo termino. 27. dabitur summa quæsita. 65

Pro cuius speculatione, quatuor termini significentur, quatuor lineis. m. s: f. r: c. a. b. i. primus autem terminus. m. s. ex vltimo. b. i. detrahatur, residuumq; sit. n. i. & ex secundo. f. r. cuius residuum sit. o. r. proportio verò progressionis ea sit, quæ. g. h. ad. y. quo vnitas repræsentatur (ex quo sic se habebit. g. h. ad. y. vt. f. r. ad. m. s.) qua. y. detracta ex. g. h. supersit. h. Tum erecta cogitetur linea. n. u. x. indefinita perpendicularis. b. i. à puncto. n. quę diuidatur in puncto. x. ita vt. n. x. æqualis sit vnitati. y. & in puncto. u. ita. vt. n. u. æqualis sit. h. ex quo eadem erit proportio. n. u ad. n. x. vt. h. ad. y. nẽpe. o. r. ad. m. s. Nam cũ sic se habeat. f. r. ad. m. s. hoc est ad. f. o. vt. g. h. ad. y hoc est ad. g. permutando quoq; sic se habebit. f. r. ad. g. h. vt. f. o. ad. g. Itaque ex. 19. quinti. o. r. ad. h. vt. f. r. ad. g. h. ex quo ex. 11. eiusdem. o. r. ad. h. vt. f. o. ad g. &



g.& permutando.o.r.ad.f.o.hoc eſt ad.m.s.vt.h.ad.g.hoc eſt.y. Quamobrem eadem erit proportio.o.r.ad. m.s.quæ.n.u.ad.n.x. Abſoluat.rur itaq; duo rectangula.x.i.et.u.z.ita tamen vt rectangulũ. u. z.cogitetur æquale rectangulo.x.i.cuius.x.i. ſuperficialis numerus ex communi conceptione lineari.n.i.a qualis erit, quare ex eadẽ communi conceptione, numerus ſuperficialis.u.z.lineari.n.i.æqualis erit,qui quidem numerus in figura rectangula ſuperficialis cogitandus erit, cum dividendus ſit per.h.hoc eſt per.n.u. ex quo proueniens ex huiuſmodi diuiſione erit numerus . n. z. ex ijs quæ. 10.theoremate dicta fuerunt. Sed ex. 15. ſexti aut. 20. ſeptimi eadem eſt proportio.n.i.ad. n. z. quæ.n.u.ad.n.x.hoc eſt.o.r. ad. m. s. videlicet vt.n.i.ad aggregatum reliquorum omnium terminorum.c.a:f. r:m.s. ex præcedenti theoremate, & ex. 11. quinti Euclidis.Itaque ex.9. eiuſdem numerus.n.z.æqualis erit ſummæ trium terminorum.c.a:f.r:m.s.cui coniuncto quarto termino.b.i.propoſitum obtinetur.



THEOREMA CVI.

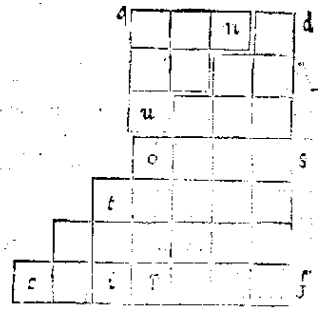
PRopoſuere veteres quæſita nonnulla de itineribus interq; hoc vnum fuit. Ponamus duos iter agere per eandem viam quorum alter quatuor milliaria ſingulis diebus conficiat,alter verò prima die milliare vnum, ſecunda duo, tertia tria, atque ita ſingulis diebus milliare addit; quærimus quot dierum ſpacio ſocium conſequetur.

Quamobrem numerus milliarium primi viatoris duplicatur, ſic ſunt.8.milliaria. ex quo ſemper vnitas detrahitur, quæ in præſenti exemplo erit. 7. totq; dies erunt quibus ſocius ſocium conſequetur, & milliarium numerum æqualem abſoluerit.

Cuius rei facilis erit ſpeculatio, ſi ſubſcripta figura diligenter conſideretur, in qua primus viator, die prima, quatuor milliaria linea.q.d.ſignificata conficit, atque illa ipſa die alter vnum tantum deſignatum per.d.perficit, ita vt primus viator tribus milliaribus ſocium anteceſſerit, altera verò die ſecundus viator cum duo milliaria cõficiat,excedetur à primo duobus milliaribus tantummodo, quę cum tribus primæ dici quinque erunt; tertia die ijſdem de cauſis primus ſex tantum milliaribus à ſecundo diſtabit, cum verò quarta die tot ſecundus quot primus milliaria conficiat, primus à ſecundo amplius quam antea non diſtabit; quinta verò cum ſecundus vnum milliare amplius quam primus conficiat, propius accedit ad primum vno ex ſex milliaribus, quibus anteà diſtabat, tum ſexta cum duobus primum ſuperaret, detrahet ex ſex milliaribus præteritæ diſtantiæ tria, ſeptima tandem illa ſex detraxerit. In quo conſiderandum eſt ſecundum viatorem iter agere progreſſione arithmetica continua naturali.d.c.f. primum autem per rectangulum. q.f. quarũ duarum figurarum.d.o.p.f.pars cõmunis eſſe reperitur, quæ quantitates ſi inuicem æquales eſſe debent, neceſſe eſt ſeparatas partes.u.q.n.et.r.i.c.inter ſe æquales eſſe, & quoniam quarta die (hoc eſt die ſic diſtante à primo, nempè numero milliarium

primi

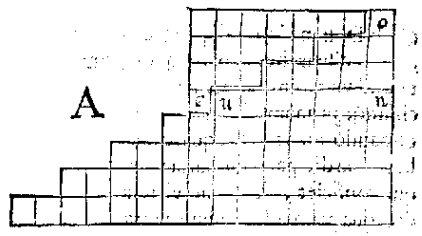
primi viatoris) tot milliaria abſoluat vnus quot alter abſque vlla differentia, quæ ſignificetur per.o.s.neceſſe eſt itaque ex communi conceptione tot dies eſſe poſt.o. s. quot anteceſſerant, vt exceſſus æqualis ſit defectui, qui ſimul collecti, iuncta etiam.o.s.duplum erunt d.s.dempta vnitate, prout facilè in ſubſcripta figura qui ſque per ſe ſcientificè poterit ſpeculari. Quamobrem conſultum erit duplicare numerum.o. s. & ex duplo vnitatem detrahere, quandoquidem dies ſupra infraq;.o.s.cum die. o.s.minores ſunt duplo numeri.d.s.aut.o. s. (quod idem eſt) vnitate.



THEOREMA CVII.

QVOD ſi ſecũdus viator ordinẽ ſecũdæ progreſſionis arithmeticæ ſeruãs iter agat, nempe ea quæ ab vno per binarium aſcendit, ſemper numerus dierum æqualis erit numero milliarium diurnorum primi viatoris.

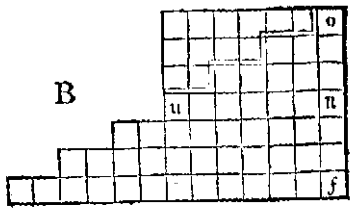
In cuius gratiam animaduertendum eſt numerus ne milliarium diurnorum primi viatoris par an impar ſit. Etenim ſi par eſt, primus viator in fine ſingulorum dierum primæ medietatis numeri omnium dierum ſecundum antecedet numero diſpari milliarium; altero verò dimidio numero dierum, à ſecundo numero etiam diſpari præteribitur, vt in ſequenti figura patet. Nam prima die, ſecundus ex primo milliare vnum ex numero pari, qui à primo conficitur detrahit; ſecunda verò die idem ſecundus, duo ſubtrahit milliaria ex diſpari, qui primo reliquus fuerat, ſicq; perpetuò diſpar remanet vſque ad vnitatem, ad quam cum peruenerint, nempe ad illius diei exitum, quo primus ſecundum vnitate tantummodò ſuperat, manifeſtè deprehendetur ſubſequente die ſecundum vnitate primum ſuperaturum, altera verò tribus vnitatibus, prout penultima die ſecundus à primo tribus vnitatibus ſuperabatur. Quare neceſſe erit, tot diebus ſecundum cum primo iter agere, inchoando ab ea die, qua ſecundus primam ſuperabit, quot egerat dum à primo ſuperaretur, vt ex communi conceptione, media figura. A. deprehendi poteſt. Quod autem ſingula dimidia dierum, dimidia ſint numeri milliarium diurnorum primi, patebit ex ſequenti figura, cogitato termino. u. n. vltimo progreſſionis ſuperatę à primo vſque ad vnitatem. e. qui terminus u.n. coniunctus primo.o.nempe. e. ſemper duplã eſt numeri terminorum.o.n. vt. 94. theoremate circa finem dictum fuit. Sed.u.n.cum.e. numero æquali conſtat numero milliarium diurnorum primi viatoris, ex quo ſequitur totum numerum dierum, quorum. o. n. dimidium eſt, æqualem eſſe numero milliarium diurnorum primi viatoris.



THEO-

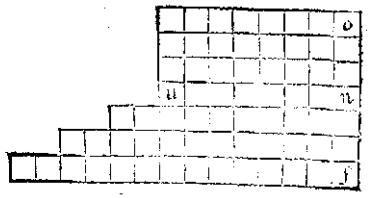
THEOREMA CVIII.

AT ſi numerus milliarium primi viatoris diſpar fuerit, ſecundum numero pari ſemper ſuperabit, vt facile erit ſequentem figuram conſideranti intelligere, ex quo illud ſequetur, futuram quandam diem, qua paria milliaria conficient. Sitque illa dies.u.n.ſequitur etiã tranſacta ea die, tot diebus vtrique ambulandum eſſe quot iter egere anteaquam ad diem. u. n. peruenirent, vt tanto numero primus à ſecundo ſuperetur quanto ſecundum primus ſuperauerat, vnde totalis numerus.o.f. minor erit duplo.o. n. vnitate, ex communi conceptione,ſed ita etiam ſe habet terminus.u.n.hoc eſt minor duplo.o.n.per. o. vt 94.theoremate dictum fuit, itaque.o.f. æqualis erit.u.n.quod erat propoſitum.



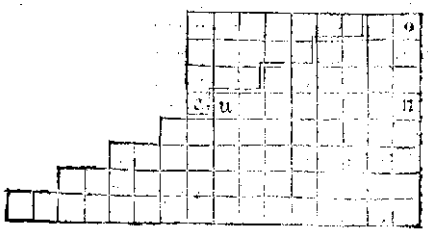
THEOREMA CIX.

SIN verò progreſſio ſecundi viatoris, non ab vnitate ſed à binario inchoata, per binarium quoque aſcenderet, numeruſq; milliarium diurnorum primi viatoris par eſſet, abſque dubio quadam die paria milliaria vterq; conficeret, quę ſigni ficetur.u.n.qua tranſacta,tot diebus vtrique ambulãdum erit quot fuerũt dũ primus ſecundum ſuperaret, vt totidem alijs primus à ſecundo ſuperetur, in qua tamen progreſſione,terminus.u.n.ſemper duplus eſt numero terminorum.o.n.ex.95.theoremate torq; ſunt infra.u.n. termini vſque ad.f.quot ſupra.ex quo illud ſequitur,omnes terminos aut dies.o.n.f.pauciores eſſe u.n.vnitate, atque ita præcipit regula detrahendam eſſe vnitatem ex numero milliarium diurnorum primi viatoris, ſi dierum numerum habere voluerimus.



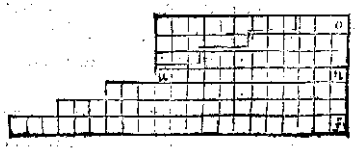
THEOREMA CX.

SED ſi in eiuſmodi progreſſione, numerus milliarium diurnorum primi viatoris, diſpar fuerit, patet quòd primus ſecundum numero diſpari ſuperabit, donec ad vnitatem perueniatur viciſſimq; primum ſecundus, inchoando ab vnitate, quare nulla vnquã die paria milliaria vterque conficiet, ſit itaque vltima dies qua primus ſecundum vnitatem antecedit.u. n. qui terminus duplus eſt numero terminorum o.n.& cum illa die primus ſecundum milliario antecedat,ſequente verò à ſecundo milliario vno primus antecedatur, ex communi ſcientia neceſſe eſt ſecundum tot diebus cũ primo iter agere quot ſunt .o.n.qui ſimul æquales erunt. u.n.ſed.u.n.minor eſt numero milliarium diurnorum primi vnitate. e. Itaque rectè ſequemur regulam, quæ iubet ex numero milliarium vnitatem demere, quo numerum dierum habere poſſimus.



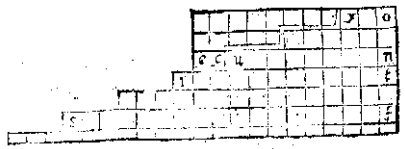
THEOREMA CXI.

SI verò ſecundi viatoris progreſſio per ternatium aſcenderet, ſumpto initio ab ipſo ternario,animaduertendum eſt an numerus milliarium diurnorum primi, ternario menſuretur nec ne, etenim ſi menſuretur, tandem aliquando paria milliaria conficient,quæ dies ſit.u.n.quare ſub u. n. totidem quot ſupra termini erũt, & cũ. o.n.tertia ſit pars.u.n.ex.95.theoremate. Itaque tota. o. f. minor erit duabus tertijs. u. n. vnitate, vt iam rectè ſumendæ ſint duæ tertiæ partes.u.n. ex quibus vnitas detrahatur ſuperſitque numerus. o.f. dierum quæſitorum.



THEOREMA CXII.

CVM verò milliarium numerus primi viatoris metiri non poterit à numero aſcendente ſecundi,patet nullam futuram diem qua pari milliaria conficient, quare illa vltima qua primus ſecundum antecedet, vno aut duobus milliaribus antecedet in præſenti caſu. Antecedat itaque duobus milliaribus, ſitq; dies.u.n.& altera.t.i.ſecundus primum vno milliari ſuperabit, ita quod ſub.t.i. non poterunt plures integros dies iter agere, quam ambulauerunt ante diem. u.n. hoc eſt vſquequo ſecundus iunctus ſit primo, qui numerus dierum, tertia parte.o.n.ipſius.u.n.vnitate minor erit,cum ex. 95.theoremate.o.n.ſit tertia pars. u.n.ex quo numerus. o. f. terminorum aut dierum integrorum cognitus erit, qui ſi cum numero aſcendente cognoſcetur, ſtatim ex. 99. theoremate deueniemus in cognitionem vltimi diei integri.s.f.atque ita etiam totius ſummæ progreſſionis ex. 95.theoremate. Iam verò cognito numero milliarium diurnorum primi,ſimul cum numero terminorum, aut dierum conſequenter nouerimus rectanguli ſummam, hoc eſt productum à primo viatore formatum, quarum duarum ſummarum in præſenti caſu ſemper ea, quæ huiuſmodi producti eſt, maior erit, cum conſtitutum fuerit ſecundum viatorem à primo ſuperari ipſa die. u.n.vno milliari amplius quam ſequente die.t.i.primus à ſecundo ſuperatur, tum pari gradu iter egerunt ſub.t.i. quo ſupra.u.n. ambulauerant. Hoc animaduertendo, quòd ſi ſumma progreſſionis maior eſſet rectangulo, ex ea ſumma neceſſe eſſet numerũ milliarium vltimi termini in ſumma incluſi detrahere, & reſiduo operari. Nunc verò ſummam progreſſionis ex ſumma rectanguli à primo viatore facti ſubtrahi debet,reſiduumq; ſeruari voceturq;



pri-

primũ reſiduũ. Ad hæc numerũ milliariorũ, quæ ſecũdus viator die ſeqẽnti.s.f.confi ciet ſumaſ,ex quo numerus milliariũ diurnorũ primi detrahatur,reſiduũq; pariter re ſeruetur, vocetur q; ſecundum reſiduum,poſtmodum numerum milliarium primi vnius diei multiplicetur per primum reſiduum ſeruatum, productumq; per ſecundũ reſiduum diuidatur.a.c.proueniẽs (ꝙ erit iter primi in ſequenti die) iungatur reſiduo primo, tot enim erunt milliaria conficienda a ſecundo ſequenti die, vt ſeſe conſequantur.

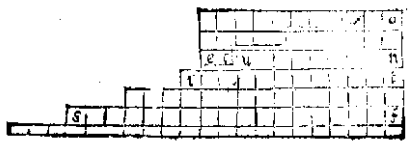
Vt autem ſciamus quantam partem diei ſeqẽntis,ſingulos itinere agere oporteat, proueniẽs per. 24. horas multiplicetur(ſuppoſito quod ambulãtes nullã requiẽ nec die nec nocte capiãt) ꝓductũq; ꝙ numerũ milliariorum vuius diei primi viatoris diuidatur,ex quo dabitur quãtas horarũ,& pars horæ, qua cuiq; illa die ambulandũ eſt. Idem accideret ſi primum reſiduum reſeruatum cum proueniente in ſummam colligeretur, eaq; ſumma per.24.horas multiplicaretur, productumq; per numerũ milliariorum ſequenti die à ſecundo conficiendorum diuideretur. Idipſum quoque eueniret multiplicato primo reſiduo per. 24. & producto per ſecundum reſiduum diuiſo.

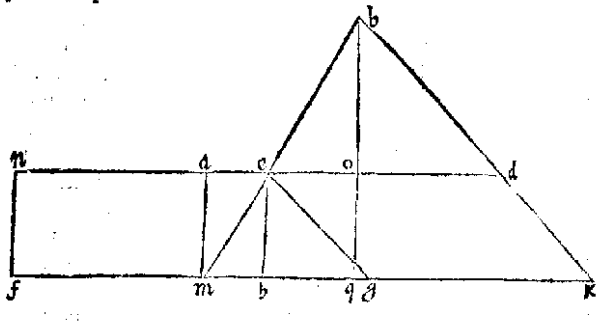
Exempli gratia,primus viator diurna milliaria vndecim conficit, ſecundus,prima die tria,ſecunda. 6.tertia.9.atq; ita deinceps, diuidatur ergo. 11. per. 3. vnde pro numero.o.n.dabitur.3.ſupercritq;. 2.quare u.n.ab.e. n.duobus milliaribus ſuperabitur, et.i.t.dictum. e.n.vno milliario, ex quo ante diem.e.u.n. duobus diebus iter egerunt, totq; diebus ambulandum erit poſt.t.i.hoc eſt.6.in vniuerſum integris. Ad hęc multiplicato.o.f.hoc eſt.6.per.x.o.hoc eſt.3.habebimus.s.f.milliariorũ 18.tũ cõiũcto.x.o.primo termino hoc eſt.3. cũ.s.f.hoc eſt.18.vltimo termino,habebimus.21.quo multiplicato cũ dimidio.o.f.hoc eſt. 3. habebimus totam ſummam progreſſionis.63.ſex dierum integrorum ex.94.theoremate,tum multiplicato. 11. nempe numero milliariorũ diurnorum primi cum.6.hoc eſt cum.o.f.habebimus parallelogrammum à primo ſex diebus integris confectum milliariorum. 66. ex quo detracta.63. ſumma inquam progreſſionis,ſupercrit pro primo reſiduo. 3. ſumptis poſtea milliaribus. 21.pro itinere,quod ſecundus die ſequenti.s. f. conficeret. & ex ijs detracto numero milliariorũ diurnorum primi, nempe.11.ſecundum reſiduum erit.10. quod pro diuidenti ſeruabitur. Iam multiplicato.11.cum primo reſiduo. 3.dabitur.33.qui diuiſus per.10.ſecundum reſiduum profert.3.cum tribus decimis, eritq; iter à primo viatore ſequenti die conficiendum, hoc etiam ipſum proueniens cum primo reſiduo.3.coniunctum,dat.6.cum tribus decimis, quod eſt iter ſecundi viatoris illa ſequenti die. Ad inueniendam autem quantitatem diei, qua vtrinque ambulandum eſt, perinde erit multiplicare proueniens.3.& tres decimas per.24.horas, & productum per.11.dimidium iter primi viatoris partiri, ac multiplicare ſummam.6.& tres decimas cum.24.horis,productumq; diuidere per.21.hoc eſt per iter ſecundi viatoris ſequentis diei, vtrinque enim ſemper ſeptem horæ cum. 12. minutis prouenient. Idipſum accidet multiplicato per.24.horas primo reſiduo. 3. productoq; diuiſo per ſecundum reſiduum.10.

Quarum ſpeculationum gratia, totum iter parallelogrammi primi viatoris dierum integrorum ſignificetur linea.n.e.ſumma verò progreſſionis ſecundi linea.f.m. parallela.n.e.eritq;.f.m.minor.n.e. Conſtituamus deinde à termino. f. n. (maioris intelligẽtię gratia) vtranque perpẽdiculariter duci, ꝓducatur deinde.n.e.donec.e. d.æqualis ſit itineri diurno primi viatoris, item etiam producatur.f.m.donec. m. e. æqualis ſit itineri à ſecundo confecto ſequenti die vltimum integrum progreſſionis,

nis, ex quo.m.k. prolixior erit.e.d. ex præ ſuppoſito. Poſtmodum.m.e.et. k.d.duabus lineis rectis coniungantur,quæ productæ concurrent in puncto. b. ducatur pariter.e.g.à puncto.e.parallela.b. k.et.m.a:e. h.et.b.q. parallelæ.f.n.ex quo.f.m.æqualis erit.n.a.et.m.h:a.e.et.h.q:e.o.et.g.k: e.d.et.f.q:n.o.ex.34.primi Eucli. vnde proportio.m.h.ad.h.q.erit vt.m.g.ad.g.k.quandoquidem vtraque æqualis eſt proportioni.m.e.ad.e.b.ex. 2.ſexti, ſed cum.m. k.et.g.k.notæ ſint, pariter cognoſcetur. m. g. ſecundum reſiduum,cum etiam notæ ſint.n.e.et.n.a. Itaque cognoſcemus.a.e.hoc eſt.m.h. cognitis verò.m.g:g.k.et.m.h.ex.15. ſexti aut.20. ſeptimi cognoſcetur. h. q.erit igitur.a.c.aut quod idem eſt.m.h primum reſiduum,et. m.g. ſecundum,et. h. q.aut.e.o.proueniens, et.n.o.et.f.q. itinera vtriuſque viatoris inter ſe æqualia.

Nec verò prætermittenda eſt ſpeculatio vltimæ rationis inueniendæ quantitatis diei, quæ conſtat ope diuiſionis producti.m.h.in.24. per. m.g. Ea autem eiuſmodi eſt. Probatum fuit ſic ſe habere.m.h ad. h. q.ut.m.g.ad.g.k.Itaque componendo ſic ſe habebit.m.q.ad.h.q.vt.m.k.ad.g.k.& permutando.m.q.ad.m.k.vt.h. q. ad. g. k. Sed cum ſic ſe habeat.m.h.ad.h.q.vt.m.g.ad.g.k.permutando ſic ſe habebit .m. h.ad.m.g.vt.h. q. ad. g. k. Itaque ex.11.quinti ita.m.h.ad. m.g. vt. m.q.ad.m.k.ex quo permutando m.h.ad.m.q.vt.m.g.ad. m. k. ſed cũ.m.k. ſit motus toti diei reſpondens, ſecurè dicere poterimus,ſi m. g. talis eſt reſpectu horarum. 24.ſignificatarum per.m.k.qualis erit.m. h.& quotæ parti diei reſpondens : quæ poſtmodũ erit. m. q. quæ,vt dictũ fuit,talis eſt reſpectu. m . k. qualis. m. h. reſpectu.m.g.Reliquę duæ ſpeculationes priorum modorũ, vna & eadem eſt,facilisq; per ſe mediocriter intelligenti. Eodem modo reliquæ omnes progreſſiones ſecundi viatoris cũ rectangulo primi conferri ex hoc theoremate poterunt.



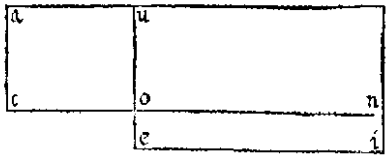


THEOREMA CXIII.

PRoponitur & aliud, primum ſcilicet viatorem iter incipere diebus aliquot antè ſecundum, primum tamen lentius,quàm ſecundum ambulare, & utrunque eorum certa quædam milliaria conficere. Iam ſi ſcire voluerimus in quot diebus ſeſe conſequentur, vulgaris regula iubet, inſpici quot milliaria primus ſolus iter agens confecerit, tum animaduerti differentiam diurnam motus vnius ab altero,atq; milliarium numerum primi viatoris ſoli abundantis per hanc differentiã diuidi,proueniens autem erit numerus dierum quæſitus.

Exempli gratia, ſi primus octo diebus antequam ſecundus iter arripuiſſet, confeciſſetq; ſingulis diebus. 20. milliaria, tum ſecundus. 25. quotidie perfeciſſet, multiplicandus eſſet numerus. 8. cum. 20. ex quo darentur. 160. milliaria à primo ſolo ambulãte confecta, quibus diuiſis per. 5. differentiam motuum diurnorum, daretur. 32. numerus quæſitus dierum.

Cuius ratio apertiſſima eſt. Sint enim duo rectanguli. a.n. et. u.i. æquales inter ſe, quibus motus itinerarium ſignificentur, quorum. a.n. ſit primi, et. u.i. ſecundi, præterea. a.c. numerum milliarium diurnorum primi. et. u.e. ſecundi, ex quo. a.c. minor erit. u.e. per. o.e. atque ita. o.e. cognoſcetur. Tum. c.o. numerum dierũ primi ſoli iter agentis denotet, cũq; conſtituamus. a.n. æqualem eſſe. u.i. o.i. æqualis erit. o.a. atque. o.a. cognitus ex ſuis producentibus. a.c. et. c.o. itaque. o.i. etiam cognitus, qui diuiſus per latus cognitum. o.e. dabit. e.i. cognitum numerum ſcilicet dierum, quibus ſecundo ambulandum eſt, vt primum conſequatur.



APPENDIX THEOREM. CXIII.

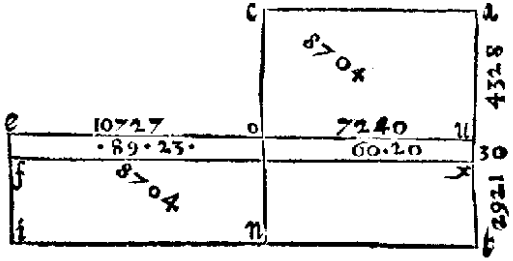
AB hoc theoremate ſumpſi ordinem illius operationis, numeris mediantibus, ad inueniendam exactam temporis quantitatem, ſeu interuallum, q̃ tranſit, vel intercedit inter vnam mediocrem coniunctionem & aliam proximam ſequentẽ duorum planetarum, vt patet in epiſtola noſtra ad Illuſtrem Bernardum Trottum contra Benedictum Alrauillam reprehenſorem Ephemeridum. Verum tamen eſt q̃ cum praxis huiuſmodi theorematis ſit multiplex, viſum fuit vnam proponere, q̃ ę non ita perſpicua ſit, ſed ſubobſcura, non quòd aliquid voluerim latere illum ami cum mihi dilectiſſimum, cui priuatim omnes modos prius oſtenderam, ſed vt cerebrum illius mei aduerſarij in laberintum conijcerem inextricabilem vt feci, quamuis modus ille egregius etiam ſit, vt nunc oſtendam.

In dicta epiſtola igitur mente cogitaui medium motum tardioris planetæ, puta ſaturni, illius temporis quo velocior planera, ſcilicet Iupiter, percurrit ſuo medio motu totum zodiacum, incipiendo ambo eodem temporis puncto, nec non ab vna eorum media coniunctione, hoc eſt ab eodem zodiaci puncto, in quo coniunctę fuerunt eorum lineæ mediorum motuum, vbi inueni vi regulæ de tribus, quòd Saturnus ſpacio dierum vnius mediocris reuolutionis Iouis, qui ſunt. 4328. progreditur medio motu gra. 145. min. 4. hoc eſt min. 8704. poſito quòd ipſe Saturnus perficiat vnam mediam reuolutionem ſpacio dierum. 10740. vt diximus. Incipiendo igitur iterum Iupiter aliam reuolutionem percurrere, reperto Saturno per min. 8704. ante ipſum ſpacio. 4328. dierum, certus eram hos dies ſignificatos eſſe à linea. a.u. vel. c.o. (æquales enim inuicem ſunt) in figura huiuſmodi theorematis, & quòd rectangulum. a.o. præbebat ſummam graduum. 145. min. 4. hoc eſt min. 8704. et quòd. a.c. vel. o.u. ſignificabat iter vnius diei ipſius Saturni, et. u.e. iter vnius diei Iouis. Cogitemus nunc. u.x. ſignificari dies. 30. & à puncto. x. productam eſſe. x.f. parallelam ipſi u.o.e. vnde certi erimus rectangulum. e.x. ſignificare iter Iouis ſpacio temporis dierum. 30. rectangulum verò. o.x. iter Saturni eodem temporis interuallo, vnde rectangulum.

gulum. e.x. erit minutorum. 149. & ſecundorum. 43. et. o.x. minutorum. 60. & ſecun. 20. vt in dicta epiſtola, vnde rectangulum. o.f. erit min. 89. & ſecun. 23. & quia rectangulum. o.i. æquale eſt rectangulo a.o. ergo. o.i. ſimiliter continebit min. 8704. Nunc quia. a.c. vel. o.u. denotat iter vnius diei Saturni et. u.e. vnius diei Iouis vt diximus ergo. u.o. erit minutorum. 2. ſecun. o. & tertiarum. 40. videlicet tertiarum. 7240. ſuppoſito periodo totali ipſius Saturni dierum. 10740. et. u.e. erit minutorũ. 4. ſecun. 59. & ter. 27. vel circa hoc eſt tertiarum. 17967. vnde. o.e. erit tertiarum. 10727. Nunc ſi dixerimus cum. o.e. tertiarum. 10727. dat. o.u. vel. a.c. (nam tam vna quam altera eſt tertiarum. 7240.) quid dabit. a.u. vel. o.c. (quia tam vna quam altera eſt partium. 4328.) clarum erit quòd dabit. o.n. vel. u.t. uel. e.i. quia tam vna quam altera erit partium. 2921. quæ partes coniunctæ cum fuerint cum partibus ipſius. a.u. dabunt totam. a.t. partiũ. 7249. quæ erunt tot dies, hoc eſt periodus quæſita.

Alia methodo ſimiliter poſſumus idem cognoſcere, ſcilicet dicendo ſi rectangulum. f.o. quod eſt minutorum. 89. & ſecun. 23. hoc eſt ſecundorum. 5363. dat rectangulum. o.x. minutorum. 60. & ſecun. 20. hoc eſt ſecun. 3620. quid dabit. a.u. partium 4328. vnde veniet. u.t. partium. 2921. ſimiliter, eo quod eadem proportio eſt rectanguli. f.o. ad. o.x. quæ. e.o. ad. o.u. ex prima ſexti, vel. 18. 19. ſeptimi ſeu. 15. quinti.

Poſſet etiam aliquis dicere ſi. f.o. dat. o.x. quid dabit. o.a. vnde veniet. o.t. quo diuiſo per. o.u. daret. u.t. quia ita ſe habet. a.o. ad. o.t. vt. a.u. ad. u.t. ex ſupra hic iam citatis.



Sed ego, in dicta epiſtola, aliam methodum obſeruaui, quæ eſt multiplicando minuta. 8704. per. 30. productumq; diuiſi per min. 5363. quaſi dicens. Si. o.f. dat. o.i. quid dabit. e.f. Vnde ex iam ſupradictis propoſitionibus veniet. e.i. & quia permutando ita ſe habet. o.f. ad. e.f. vt. o.i. ad. e.i. ideo dixi, ſi min. 89. cum ſecun. 23. dat. 30 quid dabit min. 8704.

THEOREMA CXIIII.

PRoponunt veteres & quærunt aliud, nempe ſi duo iter agentes, eodem inſtanti diuerſis è locis proficiſcantur, ita vt vnus locum vnde alter profectus eſt petat, alterq; altero velocior ſit, quo loco quáue die ſibi inuicem occurrent.

Exempli gratia, Patauio profectus quidam Taurinum petit, eodem inſtanti alter Taurino Patauium, eſtq; iter. 400. milliarium, ille tamen vndecim diebus, hic 9. motu regulari & vniformi appellit. Quærimus quot milliaria quiſque confecerit, quotq; diebus iter egerit, priuſquam ſibi occurrant.

Iubent nos veteres dies vtriuſque inuicem inter ſe multiplicare, eritq; productum. 99. item etiam in ſummam colligere, eritq; ſumma. 20. per quam productũ. 99. diuiſerimus dabuntur dies. 4. cum. 19. vigeſimis vnius diei. At pro milliaribus vtriuſque, pro eo qui. 11. diebus iter conficit, multiplicatis. 400. per. 4 et. 19. vigeſimis, tum diuiſo per. 11. dabitur numerus. 180. à Patauio Taurinum & è contra, qui

Taurino Patauium. 220. quæ quisque confecerit.

Dum autem hæc specularer attentius, occurrit alius soluendi modus, quamuis prolixior. Is aũt est eiusmodi. Accipiaſ medietas minoris numeri dierũ, nẽpe. 4. cũ dimidio, & per. 400. multiplicetur, productũq; per maiorẽ numerum diuidemus scilicet 11. ex quo dabuntur. 163. cum. 7. vndecimis, quo prouenientẽ è dimidio milliariorũ itineris. 200. detracto, & p̃ resid nũ nẽpe. 36. cũ. 4. vndecimis multiplicato producto q; diuiso p̃ summã dimidij itineris. 200. cũ primo prouẽtu. 163. et. 7. vndecimis nẽpe p̃. 363. et. 7. vndecimas partes ꝓueniet. 16. cũ. 4. vndecimis, quo cõiuncto primo ꝓueniẽti, primus. 180. milliaria cõfecerit, quæ è. 400. detracta supererunt. 220. pro itinere secundi, qui. 9. diebus iter absoluit. Ad hæc si tempus scire velimus eius, qui. 11. diebus appellit, multiplicabimus. 11. cum. 180. productumq; per. 400. partiemur, prouenientq; paulominus, quam quinque dies, nempe. 4. cum. 22. horis et. 48. minutis, quod tempus vtrique viatori inseruiet, quandoquidem idipsum prouenit multiplicato. 220. per. 9. productoq; per. 400, diuiso.

Huius autem, qui à me prę sc ibitur modi, speculatio talis est. Duo termini duabus rectis lineis æqualibus, & parallelis inter se. b. p. et. d. q. significentur, quæ alijs duabus. b. d. et. q. p. coniungant̃, quę parallelæ & æquales erunt ex. 33. primi, quibus signi ficentur duo itinera. Viator primus quidem lentior à. b in. d. velocior à. q. in. p. Iam sumatur punctũ medium. q. p. sit q;. k. & ab ipso ad. b. d. ducatur. k. i. parallela. d. q. aut b. p. quod idem est, ex quo. b. i. æqualis erit. p. κ. ex. 34. primi, hoc est. q. k. certiq; erimus primum viatorem. q. p. in dimidio itineris. q. k. occurrere non potuisse viatori ip sius. b. i. quandoquidem eo tempore, quo is, qui ipsius. q. p. mouetur per. q. k. (cum sit altero velocior) qui per. b. d. nondum peruenerit ad. i: Sit itaque punctum. c. in quo lentior reperitur, dum velocior est in. κ. ex quo certi erimus eos inter. c. et. i. sibi inuicem obuiaturos esse. Cogito deinde rectam lineam ductam. κ. c. & ut se habet. i. c. ad. c. b. ita cogito se habere. n. κ. ad. κ. q. & à puncto. u. ad. i. duco. u. i. quæ, vt manifestum est, lineam. κ. c. in puncto. e. interſecabit, à quo cum fuerit ducta. e. o. n. parallela κ. i. habebimus. o. n. ea scilicet puncta, quibus occurrunt sib ipsis, nam cum sic se habeat. q. κ. ad. κ. u. vt. b. c. ad. c. i. et. κ. u. ad. κ. n. vt. c. i. ad. c. o. ex similitudine manifesta triangulorum, ex æqualitate proportionum sic se habebit. q. κ. ad. κ. n. vt. b. c. ad. c. o. & permutando ita. κ. q. ad. b. c. vt. κ. n. ad. c. o. & cum. q. κ. et. b. c. spatia sint temporibus æqualibus confecta, itaque spatia. κ. n. et. c. o. ex communi scientia temporibus æqualibus conficientur.

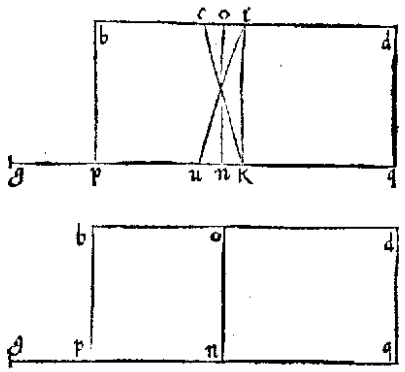
Quare rectè dicimus, si tot diebus à. b. in. d. aliquis peruenit, quot milliaria in dimidio temporis alterius viatoris idem conficiet? ex quo ex regula de tribus quam primum iter. b. c. cognoscitur, quo ex dimidio itineris detracto, remanet. c. i. cognitus, sed cum probauerimus. q. κ. ad. κ. n. hoc est. i. o. (cum sint æquales inter se, ex. 34 primi) ita se habere. vt. b. c. ad. c. o. permutando sic se habebit. q. κ. ad. b. c. vt. i. o. ad. o. c. & cõponendo. q. κ. et. b. c. ad. b. c. vt. i. c. ad. c. o. quare rectè dicimus si summa. q. κ. cum. b. c. dat. b. c. quid dabit. i. c? nempe dabit. c. o. quo coniuncto cum. b. c. cognoscitur. b. o. quo. b. o. detracto ex. b. d. remaner cognitus. o. d. nempe. q. n. illi æqualis ex. 34. prædicta. Gratia verò tẽporis paret nos rectè dicere si. b. d. tot diebus absolui tur, aut etiam. q. p: quo. b. o. aut. q. n. absoluetur.

Vt autem ad speculationem regulæ antiquorum deueniamus, cogitemus primum viatorem ipsius. q. p. velociorem eo, qui per. b. d. iter agit, tanto tempore prætergredi. p. quanto alter. b. d. absoluit. Is autem ad. g. perringat, ex quo eadem proportio spacij. q. g. ad. q. p. hoc est. b. d. dabitur, quæ temporis quo. b. d. absoluitur ab

eo

eo qui per. b. d. ad tempus quo. q. p. solum, qui per. q. p. mouetur (motus enim continui regulares & vniformes constituuntur) eadem ratione itaque ea erit proportio. q. κ. ad. b. c. quæ. q. g. ad. q. p. & cum probatum fuerit ita se habere. κ. n. ad. c. o. vt. q. κ. ad. b. c. itaque sic se habebit. κ. n. ad. c. o. ut. q. g. ad. q. p. probatum etiam fuit ita se habere. q. κ. ad. κ. n. vt. b. c. ad. c. o. ex quo componendo sic se habebit. q. n. ad. n. κ. vt. b. o. ad. o. c. & permutando ita. q. n. ad. b. o. vt. κ. n. ad. c. o. hoc est. q. g. ad. q. p. nempe vt tempus lenti ad tempus velocis itinerantis, & componendo ita. q. n. cum. o. b. hoc est. b. d. ad. b. o. vt summa dierũ vnius & alterius viatoris ad minorẽ numerũ dierũ velocioris. Breuiter itaq; obtineremus intentũ qñ diceremus si summa dierum, quibus iter agitur à viatoribus talis est (20) respectu numeri dierum velocioris (9) qualis & cui respõdebit totum spacium. b. d? vnde dabitur spacium. b. o. vnde reliqua omnia nobis cognita emergent.

Cum autem antiquorum regula iubeat numerum dierum vnius, cum numero dierum alterius multiplicari, ac postmodum diuidi productum per summam omnium dierum, rectè id quidem fit. Nam cum sic se habeat. b. d. ad. b. o. vt summa omnium dierum ad minorem quantitatem dierum velocioris scilicet. Ideo temporis proportio à mobili per. b. d. absumpti ad tempus mobilis per. b. o. eadem erit, quæ summæ omnium dierum ad numerum dierum velocioris. Quare rectè dicemus, si eiusmodi summa talem respectum habet ad minorem numerum dierum, quem numerum respiciet dies ipsius. b. d? ex quo proferentur dies respondentes ipsi. b. o. cætera iam dicta fuerunt.



Huiusmodi verò speculationis amplitudo ad pauciſſima verba reduci potest, in cuius gratiã sit subscripta figura pars inquã precedentis, in qua cõstituam⁹. o. n. locũ cũ esse quo sibi viatores obuient, ex quo spacium. q. n. à suo viatore conficietur, eo ipso tempore, quo à suo spacium b. o. ita que eadem erit proportio. q. n. ad. b. o. quæ. q. g. ad. b. d. eadem erit inquã proportio. d. o. ad. o. b. quæ numeri dierum eius, qui à. b. pergit in. d. ad numerum dierum alterius qui à. q. in p. proficiscitur, & componendo eadẽ erit proportio. d. b. ad. b. o. quæ summæ dierum ad minorem numerum ipsorum, & eadem quæ dierum. b. d. ad dies ipsius. b. o.

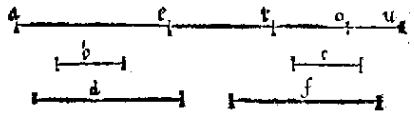
THEOREMA CXV.

CIRCA hæc ipsa itinera aliud quæritur peruenustè, in quo quæsito illud constituitur cognitum esse, nempe interuallum inter duo diuersa loca, è quibus duo viatores eodem instanti vt sibi occurrant proficiscuntur, certaq; milliaria singulis diebus conficiant, ita tamen, ut unus ordinatè plura altero ambulet, quæritur deinde quoto die sibi occurrent. Hoc autem fit diuiso toto interuallo locorum per summam milliariorum quam vterque quotidie absoluit.

Exem-

Exempli gratia, distant loca. 100. milliaribus à se inuicem : vnus autem viator singulis diebus. 15 milliaria, alter. 10. conficit si itaque. 15. cum. 10. cõiugamus, summa erit. 25. per quã diuisis milliaribus. 100. totus intervalli proferetur. 4. numerus quæsitus dierum quo viatoribus iter agendum erit prius quam sibi obuient.

In cuius speculationis gratiam totum iter significetur linea. a. u: prima autem viatoris iter diurnum sit. a e. & alterius. u. o: terminus verò. i. sit occursus ita vt eodem tempore, alter spacium. a. i. alter. u. i. confecerit, spacij autem. a. e. tempus per. b. significetur & tempus spacij. u. o. per. c. quæ tempora erunt inter se æqualia, porro spacij. a. i. tempus per. d. & spacij. u. i. per. f. denoretur, æqualibus inquam, ex quo eadem proportio erit. a. e. ad. a. i. quæ. b. ad. d. et. o. u. ad. u. i. quæ c. ad. f. vnde permutando eadem erit proportio itineris ipsius. b. ad iter ipsius. c. quæ itineris. d. ad iter ipsius. f. & componendo itinerum ipsius. b. c. ad iter. c. vt itinerum. d. f. ad iter. f. & permutando itinerum b. c. ad itinera. d. f. vt itineris. c. ad. iter ipsius. f. meritò itaque quæritur si itinera. b. c. dat itinera. d. f. quid dabit tempus. c. nempe dabit tempus. f. sed. c. signatum est pro vna die, quare in proposito exemplo. f. significabit 4. dies.



THEOREMA CXVI.

ANtiquorum monumentis traditum motum reperimus diuinandi numeri quem quis mente conceperit, quo iubemus eum qui numerum cogitauerit, dimidium cogitari numeri addere cogitato, atque huic summæ, rursus eiusdem summę dimidium adiungere, tum quærimus, quoties noueratius totam eam summam ingrediatur patefactis fractis si qui occurrant.

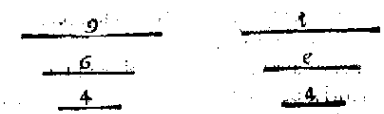
Exempli gratia, si quis cogitasset numerum. 12. iubebant huic dimidium addi, nempe. 6. ex quo summa erat. 18. iubebant, præterea dimidium huius summæ nempe. 9. toti summæ adiungi, quæ fuisset. 27. adhæc quærebant sibi patefieri quoties. 9. summam prædictam ingrederetur, & si in prima aut secunda diuisione aut etiã vtraque, fracti reperirentur, ac quoties nouem vltimam summam ingrediebatur, toties. 4. multiplicabant. Quod si in prima diuisione fracti erant, vltimo producto addebant vnitatem; sin verò in secunda, binarium adiungebant, ex quo exactus numerus quæsitus proferebatur.

Pro cuius rei ratione sit. a. numerus cogitatione comprehensus et. c. ipsius. a. cum eiusdem medietate summa et. i. ipsius. e. cum eiusdem medietate itidem summa, vnde. i. e. a. tres numeri continui proportionales, in sesquialtera proportione euadent. Sumantur nunc tres numeri. 4. 6. 9. in eadem proportionalitate. Vnde ratione equalitatis proportionum ita se habebit. i. ad. a. quẽadmodum. 9. ad. 4. & permutando. i. ad. 9. quemadmodum. a. ad. 4. & ob id. 4. toties ingredietur. a. quoties. 9. ipsam. i. Sed quia sæpe contingit, vt in secunda diuisione, aut in ambabus etiam diuisionibus reperiantur numeri fracti, animaduertendum est numerum animo comprehensum. a. scilicet aut parem aut imparem semper futurum. Si par est, aut multiplex erit ad. 4. aut non. Si priori modo se habebit in duabus diuisionibus, nullus numerus fractus admitteretur, sed si ad. 4. multiplex non erit, à multiplicibus per duo semper differet, & si per medium diuidatur, eiusdem medietas impar semper erit, vnde prior quoque summa par nunquam existet, cuius medietatem aliquod medium semper ingredietur, & hanc ob causam posterior summa cum fracto semper erit, & numerum desumptum maiorem esse multiplici ad quatuor per duo significabit.

At verò si inter impares reponatur, aut eorum erit qui superant multiplicem ipsius quatuor per vnum, seu per tria, quod hinc innotescet, nempe, quia si eorum erit qui dictum multiplicem per vnum tantum vincunt, sua medietate ipsi numero addita, & præter hanc medietatem medio etiam integro adiuncto, tota hæc prior summa in numerum parem semper euadet, vnde in posteriori summa nullus numerus fractus conspicietur, & hanc ob causã multiplici ipsius. 4. vnitas semper addetur.

Sed si numerus desumptus, in serie eorum, qui multiplicem ipsius. 4. per tria superant, collocabitur, hinc comprehendetur, quia primæ summæ numerus cum media vnitate semper impar erit, vnde secunda summa præter integras cum media vnitate nobis semper occurret.

Quod autem nobis prodere faciamus an in prima diuisione, & secunda numerus aliquis fractus constitat, eò tantum nobis inseruit, quò deueniamus in cognitionem an numerus animo conceptus multiplicem ipsius. 4. per vnum, per duo, aut tria superet. Quòd etiam medias eas vnitates ad integros reducere faciamus, eò tantum refertur, vt minori labore eum, qui numerum imaginatione comprehendit, oneremus, quia reuera numerus impar nunquam mente concipi potest, quin aliquis fractus in prima diuisione, aut in secunda sequatur: vnde à numeris imparibus, qui multiplicem ipsius. 4. unitatis tantum excessu superãt, posterior summa cũ quarta parte vnitatis, præter integros numeros, & ab imparibus qui dictum multiplicem ipsius. 4. per tria vincunt, cum tribus quartis vnius integri præter integras vnitates; & à numeris paribus, qui multiplicem ipsius. 4. per duo cum medietate vnitatis præter integros semper procedit. Ita cum is qui numerum secum considerat, si in numeris fractis versatus esset, qui eum interrogat prudenter se gereret, si sibi declarari curaret, quis nam ex fractis super integros secũdæ sũmæ remaneret, quia p quot quarta integros secũdæ summæ superaret, per totidẽ integros numerus mente conceptus multiplicem ipsius. 4. superaret.

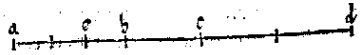


THEOREMA CXVII.

VNDE fiat, vt si aliquis quemuis numerum animo comprehendat, eique numero alium etiam quemlibet numerum propositum addat, & à tertia parte huius summæ tertiam partem numeri imaginati detrahet, residuum secundi numeri adiuncti, ideſt propositi, tertia pars erit.

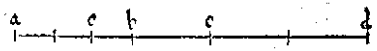
Vt exempli gratia, si aliquis de numero denario cogitasset, huicq; .24. adderet, vnde triginta quatuor efficerent, detrahendo nunc tertiam partem numeri de narij cogitatione concepti, ideſt. 3. cum tertia parte vnius, à tertia parte huius summæ ideſt ab vndecim & vna tertia parte remanerent. 8. ideſt tertia pars numeri additi. Id quod mihi inter iocos in honestorum hominum cœtu in mentem venit.

Pro cuius ratione, prior numerus imaginatus mediante linea. a. b. et is, qui additus est intercedẽte linea. b. d. è directo con-



coniunctis denotetur, er.b.c. sit tertia pars ipsius.a.b.prioris numeri imaginati,er.b c.tertia pars ipsius,b.d.secundi numeri propositi, vnde coniunctum vnius harum ter tiarum partiũ cũ alia sit.e.c. quod quidem. e.c.esse tertiam partem summæ duorum primorum idest.a.d.affero. Iam manifestum est ipsius. d.b. ad.b.c.esse quemadmo dum ipsius.a.b.ad.b.e.vnde vicissim ipsius. d.b.ad.b.a.erit quemadmodum ipsius.b. c.ad.b.e.& coniunctim ipsius.d.a.ad.a.b.quemadmodum ipsius.c.e.ad.e.b. & vicis sim ipsius.d.a.ad.c.e.quemadmodum ipsius.b.a.ad.b.e.sed proportio ipsius.b.a. ad. b.e.est tripla, ergo ea quæ est ipsius.a.d.ad.e.c.erit quoque tripla; vnde sumendo. e. c.pro tertia parte ipsius.a.d.& ab ipsa .e.c.subtrahendo tertiam partem ipsius .a. b. tertia pars ipsius.b.d.remanebit.b. c'.

Aut alio hoc modo, supponendo.e.c.tertiam partem ipsius. a.d.er.e.b. ipsius. a. b. exister. Dico.b.c.tertiam partem ipsius.b.d.futuram:quia si totius. a.d. ad totum e. c. ita se habet,quemadmodum.a.b.à toto.a.d. dissecti atque diuulsi ad.e.b.à toto. e.c.distractum, ergo ex. 19.lib.quinti Eu clid.residui.b.d.totius.a.d.ad residuum.b.c. totius.e.c.erit,vt totius.a.d.ad totũ. e. c.at- que hic quidem modus rem propositã spe culandi mihi aptior & commodior esse videtur.



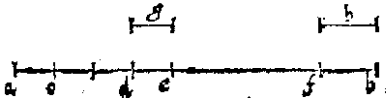
THEOREMA CXVIII.

PErmulta ac varia problemata inuenerunt antiqui,longioribus verò vijs resoluta, propterea quòd nõ semper nobis succurrit breuissima in vnaquaque re explicatio. Vt exempli gratia, proponitur numerus. 50.diuidendus in tres tales partes,quod secunda dupla sit primę,& adhuc eam superet tribus vnitatibus, tertia verò æqualis sit aggregato primæ cum secunda,& amplius ipsum aggregatum superet quinque vnitatibus.

Ad hoc autem quæsitum soluendum antiqui vtebantur regula falsi, quod reuera breuiori modo potest solui, videlicet detra hendo illud secundum excessum, quinque scilicet ex. 50.ita vt nobis.45. remaneret,cui medietati hoc est.22.cum dimidia vnitate,si addiderimus illud quinque habebimus. 27.cum dimidia vnitate pro tertia parte quæsita ipsius numeri. 50. deinde si ab eodem numero. 22. cum dimidia vnitate detractum fuerit illud. 3. primus excessus datus, remanebit. 19. cum dimidia vnitate, cuius tertia pars,hoc est. 6. cum dimidia vnitate, prima pars, ex tribus quæsita erit, quæ quidem si detraxerimus ex. 19. cum dimidia vnitate, reliquum erit. 13.cui cũ additus fuerit primus excessus idest. 3. Iam propositum resultabit nobis. 16. pro secunda parte quæsita.

Ratio verò huiusmodi operationis talis est, sit verbi gratia totalis numerus propositus significatus per lineam.a.b.cuius secundæ partis numerus datus significetur per lineam.g.& numerus tertiæ partis propositus per lineam.h.Nunc dempta. h. ex a.b.nobis cognita,remanebit.f.a.qua quidẽ per æqualia imaginatione diuisa in pun cto. e. & ipsi. e. f. addita, f. b. tota. e.b.nobis cognita erit, quæ quidem tertia pars quæsita ipsius.a.b,erit,propterea quòd.a.e. (quæ æqualis est ipsi. e. f.) erit summa primæ, & secundæ partis. Detrahatur postea.g.ex.e.a. & remanebit.d.a.cuius tertia pars sit.a.c.quæ quidem prima pars quæsita erit, & nunc cognita, & ita.c.d. cognita, cui cum addita fuerit. d. e. habebimus secundam partem quæsitam, quæ compo-

componitur ex.d.c.dupla.ad. a. c. primam partem, & ex.d. e.numero dato. tertia verò pars.e.b.composita est ex. e.f.æquali.a.e.hoc est æquali composito ex prima, & secunda parte, & ex. f. b. numero dato vt proponebatur.

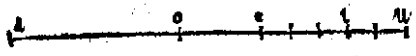


THEOREMA CXIX.

INter alia problemata ab antiquis inuenta, hoc etiam ponitur. Aliquis interrogat quot sint horæ, alius verò respondit tot esse, quot duæ tertiæ præteriti temporis simul iuncta cum tribus quintis futuri temporis totius diei naturalis efficiunt. Nunc quæritur quot sint horę.

Antiqui, hoc etiam problema soluebant mediante regula falsi, sed mihi alio modo soluendum esse dictum problema videtur. Accipio enim ex quinque, tres vnitates, pro parte futuri temporis, quas quidem in tres vnitates præteriti temporis duco, vnde proueniunt mihi nouem vnitates, quod productum coniungo cũ quinque futuri temporis, vnde veniunt. 14.vnitates, ex regula postea de tribus ita dico si ex. 14. mihi prouenit. 9. quid resultabit ex. 24. & prouenient mihi horæ. 15.cum tribus septimis vnius horæ, hoc est minuta ferè. 26.

Pro cuius ratione, quinque vnitates, seu partes temporis futuri significentur à linea.c.u.quarum trium significentur à linea. c.i.sumpta deinde sit linea.c.o.æqualis lineæ.e.i. et.e.a.tripla sit ad.o.e.vel ad.c.i.quod idem est, vnde.a.e. composita erit ex.a.o.(hoc est ex duabus tertijs ipsius.a.c.) & ex.o.e.(hoc est ex tribus quintis ipsius.e.u.)vnde.a.u.ad.a.e.eandem rationem obtinebit, quæ.14.ad.9. propterea igitur possumus recte ratiocinari si.14.nobis dat.9.quid dabit. 24. qui quidem.24. nobis dabit. 15. cum min.26. quod rectè factum erit ex.20. septimi Euclidis.

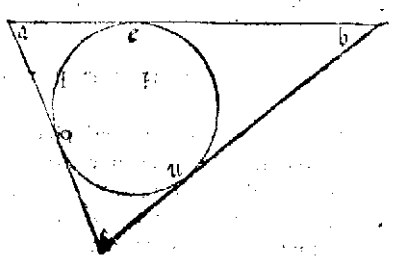


THEOREMA CXX.

SVpponunt etiam antiqui tres socios nummos habere, quorum summa primi & secundi cognita sit, item summa primi & tertij cognita & summa secundi & tertij item cognita,atque ex huiusmodi tribus aggregatis veniunt in cognitionem particularem vniuscuiusque illorum.

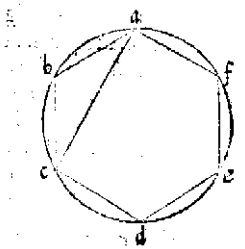
Gemafrisius soluit hoc problema ex regula falsi. At ego tali ordine progredior. Sit verbi gratia, summa primi cum secundo.50.& secundi cum tertio. 70. & primi cum tertio. 60.harum trium summarum accipiantur duæ quæuis, vt puta. 50. &.70 quæ conjunctæ simul dabunt. 120.à qua summa detrahatur reliqua, ideſt. 60. & restabit nobis. 60. cuius medietas erit.30. hoc est numerus nummorum secundi socij quo numero detracto à.70.hoc est à summa secundi cum tertio remanebit.40. hoc est numerus tertij socij, & hic numerus desumptus à. 60. residuus erit numerus primi socij.

Pro cuius ratione conſideremus triangulum hic ſubnotatum .a. b. c. cuius unumquodque latus ſignificet ſummam duorum ſociorum, vtputa latus.a. b. ſignificet ſummam primi cum ſecundo, latus verò.b.c.ſummam ſecundi cum tertio, latus autem. a. c. ſummam primi cum tertio, et.a.e.ſeu.a.o.ſit numerus primi ſocij, et. e.b.vel.b.u.ſit ſecundi ſocij,et.c.u.ſeu.c.o.ſit tertij, cum autem.a. e. æqualis ſit. a. o. et.b.e.æqualis.b.u.et.c.u. æqualis. c. o. ex ſuppoſito ſi dépta fuerit ſumma ſeu latus.a.c.datum ex aggregato laterum. a.b.cum.b.c.reliquarum ſummarum, relinquet nobis cognitum aggregatum ex.b.e.cum.b.u. Quare & eius medietas.b.e.ſiue.b.u.nobis cognita erit,qua detracta ex ſumma.b.a. relinquetur nobis cognitus numerus.a.e. detracto verò numero.a.e.hoc eſt.a.o.ex.a.c. ſumma,ſeu latus, aut.b.u.ex.b.c.remanebit o. c. ſeu.c.u.cognitus.



THEOREMA CXXI.

HAC etiam methodo hoc facere poſſumus non ſolũ de tribus ſocijs, ſed etiã de omnibus quotquot voluerís, vt exempli gratia, ſint ſex ſocij. a.b.c.d.e.f. quorum ſumma per binos cognita, vtputà ſumma numeri.a.cum.b.cognita nobis ſit, & ſumma numeri.b.cum.c.& ſumma.c. cum. d. & ſumma.d. cum.e.& ſumma.e.cum. f. neceſſe eſt etiam ſcire ſummam duorum vno relicto, vtputa ſummam.a. cum c.vt poſſimus triangulum.a.b.c.conſtituere. Vnde ex præmiſſis,cognitus numerus nobis erit vniuſcuiuſque.a. b. c. Quapropter dempto numero.c.ex ſumma.c.cum d.& numero.d.ex ſumma.d.cum.c.& numero.e.ex ſumma.e.cum.f.habebimus intentum.

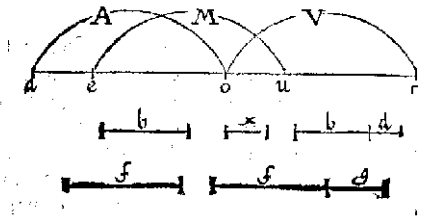


THEOREMA CXXII.

CVM aliquando, illud quod Archimedes inuenit, vt furtum Regi ab aurifabro in regia corona factum, quemadmodum ſcribit Vitruuius,proderet, contemplarer,mihi etiam viſum eſt,vt aliquem modum ſcientificum inueſtigarem,quo proportio auri ad argentum, quod in aliquo propoſito corpore ex ipſis miſto cogniti ponderis cognoſci poſſet. Et cum multos diuerſis temporibus excogitarim officio meo deeſſe nolui in iſdem literarum monumentis mandandis, quorum hic vnus erit: propoſita nobis ſint tria corpora. A. M. V. æqualia inter ſe, ſed diuerſarum ſpecierum materiei, vtputa quod. A. ſit argenteum, & omogeneum. V. verò aureum omogeneum, & M. mixtum ex auro, & argento, ideſt heterogeneum, cupimus ergo ſcire iuſtã quantitatem auri & argenti, quæ eſt in ipſo corpore. M. miſto. Ita igitur faciamus. Videamus primum quantum ſit pondus vniuſcuiuſque ipſorum corporum, ponamus autem pondus corporis. V. auri eſſe vt. 234. pondus autem

autem corporis. M. miſti.vt.216. argentei verò. A.vt. 156. detrahatur nunc pondus. A.ex pondere. V. Reliquum erit.78.quod vocetur prima differentia ſeruanda, detur etiam pondus. M. ex pondere. V. reliquum erit. 18.pro ſecunda differentia, etiam ſeruanda, multiplicetur poſteà pondus. A. per ſecundam differentiam, productum verò diuidatur per primam differentiam. Vnde in præſenti exemplo proueniet nobis, 36.quipuidem prouentus erit quantitas argenti ipſius corporis miſti. M. quo etiam detracto ex pondere totali ipſius. M. reliquum erit quantitas auri eius corporis,hoc eſt. 180.

In cuius operationis ſpeculatione, aliquid natura ſua prius cognitum præcedere oportet hoc eſt, quod omnia corpora omogenea eandem proportionem obtinent inter quantitates, quam inter pondera. Quo ſuppoſito denoretur corpus. A. linea.o.a.corpus autem.V. linea. o.c. & corpus.M. linea.e.u.ſed. e. o. ſignificet partem argenti, et.o.u.partem auri in corpore miſto. M. vnde ex communi conceptu habebimus.o.e.æqualem.u.c.cum ex hypotheſi.e.u.æqualis ſit.o.c.et. a.o. ſimiliter. Significetur poſtea pondus.a.o.ab.f.& pondus.e.u.ab.b.x.& pondus.o.c.ab.f.g.pondus verò. o.e. ab.b.pondus autem.o.u.ab.x.pondus enim.u.c.ab.b.d. et.g. ſit differentia, qua. f.g. maior eſt. f. et. d. differentia qua. b. d. maior eſt. b. Vnde ex ratione omogeneitatis eadem proportio erit.a.o.ad.e.o.vt. f.ad.b.et.o.c.ad.u.c.quæ.x.b.d.ſeu f.g.(quod idem eſt) ad.b.d.Quare ex. 11.quinti eadẽ erit proportio. f.ad.b.vt.f.g.ad.b.d.& permutando ita erit.f.ad.f.g.vt.b.ad. b. d.& ſeparando ita. f. ad. g. vt. b. ad. d. Sed. g. cognita nobis eſt, vt differentia inter.f.g,et.f:cognita nobis eſt etiam.f: cognoſcimus itidem.d. vt differentiam inter. x.b.d.et.b.x.quapropter cognoſcemus.b. ex. 20. ſeptimi Eucli. & ſic. x. reſiduum ex.b. x.



THEOREMA CXXIII.

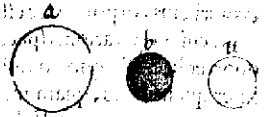
NVNC ex methodo præcedentis propoſiti deuenire poſſumus in cognitionem veræ quantitatis auri, & argenti confuſi in corona Hieronis conſtituendo primum duo corpora ſimplicia æqualia inter ſe, & coronæ hoc modo videlicet, immergendo coronam,ſeu corpus miſtum in aliquod vas aqua plenum,& diligenter colligere aquam, quæ ex eo effundetur, poſteà verò oportet aliud vas inuenire præciſæ capax illius aquæ collectæ,in quod demum infundatur tantum auri, & poſteà tantum argenti,quantum fieri poteſt, vnde vnumquodque horum duorum corporum ſimplicium æquale erit mixto, ſeu coronæ, & ſic quod dictum eſt in præcedenti theoremate exequemur.

THEOREMA CXXIIII.

SED vt breuiori methodo idem præſtemus,quod in antecedenti propoſito dictum eſt,quædam theoremata præmittenda ſunt, videlicet quòd quotieſcunque fuerint tria corpora, quorum duo inuicem æqualia ſint in quantitate, ſed diuerſa-

rum ſpecierum materiæ, tertium verò corpus maius, vel minus ſit in quantitate vtroque illorum, ſed eiuſdem materiæ vnius quod vis illorum, ponderis verò alterius, ſèper eadem proportio erit inter pondera æqualium corporum, quæ inter quantitatem corporis inæqualis, & eam quæ vnius cuiuſuis æqualium.

Exempli graria, ſit.b.corpus aliquod aureum æquale corpori.u. argenteo, ſit etiam corpus.a.argenteum maius corpore.b.vel.u.ſed ponderis eiuſdem, quod auri.b. Tunc dico eandem eſſe proportionem ponderis.b.ad pondus.u. quæ eſt magnitudinis.a. ad magnitudinem.u. Quod ratiocinemur hoc modo, nam cum proportio corporeitatis.a.ad corporeitatem.u. eadem ſit, quæ ponderis.a.ad pondus.u. ex ratione omogeneitatis, ponderis verò.b.ad pondus.u. ex.7. quinti, eadem quæ ponderis.a.ad pondus.u. ideo ex



11. eiuſdem proportio ponderis.b.ad pondus.u. eadem erit, quæ corporeitatis. a. ad corporeitatem.u. vel ad corporeitatem.b. quæ æqualis eſt alteri.

THEOREMA CXXV.

QVotieſcunque nobis propoſita fuerint duo corpora euiuſuis magnitudinis æque ponderantia, ſed diuerſarum ſpecierum materiæ, eum ſcire voluerimus proportionem ponderum illarum ſpecierum inter ipſas hoc modo faciemus.

Sint exempli gratia, duo nobis propoſita corpora.a.et.b. (vt dictum eſt) quæ ſi fuerint æqualium magnitudinum inter ſe, clarum erit quod quæritur, ſed inæqualia erunt, immergatur vnumquodq; eorum in vas aqua plenum, & collecta ſit aqua effuſa ab vnoquoque illorum, tunc vnaquæq; iſtarum aquarum æqualis magnitudinis erit ſui corporis impellentis, & proportio ponderoſitatis illarum eadem erit, quæ earum magnitudinum ex omogeneitate, quapropter ſi vnamquamque illarum ponderabimus, habebimus propoſitum ex præcedenti theoremate.

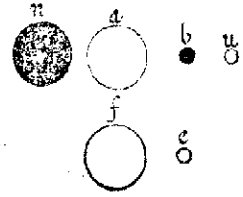
THEOREMA CXXVI.

SED cum ſcire voluerimus pondus alicuius magnitudinis æquæ æqualis alicui corpori ponderoſo, breuiſſimus modus erit ponderando ipſum corpus tam in aere, quàm in aqua, & quia ſemper leuius erit in aqua, tunc differentia ponderum ipſius corporis, erit pondus quæſitum, hoc eſt vnius corporis aquei æqualis magnitudinis magnitudini corporis propoſiti ex. 7. propoſitione lib. Archimedis de inidentibus aquæ.

Quare ex præmiſſis quotieſcunque immerſa fuerint in aquam dicti vaſis duo corpora æquè ponderantia, ſed diuerſarum ſpecierum, vt dictum eſt, proportio ponderis aquæ maioris ad pondus aquæ minoris magnitudinis eadem ſemper erit, quæ ponderis minoris corporis ad pondus alicuius corporis eidem æqualis, ſpeciei verò maioris, vel eadem proportio ponderis alicuius corporis æqualis maiori, ſpeciei verò minoris ad pondus ipſius maioris.

Vt pura ſit corpus.a.argenteum æqualis ponderis corpori.b.aurei, & corpus.u. argenteum æqualis magnitudinis corpori.b.aurei, corpus verò.n.aureum æqualis magnitudinis corpori.a.argentei, corpus verò.f.aqueum æqualis magnitudinis corpori

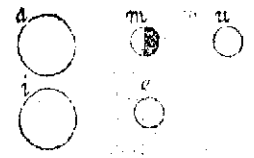
pori.a.argentei, corpus autem.e.aqueũ æqualis magnitudinis corpori.b.aurei. Tunc dico proportionem ponderis.f.ad pondus.e.eadem eſſe, quæ ponderis.b.ad pondus.u. vt in præcedenti theoremate iam dictum eſt. vel quæ ponderis.n.ad pondus.a. ex 11. quinti Euclidis. Propterea quòe ponderis. n.ad pondus.a.eſt vt ponderis. b. ad pondus. u. eo quòd permutando ponderis. n. ad pondus.b.eſt vt ponderis. a.ad pondus.u. ex corporum omogeneitate, & ex æqualitate magnitudinum corporum antecedentium & conſequentium.



THEOREMA CXXVII.

SCire etiam nos oportet, quòd quotieſcumque fuerint duo corpora aquea, quorum vnum æqualis magnitudinis ſit alicui miſto, quod quidem miſtum graue ſit tam in aere, quam in aqua, alterum verò corpus aquem æqualis ſit magnitudinis alicui corpoli ſimplici, quod quidem corpus ſimplex æqualis ponderis ſit dicto corpori miſto. Tunc proportio ponderis aquei, cuius magnitudo æquatur magnitudini corporis miſti, ad pondus corporis aquei, cuius magnitudo æqualis eſt magnitudini corporis ſimplicis, eadem erit, quæ proportio ponderis alicuius corporis ſimplicis, cuius magnitudo æqualis ſit magnitudini corporis miſti ſuperius dicti, ſed ſpeciei corporis ſimplicis iam dicti, ad pondus dicti miſti.

Exempli gratia, ſit corpus aqueum.e.magnitudinis æqualis corpori.m. mixto, corpus verò aquem.i.æqualis magnitudinis ſit corpori ſimplici. a. quod quidem corpus.a.æqualis ponderis ſit cum corpore.m.& corpus.u.ſit æqualis magnitudinis cum corpore.m.ſed ſpeciei corporis. a. Tunc dico proportionem ponderis. e. ad pondus.i.eãdem eſſe, quæ ponderis.u.ad pondus.m. primum nulli dubium eſt, quin eadem proportio ſit magnitudinis.e.ad magnitudinem.i. quæ magnitudinis.m. ad a. ſed.m.ad.a. eſt vt.u.ad.a. ex. 7. quinti quare ex. 11. eiuſdem proportio. e.ad.i. erit vt.u.ad.a. de ipſius magnitudinibus loquendo, ſed proportio ponderis.u.ad pondus.a. eadem eſt, quæ magnitudinis. u. ad magnitudinem.a. ex omogeneitate. Idem dico de pondere.e.ad pondus.i. Quare proportio ponderis.e.ad pondus.i. eadem erit quæ ponderis.u.ad pondus. a. Sed ponderis.u. ad pondus.m. eadem eſt quæ ponderis.u.ad pondus.a. ex. 7. quinti, ergò ex. 11. eiuſdem proportio ponderis.e.ad pondus.i. eadem erit, quæ ponderis.u. ad pondus.m. quod eſt propoſitum.



THEOREMA CXXVIII.

NVNC ad cognoſcendam proportionem duarum diuerſarum ſpecierum in corpore miſto propoſito, tribus corporibus aqueis mediantibus, quæ quidé corpora æqualium magnitudinum ſint alijs tribus corporibus vnius & eiuſdem ponderis, quorum vnum ſit mixtum, reliqua verò duo ſimplicia, ſed ſpecierum mixti, hoc ordine procedemus.

Sint

Sint exempli gratia, tria corpora æquè ponderantia, & vnumquodque illorum ſitquinque librarum, quorum vnum ſit aureum,aliud argenteum, reliquum verò mixtum ex ijs duobus metallis, vnde corpus aureum ſimplex minus erit, & argenteum maius corpore mixto, quod nulli dubium eſt, ſit nunc pondus corporis aquei ęqualis corpori aureo,librarũ.3.aquei verò ęqualis miſto,ſit librarũ 3.cũ quarta parte, aquei demum æqualis argenteo,librarum.4.cum dimidia, vnde ex ijs, quæ in præcedenti theoremate, & in.126.theoremate diximus,ſi imaginatione concipiemus alia duo corpora ſimplicia, auri, & argenti, ſed æqualium magnitudinum mixto, habebimus proportionem ponderis aurei ad pondus corporis mixti vt triũ librarum cum quarta vnius ad.3. libras, & proportio ponderis mixti ad pondus argentei erit, vt proportio librarum.4.cum dimidia ad tres libras cum quarta parte vnius libræ, & proportio ponderis aurei ad pondus argentei vt librarum.4. cum dimidia ad libras.3: hoc eſt aurei ad mixtum, vt. 13. ad.12.& mixti ad argenteum,vt.18.ad. 13. & aurei ad argenteum, vt.3.ad. 2.ideſt, vt.18.ad. 12.

Nunc inueniantur duo numeri ita inter ſe proportionati, vt.3.ad.2. habentes tamen inter ipſos numerum ita proportionatum ad maximum, vt. 12. ſe habet ad. 13. & ita proportionatum ad minimum, vt ſe habet.18.ad.13. quod hoc modo inueniemus, multiplicabimus. 18.per. 12.& proueniet nobis.216. pro numero medio, poſteà multiplicabimus.18.per.13.& proueniet.234.pro maximo, demũ multiplicando.12.per.13.proueniet.156.pro minimo, ita quod. 234. correſpondebit ponderi corporis aurei: 216.verò ponderi mixti, et.156. ponderi argentei æqualium magnitudinum.

Cum autem proportiones horum trium corporum inuenerimus,ſi ordinem theorematis.122. ſequemur, habebimus quod quærebamus, & inueniemus in præſenti exemplo proportionem ponderis auri ad pondus argenti in corpore mixto eſſe, vt. 180.ad.36.ſed quia ſuppoſitum fuit corpus mixtum eſſe quinque librarum,propterea dicemus. Si.216. hoc eſt toti corpori mixto correſpondent quinque libræ:tunc parti.186.hoc eſt auro in ipſo corpore mixto, correſpondent libræ.4. cum duabus vncijs, ex regula de tribus, reſiduum verò quinque librarum, ideſt vnciæ decem, correſpondent parti.36. hoc eſt argento in dicto corpore mixto.

Sed ſi tria corpora dicta fuiſſent inuicem ita proportionata, vt. 40.47.60.tunc proportio auri ad argentum in corpore mixto eſſet vt. 13. ad.7.quapropter cũ pondus mixti fuiſſet. 120.librarum, tunc aurum ipſius eſſet librarum.78. argentum verò librarum.42.ex eadem regula.

Pro quarum rerum ſpeculatione nil aliud oportet nunc dicere cum ſatis dictum à nobis ſuperius fuerit, vno excepto, hoc eſt rationem reddere, qua motus fui ad inueniendos illos.3.numeros ita inter ſe diſpoſitos, vt dictum eſt,quæ quidem ratio fuit, vt haberemus.3.numeros ita inter ipſos ordinatè diſpoſitos, vt ſunt pondera trium illorum corporum æqualium magnitudinum. Propterea quòd quamuis inter primos. 3.numeros ponderum corporum aqueorum eædem fuerint proportiones ponderum corporum metallicorum, nihilominus medius numerus extra proprium locum, & inordinatè inueniebatur, reſpectu extremorum, vnde medius numerus in ſuo vero ſitu inter.18.et. 12.fuiſſent.216. cũ. 8.tertijs decimis, ſed vt fractorũ incommoditatem euitemus, præcepi, vt multiplicarentur extrema per. 13. vnde producti fuerunt numeri.234. et.156. in eadẽ proportione, quæ eſt.18.ad.12.ex.18.ſeptimi, iuſſi etiam multiplicari.18.per.12.vt nobis prodiret.216.ad quem numerum, numerus.234. ita ſe haberet,ut.13.ad.12.ex.19.ſeptimi,quod autem ita ſit proportionatus

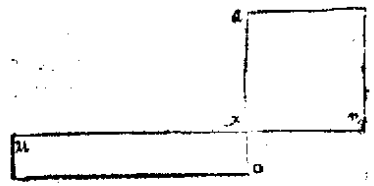
tionatus.216.ad.156. vt.18.ad. 13.manifeſtum eſt ex ijſdem, nam tam. 18. quam. 13.multiplicatus fuit per. 12.

THEOREMA CXXIX.

ALIVD proponitur problema hoc modo: ſupponitur obſidio alicuius loci,vbi alimento ad nutriendos. 10000.homines ſufficiunt pro quinque menſibus tantum, ſed quia eum locum obſidione non liberari putatur niſi.18. menſibus exactis, quæritur, quot homines eo tempore illis alimentis nutriri poſſint, hoc eſt. 18. menſibus.

Præcipit regula,vt multiplicetur primus numerus, hoc eſt hominum. 10000.cum ſecundo,hoc eſt menſium quinque, productum verò diuidatur per.18.hoc eſt menſium, tunc proueniet. 2777.cum.7. nonis.

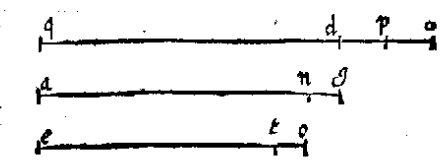
Cuius operationis ratio eſt hæc, ſint exempli gratia duo hic ſubſcripta producta ſuperficialia.a.n.et.o.u.inuicem æqualia, ſed tali figura delineata, vt proportio. u. x.ad.x.o.ſit, vt.10000.ad quinque, & proportio.a.x.ad.x.o.ſit vt. 18. ad quinque, et.x.n.ſit nobis ignota, quæ quidem eſt illa, quæ indagatur, ita ꝙ vnumquodque iſtorum productorum ſignificabit alimentum, et.u.x.ſignificabit numerum hominum. 10000.qui quidem homines comederent totum alimentum. u. o. ſpacio temporis.x. o. quinque menſium, propterea quòd u.o.ſupponitur productum eſſe ab. u.x.in.x.o. Deinde ſupponẽdo.a.x. tempus eſſe.18.menſium, ergo.x. n. ſignificabit numerum hominum, qui eo temporis ſpacio ali poſſint,hoc eſt. x. a. alimento,n a.eo quòd.a. n. producitur ex. n. x.in.a.x. vnde ex.15. ſexti, ſeu ex. 20. ſeptimi proportio.x.u.ad.x.n.eadẽ erit, quę.a.x.ad.x.o.quapropter rectè factum erit accipere productũ. u. o. quod idem eſt in quantitate, quod productum. a. n. & ipſum diuidere per. a. x. vnde nobis proueniat.n.x.



THEOREMA CXXX.

QVotieſcunque nobis propoſitum fuerit inuenire tertium terminum,trium terminorum contiquè proportionalium armonicæ proportionalitatis, quorum duo nobis cogniti ſint, ita agemus.

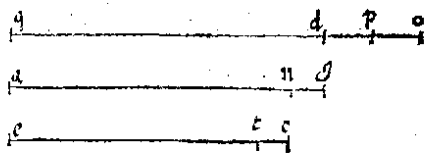
Sint, exempli gratia, tres termini.q.p: a.g.et.e.c. continuæ proportionalium armonicæ proportionalitatis, quorum.q.p.maior et.a. g. medius ſint nobis cogniti, cum ergo voluerimus tertium. e. c.cognitum nobis eſſe:a.g. detrahatur ex. q.p. differentia verò. d. p.addatur. q. p. quorum ſumma erit.q.o.cognita, qua mediante diuidatur productum,quod ex.a. g.in.d.p.exurgit, & proueniet nobis. n. g.hoc eſt minor differentia, eo quòd productum.q.o.in.n. g. æquale eſt pro-



ducto

ducto.a.g.in.d.p.ex.20. ſeptimi, propterea quòd proportio.q.o.ad.o.p.hoc eſt ad. d.p.eſt vt.a.g.ad.g.n.coniunctim cum diſiunctim ita ſit. q. p.ad.p.o.vt.a.n. ad. n.g. permutãdo eo quòd.q.p.ad.a.n.(ideſt ad e.c.)ita ſe hẽt ut.p.o.(hoc eſt.d.p.)ad.n.g. ex cõditionibus armonicæ proportionalitatis. Deinde ſi detraxerimus.n.g.ex.a.g. remanebit.e.c.minor terminus.

Sed ſi.e.c.tertius terminus nobis propoſitus eſſet ſimul cum.a.g.medio, & voluerimus maiorem inuenire.q.p.ſcilicet, oportebit.e.c.ex.a.g.detrahere, differentiam verò.n.g. ſimiliter demeremus ex.e.c.unde remaneret nobis.e.t. cognitum, quo reſiduo.e.t. mediante diuidemus productum, q̃ ſurgit ex.a.g.in.t.c. & prouentus. d.p.erit differentia maior, eo q̃ productũ quod fit ex.e.t.in.d.p. æquale eſt producto quòd fit ex.a.g.in.t.c.per 20. ſeptimi Eucli.eo quòd.a.g. (ideſt.q.d.)ad.d.p.eſt ut.e.t.ad.t.c.diſiunctim, cum coniunctim ita ſit.q.p.ad.d.p.vt.e. c.ad.t.c.permutando, quia.q.p.ad.e.c.eſt vt.d.p.ad.t.c. hoc eſt ad. n. g. ex legibus dictis.



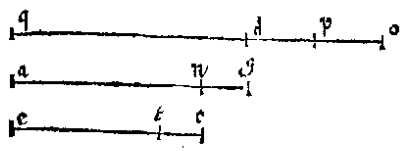
THEOREMA CXXXI.

ALIA etiam methodo hoc perfici poſſe comperi. Propoſiti enim cum nobis fuerint duo termini.c.e.minimus et.g.a.medius, maximus verò quærendus ſit, detrahatur differentia.g.n.ex.e.c.& per reſiduum.e.t.diuidatur productum q̃ fit ex.a. g.in.e.c.prouentus quæ erit.q.p.terminus quæſitus.

Pro cuius ratione, ponamus in eſſe terminum.q.p.tunc ex forma huius proportionalitatis nulli dubium erit quin.q.p.ad.e.c.ſit vt.d.p.ad.n.g.hoc eſt ad. t. c. vnde ex 19.quinti vel. 12.ſeptimi ita eſſet.q.d.ad.e.t.vt.q.p.ad.e.c.quare ex. 20.ſeptimi productum q̃ naſcitur ex.p.d.(hoc eſt.a.g.)in.e.c.æquale erit producto.e.t.in.q.p. quapropter ſi diuiſerimus id per.e.t.proueniet nobis.q.p.

Sed cũ nobis propoſiti fuerint duo termini.q.p. maximus, et.a.g.medius, ſi minimũ.e.c.voluerim⁹ inuenire. Termino.q.p.maximo, iũgãt.p.o.æqualis, p.d.differẽtię propoſitæ, diuidatur poſtea productum q̃ ex.q.p.in.a.g.generatur per.q.o. prouentus autem ſit.e.c. qui quidem erit terminus quæſitus.

Cuius operationis ſpeculatio hæc erit, ſupponatur terminum.e.c.inuentum eſſe vnde.n.g.differentia ſit inter.e. c. et.a.g. ex forma igitur armonicæ proportionalitis ita erit.q.p.ad. a. n.vt.p.o.ad.n.g.vnde ex.13.quinti. Ita erit.q.o.ad.a.g.vt.q.p.ad.a. n.ergo productũ quòd fit ex. a. g. in.q.p.(ex.20.ſeptimi) æquale erit producto.q.o.in.a.n.Quare ſi diuiſum fuerit tale productum per.q.o.proueniet nobis. e.c.quòd quærebamus.



THEO-

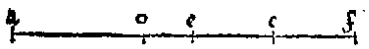
THEOREMA CXXXII.

SED quia aliquis poſſet in dubium reuocare, an poſſibile ſit inuenire tertium terminum rationalem, ſeu communicantem duobus datis terminis inter ſe communicantibus in tali proportionalitate, hoc eſt harmonica. Vt hoc oſtendatur.

Sint duo termini dati.a.o.et.a.e.inter ſe communicantes, tertius verò inuentus ſit.a.c.qui maximus, primò, ſit in ea proportionalitate, quem dico communicantem eſſe cum primis datis.

Nam ex conditionibus huiuſmodi proportionalitatis, habebimus primum eandem proportionem eſſe. a.c.ad.a.o.quæ eſt. e.c.ad.e.o.vnde permutando ita erit. a. c.ad.c.e.vt.a.o.ad.o.e. & quia ex.9.decimi Euclid.a.o.communicat cum.o.e.quare ex.10.eiuſdem.a.c.communicabit cum.e.c. & per.9.cum.a.e. et per. 8. cum. a. o. quod eſt propoſitum.

Sed ſi datus fuerit maximus.a.c.cum medio.a. e. inter ſe communicantes minimum verò, a.o.probabo cõmunicantem cum illis eſſe. Cogitemus ergo.c.f.æqualem eſſe differentiæ.c.e.cognitæ, vnde habebimus proportionem, a.c.ad.c.f.vt.a.o. ad.o.e.& componendo.a.f.ad.f.c.vt.a.c.ad.e.o.& quia (ex ſuppoſito).a.c.communicat cum. e. c. hoc eſt cum. c. f. quare ex eadem.9.dicti decimi.a.f.et.f.c. erũt inter ſe communicantes, & per.10.a.e. communicabit cum.o.c.& per.9.a.e.cõ municabit cum. a.o.vnde per. 8.a.o.communicabit cum.a.c.ſimiliter.

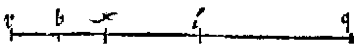


THEOREMA CXXXIII.

SED ſi nobis duo extremi termini propoſiti fuerint, & medium inuenire deſideremus in dicta proportionalitate, ita faciendum erit.

Sint, exempli gratia, duo termini dati.q.b. et.b.r.minor. b.r.ex maiori.b. q. detrahatur, reſiduum verò.q.x.multiplicetur per.b.r.productum poſteà diuidatur per q.r.vnde proueniet nobis.x.l.pro differentia minori, quæ addita cum.b. x. minimo termino, dabit nobis. b.l.medium terminum harmonicum.

Pro cuius ratione cogitemus dictum medium terminum. b.l.iam inuentum eſſe, vnde ita erit proportio.q.l.ad.l.x.vt.q.b.ad.b.r.ex forma huius proportionalitatis, quare coniunctim ita erit.q.r.ad.r. b. vt q.x.ad.x.l.& propterea ex. 20. ſeptimi productum, quod fit ex.q.r.in.x.l.æquale erit producto.q.x.in.b.r. Rectè igitur fit cum diuiditur hoc productum per.q.r.vt proueniat nobis. x. l. differentia minor.



THEOREMA CXXXIIII.

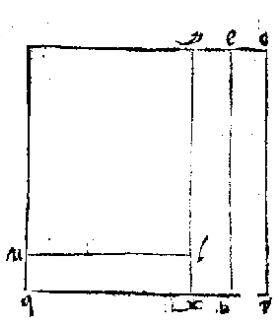
POſſumus etiam harmonicè diuidere vnam datam proportionem abſque aliqua diuiſione productorum, ne nobis fractiones proueniant, hoc modo videlicet.

Nobis propoſitum ſit diuidere harmonicè ſeſquialteram proportionẽ inueniantur primo minimi termini huius proportionis ut putà. 3. et. 2. quarum ſumma, hoc eſt quinque, multiplicetur per minorem ideſt. 2. vnde proueniet nobis. 10. qui quidem erit minor terminus trium quæſitorum, quorum maximus erit productum ſum

mæ iam dictæ in maiorem eorum, hoc est quod fit ex quinque in 3. quod erit. 15. Vt autem medium terminum harmonicum inter istos habeamus, accipiatur duplũ producti, quod fit ex primis minimis terminis, quod erit. 12.

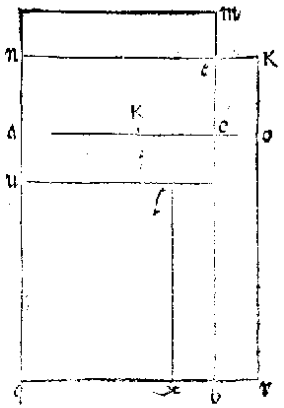
Cuius rei speculatio est ista: significentur duo termini datæ proportionis ab. q. b. et. b. r. quorum summa erit. q. r. cuius quadratum sit. q. o. sit etiam imaginata. b. e. parallela ad. o. r. Sitq; b. x. æqualis. b. r. et. q. u. similiter, & ducatur. x. y. parallela ad r. o. et. u. l. ad. q. x. Tunc habebimus. b. o. æquale ei producto, quod fit ex. q. r. in. b. r. et. b. y. eidem etiam æquale, et. q. e. pro producto, quod fit ex. q. r. in. q. b. et. q. l. pro eo, quod fit ex. q. x. in. b. r. Vnde. q. l. cum. b. y. æquale fiet duplo ei, quod fit ex. q. b. in. b. r. Dico nunc. b. o. esse minimum terminum eorum, quos quærimus, et. y. b. cum. x. u. medium. q. e. verò maximum huiusmodi proportionalitatis.

Primum ergo certi scimus ex prima sexti vel. 18. septimi eandem existere proportionem. q. e. ad. b. o. seu ad. b. y. quæ. q. b. ad. b. r: sed. u. y. ad. u. x. est vt. y. l. ad. l. x. hoc est vt. q. b. ad. b. r. idest vt. q. e. ad. b. o. & summa. u. y. cum. u. x. idest. q. y. minor est quam. q. e. maximus terminus per. b. y. minimum terminum. & cõiunctim, q. y. ad. q. l. vt. y. x. ad. x. l. hoc est vt. q. r. ad. r. b. Vnde ex speculatione præcedẽtis theorematis, sequitur. u. y. esse differentiam inter maximũ & medium terminum, et. u. x. esse differentiam inter medium & minimum dictæ proportionalitatis. Nam eadem proportio est. q. e. maximi termini ad. b. o. minimi. quæ. u. y. (differentia inter. q. e. & gnomonem. u. b. y.) ad. u. x. (differentia inter dictum. u. b. y. et. b. y. minimum terminum, quia sunt ambæ ut. q. b. ad. b. r. vt diximus. Quare. b. y. coniunctũ cum. x. u. medius terminus erit, qui quidem (vt dictum est) duplus est ei quod fit ex. q. b. in. b. r.



THEOREMA CXXXV.

ALIVM etiam modum ab antiquis traditum ad hoc problema perficiendum inueni, qui talis est. Inueniatur primo inter datos terminos extremos, medius terminus in arithmetica proportione, per quẽ multiplicetur vnusquisque dictorum extremorum, deinde multiplicentur ipsi extremi inter se, vnde habebimus tria producta eadem proportione inuicem existentia, vt quærebatur.



Exempli gratia, ponamus duos propositos terminos esse. 3. et. 2. quorum medius arithmeticè esset. 2. cum dimidia vnitate, per quem cum vnum quemque priorum multiplicauerimus, emergẽt nobis duo producta, quorum primum idest maius esset 7. cum dimidia vnitate, reliquum verò esset quinque, productum postea quod ex ipsis extremis prouenit, erit. 6. quod quidem est harmonicè collocatum inter. 7. cum dimidia vnitate, & quinque.

Cuius rei speculatio omnis à præcedenti theoremate dependet. Sint exempli gratia, duo termini pro

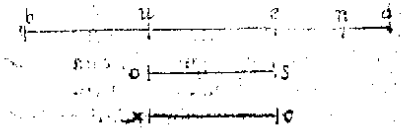
propositi. a. e. maior, et. e o. minor, Sitq; o. x. medius arithmeticus inter dictos, vnde clarè patebit. o. k. esse dimidium summæ dictorum terminorum ex. 75. theorema te huius libri. Sit ergo productum a. t. id quod fit ex. a. c. in. o. k. et. o. r. sit productũ quod fit ex. e. o. in. o. k. et. n. m. sit productum quod fit ex. a. e. in. e. o. quorum vnumquodque erit dimidium vniuscuiusque producti præcedentis theorematis, ex. 18. et. 19. septimi Eucli. vnumquodque sui relatiui. Quare argumentando per mutando à conclusionibus præcedentis theorematis ad has præsentis, habebimus productum.

THEOREMA CXXXVI.

MEDIVM autem contra harmonicũ inuenire cum quis voluerit inter duos propositos terminos, ita faciendum erit, hoc est per summam datorum extremorum diuidatur productum quod fit ex minimo termino in differẽtiam datorum; prouentus postea erit differentia inter maximum & medium quæsitum.

Vt exempli gratia, si nobis propositi fuerint hi duo termini. 3. et. 2. summa eorum erit quinque, per quam cum diuiserimus productum, quod nascitur ex minimo. 2. in differẽtiam eorum, quæ est vnum, quod quidem erit. 2. tunc duæ quintæ partes prouenient, quæ si demptæ fuerint ex maximo termino, reliquum erit. 2. cũ 3. quintis, hoc est medius terminus contra harmonicus.

Pro cuius ratione cogitemus. u. d. et. x. c. esse duos terminos nobis propositos, inter quos desideremus inuenire. o. s. medium ita illis relatũ, vt proportio excessus ipsius supra. x. c. (qui sit. e. n.) ad excessum. u. d. supra. o. s. (qui sit. n. d.) eadem sit quæ. u. d. ad. x. c.



Cogitemus igitur. x. c. coniunctum esse cum. u. d. & hæc summa vocetur. b. d. vnde habebimus proportionem. u. d. ad. u. b. vt. e. n. ad. n. d. Quare cõponendo ita erit: d. b. ad. u. b. vt. e. d. ad. n. d: sed quia. d. b. u. b. et. e. d. quantitates nobis cognitę sunt, ideò. d. n. ex. 20. septimi cognita nobis erit.

THEOREMA CXXXVII.

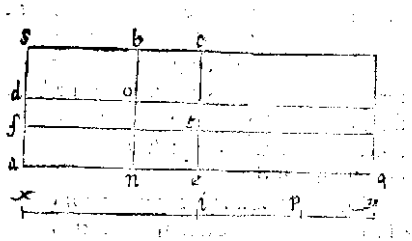
SVpponunt antiqui aliquot mercatores dantes pecunias lucro in diuersis vnius anni temporibus, tunc in fine anni summa totius lucri datur cognita, sed quæritur quantum vnicuique illorum ex ipsa summa debeatur.

Exempli gratia, primus in principio anni posuit. 100. aureos, secundus verò. 100 diebus post primum posuit. 50. aureos tertius autem. 200. diebus post primum posuit. 25. aureos summa lucri postea in fine anni fuit aureorum. 60.

Nunc vt sciamus quantum huius summæ vnicuique illorum proueniat, præcipit regula, vt faciamus tria producta, quorum primum sit ex numero dierum totius anni in numerum aureorum primi, vnde tale productum in præsenti casu erit. 36500. secundum verò sit ex numero dierum à primo die in quo ipse secundus posuit usque ad finem anni, in numerum ipsorum nummorum, quod erit. 13250. tertium autem productum ex dierum tertij in numerum suorum aureorum, quod quidẽ erit. 4125. quæ producta simul collecta faciunt. 53875. deinde multiplicetur vnumquodque

ipſorum productorum per ſummam lucri hoc eſt per. 60. vnde multiplicatio primi producti erit. 2190000. multiplicatio verò ſecundi producti erit. 795000. tertij poſtea erit. 247500. quarum multiplicationum vnaquæque diuidatur per ſummam 53875. productorũ, & proueniet ex prima diuiſione. 40. cũ fractis. 35000. vnius integri diuiſi in partes. 53875. quod erit lucrum primi, prouentus autem ſecundæ diuiſionis erit. 14. cum fractis. 41050. vnius integri diuiſi in partes. 53875. lucrum ſecũdi, prouentus verò quartæ diuiſionis erit. 4. cum fractis. 32000. vnius integri, vt ſupra diuiſi in partes. 53875. hoc eſt lucrum tertij.

Cuius rei ſpeculatio ex ſe in ſua ſcripta figura patet, vbi. a. q. ſignificat numerum dierum totius anni pro primo mercatore. q. u. autem ſignificat numerum dierum ſecundi mercatoris, e. q. poſteà ſignificat numerum dierum tertij ſit etiam. s. a. pro numero denariorum primi, et. o. n. pro numero ſecundi, et. e. t. pro numero tertij, productum autem. q. s. ſignificet valorem primi lucri, et. q. o. ſecundi, et. q. t. tertij. x. y. autem ſignificet ſummam lucri omnium, et. x. i. ſignificet partem primi, et. i. p. ſecundi, et. p. y. tertij. vnde clarè patebit ex communi ſcientia quòd eadem proportio erit. x. y. ad. x. i. quæ aggregati omnium productorum. q. s: q. o. et. q. t. ad. q. s. & ita. x. y. ad. i. p. vt aggregati dicti ad. q. o. et. x. y. ad. p. y. vt dicti aggregati ad. q. t. Rectè igitur ex regula de tribus multiplicatio. q. s. in. x. y. diuiditur per aggregatum omnium productorum, ita vt ſi aliquis diceret, ſi ex dicto aggregato, prouenit x. y. quid proueniet vnicuique illorũ productorũ. Nã ſi numerus denariorum ſecũdi æqualis eſſet numero a. s. primi vt purà. n. b. tunc eius lucrũ ſignificaretur à rectangulo. q. b. & ita de tertio dico q ſignificaretur à rectãgulo. q. c. vel ſi ſtantibus ipſdẽ denariorũ quantitatibus. n. o. et. e. t. omnes ſuas pecunias eo dem tempore poſuiſſent, tunc rectangula ſignificantia eorum lucra eſſent q. s. q. d. et. q. f. ſed cum nec eodem tempore, nec eandem quantitatem poſuerunt rectè eorum lucra ſignificantur à rectangulis. q. s. q. o. et. q. t. q ex prima. 6. vel. 18. aut. 19. ſeptimi ratiotinando clarè patebit.



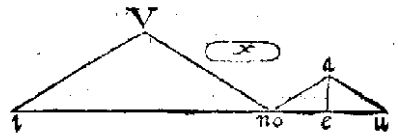
THEOREMA CXXXVIII.

NIcolaus Tartalea in primo libro vltimæ partis numerorum ad. 35. quæſitum docet inuenire quantitatem laterum vnius propoſiti trianguli, cuius laterum proportio nobis data ſit ſimul cum area ſuperficiali ipſius trianguli, ſed quia ipſe Tartalea vtitur regula algebræ, mihi viſum eſt breuiori methodo hoc idem facere, & etiam vniuerſaliori via.

Supponamus igitur duo triangula, quorum vnum. u. n. i. ſit nobis propoſitũ, & cognitæ ſuperficiei, proportiones ſimiliter laterum. i. n. ad. n. u: et. u. n. ad. u. i. ſint nobis datæ, alterũ verò triangulũ ſit. a. o. u. à nobis tamen iam confectũ, vt latera ſint inter ſe proportionara eodem modo, quo latera prioris trianguli, ſed hæc nobis eriã cognita ſint, q facillimum eſt. Nunc verò ſi demptus fuerit quadratũ. a. o. minimi lateris, ex quadrato. o. u. maximi, relinquet nobis duplum producti. o. u. in. u. e. per penultimã. 2. Eucli. ſupponẽdo. a. e perpendicularem ad. o. u. vnderale productum quòd fit ex. o. u. in. u. e. conſequenter nobis cognitum erit, & quia. o. u. nobis cognitum eſt,

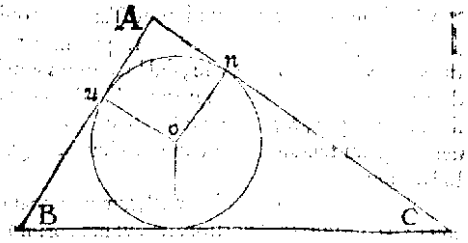
tum eſt, ideo cognoſcemus. e. u. ſed cũ. e. u. minor ſit. a. u. ex. 18. & penultima primi, ſi demptũ fuerit quadratum. e. u. ex quadrato. a. u. remanebit nobis cognitũ quadratũ. a. e. & ſic nota erit nobis perpendicularis. a. e. ex penultima primi, quæ quidem. a. e. ſi multiplicata fuerit in dimidium. o. u. dabit nobis ſuperficiẽ trianguli. a. o. u. ex 41. dicti libri. Et quia proportio trianguli. a. o. u. ad triangulum. u. i. n. (propter ſimi litudinem) eſt vt quadrati. o. u. ad quadratum. n. i. ex communi ſcientia cum vnaquæque iſtarum proportionum dupla ſit proportioni. o. u. ad. n. i. ex. 17. et. 18. ſexti, deinde cum nobis cognitæ ſint tres iſtarum quatuor quantitatum hoc eſt ſuperficies trianguli. a. o. u. ſuperficies trianguli. u. n. i. & quadrati. o. u. quare ex regula de tribus cognoſcemus etiam quadratum. n. i. & ſic. n. i. latus primi trianguli, vnde reliqua latera illicò nobis innoteſcent ex ipſa regula de tribus, cum dixerimus, ſi. o. u. dãt nobis u. a. tunc. i. n. dabit. u. n. quòd etiam infero de. u. i.

Poſſemus etiam ita hoc perficere, ſcilicet inuenire. x. quantitatem mediam proportionalem inter duas ſuperficies triangulorum, vnde ſuperficies trianguli. i. a. u. o. ad. x. ſic haberet ut. o. u. ad. i. n. & ita ex regula de tribus cognoſcemus. i. n. Multo tẽpore poſtquàm hoc theorema conſtruxi, ipſum conſcriptum inueni in decimo ſecundi libri Ioannis de monte Regio, ſatis tamen obſcurè expreſſum.



THEOREMA CXXXIX.

IN eodem primo libro vltimæ partis numerorum, Tartalea probat, via algebræ quòd quælibet duo latera trianguli orthogonij, angulum rectum continentia, ſint tertio longiora per diametrum circuli inſcriptibilis in ipſo triangulo. ſed hoc breuius geometricè poteſt demõſtrari, quemadmodum in ſubſcripta hic figura videre eſt, propterea quòd cum anguli. A. o. u. et. n. omnes ſint recti et. A. u. æqualis o. n. et. A. n. æqualis. u. o. ipſæ. A. u. et. A. n. æquales erunt diametro ipſius circuli. Sed eædem. A. u. et. A. n. ſunt ſuperfluum, quo. A. B. et. A. C. ſunt maiores. B. C. cum. B. u. et. C. n. ſint æquales. B. C. ex penultima tertij Eucli.



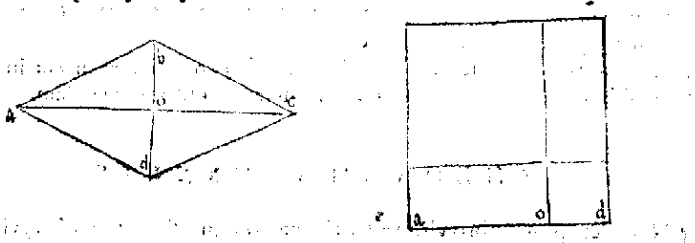
THEO. SEQVENS THEO. CXXXIX.

SImiliter in nono capite ſecundi libri nouæ ſcientiæ poterat ipſe Tartalea breuiori methodo abſque vlla operatione ipſius Algebræ inuenire. A. H. reſpectu. A. E. eſſe vt. 4. cũ vno ſeptimo ad vnũ. Nã ipſe ſupponit. A. E. decimã partẽ eſſe ipſius

A. I. vnde quadratum lineæ. A. I. erit. 100. idem dico de quadrato lineæ. I. L. quare ex penultima primi. A. L. erit radix quadrata quadrati. 200. ideſt. 14. cum vno ſeptimo ferè. quare. A. L. iuncta. A. O. erit. 28. cum duobus ſeptimis. ſed. L. O. ex ſuppoſito erit. 20. eo quòd. L. I. æquatur ipſi. A. I. ſimiliter et. I. O. vt ipſe etiam probauit. qua dempta ex. L. A. O. relinquetur. H. A. M. (nam. L. H. cum. O. M. æquatur ipſi. L. O. ex. 35. tertij ipſius Eucli. partium. 8. cũ duabus ſeptimis. cuius dimidiũ hoc eſt. A. H. erit 4. cum una ſeptima, quod eſt propoſitum. Reſpice figuram ipſius Tartaleæ.

THEOREMA CXL.

QVadrageſimum nonum quæſitum ſimiliter poſſumus alio modo ſoluere, vt putà cum vnumquodque latus rhombi ſimul cum area cognitum, ſeu datum nobis ſit cognitũ ſimiliter nobis erit quadratum lateris. a. d. hoc eſt ſumma duorum quadratorum. a. o. et. o. d. ex penultima primi Euclid. cúmque nobis cognita etiam ſit totalis ſuperficies rhombi, cognita etiam nobis erit eius medietas, hoc eſt productum. o. d. in. o. a. vnde ex methodo. 37. Theorematis cognoſcemus. a. o. et. o. d. & ſic etiam eorum duplà, quod quærebatur.



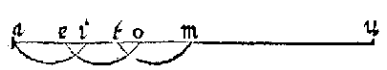
THEOREMA CXLI.

PVlchrum quæſitum fuit id, quod Tartalea ponit pro. 18. noni libri in quarto folio, quod huiuſmodi eſt. Aliquis habet dolium mero plenum, ex quo duas vrnas extrahit ipſius vini, ſed loco ipſius vini infundit duas vrnas aquæ. Deinde poſt aliquot dies extrahit iterum alias duas vrnas illius miſti, & iterum infundit duas vrnas aquæ, & poſt alios aliquot dies idem facit, & hac vltima tertia vice inuenit aquam tantam eſſe, quantum vinum. Quæritur nunc quot vrnas capiat illud dolium.

Solutio ipſius Tartaleæ bona eſt, cum ſupponat illas quatuor quantitates vini eſſe inuicem continuas proportionales, vt puta primò totum vinum merum, poſtea reſiduum pro ſecunda quantitate, deinde pro tertia in ſecunda, & pro quarta in tertia extractione, hoc eſt quòd proportio totius vini ad vinum in prima ſit, vt huius ad vinum in ſecunda, & vt huius ad vinum in tertia miſtione. Sed quia ipſe non probat hanc continuam proportionalitatem ex methodo ſcientifica, mihi viſũ eſt hoc loco illam deſcribere.

Cogitemus igitur. a. u. pro capacitate dolij, et. a. i. pro quantitate duarum vrnarum. Nunc uerò ſupponamus quamlibet partem huius miſti omogeneam eſſe ſuo toto, quapropter ſequetur eandem proportionem eſſe vini ad aquam in qualibet parte, quæ erit in toto, & ideò imaginemur. e. o. æqualem. a. i. Sed in puncto. i. tali modo diuiſam, vt proportio. i. e. ad. i. o. eadem ſit quæ. i. a. ad. i. u. Supponamus etiã e. o.

e. o. eſſe duas primas vrnas vini miſti hoc eſt primæ miſtionis, vnde cum eadem proportio ſit. a. i. ad. i. u. vt. e. i. ad. i. o. ita erit (ex. 19. quinti). a. e. ad. o. u. ut. a. i. ad. i. u. & componẽdo ita erit. a. e. cum. o. u. hoc eſt. i. o. u. (propterea quòd. i. o. æqualis eſt. a. e. vt reſidua totorum æqualium) ad. o. u. quemadmodum. a. i. u. ad. i. u. Quare. i. u. erit media proportionalis inter. a. u. et. o. u. vnde proportio. a. u. ad. o. u. dupla erit proportioni. i. u. ad. o. u. Nunc autem cum extracta fuerit quantitas. e. o. ex primo miſto, & poſtea infuſa aqua vſque ad plenitudinem dolij, proportio ingredientium huius ſecundi miſti erit ea, quæ eſt inter. o. u. et. o. a. eo quòd in prima miſtione proportio ingredientium erat ea, quæ eſt inter. o. u. et. a. e. vel inter. a. e. et. o. u. vt demonſtrauimus. Accipiamus ergo. t. m. huiuſmodi ſecundi miſti, magnitudinis. a. i. vel. e. o. ſignificantis duas vrnas, & permutemus eum in tantam aquam, ſitq; punctum. o. quod nobis diuidat. t. m. in. o. m. et. o. t. partes ſimplices, tali proportione inuicem relatas, vt ſunt. o. u. et. o. a. vnde habebimus ex ſupradictis rationibus eandem proportionem ipſius. a. t. ad. m. u. vt. a. o. ad. o. u. & componendo. a. t. cum. m. u. hoc eſt. i. m. u. (eo quòd cum. t. m. æqualis ſit. a. i. per conſequens. i. m. æqualis erit. a. t.) ad. m. u, vt. a. o. u. ad. o. u. ſed proportio. a. o. u. ad. o. u. dupla erat proportioni. i. o. u. ad. o. u. quemadmodum ſupra diximus. Ergo proportio. i. m. u. ad. m. u. erit dupla ſimiliter proportioni. i. o. u. ad. o. u. quapropter. o. u. erit media proportionalis inter. i. u. et. m. u. Ecce igitur quomodo eadem eſt proportio. a. u. ad. i. u. quæ. i. u. ad. o. u. & quæ. o. u. ad. m. u. qui quidem modus neceſſarius eſt vt intellectus acquieſcat, id quod experientia non facit.



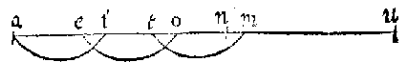
THEOREMA CXLII.

PRæcedens Tartaleæ quæſitum elegans quidem eſt, ſed pulchrum etiam videtur quærere proportionem ingredientium in vltima miſtione, cum cognita fuerit nobis proportio continentiæ dolij ad capacitatis vrnæ ſimul cũ numero vitium extractionum & impletionum.

Exempli gratia, ſi proportio. a. u. ad. a. i. cognita nobis fuerit, cognoſcemus etiam e. i. ex regula de tribus & per conſequens etiam. i. o. reſiduum ex. e. o. & ſimiliter aggregatum. a. i. cum. i. o. & ſic. o. u. reſiduum totius, et. o. t. ſimiliter, eo quòd. a. u. ad. a. o. eſt ut. t. m. ad. o. t. vnde cognoſcemus etiam. o. m. vt reſiduum. t. m. & ſimiliter aggregatum. a. o. cum. o. m. hoc eſt. a. m. & etiam. m. u. reſiduum totius.

Cognoſcere autem proportionem totius dolij ad vrnam, vel ècontrà, cum cognita nobis fuerit proportio ingredientium in vltima miſtione ſimul cum numero vitium extractionum, & repletionum, quod ſcribit Tartalea, hoc etiam modo poſſumus.

Exempli gratia, ſi proportio. m. u. ad. m. a. cognita nobis fuerit, illicò ſciemus proportionem. a. u. ad. m. u. & cum ſciuerimus numerum vitium extractionum, & impletionum illicò cognoſcimus multiplicitatem proportionis. a. u. ad. m. u. ad proportionem. o. u. ad. m. u. quapropter proportio. o. u. ad. m. u. nobis cognita erit hoc eſt. a. u. ad. i. u. & ſimiliter ea, quæ eſt. a. u. ad. a. i. & è conuerſo ſimiliter.



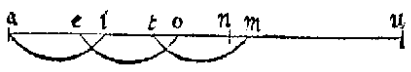
Vnde

Vnde cum aliquis diceret priori modo, dolium habeo vrnarum.400.vini,& per vices.25.extraxi & impleui ipſum,vt dictum eſt. Nunc verò velim ſcire proportionem vini ad aquam hac vltima vice. Nunc igitur ſi procedemus iuxta doctrinam primi exempli huius theoremaris,obtinebimus quod quærebamus.

Sed ſi diceret iuxta Tartaleæ quæſitum, hoc eſt dolium habeo,quod ignoro quot nã urnas contineat, volo tamen per.25.vices extrahere, & implere vt ſupradictã eſt, ita vt vltima vice proportio vini ad aquam ſit ſeſquialtera. Tunc ſi iuxta modum ſecundi exempli huius theorematis procedemus habebimus quod cupimus.

Alio etiam modo aliquis quærere poſſet, hoc eſt, habeo doliũ quod capit.400. vrnas. Habeo etiam vas trium vrnarum, quo mediante me oportet extrahere, & implere. Velim tamen ſcire quoties me hoc facere oporteat, ita vt poſtrema vice vinum ſe habeat ad aquam in proportione ſeſquialtera, vnde multoties accidet vltimam extractionem, & impletionem mutilatam, ſeu imperfectam,euadere.

Exempli gratia, ſi proportio vini ad aquam in vltima miſtione deberet eſſe vt.n.u.ad.n.a.ita vt extrema vice fuiſſet.t.m.quæ quidem.t.m.excederet terminum per.n.m. quæ.n.m.reuera eſſet nobis cognita, eò quòd ex priori modo hic ſupra dicto proportio. a.m.ad.m.u.nobis innoteſceret, & proportio.n.a. ad. n. u. nobis data eſt ſimul cum quãtitate.a.u.quare quantitas.n.u. & m.u.nobis cognita, remanebit, et n.m. eorum differentia ſimiliter, etiam, et.t.n.reſiduum vaſis, quo metimur, vnde neceſſe erit, quod vltima vice vas contineret ſolum.t.n.reliqua uerò per ſe patent.



THEOREMA CXLIII.

HIeronymus Cardanus in lib.ſuæ arithmeticæ cap.66.quæſtione.56.quam Cardanicam vocat,ita inquit.

Quidam perambulauit prima die certam quantitatem ſpatij, & ſecunda die, tãtò plus proportionaliter, quantò diameter eſt maior coſta, & tertia die tantò plus ſecunda, quantò proportionaliter portio lineæ diuiſæ ſecundum proportionem habentem medium, & duo extrema excedit minorem portionem, & quarta die in proportione ad tertiam vt ſecunda ad primam, & quinta die proportionaliter tantò plus quarta, quantò in tertia plus ſecunda, & ita alternatis vicibus in diebus nouem peregit nouem milliaria. Quæritur igitur quantum ambulauit die prima.

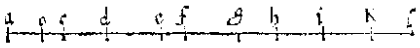
Hoc autem nihil aliud eſt,quàm ſi aliquis diceret,propono tibi, exempli gratia, lineam.a.l.nouem partibus inuicem non æqualibus ita diuiſam.a.c.c.d.d.e.& cæteris,quarum partium proportiones tibi etiam do,vt putà.a.c.ad.c.d.et.c.d.ad.d.e. et. d.e.ad.e.f.& ſic de cæteris vſque ad poſtremam. k.l.quæ quidem proportiones ſint etiam inuicem diſſimiles, ſeu inæquales,do tibi etiam proportionẽ totius lineæ.a.l. ad.a.b. ſuam partem, quæ vt in propoſito exemplo nonupla eſt.

Quæro nunc quam proportionem habebit.a.c.ad.a.b. & ſic de cæteris partibus eiuſdem ad eandem.a.b.

Quod quidem facillimum erit ſpeculari,nec non operari vnicuique,qui omnino practicæ numerorum ignarus non fuerit, dum ab ordine ſcientifico non diſcedat.

Cum enim cognoſcimus proportionem.a.c.ad. c. d. conſequenter cognoſcemus etiam proportionem aggregati.a.c.d.ad.c.d.cum autem cognouerimus proportionem.

nem.c.d.ad.d.e.ſi.c.d.accipiemus, vt medium inter.a.d.et.d.e.cognoſcemus etiam proportionem.a.d. ad. d. e. quare etiam eam quæ. a.e.ad.d. e. colloccando poſteà. d.e.inter.e.f.et.a.e.innoteſcet ea,quæ eſt.a.e.ad.e.f. & ita gradatim accedemus ad perfectam cognitionem proportionis totius.a.l.ad.k.l. Nunc autem mediante.k.l. cognoſcemus proportionem totius.a.l.ad.i.k.& hac mediante, eam cognoſcemus, quæ totius.a.l.ad.g.h.& hac mediante eam quæ totius.a.l.ad.f.g.& ſic gradatim, cognita nobis erit proportio totius lineæ.a.l.ad ſuam partem.a.c. beneficio poſteà totius lineæ.a.l. cognoſcemus proportionem.a.c.ad a.b.& ſic aliarum reſpectu lineæ.a.b.vt quærebatur, quæ quidem propoſitio,etſi cardanica uocetur leuiſſima tamen eſt.



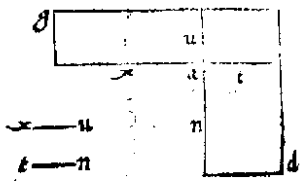
THEOREMA CXLIIII.

QVamuis multi de modo in ſumma colligendi,ſubtrahendi, multiplicãdi,& diuidendi proportiones ſcripſerint,nullus tamen (quod ſciam) perfectè, ac ſcientificè ſpeculatus eſt has operationes, quapropter hanc rem cum ſilentio transire nolui, quin aliquid de ipſa conſcribam à ſumma dictarum proportionum incohando.

Quotieſcunque igitur volunt duas proportiones inuicem aggregare, ſimul earum antecedentia multiplicant, & ſimiliter earum conſequentia. Tunc proportio terminata ab illis productis euadit in ſummam illarum duarum propoſitarum proportionum.

Vt exempli gratia,ſi voluerimus colligere proportionem ſeſquialteram cum ſeſquitertia, multiplicando.3.cum.4.antecedentia ſcilicet,productum erit. 12.poſteà multiplicando.2.cum.3.conſequentia, tunc productum erit. 6. Proportio igitur, quæ inter.12.et.6.reperitur.(quæ dupla eſt) eſt ſumma propoſitarum proportionũ.

Cuius rei ſpeculatio erit huiuſmodi ſint.x.et.u. duo antecedentia quarumuis proportionum. t. verò et. n ſint eorum conſequentia, productum autem antecedentium ſit.a.g.illud verò quod cõſequentium ſit.d.a.vnde proportio.a.g. ad. a. d. compoſita erit ex proportione.x. ad. t. & ex ea, quæ eſt.u.ad.n.per.24.ſexti vel quintam octaui. Patet igitur ratio rectè faciendi,vt ſuprà dictum eſt.



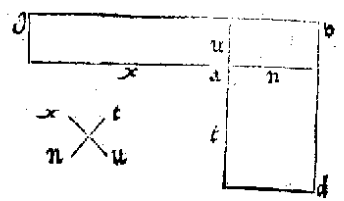
THEOREMA CXLV.

QVotieſcunque deinde detrahere volunt vnam proportionem ex altera multiplicant antecedens vnius cum conſequenti alterius. Tunc proportio, quę inter talia duo producta incluſa reperitur, eſt reſiduum,ſeu differentia illarum duarum proportionum datarum.

Vt exempli gratia, ſi aliquis vellet ex proportione dupla detrahere ſeſquialteram, multiplicaret.2.antecedens duplæ cum.2.conſequenti ſeſquialteræ, quorum productum eſſet.4.pro antecedenti reſiduę proportionis. Deinde multiplicaret.3 antecedens ſeſquialteræ cum. 1. conſequenti duplæ, & productum eſſet.3.pro cõ-

ſequenti reſiduę proportionis; quæ quidem reſidua proportio eſſet vt.4. ad. 3. hoc eſt ſeſquitertia, & ſic de cæteris.

Pro cuius ratione, ſit proportio.x.ad.n.ea quæ (exempli gratia) maior ſit, à qua volumus demere proportionem.t. ad.u. minorem ſcilicet. Nunc autem productum .x. in. u. ſit. a. g. illud verò. t. in. n.ſit.a.d. Tunc dico proportionem.a.g. ad. a. d. eſſe reſiduam quæſitam. Sit.b.a.productum u.in.n.vnde eadem proportio erit producti.a. g.ad productum.a.b.quę.x.ad.n.et.a.d.ad.a.b, quæ.t.ad.u.ex prima ſexti, ſeu.18. vel. 19. ſeptimi, ſed proportio.a.g.ad.a.b.hoc eſt. x. ad. n.componitur ex ea, quæ eſt.a.g ad.a.d.& ea, quæ eſt.a.d.ad.a.b.hoc eſt.t.ad.u.ergò ea, quę eſt.a.g.ad.a.d. erit quàm quærebamus.



THEOREMA CXLVI.

RATIO verò, quòd rectè fiat, quotieſcunque aliquam proportionem duplicare volentes, quadramus terminos ipſius proportionis, vel ſi eam triplicare voluerimus, cubamus ipſos terminos, vel ſi eam quadruplicare voluerimus inuenimus cenſicos cenſicos terminorum ipſius proportionis, & ſic de ſingulis, in. 17 Theo. huiuſmodi tractatus manifeſta eſt.

THEOREMA CXLVII.

QVotieſcunque nobis propoſiti fuerint duo numeri ad libitum, deſideraremus que duas proportiones tali relatione inuicem refertas, quali ſunt hi duo propoſiti numeri inter ſe, ita faciendum erit.

Sciendum primo eſt proportionem maioris numeri propoſiti ad minorem ſemper eſſe alicuius ex quinque generum; hoc eſt aut erit generis multiplicis, aut ſuperparticularis, aut multiplicis ſuperparticularis, aut ſuper partientis, aut multiplicis ſuperpartientis.

Nunc autem ſi erit ex genere multiplici, iam ab antiquis traditus eſt modus, quę ſequi debemus. Cuius ſpeculatio à me inuenta patet. in. 17. Theo. huius libri, vt in præcedenti dixi.

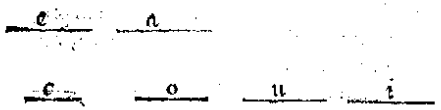
Sed ſi talis proportio datorum numerorum erit alicuius aliorum generum, ita agemus, ſi fuerit ſuperparticularis.

Sit exempli gratia, ſeſquialtera, tunc ſumantur duo numeri inuicem inæquales, quos à caſu volueris.o.et.c. qui quidem cubentur, & eorum cubi ſint.a.et.e. Inuenia tur poſtea.u. ita proportionatus ad.o. vt.o.eſt ad.c. ex regula de tribus, hoc eſt diuidendo quadratum ipſius.o. per.c. vnde nobis prouenerit.u. & quia proportio.a.ad.e. proportio.a.ad.e. ſeſquialtera erit proportioni.u.ad.c.

Sed ſi proportio numerorum propoſitorum fuerit ſeſquitertia, faciemus.a. et.e. eſſe cenſica cenſica ipſius.o.et.c. tunc ſumemus.u. conſequentem ad.o. vt dictum eſt, deinde inueniremus.i. conſequens ad.u. ita vt.u. conſequens ipſius. o. tunc habebimus proportionem.i.ad.e. triplam, & eam quæ eſt.a.ad.e. quadruplam proportioni.o.

ni.o.ad.c. Idem dico de reliquis proportionibus ſuperparticularibus.

Sed ſi data proportio numerorum fuerit ex ſuperpartientibus, vt exempli gratia de quinque ad tria, efficiemus, vt.a.et.e. ſint prima relata ipſius.o. et. c. vnde proportio.a.ad.e. ita ſe habebit ad proportionem. o. ad. c. vt quinque ad vnũ & proportio.i.ad.c. ut tria ad vnũ. Quare proportio. a. ad. e. ad proportionem.i.ad.c. ſe habebit, vt quinque ad tria, & ſic de reliquis.

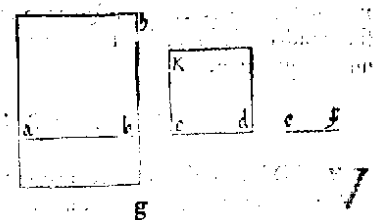


Pro alijs, eundem ordinem ſeruando, obtinebimus quod volumus.

THEOREMA CXLVIII.

QVamuis in. 16. ſexti et. 20. ſeptimi manifeſtè pateat ratio, quare rectè fiat accipiendam radicem quadratam illius producti, quod fit ex duobus datis terminis, vt medium proportionale geometricè inter ipſos habeamus: nihilominus, quia per aliam methodum hoc idem ſcire poſſumus, inconueniens non erit aliquid circa hoc dicere.

Cogitemus igitur exempli gratia, tres numeros continuè proportionales geometricè.a.b.c.d.et.e.f. quorum.a.b.et.e.f. tantummodo nobis cogniti ſint, imaginemur etiam.g.a. eſſe productum quod fit ex.a.b.in.e.f.et.d.k. quadratum.c.d.et. a.h. id quod fit ex.a.b. vnde eandem proportionem habebimus.a.h.ad.a.g. quæ eſt. h. b. ad.b.g. ex prima.6. aut.18. vel.19. ſeptimi, ſed per. 11. octaui ita eſt quadrati.a. h. ad quadratum. k.d. vt. a.b.ad.e.f. hoc eſt vt.h.b.ad.b.g. ergo per. 11. quinti ita erit.a.h.ad.a.g. vt ad.k.d. vnde.a.g. æquale erit.k.d. per.9. quinti. Rectè ergo erit accipere radicem quadratam.a.g. pro.c.d. quod etiam eſt diuidere vnam datam proportionę per æqualia, hoc eſt in duas æquales partes, non dubito quin poſſet aliquis dicere non oportere vti poſterioribus Theorematibus ad demonſtrandum priora illis, ſed hoc. 148. dictum ſit ludendi loco.

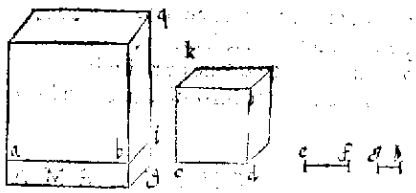


THEOREMA CXLIX.

VNDE fiat q; ſi quis inuenire voluerit ſecundum terminum ex quatuor numeris continuè, & geometricè proportionalibus, quorum duo extremi tantummodo nobis cogniti ſint, rectè factum ſit quadrare primum eorum, & hoc quadratum poſtea per alium terminum cognitum multiplicare, cuius producti demum accipere radicem cubam pro ſecundo termino quæſito, hoc loco videbimus.

Imaginemur quatuor terminos continuè proportionales, vt dictum eſt, eſſe. a.b.

a.b.c.d.e.f.et.g.h. quorum.a.b.et.g.h. nobis tantummodo cogniti sint, sit q; imagina tione descriptus cubus.a.q. primi termini, cubus q. d. k. secundi termini, considere mus etiam basim.a.i. quadratam ipsius cubi.a.q. hoc est præcedentem dignitatem ip sius cubi eiusdem radicis, quæ quidem basis.a.i. multiplicetur per quartum terminũ g.h. productum autem sit.g.a. vnde eadem proportio erit.a.q. ad.a.g. quæ.b.q. ad.b. g. per.25. vndecimi, sed per primam sexti, vel.18. aut.19. septimi ita est.q.i. ad.i.g. vt.b.q. ad.b.g. quare per. 11. quinti ita erit.a.q. ad.a.g. vt.q.i. ad.i.g. ideſt vt.a.b. ad.g.h. sed vt est. a. b. ad.g.h. sic est.a.q. ad.k.d. per.36. vndecimi, seu per.11. octaui, vnde per.11. quinti sic erit.a.q. ad.a.g. vt ad.k. d. Quare per.9. eiusdem.a.g. æqualis erit.k. d. Vnde rectè erit accipere radicem cubam.a.g. pro secũdo termino. c. d. id, quod nobis inseruit ad inueniendam tertiam partem vnius propositæ proportionis.



THEOREMA CL.

SED vt speculatio ista ita vniuersalis fiat vt ad oēs dignitates applicari possit; Supponamus.a.q. et.k.d. esse duas dignitates quas voluerit vnius, sed eiusdem speciei, et.a.i. dignitas præcedens dignitatem.a.q. à cuius multiplicatione in. a. b. eius radix producitur dignitas.a.q. & ab ipsius. a.i. multiplicatione in.g.h. resultet.a. g. vnde ex.18, vel.19. septimi eadem proportio erit, a.q. ad.a.g. quæ.a.b. ad.g.h. sed eadem etiam est.a.q. ad.k.d. ex ijs, quæ in.17. theoremate dixi, vnde ex.11. quinti, ita erit.a.q. ad.a.g. vt ad.k.d. Quapropter.a.g. æqualis erit.k.d. & ideo cum inuenta fuerit radix huiusmodi dignitatis ex quantitate.a.g. habebimus.c.d. secundum terminum quæsitum.

THEOREMA CLI.

VNDE verò fiat, quòd cum quis voluerit dimidium alicuius datæ proportionis inuenire, rectè faciat, si accipiat radices quadratas illorum datorum terminorum, etsi voluerit tertiam partem, accipiat radices cubas: si autem quartam, accipere radices censicas censicas ipsorum, & sic de singulis in.17. Theoremate omnia patent.

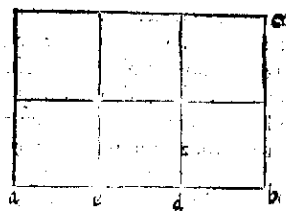
THEOREMA CLII.

VNDE autem fiat, vt cum quis voluerit multiplicare aliquam proportionem per fractos, rectè faciat prius multiplicando eam per numeratorem, deinde productum diuiserit per denominationem ipsorum fractorum.

Vt exempli gratia, cum aliquis voluerit multiplicare proportionem sesquiquartam per duo tertia, multiplicabit prius ipsam proportionem per numeratorem. 2. & productum, erit proportio. 25. ad. 16. quæ postea diuisa per. 3. denominatorem, prouentus erit proportio radicis cubæ. 25. ad radicem cubam. 16. vel vt proportio. 25. ad

25. ad radicem cubam. 10000. quæ quidem proportiones æquales inuicem sunt, est tàm vna, quàm alia, sit tertia pars totius.

Pro cuius ratione cogitemus.a.b. esse aliquod totum, quod multiplicare cupimus per duas tertias, quod quidē nihil aliud est, quàm accipere duas tertias partes vnius totius superficialis, imaginemur igitur hoc totum. a. b. lineare diuisum esse in tertias partes mediantibus.c. et.d. & tunc multiplicando ipsum per. 2. tertias lineares productum erit.a.c. ex vnitatum superficialium, quod quidem productum postea diuisum per.3. dabit. d. c. hoc est duas tertias superficiales (quæ est tertia pars ipsius. a. c.) & æquales numero. c.b. duabus vnitatibus linearibus, ideſt duabus tertijs ipsius.a.b. No tandem etiam est, quòd cum fere omnia reducantur ad regulam de tribus, propterea etiam multiplicatio alicuius quantitatis per aliam quantitatem, nihil aliud est quàm quædam operatio ipsius regulæ de tribus, vt exempli gratia volo multiplicare. 25. per 20. hoc nihil aliud est nisi quærere alium numerum ita proportionatum ad. 25. vt 20. se habet ad vnum, vnde multiplicando. 25. cum. 20. & productum diuidendo per vnum ex regula de tribus, prouentus est idem numerus ipsius producti, & propterea cum volumus multiplicare aliquem numerum per fractos hoc nihil aliud est quàm quærere aliquem numerum ita proportionatum ad ipsum numerum datum, vt se habet numerator ad denominatorem, exempli gratia si. 24. aliquis voluerit multiplicare per duo tertia hoc idem est vt si quæreret numerum ad quem. 24. ita se habeat, vt. 3. ad. 2. & idem dico de proportionibus, hoc est quod aliud non est multiplicare aliquam proportionem per fractos, quam aliam proportionem quærere ad quã data se habeat, vt denominator se hẽt ad numeratorẽ, & hoc ex regula de tribus perficitur, cõstruẽdo denominatorẽ in primo loco, qui locus est diuisoris, numeratorẽ verò in secũdo loco, multiplicãdo postea proportionem per numeratorẽ, & producti diuidẽdo per denominatorem, prouentus demum erit proportio, ad quam data se habebit, vt denominator se hẽt ad numeratorem ex ratione ipsius regulæ de tribus. Ratio verò methodi diuidẽdi vnã datam proportionẽ per fractos, ex se satis patet, cum idem sit modus diuidendi quemlibet numerum integrum per fractos. Quare, quæ vnius, & alterius est ratio.



THEOREMA CLIII.

NIcolaus Tartalea in. 3. lib. quintæ partis numerorum soluit. 24. quæsitum sibi propositum à Hieronymo Cardano, via particulari & non generali. Quæsitum autem tale est quamlibet propositam rectam lineam in duas partes ita diuidere via Euclidis, vt cubus totius lineæ ad cubos partium se habeat in proportione tripla.

Tartalea igitur inquit quòd vt satisfiat speculatiuis ingenijs soluendum sit huiusmodi quæsitum, secando lineam propositam.a.b. in tres æquales partes, quarum vna sit.c.b. vnde problema solutum erit.

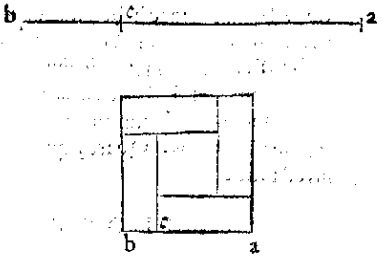
Verum dicit, sed hæc non est methodus generalis, propterea, quod cum tale problema alterius fuisset proportionis quam triplæ, talis methodus nihil valeret.

sem

Quapropter non tacebo quod mihi in mentem venit circa hoc problema.

Sit ergo linea.a.b.diuisibilis in puncto.c.ita vt cubum totius dictæ. a. b. lineæ ad summam cuborum suarū partium. a.c.et.c.b.oporteat eam proportionem habere, exempli gratia,vt.125.ad.65.vt vitemus fracta pro nunc, notantes talem proportionem quadrupla nunquam maiorem esse posse, vt quilibet ex se contemplari potest, constituendo punctum.c.in medio loco inter. a. et. b. vnde proportio totalis cubi ad summam partialium esset omnium maxima quæ possint esse, collocando. c. vbi volueris in dicta linea.a.b. & hæc esset quadrupla.

Sed vt ad propositum reuertamur, considerabimus cubum totalem ipsius. a. b. esse vt.125.& summam partialium vt.65.quam detrahemus ex cubo totali & nobis remanebit.60.pro summa trium solidorum inuicem æqualium, quorum longitudo vniuscuiusque erit tota linea.a.b.nobis cognita vt radix dati cubi totalis,quæ erit in hoc exemplo quinque partium, latitudo verò vniuscuiusque dictorum solidorū erit.a.c.pars maior ipsius.a.b.quæ quidem.a.c.adhuc nobis ignota est, profunditas seu altitudo vniuscuiusque illorum solidorum,erit.c.b.pars reliqua ipsius.a.b.& etiã nobis incognita, sed quia summa horum trium solidorum nobis manifesta fuerus fuit, quæ erat.60.propterà nobis cognita erit quantitas vniuscuiusque illorum solidorum, vt tertia pars totius summæ ipsorum quæ erit.20.in proposito exẽplo, & in de cum vnumquodque illorum solidorum producatur à superficie contenta seu producta ab.c.a.in.c.b.in tota linea.a.b.sequitur quòd si diuiserimus hoc solidum. 20. per lineam.a.b.quinque partium proueniet nobis cognita superficies producta ab. a.c.in.c.b.quatuor partium, sed cum quadratum totius.a.b.nobis cognitum sit, eo quod.a.b. vt eius latus etiam cognitum est. Tunc dictum quadratum erit.25.quod quidem æquale est quadruplo illius quod fit ex.a.c.in.c.b.simul cum quadrato differentiæ inter.a.c.et.c.b.per.8.secundi Eucl. Vide quia quadruplum illius quod fit ex.a.c.in. c. b. nobis cognitum est,vt 16. eo quod simplum quod est. 4. iã inuentum fuit, ideo si hoc quadruplum.16. demptum fuerit ex totali quadrato. 25.reliquum erit. 9. quadratũ scilicet vnius partis. a. c. ipsius hoc est illius partis, quæ differentia est inter a.c.et.c.b. quæ quidem erit. 3. partium quæ differentia cum subtracta fuerit ex.a.b.reliquum erit duplum ipsius.c.b.duo scilicet. Quare. c.b.erit vt.1.et.a.c.vt.4.& productum. a. c.in.c. b. erit. 4. vnitatum superficialium, &c.



APPEN-

APPENDIX

DE SPECVLATIONE REGVLAE FALSI.

VNC idem ferè mihi accidit, quod & Michaeli Stifelio,à quo cum Petreius Typographus nuper totam suam Arithmeticam recepisset,mox postea per literas petijt explicationẽ regulæ falsi.

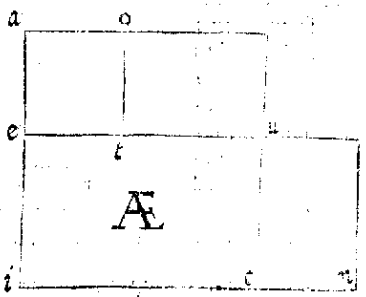
Similiter post incisas omnes superiorum Theorematum figuras, operiq; Typographo commissò, amicus quidam omnium scientiarum ornatissimus maxima necessitudine mecum coniunctus monuit me, vt aliquid de regula falsi scribere vellem, cuius suasu hæc, quæ sequuntur appendicis vice ponere hbuit, ne lector, quidpiam quod ad hanc rem pertinet iure merito à nobis desiderare posset; vt autem ad ipsam regulã accedamus Ego sicut,& in alijs multis,ita & in huiusce regulę inuentione cum ipso Stifelio maximè conuenio, putans regulam falsi, seu falsarum positionum inuentam fuisse per paruos numeros in quæstionibus facillimis & cognitis, eodem fermè modo, quo ipse monstrat illis duobus exemplis,quæ quamuis ipse appellet theoremata, nihilominus theoremata ego illa non vocarem, nisi adiuncta fuerit speculatio ab ipso prærerita, & non experientia tantummodo,vt ipse fecit. Primum eius exemplum est, quòd

Quorumcumque duorũ numerorum differentia, si fuerit multiplicata in aggregatum eorum,producit ipsam differentiam, quæ est inter quadrata eorum.

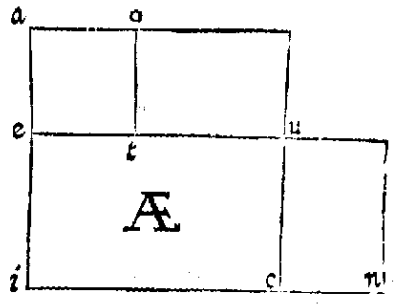
Secundum verò exemplum est, quod

Datis tribus numeris secundum progressionem arithmeticam dispositis,facit multiplicatio medii in se,quãtum multiplicatio extremorum inter se cum multiplicatione differentiarum inter se.

Talia enim exempla ipse aliter non probat nisi experientia in aliquibus numeris, arbitratus ex eo inuentam esse regulam falsi, experientia tantummodo confirmatam, quod quidem etiam & egò credo. At experientia in philosophia mathematica, aut nullã prorsus facit scientiã, aut omnino superfluus fuit Euclides in multis suis propositionibus, & præcipuè in eius secundo libro, si sufficeret experientia. Idcirco quo magis ad euidentiam ipsius veritatis, quam profiteor; deuenire possim, accipiã primo primum exemplum ipsius Stifelij hic superius citatum, & pro numero maiori, in prima hic subscripta figura. AE. accipio. a. i. cuius quadratum sit.a.c: pro minori verò numero capio. a.e. partẽ ipsius a.i.cuius quadratum fit. a.t. differentia autem horum numerorum erit. e.i.reliqua pars ipsius.a. i: & differentia ipsorum quadratorum erit gnomon.e.c.o: Nunc autem protraho. i.c. latus quadrati maioris quousque e.n.æqualis sit.a.e. numero minori, perficioq; rectangulum. e. n. quod produ-



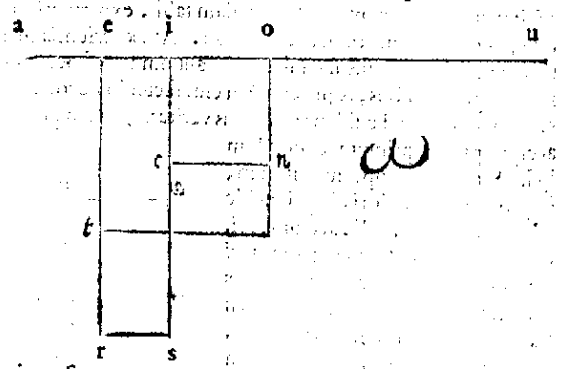
producitur ex.i.e.differentia in.i.n.aggregatum amborum numerorum,ſed hoc pro ductum excedit productum.e.c: partem gnomonis dicti per.u.n. quod quidem .u. n. æquatur ipſi.u.o.reliquæ ſcilicet parti ipſius gnomonis,nã.e.u.æqualis eſt. i.c.qua re et. a.i.ſed.e.t.æquatur.e.a.vnde.t.u.æqualis erit.e.i.quare et.u.e:at cum.c.n.æqua lis ſit ipſi.a.e.erit etiam æqualis ipſi. o.t.quare. u. n. æqualis erit ipſi. u . o. & tunc intellectus quieſcit , & abſq; aliqua alia experientia verè ſcientifi ceq; dicere poteſt, quòd



Quorumcumque duorum numerorum differentia, ſi fuerit multiplicata in aggregatum eorum, producit ipſam differentiã, quæ eſt inter quadrata eorum.

Hæc autem propoſitio à me ipſo etiam in. 60. Theoremate huius libri aliter demonſtrata fuit.

DE ſpeculatione autem, et ſcientia ſecundi exempli, in ſecunda hic ſubſcripta figura. ●. cogitemus lineam.u.a.tribusin partibus arithmeticè diuiſam,qua rum maxima ſit.u.o.media.ſit.o.e,minima verò ſit.e.a.multiplicatio autem mediæ, o.e.in ſe ſit quadratum.o.t.abſcindatur deinde ex.o.e:e.i.æqualis.e.a.tunc. o. i. erit differentia inter.o.e.et.e.a.& æqualis differentiæ inter.o.e.et.o.u.ex hypoteſi, quæ quidem.o.i.in ſe ducta procreabit quadratum.o.e.quod erit productum ex differen tijs ipſarum partium, & erit pars quadrati . o.t. ſuperius dicti ; vt ex ſe patet. Nunc autem dico gnomonem.i.r.n.æqualem eſſe ei quod fit ex.a.e.in.o.u. Producatur igi tur.e.t.quouſque.t.r.æqualis ſit ipſi.o.i.tunc.e.r.erit æqualis.o.u.quod etiam clarum eſt . Claudatur ergo rectangulum i.r.quod erit æquale producto ipſius. e.a. in.o. u. Nam.e.i.ſumpta fuit æqualis,e.a. ſed ex ra tionibus in priori exẽ plo allatis, productum. i.r . æquale erit gno moni.i.r.n. Nunc au tem verè, ſcientifice- que poſſumus affirma re, quòd. Datis tribus numeris ſecundũ pro greſſionem arithme- ticam diſpoſitis , fa- cit multiplicatio me- dij in ſe quantum mul tiplicatio extremorum inter ſe , cum multiplicatione differentiarum inter ſe.



Et ſic de alijs huiuſmodi inuentionibus infero.

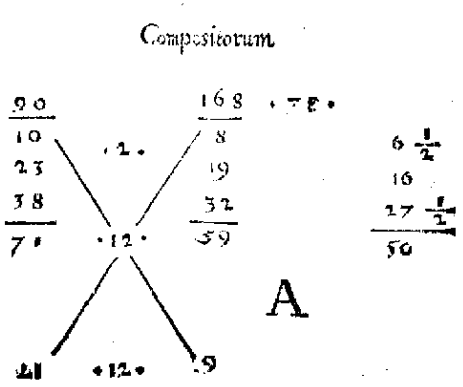
DIcturus igitur ali quid circa regulã falſi, videtur mihi nullam oportere facere mentionem de origine huiuſcæ regulæ, cum in hoc Stifelius ſatisfecerit,ſed potius

potius veras rationes propriaq; fundamenta huiuſmodi operationis oſtendere, ſumendo eadem exempla propoſita ab ipſis practicis, & maximè à Nicolao Tartalea viro accuratiſſimo, qui vbicunque potuit ſpeculatus eſt cauſas ipſarũ operationum; etſi de huiuſmodi falſi regula circa finem cap. 8. lib. 17. promittat poſtea loqui , nul- libi tamen loquutus eſt. Monendum etiam cenſeo , me nihil de rationibus regulæ falſi ſimplicis dicturum , cum ex ſeipſis ſatis appareant , quod non ita eſt de poſitio- nibus duplis . Incipiam ergo à primo problemate lib. 17. ipſius Tartaleæ, quo etiã ipſe vtitur pro exemplo docendi gratia , ipſam regulam duplæ poſitionis, quod qui dem problema aliter à me ſolutũ fuit in. 118. Theoremate huius mei lib. quod ſimi liter ob hanc demum occaſionem mihi oblatam,alia etiam via,ſpeculatus ſum idem poſſe fieri, quæ quidem via ſeu methodus generalis erit , & ita ſe habet .

Accipio enim propoſitum numerum diuiſibilem , à quo detraho ſummam datorum numerorum , primo duplicato , eo quòd tam in ſecunda quam in tertia parte reperitur , vt in propoſito exemplo , datus numerus eſt , 50 . à quo detraho ſummam dictorum numerorum , quæ eſt. 11 . nam tres , & tres , & quinque ſunt vndecim , eo quòd primus ingreditur in ſecunda , & in tertia parte , dempto igitur hoc numero. 11 . ex. 50. remanet. 39. qui quidem numerus intelligen- dus eſt pro ſumma trium partium ſimplicium adhuc incognitarum , a quo extrahen da eſt prima , eo modo quo nunc proponam ex regula de tribus , hoc eſt aggregan do dictas partes ſimplices ſine aliqua additione vtcunque volueris (ſed commodius erit in minimis numeris) iuxta propoſitum , quod quidem propoſitum eſt , vt ſecun da pars dupla ſit primæ , tertia verò æqualis ſit primæ & ſecundæ , quæ partes in dictis minimis numeris , ita diſpoſitæ erunt. 1. 2. 3. quarum ſumma erit. 6. Nunc ſi ex regula de tribus dixerimus , cum hæc ſumma proueniat nobis ab vno , à quo proue- niet. 39. et veniet nobis. 6. cum dimidio pro prima parte quæſita in propoſito nume- ro. 39. cum ergo habuerimus primam partẽ, reliquas poſteà illicò cognoſcemus.

Huiuſmodi verò operationis ratio ex ſe manifeſta patet, eo quòd proportio ſum mæ partium in minimis numeris ad primam eorum partem eadem eſſe debet, quæ ipſius. 39. ad primam partem quæſitam huiuſmodi aggregati partium ſimpliciũ, ſed quia nemo adhuc,quod ſciam,ſatis animaduertit rationem modorum , qui ab anti- quis obſeruati ſunt , qui quidem modi duo ſunt circa hoc Helcataym duplæ falſæ poſitionis , igitur non prætermittam aliquid de hac re ſpeculari , & primo de pri- mo modo .

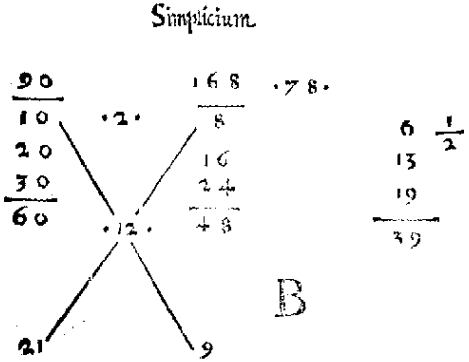
In primis igitur ſciendũ eſt , ꝙ veritas ita inueniri poterit eo- rum modo, mediantibus ſimpli cibus partibus, vt etiã mediantibꝰ cõpoſitis, ut in preſenti exẽ plo pro primis poſitionibus ac- ceperunt. 10. et. 8. pro ſecundis vero compoſitis cũ numero. 3. inuenerũt. 23. et. 19. pro tertijs aũt cõpoſitis cũ quinq;, notaue runt. 38. et. 32. vnde prima ſum ma reſultauit. 71. ſecunda verò. 59. ita ꝙ primꝰ error remanebat 21. ſecũdꝰ aũt. 9. vt in figura. A.



O Sed

SED ijdem errores proueniunt ex ſummis partium ſimplicium.

Vt exempli gratia, in figura. B. ſumma propoſita partium ſimplicium eſt. 39. vt diximus, eo quòd ab ipſo. 50. detraxerimus. 11. ſumma ſcilicet numerorum adjciendorum ad efficiendas partes compoſitas; ſumma poſteà ſimplicium partium primæ poſitionis, erit. 60. eo quòd prima pars erat. 10. ſecunda autem ſimplex. 20. tertia verò ſimplex. 30. iuxta ordinem propoſiti. Summa deinde ſimplicium partiũ ſecundæ poſitionis eſſet. 48. quia prima eius pars erat. 8. ſecunda verò ſimplex. 16. tertia autem ſimplex. 24. vnde prima ſumma excederet datam. 39. per. 21. differentiæ, ſecunda verò per. 9. vt ſupra vidimus de ſummis compoſitis à dato. 50. compoſito, & hoc quidem mirandum non eſt, quod ſcilicet tres ſummæ ſimplicium partium ſint inuicem inæquales, ijſdem differentijs mediantibus, quibus differũt dictæ tres ſummæ compoſitæ, cum ab vnaquaque cõ poſitarũ ablatus ſit numerus. 11. æqualiter, vnde ex neceſſitate, permutando, earũ differentiæ relinquẽdæ erant æquales inuicem ex. 78. theoremate huius noſtri lib. ſummæ enim compoſitæ erant. 71. 59. et 50. ſimplices verò. 60. 48. et. 39. differentes à primis per. 11. vt dictum eſt, qua re veritas ita manabit à compoſitis, quemadmodum à ſimplicibus, ſed à ſimplicibus per ſe, & à compoſitis per accidens vt iam iam videbimus.



ANtiquorum igitur primus modus vtitur regula de tribus, hoc ordine, multiplicando ſcilicet ſecundum errorem, qui eſt. 9. cum differentia primarum partium poſitarum, quæ eſt. 2. & productum diuidendo per differentiam errorum, quæ eſt. 12. proueniens poſtea quod eſt. 1. cum dimidio additur hoc loco primæ parti ſecundæ poſitionis. &c. quòd benè ſe habet. Vbi animaduertendum eſt, quod ille numerus. 12. non eſt accipiendus per ſe vt differentia errorum hoc eſt. 21. et. 9. niſi per accidens, ſed benè per ſe, vt differẽtia inter. 60. et. 48. ſimplices ſummas, quemadmodum. 9. in hoc propoſito eſt differentia per ſe inter. 48. et. 39. per accidens verò inter. 59. et. 50.

Cognoſcendum igitur eſt mediante. 24. quinti Eucli. quod eadem proportio eſt primæ ſummæ (ſimplicium dico) ad ſuam primam partem, quæ ſecundæ ſummæ ad ſuam ſimiliter (vbi rectè etiam feciſſent hoc in loco antiqui ſi multiplicauiſſent tertiam ſummam ſimplicem cum prima parte prioris ſummæ ſimplicis, & productum diuiſiſſent per primam ſummam, vnde prima pars quæſita tertiæ ſummæ orta fuiſſet, abſque vllo negotio ipſius plus vel minus) Quare habebimus tres terminos antecedentes ab vna parte, & tres terminos conſequentes ab alia parte continentes vnam eandemq; proportionem, vnde ex. 19. quinti, vel. 12. ſeptimi eorum differentiæ proportionales erunt, hoc eſt, 9 eadem proportio erit eius differentiæ, quæ eſt inter primam & ſecundam ſummam: ad differentiam quæ eſt inter primas earum partes, quæ illius differentiæ, quæ eſt inter ſecundam & tertiam ſummam, ad differentiam, quæ eſt inter primas illarum partes, ſed harum. 4. differentiarum, tres nobis cognitæ ſunt, ideſt. 12. 2. et. 9. ergo ex regula de tribus ab Eucli. in. 20. ſeptimi ſpeculata inueniebatur quarta differentia, quæ eſt. 1. cum dimidio.

A compoſitis ſummis idem etiam proueniet, ſed non vt ex propriis cauſis, & per ſe, ſed per accidens. Nam quamuis eadem differentia ſit inter 71. et. 59. quæ inter. 60. et. 48. & eadẽ inter. 59. et. 50. quæ inter. 48. et. 39. Nihilominus non eſt eadẽ proportio (propriè) ipſius. 71. ad. 59. quæ ipſius. 60. ad. 48. nec ea quæ ipſius. 59. ad. 50. eſt quæ ipſius. 48. ad. 39: Vnde non erit eadem proportio ipſius. 71. ad. 59. quæ ipſius. 10. ad. 8. nec ea quæ eſt ipſius. 59. ad. 50. quæ ipſius. 8. ad. 6 cum dimidio. Sed minores illis. Nam ex æqualibus additamentis diminuuntur proportiones maioris inæqualitatis.

A ſimplicibus igitur ſummis pendet ratio huiuſmodi effectus.

Si vero prima pars ſecundæ poſitionis eſſet. 4. tunc ſecunda eius pars eſſet. 8. & tertia. 12. quarum ſumma eſſet. 24. (harum ſimplicium partium ſcilicet) & minor vera (39.) per. 15. & differens à ſumma primarum. (60.) per. 36. & differentia primarum partium eſſet. 6. differentia vero primæ partis ſecundæ poſitionis, a prima parte quæſita eſſet. 2. cum dimidio. Vnde in huiuſmodi exemplo videre eſt quare colliguntur errores inuicem, quando alter eorum excedit, reliquus vero deficit à numero propoſito. Quod quidem ob aliam cauſam non fit, niſi vt cognoſcatur differentia. 36. differentia ſcilicet ſimplicium ſummarum ipſarum poſitionum.

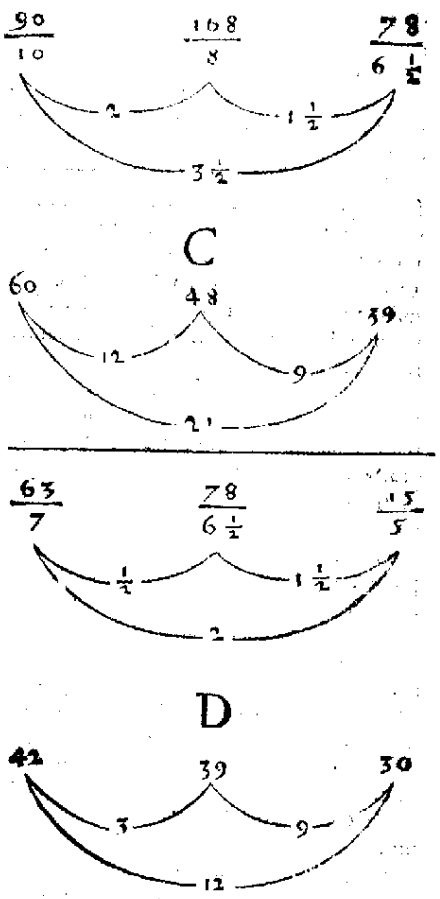
Secundus autem modus ab antiquis magis exercitatus eſt, quod multiplicabant diametraliter errores cum primis partibus, hoc eſt primum errorem cum prima parte, hoc eſt cum numero ſecundæ poſitionis, ſecundum vero errorem cum prima parte, hoc eſt cum numero primæ poſitionis, differentiam poſteà vel aggregatum horum duorum productorum diuidebant per differentiam vel aggregatum dictorum errorum, proueniens poſteà erat prima pars quæſita numeri propoſiti. Vnde oriebantur tria producta, quorum tertiũ, hoc eſt differentia, ſeu aggregatum illorum conſtituebatur ex differentia ſeu aggregato errorum, & ex numero quæſito.

Vt in præſenti exemplo, primus error eſt. 21. qui multiplicatus cum prima parte ſecundæ poſitionis, quæ eſt. 8. producit. 168. ſecũdus verò error eſt. 9. qui multiplicatus cum prima parte primæ poſitionis producit. 90. differentia autem horum productorum eſt. 78. quæ diuiſa per differentiam errorum, quæ eſt 12. dabit. 6. cũ dimidio, pro prima parte quæſita dati numeri diuiſibilis, qui erat. 50.

Hæc omnia rectè ſe habent. Sed, vt ſupra dixi, diuiſor non eſt per ſe differentia errorum, neque etiam differentia per ſe ſummarum compoſitarum, ſed bene ſimplicium.

Pro cuius rei ſpeculatione, accipiendæ ſunt ſummæ ſimplices, quarum differentiæ per ſe vtiles ſunt in huiuſmodi operatione; & quia etiam rationes veritatis ex iſtis, & non ex illis fluunt; quamuis tam vnæ, quam aliæ ſint eædem in quantitate, ideſt æquales.

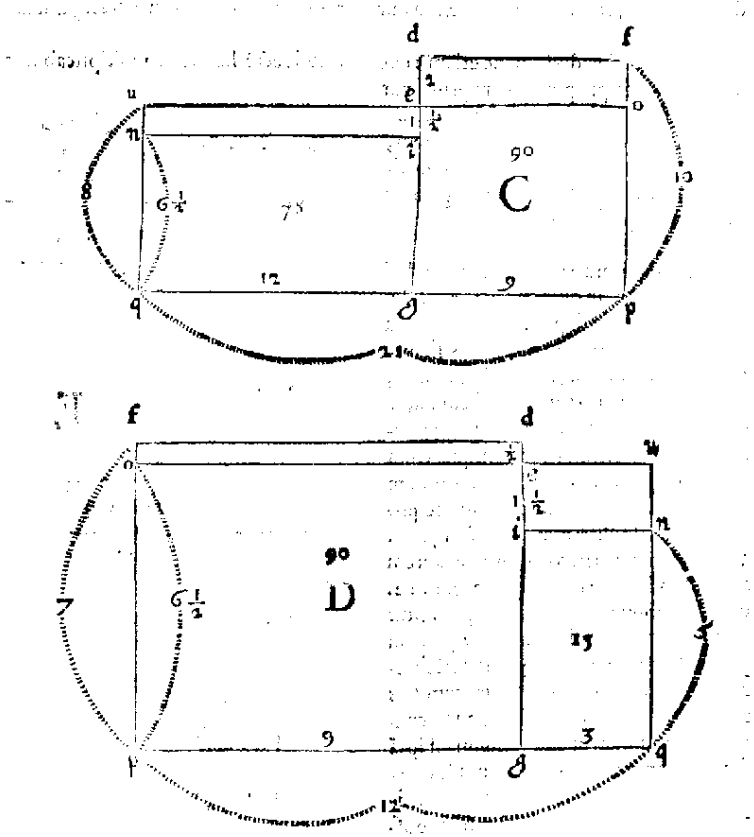
Disponantur igitur huiusmodi numeri tali ordine, vt simplex summa, quæ ab vna reliquarum superatur, & aliam superat, medium locum teneat; vt in proposito exemplo summa mediocris est. 48. quę à summa. 60. superatur, & superat summam. 39. locata igitur sit hęc. 48. inter illas, suæ verò primæ partes similiter constituræ sint supra dictas summas, cum suis differẽtijs, & tria producta iam dicta, vt in figuris. C. et. D. arithmeticis clarè patet: figura enim. C. est pro exemplo ipsius plus simpliciter: figura verò. D. pro exemplo ipsius plus, & minus. Et sic in figura. C. habebimus tres numeros consequentes. 60. 48. 39. & tres antecedentes. 10. 8. 6. cum dimidio, vnam, & eandem proportionem terminantes, ex. 24. quinti, vt diximus; quare eorum differentiæ similiter proportionales erunt, quod etiam vidimus. Supponamus nunc nos ignorare æqualitatem maximi producti cum reliquis duobus, accipiendo solum pro hypotesi, quòd dicta producta oriantur ex lateribus iam dictis.



Demonstrandum nobis nunc relinquetur, maximum productum æquale esse reliquis duobus; hoc est productum. 168. æquale esse productis. 90. et. 78. quorum duorum productorum alterum. 90. scilicet, generatur à differentia. 9. quæ est secundę, & tertię summæ, in primum numerum antecedentem, qui est. 10. alterum verò productum. 78. scilicet, generatur à differentia. 12. quę est primę, & secundę summę in tertium numerum antecedentem, qui est. 6. cum dimidio, maximum vero productum. 168. scilicet generatur à differentia maxima. 21. quę est primę, & tertię summę (& semper æqualis prioribus duabus differentijs. 12. et. 9.) in secundum numerum antecedentem, qui est. 8.

Constituantur igitur duo producta simul iuncta æqualia duobus. 90. et. 78. lateralibus supra vnam aliquam rectam lineam. q.p. sitq; productum. f. g. æquale. 90. productum verò. g.n. æquale. 78. sit etiam basis. g.p. vt. 9. et. g.q. vt. 12. vnde. g. i. vel. q.n. erit vt. 6. cum dimidio. et. g.d. vel. p.f. vt. 10. & ideo. i. d. differentia erit. 3. cum

cum dimidio, ut in figura. C. geometrica hic subscripta videre licet, et. q.p. erit. 21. Cogitemus nunc differentiam. d.i. diuisam esse in puncto. e. ita vt eadem proportio sit ipsius. d.e. ad. e.i. quæ ipsius. q.g. ad. g.p. hoc est vt. 12. ad. 9. quapropter. d. e. erit. 2. et. e.i. erit. 1. cum dimidio, vt in dicta figura. C. arithmetica reperiuntur esse differentiæ ipsorum antecedentium numerorum, deinde à puncto. e. ducatur imaginatę. e.o. æquidistans ipsi. q.p. & producatur. q.n. vsque ad. u. vnde ita se habebit. p.e. ad. e.o. ut. q.g. ad. g.p. quare vt. d.e. ad. e.i. ideo ex. 15. sexti vel. 20. septimi. n.e. rectangulum æquale erit ipsi. e.f. quapropter rectangulum. q.o. æquale erit duobus rectangulis. f.g. et. g.n. sed cum. g.i. sit vt. 6. cum dimidio, et. i.e. vt. 1. cum dimidio, erit g.o. ę. e. erit ad. 8. qui quidem numerus multiplicatus cum. q.p. 21. producit. 168. verum erit igitur quod dictum fuit, hoc est ꝙ maximum productum ęquale sit reliquis duobus.



Dempto

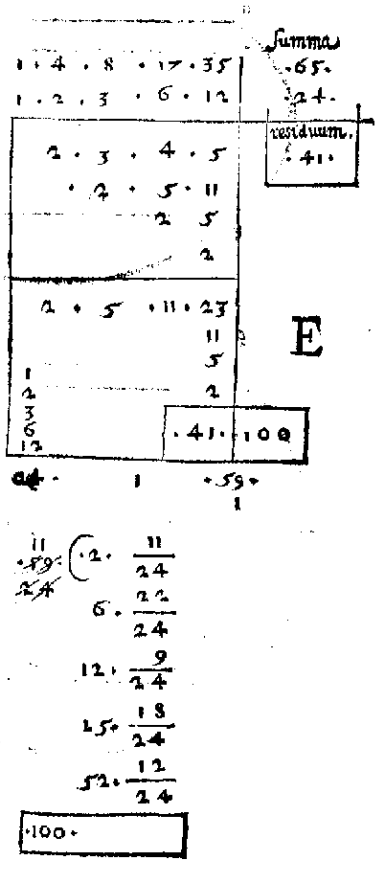
DEmpto postea quo volueris horum altero productorum ex maximo, diuisoq; reliquo per differentiam consequentium, ipsi diametraliter oppositam, pro ueniet tibi numerus antecedens correspondensq; illi.

Animaduertendum tamen est, quòd si in figura à me ita ordinata, summa simplex proposita medium locum occuparet, vt in figura D. arithmetica videri potest; tunc vt habeatur eius productum, addenda simul erunt circunstantia producta. eo q; eius secundum latus esset antecedens medio loco constitutum, & prima pars quæsita numeri propositi: in qua figura. D. manifestè paret ratio, quare colligendi sint tam errores, quam producta, dum eorum alterum est plus, reliquum verò minus.

Speculatio figuræ D. arithmeticæ videbitur in figura. D. geometrica, eodem fere modo quo fecimus in figuris. C. mutatis mutandis, respectu ipsius plus, & minus.

Collectio namque errorũ similiter accidentalis est, eo quòd essentialis numerus diuisor per se, est maxima differentia summarum simplicium, vt in dicta figura. D. cerni potest.

Sed vt superius dixi, nunc etiam repeto, quòd rectè hoc loco multiplicabatur summa simplex proposita, cum prima pars primæ positionis, vt productum diuideretur per primam simplicem summam, vnde proueniret nobis pars prima quæsita nostri numeri propositi, ex regula de tribus, vnica positione.



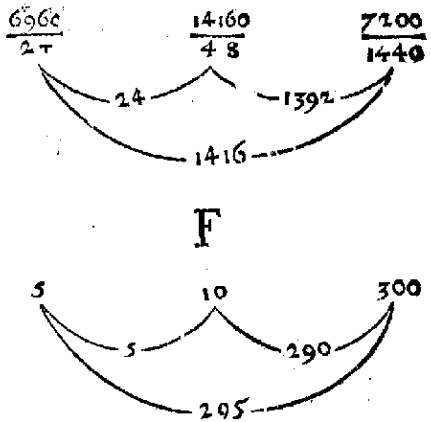
Vt exempli gratia, datus numerus diuidendus sit. 190. in quinque partes, tales verò, q secunda duplo maior sit prima cum. 2. simul, tertia autem æqualis sit primæ & secundæ cum. 3. vnitatibus iunctis, quarta posteà maior sit prima secunda, & tertia per. 4. vnitates, quinta demum superet reliquas omnes per quinque vnitates, vt in figura. E. videre est, quæ quidem partes compositæ (sumpta vnitate pro prima) ita dispositæ erunt. 1. 4. 8. 17. 35. quarum summa erit. 65. simplices autem cum dispositæ fuerint erunt. 1. 2. 3. 6. 12. quarum summa erit. 24, dempta igitur cum fuerit hæc simplex summa. 24. à composita. 65. residuum erit. 41. hoc est summa numerorum propositorum cum suis iterationibus in ipsis partibus, quod cum per se clarissimum sit, superfluum est ipsã summam anatomizare per singulas partes, nisi quis habuerit eius cerebrum à figura Omega terminatũ, cui tamen possemus dicere dictam summam. 41. in. 4. partes diuidi, cuius prima esset. 2. pro additione ad secũdam partem simplicium, secunda verò esset. 5. pro additione ad tertiam partem simplicium, tertia autem esset 11 pro additione ad quartam partem simplicium, quarta demum esset. 23. pro additione quintæ partis simplicium, quarum partium. 2. 5. 11. 23. summa est. 41. vt diximus. Hæc igitur summa. 41. subducenda est à numero. 100. proposito, vnde relinquatur. 59. pro summa partium simplicium numeri propositi, quarum prima erit 2. cum vndecim vigesimisquartis ex diuisione huiusmodi. 59. per. 24. summam partium simplicium ex vi regulæ de tribus, dicendo si. 24. prouenit nobis ab. 1. prima partium simplicium, à quo proueniet nobis. 59. vnde proueniet à. 2. cum vndecim vigesimisquartis pro prima parte quæsita, secunda verò iuxta propositum, erit. 6. cum. 22. vigesimisquartis, tertia autem. 12. cum nouem vigesimisquartis, quarta posteà 25. cum. 18. vigesimisquartis, quinta demum erit. 52. cum. 12. vigesimisquartis, quarum omnium summa erit. 100.

STifelius in primo exemplo regulæ falsi, ita inquit.

Quæratur numerus, à cuius dimidio subtractæ partes tertia, & quarta relinquatur. 300.

Ipse enim supponit. 300. pro residuo cognito alterius numeri incogniti, deinde accipit. 24. pro prima positione numeri cogniti, à cuius medietate abscindit tertiam & quartam partem ipsius medietatis, vnde remanet. 5. qui quidem numerus. 5. ex. 22. quinti vel. 15. septimi se habebit ad. 24. vt. 300. ad numerũ quæsitum, quare cum quis multiplicauerit. 300. per. 24. & productum diuiserit per. 5. proueniet. 1440. numerus quæsitus, ex vi regulæ de tribus.

Considerem⁹ igitur meã dispositionem numerorum huiusmodi exempli, in figura hic supposita. F. in qua videre licebit quo pacto ipse etiam Stifelius accipiat diuisorem. 5. vt differentiã eorum & non ut differentiam eorum consequentium. 5. et. 10 sicuti est re uera, ut diuisor dico, ex rationibus à me hic supra adductis, quamuis vna & eadem sit quantitas necessariò ut patet.



ACcipiamus adhuc aliud exemplum à Tartalea propositione. 9. datũ, & oppositũ priori; nam sicut in illo numerus simplex habebatur per subtractionem summæ numerorum adijciendorum, in hoc fit è conuerso, hoc est per additionem numerorum subtrahendorum.

Problema igitur ita se habet. Fuit quidam mercator qui habebat aliquot aureos, cuius quantitas posteà quærenda erit, hic enim fecit duo itinera, vt aliquod de lucris mediantibus lucrum faceret, in primo autem itinere duplicauit numerum aureorum, ex quibus posteà consumplit. 4. pro aliquibus expensis, in

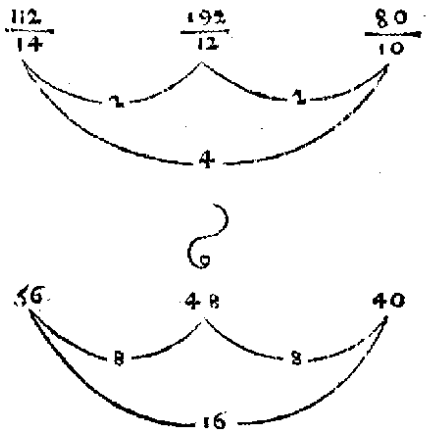
secun-

ſecundo itinere iterum duplicauit ſuos aureos, ex quibus etiam poſtea conſumpſit. 8. numeratis poſteà pecunijs reperit tantummodo. 24. aureos in eius marſupio, quę ritur nunc quot habebat aureos in principio primi itineris.

In tali caſu, cum ipſe quolibet itinere duplicabat eius pecuniam, nulli dubium eſt quòd in fine ſecundi itineris ipſe habuiſſet pecuniam ſuam quadruplicatam, ſi ex ipſa nihil detractum fuiſſet, ſed quia in fine primi itineris conſumpſit. 4. aureos, quibus alios. 4. lucratus eſſet in ſecundo itinere, poſteà conſumpſit iterum. 8. aureos, ita ꝙ ex quadruplo ſuæ primæ pecuniæ, rectè dici poteſt, quod conſumpſerit. 16. aureos; qui quidem numerus ex communi conceptu erit differentia inter. 24. & quadruplum prioris pecuniæ, cum qua profectus fuit in principio eius itineris; quapropter ſi addiderimus. 16. ipſi. 24. habebimus. 40. pro quadruplo eius prioris pecuniæ. Rectè igitur dici poteſt, ſi. 4. prouenit ab vno, à quo numero proueniet. 40.

Videamus igitur nunc quo pacto hoc reſpondeat cum methodo antiquorum. Ego enim inueni duas poſitiones ſcripras à Tartalea pro prima pecunia hoc eſt. 12. et. 14. ſed à. 12. pro primo errore reperi. 8. more antiquo à. 14. verò pro ſecundo errore proueniebat. 16. producta autem horum numerorum diametraliter, ſunt. 112. et. 192. quorum differentia eſt. 80. pro tertio producto, quo diuiſo per differentiam errorũ. 8. ſcilicet, præbet nobis. 10. pro pecunia quæſita, vt etiam ego inueni.

Sed hoc mihi viſum eſt ſubtilius examinare mea methodo mediante, vt in figura. G. videre eſt, prius enim ſuo loco poſui tria producta dicta, deinde duas poſitiones. 12. et. 14. & quia ſciebam productum. 112. oriri à multiplicatione. 14. cum. 8. ideo poſui talem numerum. 8. ſuo loco diametraliter oppoſito ei producto. 112. & quia ſciebam etiam productum. 192. naſci ex. 12. et. 16. ideo ſuo loco poſui hunc numerum. 16. qui eſt maxima differentia inter duos conſequentes (ita à me ſupra nominatos) à qua differentia dempta priori. 8. iam inuenta, reliqua. 8. mihi dabatur, quã ſuo loco notaui, ſuo etiã loco ſcripſi. 2. differentiam inter 12. et. 14. antecedentium. ſed quia ſciebam eandem proportionem eſſe inter hanc differentiam & differentiã. 8. huic ſuppoſitã, quæ reperitur inter. 12. antecedẽtem, & ſuũ conſequentem; ideo poſui. 48. pro dicto conſequenti, diuiſi poſtea productum. 80. per. 8. differentiam ei diametraliter oppoſitam, vnde prouenit mihi 10. cui ita proportionatus eſt ſuꝰ numerus conſequens. 40. vt. 48. ad. 12. et. 56. ad. 14. ex iiſdem rationibus à me ſupra dictis.



In tali igitur figura videntur numeri naturaliter correſpondẽtes ipſis poſitionibus, & hac methodo poſſumus inuenire tales numeros conſequentes in omnibus alijs exemplis à noſtris maioribus ſcriptis.

Pro-

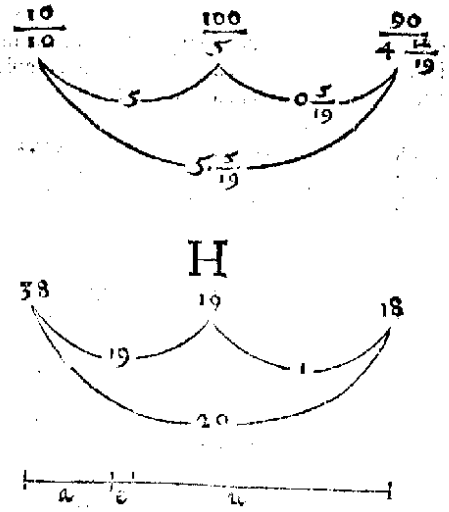
PRoponitur etiam quoddam vas, cuius pes ſit quarta pars totius vaſis cum operculo, pars autem media ſine operculo, ſit quinta pars ipſius pedis, operculum verò. 18. libras pendeat. quæritur nunc quantitas dicti pedis.

Ex methodo enim antiquorum inuentus eſt pes. 4. cum. 14. decimisnonis talium partium, ſeu librarum, quatium operculus eſt. 18. Videamus igitur & nos ex noſtra figura, quo pacto hoc reſpondeat veritati.

Inuenta enim ſunt tria producta, iã orta ex dicta methodo. 10. 100. 90. quæ ſuis locis notaui, vt in figura. H. ſubſcripſi etiam duas illorum poſitiones. 5. et. 10. cum ſua differentia. 5. & cum productum. 10. oriretur ab vno latere. 10. reliquum erat. 1. quod ſuo loco notaui, ſimiliter quia. 100. productum, pro vno eius laterum erat. 5. reliquum autem. 20. ſuo loco poſui, & quia differentia inter. 20. et. 1. duo latera, quæ eſt. 19. æqualis eſt ei, quæ inter duo conſequentia duarum poſitionum, etiam ſuo loco ipſam conſtitui, ſed quia hæc differentia eſt vnum laterum producti. 90. ergo reliquum latus quæſitũ erit. 4. cum. 14. decimisnonis, rectè igitur operatur. ſed cum eadem proportio ſit inter differentiam. 5. ſuperiorem, et. 19. inferiorem, quæ eſt vnius antecedẽtis ad ſuum conſequens, quare. 10. antecedẽs habebit pro ſuo conſequenti. 38. et. 5. habebit. 19. et. 4. cum. 14. decimisnonis habebit. 18. rectè igitur dictum fuiſſet ſi. 19. prouenit à 5. à quo proueniet. 19?

Huiuſmodi autem rei ratio ita ſe hẽt, eſto linea. a. e. u. cuius pars a. ſit quarta reliquarum. e. u. iunctarum, ſed. e. ſit quinta ipſius. a. Tunc clarum erit quod. e. erit vigeſima dictarum. e. u. quare erit decimanona ipſius. u. ſed cũ u. sũpta ſit vt. 18. rectè igitur dici poteſt, ſi. u: ut. 19. prouenit ab. a. ut quinque, à quot ipſius. a. proueniet. u. ut. 18.

Quis enim non uidet quod diuiſa cum fuerit. u. in partes. 19. quod quinque illarum æquabuntur ipſi. a. cum quælibet fuerit æqualis. e. quintæ parti ipſius. a.



HAc igitur mea numerorum diſpoſitione mediante reperiuntur ipſi numeri inferiores naturaliter conſequentes, correſpondentesque ipſis ſuperioribus antecedentibus; quamuis multoties cõtingere poſſit, ut generationes ſeu compoſitiones ipſorũ ignorentur: & quia tam à differentijs errorum, quam ab illis, quę ſunt inter ueros conſequentes numeros (propter eorum æqualitatem) elicitur ipſa ueritas, propterea rectè antiqui illis vſi ſunt, quamuis ſint potius ſenſum ſequuti, uel experientiam, quam rationem: quæ quidem ratio pendet ab ipſis naturalibus numeris conſequentibus (ut ſupra uidimus) etſi incognitis ut plurimum, quod ſi ipſos inuenire primò nobis datum fuiſſet, unica tantũmodo poſitio ſufficeret

rer, mediante ipſa regula de tribus, vt iã ſæpius dictũ eſt, quod etiã clarè paret ex diuerſis problematibus. 17. lib. ipſius Tartaleæ, vt ex primo, quod aſſumpſimus pro noſtro etiam primo exemplo, ex. 9. 15. 16. 17. 18. 19. 20. 27. 28. 29. 30. 33. & ex alijs multis, vbi facillimè inuenitur conſequens ipſius poſitionis, qui quidem numerus eſt diuiſor producti ipſius numeri propoſiti in numerum poſitionis, vnde poſteà prouenit ſecundũ latus huiuſmodi producti, hoc eſt numerus quæſitus, per regulã de tribus, vt dixi.

Alia verò multa problemata inueniuntur, pro quorum reſolutione poſſumus aliqua methodo vti, in qua manifeſtè pareant eorũ rationes abſque regula falſi, cuius regulæ rationes non ita promptè ipſi intellectui ſe offerunt, vt ſupra vidimus.

Accipiamus pro exemplo. 21. problema ipſius Tartalæ in dicto. 17. libr. vbi ſupponit vnum hædum diuiſum in. 4. partes, quarum quælibet vendebatur eodem precio, interiora vero. 6. denarijs minus quam quælibet dictarum partium, ſumma autem omnium iſtorum denariorum fuit. 127. quæritur nunc precium cuiuſque partis.

Tale enim problema hoc etiam alio breuiori modo poteſt ſolui, vt rationes magis pateant, quam ex regula falſi.

Nam ſi illi numero. 127. denariorum, additus fuerit numerus. 6. ſumma erit. 133. qua diuiſa per quinque, illico proueniet. 26. cum tribus quintis pro precio vniuſcuiuſque quatuor partium, à quo. 26. cum tribus quintis dempto. 6. remanebit. 20. cum tribus quintis pro precio interiorum.

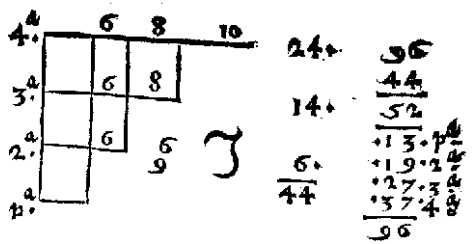
Simili modo in. 24. problemate inquit.

Duodecim pyra cum. 28. pomis venduntur. 36. denarijs, et. 20. pyra. cum. 200. pomis vẽduntur. 44. denarijs, quæritur nunc, quod nã fuerit precium vniuſcuiuſq; illorum.

Hoc etiam problema, hac alia methodo ſolui poteſt, dicendo ex regula de tribus, ſi ex. 20. vtrorunque qui ea vendit, vult. 44. quid volet ex. 12? manifeſtũ erit quod volet. 26. cum duobus quintis, quare. 12. pyra cum. 12. pomis valebunt. 26. cum duobus quintis, ſed 12. cum. 28. pomis valebant. 36. ergo. 16. poma ſola valebunt. 9. cum tribus quintis, hoc enim clarè ex ſe patet; quare cum dixerimus, ſi. 16. poma ſola valent. 9. cum tribusquintis, vnum valebit. 0. cum tribusquintis, ſed quemadmodum. 20. pyra cum. 20. pomis valent. 44. vnum pyrum, cum vno pomo valebunt. 2. cum quinta parte, à quo numero detractus cum fuerit. 0. cum tribus quintis, precio ſcilicet vnius pomi, reliquum. 1. cum tribusquintis, erit precium vnius pyri.

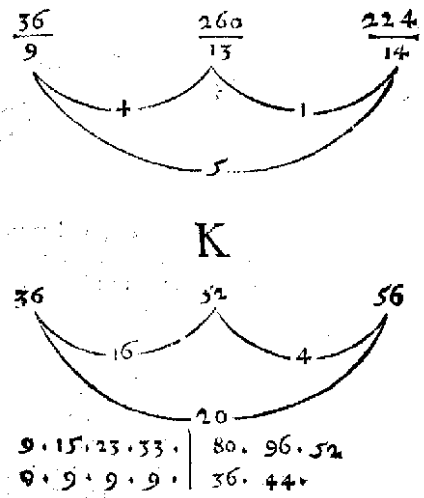
Idem etiam dico de. 28. problemate, vbi ſupponit quod quidam comparaſſet quatuor petias, vt vulgo dicitur, panni pro ducatis. 96. quarum primæ precium oblitus ſit, ſed memoria tenet pro ſecunda ſoluiſſe. 6. plus quam pro prima, & pro tertia ſoluiſſe. 8. plus quam pro ſecunda, & pro quarta ſoluiſſe. 10. plus quam pro tertia, quæritur nunc quantum fuerit precium vniuſcuiuſque illarum.

Quod quidẽ problema breuius eſſet ita ſolui, vt in ſubſcripta figura. I. videri poteſt, addẽdo ſimul omnes exceſſus. Nam exceſſus ſecũdæ ſupra primam eſt. 6. ſed cum exceſſus tertiæ ſupra ſecundam ſit. 8. ergo exceſſus tertiæ ſupra primam erit. 14 ſed

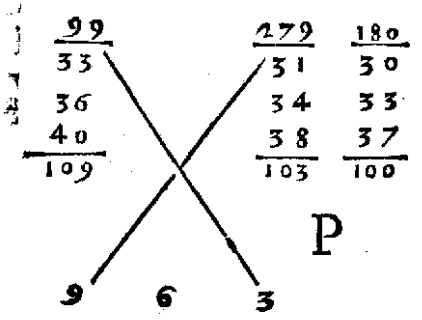


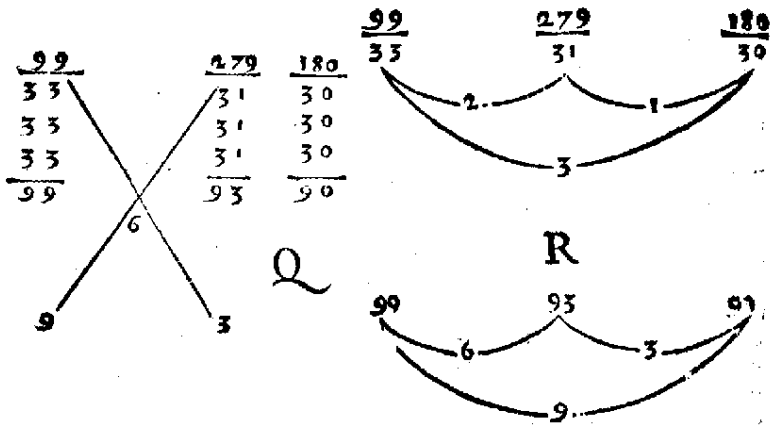
ſed exceſſus quartæ ſupra tertiam eſt. 10 vnde ſupra ſecundam erit. 18. & ſupra primam erit. 24. quæ omnia ſimul addita erunt. 44. & in qualiber harum trium remanebit una pars æqualis primæ quantitati, quare ſi ex. 96. detractus fuerit numerus. 44. reliquus 52. erit quadruplus primæ, quare prima pars valebit. 13. ſecunda. 19. tertia. 27. & quarta. 37. quarum omnium ſumma eſt. 96.

EX poſitionibus autem Tartaleæ in noſtra figura. K. digeſtis, videre poſſumus quo pacto colligãtur huiuſmodi conſequẽtes numeri ſimplices. 36. et. 52. more figuræ. E quia colliguntur primò partes compoſitæ. 9. 15. 23. 33. ex quarum ſumma 80. ſubtrahitur. 36. ſumma ſimplex ex ſimplicibus partibus. 9. 9. 9. 9. & reliduũ quod eſt. 44. ſubducitur ex. 96. ſumma compoſita & propoſita, vnde remanet. 52. pro ſumma ſimplici, ex numero dato, cuius proportio ad. 13. eadem eſt quæ. 36. ad. 9. & propterea ſuperflua eſt ſecunda poſitio, quãdo ſcimus inuenire tales duos numeros conſequentes, vt in hoc exemplo ſunt. 36. et. 52. quia ex regula de tribus poſtcà elicitur veritas quæſita. Idẽ dico de. 33. problemate.



PRO quo. 33. problemate accipiantur poſitiones primi exẽpli Tonſtalli hoc eſt. 33. et. 31. vt in figuris hic ſubiectis. P.Q. facile quis poteſt videre, vbi in figura P. videbit numeros compoſitos, in figura verò Q. certos numeros ſimplices, a quibus prouenient rationes per ſe huiuſmodi operationis, in figura autem R. videbitur meus ordo, & iſtæ tres figuræ ſimiles erũt tribus illis primis. A. B. C. ita quòd cum quis illas intellexerit, illico etiam iſtas cognoſcet, vbi etiã videbit quam confuſè ratiocinẽtur ij qui ignorant hunc meum ordinem ſimplicium numerorũ, à quibus fluit tota ratio (vt ſupra dixi) huiuſcemodi operationis.





IDem etiam potest dici de.15.problemate (sicut de alijs multis) vbi ponit tres homines habentes.40. aureos quorum primus habet duas quintas partes secundi,secũdus verò quinq; octauas tertij, quæriũ nũc quot ducatos habeat vnusquisque.

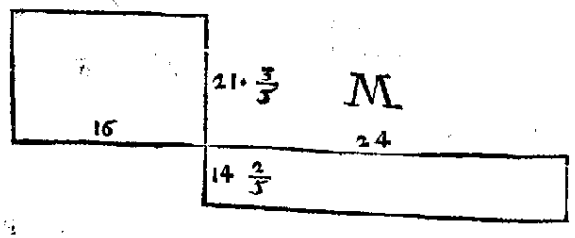
Quis non videt quæso, q omnes partes erunt.15.quare cum dixerimus si.15. dat nobis.2.(pro prima portione primi hominis) quid dabit.40?vnde nobis proueniet 5.cum tertia parte.

Et de.29.similiter assero, vbi ponit aliũ emisse tria frusta panni pro ducatis. 48. quarum secundam habuit pro dimidio precio primæ, tertiam autem pro quarta parte ipsius secundæ,quare omnes partes erunt.13.quapropter precium tertiæ petiæ erit tertiadecima pars ipsius.48.hoc est.3.cum.9.tertijs decimis.

Adhuc duo exempla videtur mihi proponere, quorum primum est.38. eiusdem lib.vbi supponitur operarium quendam velle perficere opus quoddam spacio dierum.36.tali pacto, quod qualibet die, in qua ipse operaturus sit lucretur solidos. 16.qualibet verò die, in qua nihil agat perdat solidos.24.Tunc accidit, vt exacto termino perfectoq; opere, tantum lucratus sit, quantum perdiderit. Quæritur nũc quot fuerint dies lucri, quotũe perditionis.

Huiusmodi problematis operatio breuissima absque vlla falsa positione ita erit, hoc est diuidendo productum.36.in.24.per.40.ideſt per aggregatum ipsius.24.cũ 16.& prouentus erit.21.cum tribus quintis pro diebus lucri, vnde reliquum ex.36. erit.14.cum duabus quintis pro diebus perditionis.

Cuius operationis ratio ex se satis patet, cum duo producta, vnum lucri, alterum vero perditionis æqualia esse debeant, vnde ex duodecima, & vigesimasepti mi ex regula de tribus reperiun tur partes ipsius 36. eodem modo



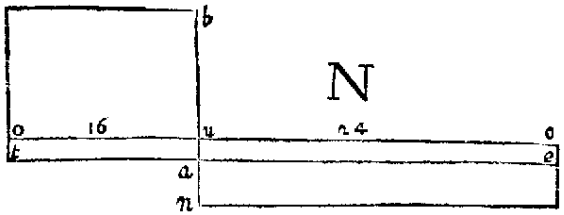
do se inuicem habentes, vt.24.et.16.quæ sunt.21.cum tribus quintis,et.14. cũ duabus quintis,ex quo sequitur, vt quod fit ex.21.cum tribus quintis,in.16.equale sit ei quod fit ex.14.cum duabus quintis,in.24.& ita reperiuntur duo producta æqualia, vnum lucri, reliquum verò perditionis, vt in figura.M.clarè videtur.

ALiud verò exemplum est.39. quod quidem à superiori non differt, nisi quod in fine operationis, operarius dictus lucratus est solidos.60: quæritur nũc vt supra, quot fuerunt dies lucri, & quot perditionis.

Hoc etiam absque vlla falsa positione dicto citius potest solui, hoc modo, diuidẽdo scilicet illos.60 solidos per.40.ideſt per aggregatum. 24. cum. 16. proueniens autem, quod erit.1.cum dimidio,adde ad latus superius inuentum, hoc est.21.cum tribus quintis & summa erit.23.cum decima parte pro numero dierum lucri, deinde idem prouentum deme ex alio latere superius reperto.14.cum duabus quintis,& residuum erit, 12. cum nouem decimis, vnde habebis numerum dierum perditionis.

Pro cuius rei speculatione cogitemus in figura. N. duo dicta producta inuicem æqualia. o.b. et.n.c.existente latere.u.c.vt.24.u.o.ut.16:b.u.vt.21.cum tribus quintis, et.u.n.vt.14.cum duabus quintis. Nunc verò si mente concepta fuerit recta. e. a.r.æ.quidistans.o.c.ita vt rectangulum.o.e.sit. 60.tunc rectangulum,seu productum b.r.superabit rectangulum seu productum.n.e.per idem.60.ex communi conceptu, eo quòd ex producto.n.c.sublatum est productum.a.c.24.& producto.o.b.additum est productum.e.a.16.rectè igitur feci cum diuiserim.60.per.40. vnde prouenit mihi.u.a.ideſt.1.cum dimidio, quod additum ipsi b.u.composuit.b.a. & dempto ex.u. n.relinquit.a.n.pro lateribus duorum productorum.b.r.et.n.e.

Sed si idem operator perdidisset. 60. tunc cogitaremus parallelam dictam. e. a.r superius ductam esse ita vt secaret. b.u.& non.u.n.vnde adderet.24.ipsi producto.n. c.& demeret.16.à producto.b.o.



CIRCA verò talia quæsita videtur mihi non inutile fore si aliquid notatu dignum aduerterim, hoc est quod sæpe accidere poterit ut casus impossibiles proponantur. Quemadmodum si aliquis diceret, cupio mihi uestimentum conficere ex duobus pannis colore & pretio differentibus, quorum unus exempli gratia.

tia ſit albus, rubeus uerò alter, deinde albus ſit pretij. 40. ſolidorum uniuſcuiuſque cubiti, rubeus uerò precij. 50. uellemque omnes cubitos eſſe. 8. nec plus nec minus. Vellem etiam ſoluere ſolidos. 450. neque minus.

Hic igitur caſus impoſſibilis eſt; eo quòd. 8. cubiti totius rubei eſſent precij ſolidorum. 400. tantummodo, unde ex alio panno albo minoris precij ſumere aliquid non poſſumus.

Idem etiam eueniret ſi uoluiſſet ſoluere ſolidos. 320. neque plus, eo quòd. 8. cubiti illius minoris precij, hoc eſt. 40. ſolidorum, eſſent ualoris. 320. ſolidorum tantummodo, quare pro alio panno nullus eſset locus. Animaduertendum igitur erit quod numerus poſſibilis ad ſoluendum tale quæſitum erit inter. 400. et. 320. & non extra iſtos terminos, vt vnicuique patere poteſt.

Similiter idem in hoc alio caſu accidere poterit, ut ſi quis diceret.

Emi quinque petias panni pro aureis. 55. pretium tamen primæ oblitus ſum, ſed memoria teneo, quòd ſecunda altioris pretij erat quam ipſa prima per. 4. & tertia precioſior ſecunda per. 7. et quarta carior tertia per. 9. quinta verò ſuperabat quartam per. 2.

Hic etiam reperitur impoſſibilitas quædam, eo quòd aggregatum omnium harum rerum, dato etiam quòd pro prima nihil ſolutum eſſet, ſuperat aureos. 55 quòd quidem nullo pacto fieri poteſt, vt veri ſint ſupra dicti exceſsus, ſi verus eſt numerus totalis aureorum. 55. Nam. 4. cum. 7. faciunt. 11. qui quidem. 11. cum. 9 efficiunt. 20. & hic cum. 2. facit. 22. ſed. 22. cum. 20. et. 11. et. 4. dant. 57. qui numerus maior eſt quam. 55.

FINIS THEOREM. ARIT.

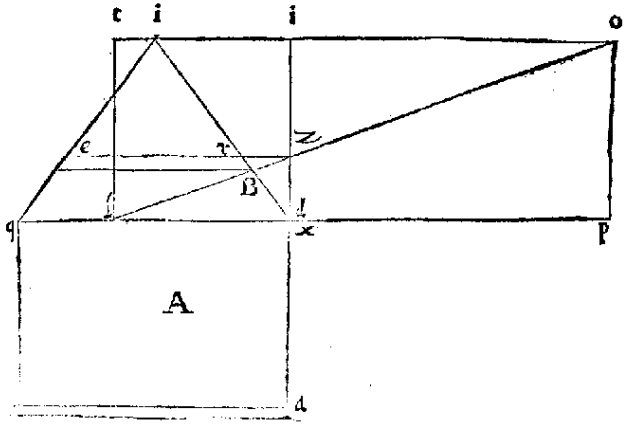
DE RATIONIBVS OPERATIONVM PERSPECTIVAE.

CAP. I.

VM nullus adhuc (quod ſciam) veras internasq; cauſas operationis perſpectiuæ perfectè docuerit, operæprecium exiſtimaui aliquã de ijs diſputationem ſuſcipere.

Multi enim eorũ, qui huiuſmodi operationis regulas præſcribunt, cum eius effectuum veras cauſas ignorent, varios diuerſosq; errores committunt, vt exempli gratia in ſubſcripta figura ſuperficiali. A. volentes degradare (vt dicunt) rectangulum. q. a. in triangulo. i. d. q. ducunt parallelã ipſi. q. d. à puncto. B. interſecationis lineæ. o. l. cum latere. i. d. trianguli, & (idem) indifferenter, eandem quoque à puncto. Z. interſecationis ipſius. o. l. cum perpendiculari. x. i. ducunt; neſcientes hunc ſolum eſſe verum modum, non item alium, quia ſi alius, talis eſſet, hic, verus non exiſteret, nam ſi vellent ſeſe excuſare, quòd ducendo dictam parallelam à puncto. B. hoc fiat præſupponendo planum ipſius. i. d. q. verſus rectangulum. q. a. orizontale inclinatum, ſecundum angulum. i. d. q. hæc excuſatio accipienda non eſſet, quia horum conſenſu, præſupponendo planum. i. d. q. inclinatum, anguli inferiores rectanguli degradati, non tam acuti, quam ſunt duo. i. d. q. et. i. q. d. eſſe deberent, quod facilè eorum ratione innoteſcet, quæ de figura corporea. A. hìc ſubſcripta mox proponam, præter id, quòd volentes deinde aſpicere quadratum degradatum, oporteret huiuſmodi planum reſpectu oculi ita collocare, quemadmodum ſe habet linea. i. d. reſpectu. o. quod factu nimis arduum eſſet.

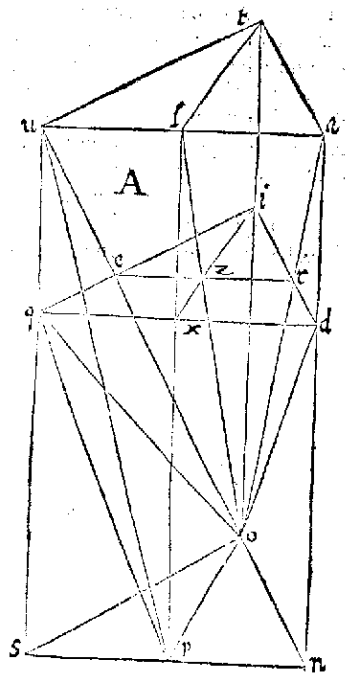
Vera igitur ratio erit ducere parallelam. e. r. ad. q. d. à puncto. Z. communi ipſis. o. l. et. x. i. perpendiculari ipſi. l. p.



Pro

Pro cuius rei ſpeculatione imaginemur in figurâ corporea. A: q. a. eſſe figuram rectangulam orizontalemq; ad degradandam ſuper aliquod planum perpendiculare orizonti, & cum eo primum coniunctam in linea. q. d. cuius plani triangulum. i. q. d. pars erit, ſit autem oculus reſpicientis. o. cuius altitudo. o. p. ab orizonte, qui quidē conſpicit rectangulum dictum orizontale. q. a. in pyramide. o. q: o. u: o. a. et. o. d. terminata quatuor triangulis. o. q. u: o. u. a: o. a. d. et. o. d. q. ſit verò primum ita collocatus pes. p. eius qui reſpicit, vt linea. p. l. perpendicularis ipſi. u. a. lateri rectanguli, medio loco poſita ſit, inter. a. n. et. u. s. Idq; primum nobis erit exemplum.

Imaginemur nunc lineas. u. q. et. a. d. indefinitè productas eſſe, quæ in ſuperficiebus duorum triangulorum. o. u. q. et. o. a. d. & rectanguli orizontalis. q. a. ex prima vndecimi Euclid. poſitæ erunt. Imaginemur etiam lineam. p. s. n. perpendicularem ipſi. p. l. quæ etiam cum duabus. u. q. s, et. a. d. n, ex. 34. primi Euclid. angulos rectos conſtituet, cum ex. 28. duæ. u. q. s. et. a. d. n. ſint parallelæ ipſi. p. l. et. s. n. ipſi. u. a, & quia ſupponitur. o. p. perpendicularis plano orizontali, Angulus ergò. o. p. l. rectus erit ex ſecunda definitione. 11. Euclid. Imaginemur quoque ductas eſſe duas. o. s. et. o. n. vnde l. p. ei ſuperficiei, in qua ſunt duæ lineæ. o. p. et. s. n. ex. 4. 11. perpendicularis erit, & ſuperficies orizontalis. a. s. perpendicularis erit cum dicta o. s. n. ex. 18. eiuſdem lib. vnde ex dicta definitione. o. s. u. et. o. n. a. erunt anguli recti et. o. s. et. o. n. ex communi ſcientia, in ſuperficiebus duorum triangulorum. o. u. q. et. o. a. d. erunt, ſi noluerimus cogere aduerſarium ad confitendum duas lineas rectas includere ſuperficiem, quemadmodum cogeretur facere, ſi opinaretur duas alias rectas per eadem puncta. o. s. n. tranſire, quæ ſunt in dictis ſuperficiebus, Vnde. o. s. et. o. n. communes erunt ſectiones duarum dictarum ſuperficierū cum ſuperficie. o. s. n. Imaginemur nunc has duas ſuperficies. o. u. et. o. a. quarum communis ſectio ſit. o. t. (quæ erit linea recta ex. 3. lib. 11.) quæ erunt perpendiculares ſuperficiei. o. s. n, ex. 4. et. 14. iam dictis. & ex. 19. eiuſdem o. t. perpendicularis eidem ſuperficiei. o. s. n. erit, & ex. 6. eiuſdem hæc linea. o. t. duabus. u. q. s. et. a. d. n. parallela exiſtet, & ex. 9. eiuſdem hæc linea. o. t. duabus. u. q. s. et. a. d. n. parallela exiſtet, & ex eadem. 9. erit parallela ipſi. p. l. Imaginemur nunc planum, ſuper quod deſide remus videre quadrangulum orizontale, quod planum, exempli gratia, ſit primo, vt iam diximus, locatum in linea. q. d. ad angulos rectos cum plano orizontali, cuius communes ſectiones cum ſuperficiebus. s. r. et. n. t. viſionis laterum. u. q. et. a. d. ſint. i. q. et. i. d. & communis ſectio trianguli. o. u. a. ideſt viſionis lateris. a. u. cum dicto plano, ſit. r. e. Vnde ex communi ſcientia rectangulum orizontale, oculo. o. ſeipſum patefaciet in plano. i. q. d. ſecundum

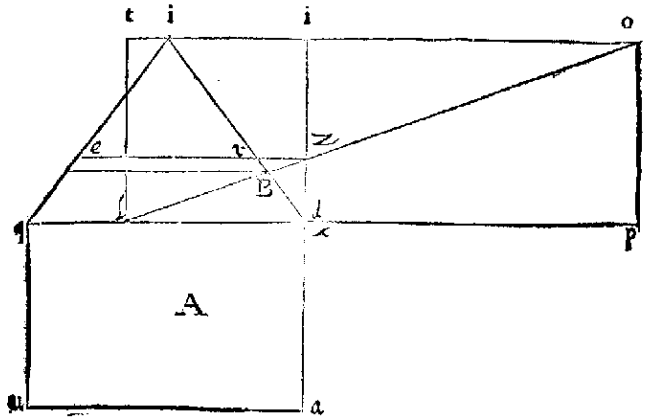


cundum figuram quadrilateram. q. d. r. e. Communis autem ſectio ſuperficiei. p. r. cum dicto plano, ſit. i. x. quæ. i. x. perpendicularis erit. s. a. ſuperficiei orizontali ex 19. lib. 11. quia. p. r. eſt etiam orizonti perpendicularis ex. 18. eiuſdem, cum. o. p. eidem perpendicularis exiſtat. Vnde. i. x. erit altitudo trianguli. i. q. d. & æqualis ipſi. o. p. ex. 34. primi. Sit deinde. o. l. cōmunis ſectio ſuperficiei triangularis. o. a. u. cū ſuperficie. p. r. quæ. o. l. ſecando lineam. e. r. in puncto. Z. nobis oſtendet quantum diſtare ſeu eminens eſſe debeat latus. e. r. in plano ab. q. d. medio ipſius. z. x. Et quia præſuppoſuimus. p. l. in eodem medio, inter. u. s. et. a. n. ideo. x. q. æqualis erit. x. d. & ex. 4. lib. primi. i. q. ipſi. i. d. et. e. r. parallela ipſi. q. d. ex. 6. lib. 11. cum ipſa quoque ſit perpendicularis ſuperficiei. p. r. ex. 19. eiuſdem. Hucuſque igitur in figura corporea. A. prodeunt in lucem omnes cauſæ effectuum figuræ ſuperficialis. A. ideſt vn de fiat, vt in ipſa figura ſuperficiali, triangulum. o. p. l. tale conſurgat, & quid ſignificet. o. et. o. p. et. p. l. et. o. l. & quam ob cauſam tale quoque formetur triangulum. i. q. d. atque in tantam altitudinem, quantam obtinet. o. p. & quid ſint latera. i. q. et. i. d. & quare erigatur. x. i. parallela ipſi. p. o. ab eadem. p. o. tanto ſpatio diſtans, & qua ratione producatur à puncto. Z. ipſa. Z. r. e. parallela ipſi. q. d.

Nunc obſeruandum eſt, quòd ſi planum ipſius. i. q. d. in figura corporea aliquantulum inclinatum eſſet orizontem verſus, anguli. i. q. d. et. i. d. q. maiores exiſterent, quàm cum idem eſt ipſi orizonti perpendiculare, quemadmodum clarè demonſtratum fuit in. 39. primi Vitelionis.

Non igitur rectè fit ſi in figura ſuperficiali ducatur à puncto. B. parallela ipſi. q. d. abſque maiori apertura angulorum. i. q. d. et. i. d. q.

SVPERFICIALIS.

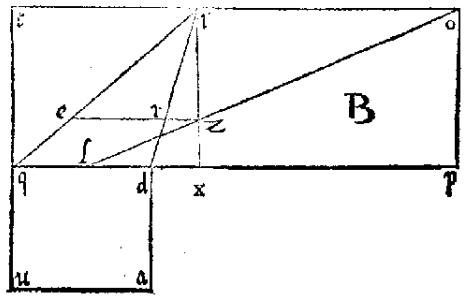


CAP. II.

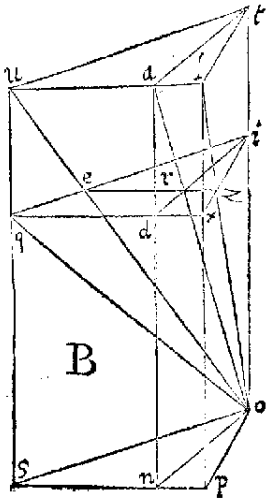
CVM verò duæ præcedentes figuræ intellectæ erunt, facilè quoque erit intelligere duas ſubſequentes. B. B. in corporea quarum. p. l. extra lineas. u. s. et. a. n. reperitur, vbi enim aduertendum erit oportere ſumere ſemper. p. x. figuræ ſuperficialis æqualem ei, quæ eſt corporeæ, & eidem ſuperficiali, adiungere. x. d. æqualem ei, quæ eſt corporeæ, & compoſito. p. d. ex dictis duabus lineis, in figura ſuperficiali, addere. d. q. æqualem ei, quæ eſt figuræ corporeæ, deinde accipere punctum. l. in ſu-

perficiali, ita distans à. p. vt in corporea reperitur. Posteà. x. i. erigetur æqualis lineæ. p. o. & suis terminis concludetur triangulum. i. q. d. & id quod remanet. Vnde si longius diferendo progrediare, patebit ex. 4. primi. i. d. superficialem, futuram æqualem. i. d. corporeæ. Idem dico de. i. q. & de reliquis.

SVPERFICIALIS.



CORPOREA.

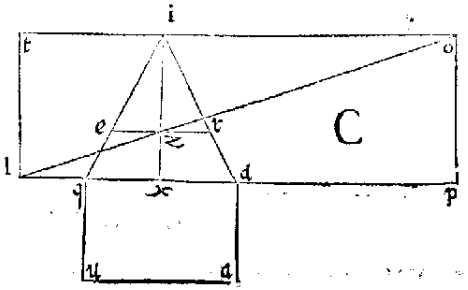


CAP. III.

MODVS hic, proprius est, & vniuersalis, licet in figura superficiali. A. superius posita, secundum communem antiquorum consuetudinem exemplum dederim, effectus enim idem est. Sed si quis vellet considerare dictam figuram superficialem. A. secundum eum modum, quem de figura. B. superficiali præscripsi, id poterit in subscripta figura. C. speculari in hunc modum. Accipiet enim. p. x. superficialem, æqualem corporeæ, & quia in ipsa corporea. A. suppositа fuit linea. p. l. ideſt punctum. x. inter duas. u. s. et. a. n. secabimus. p. x. superficialem in puncto. d. ita, vt. d. x. superficialis. æqualis sit corporeæ, & ipsi superficiali. p. x. addetur. x. q. æqualis corporeæ. vnde. q. d. superficialis æqualis erit corporeę, et. p. x. superficiali addetur. x. l. æqualis corporeæ. De ijs postea quæ dicenda supersunt, iam satis superque diximus.

Quamobrem, punctum. x. aut intra, aut extra lineam. q. d. veniat, hunc modum sequentes, in errorem non incidemus, imò efficietur quadrilaterum. q. r. superficiale, simile, & æquale corporeo.

SVPERFICIALIS.



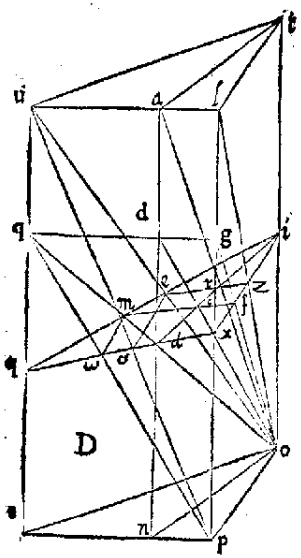
CAP. IIII.

PVNCTVM verò. i. (quod verum est punctum perspectiuæ, vt practici dicere solent) quid sit, hac via & ratione sub nostram cognitionem cadit: quòd nihil aliud

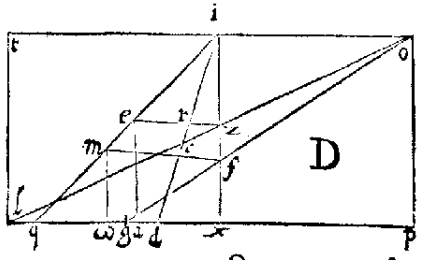
aliud est, quàm punctum, varijs sectionibus commune, & huiusmodi punctum, oculus non est, quemadmodum multi Pictores, Sculptores, Architecti, & Perspectiui ignari, ipsum punctum, oculum appellando, falsò crediderunt, quasi punctũ. i. perspectiuæ oculus esset.

In supradictis igitur figuris manifeste eluceſcit causa diminutionis obiectorum, & altitudinis trianguli æqualis ei, quæ est oculi à plano orizontali, vt etiam distantię. p. l. p. x. & cuiusuis tandem rei. Sed vt huius effectus scientia magis in vniuersum paretur. Volo duas hic subscriptas figuras. D. corpoream, &. D. superficialem à vobis considerari, in quarum corporea, linea. p. l. sit extra duas. u. s. et. a. n. vt in figura. B. locata, ita tamen vt planum trianguli. i. q. d. disiunctum sit à rectangulo superficiali, ideſt, vt separatum existat à linea. q. d. latere ipsius rectanguli, & sit etiam obliquum, respectu ipsius rectanguli, ideſt vt communis sectio dicti plani cum superficie a. s. orizontalis ipsi. u. a. parallela non sit, sed sit obliqua, si tamen idem planum perpendiculare dictæ superficiei orizontali. a. s. erit: & dicta communis sectio exprimatur characteribus. q. ω. ω. d. x. nunc in figura corporea habebimus figuram. e. r. c. m. in plano, quod visualem pyramidem secat, medio cuius figuræ. e. r. c. m. oculus positus in. o. rectangulum orizontale conspicit. Volentes vero nunc in figura. D. superficiali eam describere, faciemus. p. x. superficialem, æqualem corporeæ, eique addemus. x. l. æqualem corporeæ, aut sumemus. p. l. eidem corporeæ æqualem, quam secabimus in puncto. x. eodem planè modo, quo corporea reperitur diuisa; erigemus deinde. p. o. et. x. i. æquales corporeis. Secabimus deinde. x. q. æqualem corporeæ, & ducemus. q. i. et. l. o. vnde habebimus triangulos. o. p. l. et. i. x. q. similes & æquales corporeis ex. 4. primi Eucli. Secabimus deinde. q. x. in puncto. d. eadem ratione, qua secta fuit corporea, & ducemus lineam. d. i. vnde habebimus triangulos. i. d. q. et. i. d. x. similes corporeis. & mediante triangulo. i. q. d. hucusque habebimus situs duorum laterum figurę rectanguli degradati, ideſt situs ipsius. e. m. et. r. c. etiam si adhuc nesciatur in qua parte ipsius. i. q. & ipsius. i. d. esse debeãt. Quod si scire voluerimus secabiſ. p. l. in pũcto. g. similis corporeæ, si in ipsa tamen corporea prius protraxerimus lineam. q. d. latus rectanguli vsque ad. p. l. in puncto. g. Ducetur deinde linea. o. g. superficialis, quæ secabit lineam. i. x. in puncto. f. linea vero. o. l. in puncto. z. punctis sitis in. i. x. superficiali, precisè vt in corporea, quemadmodũ quilibet ex se facilè cognoscere potest. Deinde in corporea, in superficie orizontali ducatur. p. q. et.

CORPOREA.

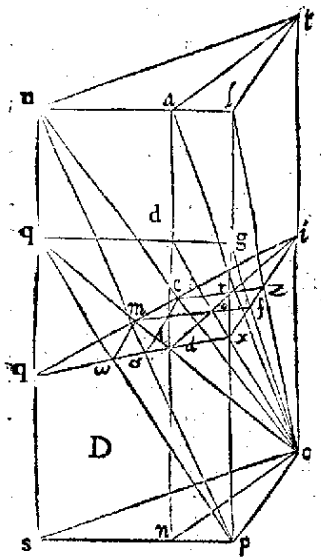


SVPERFICIALIS.

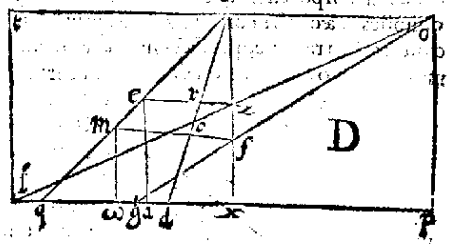


p.u.& imaginemur.o.q.in ſuperficie.r.s.vnde trianguli.o.p.q.et.o.p.u.erunt perpendiculares orizonti ex.18.lib.11.et.o.m.et.a.e. communes ſectiones dictorum duorũ triangulorum cum plano trianguli.i.q.x.ipſi quoque plano ex.19. eiuſdem lib. erunt perpendiculares. Nunc autem ſecetur.q.x. ſuperficialis in punctis.o.et.a. eadem ratione; qua corporea ſecta fuit à duabus.p.q.et.p.u.à quibus punctis.o.et.a.ſuperficialibus ductæ ſint duæ.o.m.et.a.e.perpendiculares vſque ad latus.i.q. in punctis. m.et. e. quę ſitum habebunt in. i. q. ſuperficiali pręcisè, vt in corporea, ex. 26. primi, ducendo deinde in ſuperficiali duas.m.f.et.e. Z. eæ æquales erunt corporeis ex. 4. primi, & ſic anguli.i.e.z.et.i.m.f.& eę duę lineę.e.z.et.m.f.ſectę erunt à linea.i.d.in duobus punctis.r. et. c. vnde. e, r. et. m. c. æquales erunt corporeis ex. 26. primi, ſed ita quoque ſe habent duę.e.m.et.r.c.ſi verum eſt q̃ differentię rerum æqualium ſint adinuicem eriam æquales. Hac ratione igitur habebimus figuram quadrilateram.m.c. r.c. ſuperficialem omnino ſimilem.& æqualem corporeæ. Istamen modus prolixus eſt, & arduus, quam ob cauſam neque ego vnquam eũ vſui accommodarem, neque alijs, vt eodem vterentur ſuaderem.

CORPOREA.



SVPERFICIALIS.



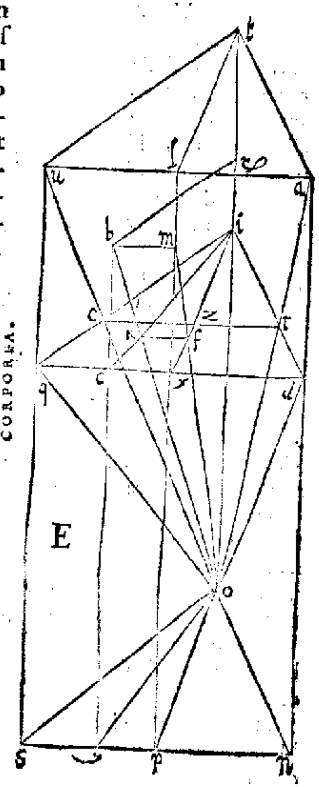
CAP. V.

Est igitur ſciendum, quòd qui ſciuerit vnum ſolum punctum locare in perſpectiua, eo modo quem nunc proponam, facilè quoque ſciet ſupra quodlibet planũ (quod tamen ſit perpendiculare orizonti) quamlibet rem locare. Quam ob cauſam imaginemur hic ſubſcriptas duas figuras. E. corporeã, & E. ſuperficialem, & in quadrilatero rectangulo orizontali.a.u.q.d. imaginemur eſſe punctum b. quodlibet collocandum in aliquo plano perpendiculari orizonti locato, quemadmodum ſupponebatur in figura. A. corporea. Imaginemur ergo in ipſa figura. E. corporea radium viſualem. o. b. qui ſectus ſit à noſtro plano in. k. quod quidem. k. quærendum eſt in triangulo.i.q.d. ipſius plani. Volo ob hanc igitur rem, vt à puncto. b. in figura. E. ſuperficiali ducatur. b. c. ad rectos eũ. q. d. & à puncto. c. ad. i. ducatur linea. c. i. et. b. m. parallela ipſi. q. d. quę ab ipſa. x. l. in puncto. m. erit diuiſa, & hęc. x. m. è directo coniuncta cum. p. x. ducatur. o. m. quæ ab. i. x. ſecta erit in puncto. f. à quo ducendo deinde. f. g. h. parallela. q. d. ab. i. c. in puncto. K. erit diuiſa. Atque id erit quod nobis inquirendum propoſueramus.

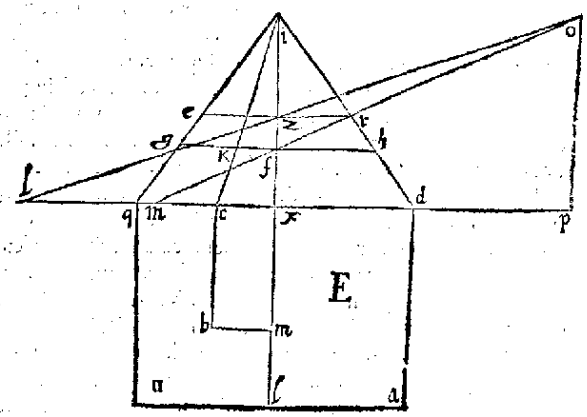
Ad cuius

Ad cuius rei ſpeculationẽ, imaginatione concipiamus lineam. o. c. corpoream, protractam eſſe vſque ad. y. lineæ. s. n. & imaginatione ſit compraehenſa linea. y. o. et. b. R. parallela eidem, ideo ob rationes iam dictas de figura. A. hæ tres lineæ. o. y. i. c. et. R. b. ſimul cum linea. o. b. erunt in vna eademque ſuperficie plana, quam characteribus. y. R. notemus. et. i. c. eius erit ſectio communis cum plano, in quo quæritur punctum, et. f. k. ipſius plani cum triangulo. o. b. m. erit ſectio communis, & parallela ipſi. q. d. ex. 6. lib. 11. quia. k. f. perpendicularis eſt ſuperficiei. p. t. ex. 19. eiuſdem cum triangulus. o. b. m. eidem ſuperficiei. p. t. ex. 18. eiuſdem perpendicularis exiſtat. Vnde perſpicuè patet ratio quare protracta ſit parallela. b. c. et quare ducta ſit. i. c. et coniuncta. x. m. cum. x. p. directè, & quare ducta ſit. o. m. et. f. k. Laudo igitur vt ſemper præſupponatur. p. x. perpendicularis baſi ipſius plani & præſupponatur, (vt rem totam vno verbo complectar) ſuperficies. p. t. perpendicularis plano, & orizonti. Quod reliquum eſt, neceſſarium non eſt, niſi ad ſpeculandum. Neceſſariæ ergo non ſunt aliæ lineæ, quàm. p. x. p. o. x. i. b. c. et. x. m. è directo coniuncta cum. p. x. (quæ. x. m. coniuncta æqualis

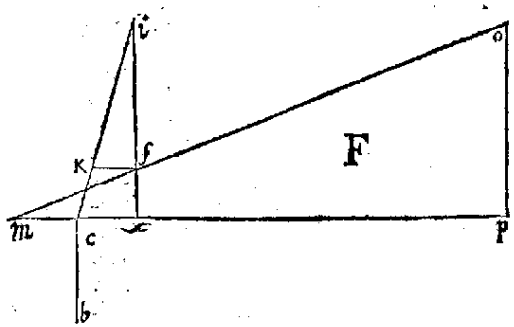
CORPOREA.



SVPERFICIALIS.



æqualis sit ipsi. b. c.) o. m. etiam. i. c: et. f. k. vt in figura. F. clarissimè patet. Alias autē multas lineas in alijs figuris non aliā ob cām duxi, quā ad facilius eruēdas è tenebris ignorantiæ, & in cognitionis lucem proferendas horum effectuum causas, vt dixi.

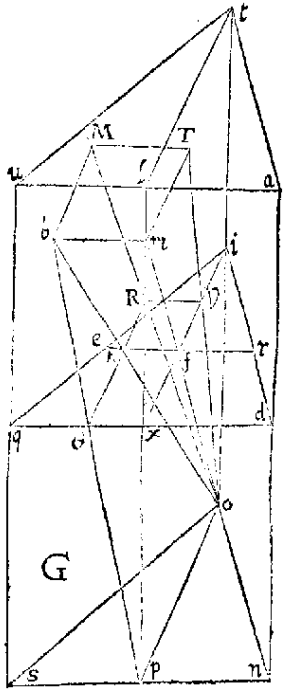


CAP. VI.

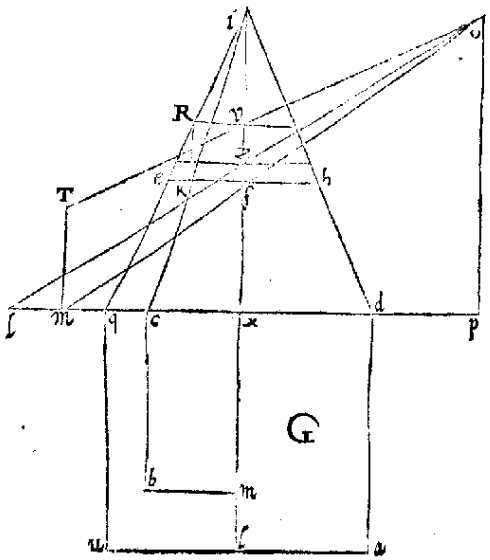
SED vt locum altitudinis, in nostro plano perpendiculari orizonti, & ita locatū, vt postremo diximus, inueniamus; duas hic subscriptas figuras considerabimus. G. corpoream, & G. superficialem, similes duabus. E. E. proximè præcedentibus, in quarum corporea sit linea, b. M. altitudinis perpendicularis orizonti. Quare si desiderabis inuenire in nostro plano situm puncti. M. ideſt punctum radij. o. M. visualis in quo ipse radius à plano est diuisus, quod sit. R. quamuis extra triangulū i. q. d. tibi imaginatione confige ductam esse lineam. p. b. quæ erit sectio communis orizontis cum superficie. o. p. b. M. quæ superficies erit perpendicularis ipsi orizonti ex. 18. lib. 11. Quòd autem non minus. o. p. quàm. M. b. sit in vna eademque superficie dubitandum non est, quia si imaginabimur ductam esse lineam. p. M. habebimus triangulum. o. p. b. cum triangulo. M. b. p. communibus partibus in vna eademque superficie constantem, vt triangulum quoque. o. p. M. cum triangulo. M. b. o. & triangulum. o. p. b. cum triangulo. o. p. M. & triangulum. M. b. p. cum triangulo. M. b. o. Vnde cum quilibet triangulus in vnica tantum superficie sit ex. 2. lib. 11. sequetur superficiem. o. p. b. M. planam esse, & vnicam, cuius communis sectio cum nostro plano sit. t. k. R. quæ perpendicularis orizonti existet ex. 19. lib. 11. eritque parallela ipsi. i. x. ex. 6. eiusdem. Imaginare nunc erectam esse. m. T. æqualem ipsi. b. M. orizonti perpendicularem, quæ extensa erit in superficie. p. t. quod ex se ad considerandum admodum facilè, clarumque existit, reducendo ad impossibilia quemlibet hæc negare volentem. Imaginemur quoque ductam esse lineam. M. T. quæ. b. m. ex. 33. primi erit parallela, quia. m. T. æqualis. b. M. parallela est ipsi. b. M. ex. 6. lib. 11. præter hæc. b. m. parallela est ipsi. q. d. quia sic fuit ducta superius, vnde. M. T. parallela erit ipsi. q. d. ex. 9. vndecimi, & ob id perpendicularis erit superficiei. b. t. ex. 8. eiusdem. Nunc sit. R. V. communis sectio trianguli. o. M. T. cum nostro plano, vnde. R. V. perpendicularis erit superficiei. p. t. ex. 19. lib. 11. quam ob causam parallela erit ipsi. q. d. ex. 6. aut ex. 9. eiusdem quia ex. 6. dicta, parallela est ipsi. M. T. Atsi. R. V. parallela est ipsi. q. d. etiam. f. k. probatum iam fuit parallelam esse eidem, ergo. R. V. parallela erit ipsi. x. f. ex. 30. primi, Vnde ex. 34. æqualis erit ipsi. x. f. Accedamus nunc ad figurā. G. extructā supra figuram. E. superficialem, & erigamus. m. T. perpendicularem ipsi. m. p. sed æqualem perfectæ altitudini, & ducamus. T. o. vt secet lineam. i. x. in puncto. V. ab ipso ducentes. V. R. parallelam ipsi. q. d. ducendo deinde

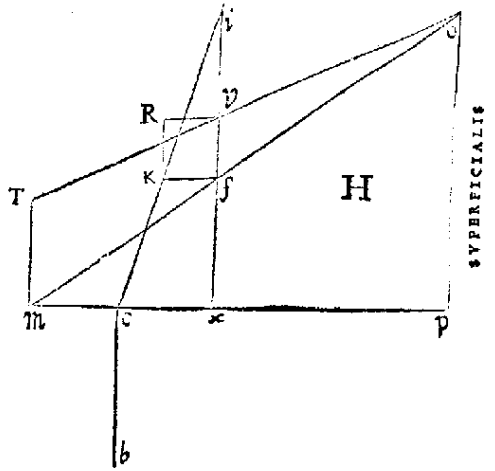
inde. k. R. parallelam ipsi. i. a. habebimus altitudinem. k. R. quam quærebamus in nostro plano. Quod cum sui natura clarum euadat, laborem ratiocinandi de eo, cuilibet vel mediocriter in præclarissima hac scientia erudito relinquo. ideſt, vt probetur. k. R. superficialē, æqualē esse corporeæ. Sed tollēdo superfluitatē linearum, & hoc accōmodantes vt in figura. F. diligenter consideretur figura. H.

CORPOREA.



SVPERFICIALIS. CAP. VII.

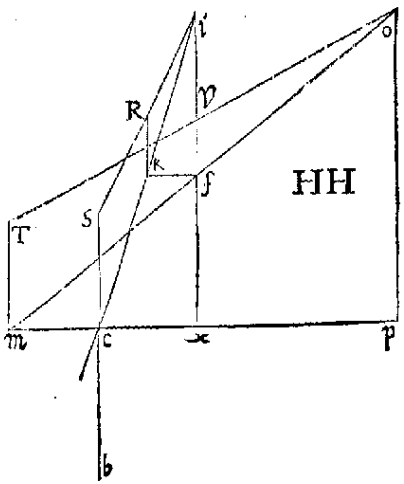




SVPERFICIALIS

CAP. VII.

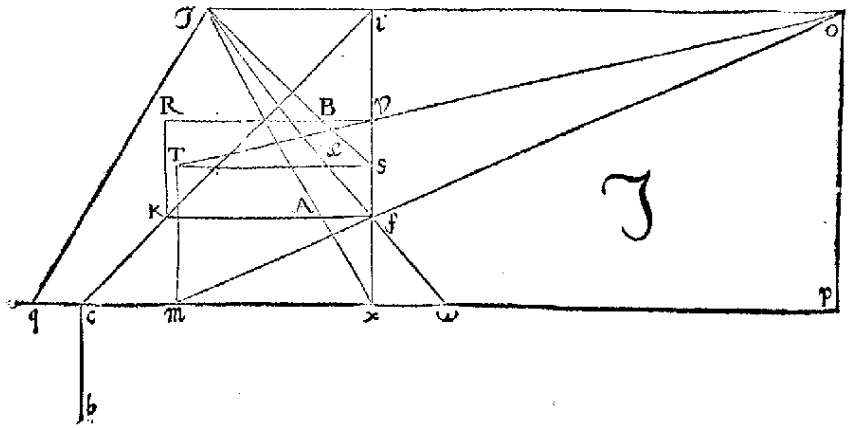
ALiam tamen inueni viam breuiorem vt in figura. H. H. in qua ſit punctus. b. perfecti, & . k. degradati plani. Nunc ducatur. b. c. s. ad rectos cum. p. m. indefinitè, quæ quidem abſcindatur in puncto. s. ita quòd. c. s. æqualis ſit altitudini perfectæ, deinde coniungatur rectà. s. cum. i. Tunc ſi ab. k. vſque ad protractã i. s. ducta fuerit. k. R. parallela lineę. c. s. hæc. R. k. erit altitudo quæſita ſeu degradata.



Quod ita probo. Iam nulli dubium eſt quin. f. V. ſit æqualis altitudini quęſitæ ſeu degradatę, quotieſcunq; ergo ꝓbauerimus. k. R. æqualem eſſe lineæ. f. V. habebimus propoſitum. Quare certum nobis erit eandem proportionem eſſe lineæ. c. s. ad. k. R. quam. c. i. ad k. i. et. c. i. ad. k. i. vt. x. i. ad. f. i. et. x. i. ad. f. i. vt. m. o. ad. f. o. et. m. o. ad. f. o. vt. m. T. ad. f. V. ex ſimilitudine triangulorum. Ergo. m. T. ad. f. V. erit vt. c. s. ad. k. R. ex. 11. quinti, ſed. c. s. ſumpta fuit æqualis. m. T. quare. c. s. ad. f. V. erit, vt. m. T. ad eãdẽ. f. V. ex. 7. qnti, & ex. 11. eiuſdem. c. s. ad. f. V. erit vt. c. s. ad. k. R. quapropter ex. 9. eiuſdem. k. R. æqualis erit. f. V.

CAP. VIII.

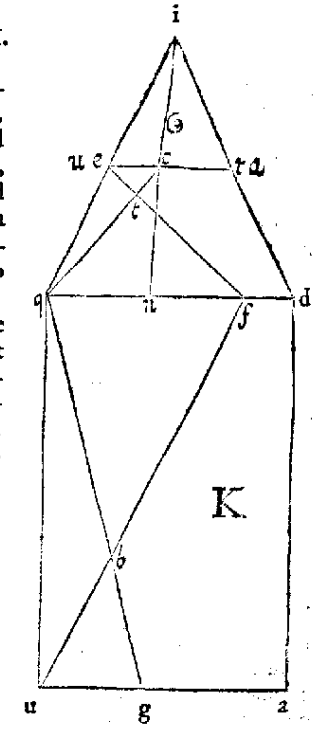
MOdus ab antiquis philoſophis obſeruatus, eſt etiam vtilis, compendioſaq; via progreditur, cuius ſpeculationem, in ſubſcripta figura, quadam ex parte ſecũdum morem antiquum, quadam etiam ex parte ſecundum ingenij mei vires cõſtructa, cognoſcemus. In qua ego diuſi. x. i. in puncto. s. ab. x. ita eleuato, quanta eſt vera



vera altitudo ipſius. M. T. et I. s. duxi ſupponendo eſſe. I. punctũ pſpectiuæ ſecundũ antiquos, ideſt angulum ſuperemum trianguli antiquorum a puncto quc. k. meo duxi k. f. parallelam ipſi. c. m. p. vſque ad. i. x. in puncto. f. & a puncto à communi ipſis. k. f. et. i. x. vſque ad. I. s. duxi quoque. A. B. parallelam ipſi. i. x. atque hæc omnia ex more antiquo præſiti.

Nunc verò cum conſiderans modum, quem ego de figuris. G. H. antecedentibus præſcripſi, videndum eſt, an punctum. B. tribus lineis. A. B. I. s. et. R. V. quarum hęc vltima à me iam ducta fuit, commune exiſtat, ideſt vtrum. A. B. æqualis exiſtat ipſi. K. R. quam ſecundum modum à me adinuentum, reuera ſcimus eſſe deſideratam altitudinem in perſpectiua. Quod tunc à nobis probatum erit, quando rationibus clarè patebit ipſam. A. B. æqualem eſſe ipſi. f. V. Quamobrem ducamus. I. f. vſque ad. ∞. lineæ. c. p. vnde ratione ſimilitudinis triangulorum manifeſtè intelligemus, eandem proportionem eſſe ipſius. m. T. ad. f. V. quæ eſt. m. o. ad. f. o. & eius, quæ eſt. m. o. ad. f. o. quæ eſt. ∞. I. ad. f. I. & eius, quæ eſt. ∞. I. ad. f. I. quæ eſt. x. I. ad. A. I. & eius, quæ eſt. x. I. ad. A. I. quæ eſt. x. s. ad. A. B. ideſt vt eius, quæ eſt. m. T. ad. A. B. ſed idem quoq; erat de. m. T. ad. f. V. Vnde ſequitur. A. B. æqualem eſſe. f. V. ex. 9. quinti Eucli. atq; etiam ipſi. k. R. quod à nobis propoſitum eſt inquirendum.

CAP. IX.

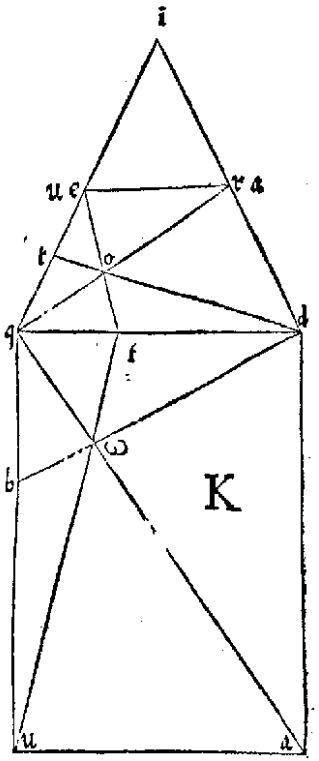


INSTITVENS etiam ſermonem de figuris ſuperficialibus orizontalibus, ſeu de plantis, pulcherrimum quendam mõdum, quem ego ad locandum quodlibet punctum in perſpectiua, (degradatum cum fuerit parallelogrãmum quod dam rectangulum, in noſtro plano perpendiculari orizonti, quemadmodum in ſuperioribus figuris. A. demonſtrauimus) conſideraui, ſilentio haud prætercundum eſſe.

Sit igitur in ſubſcripta hîc figura. K. in paralle logrãmo perfecto pũctum. b. quod locari debeat in degradato. e. q. d. r. Nunc à duobus quorumlibet quatuor angulorum. q. u. a. d. ducuntur duæ lineæ occultæ. q. g. et. u. f. per punctum. b. vſque ad latera. q. d. et. u. a. ita tamen vt eorum extremitates. g. et. f. intus cadant inter. q. d. et. u. a. ipſorum laterum, ideſt vt non ſecent duo latera. q. u. aut. d. a. Deinde punctum. f. inter. q. et. d. cõiungatur occultè cum angulo degradato. e. qui correſpõdet. u. perfecti, mediante linea. e. f. quæ erit. u. f. degradata in noſtro plano. Deinde ſumatur punctum. n. in linea. q. d. tam diſtans à. q. quàm. g. diſtat a b. u. ducaturque linea. i. n. quæ lineam. e. r. in puncto c. diuidet, quod ex ijs, quæ ſuperius iam diximus ad ipſum. g. referetur. Ducendo poſtea lineam occultam. q. c. patebit eam correſpondere lineæ. q. g. quæ ſecans lineam. e. f. in puncto. t. hoc, communi ſcientiæ ratione, reſpondebit ipſi. b. vt omnes cognoſcent.

Sed si fortè punctum . b. esset in aliquo laterum, puta. q. u. volo vt in rectangulo perfecto. q. d. a. u. ducta sit vna diagonalis quam volueris puta. q. a. deinde à puncto. b. ad reliquum angulum oppositi lateris ducta sit recta. b. d. ita quod à diagonali secetur in puncto. ω. per quod punctum demum à reliquo angulo lateris . q.u.ducta sit.u.ω. vsque ad latus.q.d.in pũcto. f.quo facto, ita faciendum erit in rectangulo degradato, hoc est ducenda erit diagonalis. q. r. quę correspondet diagonali. q. a. perfecti deinde.f.e.quæ correspondet rectæ. f. u. perfecti, quæ etiam intersecabitur à diagonali. q. r. in puncto.o.correspondens.ω.perfecti, per quẽ. o.à puncto.d.cum ducta fuerit. d. ω. vsque ad.r. in latere.q.e.hoc punctũ.r. correspondebit puncto . b.perfecti.

Idem eueniet si loco diametri. q. a. sumpta fuerit diameter.u.d. & loco. b. d. protracta fuerit.b.a.deinde loco.u.ω.f.ducta fuerit.q.ω. f. vnde punctum correspondens ipsi. f. in figura degradata erit in latere supremo. e. r. correspondens lateri.u.a. & ita ducenda erit diameter. d. e.correspondens diametro.d. u. et. q. f. sursum versus correspondens.q.f.imum versus deinde. r.o.respondens.a.ω. quæ terminabitur ab eodẽmet puncto.r.vt prius.

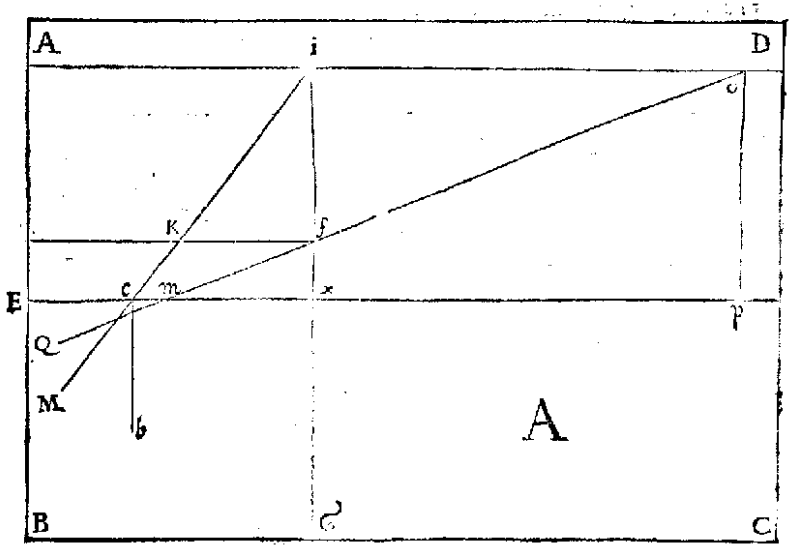


CAP. X.

EX mea figura.F.superficiali perspectiuæ facillimum modum locandi quoduis punctum in perspectiua elicui. Iussi enim vt aptaretur tabula quædam rectangula exactè plana, triplo aut quadruplo, aut quanto volueris maioris longitudinis, quàm latitudinis protensa, quæ quidem latitudo erat ad duos circiter pedes designata ab. A.B.C.D.cuius duobus lateribus.A.B.et.B.C.iussi, vt duæ regulæ affi gerentur,quæ superficiem eiusdem tabulæ excederent, vt vnũ ex lateribus alicuius anguli recti materialis,qui appellaẽ norma(vt inferius dicam) ei adhierere possit,curaui postea,ut iuxta angulum.D.in puncto. o. fixo mobilis regula. o. Q. affigeretur tantæ longitudinis,aut paulò minoris,quantam occupabat latus. D. A. quæ circum . o.volueretur,in rectitudine posteà.o.i.parallela ipsi.D.A.in puncto.i.duobus pedibus longè à latere.A.B.aliam quoque mobilem appendere feci.i.M. in tantam ferè longitudinem extensam,quanta constat.A.B.cõstitui etiam, vt quoddã angulum rectum materiale tantæ magnitudinis, quanta nobis vsui esse poterat super eadem tabula;necnon regula quædam materialis necessariæ longitudinis statuerenẽ, atq; hæc omnia tenuissima, vt fierent curaui. Quandam deinde lineam ad.o.i.parallelam, idest. p. E. super eadem tabula adeò distantem ab.o.i.vt inter. E. p.et. B.c. perfectæ res,quæ degradari debebant,locari possent,signaui. Hæc autem distantia, quæ

inter

inter.o.i.et.p.E.intercedebat,altitudinem oculi ab orizonte significabat. Signaui etiam lineam.i.G. perpendicularem lineæ. E.p. cui affigi posset non nihil chartæ quotiescunque volebam in perspectiua aliquid delineare. Quod cum facere desiderabam,ponebam perfectum optimè affixum in quadrangulo. E.G.i. in quadrangulo.E.i.aliquod folium papyri affigebam. Ponamus nunc, me voluisse constituere punctũ.b.fumebã angulũ rectũ materialẽ,seu normã,& eius vnum latus, iuxta latus. B.c.ponebam,atque aliud per punctum.b. transire faciebam, & vbi hoc latus lineã E.p.diuidebat, punctum.c.signabam per quod efficiebatur,vt regula.i.M.transiret, quiescereteque aliquantulum aliquo modo in huiusmodi situ, opera deinde circini interuallum.b.c.sumebam.& in.p.E.à puncto.x.versus.E. punctum.m.signabã: per quod faciebam, vt transiret regula.o. Q. quæ lineam. x.i. in puncto. f. diuidebat. Angulum deinde rectum materialem accipiebam,cuius vnum latus.A.B.ponebam, aliud verò per punctum.f.transibat,quod quidem latus regulam. i. M. in puncto. k. (quod statim super folio papyri signabatur) intersecabat, atque hoc erat punctũ, quod quærebam,puncto.b. correspondens.Huiusmodi effectus rationes ab ijs, quæ superius dixi eliciuntur. Atque hæc ad bases rerum,vt in subscripta figura elucescit, spectabant.



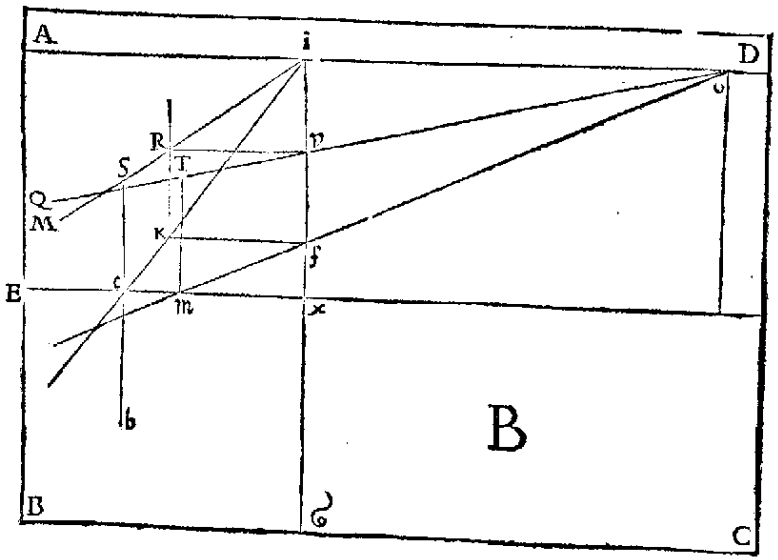
CAP. XI.

AD degradandas deinde altitudines, vsus sum mea figura tam.H. quã ét. H. H. vt milii sese offerebat occasio. In primis ratione modi figuræ.H.curabã, vt

vnum ex lateribus anguli recti, seu normæ regulæ. B. C. anniteretur, aliud verò per.m.in rectitudine cuius signabam m. T. interuallum æquale altitudini perfecti, ideſt punctum. T. æqualiter distans ab.m.transire faciebam, deinde regulam. o. Q. per punctum. T. transire quoque faciebam: & notabam intersectionem ipsius cum linea.t.x.in puncto. V. efficiebam deinde vt vnum ex lateribus anguli recti, lateri tabulæ. B. C. anniteretur, aliudque per punctum .k. transire faciebam, & in huiusmodi rectitudine à puncto.k.signabam quandam mensuram æqualem lineæ.f.V. quę erat k.R.pro altitudine degradata.

ALITER IDEM.

MEDIANTE deinde figura. H. H. vnum ex lateribus anguli recti, lateri tabulæ.B.C. vt anniteretur faciebam; aliud verò per punctum.b.perfecti, ideſt basis eiusdem perfecti transire faciebam. Et in huiusmodi rectitudine signabam. c. s. æquale interuallum altitudini perfecti, ideſt punctum.s.ita distans à.c. efficiendo deinde, vt latus anguli recti, lateri.B. C. tabulæ anniteretur, aliudque per punctum.k. transire faciens signabam. l.R.indeterminatam. Faciens deinde transire regulam i.M. per punctum.s.notabam punctum.R. intersectionis eiusdem cum linea. k. R. iã ducta. Itaque altitudinem. k. R. degradatam habebam. Hæc autem via aliquantulum breuior, expeditiorque altera.

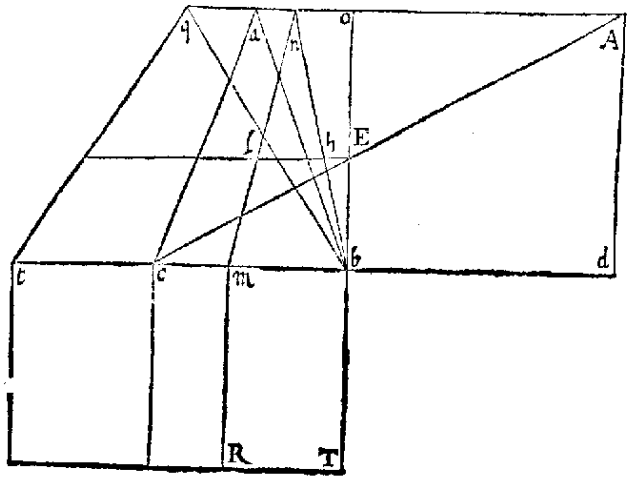


IACOBO

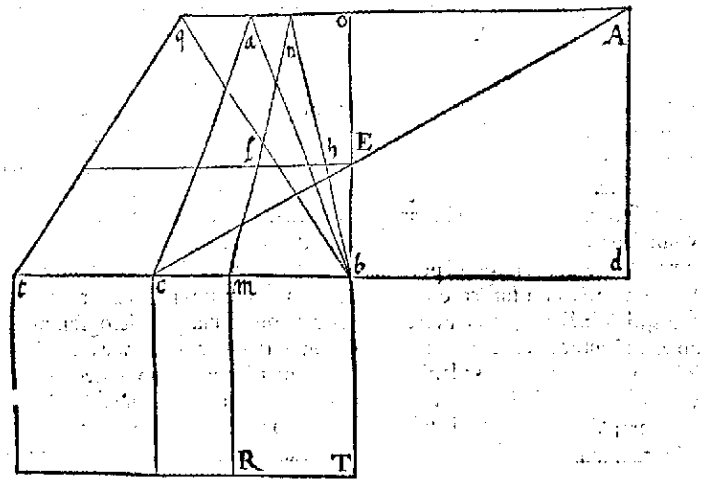
IACOBO SOLDATO MEDIOLANENSI
Serenissimi Ducis Sabaudiæ Architecto peritissimo.

CAP. VII.

SVPERIORIBVS diebus non diu postquam de perspectiuis inter nos sermonem habuimus, dum animus totus adhuc in his esset. Illud in mentem venit quòd eximius ille vir, & profundissimæ doctrinæ, nec vnquam satis laudatus Daniel Barbarus se accepisse profiteretur à Ioanne Zamberto patritio Veneto, qui ad verbum omnia desumpserat à Ioanne Cusino Parisiense. Nec parum mirabar peritissimum illum Cusinum, quod in capite quarto secundæ partis perspectiuæ, vt quodpiam planum quadrilaterum in quadratam figuram redigeret, super vnam datam lineã quadratam composuisse. Non animaduertens distantiam aut interuallum.b.c. degradatum in linea.b.f (quod est.b. E.) ita esse posse latus parallelogrammi rectanguli magis longi quam lati, aut magis lati quam longi, vt etiam latus quadrati, quod beneficio subscriptæ hic figuræ facilè deprehendi potest. Vbi. b. c. latitudo esse potest, tam perfecti degradati in triangulo.b.n.m. aut in triangulo.b.q.c. quam in triangulo.b.a.c. Sed perfectum degradati in triangulo.b.n.m. magis longum quam latũ & perfectum degradatum in triangulo.b.q.r. magis latum quam longum, & perfectum degradati in triangulo.b.a.c. quadratum erit quemadmodum à meis etiam figuris. A. scientificè intelligi potest. Hinc, ad inueniendum perfectum alicuius plani degradati, non sufficere degradationem solum interualli inter duos terminos solos, ideſt.b. E. assignare, apertè patet, quia non omnia parallelogramma perfecta ab vno tñ interuallo producuntur, eo q non sunt omnia quadrata. Ad inquirendũ igitur perfectum alicuius plani parallelogrãmi, alicuius propositi degradati, oportet vniuersam degradationem tam latitudinis, q̃ longitudinis, & nõ solius longitudinis assignare; Vt exẽpli gratia, in subscripta hic figura, volẽdo inuenire perfectum parallelogrammum degradati.b.h.l.m. dando distantiam orizontalem.b.d. à pede.d. hominis



minis vſque ad plani ſitum in quo degradatio facta ſit : ſtatim altitudo. A. oculi à pe de, quæ tanta ſemper eſſe debet quanta eſt altitudo trianguli. b.n.m. qui claditur, protrahendo. m. l. et. b. h. vſque ad concurſum in. n. in lacum prodibit. Oportet deinde erigere lineam. b.o perpendicularem lineæ. d. b. m. & vſque ad eandem producere lineam. l. h. in puncto. E. et à puncto. A. per. E. vſque ad. c. ipſius. d. b. m. producte ducere. A. E. c. atque deinde protrahere lineam. o. b. vſque ad. T. ita vt. b. f. æqualis ſit ipſi. b. c. & ad ipſam à puncto. m. ducere parallelam. m. R. & à puncto. T. ducere. T. R. parallelam ipſi. b. m. Vnde ex. 34. primi Eucli. m. R. æqualis erit ipſi. b. T. et. R. T. ipſi. m. b. & anguli in rectos euadent, atque hoc parallelogrammum rectangulum erit verum perfectum degradati. b. n. l. h. ob rationes à me circa figurã. A. adductas.



Sed eſt hic quod magis nos commoueat, quia cum ex linea. b. c. quadrarum. b. g. produxerit, vult eam poſtea degradare. Quod vt faciat (hanc figuram videbis in cap. 4. ſecundæ partis Danielis Barbari) oculum. A. in eadem ſuperficie extenſa, quadrati. b. g. collocat. Quod rectè fieri non poteſt, quia oculum hoc modo locantes, viſualesque radios beneficio vnius plani ſituati in b. f. ſecantes in ipſo plano, nihil aliud quam dictã lineã. b. f. & nullã degradationẽ inueniẽt. Id quod, & ſi natura ſua ſit omnibus notum, ponit tñ id ipſum Vitello pro quinta propoſitione quarti libri de perſpectiua. Præter hæc, credit latera. b. d. et. c. c. quadrati degradati ſemper videri mediantibus angulis. b. A. c. et. f. A. g. quod fieri nõ poteſt, quemadmodum ex mea figura corporea. A. facilè cognoſcere poſſumus, propterea quòd latera. d. r. et. q. e. meæ figuræ, mediantibus angulis. d. o. r. et. q. o. e. qui extra ſuperficiem. s. a. exiſtunt videntur, vnde ſi quis imaginaretur in puncto. p. oculum eſſe, & ab ipſo ad. u. et. q. duas lineas duceret, angulus. q. o. u. nunc maior, nunc minor eſſet angulo. q. p. u. aliquando etiam æqualis, quamuis rariſſime; Sub diuerſis igitur angulis, pro maiori parte, deteguntur latera, à partibus quadrati tam degradati, quàm perfecti quæ non ſunt anguli. b. A. c. et. f. A. G. Quod vero idem poſtea dicat eam proportionem eſſe ab. b. E. ad. f. h. & ſimul ad. c. g. quæ eſt ab. a. g. ad. h. g. id tuo relin

quam

quam iudicio. Tibi quoque conſiderandum relinquo; cum rationabilis degradatio eſſe debeat, qua ratione neceſſarium ſit, vt diſtantiæ reſque, in vna & eadẽ proportione cum altitudine oculi ad rem degradatam exiſtant? Cum poſtea degradauerit quadratũ, is ſcriptor, in figura. d. b. c. e. eum bene & ex perſpectiuæ optimis legibus degradatum fuiſſe probare nititur; ſolum probans. d. e. æqualem eſſe ipſi. E. h. q̃. E. h. ſecundũ ipſum eſt degradatio lateris. c. g. & cũ ſuperius dixerit, ſi tria quadrati plana degradauiſſe, quia. b. E. degradat. b. c. et. E. h. degradat. c. g. et. f. h. degradat. f. g. nec quidem de lateribus. b. d. et. c. e. loquitur, quia ſi. c. g. perfecti, degradatum eſt in. E. h: et. d. e. rectè protracta exiſtit, cum ſit æqualis ipſi. E. h. cum etiam. b. d. et. c. e. rectè protractæ eſſe debeant: qua de cauſa ipſis. b. E. et. f. h. quæ, ex ipſo, ſunt degradationes. b. c. et. f. g. æquales eſſe non debent? Poſſet is mihi quidem reſpondere, q̃ hoc pacto nulla ſuperficies clauderetur. Ergo tria latera. b. c: c. g. et. g. f. nõ benè ſunt degradata, eiusq̃; ꝓportionalitates malè intellectæ nil probant. quia ſi dictæ proportionalitates, nobis tutò promitterent degradationes, ab eo primum effectas, in linea. b. f. eſſe bonas, ergo duæ. b. d. et. e. c. falſæ exiſterent, quarum quælibet maior eſt. b. E. et. f. h. ex. 18. primi Eucli. Omittamus etiam quod vbi is ſcribit eam eſſe rationem, aut comparationem ab. A. d. ad. b. E. quæ eſt ab. d. c. ad. b. c. eandemque eſſe ab. E. h. ad. c. g. quæ eſt ab. A. E. ad. A. c. nil probet; nec ſimilitudinem triangulorum, nec aliquam propoſitionem Eucli. citans. In quo excuſari non poteſt, quòd non ſoleat Euclidem, aut alium quemuis autorem citare, cum vel in ipſo operis principio capite. 3. primæ partis, Apollonium Pergeũ Euclidemq̃;, & ſi etiam præter rem, citet. Deinde quũ idem probare vult. d. e. æqualem eſſe ipſi. E. h. eandem inquit eſſe proportionem. a. b. ad. a. d. quæ eſt ipſius. A. c. ad. A. E. quod & ſi verum ſit, hic tamen modus ratiocinandi nullo ordine nititur, quia rectius dixiſſet pro clariori intelligentia ipſius. a. c. ad. a. c. eandem proportionem eſſe, quæ eſt. A. c. ad. A. E. propter ſimilitudinem, quæ inter duos triangulos. A. c. a. et. E. c. e. intercedit, cum. E. c. ſupponatur parallela ipſi. A. a. quod etiam vt demonſtraretur longiori oratione ei opus fuiſſet ſi voluiſſet intellectum eorum, qui parum ſunt exercitati, perduci ad cognoſcendũ idem planè futurum de. a. c. ad. a. e. vt eſt ipſius. A. c. ad. A. E. in hunc modum, ideſt probando primùm duos triangulos. A. c. a. et. E. c. e. æquiangulos eſſe, mediante. 29. primi Eucli. cum. A. a. et. E. e. inuicem ſint parallelæ. Vnde ex. 4. ſexti. idem extitiſſet de. A. c. ad. E. c. vt. a. c. ad. e. c. et. ex 16. quinti idem de. A. c. ad. a. c. vt ipſius. E. c. ad. e. c. & ex. 19. eiuſdem de. A. E. ad. a. e. vt ipſius. A. c. ad. a. c. & ex. 16. iam dicta de. A. E. ad. A. c. vt ipſius. a. e. ad. a. c. ideſt ipſius. A. c. ad. A. E. vt eſt ipſius. a. c. ad. a. e: Aut hoc alio modo, qui brevior eſt procedendum, incipiendo ſcilicet à ſecunda ſexti Eucli. dicendo q̃ exiſtente. E. e. parallela ipſi. A. a: ex dicta. 2. lib. 6. erit idem de. c. E. ad. E. A. vt de. c. e. ad. e. a. vnde ex. 18. quinti innotuiſſet ſtatim quod de. c. A. ad. E. A. vt de. c. a. ad. e. a. extitiſſet. Nunc mediantibus ſupradictis duabus propoſitionibus ideſt. 29. primi, & 4. ſexti, cognoſcitur idem planè eſſe de. b. c. ad. d. c. quod ipſius. a. c. ad. a. e. & ex eiſdem idem eſſe de. c. g. ad. E. h. quod ipſius. A. c. ad. A. E. vnde ex. 11. quinti bis repetita idem erit de b. c. ad. d. c. quod de. c. g. ad. E. h. ſed cum ex ſuppoſito. c. g. ſit æqualis ipſi. c. b. idem erit de. c. g. ad. e. d. quod ipſius. c. b. ad eandem ex. 7. quinti, vnde ex. 11. idem erit de c. g. ad. E. h. quod eiuſdem. c. g. ad. e. d. ex. 9. igitur eiuſdem. d. e. æqualis erit ipſi. E. h. atque hic verus eſt modus ducendi intellectum parum exercitatum in cognitionis campum. quem quidem mihi obſeruandum proponerem ſi onus ſcribendi ſuſciperem ijs, qui in ſcientijs parum verſati ſunt, quos tanquam puerulos manu du-

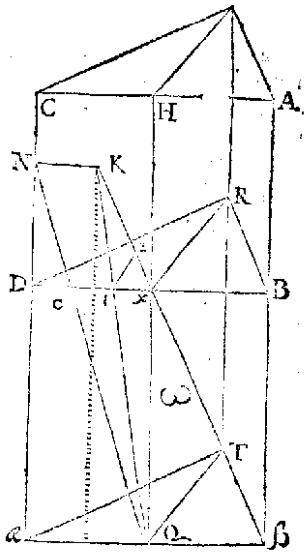
cere

cere oportet. Ratio verò ab ipso addu&ct;a propter quam.E.repræsentatur oculo altius quam.b.nempe eo quod. A.supersit ipsi. E. nihil valet, quia si inferius esset, idem contingeret, sed hoc euenit eo quod.E.altius est ipso. b. Idem dico de. h. vbi similiter decipitur. Idem etiam in.7.cap.fallitur in secundo modo,quem ostendit pro secundo quadrato aliquo degradato a parallelogrammo degradato magis longo quàm lato,cum ducat parallelam.l.m.ad.b.c.à puncto.l. intersectionis ipsius. o.c.id,quod non rectè efficitur quemadmodum ex rationibus à me allegatis circa meas figuras.A.A. facilè innotescit.

Nono deinde cap. contrario planè ordine, quam oporteret processit, quia cũ angulus . 2. trianguli perfecti magis distet à plano super quod degradari debet triangulum,quàm latus.1.3. oppositum dicto angulo.2. & per consequens longè re motior sit ab oculo, ipse in degradato, eũ magis propinquum esse facit, è contra cap.10.rectè fecit contra id, quod capite.9. tradiderat.

Quod autem deinceps in prima parte.11.& vltimi capitis asserit est,admittendũ. Quod verò in secunda parte ab eo traditur, idest alius quidam modus quem de trãs ferendis punctis à perfecto in degradato proponit, non est modus vniuersalis; quia si altitudo.T.Q. oculi à plano orizontali, non esset æqualis medietati lateris. B. D. perfecti, interualla.a.b.c.d.e.lateris B.D. admittenda non essent.

Pro cuius rei intelligentia sit in subscripta hic figura corporea. *. parallelogrammum rectangulum A.B.C.D. in plano orizontali, & linea. Q.H.illud per medium diuidat,quæ sit parallela duobus lateribus. A.B.et. C. D. in cuius quolibet puncto. Q. sit infimus terminus altitudinis oculi, & in. T. ad perpendiculum ipsius. Q. sit verus situs eiusdem, tantum eleuatus à . Q. quanta est medietas ipsius. D. B. sitque figura corporea finita similis meæ. A. vnde. Q. T. æqualis erit ipsi.Q.æ.& planum perpendiculare orizõti, super quod punctum. k. perfecti duci debet sit. R. D. B. sintque ductæ per imaginationem lineæ.T.&Q.K. et sit.K.N. perpendicularis lateri.C. D. à quo puncto.N. imaginatione sit cõ præhensa linea.N.Q. atque hæ tres lineæ sectæ sint à plano in punctis.c.i.et.2. quorum punctũ. 2.erit qui situm plani. Imaginemur nunc duos triangulos. K.T. Q. et. N. Q. æ. qui sectι erãt à plano . R. B. D.quorum communes sectiones erant.1.2.et D.c. & quia. N. K. D. i. et. æ. Q. inuicem sunt parallelæ, sequitur eandem proportionem futuram ipsius. Q.K.ad.K.i. quæ est ipsius. æ. N. ad.N.D. imaginatione concipiendo à puncto.K. vsque ad.æ. Q.quandam parallelam ipsi.N.æ.quemadmodum ex te ipso intelligere potes. Sed ratione similitudinis triangulorum ita se res habet de.æ.Q.ad.D.c.vt de. æ. N. ad.N.D.vt quoque de. T.Q. ad.2.1. quemadmodum ipsius. Q.K.ad.K.i.vnde ex.11.quinti,idem erit de.Q.T.ad.1.2.quod de.Q.æ.ad.c.D.& ex. 16. eiusdem de . Q.T.ad.Q.æ.quod de.1.2.ad.c.D.& existente.æ . Q. ex supposito æquali ipsi .

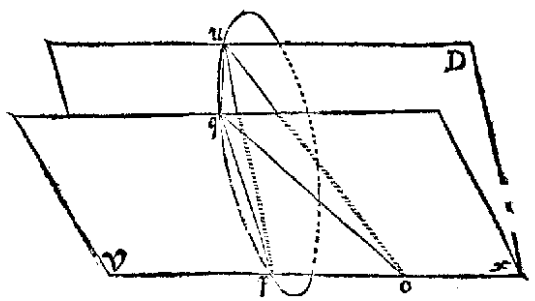


1.2.

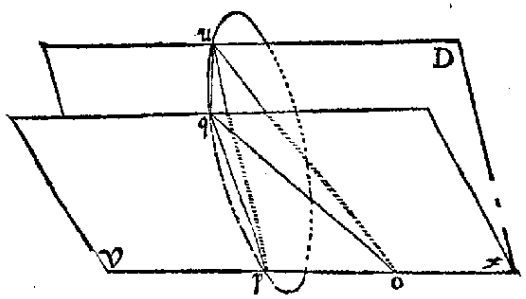
.1.2. Vnde huiusmodi regula tunc bona redditur, quando T. Q. æqualis est ipsi. œ. Q. idest medietati ipsius. D. B. at verò si æqualis non esset hoc minime sequeretur, vt facilè patet. Quòd verò.2.R.z. &.sint benè disposita,dubitandum non est,quia punctum. i. meæ hic subscriptæ figuræ, quod corespondet K.eius figuræ adeò distat à medio.R.X.trianguli.R.B.D.vt.2.cum.1.2.dicto medio. R. X. ex.6.Vndecimi fit parallela . Idem de reliquis dico . quod manifestè cognosci potest, ab eo, quod in superius positis figuris corporeis dixi.Huiusmodi modus ducendi res in perspectiua, non solum à Gallis, sed à Germanis etiam in vsum reducitur. Sed quia ad hæc vsq; tempora eiusdem perfectionis ratio, quam ego superius proposui, nõdum in lucem emersit,factum fuit,vt errorũ laqueis irretirentur, sumentes. T. Q. modo maiorem, modo minorem medietate lateris. D. B. Cum hunc igitur modum hic Autor vniuersalem esse putet,labitur in errorem,cum debuisset longitudinem ipsius.T.Q. debere esse æqualem medietati ipsius.D.B. proferre. Asserit deinde distantiam ipsius.T.Q.à latere.B.D.æqualem esse debere lateri. C.D.quod necessarium non est, quia in quibuslibet distantijs, iusta operatio fieri potest,quemadmodum in subscripta hic figura facile patet,idest, quòd quibuscunque modis.c. D. æqualis remaneat ipsi.1.2.& sic interualla,quæ p transuersum aguntur vsq; ad mediũ trianguli.D.R.B. Neque etiam probandus est auctor ille, cum pro oculo, suum.T.loco. Q.à me positi,ponit,cum is locus sit verus situs pedis eius qui respicit, & non oculi. Quòd autẽ Auctor iste,modo vniuersali intelligat,vt iam diximus,cõsideretur figura tertij mõdi primi cap. tertiæ partis,in qua suum oculum (vt ita dicam) ponit in. o. altius seu distans à rectitudine lateris.c.d.plus quam sit totum latus.d.b.

AD EVNDEM IACOBVM.
CAP. XIII.

TVAS accepi literas omnis humanitatis & officij plenas, in quibus requiris causam,quæ me in alijs meis literis impulit ad dicendũ, angulũ.q.o.u. modo maiorem,modo verò minorem futurum angulo.q. p. u. meæ figuræ corporeæ. A. hanc igitur ob causam imagineris in subscripta hîc figura duo triangula.q. o.u. et. q. p. u. quorum.q.p.u.perpendiculariter sit super superficie trianguli. q. o. p. collocatum, præcisè vt in mea figura corporea.A. superficies verò trianguli. q. o. p. sit exempligratia.V.M.& trianguli.u.o. p. sit. V. D. quarum cõmunis sectio sit.V.p.o. x. non est enim dubitãdum quin triangulum. q. p.u.sit perpendiculare triangulo. q. o. p. cũ hoc ex.18.lib.11. Eucli. perpendiculare sit superficiei. a. s. in qua reperitur triãgulum.q. p. u. & hoc ex linea.o.p.perpendiculari dictæ superficiei.a. s. Nunc dico angulum.q.o.u.modo maiorem , modo minorem esse angulo. q. p. u. Notissimum igitur primum nobis

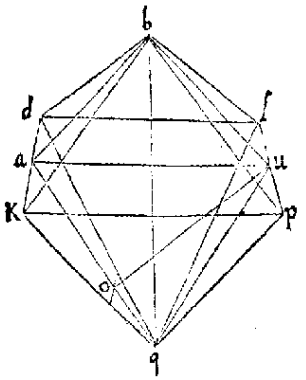


eſt angulum.p.q.u.obtuſum eſſe; Imaginemur ergo circa triangulum.p.q.u.circunſcriptum eſſe circulum, cuius portio.p.q.u. minor erit medietate eiuſdem medij circuli,vt iam ex 30.Eucli.lib.tertij nouiſti.nunc imaginemur dictum circulum circum lineam.q.u.loco axis verſus.x.moueri,vnde girus eiuſdem,per quem tranſibat linea V.x.remouebitur ab eadem linea non nihil cum motus erit à primo ſitu vſquequò ad ſecandam dictam lineam.V.x.in alio quodam puncto inter.p.et.x.redibit; quod quidem punctum ſi erit inter.o.et.x.angulus. q. o. u. maior erit angulo. q. p. u. Sed ſi idem punctũ erit inter.p. et. o. dictus angulus. q. o. u. minor erit. q. p. u. de qua qdẽ re tu ipſe mediante.20.lib.3.et.16.lib. primi certior fieri potes. Valde miror q hæc Ioannis Cuſini dicta ad hæc vſque tempora tanto in prætio ſint habita, vt ab excellentibus ſcriptoribus quaſi ſi proprij eorum ingenij partus eſſent,de verbo ad verbum vt theſauros,in ſuis ipſorũmet libris reſcripta fuerint,quemadmodum iam omnes admonui in mea gnomonica Orontium, Munſterum, alioſq; permultos feciſſe.



CAP. XIIII.

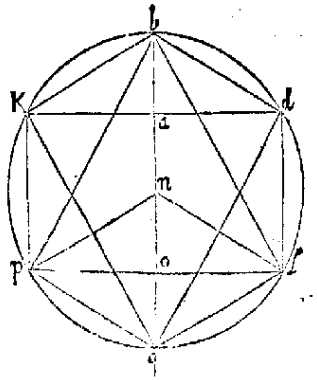
EX ijs, quæ de nonnullis effectibus ducendo in perſpectiua tertium corpus regulare. q octo triangulis æquilateribus eſt terminatum,ſcire deſideras,hoc vnũ eſt caput: vnde fiat, aut quomodo probetur quaſlibet duas facies oppoſitas eiuſdem corporis octoaedri inuicẽ æquidiſtantes eſſe. Quamobrem ſit hic ſubſcriptũ octoaedrũ, cuius diameter vna ſit.b.q.et.b.p.l. vna ex faciebus, cui opponatur facies.q. k. d.quas adinuicẽ æquidiſtantes eſſe contendo ſint aliæ duæ facies, quæ inter has ponuntur. b.d.k.et.q.p.l.& à punctis extremis.b.q. diametri.ductæ ſint quatuor lineæ.b.a:b.u:q.a:q. u.ad puncta.a.et.u.diuidentia.k.d.et. l. p. per medium, vnde ex 4.primi Eucli. quatuor hæ lineæ adinuicem æquales erunt ſumẽdo eas vt baſes triangulorũ.a.d.b:u.l.b:a.d. q. et.u.l. q. adinuicẽ quoq; æqdiſtabũr.a.b. ab.u. q. et.b. u.ab.q.a.ex 27.primi;qa ſi imaginabimur diametrum.b.q.tunc ex.4.aut ex.8.eiuſdem lib. habebimus angulos.a.b.q.et. u. q. b. æquales inuicem; ſed ob eaſdem rationes.p.l.parallela eſt ipſi.d.k.vnde ex 15.lib.11.facies. b.p.l. parallela fit,aut æquidiſtans ipſi. q.d. k. ideſt primum propoſitum.



Ad

Adſha bendam deinde quantitatem diſtantiæ, aut interualli ſimul cum ſitu, in facie.q.d.k.quem latus.p.l.perpendiculariter reſpicit. Imaginemur à puncto. u. ſuper q.a. cadere lineam perpendicularem. u. o. quæ illico reperitur cum triangulum. a. uiq.ex lateribus datis & cognitis conſtet, quodquidẽ triangulum,medietas eſt quadrilateri,ſeu.rumbi.q.a.b. u. cui vnaquæque dictarum quatuor facierum perpendicularis exiſtit ex.4.et.18.lib.11.& ob id linea.u.o.extenſa in ſuperficie dicti quadrilateri, & perpendicularis lineæ. q. a. perpendicularis erit faciei. q. d. k. & ex. 29. primi, angulus.b.u.o.rectus erit, ut etiã angulus. o.u.l.ex.2.definitionc lib.11.vnde ex.4.eiuſdem lib.o.u.perpendicularis erit faciei.b.p.l. Habebimus ergo ſitum in facie.q.d.k.qui reſpicietur ad angulos rectos à linea.p.l.quiquidem erit in perpendiculari à puncto.o.ad.q.a.ducta.

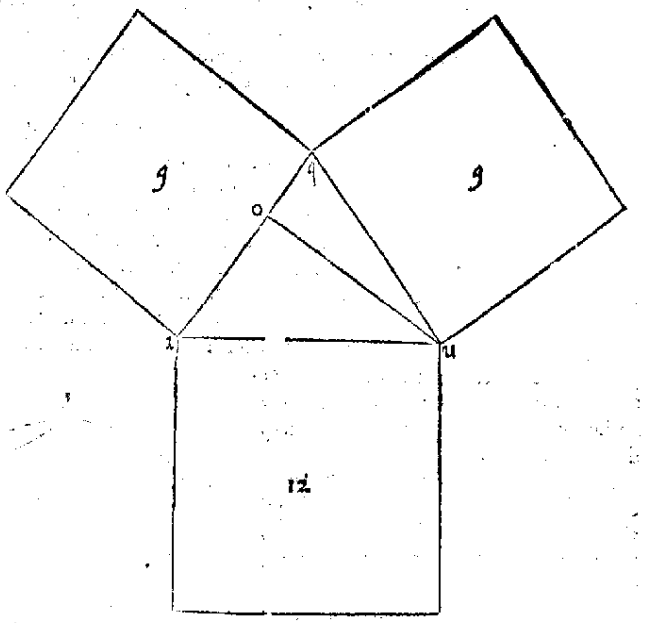
Quòd autem.a.o.ſit latus exagoni æquilateris circumſcriptibilis ab eodem circulo, qui vnam ex facibus triangularibus æquilateribus propoſiti corporis circunſcribere poteſt,ita oſtenditur. ſit cõprehenſum imaginatione,triangulum.a.q. u.ſeparatim,cuius latus.a.u.æquale eſt vni ex lateribus triangulorũ eiuſdem corporis ex. 33. primi,quo dlibet verò aliorum duorum æquale perpendicularibus dictorum triangulorum, in quo triangulo.a.u.q.ducta ſit perpendicularis. u. o. ab vna extremitatũ lateris maioris,ad vnum ex minoribus lateribus,quę perpendicularis intra triangulum cadet,quia dictum triangulum oxigonium eſt. quod autem attinet ad duos angulos.a.et.u.cum æquales ſint ex quinta lib.primi;17. nos certiores facit;quod verò angulus.q.ſit etiã acutus:30.lib.tertii nos certos reddit,qa.a.u.minor eſt diametro ſphęræ datum corpus circumſcribentis, cum. q. dictæ ſphęrę ſuperficiem tangat.



Ad probandum.a.o.æqualem eſſe lateri exagoni dicti, ſatis erit probare.a.q.ſeſquialteram eſſe ad. a. o. quia ſi in ſubſcripto hîc circulo ducemus duas ſemidiametros. n.p.et.n.l.ad. angulos triãguli æquilateri.p. et.l.& cum quodlibet laterum ipſius exagoni, æquale ſit ſemidiametro circuli ex. 15. lib. 4. habebimus ex. 8.primi,angulum.n. p.l.æqualem angulo.q.p.l. Vnde ex.4.eiuſdem.o.n. æqualiserit ipſi .o.q.ideſt.q.a. ſeſquialtera erit ad.a. o.

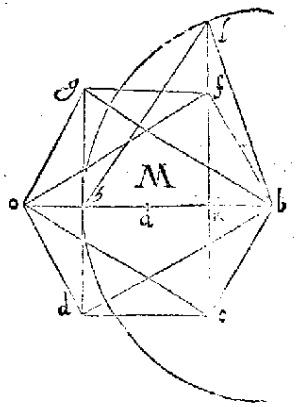
Ad probandum nunc in triangulo. a.q. u: a.q.ſeſquialteram eſſe ad. a. o. eſt quoq; ſciendum primò omne latus trianguli æquilateri in potentia ſeſquitertium eſſe ad perpendicularem eiuſdem trianguli, quod vndecima lib.14. Eucli. breuiter demonſtratum eſt.

Ponamus nunc quadratum lateris.a.u.esse.12.clarum erit quodlibet quadratum aliorum duorum laterum.a.q.et.u.q.futurum nouem,ex ijs quæ posteriore loco diximus, & quia quadratum ipsius.q. a. est tantò minus aliorum duorum quadratorum summa,quantum est duplum producti ipsius.q,a.in.a.o.ex.13. secundi, sed alia duo quadrata simul collecta faciunt.21.à quo numero subtrahendo quadratum ipsius.a.q.ideſt nouem,remanebit numerus.12.pro duplo producti ipsius.q.a.in. a.o. cuius dupli media pars,ideſt simplex productum ipsius.q.a. in.a.o.erit 6. Sed qa quadratum ipsius.q. a. est nouem, cius radix. q.a. erit. 3. per quã diuidendo. 6. productum ipsius. q. a. in. a. o. pro latere. a. o. consurgent duo,cum ergo.a.o. sint duo tertia ipsius. a. q. certi erim⁹ a.o.esse latus dicti exagoni.



CAP. XV.

DEsiderãtes scire deinde.l.k.in figura.M. quarti cap. tertiæ partis perspectiuę Danielis Barbari, seu Zamberti, esse veram altitudinẽ corporis octoaedri,primũ scire debemus q̃ existẽte.b.h.vt etiã.b.l.tripla ad.b.k.vt ex ijs, quę superius iã diximus,facile percipi potest;ex pẽultima primi. b.l.in potentia,sesquioctaua erit ad. k. l. ipsa et. k. l.dupla in potẽtia ad.h. k.& ob id ducta cũ esset. h. l.existeret in potentia tripla ad.h.k. & sesquialtera ad.l.k.& sesquitertia ad.l. b.& sic ad.h.b. vnde.l.h. æqualis esset vni ex lateribus triãguli equilateri dicti corporis. Ex rationibus igitur superius hic positis.l.k. erit altitudo dicta,id est distantia inter duas facies inuicem oppositas, octoaedri.



Nec; volote ignorare aliũ nõ paruũ fuisse errorẽ illius Zamberti: cum eodẽ capite affirmet angulos octoaedri rectos esse cũ sint acuti,nã vnusquisq; minor est angulo cubi solido. DE

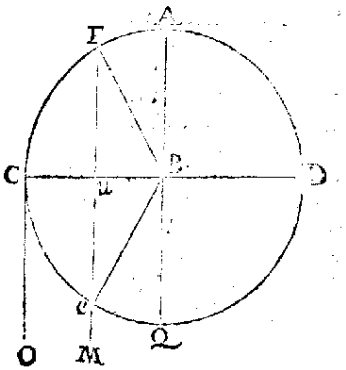
DE MECHANICIS.

CRIPSERVNT multi multa, & quidem scitissimè, de mechanicis, at cum natura ꝛusus; aliquid semper vel nouum, vel latens in apertum emittere soleant, nec ingenui aut grati sit animi, posteris inuidere, si quid ei contigerit comperuisse prius tenebris inuolutum: cum tam multa ipse ex aliorum diligentia sit consequutus. Paucula quædã futura, vt reor, non ingrata his qui in hisce mechanicis ꝛersantur, nusquam ante hac tentata, aut satis exactè explicata in medium proferre volui: quo vel iuuandi desiderium, vel saltem non ocioſi ingenioli argumentum aliquod exhiberem, atque vel hoc vno modo me inter humanos vixisse testatum relinquerem.

De differentia situs brachiorum libræ.

CAP. I.

OMNE pondus positum in extremitate alicuius brachij libræ maiorem, aut minorem grauitatem habet, pro diuersa ratione situs ipsius brachij. sit exempli gratia.B. centrum, aut, quod diuidit brachia alicuius libræ, &. A. B. Q. verticalis linea, aut, vt rectius dicam, axis orizontis, &. B. C. vnum brachium dictæ libræ, & in. C. sit pondus, &. C. O. linea inclinationis, seu itineris. C. versus centrum mundi, cum qua. B. C. angulum rectum constituat in puncto. C. Existente igitur in huiusmodi situ brachio. B. C. dico pondus. C. grauius futurum, quam in alio quolibet situ. quia supra centrum.B. omninò non quiescet, quemadmodum in quouis alio situ faceret. Ad quod intelligendum, sit dictum brachium, in situ,B. F.cum eodem pondere in puncto. F. & linea itineris seu inclinationis dicti ponderis sit.F.u.M.per quam lineam dictum pondus progredi non potest,nisi brachium.B.F. breuius redderetur. Vnde clarum erit quòd pondus. F. aliquantulum supra centrum. B. mediante brachio. B. F. nititur. Est quidem verum,quòd pondus. C. nec ipsum etiam per lineam.C.O.proficiscetur, quia iter extremitatis brachij est circularis,&.C. O. in yno quodã puncto est contingens. Sit hoc iter.A.C.Q. Oportet nunc præsupponere pondus extremitatis brachij debere tanto magis cẽtro. B. inniti,quanto magis linea suæ inclinationis (ponamus.F.u.M.) propinqua erit dicto centro. B. quod sequenti cap. probabo, vt exempli gratia,sit.F.super.u. punctum medij ex æquo inter. C. et. B. quapropter. u. B. æqualis erit.u. C. vnde sequetur

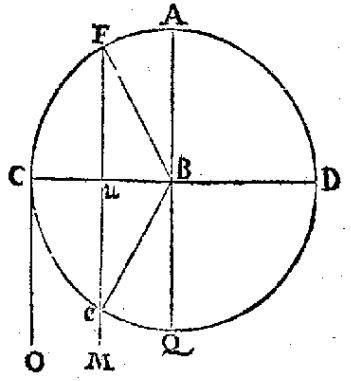


quetur dictum pondus grauius futurum pro parte. F.C. quam pro ea, quæ eſt. A.F. & minus ſupra centrum. B. pro dicta parte. F. C. quam pro parte. A. F. quieturum; & dictum brachium quanto magis orizontale erit à ſitu. B.F. tantò minus ſupra dictum centrum. B. quieſcet, & hac ratione grauius quoque erit, & quanto magis vicinum erit ipſi. A. à dicto. F. tantò magis ſuper centrum. B. quoque quieſcet, vnde rãtò quoque leuius exiſtet. Idem dico de omni ſitu brachij per girum inferiorem. C. Q. vbi pondus pendebit à centro. B. dictum centrum attrahendo, quemadmodum ſuperius illud impellebat. Hæc verò omnia cap. ſequenti melius percipientur.

De proportione ponderis extremitatis brachij libræ in diuerſo ſitu ab orizontali.

CAP. II.

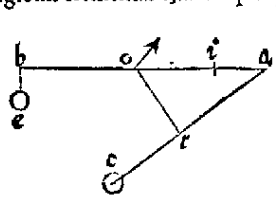
PROPORTIO ponderis in. C. ad idem pondus in F. erit quemadmodum totius brachij. B.C. ad partem. B.u. poſitam inter centrum & lineam. F.u. M. inclinationis, quam pondus ab extremitate. F. liberum verſus mundi centrũ conficeret. Quod vt facilius intelligamus imaginemur alterũ brachium libræ. B. D. & in extremo. D. locatum aliquod pondus minus pondere. C. vt. B. u. pars. B.C. minor eſt. B. D. clarè cognoſcetur ex. 6. lib. primi de ponderibus Archimedis, quòd ſi in puncto. u. collocatum erit pondus ipſius. C. libra nihil penitus à ſitu orizontali dimouebitur. Sed perinde eſt quòd pondus. F. æquale. C. ſit in extremo. F. in ſitu brachij. B. F. quã vt ſit in puncto. u. in ſitu ipſius. B.u. orizontali. Ad cuius rei euidentiam imaginemur filũ. F.u. perpendiculare, & in cuius extremo. u. pendere pondus, quod erat in. F. vnde clarum erit quòd eundem effectum gignet, ac ſi fuiſſet in. F. quod, vt iam diximus remanens affixum puncto. u. brachij. B.u. tantò minus graue eſt ſitu ipſius. C. quantò. u. B. minus eſt ipſo. B.C. Idem aſſero ſi brachium eſſet in ſitu. e. B. quod facilè cognoſcere poterimus, ſi imaginemur filum appenſum ipſi. u. brachij. B. C. & vſque ad. e. perpendiculare, in quo extremo appenſũ eſſet pondus æquale ponderi. C. & libr. rũ ab. e. brachij. B. e. vnde libra orizontalis manebit. Sed ſi brachium. B. e. conſolidatum fuiſſet in tali ſitu cum orizontali. B. D. & appẽſo põdere. C. in. e. libero à filo, nec aſcenderet, neq; deſcenderet. quia tantum eſt quod ipſum ſit appenſum filo, & pendet ab. u. quantum quòd ab ipſo liberum appẽnſum fuiſſet. e. brachij. B. e. & hoc procederet ab eo quòd partim penderet a centro. B. & ſi brachiũ eſſet in ſitu. B.Q. totum põdus centro. B. remaneret appenſum, quemadmodũ in ſitu. B. A. totũ dicto centro inniteretur. vnde ſit vt hoc modo pondus magis aut minus ſit graue, quò magis aut minus à centro pendet, aut eidem nititur: atq; hæc eſt cauſa proxima, & per ſe, quæ ſit vt verum idemq; pondus in vno eodemq; medio magis aut minus graue exiſtat. Et quamuis appellem latus. B.C. orizontale, ſupponens illud angulum rectum cum. C.O. facere, vnde angulus. C.B.Q. ſit vt minor ſit recto, ob quantitatem vnius anguli ęqualis ei, quem duæ. C.O. et. B.Q. in centro regionis elemẽtaris conſtituũt, hoc tamen nihil refert, cum dictus angulus inſenſibilis ſit magnitudinis. Ab iſtis autem rationibus elicere poſſumus, quòd ſi punctus. u. erit ex æquo medius inter centrum. B. & extremum. C. pondus. F. aut. M. pendebit, aut nitetur pro medietate dicto centro. B. & ſi dictum. u. erit propius. B. quam puncto. C. pendebit ab ipſo, aut nitetur ipſi amplius quã ex medietate, & ſi magis verſus. C. minus quã ex medietate nitẽ.

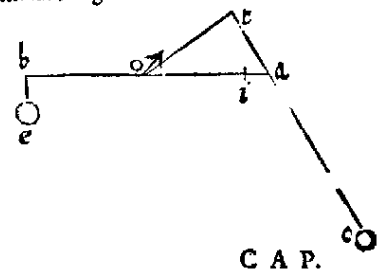


Quòd quantitas cuiuſlibet ponderis, aut uirtus mouens reſpectu alterius quantitatis cognoſcatur beneficio perpendicularium ductarum à centro libræ ad lineam inclinationis.

CAP. III.

EX iſs, quæ à nobis hucuſque ſunt dicta, facilè intelligi poteſt, q quantitas. B. u. quæ ferè perpendicularis eſt à centro. B. ad lineam. F.u. inclinationis, ea eſt, quæ nos ducit in cognitionem quantitatis virtutis ipſius. F. in huiuſmodi ſitu, conſtituens videlicet linea. F.u. cum brachio. F.B. angulum acutum. B. F.u. Vt hoc tamen melius intelligamus, imaginemur libram. b.o.a. fixam in centro. o. ad. cuius extrema ſint appenſa duo pondera, aut duæ virtutes mouentes. e. et. c. ita tamen q linea inclinationis. c. ideſt. b.e. faciat angulum rectum cum. o.b. in puncto. b. linea verò inclinationis. c. ideſt. a.c. faciat angulum acutum, aut obtuſum cum. o.a. in puncto. a. Imaginemur ergo lineam. o.t. perpendicularem lineæ. c.a. inclinationis, vnde. o. t. minor erit. o.a. ex. 18. primi Euclidis. ſecetur deinde imaginatione o.a. in puncto. i. ita ut o.i. æqualis. ſit. o.t. & puncto. i. appenſum ſit pondus æquale ipſi. c. cuius inclinationis linea parallela ſit lineæ inclinationis ponderis. c. ſupponendo tamen pondus aut virtutem. c. ea ratione maiorem eſſe ea, quæ eſt. e. qua. b.o. maior eſt. o. t. abſque dubio ex. 6. lib. primi Archi. de ponderibus. b.o.i. non mouebitur ſitu, ſed ſi loco. o.i. imaginabimur. o.t. conſolidatam cum. o.b. & per lineam. t.c. attractam virtute. c. ſimiliter quoque continget ut b.o.t; communi quadam ſcientia, non mouebitur ſitu. Eſt ergo quod propoſuimus verum quantitatem alicuius ponderis reſpectu ad eam, quæ eſt alterius debere deprehendi à perpendicularibus, quæ à centro libræ ad lineas inclinationis exiliunt. Hinc autem innoteſcit facillimè, quantum vigoris, & vis pondus, aut virtus. c. ad angulum rectum cum. o.a. minimè trahens, amittat. Hinc quoque corollarium quoddam ſequetur, quòd quantò propinquius erit centrum. o. libræ centro regionis elementaris, tantò quo que minus erit graue.



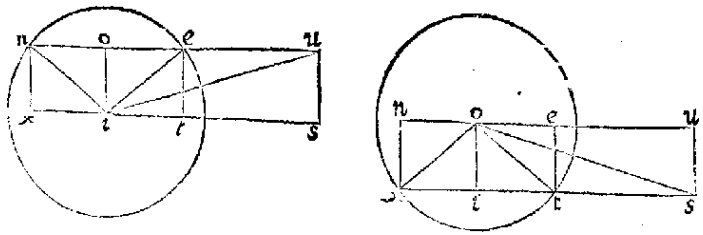


CAP.

Quemadmodum ex ſupradictis cauſis omnes ſtaterarum & uectium cauſæ dependeant.

CAP. IIII.

VIs brachij longioris alicuius ſtateræ,aut vectis,maior breuioris,ab ijs,quæ in ſuperioribus capitibus diximus,ideſt ꝙ nitratur pendeatué magis aut minus à centro pondus in extremitate brachij maioris poſitum,oboritur. Quamobrem illud à nobis primò eſt cognoſcendum , ſtateras, aut vectes, puras mathematicas lineas non eſſe, ſed naturales,hincque exiſtere corpora cum materia coniuncta.Nunc igitur imaginemur.n.s.eam ſuperficiem eſſe,quæ ſecundum longitudinem axem ſtateræ ſcindit.& ſupponamus ipſius centrum eſſe primum in.i.& maius brachium eſſe .i. u: minus autem. i. n. & lineam verticalem. i. o. quæ tanta ſit , quanta eſt ſpiſſitudo,aut craſſities ipſius ſtateræ à ſuperiori latere ad inferius,ad faciliorem intelligentiam,ſupponendo.n.s.parallelogrãmam. Poſitis igitur duobus ponderibus æqualibus in extremitatibus brachiorum,experientia innoteſcit,ꝙ pondus ad. u. s. appenſum, viol entiam facier ponderi appenſo ad.n.x.ſed nos volumus inueſtigare cauſã huius effectus,quæ à nemine vnquam literarum monumentis, ꝙ ſciam , conſignata fuit. Iam diximus ſtateram,aut vectem materialem eſſe &.n.s.eius ſuperficiem mediam,ſupponendo.i.eſſe centrum quo nititur dicta ſtatera aut vectis; Cum hoc ergo ita ſe habeat,ſint.u.s.et.n.x.lineæ inclinationum ponderum , & imaginemur, ꝙ dicta pondera pendeant à punctis.u.et.n.vt reuera pendent, etiam ſi appenſa eſſent ſub.s.et. x. quia punctum.u.& punctum.n.ita coniuncta ſunt cum.s. et.x.ut qui vnũ trahit alterum quoque trahat. Imaginemur quoque duas lineas. i. u : i.n. et.i.e.quę i.e.faciat angulum.o.i.e.æqualem angulo.o.i.n.Hinc clarè nobis patebit, ſi quis ipſi e.pondus ipſius.u. (ꝙ æquale eſt ponderi.n.) appenderet,id eandem planè vim haberet,quam pondus ipſius.n.habet,& ſtateram neque ſurſum, neque deorſum moueret, quia ambo pondera ad centrum.i.mediantibus lineis.e.i.et.n.i. exęquo annitérentur , ſed dicto pondere poſito in.u.linea.u. i. per quam pondus centro annititur , magis orizontalis quam.e.i.fit,& linea.u.s.inclinationis longius diſtans à centro. i. quàm linea.e.r.vnde huiuſmodi pondus magis quoque liberum à centro.i.reſultrat. magisque ponderoſum, quam cum erat in.e.ratione eorum, quæ primo & ſecundo capitibus diximus,& ob hanc cauſam ſuperat pondus poſitum in.n . Sed ſi centrum fuerit.in.o. imaginabimur duas lineas.o.s.et.o.x.& ſupponemus quòd pondera poſita ſint in. s . et . x.vnde exiſtente magis orizontali linea.o.s.quam erit.o.x.& linea u.s.inclinationis longius diſtante à centro.o.quàm linea.e.r.eius pondus erit quoq;



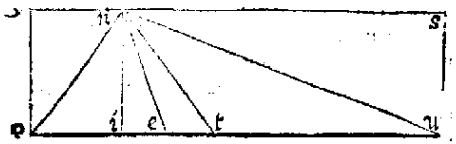
grauius

grauids,quia tantò minus pendebit à centro. o.& ratiocinando, vt ſuperius diximus,inuenietnus eundem effectum verum eſſe. In ſtateris,rectè & propriè appellari poteſt.x.i.s.aut.n.o.u.orizontalis;ſed in omni vectium ſpecie,hoc tãtum per quandam ſimilitudinem dicetur.Idem contemplari licet ſupponendo centrum in medio inter.o. et.i.quod vnuſquiſque ex ſe abſque alterius auxilio facile præſtare poterit.

De quibuſdam rebus animaduerſione dignis.

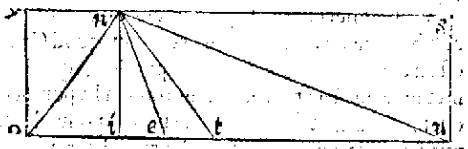
CAP. V.

NOn omittenda mihi videtur quædam , quæ ad tractationẽ vectium adhuc dum ſunt neceſſaria. Quod autem quærimus, in eo conſiſtit, quòd aliqui vectes adhibeantur ad opus, quorum centrum, quod Græci hypomochlió appellant vnum eſt ex extremis ipſius vectis , & pondus , quod ſurſum eleuari debet, inter ipſamet extrema iacet, propinquum tamen hypomochlio, vt exempli gratiá, ſi vectis eſſet infraſcripta figura.o.s.u.x.cuius hypomochlion eſſet in puncto.o. & pondus in puncto.n.clarum erit, ꝙ cum eleuari debeat.n.oportebit quoque opera manus eleuari.u. Nunc conſiderandum eſt quomodo pondus.n.annitatur ad.u. Hanc ob cauſam imaginabimur rectas lineas.n.o:n.i.n.t.et.n.u.quarum.n.i.verſus mundi centrum ſit poſita,et.n.t.faciat angulum.i.n.t.æqualem angulo.i.n.o. Nunc ponendo aliquam virtutem in.i.æquali inclinatione ad ſuperius conſtante, vt.n. ad inferius (remota tamen grauitate materiæ vectis)huiuſmodi virtus,totum pondus ipſius.n.communi quadam ſcientiæ notione ſiſtinebit. & ſi põdus ipſius.n.eſſet in.x. è directo ſuper.o.totum pondus ſuper hypomochlio ſe haberet, & tanta virtus ipſius hypomochlij ſufficeret ad reſiſtendum pro ſuſtinendo,quanta eſt grauitas ipſius ponderis; ſed ipſum iterum ponamus in.n.ubi clarum erit, quòd ſi alia virtus à parte inferiori ad ſuperiorem vectis non opponitur, excepto tamen hypomochlio,oportebit virtute cuiuſdam partis ponderis.n. (abſque conſideratione tamen,vt iam dixi , ponderis materiæ vectis) vt vectis à parte.s.u.deprimatur,& dixi vnius cuiuſdam partis ponderis.n.quia alia eiuſdé ponderis pars annititur ipſi hypomochlio. o. mediãte linea o.n.quæ angulos rectos cum.o.x.non facit. Si autem à puncto.t.opponet ſeſe huiuſmodi reſiſtentia,vt vectis non deprimatur,clarum erit communi ſcientia , ꝙ virtus ponderis.n.diuiſa erit per medium æqualiter, cuius vna medietas ſuper. o.quieſcet, & alia ſuper.t.mediantibus duabus lineis.n.o.et.n.t. Imaginemur nunc reſiſtentiam t-ablatam eſſe,poſitamq; in.e.clarum quoque erit, ꝙ maior pars ponderis. n. ipſi. e. annitetur beneficio lineæ.n.e.quàm ipſi. o.cum linea.n.i. inclinationis ipſi.e. ſit propinquior quam.o.quia omnis reſiſtentia aut in. i.aut in. e. aut in. t. aut in. u. eſt loco centri,quemadmodum eſt.o.& alter alterius opera iuuatur. Si verò eadem reſiſtentia poſita erit in.u.clarum quoque erit, ꝙ minor pars ponderis.n.annitetur ipſi.u.quã ipſi.o.cum dicta.n.i.à centro.u.longius quam à centro.o.diſtet , & proportio partis ponderis.n.in.o.ad proportionem partis ponderis.n.in u.non erit ſecũdum proportionem angulorum.u .n.i. et o.n.i.ſed ſecundum proportionem. u.i.ad.i.o.quod clarè comprehendi poteſt ab



T huius

huius effectus conuerſo, ideſt, vt quemadmodum nunc ſupponuntur. o. et. n. eſſe duo centra quibus ſuſtinet pondus. e. ipſius. n. imaginemur. n. eſſe quoddam centrum à quo pendeant duo ponderanon. et. n. ſic inuicem proportionata, ut ſunt. u. i. et. i. o. certe horum ponderum cauſa ſtatera. o. s. quam vectem appellabamus à nulla parte inclinabitur. Redeuntes nunc ad propoſitum, dicemus q annitente pondere ipſius. n. minus ad. u. quam ad. o. ideſt ad. t. minori vi opus erit in. u. quàm in. t. ad attollendum pondus ipſius. n. & ſic per conſequens quantò longius erit punctum. u. ab. t. tanto minori quoque vi egebit, & conſequenter quando vis, aut reſiſtentia in. u. ita proportionata erit illi, quæ eſt ipſius. o. vt eſt. o. i. ad. i. u. vectis non mouebitur. Sed quando erit proportio maior, reſiſtentiæ ipſius. u. ad eam, quæ eſt ipſius. o. ea, quæ eſt. o. i. ad. i. u. tunc vectis à parte ipſius. u. s. eleuabitur; ſi vero proportio minor eſſet quàm. o. i. ad. i. u. tunc vectis ab eadem parte deprimetur.



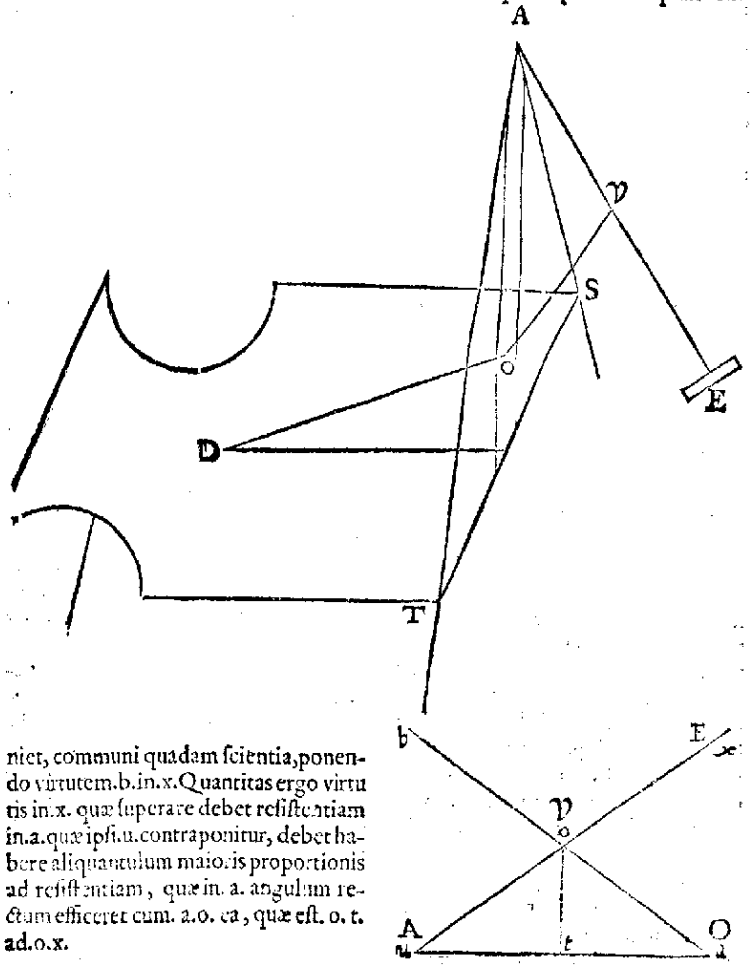
De ratione cuiuſdam uis adaucte.

CAP. VII.

QVibuſdam in locis vruntur quidã quodã inſtrumẽto piſtorio ad ſubigẽdã paſtam, vnius tantum hominis ui adhibita, quæ quidem machina cum mihi digna contemplatione eſſe videatur, eius aliquam rationem proponere volui, pro cuius deſcriptione imaginemur planum, in quo ſedet ille, qui volvit paſtam, & in quo ipſa paſta eſt repoſita. T. S. D. & triangulum T. A. S. immobile perpendiculare, que ſuperficiei dicti plani, angulo autem. A. coniunctum lignum, A. E. vt ſemidiametrum mobilem, & æqualem perpendiculari ipſius trianguli, vnde. A. loco centri erit et. D. O. ſit ſemidiameter, qui paſtam contundit, & ab eius extremo. O. (quod. O. quando. D. O. orizontalis eſt, in baſi dicti trianguli reperitur) veniat lignum. O. V. quod cum. A. V. ſit æquale perpendiculari imaginatæ ab angulo. A. baſi. T. S. denotatũ tñ vt vulgo dicit ſeu flexile in. O. & in. V. vt elleuare atq; deprimere ſemidiametrum. D. O. poſſit, et. V. O. ſit æqualis. A. V. et. V. medium ſit inter. A. et. E. vnde. A. V. cum. O. V. æquales erunt. A. E. ſunt deinde duo ligna perpẽdicularia ab. A. ad baſim fixa, & immobilia inter ſe adeo diſtantia, vt inter ipſa pertrãſeãt. O. V. et. D. O. ſupra & infra, ne deuiet ſemidiametrum. D. O. In extremitate deinde ipſius. E. ſit lignum quoddam tenue, vt digitus polex, ad angulos rectos cum. A. E. quod ab aliquo, qui antedictam machinam ſtet, manibus teneatur, qui quidem homo idipſum lignum, ideſt ſemidiametrum. A. E. à ſuperficie trianguli dicti, ad ſe trahendo, & deinde verſus eundem triangulum impellendo, vim quandam maximam mediante ſemidiametro. D. O. ſuper paſtam excitat.

Pro cuius rei contemplatione volo vt ſecundam hanc ſubſcriptam figuram. b. a. u. x. imaginemur, in qua. u. exprimat. A. primæ figuræ, &. a. denotet. O. &. o. V. &. x. E. imaginemur etiam. u. a. baſem trianguli. a. u. o. cui. o. t. perpendicularis dictæ baſi. u. a. addatur. Hucuſq; igitur. u. o. æqualis erit. o. x. & ipſi. o. a. imaginemur etiam. a. o. vſque ad. b. ita productam vt. o. b. æqualis ſit. o. a. ponamus etiam pondus in. a. impellere

lere verſus. u. vnde linea eius inclinationis ſit ſemper. a. u. ſupponamus etiam. a. o. b. eſſe libr̃a, aut ſtateram, aut vectem, &. o. eius centrum, vnde vis, aut virtus ipſius. a. proportionalis erit ipſi. o. t. reſpectu virtutis, aut vis imaginatæ in. b. inclinationis perpendicularis ipſi. b. a. quæ quidem virtus, aut vis in. b. proportionalis erit ipſi. b. o. ex tertio capite huius tractatus; Si ergo fuiſſet poſita in. b. virtus quædam ad angulum rectum, trahens lineam. b. o. tam proportionatam virtuti perpendiculari ipſius. a. quam eſt. o. t. proportionata ipſi. o. b. ſtatera. b. o. a. non moueretur, ſed quæuis portio maior in. b. ſuperaret. a. cum autem fuerit. o. x. æqualis ipſi. o. b. idẽ planè euenier, communi quadam ſcientia, ponendo virtutem. b. in. x. Quantitas ergo virtutis in. x. quæ ſuperare debet reſiſtentiam in. a. quæ ipſi. u. contraponitur, debet habere aliquantulum maioris proportionis ad reſiſtentiam, quæ in. a. angulum rectum efficeret cum. a. o. ea, quæ eſt. o. t. ad. o. x.



De quibuſdam erroribus Nicolai Tartaleæ circa pondera corporum & eorum motus, quorum aliqui deſumpti fuerunt à Iordano ſcriptore quodam antiquo.

CAP. VII.

CVm magis amici veritatis eſſe debeamus quàm cuiuſquam hominis, quemadmodum Ariſto. ſcribit, detegam hoc loco quoſdam errores Nicolai Tartaleę de ponderibus corporum, & velocitatibus motuum localium. Et primum decipitur is in. 8. lib. ſuarum diuerſarum inuentionum in ſecunda propoſitione, cum non animaduerterit quanti momenti ſint extrinſecæ reſiſtentiæ.

Subiectum quoque tertiæ propoſitionis eſt malè demonſtratum, quia idem planè ex eius demonſtratione iam dicta corporibus hætereogeneis, aut figura diuerſis contingeret, quod ad velocitates attinet.

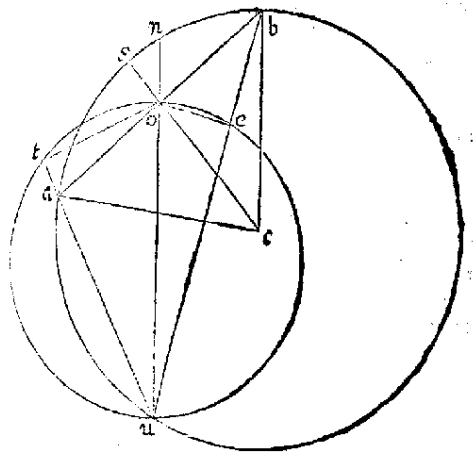
In quarta propoſitione, quod ad diſputãdũ proponit nõ concludit melius. autẽ id ab eo ſequiſ, quod Archimedes in. 6. propoſitione lib. primi de põderibus, pbauit.

Sed in ſecunda parte quintę propoſitionis non uidet q̃ uigore ſitus eo modo, quo ipſe diſputaſ, nulla elicitur ponderis differentia. quia ſi corpus. B. deſcendere debet per arcum. i. l. corpus. A. aſcendere debet per arcum. u. s. æqualem, & ſimilem. eadem quoque ratione ſituatum, vt eſt arcus. i. l. vnde vt eſt facile corpori. B. deſcendere per arcum. i. l. difficile ita erit corpori. A. aſcendere per arcum. u. s. Hęc autem quinta propoſitio Tartaleæ eſt ſecunda quæſtio à Iordano propoſita.

Quòd autem ad primum corollarium dictæ propoſitionis attinet, verum ille quidem ſcribit, cius tamen effectus cauſa & à Iordano prius, & ab ipſo poſtea citata, natura ſua vera non eſt. quia vera cauſa per ſe ab eo oritur, q̃ à centro libræ dependeat vt primo cap. huius tractatus oſtendi. Secundum verò corollarium falſum eſſe, ijs rationibus quas nunc ſubiungam, patebit. Imaginemur. u. pro centro regionis elementaris, & libram. b. o. a. obliquam reſpectu ad. u. & brachiis æqualibus conſtãtem, & pondera in. a. et in. b. etiam æqualia. lineæ autem inclinationum ſint. a. u. et. b. u. imaginemur etiam lineam. o. u. & à centro. o. libræ duas. o. t. et. o. e. perpendiculares inclinationum lineis; vnde pondus ipſius. a. in huiuſmodi ſitu tam erit proportionatum ponderi. b. quam proportionata erit linea. o. t. lineæ. o. e. ex eo q̃ tertio cap. huius tractatus probaui, ſed linea. o. t. maior eſt linea. o. e. quod ſic probo. Imaginemur triangulum. u. a. b. circunſcriptum eſſe à circulo. u. a. n. b. cuius. c. ſit centrum, q̃ erit extra lineam. u. o. cum ſupponatur. a. o. b. obliquam eſſe reſpectu ad. u. o. Imaginemur deinde à centro. c. lineam. c. o. s. vſque ad circunferentiam, quæ perpendicularis erit ipſi. a. b. ex tertia lib. 3. Euclidis poſtea imaginemur duas lineas. c. a. et. c. b. habebimus ex. 8. lib. primi, angulum. a. c. o. æqualem angulo. b. c. o. Vnde ex. 25. lib. 3. arcus. a. s. æqualis erit arcui. b. s. ſed ſi imaginabimur. u. o. ad circunferentiam vſque productam, clarum erit q̃ arcum. s. b. ſecaret in puncto. n. vnde arcus. n. b. minor erit arcu. n. a. & ſic etiam angulus. n. u. b. minor erit angulo. n. u. a. ex ultima lib. 6. Imaginemur nunc alium quendam circulum, cuius. o. u. ſit diameter, cuius circunferentia per duo puncta. e. et. t. prætergradiaſ, cum in ipſis ſint anguli recti, quod quilibet ex ſe ratiocinando colligere poteſt, ſi. 30. lib. 3. in mentem reuocauerit. Sed cum angulus. o. u. t. ſit maior angulo. o. u. e. arcus. o. t. maior erit arcu. o. e. ex vltima. 6. vnde corda. o. t. maior erit corda ipſius. o. e. ex conuerſo. 27. lib. 3. quod eſt propoſitum. Pondus igitur ipſius. a. in huiuſmodi ſitu, pondere ipſius. b. grauius erit. Quod è directo ijs repugnat quæ Tartalea in 2. parte quintæ propoſitionis ediderit, & per conſequens 2. corollarij falſitatem oſtendit, vt eam quoque, quæ in 6. propoſitione latet. quia cũ

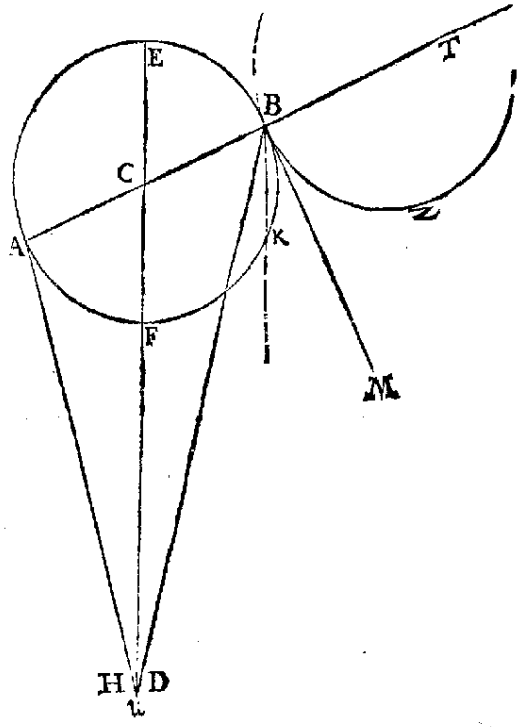
pro-

proportio põderis. a. ad pondus ipſius. b. eadem ſit cum ea quę eſt. o. t. ad. o. e. ſub cognitione noſtram cadere poteſt, primum cognoſcendo angulos obliquitatis libræ, id eſt angulos. b. o. u. et. a. o. u. quia oportet ſemper ſupponere ſitum aliquem notum. Si nobis deinde cognita erit proportio ipſius. o. u. ad. o. b. et. ad. o. a. aſſequemur cognitionem anguli. b. et. o. a. u. & per conſequens ipſius. o. a. t. eius reſidui, vnde poſtea beneficio angulorum. e. et. t. rectorum & laterum. o. b. et. o. a. cognitorum in cognitionem. o. t. et. o. e. facile deueniemus.

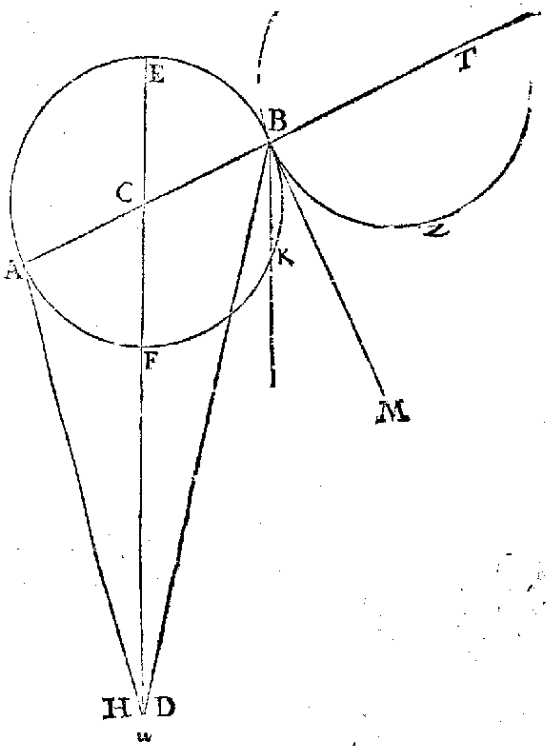


CAP. VIII.

QVod autem idem Tartalea in. 6. propoſitione, & Iordanus in ſecunda parte ſecundæ propoſitionis ſcribunt, maximum quoque errorem in ſe continet. Dicunt enim angulũ h. a. f. differentem ab angulo. d. b. f. alia ratione non eſſe quàm per angulum contactus duorũ circulorũ, vt in ſua figura ſcribit Tartalea; id quod falſiſſimum eſt. Quã ob cauſam in ſubſcripta figura ſit libra. B. A. & eius centrum. C. et. u. centrũ regionis elementaris, et. A. u. et. B. u. lineæ inclinationũ. Imaginemur deinde lineam. B. K. parallelã ipſi. A. u. quæ gyrum. B. F. A. in puncto. K. communi ſcientiæ pręcepto ſcinder, & habebimus angulum. K. B. Z. æqualem angulo. H. A. F. id eſt. u. A. F. (quia. H. u. et. D. unũ ſunt) cum ex. 29. libr. primi Euclidis angulus.



lus u. A. C. æqualis sit angulo. K. B. T. & angulus. C. A. F. æqualis angulo. T. B. Z. nũc comparatio est inter angulum. D. B. F. & angulum. K. B. Z. mistilineos, qui quidem duo anguli, cõmunem habent angulum mistilineum. K. B. F. quapropter si angulus. K. B. Z. mistilineus maior est angulo. D. B. F. mistilineo per angulum. K. B. Z. contingentiæ, circulorum ergo angulus mistilineus communis. F. B. F. æqualis erit mistilineo, angulo. D. B. F. pars videlicet sui toto. Omnis autem error in quem Tartalea, Iordanusq; lapsi fuerunt ab eo, ꝙ lineas inclinationum pro parallelis vicissim sumpserant, emanauit.



Septima propositio Tartaleæ, quæ est 9na quæstio Iordani mihi videt excipienda fuit, cum pondus ipsius. A. ponderi ipsius. B. existens æquale, grauius sit pondere eiusdem. B. ratione minoris aperturæ anguli contingentiæ in. A. quam in. B. in quo idem error committitur, qui in præcedenti committebatur, cum scilicet ipse putet lineas. A. E. et. B. D. figuræ ab eo confictæ sibi inuicem esse parallelas, quæ etiam si æqui distantes essent (vnde angulus. E. A. G. minor esset angulo. D. B. F.) non eam tamen ob causam huiusmodi angulorum differentia causa esset differentiæ grauitatũ ipsorum. A. et. B. ob ea quæ cap. 4. huius tractatus posui.

Octaua autem propositio, quæ est. 6. quæstio Iordani longè melius demonstratur ab Archi. in. 6. lib. primi de ponderibus, cum nec à Iordano, nec à Tartalæa probata fuerit, cum ijdem non probauerint præcedentes, quas in dicta. 8. Tartalea citat, qui neque etiam probat nonam. 10. 11. 12. et. 13. cum ad præcedentes probandas minimè accedat.

Quartadecima verò, quæ est. 10. quæstio Iordani, duas ob causas est falsa, quarum vna est, ꝙ supponendo. A. D. E. G. B. esse vnum brachium librę, et. A. punctum cẽtri eiusdem, et. D. pondus æquale ponderi. E. & lineas inclinationum. D. K. et. E. M.) angulus. K. D. E. et. M. E. G. sibi inuicẽ nõ sunt æquales; cũ ille angulus sit intrinsecus, hic verò extrinsecus & oppositus dicto intrinseco vni⁹ triãguli terminati à. D. E. à. D. K. et. E.

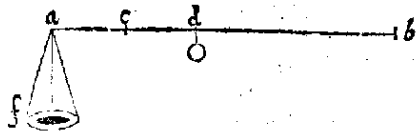
et. E. M. lineis productis vsque ad centrum regionis elementaris, vnde dictus angulus. M. E. G. maior est alio, ex. 16. lib. primi Eucli. Qua ratione fit, vt hanc ob causam E. grauius sit ipso. D. cum minus dependeat à centro. A. vt primo cap. huius tractatus iam dixi. Alia quoque est ratio, qua dictum. E. grauius fit ipso. D. quę quidem est maior distantia à centro. A. libræ, per similes rationes capit. 4. huius tractatus citatas.

Decimaquinta quoq; nil penitus valet, quę est. 11. quæstio Iordani, cuius Authoris opusculum opera Traiani Bibliopolę Venetijs è tenebris in lucem emersit.

Quòd summa ratione statera per æqualia interualla sint diuisa.

CAP. IX.

MAgna cum ratione diuiditur statera per interualla æqualia, in libras, aut in vncias, aut quoquo alio modo. Nam sit statera exempli gratia. a. b. & punctum, ꝙ eam sustinet sit. c. & vas illud, ꝙ continet id, quod ponderari debet f. Imaginemur nunc quod pondus brachij. c. b. ab una parte, & pondus brachij. c. a. cũ eo, ꝙ est dicti vasis. f. ab altera parte, sint causę, quibus statera. a. b. c. stet orizontalis. cui sic orizontali manenti imaginemur ad punctum. a. adiunctum esse pondus, veluti vnius libræ. & ad punctum. d. tam distanti à. c. ut est. a. ab ipso. c. aliud quoque pondus vnius libræ additũ esse, vnde cõi quadã scientia statera, non mouebitur situ. ęa existentibus duobus hisce ponderibus æqualibus, altero in. d. & altero in. a. remota cum essent. d. b. et. f. absque dubio. a. d. non mutaret situm, sed. d. b. et, f. in situ, in quo reperiuntur, à centro paribus viribus prędita sunt. Addendo igitur. d. b. ipsi. d. et. f. ipsi. a. summa earum, æqualibus quoque viribus constabunt. ex communi sententia, quæ habet si æqualibus addas æqualia, tota quoque fient æqualia. Si verò ponderi ipsius. a. aliud adderetur eidem æquale, haberemus in. a. duplum pondus ei ꝙ est ipsius. d. sed volentes vt solum cum pondere ipsius. d. statera stet orizontalis, si dictum pondus ipsius. d. longè distabit à centro. c. per duplum ipsius. c. a. ideſt ipsius. c. d. id ꝙ volumus assequemur, beneficio supradictarum rationum, adiuti opera sextę lib. primi de põderibus Archimedis. Et si quis aliud quoq; pondus adiungeret ipsi. a. æquale illi priori, ad efficiẽdum, vt statera semper orizontalis maneret, oporteret, vt põdus ipsius. d. ab. c. longè distaret, ita vt huiusmodi distantia tripla esset primæ, & sic per quosdam quasi gradus interualla redderentur æqualia.



Quòd

Quòd linea circularis non habeat concauum cum conuexo coniunctum, & quod Arist. circa proportiones motuum aberrauerit.

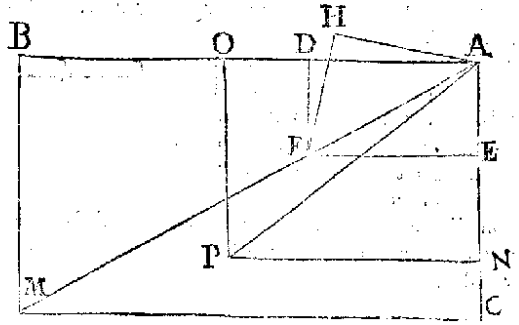
CAP. X.

ARistoteles in principio quæstionum Mechanicarum ait lineam, quæ terminat circulum videtur conuexum habere coniunctum cum concauo, quod falsum est: quia huiusmodi linea partes nullas secundum latitudinem habet, (vt ipse etiam confirmat) sed est idem conuexum circuli: linea verò quæ terminus est superficiei ambientis, & amplectentis circulum est eadem concauitas dictæ superficiei eundem circulum ambientis, quæ nullam conuexitatem habet. & hæ duæ sunt lineæ, quarum vna diuersa est ab alia, neque altera alterius, quod ad conuexum, & ad concauum attinet.

Sed illud, quod Aristoteles scribit de duplici respectu motus vnius puncti secundum vnam datam proportionem, non sufficit, ille enim sic ait.

Sit proportio secundum quam latum fertur, quam habet. A.B. ad. A. C. et. A. qui dem feratur versus. B. A.B. verò subter feratur versus. M.C. latum autem sit. A, quidé ad. D. vbi autem est. A. B. versus. E. Quoniam igitur lationis erat proportio, quam, A.B. habet ad. A. C. necesse est &. A. D. ad. A. E. hanc habere rationem. Simile igitur est proportione paruum quadrilaterum maiori. Quamobrem etc.

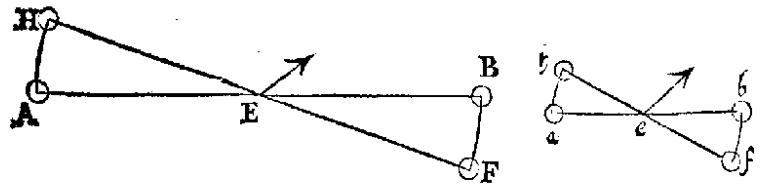
Cui respondeo, punctum. A. quod mouetur in linea. A. M. ab. A. versus. M. vsque ad. F. non moueri ab aliqua proportione determinata magis quàm ab alia: vnde nó solum possumus imaginari dictum punctum. A. moueri ab. A. vsque ad. F. eiusdem velocitatis sub alia quadam proportione, sed etiam sub alia, quæ iam datæ contraria sit, vt est proportio ipsius. A.C. ad. A.B. imaginãtes moueri. A. versus. C. et. A. C. versus. B. M. delatam. Dico etiam idem. A. moueri vsque ad. F. secundum proportionem ipsius. A.O. ad. A.N. Quamobrem imaginemur à puncto. F. lineam. F. H. cum linea. F. A. efficere angulum æqualem angulo. O. P. A. & à puncto. A. lineã A.H. cũ linea. A. F. facere angulũ æquale angulo O. A. P. unde angulus. H. æqualis erit angulo. O. ex. 32. libr. primi Eucl. & triangulũ. A. H. F. æquiangulum erit triangulo. A. O. P. Quam ob causã eadé proportio erit ipsi⁹ A.H. ad. F.H. quæ é ipsius A. O. ad. O. P. punctum igitur. A. vsque ad. F. mouetur secundum proportionem etiam ipsius. A. O. ad. O. P. Huiusmodi igitur consideratio, ab Aristotele facta, nullius est momenti.



Quod Arist. in prima mechanicarum quæstionum eius quod inquirit, ueram causam non attulerit.

CAP. XI.

QVærens Aristoteles vnde fiat, vt eæ libræ, quæ brachia habent alijs longiora, sint exactiores cæteris, ait hoc euenire ratione maioris velocitatis extremorum earundem. Quod verum non est; quia hîc effectus nil aliud est, quam clarius proponere ob omnium oculos obliquitatem brachiorum à linea orizontali, & ostendere etiam facilius à dicto orizontali situ exire brachia iam dicta. Quæ quidem per se neque à velocitate, neque à tarditate motus, sed à ratione vectis, & à maiori interuallo inter secundum situm extremorum à primo proficiscuntur. Vt exempli gratia, imaginemur magnam libram. A.B. orizontalem, cuius centrum sit. E. et pondus. B. maius sit pondere ipsius. A. vnde conceditur, quòd ob hanc rationem dicta libra situm mutabit, qui secundus situs sit in. H.F. Imaginemur etiam paruã quãdam libram. a.e.b. orizontalem, quæ pondera habeat. a.et.b. æqualia duobus ponderibus alterius libræ & secundus situs sit in. h.f. ita tamen vt anguli circa. e. æquales sint ijs, qui sunt circa. E. ideſt. b.e.f. sit æqualis. B. E. F. Nunc dico situm. H. F. exactiorẽ futurum & clariorem situ. h.e.f. ratione interualli. B. F. maioris, interuallo. b.f. quod. B. F. in eadem proportione maior est ipso. b.f. in qua. B. E. maius est. b.e. quod autem interuallum. B. F. breuiori, aut longiori temporis spacio quam. b.f. sit factum, nil planè refert. Ratione vectis deinde, dico ꝙ si supponemus duas libras pares æqualesq; in omni alio respectu, præter quàm in brachiorum longitudine, pondus. B. maiorem vim habebit ad deprimendum brachium. E.B. quàm pondus. b. quia libræ materiales, cum sustineantur ab. E. e. & non à puncto mathematico, sed à linea, aut superficie naturali in materia existente. vnde aliqua resistentia ipsi motui brachiorum oritur, & hanc ob causam, supponendo hanc resistentiam æqualem tam in. E. quàm in. e. clarum erit ob ea, quæ in cap. 4. huius tractatus ostendi. B. cum minus dependeat ab. E. aut minus quoque eidem. E. annitatur, ponderosum magis futurum, quam. b. & hac de causa mouebit ad partem inferiorem, maiori cum agilitate, brachium. E.B. multo magis etiam illud ipsum deprimet, ideſt maiorem etiam angulum. B.E.F. quàm erit angulus. b.e.f. faciet.



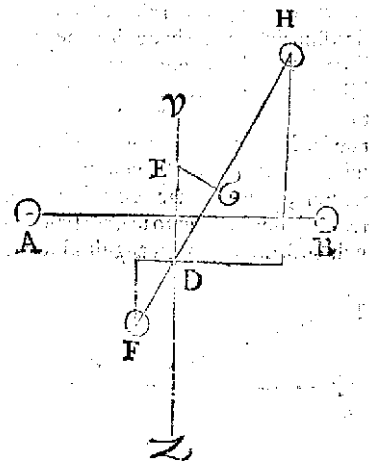
De uera cauſa ſecundæ, & tertiæ quæſtionis mechanicæ ab Ariſtotele non perſpecta.

CAP. XII.

ARiſtoteles in ſecunda quæſtionum mechanicarum quærens illius ratione n ſic ſcribit.

Cur ſiquidem ſurſum fuerit ſpartum quando deorſum lato pondere quiſpiam id admouet rurſus aſcendit libra: ſi autem deorſum conſtitutum fuerit non aſcendit, ſed manet? an quia ſurſum quidem ſparto exiſtente plus libræ extra perpendiculum ſi (ſpartum enim eſt perpendiculum) quare neceſſe eſt deorſum ferri id, quod plus eſt, quare & cætera.

Sed vera cauſa, vnde fiat, vt ſi ſpartum fuerit ſurſum, & brachium vnum ipſius libræ deprimendo, & idem liberam deinde permittendo, ad ſitum orizontalem redeat, non ſolum eſt maior quantitas ponderis brachiorum quæ iam prætergreſſa eſt vltra verticalem lineam, ſed etiam eſt longitudo brachij eleuati, quæ vltra verticalem lineam reperitur, vnde eius extremi pondus redditur grauius in proportione, quam in hoc exemplo proponam, ſit. A. B. libra in ſitu orizontali, cuius ſpartum ſit. E. ſuper ipſam. & deprimentes brachium ipſius. A. vſque ad. F. eius ſitus ſit in. F. H. vnde medium pũctum. G. prætergreſſum erit lineam verticalem. V. Z. verſus. B. quæ. V. Z. ſecabit brachium. F. G. in puncto. D. vnde. D. H. longius erit ipſo. F. D. Nunc nobis ſupponendum eſt id, quod veriſſimum exiſtit, dictam ſcilicet libram in ſitu. F. H. etiã ſi ſuſtineatur à puncto. E. idem tamen futurum ac ſi ſuſtentaretur in puncto. D. vnde ſequitur, quod pondus appenſum ex ipſa. H. ita grauius reddatur, ipſo. F. in eadem proportione, quæ maior eſt. D. H. ipſo. D. F. ob rationes quas in primis huius tractatus capitibus poſui, vt etiam ſi. D. H. quod materiale eſſe ſupponitur, nullam planè grauitatem haberet, ſolus tamẽ exceſſus vis ponderis in. H. poſiti, longè maior pondere in F. collocato pro maiori longitũdine ipſius D. H. ſufficiat. ad præſtandum vt libra ad ſitum orizontalem redeat.



In ſecunda deinde huius quęſtionis parte, in qua ſcribit libram in ſitu, in quo poſita eſt, firmam manere, toto cęlo aberrat, quia neceſſariũ eſt, vt omninò cadat, eòuſq; quò ſpartum ſurſum remaneat: ablato tamen omni impedimento, quod nulla eget probatione, cum natura ſua clariſſimè pateat.

Cauſa, deinde, vera tertiæ quæſtionis non eſt ea, quam Ariſtoteles ponit, ſed huiuſmodi effectus ab eo, quod capitibus. 4. et. 5. huius tractatus propoſui originem habet.

Quod

Quòd Ariſtotelis ratio in 6. quæſtione poſita non ſit admittenda.

CAP. XIII.

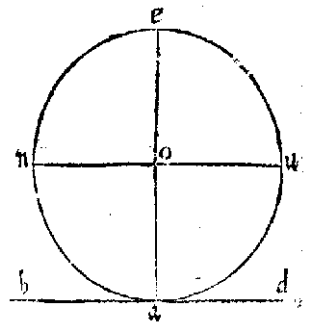
VOlens Ariſtoteles rationem proponere, vnde fiat, vt nauis velocius moueatur cum antennam altiorem quàm cum depræſſiorem habet, id ad vectis rationem refert, quod verum nó eſt. Huiuſmodi enim ratione nauis tardius potius, quàm velocius ferri deberet, quia quantò altius eſt velum, vi venti impulſum, tãtò magis proram ipſius nauis in aquam demergit. Sed huiuſmodi effectus à maiori potius quantitate venti quam recipit, quàm ab alia aliqua cauſa oritur, quia ventus liberius vehementiusq; in altiore parte, quàm in depræſſione vagatur & perflat.

Quòd rationes ab Ariſtotele de octaua quæſtione conſictæ ſufficientes non ſint.

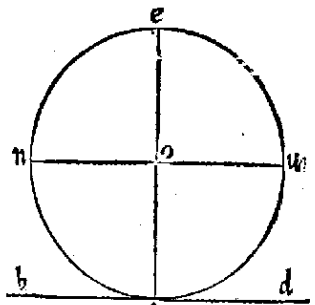
CAP. XIIII.

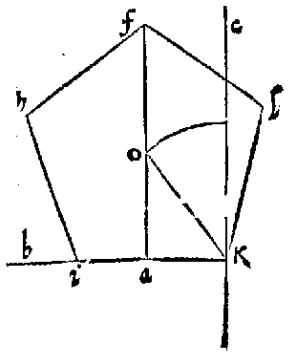
RAtiones etiam ab Ariſtotele propoſitæ pro indaganda octauæ quæſtionis veritate, in qua quærit vnde fiat, vt corpora rotundæ figuræ, ad voluendũ ſint faciliora reliquis, quarum reuolutionum corporum tres ſpecies aſſignat, quarũ vna eſt, vt rotarum curruũ; altera vt rotarum puteorum, aut trochlearum, quibus hauritur aqua; & tertia, vt paruorum vaſorum a figulis fabricatorum, ſufficiẽtes nó ſunt.

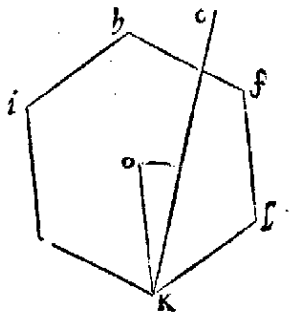
Incipiens autem à prima dico dubium non eſſe, quin tangente corpore aliquo rotundo aliquod planum mediante ſolo quodam puncto contingat, quemadmodum probat Theodoſius in. 3. lib. primi & Vitellio in. 71. lib. primi, & ducẽdo per centrũ ſphæræ lineam vſque ad punctum contactus, ipſa erit perpendicularis plano contingenti ſphęram dictam, vt probat idẽ Thęodoſius in. 4. lib. primi Alhazẽ in. 25. quarti, & Vitellio in. 7. primi. Verum etiam eſt omnem inclinationem ponderoſam huiuſmodi corporis homogęnei totam hanc lineam æqualiter omni ex parte circundare; cuius quidem rei exemplum in carta deſcribere poſſumus mediante figura circulari hic ſubſcripta. a. n. e. u. contigua lineæ rectæ. b. d. in puncto. a. vnde. e. o. a. perpendicularis erit ipſi. b. d. ex. 17. lib. 3. Eucl. & tantũ ponderis habebimus à parte. a. u. e. quantum ab ipſa. a. n. e. Nunc igitur ſi imaginabimur ductum eſſe centrum verſus. u. per lineam. o. u. parallelam ipſi. a. d. clarum nobis erit, q̃ abſq; vlla difficultate aut reſiſtentia idẽ ducemus, quia huiuſmodi centrum ab inferiori parte ad ſuperiorem, nunquam mutabit ſitum reſpectu diſtãtiæ ſeu interualli, quę inter ipſum lineamq́ue. a. d. intercedit, q̃ quidem centrum in ſe colligit totum pondus figurę. a. n. e. u. & beneficio lineæ. e. o. a. illud ipſum puncto. a. in linea. b. a. d. committit, productum. a. nil refert, vt magis, aut minus verſus ipſum. d. aut verſus b. dirigaſ; ita vt cũ non oporteat vt huius figuræ põdus, vna vice, magis eleuetur, quàm alia, ſed ſemper æqualiter ſuper lineam. b. a. d. quieſcat.



Sitq; ſemper diuiſum à linea.a.o.e.per medium, ſequitur communi quodam conceptu, nullam nobis difficultatem oboriturum, dictum centrum ad quam voluerimus partem ducendo, quemadmodum à qualibet alia figura, quæ perfectè rotunda non eſſet, emergeret; Vt exẽpli gratia, ſi imaginabimur pentagonum.K.i. h.t.l.quie ſcere ſup eandẽ linẽã.a.b. K.ita ut primũ totũ latus. i.K.in linea.b.K.extẽdat, ducẽdo poſtea centrum.o. (ponamus.) verſus.l.dubium non eſt, quin oporteat, vt dictum centrum.o.à linea.b.d.eleuetur, ab eademq; magis diſtet, voluens ſe per arcũ vnum circuli, q̃ ꝑ ſuo ſemidiametro habeat.o.K.quę maior eſt ipſa.o.a.ex.18. li. primi Euclii. vnde ſi à puncto.K.imaginabimur lineam. K. c. reſpicientem centrum regionis elementaris, dubium non eſt, quin ſi velimus transferre cẽtrum hoc à priori ſitu vſq; ad dictam lineam, oporteat addere pondus parti ipſius.l.quæ à linea.K. c.fuit ſecta, aut aliquid de ipſo pondere partis centri detrahere. quod quibuſuis modis fiat, ardium certè eſt ad efficiendum; neque hoc etiam accidit figuræ perfectè rotundæ, cum cẽtrum q̃ perfectè in medio ipſius ponderis eſt, reperiatur ſemper in linea perpendiculari ipſi plano, in quo animaduertendum eſt, q̃ etiam ſi ipſum planum appellem; pro plano tamen perfecto intelligi nolo, ſed pro ſuperficie perfectè ſphęrica circa centrum à corporibus grauibus expetitum; nam ratione magnæ amplitudinis huiuſmodi ſuperficiei, nullam differentiam notatu dignam à perfecto aliquo plano exigui interualli ad curuitatem eiuſdem ſuperficiei imaginari poterimus. Sed ut redeamus ad ſermonem de reuolutione figuræ rotundæ ſuſceptum, clarũ igitur erit quamlibet minimam vim(vt ita dicam)quę trahat, aut impellat centrum.o.verſus.u. huiuſmodi figuram reuolururam, cuius media pars ad trahendum, aut impellendum punctum.e.ſufficiere; Imaginemur autem q̃ linea.n.o. u. eſſet libra: quędã in figura perfectè rotunda.a.n. e.u.poſita, & vis, quę trahere centrum deberet, diuiſa eſſet per medium, cuius medietas appenſa eſſet extremitati. u. diametri.n.o.u.clarũ erit, q̃ abſque vlla difficultate reuolueret figuram ſuper lineam.b.a.d.verſus. d. qua huius vis, aut pondus nullũ contra pondus haberet vltra centrum.o.uerſus. n. q̃ centrum. o.perpetuo quieſcit ſup. a.in linea. e. o. a. per medium diuidente ſemper totum pondus figurę ſuppoſitę. Tantò facilius ergo tota dicta vis applicata centro, ipſũ verſus.u.trahẽs per lineam parallelã ipſi. a. d.dictã figuram reuolueret. Et ſi linea qua dictum centrum trahitur ab ipſo b.ã.

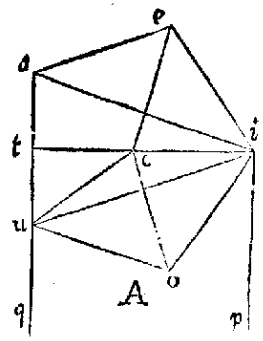


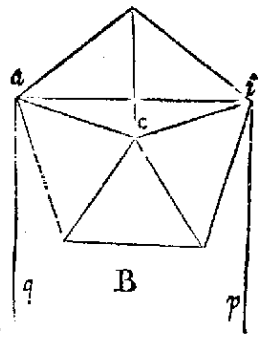


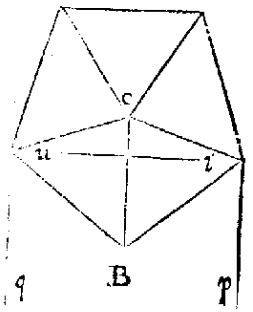


b.a.d. non æquediſtaret, ſed ſurſum traheret ſuper.u.aut ſubter, aliquid de ſua vi virtuteq; amitteret, & tantò plus, quantò inclinata magis eſſet verſus.a.o.e. & tandem cum eſſet vnita cum.a.o.e.aut ad ſuperius, aut ad inferius quantalibet ui, etiam ſi infinita, figuram extra ſitum primæ linęæ.a.o.e.non moueret, ſed ſi ſurſum traherer ſe iungeret eam à linea.b.a.d.non ob id tamen efficeret, ut centrum.o. exiret extra primam lineam.a.o.e.

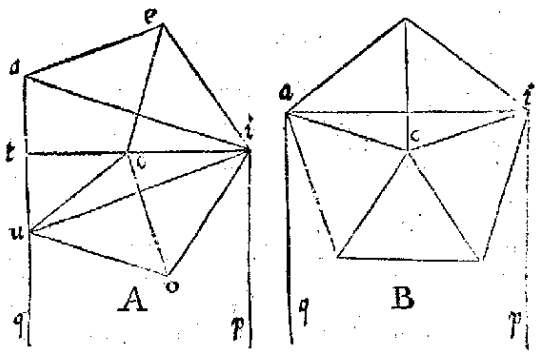
Secunda verò ſpecies, tribus reuolutionum modis, abſque axis mutatione conſtare poteſt, ideſt modo, quo reuoluuntur trochleæ mediante ſune, & quo reuoluuntur aliquæ rotæ, in quibus aliquod animal incedit; & quo reuoluuntur illæ, quæ in hominis manu circunuoluuntur medio alicuius manubrii inflexi. Hi omnes modi cum circulari figura magis quã cum alia quauis, faciliores euadunt. Et primò ſi priorem modum conſiderabimus, vt mediante ſune quælibet figura, quæ circularis non ſit, voluatur, ſupponamus exemplo debere reuolui pentagonum æquiangulum.a.e.i.o. u.circa centrum.c.mediante ſune.q.u.a.e.i.p.neceſſariò occurrent(in hac figura angulorum, laterumq; diſparium) plures inæqualitates, quæ reuolutionem eiuſdem figuræ irregularem efficient; quarum vna erit, quod duæ partes funis, ideſt.u.q. et.i.p. non erunt in vna eademq; inter ſe diſtantia ſemper, quod facile intellectu erit, ſi imaginabimur ductas eſſe lineas.a.i: u. i: et. i. c. t. ſi funis duo pondera habebit alterum altero maius, ſuis extremis appenſa, vnde debeat figura virtute ponderis maioris circunuolui: dictæ duæ partes. u.q.et.i.p.eiuſdem funis, mũdi centrum, dum firmæ manebunt, reſpicient; ſed permittentes pondera libera; maius, efficiens vt circunuoluatur figura; efficiet, vt aliquando vnum ex lateribus, eiuſdem figuræ mundi quoq; centrum reſpiciet, vt in figura. A. ſicq; etiam linea.i. c.t.(pro exẽplo) erit menſura diſtantiæ funium inter ipſas, & deinde circũ uoluendo etiam diſtabunt inter ſe per lineã.i.a.aut. i. u. vt in figura. B. ſinotuit exẽplo, & ſic etiam aliquando erunt magis diſtãtes, quàm linea t. i. & minus quàm.i. a: nunquam tamen minus quam.t.i. neque magis quã i.a.aut.i.u. quæ ſunt æquales; Quæ quidem varietas, in hanc, & in illam partem impellet partes pendentes funis, vnde æqualiter non trahent. Idem dico, ſi extrema.q.et.p.eſſent quoque ſemper in vna eadẽq; diſtantia; neque à corpore põderoſo eſſent attracta, quia aliæ partes ipſius.u.q.et.i.p.ex ſupradictis rationibus vnam eademq; diſtantiam nõ ſemper ſeruarẽt. vnde fieret vt cum diuerſis angulis tam.i. p. quã.u.q. traherẽt ſemidiametros.c.ic.c:c.a:c.u.et.c.o. quia nõ ſemper traherent ope ſeu virtute anguli æqualis ipſi. c.i.p. Hæc autem inęqualitas communis eſt omnibus figu-



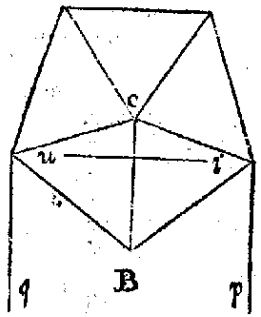




figuris rectilineis tam paris, quàm disparis numeri. Sed aliam quandam maiorem inęqualitatem habent hæ figuræ numeri disparis, quæ est, quòd quãdo linea. t.i. tam .u.q. quàm ipsi. i.p. ppẽdicularis fuerit, idest quãdo. t. i. cum dictis partibus funis angulos rectos constituerit, tũc ratione lõgitudinis ipsius. c. i. maioris quam . t. c. (quia cum sit. c. i. ęqualis ipsi. c. a. et. c. a. maior ipsa. c. t: c. i. etiam maior fit ipsa. c. t.) pondus aut vis ipsius. p. superabit eã quæ est ipsius. q. sed quando. t. erit in opposita parte, et. i. in ea, quæ est ipsius. t. q. eãdem ob causam superabit. p. & sic motum facier irregularem, & nõ vniformem; & ob id etiam perarduum, præter ictus, quos infligunt anguli in partem pendentem ascendẽtem funis, quãdo vnum ex lateribus vnitur cum fune.



Aliam inęqualitatem habent figuræ pares, quæ etiam in imparibus cernitur, etsi aliquantulum diuersa; quæ ab eo oritur, quod funes sit modò magis, modo minus propinquę centro; quæ inæqualis distantia, maiorem minoremq; vim super dictum centrum ob rationes in secunda parte cap. decimi huius tractatus propositas, gignit. Nulla autem ex ijs inæqualitatibus circulari figuræ contingit. Illud verò, quod de pentagonis figuris dixi, omnibus aliis figuris disparibus accommodari potest.



Secundus modus est earum rotarum, in quibus aliquod animal incedit, quæ si circulares non essent, tantò difficilius voluerentur, quantò pauciores angulos haberent. quod cum per se pateat, non demonstrabo. Si ergo quantò plures angulos habebit dicta figura, tantò ad circunuoluendum hoc modo agilior erit. Circularis igitur figura, quæ ex infinitis angulis efficitur, omnium agillima erit.

Tertius modus est earum rotarum, quæ manubrium habent, quæ etiam quantò pauciores angulos habebunt, tanto quoq; difficiliores reddentur, tam ratione inimi citiæ: quam exercet cum vacuo natura, quàm violẽtię, quam anguli aëri faciunt, eum expellendo, vt ipsi occupent locum, quem ipse aër implebat. Quod nullo modo potest euenire circulari figuræ:

Nunc nobis ad dicendum restat de specie reuolutionis rotarum, quæ parallelæ sunt orizonti, quibus accidit posse volui primo tertioq; modo secundę speciei, & ob id si circulares non erunt, eadem subibunt incommoda, de quibus in secunda illa specie loquuti sumus. sed circulares rotæ huius tertiæ speciei ad reuoluendum erunt reliquis eò faciliores, q vno solũ polo nituntur; Quod alijs nequaquam conceditur.

Super.

Super hac tertia specie formari potest problema, vnde fiat, vt quiescens huiusmodi rota parallela orizonti super vnum punctum, & quantò fieri potest existens ęqualis, si eam circunuoluamus maiore qua poterimus ui, & cãdem postea dimittentes non perpetuò circunuoluatur.

Hoc quidem, quatuor fit ob causas. quarum prima est, quia huiusmodi motus, cius rotæ non sit naturalis. secunda est, quia etiamsi rota super punctum mathematicum quiesceret, oporteret tamen vt superius alterũ haberet polum, qui ipsam orizontalẽ teneret, qui quidem munimento aliquo corporeo indigeret; vnde fricatio quędam consequeretur, ex qua resistentia prodiret.

Tertia est, quia aër contiguus eam perpetuò astringit, hocq; modo eius motui resistit.

Quarta est, quia quęlibet pars corporea, quę à se mouetur, impetu eidem à qualibet extrinseca virtute mouente impresso, habet naturalem inclinationem ad rectum iter, non autem curuum, vnde si à dicta rota particula aliqua suę circunferentiæ divisũ gereturꝫ absque dubio per aliquod temporis spatium pars separata recto itinere ferretur per aërem, vt exemplo à fundis, quibus iaciuntur lapides, sumpto, cognoscere possumus, in quibus, impetus motus impressus naturali quadam propentione rectum iter peragit, cum euibratus lapis, per lineam rectam contiguam giro, quem primo faciebat, in puncto, in quo dimissus fuit, rectum iter instituat, vt rationi consentaneum est.

Eadem, quoque ratione fit, vt quantò maior est aliqua rota, tantò maiorem quo que impetum, & impressionem motus eius circunferentiæ partes recipiant, vnde ę pe euenit, vt dum eam sistere volumus, id cũ labore & cum difficultate agamus; quia quantò maior est diameter vnius circuli, tantò minus curua est eiusdem circunferentia, & tantò propius accedit angulum eiusdem circunferentiæ ad quantitatem duorum angulorum rectorum rectilineorum, idest circunferentia ad rectitudinem linea rem. Vnde earundem partium dictæ circunferentiæ motus ad inclinationem sibi à natura tributam, quæ est incedendi per lineam rectam, magis accedit.

Quod Aristotelis ratio nonæ quæstionis admittenda non sit.

CAP. XV.

VEra ratio nonæ quęstionis à secunda parte decimi cap. huius tractatus, & non aliunde, accersiri debet.

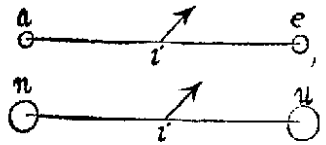
Quod Aristotelis rationes de decima quæstione sint reijcienda.

CAP. XVI.

ARistotelis rationes, vnde fiat, vt facilius moueantur libræ vacuæ, quàm plenè ad propositam disputationem non pertinent; quia semper ineunda est ratio proportionis virtutis mouentis super mobile; quod ipse non fecit.

Sit

Sit exempli gratia libra. a. i. e. quæ in vtraque extremitate vnciam vnam ſolum ponderis obtineat, & ſit libra.n.i.u.æqualis priori, quæ pro ſingula extremitate vnã ponderis libram habeat. Ariſtoteles admiratur, quòd addendo ipſi.e.mediam ponderis vnciam, brachium.i.e.velocius cadat, quàm adijcicdo ipsã mediã vnciã ipſi. u. brachij.i.u. Quod à duabus cauſis proficiſcitur, quarum prior eſt, magna differentia proportionis vnius libræ ad medietatem vnius vnciæ, ad proportionem vnius vnciæ ad ipſam medietatem, quia ſi pondus adiectum extremo.u.dimidiæ eſſet libræ, & cum eadem tarditate brachium moueret, optimo iure in admirationem poſſet Ariſtoteles duci. Sed hoc fieri non poſſet, quia ipſum deprimeret cum eadem quaſi velocitate, qua media vncia brachium.i.e. Dixi autem quaſi, quia nonnihil diſcriminis intercederet, quod proficiſcitur à ſecunda ratione. Et hæc, reſiſtentia eſt, quæ oritur à ſparto, quia quantò maius pondus continet libra, tantò magis præmit ſpartum in loco, in quo ſuſtinetur; vnde maior reſiſtentia in circunuolutione eiuſdẽ ſparti, in loco, in quo quieſcit, exoritur, quia ipſum eſt corpus materiale. Si quis autem vellet, vt brachium.i.u. eadem agilitate, qua.i.e. deſcenderet, oporteret, vt proportio dimidiæ libræ adiectæ ponderi ipſius.u. quod eſt vnius libræ, vim ſuam haberet, quæ excederet reſiſtentiam ſui ſparti (medio brachiorum maiorum ijs qui ſunt. a. i. e.) ita proportionatam, vt proportionata eſt vis dimidiæ vnciæ ipſi. e. iunctæ, reſiſtentiæ ſui ſparti. Huiuſmodi rationes cum rotis grauioribus leuioribusq;, & ijs, quę à corporibus quibuſlibet grauibus impelluntur, accommodatæ fuerint, titubantem intellectum confirmabunt.

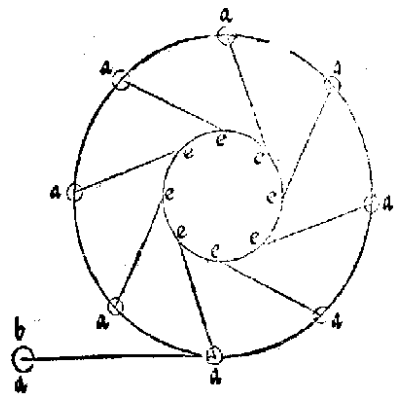


De uera cauſa. 12. quæſtionis mechanicæ.

CAP. XVII.

VEra ratio, cur multò longius corpus aliquod graue impellatur funda, quam manu, inde oritur, quòd circunuoluendo fundam, maior impreſſio impetus motus fit in corpore graui, quàm fieret manu, quod corpus liberatum deinde cum fuerit à funda, natura duce, iter ſuũ à puncto, à quo profilijt, per lineam contiguam giro, quem poſtremò faciebat, ſuſcipit. Dubitandumq; non eſt, quin dicta funda maior impetus motus dicto corpori imprimi poſſit, cũ ex multis circumactibus, maior ſemper impetus dicto corpori accedat. Manus autem eiuſdem corporis motus, dum illud ipſum circunuoluitur (pace Ariſtotelis dixerim) centrum non eſt, neque funis eſt ſemidiameter. Immo manus quam maximè fieri poteſt in orbem cietur; qui quidem motus in orbem, vt circumagatur etiam ipſum corpus, cogit, quod quidem corpus, naturali quadam inclinatione, exiguo quodam impetu iam inceptо, vellet recta iter peragere, vt in ſubſcripta figura patet, in qua.e. ſignificat manum.a. corpus.a.b. lineam rectam tangentem girum.a.a.a.a. quando corpus liberum remanet. Verum quidem eſt, impreſſum illum impetum, continuò paulatim decreſcere vnde ſtatim inclinatio grauitatis eiuſdem corporis ſubingreditur, quæ ſeſe miſcens cum impreſſione facta per vim, non permittit, vt linea.a.b. longo tempore recta permaneat,

maneat, ſed citò fiat curua, cum dictum corpus.a. duabus virtutibus moueatur, quarum vna eſt, violentia impreſſa, & alia natura, contra opinionem Tartaleæ, qui negat corpus aliquod motibus violento & naturali ſimul & ſemel moueri poſſe. Neq; eſt illẽtio prætereũdus hac in re q̃dã noratu dign⁹ effectus, qui eiuſmodi eſt, q̃ quantò magis creſcit impetus in corpore.a. cauſatus ab augumento velocitatis giri ipſius.e. tãtò magis oportet, vt ſentiat ſe trahi manus à dicto corpore a. mediante funẽ, quia quantò maior impetus motus ipſi.a. eſt impreſſus, tantò magis dictum corpus. a. ad rectum iter peragendum inclinatur, vnde vt recta incedat, tantò maiore quoque vi trahit.



De decimatertia quæſtione.

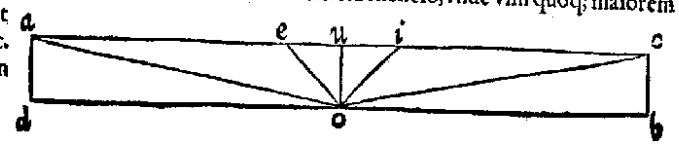
CAP. XVIII.

DEcimatertia quæſtio ad vectem omnino eſt referenda. Imaginari debemus axem cylindrici iugi, hypomochlion eſſe. Quod reſtat, illud ipſum totum dependet à.4. quintoq; cap. huius tractatus. Vna tamen differentia inter hanc machinam, vectemq; reperitur, quæ eſt, q̃ iugum aliquam reſiſtentiam pro coniunctione calcata in loco, in quo voluitur, magis quàm hypomochlion vecti efficiat.

De decimaquarta quæſtione.

CAP. XIX.

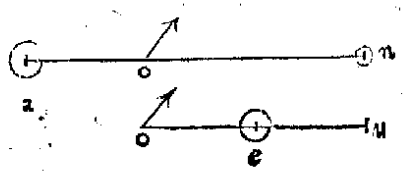
RAtiones etiam decimæquartæ quæſtionis dependent ab ijs, quæ ſunt vectis, vt exempli gratia ſit lignum.a.b.c.d. frangendum in medio, annitendo genibus in punctum.o. clariſſimè tunc videbimus, q̃ tenentes manus longè à medio, in locis a. et. c. facilius minorĩq; cum labore illum frangemus, quàm ſi eaſdem vicinas medio eiuſdem ligni in locis.e.et.i. poneremus. Cuius rei rationes eædẽ ſunt cũ ijs, quæ primi s huius tractatus capitibus propoſitæ fuerunt. Imaginemur lineas rectas ductas à puncto.o. ad loca.a.c.i.et.c. hinc manifeſtè perſpiciemus eorum, quæ iam diximus ratione, q̃ loca.e.et.i. mediantibus duabus lineis.e.o.et.i.o. magis annitentur.o. centro, quàm loco.a.et.c. duarũ linearũ.a.o.et.c.o. beneficio; vnde vim quoq; maiorem habebũt in.a.et.c. quàm in e.et.i.



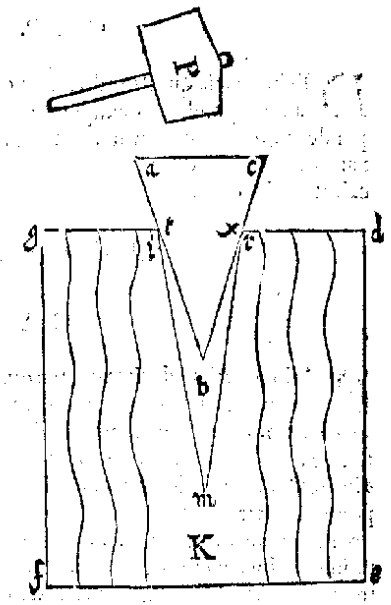
De uera ratione. 17. quæſtionis.

CAP. XX.

DEcimaſeptima quæſtio ab Ariſtotele haud benè percepta fuit, quia is non accommodat partes vectis ſuis locis. Quamobrem imaginemur duos vectes. a.o.n.et.o.e.u.quorum centra, quæ hypomochlia appellantur ſint. o. & pondera, quæ ſunt attollenda ſint.a.et.e.inter ſe æqualia,& diſtantię ſint.a.o.et.e.o.ſibi inuicē æquales,ſed.o.n.æqualis ſit ipſi.o.u:clarum erit,q̄ ad eleuandum.a.oportebit deprimere.n.& ad eleuandum.e.oportebit attollere.u.Et quia omnia ſupponuntur æqualia,clarum quoque erit,communi ſcientia, tantam virtutem in n.quanta ſufficiet ad attollendū a.in.u.quoq; ſuffecturam ad eleuandum.e. quia cū æqualibus angulis ijs,quibus duæ virtutes. a. et.n.annituntur.o.centro, ita. e. et,u.è contrario ſuo centro.o.annituntur. & omnes rationes pro vecte.a.o.n.quarto quintoq; huius tractatus capitibus citatæ,vecti.o.e. u. vt ſatis ſit perq; dixi in dicto capit.5.conuenire poſſunt.



Nunc ſit aliqua pars ligni cindenda ſecundum venulas ſuas.d.e.f.g. & ſit cuneus a.b.c.qui vi mallei. P. vſque ad.t.x.penetrarit. Hinc clarum erit, quòd apertura i.m.r.ligni, poſt quam infigitur cuneus ſecundum venas,longior erit parte.x.b.t.cunei, quæ ingreſſa eſt. Oportet nunc imaginari duos vectes ſimiles ſupradictæ,u. e. o. in hunc modum, vt puncta.i.r. ligni ſint loco.u.extremi ipſi⁹ vectis, et.t.x.loco virtutis applicatæ ipſi. n. & reſiſtentia circa punctum.m.loco ponderis.e.vectis.o.e. u. dicti, & pars. K. quaſi immediata poſt.m. verſus extremitatem.f.e.ligni,ſit loco hypomochlij.o. Hinc fiet vt quanto longiores erunt lineæ.i.m.K.et.r.m.K.tantò quo que facilius virtutes.t.x.impellent.i.r.

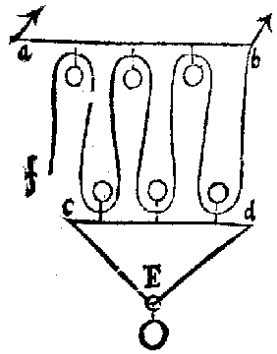


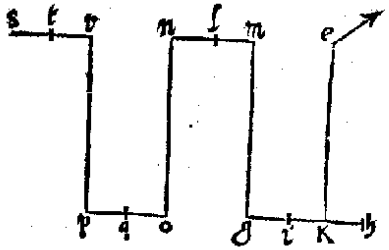
De

De uera & intrinſeca cauſa trochlearum.

CAP. XXI.

PRo intelligenda vera,& intrinſeca ratione, vnde fiat vt multitudo rotularum in trochleis cauſa ſit,vt exigua vis ſurſum moueat,aut attollat pondera magna. Imaginemur duas hîc ſubſcriptas trochlæas explicatas tranſuerſaliter in hunc modum, ideſt ſit paruū tignū.a.b.fixum & parallelū orizonti. cui ſint rotulæ appenſæ ab inferiori parte ad ſuperiorem huicq; è regione oppoſit⁹ ſit aliud tignū.c.d.quod moueri poſſit ab imo ad ſumum,ſuper quod totidem ſint rotulæ aut radij, cū annexa poſtea fuerit funis puncto. b. fixo, eam faciendo pertranſire per rotulas tam à parte ſuperiore,quam ab inferiore; & appenſum deinde cum erit paruo illi tigno. e. d. mobili pondus.E.ducendo poſtmodum extremum.f.funis tranſeuntis per rotulas,idem plane fiet quod à trochleis ſimul unitis fieri ſolet. Cuius quidem effectus ratio ſub noſtram cognitionem cadet facilius in huiuſmodi figura. Imaginemur ſeparatim ſtateram.g.h.cuius cētrum ſit.K.ita ſitum,ut brachium.g.k.ſit duplum ad brachium. K. h.ſupponendo igitur in puncto.g.pondus,aut virtutem mouentem unius libræ, & in h.duarum librarum,abſq; dubio hæ duæ uirtutes in huiuſmodi diſtantijs à centro ęquales inuicē erūt,ob rationes prioribus capitibus iam allatas,& ſtatera orizontalis manebit. Vnde clarum erit,q̄ quæuis etiam exigua virtus adiuncta ipſi. g. mouebit ſtateram extra orizontalem ſitum. Nunc ſi puncto.i.ex æquo medio inter.g. et. K. applicata erit virtus ipſius.h.non amplius conſiderato brachio.K.h.inclinante uirtute ipſius.i.eandem partem verſus, in quam inclinabat,quando erat in.h.ſed uirtus ipſius.g.inclinet contrario modo, diuerſoq; ab eo,quo inclinabat prius;clarum quoq; erit,communi conceptu,& ob ea,quæ cap.5.huius tractatus ſunt dicta. g. h. ſemper in eodem ſitu abſque motu manſuram,hancq; ſtateram appellabimus mobilem, & primam. Imaginemur nunc à puncto.e.fixo deſcendere funem.e.K. quæ fulciat punctum.K.extremum diametri.g.K.quam intelligo pro diametro vnius ex rotulis inferioribus trochleæ; & ſit.n.l.m.diameter vnius ex rotulis ſuperioribus alterius parui tigni defixi à parte inclinationis ipſius.g.& parallela diametro. g. K. cuius diametri centrum fixum ſit.l.& ſit coniunctum.g.punctum, à fune cum puncto.m.quæ tā perpendicularis ſit primo diametro.g.i.K.quàm ſecundo.n.m.ideſt ita vt anguli.n.m.g.



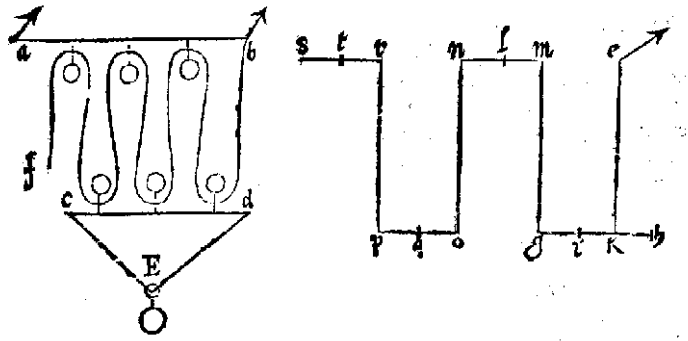


X 2 et.m.

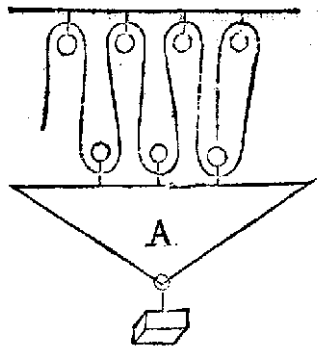
et.m.g.k.ſint recti. Imaginemur quoq; virtutem ipſius.g.applicatam eſſe extremo. n.cum inclinatione tamen contraria,ideſt ad inferiorem partem,quæ quidem virtus communi quodam conceptu eandem poſſidebit vim ſuſtentandi immobilem diametrum.g.i.k. quam habebat, qñ erat in.g.cum inclinatione ad ſuperiorem partem, & ſic etiam diameter.n.l.m.non magis ab una,quàm ab alia parte declinabit, quia cum quædam virtus in.n.reperiatur æqualis medietati uirtutis ipſius.i. quæ uirtus ipſius.i.uim habet deprimendi ipſum.g.ideſt.m.pro dimidia ſui ipſius parte, ſequitur. n.m.debere immobilem permanere. Nunc ſi alia diameter rotulæ mobilis erit deſumpta,quæ ſit.p.q.o.cuius centrum ſit.q.in ſitu parallelo ipſi.n.l.m.& ſic collocata, vt coniungendo.o.cum.n.anguli.m.n.o.et.n.o.p.ſint recti: ſi imaginati fuerimus trãſlatum eſſe pondus ipſi⁹.n.in.o.cũ eadẽ inclinatione ad depræſſiorem partem,illud ipſum,ac ſi eſſet in.n.communi conceptu,ſine alicuius diametri mutatione præſtabit. Et ſi centrum.q.fixum eſſet,& extremo.p.appoſitum fuiſſet pondus ipſius.o.cum inclinatione ad ſuperiorem partem,idem etiam planè prẽſtaret,etiam ſi nullum ullius diametri ſitum,communi ſcientia,mutaret, cum extremum. m.deorſum ſit ductum à.g.uirtute dimidiæ partis ipſius.i.& ab alia huic ſimili. m. quoque deorſum ſit tractum ab . o : quod quidem.o.deorſum eſt alteratum,ob inclinationem ad ſuperius à uirtute poſita in.p.ſupponendo centrum.q.fixum. Sed ſi loco centri fixi,imaginabimur in.q.pondus aliquod æquale ipſi. i. quod duplum erit in uirtute ad eam, quæ eſt ipſius.p.& ipſius quoque. g: ſequetur etiã eadem immobilitas horum trium diametrorum. Quia cum ſit huiuſmodi pondus ſeu virtus in.q. cum inclinatione contraria virtuti in.p.quæ æquipollet dimidiæ parti ipſius.q.& ſic ei quæ eſt ipſius.o. ſimiliter quia.o.tractum eſt ſupra ab.n.virtute ipſius.g.quod.m.deorſum trudit; idcir co quanta erit vis quam habebit virtus in.q.ferendi deorſum diametrum.p. o. tanta quoque virtutes ipſorum.p.et.o.æquales,& æqualiter diſtantes à.q.ipſum ad ſuperiorem partem inclinabunt. Quamobrem nec aſcendet, nec deſcendet, nec locum mutabit. Supponamus nunc quartum diametrum rotulæ.s.t.r. quæ ſit ſecunda rotularum fixarum,parallela ipſi.p.o.& in eo ſitu,quo coniungendo extrema.r.p.anguli o.p.r.et.p.r.s.ſint recti,& imaginemur virtutem ipſius.p.reperiri in.s.cum inclinatione tamen contraria,ideſt deorſum verſus,ex his idẽ quoque planè ſequetur, ideſt ꝙ nulla harũ quatuor diametrorum mouebitur. quia eundem effectũ cũ inclinatione deorſum verſus efficeret dicta virtus in.s.quem in.p.cum inclinatione ſurſum verſus. et iam dictum eſt virtutem ipſius.g.dimidium virtutis ipſius.i.trahere.m.quæ mediãte.n.attrahit.o.eodem robore,et.s.eadem vi trahit.p.medio ipſius.r.Hucuſque ſciẽtificè nouimus pondus,aut virtutem ipſius.s.quæ eſt dimidium ipſi⁹, i. ſuſtinere uim ipſorum.i.et. q. nam quater tantum, quanta ipſamet virtus ipſius.s.eſſe conſpicitur. Et ſi adiunctę nobis eſſent duæ aliæ diametri cum iiſdem planè conditionibus iiſdẽ rationibus vrentes,cognoſceremus quod eadem medietas ipſius.i.ſexies tantum põderis,quanta ipſa exiſteret,ſeſtineret. Vnde manifeſtũ euadit, ꝙ eidem medietati ipſius.i,in.s.nonnihil virtutis addendo,dictæ diametri,illicò mouerẽtur ſitu. Et quia rotulæ in quolibet puncto,aliquam diametrum habent, neceſſariò ſequitur ꝙ inferiores ad ſuperiores accedere debeant. Attamen ſi forte extremum immobile ipſius funis non pendet à puncto.e.trochleæ ſuperioris,ſed alligatum fuerit ad mediũ inferioris trochleæ ut ad punctum.i.ope unius trochleę ſuperioris immobilis vt in figura.A.videre licet,clarè patebit ꝙ à tribus virtutibus æqualibus pondus in.i.poſitũ ſuſtinebitur:hoc eſt à.g.ab.i.& ab.k. quarũ vnaquęque tertia pars erit ipſius.i.in contrariam partẽ,hoc eſt tertia pãrs reſiſtentiæ.propterea ꝙ ex æquo inter ſe diſtãt.

g.i.

g. i.et. K: Quà propter augebitur virtus per numeros impares, hoc modo ; Nam. g. eſſet tertia pars reſiſtentię, quemadmodum prius media erat. Idem infero de.m.n. o.p.r.et.s. Sed cum oporteat pondus.q.tantum eſſe vt ſufficiãt reſiſtentiæ in. o. et.p. ipſum ſuſtinere, idcirco ipſum pondus.q.ſubſeſquialter erit põderi in.i.poſiti. Quapropter.s.quinta pars erit ponderum.i.et.q. Deinde ſi adhuc. duo diametri vnus inferior,alter verò ſuperior additi fuerint cum pondere æquali.q. ad medium diametri inferioris,tunc pondus.s.erit ſeptima pars trium ponderum.i.q.& tertij additi,ex



ſupradictis rationibus. Et quia virtus ſuſtinens totale pondus trochleæ inferiori appenſum in tot diuiditur partes æquales, quot ſunt diametri orbiculorum trochleæ inferioris,quando extremum immobile funis alligatum fuerit trochleę ſuperiori, vt puta in puncto.e.cum verò alligatum fuerit trochleæ inferiori,virtus primi diametri.g.i.K.trochleæ inferioris ſemper ſeſquialtera erit vnicuique aliorum diametrorũ; idcò virtus reſiſtentię alterius extremi mobilis funis,puta.s.ſubmultiplex erit totalis ponderis,eo modo quo diximus, cuius virtus,ſeu grauitas diuiditur ſeu diſtribuitur diametris inferioris trochleæ vt dictum eſt.

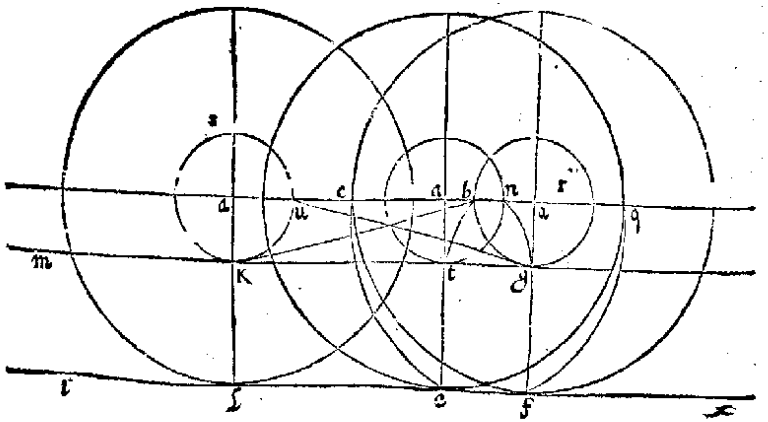


De propria cauſa. 24. quæſtionis.

CAP. XXII.

VEra cauſa effectus,qui vigeſimaquarta quæſtione exprimitur,adhuc à nemine (quod ſciam)animaduerſa fuit,licet non ſit admodum ardua vel obſcura. Imaginemur ergo duos circulos.c. f. et. b. g. concentricos,itaq; ſimul coniunctos,vt ſi ipſorum vnus feratur in orbem,alius quoque circumagatur,eo modo,quo curruum rotæ voluuntur. Et imaginemur primò ſuper lineam.f.i.reuolui maiorem,& quando idem circulus erit in.l.dictam lineam.f.i.tangere circunferentiam eiuſdem in puncto.c.

&o.c.vnde linea.g.m.mediante.K.continget circunferentiam circuli minoris in pun &o.b:et.K.g.ex.34.primi Eucli.æqualis erit ipſi.f.l.quia ex.17.tertii, anguli.f. et.g. ſunt æquales,vnde ex.28.primi.f.l.et.g.K.ſunt parallelæ.& ſic erunt.k.l.cum. f.g. ex eadem ſupradicta.Ratio autem,qua arcus.g.b.tranſierit lineam.g. K. maiorem ipſa, eſt, quia dum mouetur,quodlibet punctum ipſius.g.b.virtute reuolutionis ipſius.f.c. omne punctum eiuſdem arcus.g.b.vlterius verſus.K.quam ſi moueretur virtute reuolutionis ipſius.g.b.ſuper lineam.g.m.defertur. vt exempli gratia, quando virtute reuolutionis maioris circuli, centrum.a.reperitur in ſitu lineæ.l.K.punctum.g.confe cerit iter.g.u.& punctum.b.iter.b.K.etiam reliqua omnia puncta inter.g. b. magna itinera egerint, cum à magno circulo ſint ante delata. Imaginemur quoque hos cir culos eſſe delatos virtute reuolutionis circuli minoris,& parte.g.t.rectè.g.m.dimen ſam fuiſſe ab arcu.g.b Quãdo ergo.b.erit in.t.factum erit iter.b.t.ab ipſo.b.et.g.fa ciet iter.g.n.quę itinera aliis multò breuiora ſunt, quia breuioribus cruribus reuolu ta ſunt dicta puncta;& ſic dico de reliquis omnibus punctis inter.g.et.b. & in hoc ca ſu punctum.f.erit in.q.& punctum.c.erit in.e.Quamobrem omnia puncta cõtingen tiæ inter.f.et.c.non ſolum non erunt delata anteà, ſed potius à primo ſitu retrorſum erunt repulſa. Vnde non eſt,quòd in tantam admirationem ducamur ſi dum reuol uitur circulus maior,arcus.g.b.circuli minoris,totam lineam. g. K. tranſire videtur, & dum reuoluitur minor,apparet arcum.f.c.maius iter quam ab.f.ad. e. non facere, cum maiore ſeſe in orbem ferente,quodlibet punctum arcus.g.b. ad vnam eandéq; partem duos motus obtineat.vt exempli gratia punctum.b. non ſolum mouetur ver ſus.m.quòd circa centrum.a.feratur,cum ipſum etiam centrum moueatur verſus.m. ſed quia præter hoc deferantur quoque à circulo maiori verſus.m. vſque ad lineam. k.l. Dum verò minor circulus in girum ducitur,habet quodlibet punctum arcus. f.c. duos motus contrarios,quorum alter verſus.i. virtute reuolutionis circuli minoris, & alter ex eo, q̃ dictus circulus maior circa centrum.a. voluatur, vnde omne punctũ contactus circuli maioris cum recta.f.i.tetrorſum pellitur verſus.x.



De

De uera cauſa.30.quæſtionis.

CAP. XXIIII.

VEra ratio, cur homo dum ſedet (non tamen Turcarum more) ſi velit ſeſe in pedes erigere,calcaneos retrahit, vt efficiat angulum acutum,cum fę moribus coxis à parte inferiori,& ventrem inclinat, ad conſtituendum etiam angu lum acutum in ſuperiori parte,ea eſt; vt totius corporis pondus, ex æquo, ideſt ab oppoſitis partibus circundet lineam rectam, quæ tranſit per locum, in quo conquie ſcunt pedes verſus mundi centrum.ideſt,ut edatur æquilibrium ponderis ipſius cor poris circum lineam illam, quę ſub pedibus inſeruit pro ſparto. Vnde aperiendo, deinde dictos duos angulos circa dictam lineã,abſque vlla difficultate erigitur cor pus,& abſque periculo in alterutram partem cadendi.

De ratione.35.& ultimæ quæſtionis.

CAP. XXV.

VEra ratio, quare, quę reperiuntur in vorticibus aquarum, ſemper verſus medium ipſarum vertiginum vniuntur, inde promanat, quod media vertiginum ſemper depreſſiora ſunt. vnde quòd dicta corpora ad medium accedant,nihil aliud eſt,quàm ipſa corpora ſuo pondere grauitateque deſcendere,figu ra enim vorticibus eſt quaſi conica, & concaua cum angulo deorſum,& gyro baſis ſurſum. Atque hæc vera eſt huius effectus cauſa, & non ea quam Ariſtoteles ponit, à quo aliarum omnium quæſtionum, quas ego omiſi rationes ſunt benè propoſitæ.

DISPV-

DISPVTATIONES DE QVIBVSDAM PLACITIS ARISTOTELIS.

TANTA est certè Aristotelis amplitudo atque authoritas, vt difficillimum ac periculosum sit quidpiam scribere contra quam ipse docuerit, & mihi præsertim, cui semper visa est viri illius sapientia admirabilis. Veruntamen studio veritatis impulsus, cuius ipse amore in scipsum si viueret excitaretur, in medium quædã proferre non dubitaui, in quibus me inconcussa mathematicæ philosophiæ basis, cui semper insisto, ab eo dissentire coegit.

Qualiter & vbi Aristoteles de velocitate motuum naturalium localium aliter tractauerit quam nos sentiamus.

CAP. I.

VOlens Aristoteles probare vacuum non esse in rerum natura. 8. cap. lib. 4. physicorum ait, idem corpus per varia diuersaq; media, vt per aerẽ, & per aquã si moueretur, proportionem velocitatis eiusdem corporis per aerem, ei, quæ per aquam fit, vnam eandemq; fatuam cum ea, quæ est subtilitatis aereę ad subtilitatem aquæ. In postrema autem parte eiusdem capitis sic scribit: Nam cum ea quę maiorem vel ponderis vel leuitatis præstantiam habent, si simili figura sint, spaciũ par, & æquale, maiore celeritate conficere cernamus, ea quam magnitudines inter se habent, proportione: profectò idem etiam per inane fieret. Aliam quoque rationem proponit philosophus. 2. cap. sexti physicorum scribens eademmet proportione, qua tempus diuiditur, magnitudinem etiam diuidi. Sexto autem cap. primi de cœlo scribit, tempora eandem proportionem habere, quam habent è conuerso pondera; vt si media pars vnius ponderis, vnius horæ spatio moueretur, vniuersum pondus in media hora moueretur. Secundo cap. lib. 3. de cœlo duobus in locis apertè commonstrat velocitatem corporis minoris, maiori corpori comparatam, in eadem existere proportione, in qua dicta corpora adinuicem relata existunt. Quinto cap. eiusdem lib. idem affirmat, exemplo ab igne delumpto. Ex alijs etiam plurimis locis cognosci potest, sensisse Aristotelem duo corpora eadem specie, & figura prædita eandem planè proportionem in suorum motuum velocitatibus, quam in suis magnitudinibus habent, retinere. Alij quoque permulti eandem opinionem retinuerunt, & omniũ postremus Nicolaus Tartalea, secunda propositione vigesimi noni quæsiti octaui libri, vbi profitetur se demonstratiuè probare hanc propositionem veram existere; neq; videt quàm magna resistentiarum sit differentia, quæ tam ex diuersitate figurarum, quàm ex magnitudinum varietate exoriri potest; quas quidem diuersitates nec considerat quidem.

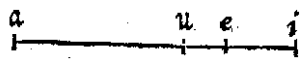
Quędam

Quædam supponenda ut constet cur circa velocitatem motuum naturalium localium ab Aristotelis placitis recedamus.

CAP. II.

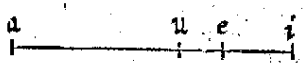
CVM suscepcrimus prouinciam probandi quod Aristoteles circa motus locales naturales deceptus fuerit, sunt quædam primo veriſſima & obiecta intellectus per se cognita præsupponenda, ac primum quælibet duo corpora, grauia, aut leuia, area æquali, simili q; figura, sed ex materia diuersa constantia, eodẽque modo situm habentia, eandem proportionem velocitatis inter suos motus locales naturales, ut inter suamet pondera aut leuitates in vno eodemq; medio, seruatura. Quod quidem natura sua notissimum est si considerabimus non aliunde maiorem tarditatem, aut velocitatem gigni, quàm à. 4. cautis (dummodo medium vniformè sit & quietum) ideſt à maiori aut minori pondere aut leuitate; à diuersa figura; à situ eiusdem figuræ diuerso, respectu lineę directionis, quæ recta inter mundi centrum, & circunferentiam extenditur; & ab inæquali magnitudine. Vnde patebit, quòd figuram non variando, nec in qualitate nec in quantitate, neque eiusdem figuræ situm, motum fore proportionatum virtuti mouenti, quæ erit pondus aut leuitas. Quod autem de qualitate, de quantitate & situ eiusdem figuræ dico, respectu resistentiæ ipsius medii dico: Quia dissimilitudo aut inęqualitas figurarum, aut situs diuersus non parũ alterat dictorum corporum motus, cum figura parua facilius diuidat continuitatem medij, quam magna; vt etiam cęlerius idem tacit acuta, quàm ob tusa; & illa quæ cum angulo, qui antecedat mouebitur velocius quàm illa, quæ secus. Quotiescunque igitur duo corpora vnam eandemq; resistentiam ipsorum superficiebus, aut habebunt aut recipient, eorum motus inter seipsos eodem planè modo proportionati consurgent, quo erunt ipsorum virtutes mouentes: & è conuerso, quotiescunque duo corpora vnam eandemq; grauitatem, aut leuitatem, & diuersas resistentias habebunt, eorum motus inter seipsos eandem proportionẽ sortientur, quã habebunt eorum resistentiæ conuerso modo; quæ quidem resistentiæ inter seipsas, eandem proportionem quàm ipsarum superficies habebunt, aut in qualitate sola figuræ, aut in quantitate sola, aut in situ, aut in aliquibus ex dictis rebus, eo tamen modo, qui superius positus fuit, vt scilicet corpus illud quod alteri comparatum, æqualis erit ponderis, aut leuitatis, sed minoris resistentiæ, existet velocius altero, in eadẽ proportione, cuius superficies resistentiam suscipit minorem ea quæ alterius est corporis, ratione facilioris diuisionis continuitatis aeris, aut aquæ; Vt exempli gratia, si proportio superficiei corporis maioris superficiei minoris sesquitertia esset, proportio velocitatis dicti corporis maioris, velocitati corporis minoris, esset subsesquitertia; vnde velocitas minoris corporis, maior esset velocitate corporis maioris, quẽ admodum quaternarius numerus ternario maior existit.

Aliud quoque supponendum est, velocitatem scilicet motus naturalis alicuius corporis grauis, in diuersis medijs, proportionatam esse ponderi eiusdem corporis in ijsdem medijs; Vt exempli gratia, si pondus totale alicuius corporis grauis significatum erit ab. a. i. quo corpore posito in aliquo me-



Y dio

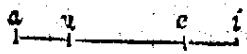
dio minus denſo, quàm ipſum ſit, (quia in medio ſe denſiore ſi poneretur non graue eſſet, ſed lene, quemadmodum Archimedes oſtendit) illud medium ſubtrahat partem.e.i. vnde pars.a.e. eiuſdem ponderis libera maneat; & poſtea deinde eodem corpore in aliquo alio medio denſiore, minus tamen denſo quam ipſum ſit corpus, hoc medium ſubtrahat partem. u.i. dicti ponderis, vnde pars. a. u. eiuſdem ponderis remanebit. Dico proportionem velocitatis ejuſdem corporis per mediũ minus denſum, ad velocitatem eiuſdem per medium magis denſum futuram vt.a.e. ad.a.u. vt eſt etiam rationi conſonum, magis quàm ſi dicamus huiuſmodi velocitates eſſe, vt.u.i.ad.e.i. cum velocitates à virtutibus mouentibus ſolum (cum figura vna, eademq; in qualitate, quantitate ſituq; erit) proportionentur. Quæ nunc diximus, planè ſimilia ſunt ijs, quæ ſupra ſcripſimus, quia idem eſt dicere, proportionem velocitatum, diuorum corporum hetereogeneorum, ſed ſimilium figura, & magnitudine æqualium, in vno ſolo medio, æqualem eſſe proportioni ponderum ipſorum, vt ſi dicam' proportionem velocitatum vnius ſolum corporis per diuerſa media eandem eſſe cum ea, quæ eſt ponderũ dicti corporis in iſidem medijs.



Poſſe uelocitatem alicuius corporis proportionem contrariam in diuerſis medijs habere cum denſitate eorum.

CAP. III.

POſſibile eſt in rerum natura corpus aliquod huiuſmodi denſitate præditum reperiri, vt velocitas eius motus naturalis per aerem, velocitati per aquam ita proportionata exiſtat, vt eſt dẽſitas aquæ denſitati aeris. Denſitas aquæ ponatur (exempli gratia) per.u.i. & ea, quæ aeris eſt per.e.i. & pondus alicuius corporis in aere per e.a. & pondus eiuſdem corporis in aqua per.u.a. ita tamen, quod eadem proportio ſit e.a.ad.u.a. vt.u.i.ad.e.i. vnde per vltimam ſuppoſitionem præcedẽtis capitis, pro portio velocitatis prædicti corporis per aerem, proportioni eiuſdem corporis per aquam erit, vt e.a.ad.u.a. ergo per.11.quinti, vt.u.i.ad.e.i.

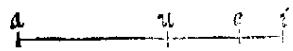


Oſcitanter ab Ariſtotele nonnihil prolatum cap. 8. lib. 4. Phyſicorum.

CAP. IIII.

EX ſupradictis paret in vniuerſum non eſſe verum quod Ariſto. 8. cap. 4. lib. phyſicorum ſcribit, velocitates ſcilicet motuum alicuius corporis per diuerſa media, proportionatas eſſe denſitatibus eorundem mediorum. Quocirca, ſit proportio corporis in aere ad pondus eiuſdem in aqua, ita tamen vt maior aut minor proportio ſit.e.a.ad.u.a. quam.u.i.ad.e.i. vnde exiſtente proportione velocitatis per aerẽ ad

ad velocitatem per aquam vt.e.a.ad.a.u. non erit ergo vt.u.i.ad.e.i. Ob hanc igitur cauſam nimis diſſentaneum eſt rationi, opinari proportionem velocitatis omnium corporum grauium per aerem vnam eandemq; eſſe cum velocitate eorundem per aquam, quemadmodum Ariſtoteles ſenſit.



Exempla dictorum.

CAP. V.

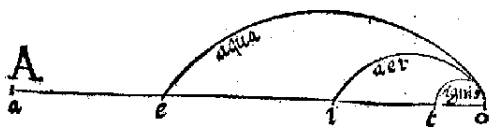
POnamus, exempli gratia, aquam eſſe in denſitate dupla ad aerem, & aliquod graue corpus in aqua duplum ad denſitatem ipſius aquæ, vnde dictum corpus in denſitate ad aerem quadruplum erit; quam ob cauſam, mediam ſui ponderis totalis partem in aqua, & in aere quartam partem, ex.7. lib. de inſidentibus aquæ ab Archimede conſcripto, amitteret. Moueretur igitur in aqua virtute illius mediæ partis põderis ſui, in aere aũt virtute triũ quartarũ; vnde proportio facultatis mouẽtis dicti corporis in aere ad facultatem mouentem eiuſdem in aqua ſeſquialtera erit. hocq; corpus appelletur. A. Sit aliud quoque corpus, quod. B. nominetur, ſimile figura, & magnitudine corporea corpori. A. ſed dẽſitate, in proportione ſeſquialtera ad aquã, & denſius erit aere in proportione tripla. quamobrem corpus. A. grauius erit corpore. B. in aere in proportione ſeſquialtera, vnde etiam velocius erit ipſo. B. in aere in eadem proportione, ſed corpus. B. in aere, duplo maius pondus habebit, quã in aqua, cum in aere remaneant ei duæ ponderis tertiæ partes, & in aqua vna tantum, ita vt Ariſtoteli concedam corpus. B. in aere, quam in aqua velocius futurum in eadem proportione, in qua, aqua eſt dẽſior aere, ex Euclidis vndecima propoſitione lib. quinti. Sed præter hæc omnia, ſi corpus. A. eſſet etiam velocius in aere, quã in aqua, in eadem proportione, ſequeretur ex.16. dicti lib. quinti proportionem velocitatis. A. in aqua ad velocitatẽ ipſius. B. in aqua etiam ſeſquialteram eſſe. Sed cum corpus. A. in denſitate ad aquam duplũ ſit, & corpus. B. ſeſquialterũ ad ipſam aquã, ſequetur proportioné ponderis ipſius. A. ad põdus ipſius. B. in aqua eſſe in proportione dupla; Vnde ex primo ſuppoſito capitis ſecundi proportio velocitatis. A. ad velocitatem. B. in aqua dupla erit, non ſeſquialtera. Si ergo proportio velocitatis. A. ad eam quæ eſt. B. in aqua dupla eſt, & ea, quæ eſt. B. in aere, ad eam, quæ eſt ipſius per aquam eſt etiam dupla (vnde ea quę eſt. A. per aquam ęqualis erit ei, quæ eſt. B. per aerem, ex.9. lib. quinti) & cum ea, quæ eſt. A. ſit ei, quæ eſt. B. per aerem ſeſquialtera, erit ergo ea, quæ eſt. A. per aerem, ei, quæ eſt ſumet ipſius per aquam ſeſquialtera, non autem dupla, ex. 7. eiuſdem libr. quinti. Hiſce rationibus accedimus ad confirmandam veritatem vltimi ſuppoſiti cap. 2. proportionem videlicet velocitatis motꝰ naturalis in diuerſis medijs alicuiꝰ corporis põderoſi in ipſis medijs eſſe eandem cum ea, quæ eſt inter pondera dicti corporis in dictis medijs. de ijs tamen medijs intelligendo, quæ unctuoſa, aut pinguia non ſunt, ut ſunt oleum, lac, aut huiuſmodi alia, quæ à qualibet minima qualitate frigoris aut caloris alterantur, & impermeabiles fiunt.

ꝑ aerem . A . 6 .	
ꝑ aerem . B . 4 .	ꝑ aquam . A . 4 .
ꝑ quam B . 2 .	ꝑ aquam . B . 2 .

Quod proportiones ponderum eiusdem corporis in diuersis medijs proportiones eorum mediorum densitatum non seruant. Unde necessariò inæquales proportiones uelocitatum producuntur.

CAP. VI.

OMne corpus graue variat proportionem ponderis per diuersa media, vnde proportiones velocitatum inæquales existunt. Vt exempli gratia, si fuerit corpus. A. cuius pondus totale sit. o. a. quod in aqua diminutum sit ratione partis. e. o. ita vt ei solum relinquatur pondus. a. e. & in aere adempta sit ei pars. i. o. vnde solum remancat pondus. a. i. Supponamus aliud quoq; medium in eadem proportione minus densum, quàm aer, quemadmodum aer minus densus est, aqua, in quo, corpus. A. ammittat partem. t. o. ponderis sui, vnde ex. 7. lib. de insidentibus aquæ Archimedis, eadem proportio erit. e. o. ad. i. o. quæ est. i. o. ad. t. o. Supponamus quoq; eandem proportionem esse. a. i. ad. a. e. est. e. o. ad. i. o. tunc dico non fururam eandem proportionem. t. a. ad. a. i. quæ est. i. o. ad. t. o. Cum sit ergo proportio. a. i. ad. a. e. ut. e. o. ad. i. o. erit disiunctim. e. i. ad. e. a. vt. e. i. ad. i. o. Quare ex. 9. libr. quinti erit. a. e. æqualis. i. o. sed cum ita se habeat. e. o. ad. i. o. vt. i. o. ad. t. o. ita quoque se habebit, ex vndecima quinti. a. i. ad. e. a. ut. i. o. ad. t. o. Cum autem (vt vidimus). a. e. æqualis sit ipsi. i. o. non poterit esse proportio. t. a. ad. i. a. vt est. o. i. ad. t. o. quia si hoc esset, esset etiam disiunctim proportio. i. t. ad. i. a. vt est. i. t. ad. t. o. & ex supradicta 9. lib. quinti. a. i. æqualis esset. t. o. Maximum autem inconueniens esset. t. o. minorem o. i. ideſt minorem. a. e. æqualem esse. a. i. quæ maior est. a. e. Ostensiuè tamen idem hoc modo probari potest, vt existente. i. o. æquali ipsi. a. e. per consequens quoq; erit minor ipsa. a. i. cum. a. e. pars sit ipsius a. i. Per cãdem tamen rationem. o. t. minor est. o. i. Tanto magis igitur minor erit. t. o. ipsa. i. a. Vnde ex. 8. libri quinti maiorem proportionem habebit. i. t. ad. t. o. quam ad. i. a. & ex. 28. eiusdẽ lib. i. o. ad t. o. maioré proportionẽ habebit, quàm. t. a. ad. i. a. ex. 12. igitur diſti quinti maiorem proportionem habebit. i. a. ad. e. a. quàm. t. a. ad. i. a. ita ergo se habebunt ipsorum velocitates.



Corpora grauia aut leuia eiusdem figuræ et materiæ sed inæqualis magnitudinis, in suis motibus naturalibus uelocitatis, in eodem medio, proportionem longè diuersam seruatura esse quam Aristoteli uisum fuerit.

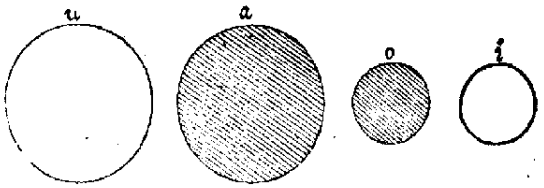
CAP. VII.

ESt mihi nunc probandum ꝙ in uno eodemq; medio duo corpora inæqualia, sed simili figura & materia, mouebuntur naturali motu, diuersa tamen ratione ab ea,

ea, quàm Aristoteles præscripsit.

Sint igitur corpora. a. et. o. inæqualia, eadẽ tamen figura & materia prædita, quorum. a. maius sit, & per consequens in eadem quoque proportione grauius ipso. o. in qua est maius, communi omnium sententia.

Scribit ergo Aristoteles proportionem velocitatis corporis. a. ad eam, quæ est corporis. o. (naturaliter se vnoquoque mouente) eandem fururam, quæ est magnitudinis, aut grauitatis corporis. a. ad magnitudinem, aut grauitatem corporis. o. Imaginemur igitur corpus. u. eadem magnitudine & figura, qua corpus. a. prædictum est, sed eandem grauitatem obtinere, quæ communicata est corpori. o. quod ex quauis materia constet. Hinc ex primo suppositio secundi capitis certi erimus proportionem velocitatis corporis. a. si comparetur cum velocitate corporis. u. futuram, vt eã, quæ est ponderis corporis. a. ad pondus ipsius corporis. u. Ex. 9. igitur lib. quinti Euclidis cogitur fateri Aristoteles velocitatem corporis. o. esse vnam eandemq; in specie, quæ est corporis. u. Quod primo suppositio cap. secundi huius lib. planè repugnaret. Igitur hæc Aristotelis opinio falsa est. Idem quoque probaretur mediante corpore. i. æquali magnitudine, similiq; figura cum corpore. o. prædito, sed, quòd ad quantitatem attinet, æquali corpori. a. vnde ex primo suppositio cap. secundi huius libri in eadem proportione velociꝰ esset corpore. o. in qua grauius est. ex. 9. igitur quinti cogitur Aristoteles affirmare tã velox esse corpus a. quã est corpus i. vnde idem planè inconueniens emergit ex secundo suppositio cap. secundi huius lib.

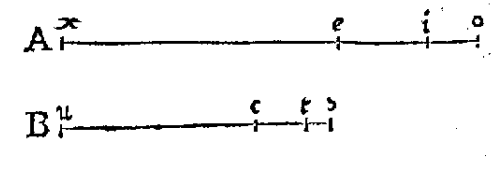


Quod duo corpora inæqualia eiusdem materiæ in diuersis medijs eandem uelocitatis proportionem retinebunt.

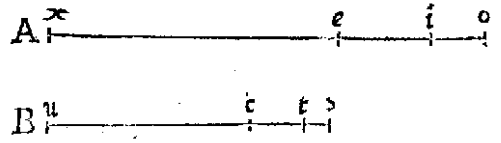
CAP. VIII.

QVælibet duo corpora inæqualia simili tamen figura & eadem materia constantia, naturaliter se per diuersa media mouentia, vnam eandemq; semper proportionem velocitatum seruant.

Sint duo corpora. A. et. B. sibi inuicem inæqualia quorum. A. sit maius, sed simile figura & eadem materia, cuius pondus totale sit. x. o. & pondus totale ipsius. B. sit. u. s. Imaginemur quoque corpus. A. positum [illegible] re parte. o. e. [illegible] o. i.



o.x.et.B.quoque in eodem loco amittere.c.s.et.A.in aëre partem.i.o.et. B.partem. .t.s. Nunc quia corpus aqueum, cui correſpondet.e.o.æquale eſt ipſi. A. & corpus aqueum,cui correſpondet.c.s.æquale eſt ipſi. B.vt eſt ab Archimede probatũ: communi quadam ſcientiæ ratione,ſequitur eandem proportionem futuram.o.x.ad.e.o. quæ eſt.u.s.ad.c.s.ob eaſdemq; rationes idem erit de. x. o.ad.i.o.ut.u.s.ad. t.s.& idẽ etiam erit de.o.x.ad.s.u.vt de.e.o.ad.c.s.vt etiam de. o.i.ad.s.t. Vnde ex. 19. lib. quinti erit de.x.i.ad.u.t.quemadmodum de.x.o.ad.u.s.idem dico de.x.e.ad.u.c.Ex 11.igitur dicti lib.erit.de.x.i.ad.u.t.quemadmodum de.x.e.ad.u.c.ex quibus quidẽ proportionibus, ſi ſubtrahantur proportiones reſiſtẽtiarum extrinſecus aduenẽtium, proportiones quæ remanebunt, ex tertio communi axiomate ab Eucli.in principio primi lib.poſito,ad inuicem erunt æquales,ſecundum quas eorundem corporum ſunt velocitates.



An rectè Ariſtoteles diſeruerit de proportionibus motuum in uacuo.

CAP. IX.

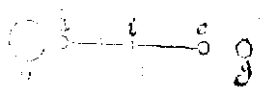
CVm verò Ariſtoteles circa finem cap.8.lib.4. phyſicorum ſubiungit quod eadem proportione dicta corpora mouerentur in vacuo, vt in pleno,id pace eius dictũ ſit planè erroneũ eſt.quia in pleno dictis corporibus ſubtrahitur proportio reſiſtentiarum extrinſecarum à proportione ponderum, vt velocitatum proportio remaneat, quę nulla eſſet, ſi dictarum reſiſtentiarum proportio, ponderum proportioni æqualis eſſet,& hanc ob cauſam diuerſam velocitatum proportionem in vacuo haberent ab ea,quæ eſt in pleno.

Quòd in uacuo corpora eiuſdem materiæ æquali uelocitate mouerentur.

CAP. X.

QVòd ſupradicta corpora in vacuo naturaliter pari velocitate mouerentur, hac ratione aſſero.

Sint enim duo corpora.o. et.g.omogenea, et. g.ſit dimidia pars ipſius.o.ſint alia quoque duo corpora.a.et.e.omogenea primis, quorum quodlibet æquale ſit ipſi.g. & imaginatione cõprehendamus ambo poſita in extremitatibus alicuius lineæ, cuius medium ſit.i.clarum erit,tantum pondus habiturum,punctum.i.quantum centrũ ipſius.o.quod.i.virtute corporis.a.et.e. in vacuo, eadem velocitate moueretur, quacentrum ipſius. o:cum autem diſiuncta eſſent dicta corpora.a.et.e. à dicta linea,non ideo aliquo modo ſuam velocitatem

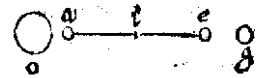


tem mutarent, quorum quodlibet eſſet quoque tam velox, quam eſt.g. igitur.g tam velox eſſet quam.o.

Corpora licet inæqualia eiuſdem materiæ & figuræ, ſi reſiſtentias habuerint ponderibus proportionales æqualiter mouebuntur.

CAP. XI.

EAdem ratione, quam cap.antecedente præſcripſimus, poſſet oſtendi,ſi duo corpora.o.et.g.ſuas reſiſtentias,ita ad inuicem proportionatas haberent, ut ſunt eorum pondera,in pleno pari velocitate prædita eſſe, quod in fine capitis noni leuiter attigi, quia punctum.i.tam velox eſſet,ut centrum ipſius.o.cum à tanto pondere i.motum eſſet; quanto centrum ipſius.o.atque tantam reſiſtentiam duo corpora.a.et. e. quãta ipſum o.ſolum haberet ex hypotheſi, dicta tamen corpora.a.et.e.tam ſeparata, quam coniuncta, eandem velocitatem retinerent. g. igitur tam velox eſſet, quam.o.

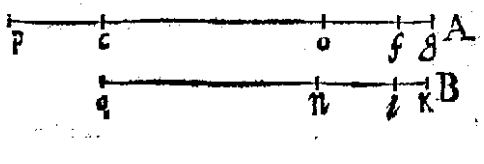


Maior hic demonſtratur eſſe proportio ponderis corporis denſioris ad pondus minus denſi in mediis dẽſioribus, quam ſit eorundem corporum in medio minus denſo, nec corporum pondera ſeruare proportionem denſitatis mediorum.

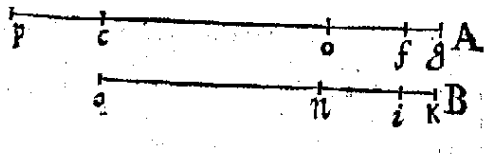
CAP. XII.

PRopoſita nobis cum fuerint duo corpora.A.et.B. area corporea æqualia, quorum.A.denſius ſit ipſo.B.probabo in medio magis denſo, maiorem proportionem futuram ponderis ipſius.A.ad pondus.B.quàm in medio minus denſo.

Sit igitur.p.g.pondus totale ipſius corporis.A.et.q.k.ipſius corporis.B.vnde. p. g. maius erit ipſo.q.k. Sit quoque.o.g.pondus,quod medium magis denſum ſubtrahit à pondere.p.g.et.n.k.ſit pondus,quod idem medium ſubtrahit à pondere.q.k.et f.g.ſit pondus,quod medium minus denſum ſubtrahit à.p.g.et.i.k.illud, quod idem mediũ ſubtrahit ab.q.k.vnde.o.g.æquale erit.n.k.et.f.g.ipſi.i.k. quia quod ad areã attinet,corpora ſupponuntur æqualia,vnde proportio.p.f.ad.q.i.maior erit ea, quæ eſt.o.f.ad.n.i. communi ſcientiæ notione, quia ſi ſcinderet aliqs.p.f.in puncto.c.ita.vt.c.f.æquale eſſet ipſi.q.i.proportio. c.f. ad.q.i.eſſet vt ea, quæ eſt. o.f.ad.n.i. (hoc eſt nulla) ſed



ſed proportiõ.p.f.ad.q.i.maior eſſet ea, quæ eſt.c.f.ad.q.i.ex octaua lib.quinti, vnde ex.12.eiuſdem lib.maior eſſet.p.f.ad.q.i.quàm.o.f.ad.n.i.ex.33.igitur eiuſdem, maior erit proportio.p.o.ad.q.n.quàm.p.f.ad.q.i. Sic quoque ſe habebunt ad inuicem velocitates,quod eſt propoſitum. Cum autem proportio.p.o.ad.q.n.maior ſit, quàm.p.f.ad.q.i.permutando igitur maior erit proportio.p.o.ad. p.f.quam.q.n. ad. q.i.aut euerſim maior erit proportio.q.i.ad. q.n.quàm.p.f.ad.p. o.vnde ſi proportio p.f.ad.p.o. eſſet ac ea, quæ eſt.o.g.ad.f.g.non eſſet.q.i.ad.q.n.ut eſt.o.g.ad. f. g. aut vt.n.k.ad.i. k. quod idem eſt, de quibus quidem rebus, exemplis propoſitis quinto capite mẽtionem feci.



Velocitatibus autem ſequentibus pondera, ſequitur proportionem velocitatum duorum corporum hetereogeneorum eandem non eſſe per diuerſa media, contra id,quod ſequeretur ſi Ariſtotelis opinionem.8.cap. lib. 4. phyſicorum recipęremus.

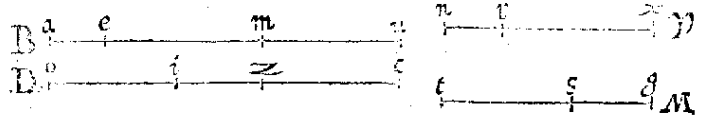
Longe aliter ueritatem ſe habere quam Ariſtoteles doceat in fine libri ſeptimi phyſicorum.

CAP. XIII.

NOn tam facile eſt aſſignare proportionem velocitatum duorum corporum naturalium,quam Ariſtoteles vltimo cap.lib.7.phyſicorum putauit.

Quamobrem ſint duo corpora.B.et.D.materia magnitudineq; diuerſa,pondere tamen,& figura ſimilia,& proportio reſiſtentiarum,quas recipiunt à medio dũ mouentur,ſit.ut.o.i.ad.a .e.denotentur deinde velocitates totales abſque vlla reſiſtentia ab.a.u.et.o.c.quæ æquales erunt ad inuicem per communem ſcientiam ex poſito,ſint alia deinde duo corpora.V.et.M.eodem modo ſe habentia ut prima .B. et.D.in eodem medio,ſed ex diuerſa materia ab ea, quæ eſt illorum duorum corpo rum, magnitudine tamen & figura ijſdem ſimilia : ſignificentur quoque eorundem reſiſtentiæ per. t.s.et.n.r.& eorundem velocitates à nulla ex reſiſtentijs diminutæ;per.n.x.et.t.g.vnde.n.r.æqualis erit.a.e.et.t.s.ipſi.o.i.et.n.x.ipſi.t.g:n.x. tamen et.t.g. non erunt ęqualia.a.u.et.o.c. Sed exempli gratia,ponamus ea eſſe minora. Supponamus nunc.e.u.velocitatem eſſe quæ remanet ipſi. B. cum applicata erit reſiſtentia.a.e.dicto corpori.B.quæ diminutam facit totam.a.u.per.a.e.ſitq;.i.c. ea,quę remanet ipſi.o.c.corporis.D.et.r.x.ea,quæ remanet.n. x.corporis.V. et. s. g. ea,quæ eſt ex.t.g.corporis.M.Vnde communi omnium cõſenſu aſſequemur.e.u. maiorem futuram.r.x.et.i.c.ipſa.s.g.Scindatur deinde.a.m.ad ęqualitatem.n.x.et. o.z. ipſius.t.g.vnde.a.m.ad.o.z.et.m.u.ad.z.c.æquales habebimus,ut quoque.e. m.ad.r. x.et.i.z.ad.s.g.quamobrem.e.m.maior erit ipſa.z.i.maior igitur erit proportio. z.c. ad.z.i,quàm.m.u.ad.m.e.(quia.z.c.ad.z.i.ita ſe habet vt.m.u.ad.i.z.ex.7. lib. quinti, ſed.m.u.ad.i.z.maior eſt quam ad.m.e.ex.8.dicti lib.vnde ex.12.eiuſdem.z.c.ad ad.z.i.maior erit, quàm.m.u.ad.m.e. Ergo ex.28. maior proportio erit. c.i. ad. z.i. quam

quam.u.ad.m.e.& ex.27.maior erit proportio.c.i.ad.u.e.quam.z.i.ad.c.m.ideſt.s.g ad.r.x.quod Ariſtoteli in mentem non venerat. Alijs quoque modis idem probari poteſt, vt ſi diceret aliquis,maiorem proportionem eſſe.e.m.ad.m.u.quam.i.z.ad z.c.(quia.e.m.ad.m.u.eadem eſt ratio vt ad.z.c.ex.7.quinti, ſed proportio.e.m.ad. z.c.maior eſt quam.i.z.ad.z.c.ex.8.eiuſdem,ergo ea,quæ eſt.e.m.ad.m.u.ex.12.maior erit,quam.i.z.ad.z.c.)vnde componendo, ea quæ eſt.e.u.ad.m.u.maior erit illa, quæ eſt.i.c.ad.z.c.& permutãdo,quam ea,quæ eſt.e.u.ad.i.c.ea,quæ eſt.m.u.ad.z.c. & ex.33.quinti,ea,quæ eſt.e.m.ad.i.z.maior erit ea,quæ eſt.e.u.ad.i.c.



Quid ſequatur ex ſupradictis.

CAP. XIIII.

EX præcedenti capite manifeſtè deprehenditur, in vniuerſum Ariſtotelis opinionem veram non eſſe in prima parte vltimi capitis.lib.7.phyſicorum; quia in eo loco ſupponens ipſe corpus.B.precedentis capitis eſſe dimidiam partem ipſius D.quantum ad aream corpoream ſpectat(ſunt tamen pondere ad inuicem æqualia) ait.B.futurum duplo velocius ipſo.D.Ego verò præcedenti capite accepi. e. u. pro velocitate reſidua corporis.B.(ſubtracta ea tamen parte,quam ei reſiſtentia adimit, quæ erat.e.a.)et.i.c.pro ea,quæ eſt corporis.D.et.r.x.pro ea, quæ eſt corporis. V.et. s.g.pro ea,quæ eſt corporis.M. Dicat nunc Ariſtoteles,quę nam harum duarum proportionum dupla erit? quia ſi earum aliqua talis erit,alia nullo modo eſſe poterit, vt iam oſtendi,etiamſi duo corpora.V.et.M.eaſdem conditiones habeant, quas.B. et. D.Ratio autem,quæ Ariſtotelem induxerit ad illud credendum, nulla alia eſſe potuit,quàm quod putarit reſiſtentias proportionatas eſſe magnitudinibus corporeis,ideſt quemadmodum.B.erat corporaliter dimidia pars ipſius.D. ſic etiam habere medietatem eius reſiſtentiæ,quam habuiſſet corpus.D. Quod etſi verum eſſet, non tamen ſequeretur neceſſariò in quibuſlibet corporibus futuram velocitatum proportionem eandem,quæ reſiſtentiarum eſt,vt ſuperiore capite oſtendimus.

Numrectè ſenſerit Philoſophus reſiſtentias proportionales eſſe cum corporibus mobilibus.

CAP. XV.

QVòd Ariſtoteles crediderit reſiſtentias proportionatas eſſe corporibus,errauit. Si ſuperficies ijſdem proportionatæ eſſent, dubium non eſt, quin reſiſtentiæ quoque ipſæ,ijſdem proportionatæ exiſterent, ſupponendo eas ſimiles ſitu,dum eadem corpora mouerentur. Sed eadem proportio non eſt inter ſuperfi-

cies,& quæ inter corpora reperiri: Ariſtoteles igitur in eo defecit. Quòd autẽ inter ſuperficies non eadem ſit proportio, quæ inter corpora extat, ſi primo ad ſphęricas mentem verterimus, intelligemus proportionem eam,quæ inter duas ſphæras reperitur triplam ſemper exiſtere ei, quæ eſt inter ipſarum diametros ex vltima.12. libr. Euclid. Eſt autem proportio, quæ eſt inter ſuperficies ſphęricas ęqualis ei, quæ eſt ipſorum circulorum maiorum ex.16.lib.quinti,cum ex. 31. primi de ſphæra & cylindro Archimedis, omnis ſphærica ſuperficies quadrupla, ſit maiori circulo ipſius ſphęræ, ſed proportio, quæ eſt inter dictos circulos, eſt dupla ei,quæ eſt inter eorũdẽ diametros ex.2.lib.12.Euc.ergo ꝓportio,quæ eſt inter corpora,ſeſquialtera erit ei,quæ eſt ſuperficierum,& non æqualis,ut Ariſtoteles putauit. Idem de corporibus ſimilibus à ſuperficiebus planis terminatis dico,ratiocinando mediante. 36.lib. 11. et.18.ſexti,vnde cognoſcemus proportionem corporum,proportioni laterum, triplam futuram,& ſuperficierum proportionem,laterum proportioni duplam.Quare corporum proportio,ei,quæ ſuperficierum eſt,ſeſquialtera erit,ita ut ſi velocitates extitiſſent ad inuicem proportionatæ,vt ſuperficies,proportio velocitatis corpo.i. B.ei,quæ eſt corporis.C.fuiſſet ſubſeſquialtera proportioni corporum,& non æqualis eidem.

Idipſum aliter demonſtratur.

CAP. XVI.

ALio quoque modo probari poteſt non eſſe in vniuerſum verum id,quod Ariſtoteles in prima parte capitis vltimi lib.7.phyſicorum ait, ſic ſcribens.

Si.A.quidem ſit id quod mouet.B.verò id quod mõuetur,et.C.ſit longitudo per quam, et.D.tempus in quo eſt motum, in tempore nimirum ęquali, potentia æqualis.A.dimidium ipſius.B.per duplum mouebit ipſius.C.per ipſum autem.C. in dimidio temporis.D.ſic enim erit rationis ſimilitudo.

Sit ergo corpus.o.ſeptimi capitis pondere æquali corpori.u.eiuſdem capitis, ſed area corporea minusipſo.u. pro medietate. Simile tamen figura. Imaginemur nũc tertium aliud corpus omogeneum ipſi.u.quod ſit.i.magnitudine & figura ſimile ipſi o.vnde minor erit ipſo.u.pro media parte,& hanc ob cauſam ipſum.u.erit duplo magis graue, quàm ipſum.i.& per conſequens ipſum quoque.o.duplo grauius erit quã ſit ipſum.i. ex. 7. libr. quinti Euclidis. Ipſum ergo corpus. o. duplo velocius erit, quam ipſum.i.ex primo ſuppoſito cap.2.huius lib.Vnde ex.9.quinti,velocitas ipſius i.æqualis eſſet ei,quæ eſt ipſius u. cum Ariſtoteles ſcribat.o. quoque futurum duplo velocius ipſo.u.ꝙ cap.7.huius lib.falſum eſſe demonſtraui.

De alio Ariſto. lapſu.

CAP. XVII.

SCribit Ariſtoteles in ultimo cap.lib.7.phyſicorum in hunc modum.

Si duo quædam ſeorſum per tantum ſpatium tanto tempore duo ſeorſum pondera mouent,& compoſita per longitudinem æqualem, ęqualiuè in tempore,compoſitum ex ponderibus vtriſq; mouebunt,eſt enim in eis eadem ratio.

Quod

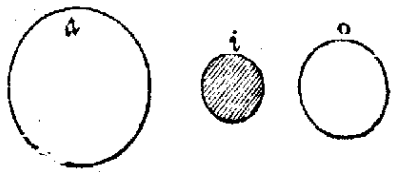
Quod in vniuerſum nec etiam poteſt eſſe verum in pleno,quia cap.14. iam probaui,non eandem proportionem eſſe inter ſuperficies corporum, & ipſa corpora.

Quomodo dignoſcatur proportio uelocitatis duorum ſimilium corporum omogeniorum inaqualium.

CAP. XVIII.

ETiam ſi reperire in qua proportione motus naturaliter moueantur duo corpora, figura & materia ſimilia,inęqualia tamen ad inuicem,non facile ſit,oſtendam tamen qua ratione id conſequi poſſimus.

Proponantur nobis,exempli gratia,duo corpora.a.et. o.ſphęrica,inęqualia inuicem,omogenea tamen materia,quorum.a.maius ſit; ſi voluerimus inuenire in qua nam velocitatis proportione naturaliter mouerentur. Volo vt inquiratur corpus.i. ſphęricum,alia tamen & diuerſa materia conſtans,ſed pondere ęquale corpori.o. & ſuperficie tam proportionata ſuperficiei corporis.a.quàm eſt ea,quæ eſt ſui ponderis ad pondus ipſius.a. Hoc facto, indagetur, quænam erit proportio inter ſuperficies corporum.i.et.o.quę ſemper dupla eſt, vel ſubdupla ei quæ eſt diametrorum;ut iam cap.15.dixi,& hęc proportio ſuperficierum ſphęricarum ipſi?.o.et.i.ſubtrahatur ab æqualitate,quod igitur remanebit, erit proportio velocitatũ inter duo corpora.o.et.i.ideſt inter.o.et.a.vt exempli gratia,ſi proportio ſuperficici.o.ſuperficiei ipſius.i.ſeſquitertia eſſet,ſubtrahendo eam ab ęqualitate, remaneret ꝓportio ſubſeſquitertia,vnde velocitas corporis maioris(quod in preſenti loco ſupponitur eſſe.o.)ei, quę eſt corporis minoris, quale eſt corpus.i. ſubſeſquitertia eſſet ; aut dicamus quòd.i. eſſet velocius ipſo o.in proportione ſeſquitertia ex ſecundo ſuppoſito ſecundi capitis huius libri. Sed.i.tam velox eſt quam ipſum. a.ex. 11.cap.ergo proportio velocitatis ipſius.a.ſeſquitertia erit ei.quæ eſt ipſius.o.



Quam ſit inanis ab Ariſtotele ſuſcepta demonſtratio quod uacuum non detur.

CAP. XIX.

EX ijs, quæ ſuperius demõſtrauimus facilè cognoſci poteſt irritam eſſe eam rationem, quam Ariſtoteles.8.cap.lib.4.phyſicorum ad deſtruendum vacuum, cõfinxit. Vt igitur idem facilius oſtendamus,comprehendamus imaginatione infinita media corporea,quorum vnum altero rarius ſit,in qua placuerit nobis ex proportionibus,incipiendo ab vno,imaginemur etiam corpus.Q.denſius primo medio eius corporis,totalis grauitas ſit.a.b.& poſitum in ipſo medio,amittat partem.e.b.ipſius grauitatis,& in ſecundo medio amittat.i.b.& ſic per gradus vnde nobis patebit

dicto corpori. Q. Nunquam remansuram suam totalem grauitatem a.b. in quolibet ex dictis medijs. Nunc si quærat à me Aristoteles proportionem velocitatis corporis. Q. per vacuum ad velocitatem dicti corporis per plenum, ego ei proponam proportionem ipsius a.b. ad a.e. exempli gratia, dicens, q; quemadmodum a. b. maius est ipso a.e. sic etiam corpus. Q. velocius erit in vacuo, quàm in pleno, dicti autem pleni densitatem appellabimus e.b. Aristoteles dicet nunc, q; aliud quoddam medium in eadem proportione subtilius ipso e.b. desumatur; quemadmodum a.e. minus est ipso a.b. sit ergo istud i. b. in quo Aristoteles credit corpus Q. futurum tam velox et in vacuo, in quo aberrat, q; a proportio velocitatis corporis. Q. in medio, i. b. ad velocitatem eiusdem in medio e.b. ita se habebit, ut. i. a. ad e. a. ex ultimo suppositio capit. 2. huius libr. quæ minor esset ea, quæ est a.b. ad a.e. ex 8. lib. quinti Eucli.

Non satis dilucidè Aristotelem de loco ratiocinatum fuisse.

CAP. XX.

QVæ Aristoteles de loco scribit multas in se continent difficultates. Primum, cap. 4. lib. 4. physicorum ait, omne corpus esse in suo proprio loco, supponendo vnum centrum pro loco grauium, et unam circunferentiam pro loco leuium corporum. Sed quomodo punctum potest esse locus ipsius corporis, cum omni dimensione capacitateq; sit denudatum? vnde si centrū locus esset corporum grauium, omnia dicta corpora grauia, extra proprium locum existerent, quia nullum ex iis est, q; sit in centro. Adde quod neque hoc cum loci definitione ab ipso posita consentiret cum ipse dicat in eodem cap. locum esse superficiem quandam, & non interuallum; licet huiusmodi definitio falsa appareat primo ex inconuenienti falso, quod ipse inde sequuturum dicit, ideſt, quod si locus interuallum esset, infinita loca existerent, quod reuera nec ob hanc causam inconueniens existit, quia eodem planè modo quo aliquod corpus potest esse infinita corpora, (quod ipse diceret in potentia) sic etiam interuallum aliquod posset esse infinita interualla. Cum autem dicat superficiem corporis ambientis esse locum eius corporis, quod continetur, cogitur dicere lineam, quæ circundat superficiem, superficiei locum esse, & puncta ipsius lineæ, quod reuera absurdum est. Locus corporis est interuallum illud eadem magnitudine & figura, qua corpus ipsum preditum est, quod si non esset, sed esset superficies, quemadmodum Aristoteles voluit, maximum inconueniens sequeretur, scilicet æquales locos capere inæqualia corpora, aut corpora æqualia, locos inæquales occupare, quod scitu facillimum est, cum Theon super Ptolomei Almagestum iam probarit sphæricam superficiem maius interuallum corporeum continere, quàm aliam quauis superficiem dictæ sphericæ æqualem, vnde possent facilè reperiri duo loci, quorum alter millies altero maior esset, capaces tamen corporum æqualium, aut reperiri duo corpora, quorum alterum millies maius esset altero, quę tamen corpora apta essent ad occupandos locos æquales, quamuis Aristoteles dicat, locum, neque maiorem neque minorem esse debere locato. Sed interualla corporea æqualia à quauis figura terminata, continebunt semper corpora æqualia. Corporeum igitur interuallum est reuera

reuera locus corpori adæquatus, cum corpus in interuallum superficiale non intret, quamuis interuallum corporeum ingrediatur. Et hoc modo nullū est corpus, quod in mundo aut extra mundum (dicat autem Aristoteles quicquid voluerit) locum ipsum non habeat.

Vtrum bene Aristoteles senserit de infinito.

CAP. XXI.

TRactans Aristoteles in fine quinti cap. lib. 3. physicorum de infinito ait, impossibile cum sit inuenire locum infinitum, & omne corpus in loco cum sit, impossibile quoque esse in rerum natura aliquod infinitum corpus reperiri. Omittamus quòd cum Aristoteles debuerit beneficio loci destruere infinitum, ordine peruerso de infinito prius, quàm de loco disputationem instituat; sed dicamus ipsum intelligere de infinito corporeo, & cum probauerimus corporis locum esse corporeum interuallum, non autem superficiem, neque opus sit in definitione interualli mentionem aliquam facere terminorum, vnde ipsum infinitum esse potest, neque aliqua ratione de hac re dubitari potest; hoc modo nullum inconueniens sequeretur, quòd extra cælum reperiri possit corpus aliquod infinitum, quamuis, id ipse nulla euidenti ratione inductus perneget. Sensit quoque, absque eo, q; aliquam rationem proponat, aliquid extra cœlum reperiri quemadmodum apparet ex fine cap. 9. lib. primi de cœlo, cum etiam ait cap. 8. lib. 8. physicorum, infinitas partes alicuius continui esse solum in potentia, non item in actu, hoc non est illico concedendum, quia si omne totum continuum, & re ipsa existens, in actu est, omnis quoque eius pars erit in actu, quia stultum esset credere, ea quæ actu sunt, ex ijs, quæ potentia existunt, componi. Neque etiam dicendum est continuationem earundem partium efficere, vt potentia sint ipsæ partes, & omni actu priuatæ; Sit exempli gratia linea recta a.u. continua quæ deinde diuidatur in puncto e. per æqualia, dubium non est, quin ante diuisionē, medietas a.e. tam in actu (licet coniuncta cum alia e.u.) reperiretur, quàm totum a. u. licet à sensu distincta non esset. Idem affirmo de medietate a.e. ideſt de quarta parte totius a.u. & pariter de octaua, de millesima, & de quauis, ita vt essentia actus iis infiniti hoc modo tutò concedi possit, cū ira sit in natura. Sed peius etiam sensit Aristoteles eodem loco capitis quinti lib. 3. physicorum, negando infinitum posse connumerari inter quantitates, dicens vnam aliquam quantitatem intelligi vt cubitum, tricubitum, & cætera; vbi non considerat eadem etiam ratione intelligi posse aliquam quantitatem infinitorū cubitorum, & in quantitatis definitione nullam esse necessitatem terminorum, vt exempli gratia in definitione numeri, non est necessitas alicuius determinati numeri, quia multitudo, non minus infinita, quàm finita, intelligi potest. Vbi posteà cap. 8. libr. 4. physicorum ait nullam esse differentiam inter infinitum, & vacuum, reuera nihil absurdius hoc dicere fingereue poterat.

Exagi-

Exagitatur ab Aristotele adducta temporis definitio;

CAP. XXII.

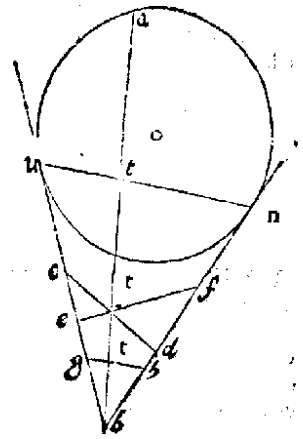
CVM senserit Aristoteles tẽpus absque motu esse nõ posse, ea tamen ab inuicẽ separans, volẽs definire tẽpus ait, ipsũ ẽsse mot⁹ mensurã numerũq;. Quæ quidem definitio, natura sua non est bona, quia tempus, neque numerus est, neque etiã est mẽsura motus p se, sed tñ p accidẽs; quia nihil est, qđ numeret aut mensuret aliud, quod non sit eiusdẽ speciei cũ illo quod mẽsuratur, aut numero circunscribit, vt exẽpli gratia, nulla vnquã superficies p se numerabit aut mẽsurabit lineã, aut corpus; nec linea superficiem aliquã, aut corpus: nec corpus lineã aliquã aut superficiem; Sed linea lineam mensurabit; superficies superficiem; & corpus corpus; etiãsi tam vna ex iis quantitatibus quàm altera sit continua. Cum verò motus non sit tempus, neque tempus sit motus, sed inter se maximè differant, sequetur ex iis, alterum nullo modo per se esse mensuram alterius, nisi per accidens. Et si alicui videtur, q ad significandam aliquam quantitatem motus, dicere huiusmodi operationem duarum horarum, aut duorum dierum, aut duorum annorum spatio completa, esse, sit ponere tantum tempus: animaduertere debet hoc simpliciter non esse verum, quia horarum, dierum, & annorum interualla, imaginatione concipiãtur vt motus corporum cęlestium, sine quibus, neque anni, neque dies, neque horę existerent, etiã si omnis motus sit (vt ita dicam) locatus in tempore, ut corpus in loco, vnde motus motu, & tempus tempore, non autem aliud ab alio mensuratur. Tempus ex necessitate (physosophicè tamen loquendo) res est æterna, motus non item, quia diuersis modis terminari potest & cessare, & interim dum cessabit quiescet corpus, quod primo mouebatur. nihilominus tamen, tempus continuabit cursum suum. Tempus igitur potius locus motus erit dicendum, quàm numerus aut mensura eius, & tale est, vt continuatum videatur à continuo quodam fluxu vnius instantis, quemadmodum iam dixi in 3 8. capite meę gnomonicæ, & cum dico ab vno instanti, vnum in specie, & non in numero intelligo, quod à sensibus nostris percipi non potest, neq; etiam notari, quia nouum semper instans nobis occurrit. & si aliquis aliquod exemplũ (largo modo) incomprehensibilitatis ipsius instantis desideraret, imaginetur rotam aliquam albam, in qua sit nigrum aliquod punctum sensibile, aut è contra rotam nigrã imaginetur, in qua sit punctum album, quæ rota velocissimè moueatur; huiusmodi punctum, nullo modo assignari poterit, magis ab una parte quàm ab altera; immo se se nobis offeret semper in forma lineæ circularis. possumus aliquo modo etiam sumere exemplum à sono, quia omnis chorda cuiuslibet instrumenti musici, dum sonus editur, tremit, unde huiusmodi sonus, appellari potest aggregatum aliquod ex innumerabilibus sonis. eodem modo se habet sonus, quem ędunt campanę, & omnia instrumenta tam naturalia, quàm artificialia, quæ quantò velocius tremũt, tantò acutiorẽ generant sonum, & quantò tardius, tantò grauiorem. Neque est quòd in admirationem ducamur, quod sensui unum aliquod continuum appareat id, quod diseretorum est multitudo (non putet tamen aliquis me negare continuitatem successiuam ipsius temporis) quod clare cognosci potest à niue, aut à chrystallo, aut à vitro, aut a saccaro in minutissimas partes redacto, quæ continuam aliquam albedinẽ nobis ad inspiciendum offerunt, quod nihil aliud est, quàm innumerabilis quædam multitudo minutorum reflexorum. Idẽ dico de sputo, & qualibet spuma, & quanto

to minutiora sunt corpuscula à quibus vt à speculis reflectitur lumen, tantò magis aggregatũ illud albũ apparet. Hæc autẽ exempla cũ sint, nec non largo modo sumpta, nurũ non erit si claudicare videbũr. Sed ut ad motũ, & tẽpus reuertamur (quæ sunt cõtinua successiua) Aristoteles in definiendo tempore, non reduxit in memem, quod scribit decimo metaphysicę et. 4. cap. secundo. libr. de cęlo, omnia videlicet, ab eo, quod minimum est in suo genere, mensurari, & ex seipso in physicorum libris, tempus non est de genere motus; ergo eius ipsius rationum ui, tempus non erit mensura motus, sed motus quidem potest mensurare motum, videlicet velocior minus velocem, & breuior longiorem; & numer⁹ mensurat numero, & tempus tempore in quantum longum est, aut breue, non in quantum velox, aut tardum; Nullum autem inconueniens sequetur sumendo tempus tam proportionale motui, quam locus corpori, quia motus decem milliarium, quæ aliquis vnius horæ spatio conficiat, erit proportionalis corpori denso, & motus vnius milliaris eadem hora peracti, proportionalis erit corpori raro; & quemadmodum corpus densum occupat minus interuallum loci, contra quam fiat in corpore raro: sic etiam motus velox breuiori temporis spatio peragetur, quam tardus.

Motum rectum esse continuum, uel dissentiente Aristotele.

CAP. XXIII.

ARistoteles. 8. capi. 8. physicorum ait impossibile esse aliquid per lineã rectam nunc vno modo, nunc altero, ideſt eundo, & redeundo per dictam lineam in extremis absque quiete moueri. Id quod contrà possibile esse dico. Pro speculatione cuius rei imaginemur circulum. u. a. n. motu continuo circa centrum. o. in quã libet partem, aut dextrã, aut sinistrã ferri; & imaginemur pũctum. b. extra ipsum, ubi magis nobis videbitur, à quo ducantur duæ lineæ recte. b. u. et. b. n. contiguæ ipsi circulo in punctis. u. et. n. Imaginatione quoque inter has duas lineas, alteram quæ sit. u. n. aut. c. d. aut. e. f. aut. g. h. constituamus in quali



bet parte, sumemus etiam punctum. a. circunferentiæ dicti circuli, à quo vsque ad. b. lineam. b. a. imaginemur fixã in. b. sed quod remanat mobile, secundum quod mouebitur punctum. a. vnde aliquãdo hæc linea erit eadem cum. b. u. & aliquando cum. b. n. & aliquando ab. b. u. versus. b. n. proficiscetur, & aliquando ab. b. n. versus. b. u. vt accidit lineæ directionis, & retrogradationis planetarum, vnde circulus. u. a. n. erit vt epiciclus et. b. vt terræ centrum. Clarum nunc erit, quòd quando linea. b. a. eadem erit cum. b. u. aut cum b. n. non quiesceret, quia in instanti reuertetur, quia b. u. et. b. n. in puncto, dictũ circulum tangunt, & dicta. b. a. intersecabit semper aliquam ex dictis u. n. aut. c. d. aut. e. f. aut. g. h. quod intersectionis punctum sit. t. Imaginemur nunc quod secũdũ punctum. t. aliquid per aliquam ex dictis lineis

mouea-

moueatur,clarum erit quod tale aliquid,nunquam quieſcet,etiam ſi ſit in quouis extremo. Ariſtotelis igitur opinio, tuta non eſt.

Idem uir grauiſſimus an bene ſenſerit de motibus corporum uiolentis & naturalibus.

CAP. XXIIII.

ARiſtoteles in fine.8.phyſicorum ſentit corpus per vim motum, & ſeparatum à primo mouente,moueri,aut motum eſſe per aliquod tempus ab aere, aut ab aqua,quæ ipſum ſequũtur.quod fieri non poteſt; quia imo aër, qui in locum deſertum à corpore ſubintrat ad fugandum vacuum,non ſolum hoc corpus non impellit, ſed potius id cohibet à motu,quia aer per vim à corpore ducitur retrò, & diuiſus à parte anteriori à dicto corpore,reſiſtit ſimiliter,& quantum dictus aer in dicta parte condenſatur,tantum in poſteriori rarefit,vnde per vim ſeſe rarefaciens non permittit,vt dictum corpus cum ea velocitate fugiat,cum qua aufugeret, quia omne agens in agendo patitur.Quamobrem cum aer à dicto corpore rapiatur, corpus quoque ipſum ab aere rapitur. Huiuſmodi autem rarefactio aeris,naturalis non eſt, ſed violenta;& hanc ob cauſam reſiſtit,& ad ſe trahit,ſed non ſufferente natura,vt inter vnũ & aliud ex dictis corporibus reperiatur vacuum;iccirco ſunt hæc ſemper contigua, & mobile corpus aerem deſerere cum nequeat,eius velocitas impeditur. Huiuſmodi igitur corporis ſeparatim à primo mouente velocitas oritur à quadam naturali impreſſione,ex impetuoſitate recepta à dicto mobili, quæ impreſſio & impetuoſitas, in motibus rectis naturalibus continuò creſcit, cum perpetuò in ſe cauſam mouẽdi, ideſt propenſionem eundi ad locum ei à natura aſſignatum habeat. Ariſto. 8. cap. primi lib.de cœlo,dicere non deberet ꝙ quantò propius accedit corpus ad terminũ ad quem,tantò magis ſit velox;ſed potius, ꝙ quantò longius diſtat à termino à quo tantò velocius exiſtit,quia tantò maior ſit ſemper impreſſio, quantò magis mouetur naturaliter corpus,& continuò nouum impetum recipit,cum in ſe motus cauſam contineat,quæ eſt inclinatio ad locum ſuum eundi, extra quem per vim conſtitit. Neque etiam rectè ſcripſit Ariſto.9.cap.lib.8.phyſicorum et. 2. lib. primi de cœlo eſſe aliquem motum ex recto & circulari mixtum,ꝙ omninò impoſſibile eſt.

Motum rectum & naturalem non eſſe primo & per ſe quicquid Ariſtoteli uiſum ſit.

CAP. XXV.

MOtus rectus corporum naturalium ſurſum, aut deorſum, non eſt naturalis primò & per ſe, quia motus naturalis perpetuus eſt,aut vt melius dicam,inceſſabilis, & alius eſſe non poteſt quàm circularis, nullaq; pars cum ſuo toto coniuncta,alium motum naturalem habere poteſt, quàm eum,qui eſt totius. ſi autem à ſuo toto diuulſa atque diſiuncta ſit,libereq; vagetur,ſponte, & quàm breuiſſima poteſt via,ad locum,ſui toti à natura ſtatutum proficiſcitur. hic motus primò, & per ſe dicti corporis,naturalis non eſt,cum à cauſa naturæ ſuæ contraria ſit generatus, ideſt, ab eo,

ab eo quod ſit extra ſuum locum, vbi contra naturam ſuam reperitur. Vnde huiuſmodi motus, partim & non omninò,naturalis eſt. Is autem proprius eſt & naturalis motus, qui dicti corporis eſſentiam conſeruat. hoc autem non præſtat hic rectus, cum deſtruat, ergò hic motus primò & per ſe naturalis non eſt.

Omne corpus eſſe in loco proprio graue, ut Ariſtoteli placuit, non eſt admittendum.

CAP. XXVI.

ARiſt.4.cap.lib.4.de cęlo ſic ſcribit.

Suo enim in loco grauitatem habent omnia præter ignem,ſignum cuius eſt vtrem inflatum plus ponderis, quam vacuum habere,&c.

Quo in loco,manifeſtè indicat ſe cauſam nec grauitatis, nec leuitatis corporum naturalium noſſe,quæ eſt denſitas aut raritas corporis grauis,aut leuis, maior denſitate,aut raritate medij permeabilis, in quo reperitur.

Exemplum ꝙ ipſe de vtre inflato proponit,debuiſſet ſaltem ei oculos ad veritatem,quæ clariſſimè fulget, inſpiciendum aperire. Veriſimum eſt, vtrem inflatum plus ponderis habere quàm vacuum,aut,quando aer in eo non eſt per vim incluſus.

Ratio autem huius rei eſt,quia quando inflatus eſt, ea quantitas aeris, in eum per vim iniecti, minorem occupat locum, quàm ſi eidem liberè vagari permitteretur,vnde violenter, quodam modo,condenſata eſt, & quia corpus denſum in minus denſo,ſemper deſcendit,& minus denſum in magis denſo aſcendit. Hanc ob cauſam vter inflatus plenus corpore magis denſo,quàm eſt medium quod eum circundat,deſcendit,non quia aer in aere,aut aqua in aqua ſit grauis.

Haud admittendam opinionem Principis Peripateticorum de circulo, & ſphæra.

CAP. XXVII.

CVm Ariſtoteles ſenſerit circulum eſſe figurarum ſuperficialium primã,& ſphęrã eſſe primã corporearũ ꝓꝓ earũ periferias, decipitur. Sunt enim vltimæ, non primæ.Sunt quidem(in quò rectè ſentit) perfectè,licet rationem huius rei non nouerit.Nam centrũ cuiuſlibet rei,eiuſdem rei principiũ eſt,& eę figurę,quæ ipſum æqualiter circundant,poſſunt appellari perfectę,ſiue ſint ſuperficiales, ſiue corporeæ,& ècontrà illæ, quæ contrario modo ſe habent,imperfectæ. Quod autem perfectum eſt,licet natura ſit primum, eſt tamen vltimum generatione. Sed quando Ariſtoteles duas dictas figuras pronuntiauit primas, vt perfectas, prioritate ſcilicet ea,quæ oritur à perfectione,verum dixit;ſed quando de figuris ſuperficialibus loquens,vult circulum eſſe primum,quia ab vna tãtum linea terminetur;nõ minus pro circulo,quam pro oxigonia ſeu eliſi,aut cucurbitali, aut aliis multis figuris ab vna tantum linea terminatis concludit.Neque etiam hæc ratio perfectionem circuli mõſtrat, quia aliæ figuræ,à lineis curuis terminatę, eandem conditionem ſortiuntur. Circulus ſphęraq;,non ex vno ſolo angulo recto conſtant,vt idem Ariſtoteles putat

cap.4.lib.4.de cęlo,etiam ſi triangulus ex duobus angulis rectis conſurgat, ſed ſunt figurę infinitorum angulorum rectorum,& hanc ob cauſam à me dicuntur vltimæ & perfectę, quia infinito nihil addi poteſt. Numerus angulorum rectorum circuli,eſt minor duplo infinito per duo infinita angulorum contingentiæ, quæ duo infinita minora ſunt quouis angulo acuto rectilineo,& numerus angulorum rectorum ſolidorũ ſphęræ,minor eſt quadruplo infinito per.4.infinita angulorum ſolidorum cõtingentiæ,quæ.4.infinita,minora ſunt quouis angulo ſolido acuto terminato à tribus planis. Triangulus inter figuras planas ſuperficiales eſt primus,& circulus vltimus; & pyramis quadrilatera, inter corpora eſt prima,& ſphęra vltima.

Occultam fuiſſe grauiſſimo Stagiritæ cauſam ſcintillationis ſtellarum.

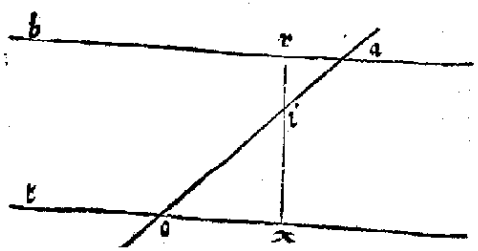
CAP. XXVIII.

VBi Ariſtoteles ait ſcintillationem ſtellarum fieri ratione aſpectus noſtri ob,maximam diſtantiam,maximum errorem committit, vt etiam facit quum putat viſionem fieri extramittendo,contra id,quod alio loco, immo contra veritatem ipſam aſſeruit. Scintillatio ergo ſtellarum, neque aſpectus noſtri ratione, neque alicuius mutationis earundem ſtellarum,ſed ab inæqualitate motus corporum diaphanorum mediorum naſcitur,quęadmodum clarè cernitur,quòd ſi inter aliquod obiectum,& nos,aliquis fumus,qui aſcendat,interceſſerit,videbimus obiectum illud quaſi tremere. Hoc autem tantò magis fiet, quantò magis diſtabit obiectum ab ipſo fumo; vnde admirationi locus non erit,ſi ſtellas fixas magis ſcintillare,quam errantes cernamus. Lumen ſtellæ ad oculum noſtrum accedens,perpetuò per diuerſas diaphanitates penetrat, medio continuorum motuum corporum mediorum, vnde continuò eorum lumen variatur,& hoc in lõginquis magis, quàm in propinquis ſtellis apparet, quemadmodum ab exemplo de fumo allato, & etiam ab aliquibus vitris ex ſuperficie non plana,ſed irregulari conſtantibus,quilibet cognoſcere poteſt.

Dari continuum infinitum motum ſuper rectam atque finitam lineam.

CAP. XXIX.

OMnes hactenus ſenſerunt impoſſibile eſſe dari per imaginationẽ motum continuum & perpetuũ ſuper vnam lineam rectam finitam in quo tũ decipiuntur. Imaginemur iõ duas lineas parallelas. a.b. et r.x. quarũ b.a. ſit ſinita à qualibet parte,& in ea imaginemur punctum.a.moueri continuò ad quam volucrimus partem, &



& in linea.r.x.imaginemur punctum fixum,quod ſit.c.imaginemur etiam inter.c.et a.vnam lineam rectam.c.a.& inter duas parallelas dictas.r.x.fixam, & motus puncti ſit a b.b.verſus.a.ita ut.c.a.ſecet.r.x.in puncto. i. quod interſectionis punctum mouebitur ab.r.verſus. x.continuò,in tempore infinito, neque vnquam idem erit cum puncto. x.

Non eſſe ſolis calorem à motu locali ipſius corporis ſolaris, ut Ariſtoteli placuit.

CAP. XXX.

IN nullo planè modo eſt admittendum quod Ariſtoteles credidit calorem ſolis à motu locali ipſiuſmet corporis ſolaris,& non à lumine,prouenire, quemadmodum manifeſtè aſſerit primo metheororum cap.3.circa finem ſic ſcribens.

Vt igitur repor gignatur atque calor,ſolis latio duntaxat,ſatis eſt efficere,&c.ſed cap.7.lib.2.de cœlo ſic ſcribit,Caliditas autem ab ipſis, lumenq; ideo fit, quia aer ab illorum motione fricatur.

Vbi non ſolum oſtendit ſe opinari,quòd motus corporum cœleſtium ſit cauſa caloris,ſed etiam luminis, paulò autem poſt dicit,ſuperiorum autem corporum vnum quodque fertur in ſphæra, vt ipſa quidem non igniantur. Opinio profecto abſurda. Nam cùm corpus ſolare fixum ſit in ſpiſſitudine ſui orbis deferentis, ſecundum communem opinionem, non mouetur per ſe, ſed accidentaliter,cum ſcilicet fertur à dicto ſuo orbe, vnde fieri poteſt, vt in motu ſui orbis, nullum ex orbibus ſuorum deferentium augis fricet,ſed ſi fricaret,id faceret mediante vno ſolo puncto, vt cuilibet,aliquantulum in mathematicis verſato patet. Quam ob cauſam,rationi cõſentaneum non eſſet credere,quòd tantùm caloris gigneretur. Quod tamen ſi poſſibile eſſet, quid ergo fricatio ſuperficierum orbis ſui,cum iis, quæ ſunt deferentium augis efficeret? Quãdo tamen hoc fieret,vt ſcilicet à fricatione ſuperficierum procederet calor,nil planè diſcriminis inter hyemen, & æſtatem intercederet, nec inter calorem diei,& noctis,nec inter vnam horam, aut alteram, ſed ſecundum Ariſtotelis rationes,Venus, Mercuriusq;, magis calefacere quam ſol deberẽt, cum ita ſint veloces vt ipſe Sol, & eodem magis propinqua terræ. Verum Ariſtotelis tẽporibus,nullũ aliũ planetã quàm ſolem putabãt philoſophi ſupra Lunã eſſe. Atque etiam cõtigeret menſe Decembri,quam Iunio,magis inualeſceret calor, cum huiuſmodi menſe ſol ad nos propius accedat, quam menſe Iunii. per differentiam maiorem diametro regionis elementaris,(nam ſolaris eccentricitas maior eſt ſemidiametro elemẽtaris regionis) non conſiderans Ariſtoteles differentiam caloris, quæ naſcitur ex eo, q; Sol aut altius ſupra orizontem excurrat, aut infra eundẽ feratur,neque eam,quę à longitudine,aut breuitate diei proficiſcitur. Sed quia Ariſtoteles eodem cap.tertio Metheororum intelligit de motu rapto, ideſt diurno, ſiue dicamus vniuerſali,hinc ſequi deberet,q; Sol maiorem caloris uim menſe Martij & Septembris, quàm aliis menſibus,profunderet.quia in iiſdem temporibus, ſol virtute huiuſmodi motus velocior exiſtat, quàm alio quolibet tempore anni, cum tunc per æquatorem circuũoluatur. Multa quoque alia incommoda ſequerentur ſi Ariſtotelis rationes admitteremus. Sed clarè uidemus,mediante reflexione aut refractione radiorum ſolarium,q; vniente ſeſe lumine, unitur quoque, & augetur calor, atque omnis res ad comburendum apta accenditur,& inflammatur. In lumine igi-

tur continetur calor,& non in motu ipsius solis,& ita in lumine sedem habet,ut si sol quiesceret,neque in orbe suo circumageretur, infelicissima esset ea regio, in cuius Zenith ipse reperiretur.

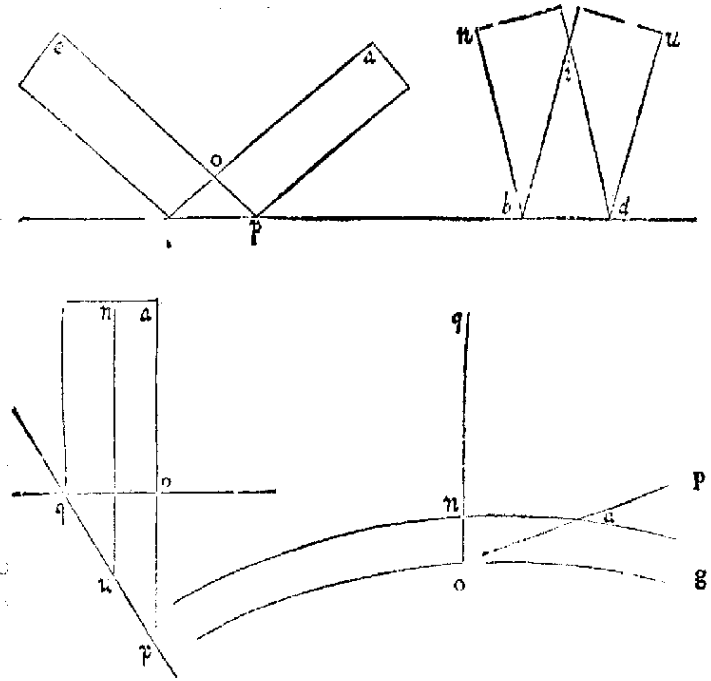
Vnde caloris solis prodeat incrementum æstate,et hyeme decrementum.

CAP. XXXI.

CVm capite superiore ostenderim calorem solis non aliunde, quàm à lumine prouenire, ostendam nunc exordine, ex quot,quibusq; causis oriatur magna differentia eius caloris æstatis ad hyemem, quarum nonnullæ ab antiquis obseruatæ fuerunt,aliæ autem à nemine, quod sciam. Sunt autem quinque ad minus eæ causæ,quarum vna est diuturna solis mora,tempore æstatis supra orizontem, quæ causa ab antiquis posita,& citata fuit. Aliam quoque huius rei causam iidem antiqui dicebant esse propinquitatem solis nostro Zenith, sed hæc causa immediata non est, quia ab ea tres causæ immediatæ nascuntur;quarum vna est maior unio radij reflexi cum radio incidenti; secunda maior quantitas luminis in superficie terræ; tertia,minor resistẽtia vaporum ipsi radio luminoso facta;quarta verò est impressio caloris facta in terra,quæ cum aliis causis coniuncta calorem adauget. quæ quidem causæ nemini adhuc,quod sciam, in mentẽ venerunt. Quòd autem attinet ad maiorem coniunctionem radii reflexi cum incidente,quisque, uel saltem mediocriter in cathoptricę cognitione versatus hoc verum esse cognoscet. Vt hoc tamen innotescat facilius. Imaginemur. q.p.et.b.d.esse duas particulas æquales superficiei ipsius terræ,super quas cadant duo radii luminosi solis.e.q.et.n.d.quorum.e.q.sit ad modum obliquus,et.n.d.quasi perpendicularis, vnde radii reflexi.p.a.et.b.u. ascendent cum angulis æqualibus eis, qui sunt suorum cadentium,cum omnis angulus reflexionis semper æqualis sit angulo suæ incidentię,vt cuilibet in cathoptrica,vel mediocriter versato patet.Mixtio autem primorum obliquorum erit.q.o.p.& ea, quæ est minus obliquorum.b.i.d.quorum duorum triangulorum nullus unquam erit,qui dubitare possit.q.o.p.non esse minorem.b.i.d.cum anguli.q.et.p.trianguli.q.o.p.acutiores sint angulis.b.et.d.trianguli.b.i.d.ex supposito. Quòd uero attinet ad maiorem quantitatem luminis super terræ superficiem; Imaginemur radium.a.q.cuius respectu etiam imaginemur duos superficiei terræ situs, quorum vnus sit.q.o:cui dictus radius sit perpendicularis,& alter.q.p.cui radius.a.q.ex obliquo incidat. Imaginemur ergo triangulum.q.o.p.cuius angulus.o.rectus est ex supposito,unde.q.o. minor erit.q.p.ex.18.primi Euclidis.hinc fit,vt super.q.o.cadat vniuersum lumen, quod super.q.p.diffunditur. Sit.q.u.æqualis.q.o.& fit imaginatione protracta.u.n. æquidistans.p.o.a.vnde.q.u.illuminata erit à radio.n.q.minore radio.a. q. ergo minus calida erit superficies.q.u.ipsius terræ,quàm.q.o. quia maius lumen in se maiorem calorem includit: quod manifestè apparet in radiorum vnione mediante reflexione, aut refractione. Sed quod attinet ad minorem resistentiam vaporum ad ipsum radium luminosum, etsi primo capite meæ Gnomonicæ leuiter id attigerim, nihilominus tamen,& idem ipsum hoc loco proponam. Denotetur,exempli gratia, superficies terræ ab.o.g.et ea,quæ est vaporum ab.n. a. supponatur etiam sol in situ.

q.qui

q. qui sit Zenith pũcti.o.& etiã in.p.ipsi orizõti propinquus,aut extra Zenith,cuius duos radios.q.o.et.p.o.Imaginemur, quorum duæ partes.a.o. et. n. o. erunt aliquo modo ab ipsis vaporibus offuscatæ,sed.o.n.breuior est.o.a.ex.7.lib.3. Eucli. minorem ergo resistentiam habebit à vaporibus sol in Zenith,quàm extra eundem commorans,& quantò longius erit idem ab ipso Zenith, tanto maiorem resistentiam à dictis vaporibus inferri ex eadem.7. lib.3.Eucli. dicemus.



Nullum corpus sensus expers à sono offendi, præterquam Aristoteles crediderit.

CAP. XXXII.

POsse sonum corpus aliquod, quod sensu sit destitutum, vt Aristoteles.9.cap.libr.2.de cęlo putauit,offendere,est falsum.

Corpus enim non nisi à corpore potest lædi, non ergo à sono, cum sonus corpus non sit. Sed aer,& ignis,cum è contra sint corpora, hoc facilè præstare possunt implendo aliquem locum velociter ad excludendum vacuum; vnde generatur sonus. Quod hucusque à nemine animaduersum fuisse comperio.

Pyta-

Pytagoreorum opinionem de ſonitu corporum cæleſtium non fuiſſe ab Ariſtotele ſublatam.

CAP. XXXIII.

SEnſerunt Pythagorici orbes cęleſtes dum circunuoluuntur,non autem corpora ſtellarum ſolum,ædere ſonum. Quibus dum Ariſtoteles contradicere cogitat, maximè fauet. Ea tamen opinio è phyloſophorum ſcholis eſt explodenda, quia aut orbes ſunt ſibi ipſis contigui, aut inuicem diſtantes : ſi ab inuicem diſtant (quod nemo adhuc conceſſit, quia hac ratione vacuum introduceretur) clarum eſt, quod cum ſe minime tangant, ſonum edere nequeunt: Si verò eorum vnus alteri ſit contiguus,neq; etiam ab ipſis ſonus reſultare poterit, quia pro certo putandum eſt,ipſorũ ſuperficies tam politas eſſe,ac lenas, vt nihil omnino aſperitatis, aut inæqualitatis contineant. Vt exempli gratia,ſi aliquis duo ſpecula plana inuicem confricaret, nullum planè ſonum audiret, ſed ſi hoc faceret cum duabus ſuperficiebus aſperis, ſonũ perſentiret,& tanto maiorem;quantò aſperiores eſſent dictæ ſuperficies, & qui vult vt arcus lirę,ex corda ſonum eliciat, colophonia dictum arcum illinet,vt aſperiorem reddat. Neceſſarium quoque eſt vt tremat ſiue trepidet corpus, quod ſonũ edere debet; Neque etiam abſque aere ſonus effici poteſt, quia aer ſonat ingrediendo velociter ad implendum locum,vt non remaneat vacuus. Sed ſupponendo in æthera regione neque aerem eſſe, neque corpus aliquod fluidum, clarè patebit orbes cœleſtes ex ſeſe nullum emittere ſonum. Idem affirmo de fricatione ſuperficiei concauæ infimi orbis lunaris cum conuexa materiæ à dicto orbe contentæ, ſuperioribus rationibus fultus,vt etiam experientia à corpore aliquo fluido, quod in alio velociſſimè moueretur deſumpta fretus,cuius corporis ſuperficies tamen lenis eſſet, à quo ſonus non gigneretur. Et non minus dicere poſſum,corpus fluidum moueri in continente loco immobili, quam dictum corpus continens illud eſſe,quod moueretur, & non fluidum corpus. Cuius rei poſſumus etiam exemplum habere à quouis corpore perfectè rotundo,quod circa ſuum axem velociſſimè moueatur,nullum ſonum efficiet,quia nullam aeris partem extra ſuum locũ impellit dum mouetur non ſecundum totum,ſed ſecundum ſuas partes,quarum quælibet abſque reſiſtentia immediatè ſubintrat locum alterius, abſque temporis interpoſitione. nec huiuſmodi locum aliquo modo eadem materia dicti corporis,quod circunuoluitur: deſtiturum dimittat. Sed ſi Pythagorici de alia quadam harmoniæ ſpecie ab ea, quæ eſt ſonorum,vt à diuerſis velocitatibus motuum,aut à diuerſis magnitudinibus aut diſtantiis, aut ſtellarum influxibus intellexiſſent,rectè ſenſiſſent ex parte,non autem omnino, quia ea harmoniam efficere nequeunt,quæ ad inuicẽ ſecundum interualla harmonica proportionata non ſunt,vt ſunt dupla,ſeſquialtera,ſeſquitertia,ſeſquiquarta,ſeſquiquinta,ſupertripartientia quintas,ſuperbipartiẽtia tertias,& quę ab ijs dependẽt ideſt coniuncta ſunt cum duplis; de conſonantijs loquendo. de diſſonantiis idem dico, quæ harmonicis inſeruiunt modulationibus, vt ſeſquioctauũ,ſeſquinonũ,ſeſquiquintũdecimũ, ſeſquiuigeſimũquartũ,ſeſquioctuogeſimũ, & ſuperbipartiens vigeſimasquintas. Verũ quidem eſt nonnulla harmonica interualla in aſpectibus cõperta fuiſſe,vt Ptolomeus oſtendit,& alii quoque aſſerunt. ineſt tamen huic rei nonnihil difficultatis. vt exempli gratia, ſi ſubtrahamus diateſſaron extra diapaſon,remanet diapente, & ſi à diapente ſubtrahamus ſemiditonum, remanet ditonum (quæ duæ conſo-

conſonantiæ,eum habent reſpectum ad inuicem, quem habent diateſſaron, & diapente, quia quemadmodum ſemiditonum, & ditonum ſimul coniuncta,componunt diapente, ſic diateſſaron,& diapente ſimul vnita componunt diapaſon; & quẽ admodum terminus,qui diuidit diapaſon in diateſſarõ,& diapente,eſt mediator harmonicus inter extrema diapaſon diuiſi,ſic etiam terminus,qui diuidit diapẽte in ſemiditonum,& ditonum,mediator eſt harmonicus inter extrema ipſius diapente diuiſi) ſubtrahendo deinde à diapaſon ſemiditonum remanet exachordum maius, & ab eodem diapaſon ſubtrahendo ditonum remanet exachordum minus, quę quidẽ nõ accidunt aſpectuum circulo, quia ſubtrahendo aſpectum quadratum ab oppoſito, remanet aliud quadratum, & ſubtrahendo ſextilem à trino remanet quoque alius ſextilis. Quòd autem attinet ad motus, ad magnitudines,ad diſtantias,& ad influxus,nihil eſt,quod hiſce proportionibus conueniat, ſed quia hæc omnia depẽdent ab infinita,& diuina,puidẽtia Dei,neceſſariò fit vt iſtæ velocitates,eæ magnitudines, diſtantiæ,& influxus,talem ordinem,& reſpectum inter ſeipſa,& vniuerſum habeãt, qualis perfectiſſimus ſit.

De raro et denſo nonnulla, minus diligenter à Peripateticis perpenſa.

CAP. XXXIIII.

ANtiqui Peripatetici de videndo in hyeme animalium halitu. Id, quod in æſtate non euenit, malè diſputauerunt, quia hoc naſcitur a condenſatione halitus, quę ab ambiente frigore fit.quia halitus is ab ore,aut naſo animalis exiẽs non eſt purus aer attractus primò,ſed mixtus eſt cum quodam vapore excrementitio,& ſubtili,quo ſemper ab ea parte euacuaẽ corpus,qui ſtatim ab aere frigido circundatur,& denſatur, quam ob cauſam ab ipſo ea luminis pars reflectitur, quæ eum penetrare non poteſt, quod in hypocauſtis, huiuſmodiq; calidis locis non fit. Idem exemplo ab aqua ſtatim à ciſternis,aut profundis puteis in hyeme extracta comprobari poteſt,quia tunc temporis, huiuſmodi aqua, cum magis calida ſit, quàm frigida, emittit vaporem, qui facillimè videtur, ob rationem iam dictam, quod in æſtate non cernitur in aqua, etſi ea magis calida eſſet, quam ea, quæ in hyeme hauritur.

Ratio autem,quam ab antiperiſtaſi deſumptam citarunt iidem ad inquirendum, cur aqua ſubterranea magis calida,aut minus frigida,hyberno tempore, quàm ea, quæ eſt ſupra terram ſit,vana eſt,quia hoc non aliunde fit,quàm ab eo,q; terræ pori à frigoris ſiccitate ſint clauſi,vnde vapores & exalationes non tam facilè exire poſſunt. quamobrem calefiunt ſubterraneæ partes. Fimum,fœnum,frumentum hac in re ſunt nobis exemplo;in quibus ſępiſſimè viſum eſt ignem accendi.

Priore illa quoque ratione de antiperiſtaſi dicta,volunt philoſophi maiorem caliditatem hyęme,quàm ęſtate in animalium ſtomacho contineri, non animaduertentes ſiccitatem, frigiditatis partes ſuperficiales corporis,reſtringẽtem,ſanguinem verſus originem ſuam impellere, qui in eo loco copioſior cum ſit,eas partes tunc temporis calefacit magis.

Neque etiam ijdem nouerunt cauſam,vnde fiat,ut in æſtate impleto vaſe vitreo, aut argenteo, aut ex materia non poroſa conſtante,aqua frigida,vas ſudet, quod tempo-

tempore hyemis,non niſi in calidis locis euenit, quem ſudorem , dicebant ipſi , eſſe eandem aquam,quæ per porros vaſis exiret, quod falſiſſimum eſt,quia ſi per porros aqua frigida exiret multò magis exiret calida , cum ſubtilior ſit,& ad penetrandum aptior. Sed hoc non aliunde oritur,quàm à condenſatione aeris vas circundantis , cauſata à frigiditate vaſis refrigerari ab aqua , quemadmodum tempore hyberno clarè videmus mane ſuperficies interiores vitri feneſtrarum ſudare,quia extrinſecũ frigus refrigerando vitrum,intrinſecum aerem ſibi contiguum congelat .

Neque ſilentio inuoluendum eſt,nec Ariſtotelem,neque alium ex ſuis fautoribus animaduertiſſe denſum,& rarum eſſe cauſam ventorum.Rarũ autem & denſum, mediante calore & frigore fit , & ſi à partibus , in omogeneis, licet argumẽtari, de toto deducat conſequentiam qui velit,obſeruans in calidis æſtatis diebus,dum aliqua nubecula ad Solem cooperiendum incedit,ibi ſtatim agitationem aeris ſentiri;ea verò nubecula prætergreſſa cum fuerit,& in ea parte , aer ad priſtinam raritatem cauſatam à calore Solis redierit, quieſcit;huiuſmodi autem aeris agitatio,à nulla certè ex halatione proficiſcitur,ſed à motu ſolum locali, quem dum condenſatur, facit. Omne denſum natura ſua frigidum eſt; omne rarum calidum, & è conuerſo. Et frigida aura,quæ à flabellis cauſatur,non ſolum à nouo aere qui nos tangit, ſed etiam à denſo, quod in agitatione eiuſdem aeris fit,naſcitur.

Cum autem de raritate & denſitate diſputationem ſuſceperim , non ſine ratione mihi videt illorũ opinionẽ explodẽdã eſſe,qui Lunę maculas nõ aliud eſſe dixerunt, quàm aliquas partes rariores aliis eiuſdem Lunæ partibus,non obſeruantes rarum,& denſum,proportionabilia lumini,quod ab huiuſmodi corporibus reflectitur, non eſſe. quia corpus aliquod rarum aliquando aptum erit ad reflectendum maius lumen , quàm corpus minus rarum ut manifeſtè apparet à nubibus reflecti lumen : quod ab aere non fit. Non defuerunt qui contrarium dixerunt,ideſt,eas Lunę partes, denſiores eſſe;neque unquam aliquis fuit qui de diaphano,aut opaco mentionem fecerit,quia melius eſt credere,eas partes diaphanas,ſiue perſpicuas magis eſſe,quàm alias,quę per aliquod ſpatium, ſolis radio ingreſſum permittant, & alię partes cũ ſint opacæ ipſum à ſuperficie reflectant. diuerſa tamen ratione à ſpeculo , cum in plenilunio tota ferè Lunę pars illuminata cernatur,quamuis dictum lumen extenſiuè & intenſiuè ſit minus eo, quod ipſa in nouilunio recipit. Indignum autem mihi videtur ijs reſpondere,qui dixerunt huiuſmodi maculas,terræ vmbras exiſtere,cum craſſiſſimæ ignorantiæ tenebris ſint circunfuſi,vt etiã fuit Cornelius Agrippa,qui primo de occulta philoſophia dicens ſe noſſe modum quendã naturalem à Pythagora inuentum,quo in Luna id totum,quod ipſe ſuper ſpeculum ſcripſiſſet,videretur . oſtendit manifeſtè ſe ignorare luminum vmbrarumq; naturam,quia nulla vnquam vmbra generari poteſt à corpore,quod aut opacum non ſit, aut officio opaci non fungatur , vt nunc dicemus de diaphanceitate aquæ. Neque corpus opacum illuminatum adũbrare poteſt,niſi opacum illud in linea recta ſitum obtineat, quæ inter lucidum & illuminatum extenditur. Neque etiam reſpondebimus ijs,qui ſentiunt quotieſcunque nulla eſſet terra,ſed totus hic globus eſſet aqua,toties non futuram eclipſim lunarem,ratione diaphaneitatis aquæ. Quod falſiſſimũ eſt, quia omne corpus ſphęricum quantumuis diaphanum ſit,dummodo ſit denſius aere , luminoſos radios refrangit,& eos ad inuicem interſecare facit,qui deinde vltra interſectionis punctũ diſgregantur, ita vt amittant illuminationis actum. Adde q eſſi huiuſmodi corpus aqueum,ſphęricum non eſſet,ſed cubicum,illud ſuper aliquã ex eius ſuperficiebus ad angulos rectos radius ſolaris percuteret,non eum tamen penetraret, quia dictus radius perpetuò debilitatur,& eo magis,quo maiorem profunditatem in diaphano eius

eius corporis,quod ſit denſius aere acquirit, nec totus radius vnquam dictum corpus ingreditur,cum ab eius ſuperficie magna pars reflectatur . Reſiſtit ergo huiuſmodi corpus lumini,& quantò magis ſpiſſum aut profundum exiſtit, tantò validius reſiſtit. Habemus huius rei teſtes, piſcatores vnionum, in ijs mundi partibus,quæ paucis ab hinc annis Hiſpanorum opera nobis innotuerunt, qui affirmant ad maris vlq; fundum lumen Solis non peruenire.

Immediata ratio, cur nebulę in ijs locis in quibus cõſpiciuntur permaneant,& uũc altiores,nunc verò depreſſiores cernantur,non ea eſt,quam Ariſtoteles cap. 3.lib. 1. metheororum proponit, ſed inde oritur, quòd ſint eædem denſiores ea parte aeris, quæ ipſis ſupereminet,& rariores ea,quæ ijſdem ſubiacet.Quòd autem alicuius corporis denſitas maior ea, quæ eſt medij, in quo reperitur,cauſa ſit,vt ipſum corpus deſcendat,& maior raritas eiuſdem corporis,ea,quæ eſt quoque medij,efficiat, vt dictum corpus aſcendat,iam Archimedes in lib.de inſidentibus aquæ docuit.

Rectiſſimè inſtituit natura, vt corpora denſiora verſus loca anguſtiora, & minora (intelligendo ea loca orbicularis figuræ)quæ ad centrum propius accedunt, & rariora ad ampliora loca,& maius ſpatium occupantia,ſeſe reciperent. tum quia eadem quantitas materiæ condenſatæ,eget minori loco quam rarefactæ , cũ etiam , quia cũ corpus denſum non ita ad velocitatem motus localis, vt rarum , idoneum ſit, ad eas partes accedat,quæ motibus tardioribus magis ſunt aptæ,corpora autẽ rara ad eas , quæ velocioribus motibus ſunt aptiores ſeſe transferant . præterquam q reuera appareat pro maiori parte, corpus magis denſum,minus diaphanum; aut magis opacũ futurum,quàm rarum , licet ſæpiſſimè videamus contrarium, vt ſuperius innuimus . eſt tamen naturale proportionatumq; magis opacum denſo , & diaphanum raro, quàm è contra. Quamobrem ſumma ratione inducta natura voluit, vt corpora magis opaca,aut minus diaphana,magis vicina centro colligantur,vt ſpatium, quòd remanet,abſque vllo impedimento à radijs ſolaribus penetrari poſſit. Tres autem cæ cauſæ,quas hoc loco poſui,propriæ ſunt,immediatæ,& per ſe,ex quibus fit,vt corpora denſiora deſcendant,& rariora aſcendant in mediis minus denſis, aut minus raris dictorum corporum, quæ à nemine, q ſciam, hucuſque propoſitæ fuerunt.

Qui autem aſſerunt cucurbitæ , quam apponunt chirurgi,effectum ex eo naſci , q calidi ſit attrahere, valdè aberrant à vero quia hoc,non niſi à raro,& à denſo immediatè,à calido & frigido cauſatis efficitur , quia aer in cucurbita rarefactus à calore & per conſequens dilatatus,ſtatim vt à dicto calore deferitur,iterum condenſatur & tantò citius, quantò aer ambiens frigidior exiſtet, & quia eadem materia cum condenſata fuerit minorem ſemper occupat locum , reſtringens igitur ſeſe in cucurbita aer dum condenſatur,neceſſariò fit,ne ulla , ſcilicet pars vacua remaneat , q cum alius aer ingredi cucurbitam nequeat aliud corpus ingrediatur. Idem cum amphora in qua nullum aliud, quam aereum ſit corpus experiri poſſumus , ſi eã ad ignem primò calefactam,deinde cũ ore in amplo aliquo cyatho,aut alio vaſe . vino , aut aqua pleno vbi videbimus huiuſmodi liquorem ſtatim ſurſum ferri,quia dum calefit amphora, rarefit quoque aer qui in ea continetur , & quia rarefcit dilatatur , & quia dilatatur,eget maiore loco; & ideo magna pars eius foras exit ; Cum verò ea aeris portio , quæ intus remanſerit,iterum condenſatur ob defectum caloris, reſtringitur, minoriq; indiget loco;Quod cum ita ſe habeat,neceſſarium eſt,ne aliquis locus vacuus remaneat,vt aliud quoddam corpus ingrediatur, cum ad ingrediẽdum aeri non patuerit aditus. quod ſi corpus adnodum non erit fluxile,aut humidum, ita vt ingredi amphoram poſſit ita amphoræ hærebit,vt non cito diuelli poſſit,& eo modo ſæpe

cũ admiratione videm⁹ fragile vas vitreũ magnũ, & graue lapideũ corpus eleuare. Sed vt ad denſum & ad rarum redeamus, mihi videtur frigidum eſſe conſequentem qualitatem denſi,& calidum rari, quia quæuis res dum calefit, rarefit, & quælibet materia dum refrigeratur, ſimul condenſatur. Qua ratione fit, vt terra frigidior ſit aqua, & ignis calidior ſit aere.

Nec propriè locutus eſt Ariſtoteles.9.&.10.capite primi lib.& ſecundo ſecundi metheororum cum dixerit calorẽ Solis eum eſſe,qui ſurſum humores,vaporesq; eue hat,quia Sol nil aliud facit,quam calefacere,cuius caloris ratione,ea materia rarefit, & ob rarefactionem leuior facta aſcendit,non quia ſurſum à Sole feratur.

Quę ſubſequuntur,cum raro ac denſo ſimbolum habere videntur.cum raro,ſcilicet calidum,humidum,leue,ſublime,diaphanum,lumen,clarum,lux,albũ,dies,motus, velox, ſimplex, diſgregatum, molle, lene, acutum,ſubtile,coctum,ſpaciosũ, dulce,voluptas,audacia,lætitia,liberalitas,veritas,induſtria,amor, miſericordia,humanitas,ſanitas,vita,& iis ſimilia. Cum denſo verò frigidum,ſiccum,graue, imum, opacum,vmbra,obſcurum, tenebræ,nigrum,nox,quies,tardum,mixtum,congregatum,durum, aſperum,ob tuſum,craſſum,crudum,anguſtum,amarum,dolor, timor, melãcholia,auaritia,mendacium,inertia,odium,crudelitas,feritas,infirmitas,mors, & ijs ſimilia.

Verum eſt quod ea ratio,qua Ariſtoteles ait aerem humidum eſſe, parui eſt momenti,quia ſimiliter de igne inferri poſſet,qui facilius à termino alieno, quã aer,aut aqua terminari poteſt.

Motum rectum curuo poſſe comparari etiam diſſentiente Ariſtotele.

CAP. XXXV.

SEd vt ad Ariſtotelẽ redeamus,rectè dicere non poteſt motum rectum ad curuũ comparabilem non eſſe.4.cap.lib.7.phyſicorum,vbi errat quoque dicens reperiri non poſſe lineam aliquam rectam alicuius circuli circunferentiæ æqualem. quia Archimedes iam probauit in lib.de quadratura circuli, triangulum illum orthogonium,cuius vnum ex lateribus circundantibus angulum rectum æquale eſſet ſemidiametro alicuius circuli,& aliud circunferentiæ,æqualem futurum dicto circulo. Illud igitur triangulum orthogonium,quod æquale erit alicui circulo, & habebit aliquod ex ſuis lateribus circundantibus angulum rectum æquale ſemidiametro dicti circuli, aliud quoque latus ipſum angulum rectum circundans,ex neceſſitate,circũferentiæ dicti circuli habebit æquale. Poteſt igitur dari vna quædam recta linea ęqualis circulari contra Ariſtotelis opinionem,qui non benè reuocauit in mentem, quod ſcripſit de relatiuis,cum dixit quadraturam circuli poſſe quidem dari,etſi tũc tpis de ea nõ haberẽ ſcientia. Si igit dicta quadratura dari pót,poteſt etiã dari vna recta linea ęqualis circunferentiæ eiuſdẽ circuli,ob rationes iã dictas. Sed ſi Ariſt. dixiſſet,circularem corporum cęleſtium motum, comparabilem non eſſe recto corporum elementarium, verum dixiſſet, non quia eorum alter circularis, alter verò ſit rectus, ſed quia cœleſtis regularis ſit, neque modò tardus, modò velox, ſed vnam ſemper & eandem velocitatem retinens,mot⁹ aũt,qui eſt corporũ elementarium

tarium è contrà ſe habeat,præter id,ꝙ nunquam fuit neque ſit futurus aliquis horũ rectorum qui naturales dicuntur, qui tam velociter moueatur,ut motus cœli,quia ſi voluerimus conſiderare motum diurnum.24.horarum,ſecundum opinionem communem, reperiemus calculando,Lunam in quadraturis cum Sole,dum inuenitur in æquatore,ſingulis horarum minutis moueri per.500.milliaria Italica vel circa,& in coniunctionibus,& oppoſitionibus ipſius Solis.1000.vel circa,&Solem tempore equinoctiorũ.18000.& Saturnũ circa æquatoris ſitũ.260000.& ampliꝰ de ſtellis aũt fixis circa æquatorem poſitis quiuis cogitet; quod reuera difficillimum quibuſdam videbitur,quod quidem non occurrit ſecũdum pulcherrimam Ariſtarchi ſamij opinionem, diuinitus à Nicolao Copernico expreſſam, contra quam nil planè valent rationes ab Ariſtotele; neque etiam à Ptolomeo propoſitę.Motu verò proprio,quo libet horę minuto,Sol mouetꝰ per milliaria circa.48.Luna quãdo cõiuncta eſt,aut oppoſita reperitur Soli.36.milliaria,& in quadraturis.18. Saturnus.24. Iupiter. 40: Mars.100: Venus.26:Mercur.5.Sed Saturnus motu rapido, vno horæ minuto mouetꝰ circa.260000.milliaria, vt diximus Iupiter circa.170000.Mars.75000.Venus. 10000.Mercurius.2000.corpus autẽ elementare,& ſi mouereꝰ motu recto hoc mó, & velocius etiam corpore cęleſti,non obſeruans tamẽ uniformitatem,ut dictum cœleſte facit,cum eodem nullo modo comparari poſſet, quia rectus dictus naturalis, ſuam ſemper velocitatem adauget,ob continuam impreſſionem,quam recipit à cauſa perpetuò coniuncta cum ipſo corpore,quę eſt propenſio illa naturalis eundi breuiori quadam via ad locum ſuum, ita vt etiam ſi dictum corpus elementare à motu tardiore ad velociorem,ſuperare poſſet motũ alicuius corporis cęleſtis,ij duo motus interſecarent ſeſe in vno ſolo pũcto,quod diuidi diſtribuiq; in partes nequiret,ideſt non niſi in vno ſolo temporis inſtanti redderentur æquales, vt ita dicam. Neq; ſolũ loquor de circulari cœleſti cum recto elementari, ſed de qualibet alia motuum ſpecie,ſiue ſint ambo recti,ſiue ambo curui,quando aliquis eorum irregularis erit.

Minus ſufficienter exploſam fuiſſe ab Ariſtotele opinionem credentium plures mundos exiſtere.

CAP. XXXVI.

MAior ratio, qua Ariſtoteles eorum opinionem, qui plures eſſe mundos dixerunt, refutare nititur, in eo conſiſtit,quod is credat partes terræ, quæ alijs mundis aſſignarentur,ad huius mundi centrum inclinationem habere, & ſic ignem illorum,propenſionem habiturum ad circunferentiam huius.

Quæ certè ratio tam debilis eſt, vt per ſe cadat, non conſiderans ipſe, quòd ſi eſſent dicti mundi,eorum quilibet ſuum proprium centrum,ſuamq; propriam circunferentiam haberet,terrasq; & ignes haberent inclinationem ad centra circunferentiasq; ſuorum mundorum,abſque eo, ꝙ vna terra, alterius centrum appeteret; vt exempli gratia,ſi doctiſſimi Ariſtarchi opinio eſt vera,rationi quoq; conſentaneum erit maximè, vt quod Lunæ contingit, cuilibet etiã ex aliis quinque planetis eueniat,ideſt,vt quemadmodum Luna ſuorum epicyclorum ope circũ terram voluitur, quaſi per circunferentiam alterius cuiuſdam epicycli, in quo terra ſit inſtar centri naturalis (ideſt ſit in medio) delati ab orbe annuo circa Solem,Sic etiam Saturnus, Iupiter, Mars, Venus, atque Mercurius, circum aliquod corpus in medio ſui epici-

eli maioris,ſitum habens, voluantur; quod quidem corpus, & aliquem quoque habeat motum circa ſuum axem, ſit opacum, ijs conditionibus, quæ terræ ſunt ſimiles,præditum exiſtat,& in dicto epyciclo ſint res ſimiles iſtis lunaribus.

An rectè loquutus ſit Phyloſophus de extenſione luminis per uacuum.

CAP. XXXVII.

ARiſtoteles ſecundo lib.de anima ſentit q̃ per vacuum non extenderetur lumẽ, quod procederet à corpore lucido.Quod veriſimile nõ eſt; qa quẽadmodum quantò rarius eſt aliquod corpus, tanto aptius eſt vt diaphanum exiſtat;& quãtò rarius eſt dictum corpus,tantò minorem quantitatem materiæ contineat; ſic quãtò magis diaphanum eſt, cum ex perexigua materia conſtet,tantò magis liber tranſitus luminis patet; Vnde quantò minor quantitas materiæ erit in dicto ſpatio,tantò nitidius pertranſibit lumen. Sequitur ergo, quòd vbi nulla eſſet materia, totum lumen libere tranſiret. Color cęruleus quem videmus in profunditate aquæ,& aeris,color eſt aquæ & aeris,qui denotat reſiſtentiam factam ab aere & ab aqua ipſi lumini; Quod quidem lumen ubi corpus aliquod non eſſet, minime reflecteretur,ſed abſque vllo impedimento rectà tranſiret.

An rectè phyloſophiæ penus Ariſtoteles ſenſerit de loco impellendo à pyramide.

CAP. XXXVIII.

ARiſtoteles 8.cap.lib.3. de cœlo,diſputans contra antiquos de elementorum figuris, ait pyramidem implere poſſe locum corporeum. quod verum non eſt. Cubus quidem id facit ab. 8. enim cubis perfectè impletur locus, ſed non item. 12.pyramides, ut Ariſtoteles ſenſit (ideſt ſex ſuper aliquam exagonam figuram ſuperficialem & ſex ſub eadem) id præſtant,cum potius maius vacuum remaneat ad quamlibet partium ſupra, & infra, quam plenum. Rectius Ariſtoteles egiſſet, ſi probaſſet ratione immobilitatis conuenire pyramidem terræ, quam cubum. quamuis,de horum corporum altero, ſit ſtultum hoc credere. decepti tamen fuerunt antiqui, credentes cubum ad motum minus idoneum eſſe, quam reliqua quatuor corpora regularia (loquor autem habita volubilitatis ratione) quia pyramidale eſt illud, quod ita ſe habet, vt multis rationibus probari poteſt, quarum vna hæc nobis ſufficiet. Scimus iam ex communi conceptu corpus ſphęricum eſſe magis volubile, inſtabileq;,quàm alia ſint. Illud ergo corpus,cuius figura ad ſphæricam magis accedet,ad uoluendum,& ad mouendum facilius erit quouis alio, quod æqualis ſit quantitatis,& ſibi omogeneum materia,vt exempli gratia corpus. 20.basium ad voluendum, & ad mouendum promptius erit eo, quod ex.12.conſtat,& id, quod eſt. 12. eo, quod eſt.8.& id, quod eſt. 8.eo, quod eſt.6.& id, quod eſt. 6. vt cubus eſt, eo, quod eſt.4. cuiuſmodi eſt pyramidale. Huc accedit, quòd pyramidale corpus aliam conditionem habet, quam cubicum, cum in quauis facie inalterabile ſit, cubicum autem econtrà ſit alterabile vndequaque,ſuaq; quadrata in rhũbos mutare poſſit, iiſdem exiſtentibus lateribus.

Examinatur quam ualida ſit ratio Ariſtotelis de inalterabilitate Cœli.

CAP. XXXIX.

ARiſtoteles textu.22.primi lib.de Cœlo ita inquit.

Accidit autem,& hoc per ſenſum ſufficienter, quo ad humanam dixiſſe fidem, & omni prętcrito tempore ſecundum traditam inuicem memoriam, nihil videtur tranſmutatum neque ſecundum totum vltimum cęlum, neque ſecundum partem ipſius propriam vllam.

Hoc autem in loco Ariſto.non conſiderauit,q̃ ſimiliter de terra dici poſſet,quando ipſa ita eminus proſpiceretur,imo abſque dubio putandum eſt, q̃ ſi terra luce Solis prædita eſſet, & aliquis ipſam ab octauo orbe vellet videre, nullo pacto cerneret, cum ſidera illa quæ primæ magnitudinis vocantur, & quæ pluſquam centies maiora ipſa terra putantur non niſi vt puncta videantur.

IN

IN QVINTVM EVCLIDIS LIBRVM.

Quamuis omnia libri quinti Euclid. ueriſſima ſint. Animaduertimus tamen permultos ſumma cũ difficultate eorũ demonſtrationes percipere. Præcipuè ubi quinta, aut ſeptima deffinitiones eiuſdem libri neceſſariæ ſunt. Illæ enim adeo obſcuræ uidentur, ut longè facilius admiſſuri ſint hæc noſtra poſtulata tanquam clariora. Atque etiam tanquam intellectui commodiora, quam ſit illud quintum idemq́, ultimum poſtulatum eiuſdem in primo libro poſitum, de linea duas alias ſecante. Quandoquidem ijs noſtris poſtulatis admiſſis, ſequentia Theoremata per facillima reddentur.

Horum autem primum eſt.

QVOD tota compoſita ex æquali numero partium æqualium, ſunt inuicem æqualia.

Vt ſi quis diceret omnes proportiones quæ cõpoſitæ ſunt ex æquali numero aliarum proportionum inuicem æqualium, ſunt etiam inuicem æquales, quod Euclides conatur demonſtrare in. 22. et. 23. quinti libri.

SECVNDVM.

QVOD ſi à totis æqualibus detractæ fuerint æquales partes, quæ remanent erunt partes inuicem æquales.

Et è conuerſo ſi æqualibus æqualia addas compoſita erunt inuicem æqualia.

Quod in ipſis proportionibus hoc loco ſemper intelligendum eſt.

TERTIVM.

Quæ eſt Euclidis ſeptima propoſitio.

QVOD ſi fuerint plures termini æquales inuicem, ratio ſeu proportio vnius ipſorum ad alium tertium terminum maiorem, minoremue, ſed eiuſdem generis, erit eadem quæ cuiuſuis alterius termini ad eundem tertium. Et è conuerſo, quæ fuerit proportio tertij termini ad vnum prædictorum æqualium, eadem erit, ſpecie, cum alio eorundem terminorum.

QVAR-

QVARTVM.

Euclidis uerò nona propoſitio.

QVOTIESCVNQVE proportio vnius plurium terminorum collatorum cum alio quo tertio eiuſdem generis, eadem fuerit cum ea quæ eſt cuiuſuis alterius dictorum terminorum cum eodem tertio, aut proportio dicti tertij, cum aliquo dictorum, eadem fuerit cum ea quæ ipſius eſt ad aliquem alium eorundem terminorũ, tunc eiuſmodi termini, æquales erunt inter ſe.

QVINTVM.

Euclidis uerò octaua propoſitio.

QVOTIES plures erunt termini, quorum vnus fuerit maior altero, ſi comparentur alicui tertio eiuſdem generis, proportio maioris ad tertium illum, maior erit ea, quæ eſt minoris ad prædictum tertium, & proportio illius tertij ad maiorem, minor erit ea quæ eiuſdem tertij ad minorem terminum comparati.

SEXTVM.

Euclidis uerò decima propoſitio.

QVOTIES proportio vnius, ex pluribus terminis comparatis ad aliquem tertium, maior fuerit proportione alicuius alterius dictorum cum eodem tertio, primus ille terminus, altero maior erit. Et quoties proportio tertij termini ad vnum quã ad alterum terminum maior fuerit, eiuſmodi terminus altero minor erit.

SEPTIMVM.

Euclidis uerò undecima propoſitio.

PROPORTIONES, quarum vnaquęque cum aliqua tertia æqualis eſt, ipſæ quoque inter ſe ſunt æquales. Vt illud, Quæ vni & eidem ſunt æqualia, ſibi inuicem ſunt æqualia.

OCTAVVM.

Euclidis uerò duodecima propoſitio.

QVOTIESCVNQVE proportio vnius ex pluribus antecedentibus cum ſuo ex pluribus conſequentibus, æqualis fuerit ei cuiuluis alterius dictorum antecedentiũ, cum ſuo plurium cõſequentium, proportio totius aggregati antecedentium cum toto aggregato conſequentium, dictæ primę proportioni ęqualis erit, nempe illius antecedentis ad ſuum conſequens.

NONVM

NONVM.

Euclidis uero tertiadecima propoſitio.

QVOTIESCVNQVE aliqua proportio plurium proportionum inuicem æqualium, tertia aliqua proportione, maior aut minor fuerit, quælibet prædictarum æqualium inter ſe, tertia illa proportione maior aut minor pariter erit.

DECIMVM.

QVOTIESCVNQVE fuerint ex vna parte plures termini (ſiue coniuncti ſiue diſiuncti ſint) æquales ſinguli vni tertio termino; ex altera verò parte totidem fuerint alteri tertio termino æquales, proportio aggregati priorum terminorum ad ſuũ tertium, æqualis erit proportioni aggregati reliquorum terminorum ad ſuum tertium, & è conuerſo, ita ſe habebit primus tertius terminus ad ſuos multos terminos, ſicut ſe habet ſecundus tertius terminus ad ſues ſimul ſumptos.

VNDECIMVM.

Aggregatum ex partibus proportionalitatis continuæ, quod inter maximum, & minimum terminum omnium terminorum proportionalium compræhenditur, ſem per multiplex eſt ad ſingulas partiales proportiones, ex quibus ipſum componitur.

DVODECIMVM.

Quæuis proportio quocunque modo diuiſa fuerit, ex iis partibus componitur, in quas diuiditur.

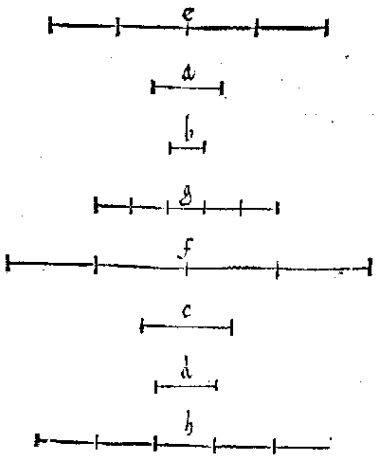
Cum enim hæ præpoſitiones ſint ita conſpicuæ ipſi intellectui, ut abſq; dubio inter obiecta ipſius intellectus connumerari poſſint, nullus ſanæ mentis eas negabit.

THEOR. I. II. ET III.

PRimum, ſecundum, & tertium theorema quinti Euclidis ab ipſo ſatis exactè demonſtratur, ſtudioſus itaque autorem conſulat.

THEOREM. IIII.

QVartum vero Theorema Euclidis ego ſic demonſtrarẽ. ſit, verbi gratia, proportio. a. ad. b. quæ eſt. c. ad. d. ſumptis multiplicibus. e. et. f. ad. a. et. c. æqualiter, item multiplicibus. g. et. h. ad. b. et. d. dico proportionem. e. ad. g. eſſe eandem quæ eſt. f. ad. h. Habemus enim ex. 10 poſtulato præmiſſo, eandem futuram proportionem. e. ad. a. quæ eſt. f. ad. c. & ita. b. ad. g. quæ eſt. d. ad. h. ex præſuppoſito verò cũ ſic ſe habeat. a. ad b. ſicut. c. ad. d. erit ex primo poſtulato eadẽ proportio. e. ad. g. quæ eſt. f. ad. h. Nam proportio. e. ad. g. componitur ex eis quæ ſunt. e. ad. a. et. a. ad. b.



b. et. b. ad. g. & ſimiliter proportio. f. ad. h. cõponitur ex eis quæ ſunt. f. ad. c. et. c. ad. d. et. d. ad. h.

THEOR. V. ET VI.

CIRCA 5. et. 6. theorema nihil notandum occurrit.

THEOR. VII. VIII. IX. X. XI. XII. XIII.

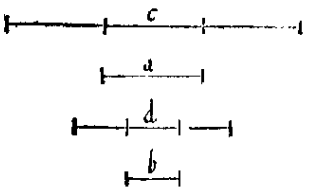
THeoremata à. 6. in. 13. cum ſint de obiectis intelligibilibus, ſine vllo medio, ab intellectu cognitis, inter axiomata à me relata fuerunt. 7. inquam quinti Euclid. fecimus tertium Poſtulatum, .8. quintum, .9. quartum, .10. ſextum, .11. ſeptimum, .12. octauum, .13. nonum.

THEOREM. XIIII.

QVartumdecimum Theorema ex Euclide demonſtrabitur, mutatis tantum theorematibus ab interprete notatis, ita vt loco. 7. 8. noni, & decimi citetur tertium. 5. 4. et. 6. poſtulatum à me propoſitum.

THEOR. XV.

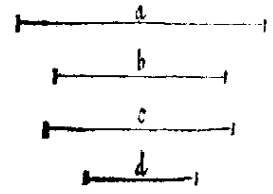
QVintumdecimum Theorema ſic demonſtrabo; Sit, exempli gratia, a. terminus antecedens. et. b. conſequens, quibus duo multiplices ſumantur. c. et. d. Dico eandem proportionem habiturum. c. ad. d. quam. a. ad. b. habet. In primis enim manifeſtè paret quamlibet partem ipſius. c. habituram eandem proportionem cum qualibet parte. d. quam habet. a. ad. b. quare ex. 7. et. 8. poſtulato propoſitum eluceſcet.



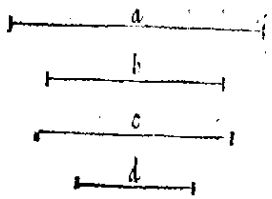
THEOREM. XVI.

SExtumdecimum theorema ſic demonſtrabitur. Sit, exempli cauſa, eadem proportio. a. ad. b. quæ eſt. c. ad. d. Dico q; ita ſe habebit. a. ad. c. ſicut. b. ad. d. Cogitemus itaque alterum iſtorum terminorum. c. aut. b. medium inter. a. et. d. quare primum intelligamus. b. inter. a. et. d proportio ipſius. a. ad. d. componetur ex ea quę eſt. a. ad. b. & ea quæ eſt. b. ad. d. ex. 12. poſtulato. Et ex eodem, illa ipſa proportio. a. ad. d. pariter componetur ex ea quæ eſt. a. ad. c. & ea quæ eſt. c. ad. d. ſumpto. c. pro medio termino. Ex quo ſequitur, aggregatum duarum proportionum, videlicet. a. ad. b. et. b. ad. d. æquale eſſe aggregato. a. ad. c. et. c. ad. d. ex quibus aggregatis æqualibus ſi duas proportiones æquales ſubtraxerimus, eam videlicet quæ eſt. a. ad. b. & illam quæ eſt. c. ad. d. ſupererunt duæ proportiones inter ſe æquales. erit enim proportio. a. ad. c. æqualis proportioni. b. ad. d. ex prima parte ſecundi poſtulati diuiſim.

Alia etiam ratione idipſum demóſtrari poteſt, ſumpto. b. pro medio termino inter. a. et. c: et. c. pro termino medio inter. b. et. d. quare proportio. a. ad. c. componetur ex. a. ad. b. et. b. ad. c. illa verò quæ eſt. b. ad. d. ex. b. ad. c. et. c. ad. d. ex. 12.

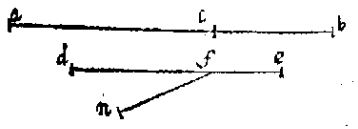


postulato. Sed cum proportio.a.ad.b.æqualis sit proportioni.c.ad.d.communis autem.b.c:proportio.itaque.a.ad.c.æqualis erit.b.ad.d. ex secunda parte.2.postulati compositè,& sic habebimus propositum,ita quòd quotiescunque dabũtur.4. quãtitates ex una parte proportionales, illæ ipsæ ex altera proportionales erunt.



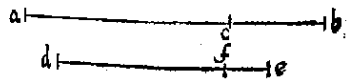
THEOR. XVII.

DEcimiseptimi theorematis hæc est demonstratio. Ita se habeat.a.c.b.ad.c.b.sicut se habet.d.f.e.ad.f.e.Probo ita se habere.a.c.ad.c.b.sicut se habet.d.f.ad.f.e. Cogitemus itaque alterum terminum scilicet.n.f.qui sic se habeat.ad.f.e. sicut se habet.a.c.ad.c.b.Quare ex præcedenti theoremate ita se habebit.a.c.ad.n.f.sicut se habet.c.b.ad.f.e.& ex.8 postulato ita se habebit.a.c.b.ad.n.f.e.sicut se habet.c.b.ad.f.e. Sed cum ex præsuppositio ita se habeat.a.c.b.ad.c.b.sicut se habet.d.f.e.ad.f.e.ideo ex præcedenti theoremate ita se habebit.a.c.b.ad.d.f.e.sicut se habet.c.b.ad.f.e,demonstratum autem est ita se habere.c.b.ad.f.e.sicut se habet.a.c.b.ad.n.f.e.Quare ex.7.postulato proportio.a.c.b.ad.d.f.e,æqualis erit proportioni.a.c.b.ad.n.f.e.& ex.4.postulato.d.f.e.æqualis erit.n.f.e. Itaque ex 3. postulato primi Euclidis.f.d.æqualis erit.n. f. Quamobrem proportio.a.c. ad. d. f. æqualis erit proportioni.a.c.ad.n.f.ex secunda parte tertij axiomatis præmissi. Igitur ita se habebit.a.c.ad.d.f.sicut.c.b.ad.f.e.ex 7.postulato. & sic ex præcedenti theoremate ita se habebit.a.c.ad.c. b. sicut.d.f.ad.f.e. quod erat propositum: Quotiescunque igitur dabuntur.4.quantitates coniunctim proportionales, diuisim quoque proportionales erunt.



THEOREM. XVIII.

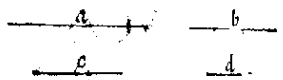
THeorema.18.hac ratione demonstrari potest. Detur proportio.a.c.ad.c.b. similis ei quæ est.d.f.ad.f.e.probo ita se habere.a.c.b.ad.c.b.sicut se habet. d.f.e.ad.f.e. In primis notum est ex.16.theoremate ita se habiturum,a.c.ad.d.f.sicut.c.b.ad.f. e. Quare ex.8.postulato ita se habebit.a.c.b.ad.d.f.e.sicut.c.b.ad.f.e. Itaque ex.16.theoremate ita se habebit. a.c.b.ad.c.b.sicut.d.f.e.ad.f.e.Quod erat propositum. Quotiescunque igitur, 4. quantitates dabuntur vnius eiusdemq; generis disiunctim proportionales, coniunctim quoque proportionales erunt.



THEOREM. XIX.

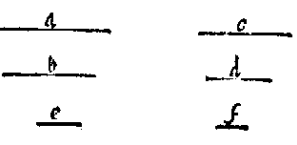
THeorema.19. satis quidem apud Euclidem demonstratur: eius tamen tertia pars commodius hac ratione demonstrari poterit (nempe) quod cum sit proportio

portio.a.ad.b.quæ est.c.ad.d.probabo ita se habituram proportionem. b.ad.a.sicut se habet.d.ad.c.hoc argumento: si.a.ad. b. ita se habet sicut.c.ad.d.ex.16. theoremate ita se habebit.a.ad.c,sicut.b.ad.d. Quare sic se habebit b.ad.d.sicut.a.ad.c.Itaque ex eodem. 16. ita se se habebit.b.ad.a.sicut.d.ad.c.



THEOREM. XX.

QVamuis.20.theorema apud Eucli.perfectè demonstratum fuerit, potest nihilominus & hac via demonstrari. Sic se habeat proportio.a. ad. b. sicut se habet.c.ad.d.& proportio.b.ad.e.sicut. d. ad. f. Dico q; si. a. maius fuerit. c. pariter.c.maius erit.f.& si.a.minus fuerit.c:c. quoq; minus erit f.sin verò æquale,ęt æquale erit. Nam ex primo postulato certi sumus ita se habere proportioné.a.ad.e. sicut se habet proportio.c.ad p. Quare ex.12.theor ppositũ manifestũ erit.



THEOREM. XXI.

VIgesimumprimum theorema,satis apud Eucli. probatum, nihilominus præscripto nunc modo demonstrari poterit.

THEOREM. XXII. XXIII.

DVO hæc theoremata in primum postulatum collegimus.

Sequentia verò cum exactè apud Eucli.demonstrentur non est cur nos in ijs immoremur.

PHYSICA, ET MATHEMATICA RESPONSA.

IO. BAPTISTAE BENEDICTI PATRITII Veneti, Philoſophi Mathematici.

Ad Lectorem.

VT Nil magis virtutis eſt proprium, quàm agitari, & inceſſabili motu prodeſſe. Ac velu ti fulgidum ſydus ante oculos ſpectantiũ com micare. Ita mihi mathematicis ijsq; maxi mè philoſophicis ſpeculationibus dedito, ſæpiſ ſime, ut in principium ſummorum aulis, & ampliſſimis ciuitatibus degenti, ubi multa ſem per Nobilium mira curioſitate, ſciendi deſiderio, & conferendi cu piditate referta, uerſantur ingenia, contigit, modo ab his, modo ab illis, aut uerbis tentari, aut literis prouocari ad diſſerendum, de his, in quorum ſtudijs uerſamur. Quarum concertationum & re ſponſionum, quoniam non omnino indigna exiſtimaui, quæ memoria comendarentur, partem aliquam apud me conſeruaui. Vbi uero per ocium licuit, collegi, relegi, ac tandem de manu mittere decreui. Tum ut ſcientia ipſa quo magis diffundetur, creſcat; & quicquid ualeo, ſine inuidia in communem utilitatem conferam. Tum ut uirorum præſtantiſſimorum, qui me ſuis interrogationibus excitaue runt, quantum in me erit, gratitudinis ergo, nomina reddam im mortalia, & eorum exemplo alios, ocio ſordidiore abiecto, quod ſolet aurialium præcipuè excelſa ingenia corrumpere, ad ſciſcitandum conferendum, & diſſerendum, de rebus ſeriis, & qua uſui aliquan do eſſe poſſint, & quandoq; euulgari mereantur, alliciam. Tu interim noſtris laboribus fruere, & noſtram diligentiam boni, & æqui conſule, & Uale.

DE

DE TEMPORVM EMENDATIONE

IO. BAPTISTAE BENEDICTI Patritij Veneti, Philoſophi Mathematici.

AD SERENISS. EMANVELEM PHILIB. Allobrogum & ſubalpinarum gentium Ducem Inuictiſſimum.

EPISTOLA.

IRVM, Quàm lectione epiſtolæ ſen (vt vocant) Breuis. S. D. N. Gregorij XIII. Pont. Max. quod ad me nuper tua Celſitu do miſit ex Nicea, vt meam de ea re ſententiam proferrem, delectatus ſim; ex quo, non tantum recta illius mens ac verè ſancta cogitatio, ſed etiam aperta maximaq;, ſi ad exitum per ducat, imo ſummè neceſſaria vniuerſo orbi vtilitas percipi poteſt; qua de re memini cum Celſitudine tua aliquando ſermonem habuiſſe. Vidi præterea cum ipſo breui tranſmiſſum compendium Domini Aloiſij Lilij: cuius mihi ſententia perplacet, de correctione eius dici, qui 134. quoque anno præter, neceſſitatem, gignitur. qui ſanè dies perpetuæ retrogradationis ingreſſus Solis in Zodiaci ſigna, cauſa fuit. quod ita perſpicuè patebit. Cum Numa Pompilius anni curſum correxit emendauitq;, ea ſanè mente id videtur præſtitiſſe, vt principium Ianuarij primi menſis anni, præcisè in ipſo hyemalis ſoltitij puncto collocaretur. quod hac tempeſtate, dictam ob cauſam adeò retroceſſit, vt circa vndecimam diem Decembris eſſe reperiatur. quod ſi centeſimo trigeſimo quarto quoque anno detractus dies vnus fuiſſet, nihil erroris prorſus accidiſſet. Atq; dies hic (vt alias Celſit. tuæ ſignificaui) inde generatur, quod quarto quoque anno addentes nos ad quarti anni dies. 365. diem horarum. 24. ob errorem annuum horarum quinque minutorum. 49. ſecundorum ferè. 16. (anni æqualis ſiue medij) fallimur quarto quoque anno in minutis. 42. ſecũdis prope. 56. amplius quàm par ſit minutis ſcilicet. 10. ſecundis ferè. 44. ſingulis annis; qui numerus. 134. multiplicatus, diem penè horarum. 24. conſtituit; penè inquam, quia minutum vnũ deeſſet tũmodo, & ſecunda. 44. ſi decẽ illa minuta, &. 44 ſecunda annua, exquiſita eſſent atque perfecta; quæ tamen differentia nullius adeo eſſet momenti, aut certè perexigui, vt vix exactis. 111086. annis, diem vnum afferret. Itaq; planè neceſſaria eiuſmodi eſſet emendatio, aptaq; eius ratio a D. Lilio oſtenditur, prout etiam Petrus Pitatus Veronenſis tradidit, in eo, quem de vera anni quantitate tractatu conſcripſit, nempe vt tribus primis centeſimis annis, centeſimus quiſque annus communis ſit, quartus ſubſequens centeſimus intercalaris: quod ſane fieri neceſſe eſt. Nam

cùm

cùm tribus centesimis cõmunibus, tres quartas diei partes plus æquo detraxerimus, non enim centesimo quoque anno, sed centesimo trigesimo quarto, dictus dies detrahi debet, postquam tres integros dies, qui quadringentis detrahendi erant, trecentorum annorum spacio detraxerimus; sitque 134. penè tertia pars. 400. quarto annorum centenario, tres quartæ diei partes recuperabuntur; atque ita in fine quadringentorum annorum omnia exactè suo loco restituta erunt. Idcirco dictus iam quadringentesimus annus intercalaris & non communis constituendus erit, non alia de causa, quam vt bissexti ordinem sequamur.

Is verò modus, qui à D. Lilio traditus est, de ratione inueniendi singulis mensibus Nouilunij diem, interdum fallere nos posset vno die; prout Ianuario proximè lapso accidit; quo ex præscripto modo nouilunij, dies nonus illius mensis esse debuisset, qui fuit tamen dies septimus, sexta decima hora cum dimidia post meridiem. Neque etiam tutum est, via integrorum dierum, nulla habita horarum aut minutorum ratione, nec minus ea, quæ à Pitato tradita est, mediorum seu æqualium motuũ progredi: At censerem potius veros motus sequendos esse ex calculis exactarum tabularum, quales Prutenicas esse iudico; Et cum solius Paschæ causa laboremus hac in re, pleniluniorum verorum, in multos annos tabulas formarem, quæ æquinoctia vernalia sequuntur, cum assignatione diei Paschatis præcisè, prout fecit Pitatus; non via tamen æqualium pleniluniorum sed verorum. Porrò quod ad Paschatis celebrationem attinet, rationi consentaneum est, concilij Niceni decretum ea de re seruari, prima scilicet dominica die post primum pleniluniũ, quod æquinoctium vernale sequitur; hoc tamen animaduerso, si dictum pleniluniũ primum post æquinoctium contingens, die dominicum fortiretur; nulla ratione tali die Pascha celebrandum esse; verum subsequenti, ne cum Hebreis consentiat Ecclesia Christi: quæ fuit causa, vt in decreto concilij Niceni statutum sit, à quartadecima, in vigesimam primam celebrari debere: Quod mihi Petrus Pitatus non animaduertisse videtur, cum ex eius sententia in suis tabulis die Paschate declarata, huiusce anni Pasca celebrandũ fuerit. 23. Martij, ipsomet de pleniluniũ non tantum æqualis, sed veri.

Dies autem Paschatum elapsorum, quos hactenus examinaui, reperi omnes concordare cum ea regula, quam nonnulli de die carnis priuij tradiderunt. nempe primum diem martis post nouilunium Februarij, carnis priuij diem esse; non autem cũ sãctione Parrum concilij Niceni, qua statuerunt à vigesima prima Martii dirigendum esse Paschatis diem, vt porè qui sibi persuaserunt, circa eum diem æquinoctiũ perpetuò esse debere; prout tunc temporis erat. Non itaq; error accidit, quod Pascha ex huiusmodi suppositione concilij, post vigesimam primam lunę celebretur, cum seruata regula concilij non fuerit. Prout manifestũ est de Paschate anni. 1566. celebrato. 14. Aprilis (quę fuit. 24. lunę) quod. 7. dicti mensis celebrãdum erat. Tum anno. 1569. 10. Aprilis solenne fuit Pasca, quod tertia eiusdem esse debuerat. Anno deinde 1572. 6. Aprilis, dies fuit Paschatis, quæ. 30. Martij futura erat, anno vero 1575. in tertiam Aprilis Pascha incidit, casurum in. 27. Martii.

Cum igitur (vt ex diplomate ad Celsit. tuam misso patet) S.D.N. mens sit atq; voluntas, vt quisque liberè in medium proferat quid hac de re sentiat: quædam mihi non omnino præmittenda occurrunt, quæ tantis cœptis non nihil adiumenti fortasse adferre queant.

Atque illud in primis non tantum vt corrigatur Calendarium ob Pascha cæteraque festa mobilia ab illo manantia, vt decreto concilij Niceni sancitum est, scilicet vt ipsum Pascha celebretur prima dominica post primum plenilunium, quod æqui-

noctium

noctium vernale proximè sequitur; verum etiam quò anni principium emenderur, scilicet vt ad suum verum principium reuocetur annus. nempè ad diem hyemalis solstitij, quæ prima Ianuarij dies esse debet.

Deinde, tot dierum mensis constituantur, quot hac nostra tempestate, sol in ipsis Zodiaci signis versatur. Postremò, quædam festa immobilia in alios dies transferãtur, celebrenturq; aptis temporibus: quod à. S. D. N. mente dissentire minimè videtur. cum non magis de festis mobilibus quam immobilibus agat; imo etiam planè æquum sit, vt habeatur vtrorunque ratio, quò statutis temporibus celebrentur.

Vt autem ad primam Ianuarij diẽ verum principium anni reuocetur; censerem ex eo anno, quem corrigere voluerimus, non modò dies. 10. esse detrahendos, verũ etiam vnum & uiginti, illo ipso anno; idq; duplici via; aut partiendo menses, atque ex illis demendo eos dies, qui minus ad rem hanc facere videbuntur, ac tum remaneat annus trecentorum quadraginta quatuor dierum ita vt decem menses sint dierum duorum spatio solito breuiores, alter mensis vno deficiat: aut constituto Decẽbri dicti anni dierum decem, dies autem ille, qui decimum proximè sequitur, sit & primus Ianuarij, & dies solstitij. ob quam causam existimarem consultissimum eiusmodi annum esse milesimum quingentesimum septuagesimum nonum. Quò quam primum. S. D. N. Pontifex max. suis temporibus huius correctionis manifestos effectus experiri & perpendere, atque dispositionem anni non solum principio, sed cęteris partibus suis in vniuersum tam concinnè apteq; respondere, & astrorum motibus, & Ecclesiæ sacrosanctæ sanctionibus, se authore lætari possit.

Omnino itaq; iudico detrahendos esse vnum & viginti dies elapsi erroris: non decem tantum, quo hyemmalis conuersio ad initium Ianuarij reuocetur; idque ne à communi opinione de ipso anni principio veritas discreper, quæ principium Ianuarij, anni principium arbitratur. etenim cum credant omnes annũ à Ianuario inchoari, veritas autem ipsa sic se habeat, vt nobis septentrionalibus tunc inchoet annus, cum ad nos Sol accedere incipit, aut dies augetur; non conuenit principia eiusmodi separata & discrepantia esse. Et hanc fuisse Numæ Pompilio mentem credibile est, qui ad annum Romuli decem mensium, Ianuarium & Februarium addidit, vt principium Ianuarij principium esset anni: cuius rei argumentum esse potest, quod C. Iulij Cæsaris temporibus (qui multis annis post Numam fuit) atq; vti Pont. Max. corrigendorum festorum curam suscepit hyemale solstitium per aliquot dies retrocesserat; nec mirum tamen esset, si Numæ temporibus, exactè prima Ianuarij die non fuisset hyemale solstitium, adhuc pubescente in Italia Astronomia.

Huiusmodi autem correctio dierum. 11. post. 2300. annos à Numa, quæ sit perpetuo seruitura, media emendatione ea, quæ de tribus centesimis annis communibus, & quarto intercalari, superius propolita fuit, non repudianda ei videatur, qui sciet, qua ratione Numæ Pompilij annus corrigeretur, octauo quoque anno, intercalando annum vltimum mediis diebus. 90. quo prima dies Ianuarij ad verum principium anni, hoc est hyemale solstitium, reduceretur.

Alio item argumento cuique patere potest, priscos Romanos statuisse annum ab hyemali solstitio initium sumere, vt inquit Ouidius primo Fastorum.

Bruma noui prima est, veterisq; nouissima Solis.
Principium capiunt Phębus, & annus idem.

eo quod diem naturalem a medio noctis inchoarent, ab eo puncto scilicet, quo Sol ad nostrum hemispherium accedere incipit.

Tribuebant igitur veteres diei, atque anno principium ab eo puncto, quo Sol

ad

ad nos accedit: cum punctum Zodiaci, quod tropicum hyemalem Capricorni nobis producit, respondeat puncto meridiani sub terra, in quo Sol semel in die reperitur. Quòd apertè norunt hi, qui sub polo boreali constituti sunt. Atq; facilè discerne re possumus, diem scilicet & annum, quasi sibi ad inuicem medio situarum partium respondere; solstitium inquam hyemale, mediæ nocti, æstiuum meridiei, æquinoctium vernale ortui Solis, autumnale occasui. Quam tamen similitudinem, multò quam nos manifestius deprehendunt, hi qui (ut diximus) sub polo boreali versantur.

Quod si quis dubiter hac ratione correcto anno, quo nam pacto ad calculos cœlestes motus medijs tabulis astronomicis hactenus in lucem æditis redigi possint, id facilimum sanè erit, exempli gratia; aliquis planetę situm, aut alicuius stellę fixæ, quocunque die mensis anni correcti inuenire cupit, detrahat ex huiusmodi tẽpore dies. 21. ab Aera Christi, cum residuo supputet stellam, cuius situm scire desiderat; sumpta quacunque tabula, supputatio erit exacta: Cuius ratio cuilibet manifesta erit, qui sciet annum vt potè. 1579. dierum. 344. tantummodo constitutum fuisse. Nam in ijsdem locis cœli prima die Ianuarij correcti, erunt stellæ quibus esse solebant. 11 Decembris præcedentis anni ex supputatione tabularum: atque ita deinceps. Alia præterea via idem perfici posset inuentione omnium motuum cęlestium ipso principio anni. 1580. correcti: hoc statuto, vt hi motus radices essent Aeræ S. D. N. Gregorij XIII. quod si alio tẽpore quispiam motus cęlestes ad calculos redigere voluerit, supputabit ab Aera huiusmodi, quæ anno. 1580. principium habuerit: Quæ vt nobilius nomen sortiatur, idq; merito ex nomine Gregorij. XIII. Pont. Max. appelletur; exemplo antiquarum, quæ ex Principum nominibus sunt appellatæ: vt tanto Pontifici, cùm ex alijs multis, tum etiam ex hac non infima re, inter mortales immortale nomen comparetur. Ei verò summæ, quæ ex huiusmodi Aera Gregoriana ex tabulis colligetur, ipsiusmet Aeræ radices addantur, vt exactus calculus habeatur. Et hæc sit primæ sententiæ nostræ explicatio.

Altera erit numerum dierum mensium anni alia ratione quam nunc se habeat, ordinandum esse: nempe vt Ianuarius, Nouember atq; December dies. 29. singuli contineant, Februarius, Martius, & October. 30. Aprilis, Maius, Augustus, & September dies. 31. Iunius, ac Iulius. 32. atque id hac potissimum de causa, vt Sol unum quodq; signum calendis mensium ingredi possit. Nam detractis (ut dictum est) diebus. 21. & reuocato ingressu Solis in principium Capricorni ad principium Ianuarij, in quo signo hac nostra tempestate, Sol, dies propè. 29. & quartam vnam versatur: si Ianuarius. 29. dies continebit, exactis hisce diebus, ingredietur Aquarium circa principium Februarij; hæret autem hoc nostro sæculo in Aquario Sol dies propè. 29. cum dimidio; quare si Februarius erit. 30. dierum, elapsis ipsis diebus, Sol ingredietur pisces circa principium Martij: & sic de cæteris.

Quamobrem si generali correctione annus emendandus erit, pulcherrimè accidet, si menses anni cum duodecim partibus cœlestibus, itineris annui Solis, concordauerint; eisq; aptè responderint. Qua ex re, variæ vtilitates promanabunt, præsertim Nautis, Agricolis, Medicis, & alijs qui vera principia, & interualla temporum perspecta habebunt: terminos item & interualla incrementi & diminutionis dierum & noctium, & eorundem æqualitatis. Exempli causa, scient omnes principium Ianuarij, esse non modo anni principium, verum etiam hyemis, esse minimam anni diem, & eius noctem maximam; principium incrementi diei, & diminutionis noctis; atque etiam omnia illa, quæ ex huiusmodi conuersione Solis ad nos dependent. pariter scient omnes primam diem Iulij, non tantum æqualiter annum diuidere, sed principium

cipium quoque esse cęstatis, maximam diem, noctem minimam totius anni; principium diminutionis diei & incrementi noctis, vnà etiã ea, quę Solis conuersionem ad australes sequuntur.

Necnon intelliget vnusquisque primam diem Aprilis, primamq; Octobr. æquinoctiorum dies esse; primam autem diem Aprilis, initium veris; Octobris Autumni; Item Aprilis diem esse eum, quo dies noctis prolixitatem vincere incipit: Octobris, quo nox diei longitudinem superat, & alia huiusmodi, quæ ab æquinoctijs depẽdẽt.

Si vero quispiam obijciat, modum hunc nostrum & ordinem perpetuum esse non posse, ob motum augis Solis; quod punctum cum fuerit in principio Capricorni, tũc Sol hærebit in signo Sagittarij. 32. diebus, totidem in Capricorno, in Geminis vero 29. totidem in Cancro; ex quo sequetur prioribus cõtrarius effectus; huic ego respondebo, tale quidpiã non euenturum, nisi exactis ab hoc anno annis. 24000. quod si mundus posthac totidem annis, quot fuit antehac, perdurauerit, punctus augis non amplius à situ præsenti, quàm. 45. gradibus distabit. Verum demus modũ nostrum & regulam in annos ter, aut quater mille subseruire posse, nec amplius, certè hoc toto tempore nullius momenti penè erit, quæ accidere poterit mutatio, tametsi elapsis quatuor millibus annorum Februarius esse debebit. 29. dierum. Aprilis & November. 30. Iunius & October. 31. Augustus. 32. in aliis verò mensibus nihil mutandum erit. Ecce quam sit nullius momenti mutatio.

Quæ si Iulij Cæsaris temporibus fuissent animaduersa nunquam omissa fuissent, sed scientiæ Astronomicæ nondum (vt ita dicam) confirmata ætas, cum alibi, tũ maximè in Italia, quo minus hæc aut scirentur aut statuerentur impediebat.

Tertia ratio est, vt non solũ festa mobilia, verum ét immobilia ad meliorem regulam (ut dictum est) reuocentur, si suis temporibus celebranda erunt. Quorum primũ est Natiuitas Domini, & quæ ab ea pendent; nempe Circuncisio, Epiphania, Purificatio, Annunciatio, & Natiuitas Io. Baptistæ. ita vt dies Natalis Domini celebretur prima die anni, cum Dei filius nasci voluerit circa verum principium anni, quod à solstitio hyemali initium ducit, & in ipso principio dici naturalis ex Romanorũ sententia, media scilicet nócte, tanquam qui summæ lætitiæ principium, post longos & graues filiorum Adæ mærores, esset allaturus. Nec forsan Ianuarij nomini, à veteribus Iano bifronti dicati hæc mutatio non conueniret, cum in ipso seruatore, duæ veluti frontes & formæ vnitæ sint, duæ scilicet naturæ diuina & humana. Hac ratione abusus tolletur, natus ex diuersis moribus Tabulariorum, quorum alij monumenta, seu quæ uocant Instrumenta, à die Natiuitatis Domini incohant, alij à Circuncisione, alij à Calendis Martij, nonnulli à Paschate; quæ varietas innumerabiles lites affert & abusus propè infinitos, ob dubiam & ancipitem scripturam. Indictionum præterea ordini, hic noster modus nihil officiet; celebrato Natali celebrabitur Circuncisio octaua Ianuarij. Epiphania. 13. eiusdem. Purificatio. 11. Februarij quæ erit 40: dies à Natiuitate seruatoris. Prima Aprilis Annunciatio Virginis solemnis erit, ipso nempè die æquinoctij, natiuitas Diui Io: Baptistę celebrabitur Prima Iulij die quæ erit solstitij æstiui, cum illa diminutionem capit. vt rectè Diuus Augustinus illa verba Io: Baptistę interpretatus fuerit. Illum oportet crescere, me autem minui: in quibus sic tantus Doctor philosophatur, vt tempus etiam natiuitatis serui & domini præclare noret dicens, natus est seruus cum decrescunt dies, natus est Dominus cùm crescere incipiunt.

Insignes etiam Theologi admonuerunt habendam rationem esse nonnullorum festorum, vt Diui Antonij, diuorum Fabiani & Sebastiani, & aliorum sanctorum,

si forte in octauam Epiphaniæ inciderint: Verum hęc.S.D. N.curæ erunt, ut in aptissima tempora transferantur.

Admonuerunt præterea transferendos esse dies festos Beati Stephani, Ioannis, & Innocentium, vt quemadmodum factum est hactenus, diem natalis proximè sequantur,ob multorum Doctorum, non recentium modo, sed etiam antiquorum obseruantiam;qui suis omelijs & concionibus multa piè,de mysteriis successionis Festorum huiusmodi tradiderunt.

Cuperent etiam præclari Theologi diem Assumptionis Beatæ virginis incidere in primam Septembris, Natiuitatem autem in.25.vt quemadmodum toto illo mense in signo Virginis sol versabitur, ita Ecclesia Dei in cęlebrandi tantæ Virginis matris Dei laudibus occupetur.

Atque hęc sunt Serenissime Princeps,quę longa & attenta cogitatione à me examinata,atque perpensa fuerunt; quæ si tam diligenter & accuratè expendentur ab his,quorum interest,quam mihi apta & rationi consentanea , ac vera penitus, imo (quod me magis afficit)etiam tibi visa fuerunt; non dubito quin placitura sint; & votis summi Pont. aliqua ex parte satisfactura.eò magis quòd te iubente, & cogitata à me,& scripta fuerint. Vale Princeps Sereniſſime,& qua soles hylaritate cętera nostra, etiam has breues vigilias susćipe & foue. Dat. Augustæ Taurinorum Kal. Aprilis. MDLXXVIII.

T. Celsitudinis.

Deditissimus Mathematicus.

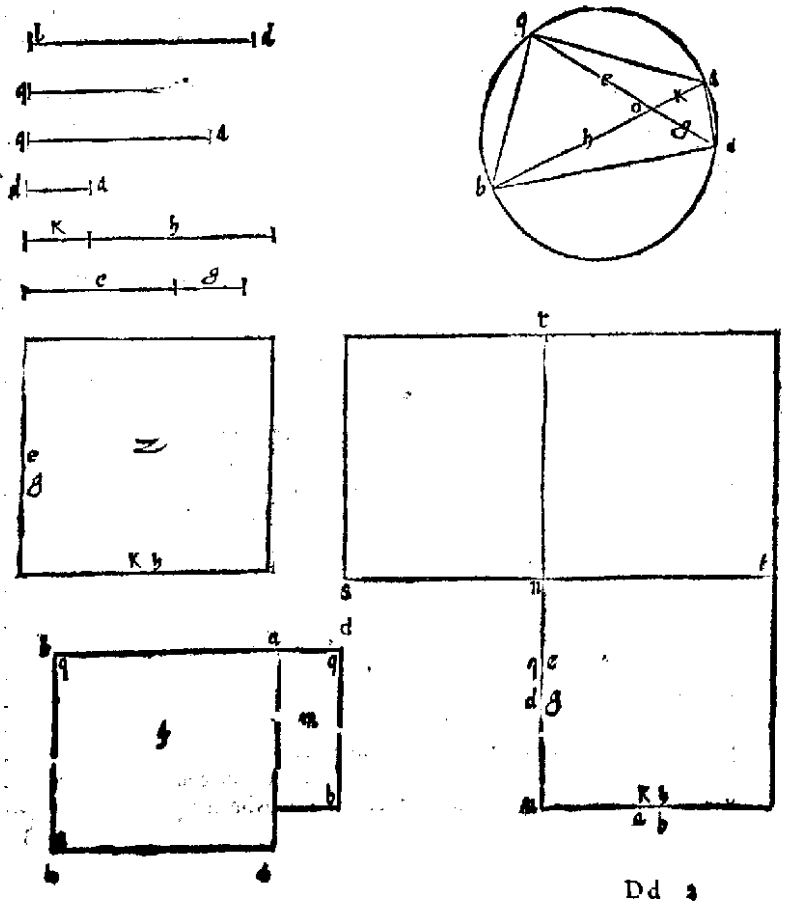
Io. Bap. Benedictus.

DE

DE CIRCVLO
AMBIENTE QVADRILATERVM.
AD SERENISS. CAROLVM EMANVELEM Pedemontis Princ pem.

PRoblema quod à celsitudine tua nobis proponitur non solum possibile est,sed facile etiam ad soluendum,hoc est quod circulus talis inueniatur,qui possit circunscribere,seu capere quadrilaterum ex quatuor datis rectis lineis terminatum,vel sic,datis quatuor rectis lineis ex quibus quadrilaterum possit effici, tale efficiatur vt circa ipsum, circulus possit circunscribi.

Sint igitur.4 lineæ propositæ.b.d:q.b:a.q:et.a.d.ex quib⁹ possibile sit quadrilaterum constitui,tale vero constituatur, vt aliquis circulus possit ipsum circunscribere. imaginemur autem hoc factum esse,quod quidem quadrilaterum sit.a.d.q. b. cuius



diametri ſint.q.d.et.a.b.quæ ſe inuicem interſecent in puncto. o. vnde cum anguli contra ſe poſiti circa.o.æquales inuicem ſint ex.15.primi Eucli.& angulus.a.q.d.æqualis angulo.a.b.d.& angulus.q.b.a.æqualis angulo.q.d.a.et.b.q.d.angulo. b.a. d. ex.20.tertij tunc triangulus.a.o.q.ſimilis erit triangulo.d.o.b.et.q.o.b.ſimilis triangulo.a.o.d.ex definitione. Vnde eadem proportio erit ipſius.q.o.ad.b.o.quæ ipſius q.a.ad.b.d.& ipſius.b.o.ad.o.d.eadem quæ.q.b.ad.a.d.& ipſius.q.o.ad. o. a. eadem quæ.q.b.ad.a.d.proportio igitur.q.o.ad. o. d. cognita nobis erit, vt compoſita ex ea quæ eſt. q. o. ad. o. b. ex. o. b. ad. o. d. quæ nobis cognitę ſunt, mediante proportione ipſius. q. a. ad. b. d. & ipſius.q.b.ad.a.d.proportio ſimiliter ipſius.b.o. ad. o. a. nobis cognita erit, vt compoſita ex proportione ipſius. b. o. ad. o. q. & ipſius.o.q.ad.o.a.cognitis,mediante proportione ipſius.b.d.ad. q.a.& ipſius.q.b.ad a.d.cum autē proportio ipſius.q.o.ad.o.b.nobis cognita ſit, tunc nobis cognita erit proportio ipſius.q.d.ad.a.b.Nam ut.q.o.ad.o.b.eſt vt.a.o.ad.o. d. ex ſimilitudine, quare proportio compoſiti ex primo,& quarto terminorum ad compoſitum ex.2.& tertio,cognita erit.ſed quod fit ex.q.d.in.a.b.cognitum nobis eſt, vt æquale duobus productis,hoc eſt ex.q.a in.d.b.& ex.q.b.in.d. a. ex ſecunda primi Almageſti.quæ producta nobis cognita ſunt,cum nobis data ſint eorum latera. Quapropter facta cum fuerit figura quadrilatera rectangula ſimilis alicui alteri rectangulæ figuræ productæ à duobus lateribus inuicem ita proportionatis, vt ſe habet.q.d.ad.a. b. æqualis tamen duobus productis, hoc eſt producto ex.q.a. in. d. b. & ex. q. b. in. d. a. ex doctrina,25. ſexti Eucli quæ quidem figura, exempli gratia, ſit.u.t. eius verò latera ſint.u.n.et.n.t. Hæc enim dico æqualia eſſe. q. d. et. b. a. hoc eſt. n. t. maius maiori. b. a. et. u. n. minus minori. q.d.Quod ita probabo. cogitemus rectangulum.s. r. productum eſſe ex duobus lateribus.q.d.et.a.b. ſed,s.n.æqualis ſit.q.d.et.n.r.æqualis.a.b.ſintq; duæ lineæ. s. n. et. n. r. inuicem directè coniunctæ, vnde. u. n. directè coniuncta etiam erit cum.n.r.ex quo rectangulum.u.t.æquale erit rectangulo.s.r. ex communi conceptu, eademq; proportio erit.u.n.ad.n.t.quę.s.n.ad.n.r. eo q ita factum fuit, cum autem ita ſit.u.n.ad.n.t.vt.s.n.ad.n.r.tunc permutando ita erit.n.t.ad n.r.vt.u.n.ad.n.s.ſed quia ita eſt.u.n.ad.n.r.vt.s.n.ad.n.r ex 15.ſexti,tunc permutando ita erit.n.r.ad.n.t.vt.n.u.ad.n.s.quare ex 11.quinti ita erit.n.t.ad.n.r.vt.n.r.ad.n. t.quapropter ex neceſſitate ſequitur.n.t.et.n.r.inuicem æquales eſſe,et.u.n. ſimiliter cum.n.s.

Inuentæ nunc cum fuerint duæ diametri. q.d. et. a. b. ipſius quadrilateri, difficile non erit eius angulos inuenire, eo q mediante.a.b.cognita,ſimul cum.b.d.et.a. d.datis,faciemus triangulum.a.b.d.vel mediāte.q.d.et.q.a.et.a.d. cognitis faciemus triāgulum.a.q.d.ex.22.primi. Vnde cum centrum circuli circunſcriptibilis cuiuſuis dictorum triangulorum ex quinta quarti inuentum fuerit,triangulum reliquum, ab eo dem circulo circunſcriptum erit, ex communi ſcientia.

SEd vt ipſa operatio facilior fiat, Sint eędem lineæ.b.d:b.q:a.q.et.a.d. ex quibus poſſit quadrilaterū effici. Videatur deinde primò quas volumus oppoſitas ſibi inuicem eſſe, ponatur ergò ut.q.a.et.b.d.velimus oppoſitas inuicem facere,et. q. b. cum.a.d. ſimiliter, accipiemus nunc. K. cuiuſuis magnitudinis, cui comparetur. e. ita proportionata,vt.q.b.eſt ipſi.a.d.ex doctrina.10.ſexti Eucli.vel accipiatur. a. d. vice.K.et.q.b.vice.e. quod idem erit, & expeditius,inuenietur ſimiliter.h.ita proportionata ad.e.et.g.ad.k.vt.b.d.eſt ad.q.a.vel.g.ad.h.vt.a.d.ipſi.q.b.quod idē erit.

Hoc facto coniungantur inuicem directè.g.et.e.quarum compoſitum ſit. g. e. & ita duæ.K.et.h.ex quibus ſit.K.h. Nunc ex iſtis duabus lineis.e.g.et K. h. fiat paral-

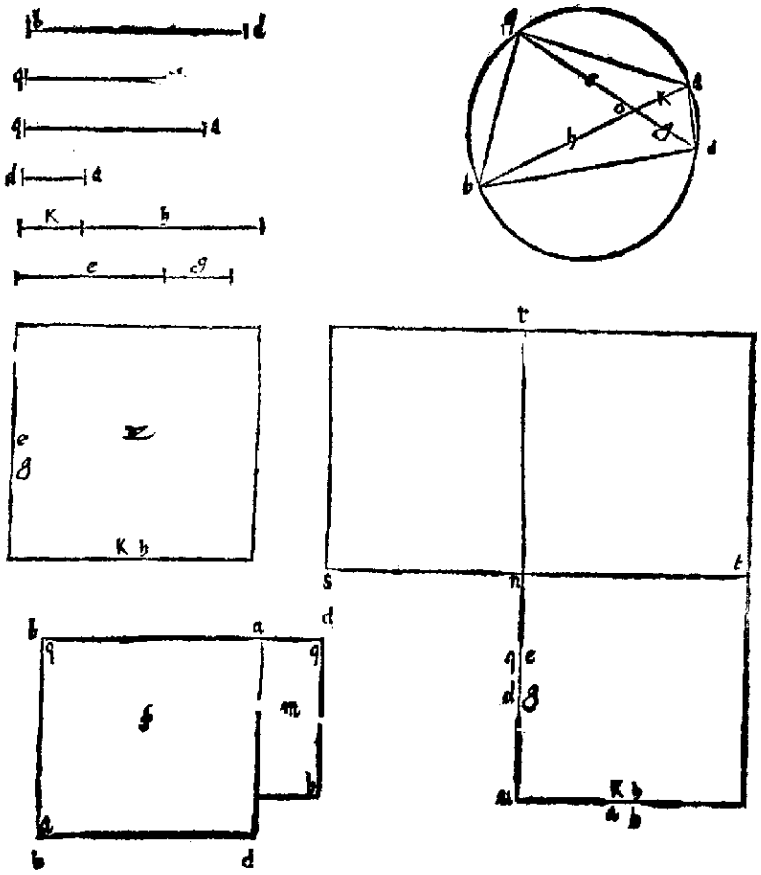
lelo-

lelogrammum.Z.deinde fiant alia duo parallelogramma rectangula quorum vnum ſit ex.q.a.in.b.d.reliquum verò ſit ex.q.b.in.a.d.quæ quidem ſint.f.m.

Quo facto deſignetur rectangulum.u.t.ex.25.ſexti, quod æquale ſit duobus rectangulis.f.et.m.ſimile tamen.Z.cuius rectanguli vnum latus correſpondet.e.g.reliquum verò.K.h.in proportione,ſed in æqualitate,vnum correſpondet.q.d. reliquū vero.a.b.diametris ipſius quadrilateri.

Accipiatur nunc latus illud quod correſpondet.K.h.hoc eſt ipſi. a. b. maius ſcilicet,& ſimul cum.b.d.et.a.d.formetur triāgulū. a.b.d.ex.22.primi Eucli. circa quod circunſcribatur circulus ex.5.quarti.& inuentum erit quod quęrebamus.

PER



PER EVNDEM PARALLELVM absque correctione semper nauigari non posse.

Vbi notantur Petri Nonij lapsus in correctione erroris nauis. Et alij Petri Medinæ errores.

ILLVSTRISSIMO ANDREAE PROVANAE Leinici Domino, Fruzasci comiti, Aequiti Torquato, inthimo Serenissimi Sabaudiæ Ducis Consiliario, eiusq; & sacræ religionis sanctorum Mauritij, & Lazari Classi Præfecto.

NTER Eximias tuas virtutes, rei nauticæ peritia Illustris emicat merito ad te scribendum duxi, quod ad eam facultatem pertinens excogitaui, simul cum quibusdam alijs instrumentis, vt nonnihil commodi attulisse videar maritimis negotijs, & aliqua ex parte animi mei erga te propensionem indicauisse.

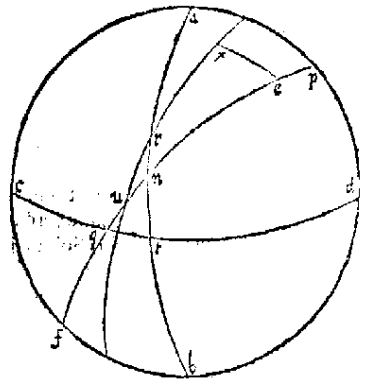
PEr vnum eũdemq; parallelum in primis absq; aliqua correctione semper nauigari posse, omninò nego. Nã, verũ est id quod Petrus Nonius in initio sui operis ostendit, idest nauim versus æquatorem semper declinare: qui eã corrigit errorem, fallitur, cum ipse, eandem nauim, parallelam æquatori in vno verticali ipsi æquatori propinquiori, & non in primo parallelo dirigit, itaque existimat in fine itineris, vbi describit punctum. o. eam in eodem parallelo priori reperiri debere, quod verũ nõ est, quia ea correctio efficit, vt motus nauis effectũ cuiusdã descensus p̃ caligradum p̃stet, in quo à gradu in gradũ fiat descensus, sed si per gradus tñ ascenderet quãtũ descendit, dubiũ nõ est quin in fine ita esset se habitura quẽ admodum in medio & in principio, cum verò semper descendat, absque vlla ascensione, necessariò sic semper procedens, remota cum essent impedimenta terræ, sub æquatore reperiretur, sub quo perpetuò circuiret globum.

Idem sub quolibet meridiano præstare potest, idest vno eodemq; vento circumuerti: sed per alios circulos quam per hos duos (siue circulus magnus siue paruus) id nunquam perfectè efficere potest, de parallelis iam manifestum est, cum impetus naturalis corporum, quæ mota sunt semper in superficiebus circulorum maiorum, quorum circunferentię cum circunferentijs minorum, præter quam per vnum quod dam punctum quando adinuicem contiguæ sunt, aut per duo idest cum se se intersecant non communicant, ita quod ad efficiendum, vt triremis aliqua, aut nauis, per aliquem ex parallelis ad æquatorem moueatur, necessario sit futurum, vt ratione cõtiguitatis & non cõtinuitatis eam moueri curemus. quia ratione continuitatis omninò fieri non pót, aut constet virtus mouens remis, aut velis. Sed per quemlibet aliũ circulum maiorem, qui non sit aut æquator aut aliquis ex meridianis, est penitus impossibile. idest vt vnius venti vi nauis impellatur. Quod vt clarè pareat, sit orizon. a.c.b.d.& æquator. e.q.t.d.& vnus meridianorum sit. a.r.n.t.b. in quo. n. sit Zenit sub quo primum nauis reperiatur et. r. sit polus septentrionalis. Ponamus etiam quod

azimut.

azimut. f.q.u.n.p. constituat angulum. a.n.p. seu. f.n.b. cum meridiano graduum. 45. vnde tot graduum erunt arcus. a.p. et. b.f. orizontis, quapropter punctum. f. commune ipsius orizontis cum azimut, erit medio in loco inter. b. et. c. & ideo quarta. n.f. ipsius azimut secabit quartam. c.t. ipsius æquatoris in puncto. q. & habebimus triangulum. q.t.n. cuius angulus. t. rectus erit, & angulus. n. cognitus simul cum latere. n. t. latitudinis loci, quibus rebus mediantibus deueniemus in cognitionem lateris. q.u. lateris. q.t. & anguli. q. ex. 4. primi Copernici si voluerimus.

Ponamus nunc nauem à puncto. n. discedere seu iter facere versus. u. punctum, & in ipso. u. reperiri, iam in hoc situ habebimus angulum huius secundi meridiani. r.u.p. qui quidem in hoc casu minor esset angulo. r. n. p. extrinseco trianguli. r. u. n. ex conuerso secundæ partis. 48. ppositionis tertij lib. de triãgulis Monteregij, seu ex. 13. primi Menelai, cuius anguli. u. arcus orizontalis sit. x.e. qui quidem minor erit arcu. a.p. vt patet ratione anguli. r.u.e. minoris, ergo alius ventus nauem impellet à puncto. u. versus. q. diuersus ab illo qui prius ab. n. versus. u. eam impellebat.



Vnde clarè patet verum esse quod dico, hoc est quod aliquo modo fieri non potest, vt nauis ab aliquo loco ad alium, breuissimo interuallo ire possit idest per gyrum circuli maioris sphæræ vno tantummodo vẽto eam impellente, præter quam in æquatore, seu in aliquo quouis meridianorum, nos autem ire per gyrum alicuius paralleli dementia esset, nisi necessitas cogeret.

Huiusmodi demonstrationis ope, quantum decipiatur Petrus Medina cap. 6. lib. 3. cognoscitur, vbi sic scribit; Vbicunque locorum reperiatur homo, aliquem circulum qui vniuersum ambiat imaginatione sibi confingens, per totum eum circulum vno eodemq; vento nauigatio suscipitur. Ex hac etiam demonstratione, quàm falsa sit charta maritima patet, cuius beneficio existimant nautę se per breuissimum iter a loco ad locum vehi etiamsi dicti loci non sint ambo in æquatore, aut in aliquo meridiano, sed extra dictos circulos vnico tantum vento impellente & si in paruis æquoribus hic error parum deprehenditur, forte tamen in magno Oceano clarè pateret. In superius igitur dicta demonstratione iam ostendi, quod si velimus vehi ab vno loco ad alium beneficio alicuius circuli maioris, præter duos iam dictos, hoc fieri non potest vno eodemq; vẽto impellente. Vnde sequitur, omnia ea interualla quæ vno eodemq; vento transibimus futura longiora, præterquam in duobus dictis circulis æquinoctiali & meridiano.

Cum verò Petrus Medina cap. 7. volens probare chartam maritimam bonam esse, planisphęrium Ptolomei & Iordani citat, non animaduertit quam diuerso modo a charta maritima huiusmodi instrumentum sit fabricatum, cum exceptis orizonte recto, & meridiano in dicto instrumento quilibet alius circulus sit circulus, siue sit almicantarat, siue azimut, siue æquator, siue tropicus, siue zodiacus, siue alius quiuis circulus, cum in charta maritima ne vna quidem sit linea, quę non sit recta, quolibet nomine vocetur.

Superius

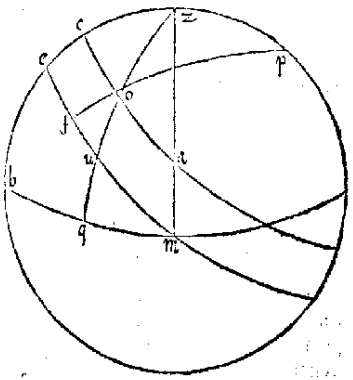
Superius positæ meæ demonstrationis ope, deuenimus in cognitionem magnitudinis arcus.n.q.cognoscimus etiam angulum.n.q.t.vnde nobis manifestũ esset quo vento oporteret iter facere.cum à puncto.q.nauis aliqua discessura esset, in eodem azimut proposito. Idem etiam dico de puncto.u.cum cogniti essent arcus.n.u.et.n.r.vt supponitur,simul cum angulo.r.n.u.vnde cognitus esset nobis angulus.n. u. r.ex 11.primi lib. Copernici, ex quo ventus nobis cognitus foret.

Modus autem quem idem Medina cap.9.lib.tertij ad cognoscendam distantiam vnius meridiani ab alio præscribit,in genere est falsus,etiam si is ab antiquis eum desumat,qui,hic non viderunt quam magna inter meridianos differentia sit interuallorum eorum quæ sunt vicina polis & eorum quæ sunt circa æquatorem.

Falsus est etiam modus ab eo traditus ad cognoscendos gradus longitudinis per medium itineris cogniti,in quouis parallelo extra æquatorem facti,& hoc cap. 14.libri tertij eiusdem,& primo cap.lib.4.cõtinetur,vbi.17. leucas cum dimidia cuilibet gradui tam paralleli quàm meridiani assignat.

Falsum est etiam quod ab eo asseritur,Solem,cum reperiretur in æquatore, circa eos qui sub ipso æquatore habitant,vnius diei noctisq; spatio per omnes uentos circumuolui.quia illis æquator idem est cum verticali, qui duos tantum rhumbos producit,idest orientis,& occidentis:hic verò error,in secundo cap.lib.6.habetur.

Falsum est etiam quod profert Solem ijs qui habitant sphæram obliquam, qualibet hora tertia,regulariter ab vno rhumbo ad alium ex præcipuis idest ab vno azimut ad alium progredi,quemadmodum eadem cap.2.lib.6.et.7. cap. septimi libr. scribit. Huius autem rei falsitas ita facile deprehendetur, ponamus hemisphærium orientale, verbi gratia,cuius meridianus sit.p.z.b.æquator aũt.e.m.vnus verò parallelorum septentrionalium sit.c.a.in quo Solem existere ponamus,orizon autem sit. b.m.zenit vero.z.polus arcticus.p.sit postea azimut.z.q.à meridiano distans per gradus.45.qui quidem azimut in hoc hemisphærio erit rhumbus illius venti,quem uulgo Itali Sirocum dicunt,et.z.m.sit azimut verticalis qui in hoc hemisphærio erit rõbus venti orientalis, ita q̃ secundum Medinam à rhumbo.z.m.ad.z. q. Sol absoluet spatium tẽporis trium horarum, & aliud æquale temporis spatium absoluet à rhũbo.z.q.ad.z.b.ex ipso Medina, vnde arcus.a. o. paralleli esset graduum. 45. & item arcus.o.c.



Ponamus nũc Solem reperiri in æquatore,vbi per ipsum Medinam arcus.u.m. similiter esset graduum.45.& sic.u.e:protracto ergo arcu. p. o.f. palam erit arcum.f. e. fore graduum. 45. sed cum arcus. e. u. sit graduum. 45. ex suppositio ipsius Medinæ, sequeretur arcum. e. f. æqualem esse arcui.e.u.pars igitur æqualis erit suo toto.

Id etiam quod Petrus Nonius pagina 124.et.125.lib.de arte nauigandi contra nautas de distantijs Solis à meridiano scribit,hanc opinionem Petri à Medina & eorum qui idem ei persuaserunt falsam esse demonstrat.

Fal-

Falsum est etiam id quod cap.3.lib.6. pronuntiat,ita dicens.

Quod cum verum esset à parte orietali insularum quæ azore dicuntur, pyxidem versus eum ventum qui vulgò Græcus dicitur,& ab occidentali versus eum qui Magister dicitur,vergere, huius rei nulla est ratio.

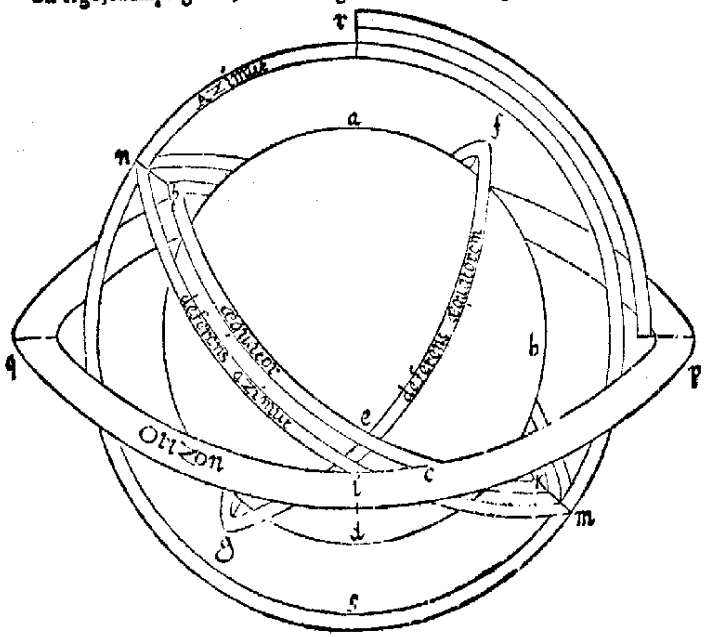
Ego enim huiusmodi rationem reperiri posse contendo, quæ talis est, quia pars rosæ(ut vocant) à magnete tacta, ad aliquod punctum,aut situm globi terræ, in eodem meridiano insularum,quæ Azore dicuntur,vltra situm poli arctici in terra dirigeretur ,ita vt situs dicti poli in terra esset in dicto meridiano, inter locum qui ab indice rosæ aut pyxidis respiceretur, & dictas insulas,id quod superius scripto meridiano facile cognosci potest,sumendo pro insulis situm.e.in meridiano et. z. pro polo, et.p.pro loco qui à pyxide sit visus , imaginãdo deinde pyxidem in.f. magis orientali quam est.e.clarum est lineam quæ respicit(ponamus)r.p.versus Græcum & ab alia parte versus Magistrum declinare.

De Armilla Nautica.

AD EVNDEM.

CVm sæpe viderim quam in magnis æquoribus nos fallant,atq; decipiant maritimæ,seu nauigatoriæ chartę,quemadmodum aliquoties inter nos sermonem habuimus: in id totus incubui vt aliquam machinam excogitarem,quæ difficilis non esset, efficeretq; vt nauis super aquę globum, beneficio circulorum maiorum,quam optimè posset, ideſt breuissimo itinere ab uno loco ad alium ferretur. Id q̃ mihi ex animi voto succesſurum putaui,beneficio quinq; circulorum circundantium aliquẽ globum terrestrẽ & maritimum,quales ij sunt qui in inferiori Germania à Gerardo Mercatore struuntur,qui vno pede cum dimidio diametri constet,ideſt:ſesquipede.

Sit ergo,exempli gratia,huiusmodi globus.a.b.d.circa quem duo circuli, aut cir



Ee cula-

culares lineæ ex aurichalco applicentur inuicem coniuncti per medium ad angulos rectos, quorum prior. f. e. g. in se globi polos mediantibus extremitatibus axis mundi contineat, qui quidem poli à punctis suarum intersectionum per quartã ex æquo in punctis. f. et. g. ita distent, vt globus circa eosdem, in situ longitudinis mundi volui possit. Huiusmodi autem circulus, æquatoris deferens appelletur.

Secundus autem circulus sit. h. e. K. cum prior ad angulos rectos in puncto. e, & in suo opposito connexus; & is appellabitur æquator, & poli. f. g. primi poli dicentur.

Circa huiusmodi duos circulos, alios etiã duos existere velle simul cõiũctos medio ad angulos rectos. In quibus quidẽ intersectionis punctis sint duo poli, qui hos duos circulos cum secundo priorum ideſt cum æquatore in duobus punctis inuicem oppositis connectant; quæ æquatoris puncta à punctis intersectionis eiusdem cum suo deferente, ratione vna quarta distent, quorum duorum circulorum primus sit. n. i. m. quem deferentem azimut appellabimus; secundus. r. n. s. m. azimut locorum nominabimus. eorundem intersectionis rectæ, puncta sint. n. et. m. à quibus duo poli ex aurichalco confecti similes primis. n. h. et. m. K. vsque ad puncta. h. et. K. æquatoris perueniant, qui spissitudinem æquatoris distantem à puncto. e. vna quarta penetret, ita vt æquator circum circa. n. h. et. m. K. in situ latitudinis mundi verti queat. Et hos, secundos polos nominabimus.

Alius deinde circulus. q. i. p. duos posteriores circulos ambiat, cum deferente ramen azimut mediantibus duobus polis in puncto. i. & in suo opposito ex æquo distantibus à secundis polis vnius quartæ spatio iungatur. Ita vt dictum deferens azimut circa hos tertios polos volui possit, atque hunc circulum. q. i. p. orizontem vniuersalem vocabimus. Hic vero orizon super quatuor quartas circuli, aut super quatuor paruis columnis, ut fieri solet innixis suæ basi, ita ponatur, vt moueri non possit.

Primus autem circulus. f. e. g. deferens æquatoris in. 4. partes æquales diuidatur, quarum quælibet. 90. gradibus constet, incipiendo ab intersectionibus. e. & eius oppositi æquatoris, & numeri in polis. f. et. g. globi finem sortiantur. Diuidatur etiam æquator. h. e. K. in. 360. partes incipientes à puncto. e. versus. K. deferens autem azimut. n. i. m. ab omni diuisione liber maneat, sed azimut. n. s. m. r. in. 360. gradus incipiendo à puncto. n. versus. r. diuidatur.

Orizon autem. q. i. p. diuidatur in quartas, quarum quælibet sit nonaginta graduũ incipiendo à puncto. i. & eius opposito ideſt à polis posterioribus & terminando in punctis. q. et. p. in medio ipsorum polorum, & quarta. i. p. orientalis septentrionalis, et. i. q. orientalis meridiana appellentur. & sic ordine seruato occidentales.

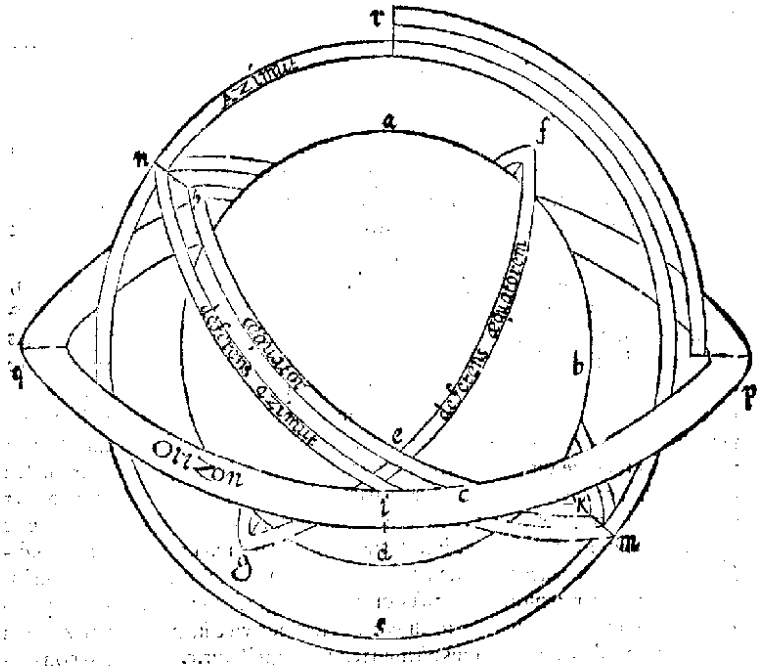
Præterea præparata sit quædam quarta, ex aurichalco, circuli æqualis ipsi orizonti, & in. 90. gradus distincta quæ cum quauis suarum extremitatum ipsi zenit, in azimut applicari possit, quemadmodum circa globos cęlestes fieri solet; quę quidem ad cognoscendam altitudinem poli ipsius globi ab orizonte nobis inseruiet.

Atque hac ratione hanc nostram machinam perfectè absoluemus quã appellandam esse Armillam nauticam sentio. Hic autem illud non omittam, concauum duorum priorum circulorum à superficie globi non nimis distare debere & concauum aliorum à superficie conuexa priorum longe positos esse nõ debere, & concauam orizontis à conuexa secundorum procul abesse non debere.

Neque illud etiam prætermittendum est, operepretium fore si in intersectione e. priorum, erit foramen elicum, vt clauo elico ex aurichalco confecto, possimus sistere globum, quando oportuerit, ne amplius circa primos suos polos. f. g. circumuoluatur, cum sit⁹ fuerit. Inde etiam laudo vt in azimut. r. n. s. m. è regione deferentis æquatoris, ideſt. f. e. g. aliud quoddam foramen huiusmodi sit positum, in quo

clauus

clauus elicus vsque ad circulum. f. e. g. perueniens, æquatorem sistere possit, ne circa secundos polos. h. et. k. amplius moueatur quum nolucrimus eum mutare situm.



De vsu Armillæ nauticæ.

VT autem nostra Armilla nautica vti possimus pyxidem nos prius oportebit habere, diuersam tamen ab ijs, quibus nautæ hactenus vsi fuere: nolo enim vt tam crassa Minerua beneficio ventorum communium circa hanc rem nos geramus, sed ratione gradum orizontis in. 360. partes distincti, atque ob hanc causam sentio, vt ima pars pyxidis penitus detecta videatur, & in. 360. partes diuidatur, nilq; aliud quam quandam lanceolam supra eius acum esse volo, quæ dum mouebitur nauis, per gradus quamlibet orizontis partem ostendet; hos autem. 360. gradus, ita se habere volo, vt quælibet quarta. 90. contineat, supputatioq; à linea meridiana incipiat, & in verticali desinat, vt huiusmodi diuisio cum ea, quæ est orizontis Armillæ eadem sit.

Præsupponantur nunc in globo duo loci extra æquatorem, & in diuersis meridianis quomodolibet adinuicem distantes, à quorum vno ad alium sit nauigandum itinere quo ad fieri poterit breuiori, ideſt per gyrum circuli minoris, dixi autem extra æquatorem, ideſt vt ambo, nec in æquatore, nec in vno eodem meridiano existãt, quia vt aliàs dixi in huiusmodi locis, vnico tantum vento comite, iter conficere possumus.

Volo primum vt mediante circumuolutione globi circa primos polos. f. g. & æquatoris circa ſecundos. h. k. hoc eſt per longitudinem, & latitudinem, hi duo loci. in globo propoſiti ſub azimut. r. n. s. m. ſecundorum circulorum ſitum ſortiantur, qui azimut orizontem in punctis. q. &. p. ſemper ad angulos rectos diſpeſcit ibique globum ita quieſcere vt circa polos. f. g. non voluatur, & æquatorem etiam ſic firmare, vt circa ſecondos polos. h. k. non vertatur faciamus.

Quod cum factum fuerit, ſecundorum circulorum primus, qui eſt. n. i. m. deferés azimut, circa tertios polos. i. & eius oppoſitum, eo vſque voluatur quouſque prior globi locus, ideſt is à quo iter eſt inchoandum per. 90. gradus azimut diſtet ab orizonte, id eſt ſub zenit orizõtis. q. i. p. ſit poſitus, quemadmodum, exempli graria, ſi punctum. a. dicti primi loci globi rationem indueret, & borealius eſſet, mediante circumuolutione circuli. n. i. m. circa dictos tertios polos æqualiter diſtans ab. q. & p. ideſt per. 90. gradus poneretur ſub. r.

Conſideretur deinde vbi æquator. h. e. k. ſecundus circulus duorum primorum, ab orizonte. q. i. p. ſecabitur, exempli gratia, in puncto. c. quartæ orientalis ſeptentrionalis eiuſdem orizontis. Videatur deinde quot nam gradibus conſtabit arcus i. c. & per totidem gradus conſtituatur extremitas ſeptentrionalis lineæ meridianæ pixidis nauticæ, diſtantis à cuſpide ſeptentrionali ipſius lancolæ orientem verſus, mediante nauis circumuolutione. vnde ipſamet nauis in huiuſmodi ſitu azimut, qui per duos hos locos tranſit, dirigetur, efficiendo vt eius prora verſus locum ad quem voluerimus tendere dirigatur. Cum verò vela ventis dabimus, tot milliarium ſeu leucarum iter conficiemus, quot quarta pars vnius gradus requirit. & dum hoc iter abſoluitur, ille qui præeſt naui, defferentem azimut. n. i. m. circa ſuos polos. i. & eius oppoſitum, ſic circumuoluat, vt interſectio azimut. r. n. s. m. cum orizonte. q. i. p. diſtet à prima ratione dictæ quartæ partis vnius gradus, conſtituendo ſecundum locum, proximiorem zenit, ratione dictæ quartę partis gradus azimut. Hiſce ita peractis obſeruetur deinde vbi æquator. h. e. k. hac ſecunda vice interſecabit orizontem q. i. p. quod quidem interſectionis pũctum ſemper appelletur. c. quod dico non amplius in eadem diſtantia manſurum, vt prius à puncto. i. ſed aut longius diſtabit, aut propius accedet, vt in præſenti exemplo. quemadmodum ex ſe manifeſtum eſt, cum poli globi, ideſt æquatoris ſint extra azimut, vt præſupponitur, quia loci ſunt in diuerſis meridianis.

Pro huiuſmodi autem diſtantiæ ratione denuo dirigatur nauis prout æquator. h. e. k. in orizonte. q. i. p. nobis oſtendet, atque hoc modo omnium iter quaſi breuiſſimum fiet. dico autem, quaſi, quia omnibus modis neceſſario conficitur iter contortum & in formam ſerpigineæ lineæ. Applicantes deinde per vices extremitatem quartæ appoſitæ (de qua ſuperius mentionem fecimus) ipſi zenit. r. efficientes vt per ſitum poli globi pertranſeat, deueniemus in cognitionem altitudinis eiuſdem ab orizonte, & per conſequens quantum itineris per latitudinem eiuſdem globi peregerit. mediante deinde interſectione orizontis. q. i. p. cum æquatore, cognoſcemus quantum itineris per longitudine eiuſdem globi, in ipſo æquatore fuerit peractum.

In-

Inſtrumentum ad ortum, & occaſum Lunæ cognoſcendum qualibet anni die.

AD EVNDEM.

ECce tibi vir Illuſtriſs. modũ conficiẽdi inſtrumenti nuper à me inuẽti, vt tibi ſignificaui, quo ſcire poſſis fermè in dies, qua hora (de aſtronomicis loquor) ad determinatum parallelum & abſq; multa ſupputatione, etiam abſque Aſtrolabio Luna oriatur occidatq;. In quo inſtrumento poteris etiam videre quo in ſigno Sol, & ſæpius iridem Luna permeat, & huiuſce aſpectus cum Sole, atque longitudinem diei noctisq; toto anni tempore exactè diſcernere.

Circularis lamina ex argento, aut ære, aliaúe materia paranda eſt, in cuius ſuperficie ambarum facierum Zodiacus delineabitur, modo inferius depicto, deinde pro anno quinque circuli ſibi inuicem concentrici, at reſpectu Zodiaci excentrici celabuntur in ea, adeo vt vtriuſque centri diſtantia ſit pro. 32. parte ſemidiametri concauitatis Zodiaci è regione locis augis, temporis qui noſtra ætate circa finem ſecundi gradus cancri inuenitur, eandem viam, in hoc, ſequuti, quam Stoſlerus in dorſo Aſtrolabij docet. At nomina menſium media ponantur inter duos maiores circulos, poſtea inter ſecundum, & tertium ab vna facierum laminæ, arcus ſemidiurni, ab altera vero arcus ſeminocturni, per quinos quoſque dies collocentur, ita exactè, vt hic ſubtus videbis adeo vt numeri dierum & ipſorum dierum ſigna ſint in interuallo vicinioribus centro communi dictorum quinque circulorum.

Poſteaquam ab vna & altera facierũ laminæ hæc inſculpta fuerint, alię duæ circulares laminæ, magnitudinis ſemidiametri minimi quinque circulorum accipiantur; quarum vna pro ortu, & altera pro occaſu Lunæ deſeruiet. In qualibet ipſarum conſtituentur circuli quatuor, eo modo qui paulo inferius cernitur, quos omnes diuidemus in triginta ſpacia æqualia: & in interuallo qđ inter duos primos circulos poſitũ eſt, triginta dies annotabim' qui ipſos Lunæ triginta dies præſcribẽt, vt in figura.

Poſtmodum in lamina quæ ortus Lunæ indicabit, ac duorum maiorum circulorũ interuallo è regione numeri. 1. videlicet primi diei, ponemus horas. 12. & minuta. 48. ex aduerſo diei ſecundi ho. 13. & min. 36. ex oppoſito tertij ho. 14. min. 24. & ſic ſucceſſiuè augendo per min. 48. & indicem è diuerſo diei. 30. ſtatuendo, qui coitus Lunæ cum Sole ſignificabit: atque linea aſpectuum, vt inferius videre eſt facilè inueniemus.

Altera in lamina quæ occaſum Lunæ indicabit, poſtquam diſtincta fuerit, vt altera. 30. dies ac cęteræ lineæ, eo modo quo in ſuperiori collocabuntur, at numeri interualli maioris, aliter diſponentur, vtpotè ex aduerſo diei primi ſolum. 48. minuta deſcribi debent, è directo ſecundi diei ponenda erit hora vna cum minutis. 36. & è regione tertij inſcribentur. 2. horæ, & min. 24. & ſic ex ordine per. 48. minuta augendo.

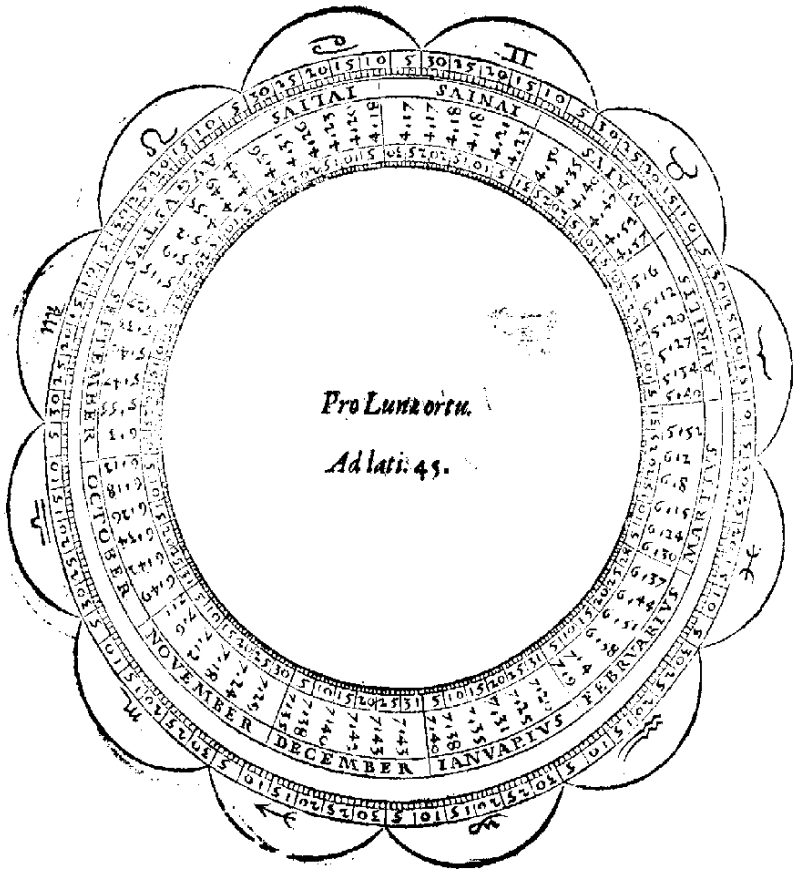
Nunc lamina ortus Lunæ, cum anno arcuum ſeminocturnorum, & illa occaſus cũ anno arcuum ſemidiurnorum concẽtrari debet, & ita noſtrum inſtrumentum perfectum erit & abſolutum.

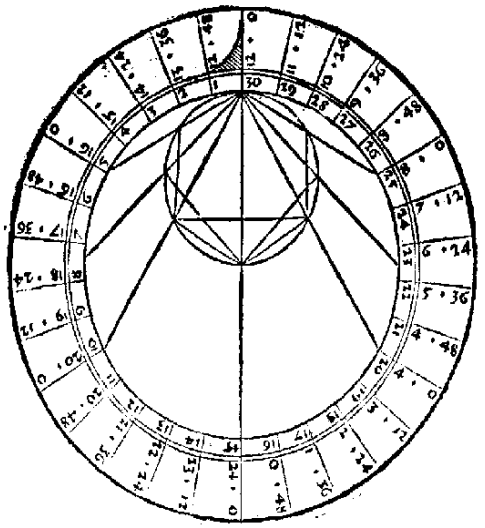
Quoties igitur voluerimus medio inſtrumento dignoſcere fermè in tali orizonte qua hora Luna oriatur, ita neceſſe erit volubilem rotam ortus flectere, vt index veniat è regione diei menſis in quo talis operatio fit & tali rota firma manente perſpicere,

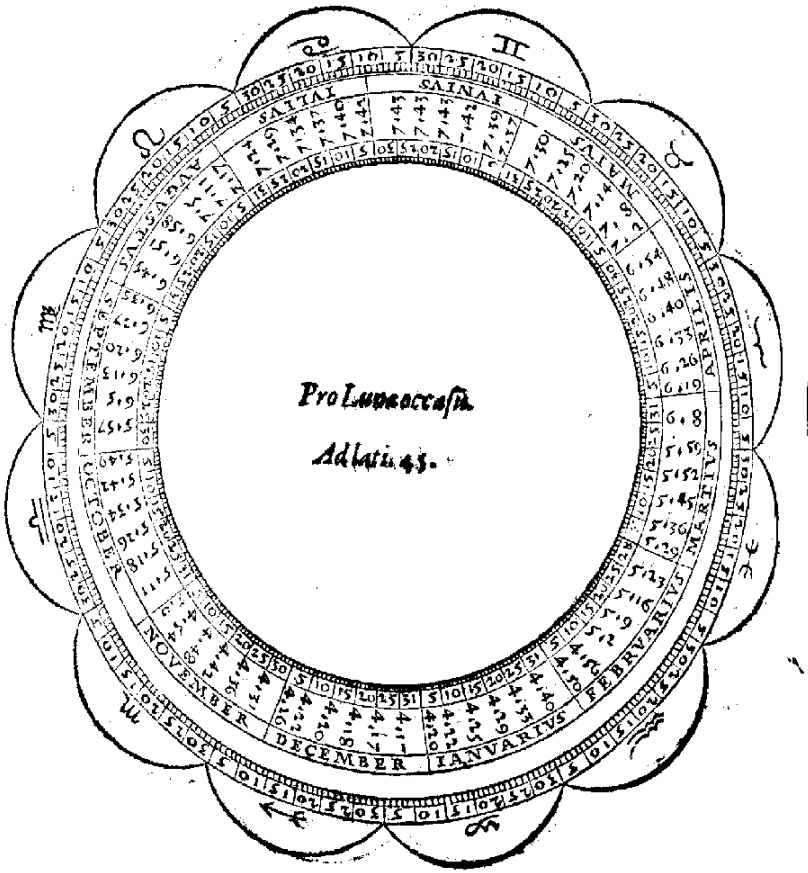
cere ex aduerso dici Lunæ, numerum horarum & minutorum in maiori interuallo ipsius rotæ notatorum, qui cum arcu seminocturno anni, quo cum in ipsa rectitudine centri conueniet colligetur, & summa quæ ex tali supputatione proueniet apertas faciet horas astronomicas, quibus ferè etsi non exactè in die pro posito Luna orietur. Idipsum fiet pro occasu Lunæ.

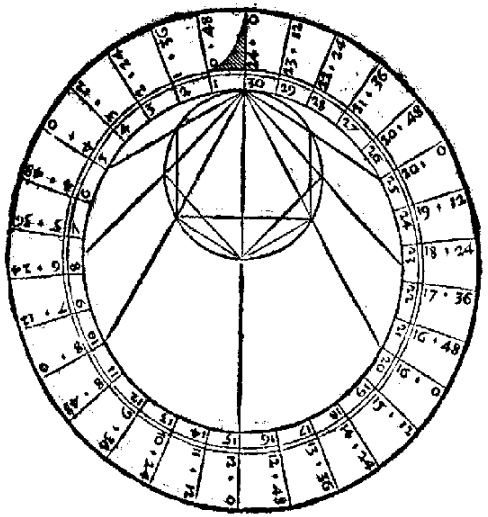
DIEM ætatis Lunæ iam totus orbis scit inuenire, media supputatione numeri Epactæ currentis cum numero mensium, sumpto principio à Martio, adiunctis diebus mensis currentis, & detracto numero. 30. à summa prædicta, si ab ipsa dictus numerus. 30. superatur.

Sed ne aliquis putet sufficere tantummodo additionem quatuor quintarum horæ qualibet die. à nouilunio inchoando, sciendum est huiusmodi recessum Lunæ (quamuis non ita exactæ fiat) non computandum esse ab orizonte aliquo, sed à recto, seu à meridiano quod idem est, quemadmodum vnicuiq; mediocriter erudito patere potest. At propositum nobis non est scire qua hora Luna in meridiano reperiatur, sed in nostro obliquo orizonte, in parte orientali seu occidentali, propterea igitur addendus est, ei summæ temporis, qua Luna distat à meridiano, arcus semidiurnus, vel seminocturnus illius loci Zodiaci, in quo Luna reperitur illa die in proposito parallelo, vt sciatur proximè, qua hora (ex astronomicis) Luna erit in orizonte orientali, vel occidentali dicti paralleli. supradicta enim additio quatuor quintarum horæ tantummodo, sufficiens erit temporibus æquinoctij, sed alijs anni temporibus falli ratione iam dicta.





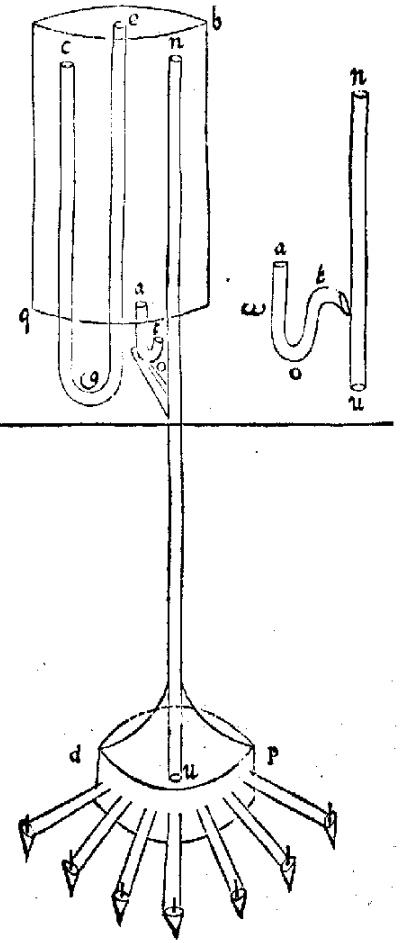




DE LVCERNA SPIRITALI QVAM SERENISS. Sabaudiæ Duce. D. meo collendiſs. anno. 1570. conſtruxi.

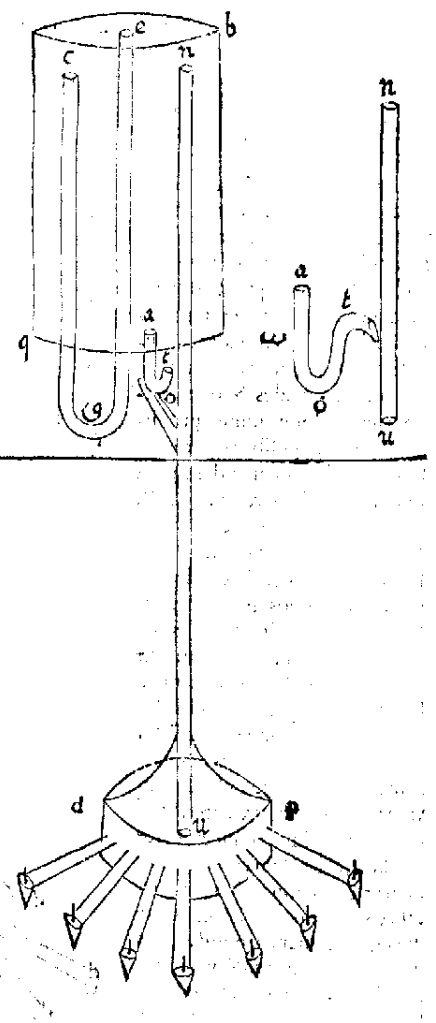
CLARISS. FRANCISCO BARBARO VENETORVM apud Sereniſſimum Sabaudiæ Ducem Oratori Illuſtriſſimo.

HERON varias ac diuerſas hydraulicas, & ſpiritales machinas propoſuit, inter quas tamen nullam ſimilem, ei quã ego Sereniſſimo Sabaudiæ Duci conſtruxi, deſcribit, quę quidem fuit Lucerna, & erat huiuſmodi, vt à magno aliquo vaſe oleo pleno ſupra alicuius triclinij tabulatum poſito, ſubtilis quidam tubus perpendiculariter per tabulatum exiret, & in dictum triclinium vſque ad medium deſcenderet, ita tamen vt hic ſolus tubus, non item vas oleo plenum cerneretur, cuius quidẽ tubi inferiori extremitati iunctum eſſet quoddam paruum receptaculum olei, ſimile eo operculo alicuius pyxidis, è cuius ambitu prope baſim multi diuerſi quæ tubi æquales & orizontales, cuiuſuis longitudinis proſilirent, quorum quilibet in extremitate ſua, exiguam quandam pyramidẽ, appẽſã haberet, in qua elli chnũ eſſet cũ mixo. oleũ deinde medio ppẽdicularis tubi ad receptaculũ extrinſece deſcendebat, & per alios tubos ad nutriendas flammas dum arderẽt ferebatur: at vero cũ eędem erant extinctæ ne minima quidem olei gutta deſcendebat: id quod eos qui aſtabant in admirationem trahebat.



Hæc autem lucerna ſic erat cõſtructa. Vas oleariũ cylindricum vt in ſubſcriptæ figura patet, cuiuſuis magnitudinis, omni ex parte clauſum faciendum curaui, ita tamen vt eius coopereulum aliquã tulũ concauum eſſet, in cuius medio erat foramen. e. quod erat os tubi. e. g. qui ſub eiuſdẽ vaſis fundo vſque ad. g. tranſibat, ſed poſtea ſurſum, quaſi vſq; ad cooperculum in ſitu. c. ab inferiori parte reflectebatur, & ibi terminabat.

Vnde oleum quod in vas infundebatur per foramen.e. dictum vas postea ingrediebatur per foramen.c. Habebat deinde tubum.n.u.rectum, qui à situ.n. propinquo eo operculo ad libellam extremi.c. incipiebat, & per fundum contignationem ꝙ; vsque ad centrum supradicti receptaculi (circa quod tuborũ ope appensę erant cllychniorum pyramides) transibat, atque huiuiusmodi tubi. n. u. extremitates tam superius quam inferius erant apertæ, & hic tubus aeris erat. Præterea aliud quoddam foramen in vasis fundo feceram, cui p̃ruum tubũ.a.o.t. reflexum, ita tamen, vt. o. altius esset quam. g. aptauerã, atq; p hunc reflexum tubum.a.o.t. oleum vasis exibat, ꝙ per osculum.c. in quendam canalem tubo.n. u. infertum, ab extra oleum effundebat, & ab exteriori parte arundinis.n. u. ingrediebatur receptaculum appensum extremo dicti tubi.n.u. quod extremum apertũ erat, ut dixi, & à fundo receptaculi tantum distãs, quãtum volebamus oleum ab ipsius receptaculi fundo altum exiitere quod quidem oleum statim vt ad osculum dicti tubi.n.u. accedebat id claudebat. Vnde aeri ingrediẽ di vas. q. b. non amplius patebat aditus, & per consequens, neque amplius oleũ p tubũ.a.o.t. effluebat, nec etiam per tubũ.e.g.c. aer ingredi poterat, cum.c. g. semper oleo existeret plenũ quũ.g. magis quã. t. ad imũ deuergeret.



Quoties deinde oleum in vas infundere volebamus, oportebat cũ summitate digiti claudere osculum.t. exigui tubi.a.o.t. vnde aer impulsꝰ ab oleo tubi.e.g.c. extra per tubum n. u. quousque oleum vasis ad ęquilibrium ipsius.n. perueniebat, per tubũ. n.u. ingrediebatur. & quando dictum oleum p dictum tubum.n.u. extrinsecè intrabat in receptaculum. d. p. nil amplius olei in vas infundendum erat, & oportebat alicuius digito foramen.u. inferius arundinis. n. u. claudi, & foramen.t. aperiri, vt p ipsum.t. aliqua portio olei exiret, quia tunc quædam pars tubi. e.g. vacua reddebatur, & cum per. t. nil amplius olei

olei egrediebatur, aperiebatur. u. & per ipsum. t. denuo tantum olei exire permittebamus, quantum in receptaculo ad claudendum foramen. u. idoneum existeret. Ratio verò, quę me mouit, ut punctum. g. inferius ipsius. t. constituam, est, quia cũ clausum erit. u. per dictum. t. oleum non amplius egredietur, quia pondus olei in tubo. c. g. maius euadet oleo quod vsque ad. t. progrederetur, tubum autem. e. g. c. reflexum facio, ne cogamur claudere foramen. e. quia hoc difficile præstaretur, tubum etiam a.o.t. sursum versus reflexum constitui, vt aerem ab ingressu per foramen. t. arceré, quia huiusmodi aer nunquam descendit si corpus magis densum non descendat.

Verum est, ꝙ melius erit, vt maiores difficultates euitemus, statuere dictum tubũ a.o.t. ita curuum vt est. a. qui cum suo extremo inferiori ipsi. n.u. sit contiguus ita tamen ut dictum extremum inferius nõ sit inferius quam. o. quia totum oleum exiret.

Volui etiam vt superior extremitas. n. tubi. n.u. sit in aere vasis & non in oleo, ne per eam oleum exeat, quia cum extremitas. u. inferior sit. g. totum oleum quod superaret osculum. n. per dictum tubum. n. u. ratione maioris ponderis egrederetur, quẽadmodum cuilibet, vel mediocriter in philosophicis rebus versato innotescet.

DEFENSIO EPHEMERIDVM.

AD ILLVST. D. BERNARDVM Trottum.

DITA erant ſcripta quædam, quorum titulus ANIMADVERSIONES IN EPHEMERIDAS. & breuis alia diſputatio de erroribus calculorum Aſtronomicorum.ac demũ Theſes quædam typis datæ.11.Auguſti.1581.quę omnia cum ad manus meas peruenisſent,non potui,non eis animum admouere, cũ ibi de his ſtudijs ageret, in quibus partem non exiguam annorum meorum conſumpſi.nec tamen ſcribere aliquid ſtatueram; tum quod exiſtimarem viros Aſtronomiæ peritos facile,quanti facienda eſſent ea quæ edita erant iudicaturos,alijs verò haud gratam futuram harum rerum tractationem. Tum quod ſi ingenue meam ſententiam proferre voluiſſem, non poteram,ſine maxima authoris moleſtia ferè omnia reprobare. Quandoquidem ſolet vnuſquiſque indignationem concipere ex his, quæ ſuæ opinioni repugnant, id omne maleuolentiæ potius quam veritatis ſtudio tribuens. Quinimo cum nec deeſſent qui dicerent in meipſum directa ea tela fuiſſe,nullam fidem eis adhibendam duxi, nec enim qui in ephemeridas inuehitur, me arguere poteſt, qui nullas ephemeridas ſcripſi,nec tabulas compoſui. Nec ſi author quidpiam ex his quæ à nobis edita fuiſſent impugnare voluiſſet,ægrè ferre debuiſſem,modo a veritate nuſquam deuiaſſet. Liberum enim eſt cuique ſcribere quodlibet. nec Ariſtotelem afficit iniuria, quicunque illi fidem ſuam non accommodat,& ſi valdè iniquus ſit, quiſquis maiorum opiniones veras,& ab omnibus merito comprobatas nõ admittit.Hinc mihi ſatis oĩbus feciſſe videbar, cum his qui de ſcriptis illis me interrogauerãt reſpondiſſem,ea non ſatis firmis eſſe innixa fundamẽtis, & quod ad talia tractanda opus fuiſſet exercitatiore iudicio. Verumtamen cum tu vnus maxime omnium deſideres tibi clarius,quæ nam de his mea ſit ſententia explicari, non tam tuis precibus deuictus quam mea ipſius cupiditate de te benemerendi impulſus, non ſuſtineo diutius animum tuum hęſitantem relinquere. Atque vt tibi adeo honeſta cupienti morẽ geram paucis hiſce ſcriptis inculcis quidem, vt ab homine omni prorſus facundia deſtituto exaratis,ſed ex quibus nihilominus facile, atque perſpicue,vt ſpero,conceptum animi noſtri percipere poſſis, ſi tamen eam præſtantis ingenij tui aciem adhibueris, qua ſoles intima quæque ſcientiarum penetrare, noſtræ opinionis ſummam perſtrinxi,quę ad te mittere decreui.& quamuis ipſa res de qua agitur, quæ exactiorem deſiderat expoſitionem,prolixiorem me eſſe cogerit quam voluiſſem. multa tamen me obmiſiſſe intelliges, non admodum neceſſaria his quibus Aſtrologiæ noti ſunt termini, vt tuarum occupationum rationem me etiam habere intelligeres, atque vt ſummam oblectationem cõcipiam animo ſi me tibi aliqua ex parte latisfeciſſe intellexero ita humanitati tuæ gratiam habebo, quę mihi occaſio nẽ ꝓbuit,imò verò me impulit,ad ea proferẽda:quæ grata eſſe poſſint tui ſimilibus, ideſt ꝓclaro & cãdido ingenio præditis,atq; ad euellẽdã ex corũ animis falſam opinionem

nionem, ſi quam fortaſſe ex illorũ ſcriptorum lectione cõceperunt circa ea, de quibus nunc ſum acturus.

Quemadmodũ igitur ab hoc authore ter ſcriptum fuit de cõtradictionibus, ſiue erroribus Ephemeridum,& earum calculos ſequentium,& de ratione qua cognoſci poteſt ſitus & locus alicuius ſuperioris planetæ, diuerſus ab eo, qui ab ipſis Ephemeridibus aſſignatus eſt, ita diſputationem hanc meam diuidam in tres partes, quo ſcilicet minus confusè,& magis diſtinctè à me ſcribatur, ꝓſupponendo, vt animaduertere potes,huius ſcriptoris intentionem,aliam non fuiſſe,quã oſtẽdere,quod ſcriptores Ephemeridum diuerſimode eiuſdem temporis locum planetæ aſſignauere, & quod eum faciant modo nimium velociter currere,modo nimium in vno ſigno morari, vt(exempli gratia)Martem interdum faciunt morari ſex, aut ſeptem menſibus in vno ſigno. Idq; poſtea in cauſa eſſe ait, vt Aſtrologi iudiciarij fallãtur, & ſimul careant certis fundamentis rationum quibus futura iudicent, & prædicant.Primum ergo videndum eſt, quam rectè hic vſus ſit arte,& ſcientia,vt aliorum opiniones, & ſcripta redarguere poſſet. Deinde videbimus quomodo verum ſit, & poſſibile id quod ab Aſtrologis hactenus creditum,atque traditum eſt,& qua ratione poſſint fieri veri calculi à peritis regularum ſcientiæ.

In primo igitur tractatu inſcripto Animadnerſiones, præſupponit Author profeſſores huius ſcientiæ neſcire inuenire vera loca planetarum, quia vtuntur Ephemeridibus, in quibus eorum loca non rectè ſunt notata. Quod ſecundum ipſum oritur, ex errore calculatorum, ſeu computiſtarum, potius quam ex varietate tabularum,à quibus Ephemerides ſumptæ ſunt, hoc tamen verum non eſt, Ephemeridas, ſcilicet,ita inter ſe differre, ratione errorum computiſtarum tantummodo, ſed potius ratione ipſarum tabularum,& ſi interdum contingere poſſit error aliquorum minutorum, nec non graduum, non propterea Ephemerides ita ſpernendæ ſunt. In multis enim calculis, tales errores excuſabiles ſunt, cum ab innumerabilibus propè accidentibus oriri poſſint, præſertim in calculis prutenicis.

Videtur deinde vbi is profert quinquageſimum enuntiatum centiloquij Ptolemęi, ſatis mendoſe. Ptolemęus enim ibi ſic ait.

» Non obliuiſcaris eſſe centum viginti coniunctiones,quæ ſunt in ſtellis erraticis,
» in illis enim eſt maior ſcientia eorum quæ fiunt in hunc mũdum ſuſcipiendi incre-
» mentum, & decrementum.
» Nam, neque eo in loco, neque alibi, Ptolemęus quidquam eius dicere voluit quod ab hoc profertur.

Pergatur poſtea in pag.2.& videbitur hunc exiſtimare abſurdum quod Saturni, & Iouis coniunctio vera anni.1563.potuerit eſſe in Leone ſigno ignęæ triplicitatis cum eorum coniunctio vera anni. 1544. fuerit in Scorpione, ſigno triplicitatis aquęæ,& cum coitus eorum anni.1583.futurus ſit in Piſcibus, ſigno pariter triplicitatis aquęæ. Ita enim ait.

» Nam poſtquam duæ ſtellæ coiuerint,non prius ſub alio alterius triplicitatis ſigno
» inter ſe ſunt conuenturæ,quam per omnia ſigna quæ eiuſdem ternarij cum primo ex
» titerint,prius coniungãtur. Ita ſentit Ptolemęus, cæterioq; non aſpernendi nominis
» Aſtronomi.
» Et tamẽ Ptolemęus nunquam quidquã huius rei attigit, & quamuis Albumaſar & Alchibitius de eo loquãtur,is tamen eos non intellexit, cum illi ibi nõ agant de

pe-

periodis apparentibus,aut veris, ſed de mediocribus aut æqualibus, & quidem rectè dicunt, quia lineæ eorum mediorum motuum non coeunt in aliquo ſigno alterius triplicitatis, prius quam pertranſiuerint omnia ſigna illius,in qua inceperunt. Itaq; nullum inconueniens ſequitur,ſi in veris cõiunctionibus non reperitur hæc regula. Fieri enim poteſt,vt lineæ mediorum motuum coniungantur in vno ſigno,corpora verò eorum planetarum coeant in alio, cum rarò cueniat, vt linea medij motus,eadem ſit cum linea veri.

Nunc quidem tamẽ non affirmauerim, nec negauerim eorum coniunctionem anni.1563.fuiſſe potius in Cancro, quam in Leone. Sed tantum dicam vanũ eſſe credere id eueniſſe propter ſimilem naturam, aut qualitatem ſignorum. Hunc enim reſpectum non habent illi planetæ in veris ſuis coniunctionibus. Exempli autem cauſa ponamus, quod rectè ſupputatæ fuerint coniunctiones annorum. 1484.1504. & 1524.quod attinet ad differentiam duodecatemorij, ſcilicet prima in. 24. gradu Scorpij, ſecunda in.20.Cancri, tertia in.10.Piſcium. Cum ſecunda anticipauerit trigonum perfectum cum prima,gradibus.4.& tertia anticipauerit trigonum perfectum cũ ſecunda gradibus.10.ſi forte prima vt facta fuit in. 24. gradu Scorpij facta fuiſſet in.2.gradu eiuſdem,planũ eſt & ſecũda facta fuiſſet in.28. gradu geminorum & tertia in.18. Aquarij,quæ ſigna ſunt diuerſæ triplicitatis ab illa Cancri. Inſuper ſi coniunctio anni.1544.quæ fuit in.28.gradu Scorpij fueritrecta correſpondẽs præcedenti,anni.1524.per gra.18. ſine dubio ſi coniunctio anni. 1524. facta fuiſſet in 18.gradu Aquarij, illa anni.1544.fuiſſet in.6. Scorpij ſigni alterius triplicitatis quã ſint Gemini.Præterea, vt anno.1544.cõiunctio facta eſt in.28.gra.Scorpij,& 1563 in.29. Cancri, ponendo eas eſſe rectas,quod attinet ad ſuperandum trigonum vno gradu,ſi anno.1544.facta fuiſſet in.30.Scorpij,anno.1563. proculdubio facta fuiſſet in primo gradu Leonis.Et ſuppoſitis ijs interuallis, quæ ſuperſunt,aut deſunt perfectis trigonis, ſi coniunctio anni.1524.fuiſſet in. 20. gradu Piſcium, anno. 1544 fuiſſet in.8.Sagittarij. Quæ quidem omnia aduerſantur opinioni huius ſcriptoris.

Quod autem opinatur coniunctionem anni.1583.fore in Ariete, ſic dicens pagina ſecunda,

» Non erit ab re ſi & eandem Saturni, & Iouis coniunctionem in primo ignea tri-
» plicitatis ſigno, quod eſt Aries futuram afferamus anno.1583. ſi ab accidentibus no
» bis licet,vt ab omnibus paſſim conceditur, planetarum loca diſcernere.

In eo fallitur,nã neq; Saturnus,neq; Iupiter,errãt à vero per.9. nec.8.gra.nec nep 4.quidẽ in qbuſuis Ephemeridibus aut tabulis. Itaq; videbit eiuſmodi cõiunctionẽ contra ſententiã ſuã fieri in Piſcibus,nõ aũt in Ariete.(vt poſtea res ipſa nos docuit ſub mẽſe Aprili.poſt qdẽ ſcriptã hãc epiſtolã, vulgaricq; ſermone trãſmiſſã,ſed antequã in latinũ trãſlata,& huic volumini inſerta cũ alijs Typographo cõmitteretur.)

Vbi poſtea meminit magnæ periodi annorum.960. non tantum ei cogitandum erat hãc fuiſſe opinionem antiquorũ,vt videri põt apud Albumaſarẽ & Alchibitiũ, ſed etiam perpendendum an eſſet vera, priuſquã ei adhæreret. Hic enim fuit vnus ex erroribus illius ætatis, quæ nondum penetrauerat intima huius ſcientiæ. Sunt tamen illi antiqui excuſatione aliqua digni. Ponebant enim vigeſimo quoque anno præciſè fieri mediam coniunctionem Saturni cũ Ioue,& in quolibet ſigno eiuſdem triplicitatis cõiungi quater.Itaque in qualibet triplicitate dicebant eos coire duodecies.

Quod

Quod ſecundum primum ſuppoſitum finiebatur ſpacio annorum.240. qui numerus fit.ex.20.duodecies multiplicatis. Et quia triplicitates ſunt.4. ideo credebant in ſpacio annorum.960.qui numerus fit ex.240.quater multiplicato,perfici.48.cõiunctiones,priuſquam redirent ad ſe coniungendos in eodem loco, vbi prius iuncti fuiſſent. Primum autem ſuppoſitum, quod vigeſimo quoque anno iũgerentur, colligebant ſic ratiocinantes. Si Saturnus annis.30.peragit ſuum curſum per omnia ſigna Zodiaci, Iupiter autem peragit eum annis.12. Saturnus ambulauerit.4.ſigna,et.4.quintas partes ſigni,ſiue gra.24. dum Iupiter peragit integrum ambitum ideſt annis.12.Itaque deſunt ei anni.8.ad perueniendum ad.20.quibus.8.annis Saturnus pambulat ſigna tria & quintã partẽ vnius ſigni.i.gradus.6.qui iuncti dictis ſignis.4.& gra. 24.faciunt ſigna.8.quæ Iupiter item percurrit in annis. 8.atque ita in annis.20.Iupiter percurrit.20.ſigna ante quã perueniat ad Saturnũ.cum Saturnus eodem tempore pertecerit curſum ſignorum.8. Eandem concluſionem etiam fortaſſe collegerant ex dictis ſuppoſitis, dicentes, ſi Saturnus annis.30.ambulat.12.ſigna proculdubio annis.20.ambulat.8.ſigna,quo tempore Iupiter perambulat. 20.adrationem.12.ſignorum in annis.12.

Verum hoc ſuppoſitum non eſt bonum,quoniam,ſi ita eſſet, coniunctiones horũ duorum planetarum nunquam exirent ex vna triplicitate, & non modo.960.quoq; anno,ſed etiam ſexageſimo rurſus coniungerentur in eodem puncto.nec coniunctiones eorum(ſemper autem intelligo de medijs) unquam egrederentur ex illis tribus ſignis Zodiaci.

Sed periodus æqualis Saturni,eſt dierum circiter.10740.atque ita minor an. 30. atque etiam.29.cum dimidio.periodus autem æqualis Iouis,eſt circiter.4328. vt ego eam comperio,quidquid alij dicãt, vtq; planius alias oſtendam. Itaq; hæc periodus Iouis,etiam minor eſt ann.12.prætermittendo in ſupputatione tã Saturni quã Iouis quaſdam minutias horarum & earum partium, quæ hac in re pro nihilo haberi poſſunt. Atque his duabus periodis eccentricorum duorum planetarum poſſumus cognoſcere interuallum quod erit inter vtranque mediam coniunctionem,hoc modo agendo,& ratiocinando.

Si Saturnus diebus.10740.circuit gradus.360.diebus. 4328. qui ſunt periodus Iouis,conficiet gradus.145.& min.4.ideſt min. 8704. & eadem regula inuenietur q Saturnus. 30.quibuſq; diebus,conficiet min.60.& ſecunda. 20. Iupiter autem ſingulis.30.diebus,conficiet min.149.& ſecunda.43.vnde ſubtrahendo minuta Saturni à minutis Iouis,ſupererunt min.89.cum ſecun. 23. Itaq; Iupiter.30.quibuſq; diebus velocitate curſus,ſuperabit Saturnum minutis.89.cum ſecundis.23. Arq; dicendo,ſi minuta.89.cum ſecundis.23 dant nobis dies.30.ſupradicta,minuta. 8704. dabunt nobis dies.2921.quibus iunctis cum diebus.4328.periodi Iouis,efficientur dies 7249.ideſt anni Aegiptij.19.cum diebus.314.& hæc erit æqua periodus temporis inter vtranque coniunctionem horum duorum Altiorum planetarum. Vt autem plenius oſtendatur hanc operationem rectam eſſe (nam demonſtrationem ſpeculatiuã huius operationis in.113.Theoremate noſtræ Arithmeticę cuiq; videre licet,) fieri poteſt his alijs calculis.

Si Saturnus diebus.10740.tranſit per gra.360.in ſpacio dierum. 2921. tranſibit per gradus.97.min.54.quibus iunctis cum gra.145.min.4. ſupra notatis, efficientur gra.242.min.58.Deinde,ſi Iupiter ſpatio dierum.4328.tranſit per gra. 360. igitur ſpatio.2921.per eandem regulam inueniemus eum tranſire gradus.242.mi.58. qui numerus par eſt illi Saturni. Cum ergo Iupiter confecerit vnum ambitum poſt con-

tan-

iunctionem cum Saturno, vt rursus assequatur Saturnum, transeundum ei erit ♃ gra. 242. min. 58. iter confectum à Saturno toto tempore annorum. 19. & dierum. 314. ad rationem graduum. 360. diebus. 10740. (possumus etiã dicere gra. 243. quia præ termissimus quasdam exiguas particulas periodorum perfectorum cuiusque planetę in superioribus supputationibus.) Illos verò gradus. 243. Iupiter conficiet diebus. 2921. ad rationem graduum. 360. diebus. 4328. Atq; ita vt diximus, ab vna coniunctione ad aliam intererunt anni. 19. Aegiptij cum diebus. 314. vel circa.

Nunc autem vt videatur an tabulæ Alfonsi conueniant cum hoc nro calculo, cõsiderabimus, ♃ Era (vt vocant) dicti temporis annorum. 19. cum diebus. 314. est duarum tertiarum sexagenarum, secundæ nullius, & 53. primarũ siue dierum. Et per hãc Eram colligendo motum mediocrem, tum Saturni, tum Iouis, omissis radicibus, & incipiendo ab Ariete, comperiemus ♃ vtriusq; planetæ lineæ eiusmodi motus transibunt per min. 56. tertij gradus Sagittarij, ideſt coniunctæ erunt.

In fine postea secundæ periodi, cuius era erit. 4. tertiarum, secundæ. 1. et. 47. primarum sexagenarum, locus mediocris vtriusq; erit in min. 56. gra. sexti Leonis. In fine verò tertiæ periodi, cuius era erit. 6. tertiarum. 2. secundarum, et. 41. primæ, locus eorum mediocris inuenietur in. 56. minuto gradus. 9. Arietis. Atq; ita deinceps in fine cuiusq; periodi, locus eorũ mediocris coniunctim semper distabit à loco mediocri præcedentis coniunctionis gradibus. 117. ideſt in trigono antecedenti, minus gra. 3. Vnde apparet has coniunctiones procedere in contrariam partem respectu ordinis signorũ Zodiaci, sed respectu ordinis graduum signorũ, semper progrediunt ordine per ternos gradus nunquam retrogradientes. Hinc sequitur, vt non duodecies in omni triplicitate coniungantur hi duo planetę, vt antiqui putauerunt, sed decies tantum. & ad summum ter in singulo signo, spatio annorum. 198. & dierum. 220. aut circiter, non autem. 240. nec. 242. Atque decem vices comprehendunt gra. 27. & vltima vice inueniuntur in signo sequenti alterius triplicitatis. Exempli gratia, ponamus ♃ prima vice cõiungant in gra. 2. Arietis, secunda coniunctio erit in. 5. Sagittarij, tertia. in. 8. Leonis. quarta in. 11. Arietis, quinta in. 14. Sagit. 6. in. 17. Leonis. septima in. 20. Arietis, octaua in. 23. Sagittarij, nona in. 26. Leonis, decima in. 29. Arietis, et vndecima erit in gra. 2. Capricorni signi sequẽtis triplicitatis. Decem igitur internalla singula annorum. 19. & dierum. 314. faciunt annos. 198. & dies 220. Immo per tabulas Alfonsi, eiusmodi periodus non modo non reperitur annorũ. 242 nec. 240. vt antiqui credidere, sed tribus diebus minor annis. 198. & diebus. 220. ideſt per dictas tabulas inuenitur esse annorum. 198. & dierum. 217. tantum, qui numerus multiplicatus per. 4. triplicitates, efficiet periodum maiorem, quæ erit annorum 794. & dierum. 138. quo tempore dicti planetæ redeunt ad eundem locum vbi primum se coniunxere.

Vt exempli gratia, locus mediocris Saturni & Iouis in fine annorum. 198. dierum 217. reperitur in gradu. 30. Sagittarij. Si quæsiuerimus hunc locum per aggregatũ annorum. 794. & dierum. 138. cum annis. 198. & diebus. 217. quorum summa est. 992. & dies. 355. inuenietur locus mediocris ipsorum planetarũ in dicto vltimo gradu Sagittarij. Sed si quęsiuerimus eorum locum mediocrem per aggregatum annorum. 198. & dierum. 217. cum annis. 960. quod erit summa annorum. 1158. & dierũ 217. reperiemus Iouem in gradu. 18. Sagittarij & Saturnum in. 16. Leonis distantibus inter se duabus eorum lineis motuum mediocrium gra. circiter. 122. Atq; Iupiter præcedet, & oportebit ♃ coniunctio eorum mediocris fuerit multis annis ante omittendo (vt dixi) radices, quia satis est inuenire internallum inter lineas eorum mediorum motuum.

Debe-

Debebat igitur author animaduersionum non quasi cæcus cæcos sequi, sed prius laborare, vt certior fieret, an internallum annorum. 960. Verum esset.

Sed peius est, ♃ idem author paulo inferius citat coniunctiones horum duorum planetarum anni. 1493. et. 1512. quas nescio vnde sumpserit.

Nam, etsi inter hos annos est internallum annorum. 19. tamen tantum abest, vt coiuerint dictis annis, vt Saturnus anno. 1493. ante finem Augusti fuerit in. 28. gradu Aquarij, Iupiter verò in. 28. Leonis ex diametro oppositi. Et anno. 1512. per totum mensem Iunium & Augustum, Saturnus fuerit in Libra, Iupiter verò in Ariete, itaque inter se similiter oppositi, & si perfecta oppositio non fuit postea nisi ad finẽ Iunij ann. 1513. & locus Monteregij ab eo citatus, vbi ait eum ponere coniunctionem anni. 1484. in gra. 23. min. 4. Scorpij, est mendosus. Nam ipse Monteregius ponit dictam coniunctionem in mi. 42. gra. 24. non autem in min. 4. ipsius gradus. Sed hic error nullius est momenti, fortasse qui impræssorum incuria irrepsit.

Pergatur postea obsecro ad paginam. 3. ipsarum Animaduersionum, vbi hic conatur ostendere calculatores non obseruasse verum modum, sic dicens.

Anno. 1484. Nouembris. 25. Saturno locum constituit Monteregius in grad. 23.
» min. 4. Scorpij. Anno postmodum subsequenti qui est. 1485. eundem in min. 7. Sa-
» gitarij collocat. 21. Februarij die. Interq; tempora duo interfunt menses dies. 26.
» At cum ex motus sui natura Saturnus hoc temporis spacio gradus. 4. non debeat trã-
» scendere, sit tamen inter vtrunq; tempus differentia graduum. 7. minutorum. 3. quæ
» ratione sui motus requirunt menses. 6. vt eos perficiat, constat plusquam tribus men
» sibus fallere nos Saturnum.
» Hic videre licet quam veram viam hic secutus sit ad aperiendos errores Ephemeridum, & miseri Monteregij, qui Saturnum claudum facit tantum itineris conficere tribus mẽsibus, quãtũ vix confeciſſet mẽsib. sex. Sed fortasse ratiocinat hoc modo.

Si motus naturalis Saturni facit vt circumeat totum cęlum annis. 30. igitur mensibus. 30. conficiet duodecimam partem circuitus, cum menses. 30. sint duodecima pars annorum. 30. & quia duodecima pars circuitus cęli intelligitur constare ex. 30. gradibus, igitur quilibet mensis postulabit gradum vnum. Ideo illi. 6. aut. 7. gradus postulant tempus, amplius mensium sex.

Atque eiusmodi mira ratiocinatio potest in. 2. exemplo eius, inscripto.
» De eodem ex eodem

Vbi miratur, ♃ Monteregius faciat Saturnum ambulare gra. 9. min. 10. in mensibus. 7. & diebus. 6. Ad quod iter Saturno seni opus esset saltem mensibus. 9. eius iudicio.

Sed si hoc miratur, quid dicturus fuisset, si animaduertisset, quod idem calculator Monteregius facit Saturnum ambulare immo volare gra. 9. min. 48. non in 7. sed in 2. mensibus cum dimidio, videlicet à. 10. die Iunij vsque ad. 26. Augusti eiusdẽ anni. 1504.

Quid si etiam animaduertisset ♃ à. 10. die Iunij supradicti vsque ad. 16. Ianuarij anni sequentis, faciunt Saturnum, sursum, deorsum cursitare amplius gra. 17. mi. 54. Immo si animaduertisset, quod anno. 1514. Stofierinus ab initio anni, vsque ad medium Maium, ideſt mensib. 4. cum dimidio, facit Saturnum ambulare gra. 15. Profectò ob has velocitates, eius iudicio, tam absurdas, obstupuisset.

Vbi autem intergo eiusdem paginę ait, quod gradibus. 13. min. 42. respondent menses. 19. errauit in calculo, nam ex eiusmodi tempore secundum eius regulam effice-

ficerentur ſinguli ambitus Saturni ad rationem annorum amplius. 40.

Videamus nunc vbi agit de Ioue, & reperiemus q in primo exemplo circa annũ. 1484. reprehendit Monteregium, quia facit Iouem ambulare gradus. 14. cum min. 6. in menſibus. 2. diebus. 4. ad quod iter, vt ipſe ait, opus eſſet ſaltem mẽſibus. 11. atq; ita ſecundum ipſum, Ioui opus eſſet anno vno pro ſingulo medio ſigno. Vbi bonus hic vir pariter cæcutit.

Idem in ſecundo exemplo ſumpto à Stoflerino ait, q Ioui ad curſum vnius gradus, & min. 5. opus eſt diebus. 30. non autem menſibus. 7. & diebus. 28. vbi oſtendit, ſe paruum diſcrimen facere inter Iouem, & Saturnum.

Miratur poſtea q Stoflerinus faciat laborare generoſum Iouem ferè menſibus ſex in vno gradu. Sed multo magis, vt puto, miratus eſſet, ſi vidiſſet, quod idem Stoflerus in eodem anno facit, quod Iupiter die. 4. Ianuarij ſit in eodem puncto, in quo poſtea reperitur die vltima Auguſti. At fortaſſe dici poſſet, quod Iupiter propter prudentiam, & bonitatem ſuam factus eſt Rex omnium Deorum, vt ait Homerus, & ideo expulit è ſede Saturnum, & aſcendit in altiori cœlo. Vnde euenit vt factus fuerit lentior in curſu, Saturnus autem velocior. Aut iam tot annos eſſe natum Iouem, vt iure credi poſſit eum iam factum eſſe ſenem, & pariter tardiorem in ſe mouẽdo. aut tũc temporis illum derentum fuiſſe in ſibi dilecta Arcadia cũ Caliſto. Aut fortaſſe erat in alta ſpecula intentus audiendo ingenti certamini Timoclis & Damidis, vnde pendebat exitium aut gloria familiæ ſuæ, nam alioquin Stoflerus non deprehendiſſet eum tam otioſum & morantem. Sed iam relinquamus Saturnum & Iouem, & ad Martem veniamus.

Ferox & inquietus Mars, qui ſemper bella & ignes ſpirare ſolet, etiam, & ipſe ab Aſtrologis factus eſt piger, & languidus, vt velint eum nonnunquam commorari in vno ſigno ſex aut ſeptem menſibus; quod nullo pacto placet authori Animaduerſionum, cum pag. 4. ita ſcribat.

„ Quod citra notam, ab omnibus creditur poſſe obſeruari, quamuis à nobis non ac
„ cipiatur.

Itaque ei videtur impoſſibile. Quia Mars peragit ſuum circuitum minus, 2. annis. Sed audacior fuiſſe videtur, qui voluerit arguere tot egregios viros antiquos, & recentiores, qui vti diligentes rerum cœleſtium obſeruatores, ipſis oculis certi facti ſunt tam de his effectibus Martis, quam aliorum, vnde coacti ſunt fingere tantam magnitudinem eius epicycli, cum ipſe nunquam obſeruauerit motum, nec huiusnec alterius planetæ, ſed tantum viderit eius moram in Ephemeride ſcriptam. Si enim ſaltem diceret, ſe aliquo tempore obſeruaſſe iter Martis, & comperuiſſe aliorum opinionem falſam, attuliſſet aliquem colorem ſententiæ ſuæ. Sed ſi obſeruaſſet, non ſcripſiſſet poſtea contra, vt puto. Res enim ita ſe habet, quod Mars in omni circuitu ſui epicycli tranſiens per inferiorem partem ipſius epicycli, ſemper commoratur multis menſibus in vno duodecatemorio Zodiaci, ſcilicet. 6. et. 7. menſibus, atque etiam amplius, quod quidem ego ſæpe obſeruaui, præſertim anno. 1565. et. 1566. hoc ordine. Primum inſpiciens Ephemeridas ſtadij, reperi q Mars ſecundum eum egrediebatur retrogradationem circa diem. 12. Ianuarij anni 1566. in. 16. grad. Geminorum. Et ſimiliter quod anno. 1565. die vltima Auguſti Mars futurus erat in eodem ſupradicto loco, priuſquam retrogradi inciperet. Poſtea inueni, quod poſt retrogradationem die. 11. Aprilis. 1566. Idem Mars futurus erat in gra. 16. Cancri, itaq; in his. 30. gradibus à. 16. Geminorum ad. 16. Cancri conſumebatur ſpatium menſium. 7. & dierum. 11.

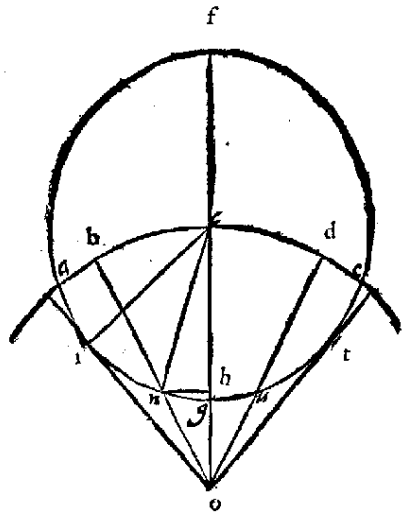
Quo

Quo ſupputato, ſumpſi inſtrumenta, & ad experimentum me paraui, & vltima nocte mẽſis Auguſti anni. 1565. reperi Martem eſſe in dicto gradu geminorum vt ſcribebat Stadius. Deinde ſingulis ebdomadibus obſeruans retrogradationem; vidi circa finem Octobris quod retrogradi incipiebat, & ea retrogradatio perſeuerauit vſque ad medium menſem Ianuarium, aut circiter, anni. 1566. obſeruaui poſtea etiam ſitum eiuſdem planetæ die. 11. Aprilis ſequentis eumq; inueni in gradu. 16. Cancri, vti eum poſuerat Stadius. Atque ita experimentum meum conuenit cum calculo Stadij. comperiq; eum non erraſſe: Et ſic quiſque binis quibusq; annis poterit certior fieri de veritate. Si autem delectationis cauſa id experiri volueris, expectato primam retrogradationem Martis, cuius initium ſecundum Stadium futurum eſt circa diem. 20. Nouembris anni. 1582. & finis circa diem. 10. Februar. 1583. circa grad. 9. Cancri, & animaduerte quando Mars erit circa dictum gra. 9. Cancri prius quam retrogradi incipiat, quod erit circa diem. 19. Septem. 1582. Deinde aſpice quem erit in grad. 9. Leonis, quod erit circa diem. 7. Mai. 1583. & videbis q ipſe Mars in his gra. 30. morabit̃ p menſes. 7. & dies. 18. atq; vt eius rei periculum facias, obſerua noctem præcedentem diei. 19. Septem. 1582. locum lõgitudinis eius ſtellæ, & idem poſtea obſerua nocte præcedente dici. 7. Mai, aut nocte ſequenti. 1583. & inter duos hoſce terminos obſerua aliqua alia nocte ſtatum eius. Manifeſtoq; videbis Martem conſumere totum dictum tempus in hoc duodecaremorio. Et quicunque aliquid intelligit in hac facultate quamuis non viderit Ptolomęi Almageſtum, minori labore poſſet per calculos ſcientificos colligere veritatem, ſuppoſitis tamen terminis ſcriptis in theoricis planetarum. Qui enim vidit Almageſtum vel reuolutiones orbium cœleſtium Nicolai Copernici, non poteſt de hoc vllo pacto dubitare. Sed qui nondum tantopere progreſſus eſt, ſaltẽ capiat huiꝰ rei notitiam vniuerſalem, hoc modo. Supponat primum eccentricitatem deferentis epicycli Martis, eſſe. 6. partium taliũ, quales ſunt ſexageſimæ ſemidiametri ipſius deferentis, & ſemidiametrum epicycli eſſe, partium ſupradictarũ. 39. cum dimidia, & quod argumenta vera, in temporibus primarum ſtationum (cum epicyclus eſt in auge, aut in eius oppoſito, aut in lũgitudinib. mediocribus) iã ab antiquis rectè ſuppu tata ſint, ſicuti ſunt. Et præſupponat motum diurnum centri epicycli. min. 31. cum dimidio, quamuis reuera ſit min. 31. & ſecundorum. 27. aut circiter, nunc quidẽ præter mittens, quod vnus habeat reſpectum ad augem mediam epicycli, & alter ad centrum æquantis. Atque his præſuppoſitis fingat (exempli gratia) quod centrum epicycli ſit in quauis longitudinum mediarum, & Mars in prima maxima æquatione argumenti, ſcilicet in prima linea, quæ attingens epicyclum, à centro mundi pergat ad circunferentiam Zodiaci, quæ erit illa linea cõtingentiæ à qua proficiſcẽs Mars perget ad lineam primæ ſtationis, vt poſtea retrogradiatur, veluti ſi in infrapoſita figura maiori, cẽtrũ mũdi eſſet. o. & vnus arcus eccẽtrici eſſet. a. b. c. d. & vna ex lineis mediocribus longitudinum eſſet. o. c. f. & centrum epicycli. c. qui notabitur per a. f. e. g. & lineæ contingentes epicyclum in punctis. i. et. t. ſint notatæ. o. i. et. o. t & linea primæ ſtationis. o. n. b. & linea ſecundæ. o. u. d. ſi igitur Mars eſſet in puncto. i. angulus. i. o. e. maximæ æquationis argumenti eſſet gra. 40. minut. 55. quãuis talis maxima æquatio argumenti in longitudinibus mediocribus Alfonſi ponatur eſſe gra. 41. minut. 10. quod euenit quia calculatores ipſarum tabularum interpoſitionem. o. c. quod in eo ſitu epicycli interponitur inter centrum mundi, & centrum dicti epicycli, acceperunt pãrtium ſexaginta præciſè, nihili facientes minuta illa. 18. aut circiter, quæ verè ſunt præter dictas partes. 60. quandoquidem euenit vt dictum interuallum in

tali ſitu epicycli ſit baſis vnius trianguli orthogonij,cuius vnum ex illis duobus lateribus eſt ſemidiameter eccentrici partium.60.precisè,aliud eſt interuallum eccentricitatis partium.6.eiuſmodi. Angulus ergo.i.o.c.vt dixi, erit partium. 40. minu. 55. qui angulus continuò variatur ſecundum ſitum epicycli. & cum centrum eius eſt in auge eccentrici. eſt minimus quã eſſe poſſit. eſtq; tantum grad.36. min. 46.& in oppoſito ipſius augis eſt grad.47. min.1. maximus quam alibi vnquam ſit, & ſic continuò variatur,ſecundum ſitum,quem habet epicyclus in eccentrico. Qui quidem angulus inuenitur per doctrinam.27. et.28.libri primi Monteregij de triangulis. Nam triangulus.c.i.o.eſt ſemper rectangulus in puncto.i.& latus.c.i. reſpectu ſemidiametri eſt datum. Quod.c.i.erit veluti partium.39.cum dimidia, et dictum interuallum.o.c.veluti partium.60.min.18.& quia datur nobis etiam eccentricitas veluti partium.60.talium, & cum.c.o.ſit linea veri motus epicycli, & latus ſimiliter vnius trianguli, cuius duo latera ſunt ſupradicta,ſcilicet ſemidiameter eccentrici, & eccentricitas, inter ſe comprehendentes angulum datum. Nam ſemper præſuppo nitur datus locus centri ipſius epicycli, cum ipſe eſt extra augem aut oppoſitum eius quia in auge linea.o.c.conſtat ex ſemidiametro eccentrici & interualli eccentricitatis. & in eius oppoſito, ipſa linea.o.c.eſt minor dicto ſemidiametro eccentrici per interuallum dictæ eccentricitatis. Vnde etiam poſſumus extra augem, vel oppoſitum eius cognoſcere.o. c. tanquam latus dicti trianguli duorum laterum cũ angulo cognitorum. Idq; per.49.propoſitionem libri primi eiuſdẽ Monteregij cum ſcilicet dictus angulus nõ fuerit rectus. Nam ſi fuerit rectus videbitur per.27.et.28.ſupra citatas.

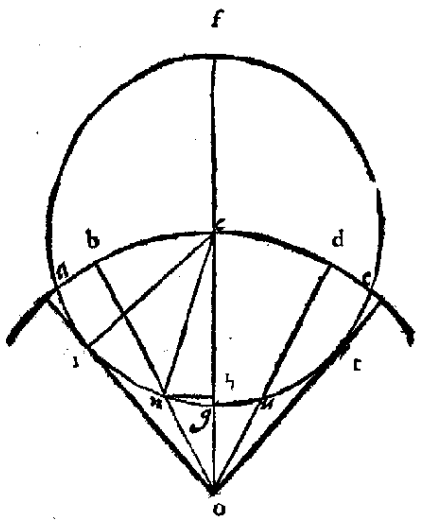
Cum igitur habeamus angulum.c.o.i.gra.40.mi.55.angulus.o.c.i.tanquam reliquus ex recto,erit grad.49.mi.5.cui reſpondet arcus.i.g.epicycli confectus à Marte in diebus circiter.105.ad rationem min.28.aut circiter in ſingulos dies, prætermiſſis nunc quidem minutijs cum exigui momenti ſit error.15.aut.20.dierum ad veriſi cationem longæ moræ Martis in vno duodecaemorio, atque per hoc tempus centrum epicycli conficit gradus.55.min.7.aut circiter,ad rationem minutorum.31. cũ dimidio in ſingulos dies. qui numerus graduum.55.min.7:differt à numero graduũ. 40.min.55.maximæ æquationis argumenti gradibus.14.mi.12.nec refert quod gra. 55.min.7.habeant reſpectum ad centrum æquantis, magis quam ad centrum mũdi, quia differentia non eſt tanta, vt poſſit inducere errorem menſium. Hinc ſequitur quod in fine dictorum dierum.105.Mars erit in linea.o. c. veri motus epicycli, ſed gradibus.14.min.12.vlterius quam in primo loco,in quo erat in Zodiaco,& erit in medio ſuæ retrogradationis. Sed quoniam Mars manifeſtè retrogradi non incipit in puncto.i.contingentiæ,imo ab illo puncto vſque ad terminum primæ ſtationis linea.o.n. interponitur arcus.i.n.epicycli,qui eſt graduum.32.minu.14.Idq; cognoſcitur ſubtrahendo arcum.f.i.n.graduum.163.mi.9.qui eſt inter augem, & primam ſtationem,à gradibus. 180. (qui arcus. f. i. n. erit verum argumentum, quod ſimiliter variatur ſecundum ſitum epicycli,etſi eiuſmodi varietas, nobis nõ eſt magni momenti,vnde poſſumus præſupponere, quod.c.centrum epicycli non alteret interuallũ.c.o.à centro mũdi, cũ non poſſit intercedere,error mẽſiũ reliquum verò.g. n.graduum.16.min.51.ſubtrahendo ex arcu.g.i.graduum.49.minuti. 5. vnde reliquus nobis erit arcus.n.i.graduum.32.min.14.in eiuſmodi tamen ſitu mediocrium longitudinum. Nunc hic arcus epicycli graduum.32.mi.14.fit à ſtella Martis diebus.69.ad rationem ſupradictam, omittendo quod ipſa ſtella habeat reſpectum ad augem mediocrem epicycli, & quod dicta aux mediocris mutet diſtantiam à vera propter motum epicycli,quod nunc quidem parui refert, in quibus diebus.69.centrum

trum epicycli conficit gra.36.min.13.ad rationem ſupradictam. Reſtat nunc nobis inuenire angulum.b.o.c.in centro mũdi,inter duas lineas,b.o.et.c.o.quarũ prior eſt primæ ſtationis,altera eſt veri motus epicycli, quod facilè intelligemus per dictam.49.lib.1.Monteregij,cum duo latera.n.c.et.c.o.& angulus.n.c.o.ſint nobis nota. Hoc autem fiet fingendo lineam.n.h.perpendiculerem ad.o.c.quæ tanquam ſinus anguli.n.c.h.erit partium.28986.talium qualium.n.c.eſſet partium.100000.& c.h.tanquam ſinus anguli.c.n.h.reſtantis ex vno recto,erit partium.95706.dicendo poſtea ſi.n.c.tanquam ſinus totalis partium.100000.dat nobis.n.h.partium.28986 quid dabit nobis diameter.n.c.tanquam partium.39.mi.30.inueniemus.n.h.venire nobis ex partibus 11.mi.27.& idem faciendo de.c.h.inueniemus quod veniet nobis partium.37.mi.48.quibus ſubtractis ex tota.c.o.quę eſt partiũ.60.mi.18.reliqua erit nobis.h.o.partium.22.min.30.capiendo poſtea radicem quadratã ſummæ quadrati.n.h.cum quadrato.h.o.veniet nobis.n.o.partium.25.min.12. talium qualis.n. h.eſt partium.11.min.27.ſi igitur ad.o.n.tanquam partium.25.min.12. reſpondet. n.h. partium.11.minuti. 27. linea. n. h. ad. o. n.tanquam partium 100000.reſpondebit part.45436.tanquam ſinus anguli.n.o.h.qui angulus erit gra.27.minut. 1.ſubtracto poſtea hoc angulo ab angulo. c. o. i. graduum. 40. minut.55. remanebit angulus.n.o.i.graduum. 13. minut. 54. inter lineam contingentiæ, & lineam primæ ſtationis in eiuſmodi ſitu. Et ideo Mars acceſſerit ad lineam.o. c. veri motus epicycli. Sed quia linea.o.i.contingentiæ,propter motum centri epicycli,in dictis diebus.69. confecerit gradus. 36. minut. 13. (præſuppoſita ſemper eadem diſtantia.o c.quamuis nonnulla ſit differentia,quam nunc prætermittemus) & Mars in dicto tempore retrogreſſus fuerit per dictum angulum gra.13.mi.54.quibus deductis,ex.36.& min.13.reſtabunt gra.22.min.19.itaque in diebus. 69. Mars promotus fuerit à primo ſitu gra.22.min.19.aut circiter,prius quam retrogradatio eius incipiat eſſe apparens.



Nunc à prima ſtatione vſque ad lineã veri motus epicycli ſunt gra. 16.min. 51. ipſius epicycli, vt ſupra vidimꝰ quos Mars tranſit in diebus 36.aut circiter ad rationem min.28. in ſingulos dies, quo tempore centrum epicycli, in tali diſtantia à cẽtro mundi conficeret gra.18.mi.54. ad rationem min. 31. cum dimidio in ſingulos dies, quibꝰ deductis ex gra.27.min.1.anguli

guli.c.o.n.remanebunt gra.8. min. 7. pro numero dimidiæ retrogradationis quum Mars erit in linea.o.c.veri motus epicycli. Quibus gradibus.8. min. 7. ſubtractis à grad. 22. minu. 19. per quos Mars progreſſus erat, ſupererunt grad.14.minut.12. quibus ipſe in media retrogradatione exiſtens in linea.o.c.veri motus epicycli promotus erit à principio primi ſitus. Quod cum eo concordat quod ſupra diximus circa hos gradus.14.min.12.vltra primum ſitum in ſpatio dierum.105.vt ſupra, ad tã tum enim aſcendunt.69.et.36.nunc fingendo ♀ Mars pergat in ſuo motu compoſito qui conſtat ex his duobus circulis, vi eccentrici, & epicycli (quanquam vt dixi omittimus illam ſummam ſubtilitatem ſeu ſcrupuloſitatem cõtinuæ inæqualitatis diſtantiæ centri epicycli à centro mundi, & præterimus etiam irregularitatẽ eius circa centrum mundi, propter regularitatem eius circa centrum æquantis, atque etiam miſſum facimus motum epicycli recti à ſua media auge) fingendo inquam, quod Mars dicto motu ſuo pergat, vſque ad punctum ſecundæ ſtationis, præterierunt alij dies .36. vt prius, quibus iunctis cum. 105. fiet ſumma dierum. 141. & Mars retrogreſſus erit per alios grad.8. minut. 7. quibus ſubtractis a gradibus.14.m in.12.per quos progreſſus erat ſupererunt.gra.6.min.5. quibus ipſe Mars in fine ſuæ retrogradationis promotus erit à primo loco vnde moueri cœpit. Inter hanc igitur ſecundam ſtationem lineæ.o.u.d.& lineam.o.t.ſecundæ contingentiæ,Mars diebus.69.vt prius,confecerit gradus.32.min.14.ſui epicycli,& eodem tempore linea contingens.o.t.ambulauerit gra.36.min.13.vt prius,à quo itinere ſubtracto angulo ſecundo.d.o.t.graduum. 13.min.54.ſupererunt gra 22.min.19 vti prius,quos Mars ambulauerit directè & apparentet, quibus additis ad gra.6.minut. 5. quibus Mars progreſſus erat à principio motus, fient gra.28.min.circiter.24. quibus proceſſerit à priori loco in diebus.177.ideſt in.141.et.36.qui ſunt ferè menſes.6.Itaque Mars partim ſurſum partim, deorſum ambulans detentus erit menſibus 6. in grad.28.Zodiaci, atq; ſi finxerimus quod epicyclus moueat verſus oppoſitum augis,lõgior erit mora planetæ in eiuſmodi duodecatemorio,propter augumentum æquationis argumenti. Itaque probata à nobis eſt poſſibilitas huius moræ Martis. Quod quidem mihi ſufficere videtur nõ modo tibi, ſed etiam cuiuis, qui harum ſcientiarum principia teneat. Neque enim nũc docere volo eos qui in



in ijs ſunt conſumati, nec curam mihi ſuſcipere erudiendi imperitos. Satis igitur ſit oſtendiſſe, quod qui ſcripſit Martem commorari poſſe tam multos menſes in vno ſigno,non impoſſibilem rem tradidit. Immo per obſeruationes huius veritatis millies factas, Aſtrologi fecere ſupradictas ſuppoſitiones neceſſarias ad reducẽdum in ſuas cauſas,& ad regulam,eiuſmodi veriſſimos effectus.

Non oportebat autem ſcriptorem harum animaduerſionum tantopere eiuſmodi mora commoueri,ſed cogitare ♀ fortaſſe calculi facti fuerunt eo tempore quo miſer Mars à Vulcano rete vinctus erat. Vnde cum non ita celeriter ſe expedire poſſet iter eius ſegnius peractum fuit. Aut ♀ quũ vulneratus fuit in bello Troiano, vis eius & agilitas per aliquantulum temporis imminuta fuit. Atque ſi hic etiam intelleXiſſet cum aliquãdo fuiſſe in poteſtate Θthi,& Ephialtis vinctũ & carceri incluſum mẽſes tredecim,dum ab Eribea ſolutus fuit, vt tu, antiquos ſequens, eleganter ſcribis in illis tuis pulcherimis dialogis. non exiſtimaſſet, credo, tam abſurdum quod alius eũ detinuiſſet ſex aut ſeptem menſibus,ſed operam dediſſet vt a te intelligeret quid ſibi veller tam longa captiuitas.

Sed vt ad rem redeamus. Idem pag.4.ait, quod verus motus Martis diſtat à medio circiter dies.8.ſupponens medium motum eſſe dierum.683.♀ etiam falſum eſt. Sed vtcunque ſit, fallitur. Solet enim periodus veri motus Martis eſſe dierum circiter.708.modo paulo plus, modo paulo minus, & interdum poteſt etiam eſſe multo breuior,ſicuti erit à die.3.Decembris anni. 1593. vſq; ad initium Iunij. 1595.Tunc enim erit tantum dierum.545.& non quidem ſine ratione, nam dicto initio Decembris Mars paulo ante cæperit eſſe directus, cum centrum epicycli erit circa medium Tauri, & eius ſtella in principio Arietis & initio Iunij.1595. Mars parum diſtabit ab initio retrogradationis,regreſſus tamen ad initium ipſius Arietis, & centrum epicycli erit circa medium Aquarij, in cuius ſigni medio, hac ætate reperitur oppoſitum augis,& in quo ſitu, æquationes argumẽti ſunt, quam maximę eſſe poſſint, quum centrum epicycli circuiuerit ſolum circiter tres quartas totius ambitus,& Mars circuiuerit per partem ſuperiorem epicycli circiter gradus.252.Hoc autem dico,vt oſtendam poſſibilitatem huius eius extraordinariæ velocitatis. Nam quicunq; voluerit poterit certior fieri,per calculum partium motus Martis.

Vbi autem poſtea idem author miratur interualla,quæ ponũtur inter coniunctiones Iouis,& Martis in eodem ſigno,eaq; vocat errores maximos, oſtendit ſe non recte conſideraſſe motus eorum. Et præcipuè primum miratur ♀ inter annum.1528. et.1553.Iupiter & Mars nunquam coeant in Leone, cum hæ duæ coniunctiones inter ſe diſtent ann.25.afferens pro ratione,quod hæc duo ſydera,altero quoque anno coniunguntur,ſic dicens.

» Qui ſciet has duas ſtellas ſecundo quoque anno inter ſe coniungendas,mirabitur
» quomodo non poterunt numeratores,huiuſmodi animaduertere errores.

Et præter hanc rationẽ fortaſſe ẽt conſiderauit, ♀ in dicto temporis interuallo Iupiter ſẽper fuit in Leone, vt ann.1540.et.1541.Mars aũt in eo ſæpe fuit. Vnde impoſſibile eſt videtur eos non conueniſſe in dicto ſigno. Idemq; dici poteſt de alijs coniunctionibus eorundem planetarum, atque has differentias temporum inter dictas coniunctiones ipſe tribuit erroribus calculorum Ephemeridum, non autem tabularum,vt ſupra dixit. ſed neſcio quare vellet dictos planetas coire in Leone, ſi quum Iupiter in eo erat anno.1540.et.1541.& in eo deambulabat, Mars interea erat mõ in Libra,modo in Scorpione,Sagittario,Capricorno,& alijs ſignis vſq; ad Cancrum, in quo cum repertus fuit anno.1541.cogitans congredi cum Ioue in Leo

ne,

ne,comperit eum inde aufugiſſe. Idq; fortaſſe, Iupiter data opera fecit, vt huiuſmodi Aſtrologos in admirationem induceret.

Idem dico de alijs coniunctionibus horum duorum.

Quod poſtea ait,eos ſecundo quoque anno coniungi, animaduertendum eſt,qa (vt iã dixi) duæ ſunt ſpecies coniunctionum, quarum vna eſt linearum eorum mediorum motuum,altera corporum eorum,ſaltem in longitudine, cum ambo inueniuntur in eodem circulo,qui tranſit per polos eccliptícæ,nam eos inueniri in eadẽ linea recta trãſeũte per centrum mundi,rariſimum eſt. Atque coniunctio ſupra dictarum linearum vocatur media,& inter Iouem & Martem fieri ſolet ſpatio dierũ. 816.cum dimidio, aut circiter. Altera dicit vera,ſiue apparens, & irregulatiſſima, quæ quidem non ſeruat tempus determinatum. Quare quamuis altero quoq; anno coniungantur,& Iupiter duodenis annis tranſeat per totum Zodiacum,non ideo neceſſe eſt,vt in ſpatio.24.annorum coniungantur in ſingulis ſignis, nunquam in eo deficientes,vt ipſe credit loquens de veris coniunctionibus apparentibus, eo quod ſint irregulatiſſimæ, vt dixi.

Atque ſi quis velit inuenire periodum coniunctionum mediocrium horum duorum planetarum,ita faciendum erit. Sumat periodum motus mediocris Iouis,quę eſt dierum.4328.& Martis,quæ eſt dierum.687. in quo tempore ſol Martis, Iupiter ambulat gra.57.min.8.& diebus.30.conficit.grad.2.minut. 29. & ſecun. 23. ad rationem gra.360.in diebus.4328.Mars verò ad rationem graduũ.360.in diebus. 687. ſingulis.30.diebus conficit.gra.15.mi.43.ſecũ.14.vnde differentia inter eos eſt graduum.13.mi.15.ſecũ.51.per quam diuidendo productum graduum. 57.min. 8. in dies.30.obueniẽt dies. 129. & duæ tertiæ.quibus addendo periodum Martis fient. 816.cum dimidio, aut circiter. Atque hęc eſt periodus infallibilis mediarum coniunctionum Iouis cum Marte.

Nunc venientes ad tabulas Animaduerſionum, videbimus hæc mirabilia eius,in quo conſiſtant & vbi ſint tam multi inſignes errores.

Primum igitur neminem latet quod calculus Saturni,à Leouitio editus,difert à calculo Stadij circiter gra.2.aut.3. cum Leouitius faciat eum progredi per tãtum in terullum, modo plus, modo minus, & ſimiliter Iouem. ſed longe minori differentia,& ſæpe gra.1.minus,atque in alijs planetis differunt,modo plus,modo minus. Huic igitur mirũ videtur,quod vnus ex his calculatoribus detineat Saturnum pluribus menſibus in vno ſigno,& alter in alio, non animaduertens dictam differentiã eſſe eius rei cauſam. Miratur item,quod vnus ex is faciat Saturnum morari paucis menſibus in vno ſigno,alter vero eum ibi detineat integris annis. Vt exempli gratia, verſus finem ſuæ tabulæ Saturni,dicit quod Leouitius eum carceri includit in geminis annis.2.menſe vno,& diebus. 9.Stadius vero clementior eum liberat intra menſes.3.& dies.14. Sed hic non cogitat,quod Stadius facit eum ingredi in geminos anno.1559.die.10. Iunii, & ambulare directum vſque ad diem.6.Septembris, eiuſdem anni gra.6.min.34.eumq; poſtea retrogradum inde exire die. 22.Decem. eiuſdem anni,cum ingreditur in Taurum, vbi partim retrogradus, & partim directus manet vſque ad diem.20.Februa.1560.rediens poſtea in geminos, in quibus manet vſque ad diem Iunii.1561.& inde ingreditur in Cancrum, ambulatq; directus.gra.4.min.59.vſque ad diem.4.Octob.Vnde retrogradiens rurſum intrat in Geminos die.28.Decemb.eiuſdem anni,atque ibi partim retrogradus partim directus manet vſque ad diem.12.Apr.1562.itaque in pluribus vicibus facit eum morari in Geminis dies circiter.816.ideſt circiter menſes.27.ſumpſit autem hic ſcriptor hæ

uiſſimam

uiſſimam moram cauſa comparationis cum calculo Leouitij,vt faceret differentiam apparere maiorem. Tamen in quouis dictorum temporum nunquam inuenietur Leouitius differre à Stadio plus gradibus tribus integris. Idem fecit in multis alijs locis dictorum virorum eos conferens tum in Saturno tum in Ioue,& Marte,putãs magnum eſſe errorem,q planeta non perambulet totum ſignum, in quod eſt ingreſſus vel directus vel totum retrogradus. Atque hæc opinio ſimilis eſt ſuperiori de coniunctionibus veris Saturni,& Iouis, vbi dicit quod nunquam coniunguntur in vno ſigno alterius triplicitatis,niſi perfecerit coniunctionem in omnibus ſignis primæ triplicitatis. Verum vt ſuperſedeam vlterius diſputare,mihi videtur, quod hactenus dixi, poſſe tibi ſatisfacere,quod attinet ad ſciendam ſententiam meam ſuper dictis Animaduerſionibus latinè ſcriptis. Hoc tamen non prætermittam, q hic non animaduertit,nẽpe q differẽtiæ locorum planetarũ quæ sũt inter ephemeridas Leouitij & Stadij, cuenere,quia vnus ſupputat cũ radicibus, & fundamẽtis Alfonſi alter verò Reinoldi ex Copernico recentius obſeruatis, ita idem euenire poterit futuris temporibus, ſi ſupputati fuerint dicti motus,& loci cum recentioribus obſeruationibus cum impoſſibile ſit tam ſubtiliter, tanq; perfectè ſupputare loca & motº eorum, vt lungo interuallo temporis non comperiantur in eis aliquæ differentię,cuius rei remedium eſt ſemper ſequi recentiores obſeruationes & tabulas.

Atque vt tibi ſatisfaciam etiam circa alia ſcripta vulgari lingua edita menſibus.4 poſt latina,etſi intelligere potes,qualia poſſint eſſe alia eius ſcripta,ex ijs quæ ſupra dicta ſunt, atque etiam ex eo, quod dicit ſe miſiſſe multa exempla ſuarum Animaduerſionum in varias terras,illis qui profitentur has ſcientias,aut earum ſtudioſi ſunt, nec quenquã inueniſſe qui ad tã laudabilem prouinciam motus ſit,nec vidiſſe, q ali quis reſponderit eius rationibus,laudabilem prouinciam,autem puto, q intelligat correctionem ephemeridum,verens,ne culpa calculatorum, qui eas ſumpſere e tabulis,tam differentes ſint, vt quibuſdã locis cap.1.Videtur, & præcipuè vbi ſic ait.

» Perche eſſendo impoſſibile alli ſtudioſi di dette ſcientiæ di non ſeruirſi delle
» ephemeridi, maggiormente a quelli che non ſanno ſeruirſi delle tauole, e conoſcendo d'incorrere in errori ſenza hauerui altro rimedio,ſarebbono forzati di ab
» bandonare i ſtudij loro.

Quanquam circa finem dicti capitis redeat in meliorem viam & aduerſetur ſibijpſi vbi ſic ait.

» Che poi eſſi poſſeſſori della ſcienza,&c.

Etiam aperiam tibi,quæ mea ſit de ijs ſententia.

Hic igitur in ſcriptis Italicis,vt morderet aliquem ex ijs,qui eius ſuperiora ſcripta non laudauerant, occaſionem capit aperiendi aliquos illius errores,per editionem collationis quorundam calculorum a ſe collectorum illius,atque etiam aliorum, cuius calculi ſunt in ſecunda, & ſeptima figura. Sed prius quam veniamus ad defenſionem harum duarum figurarum vide obſecro quam alienum ei videatur, quod alij dixerint differentiam ephemeridum non eſſe magni momenti, non afferens reſpectum vllum, qui enim dixerunt eiuſmodi differentiam non eſſe magni momenti id dixerunt habito reſpectu ad ſignum in quo eſt planeta, vt (exempli gratia) quamuis in ponendo loco Saturni Leouitius interdum differat à Stadio gradibus. 3. quum vterque eum ponat in eodem ſigno, tunc id nullius momenti eſt, & ſic in coniunctionibus aut alijs aſpectibus duo, aut.3.gradus non faciunt alterationem ſenſibilem, cum virtus coniunctionum, & aſpectuum inſit, & duret per multos gradus ante aut poſt ipſum punctum. Nec quicquam tamẽ eſt qui dubitet,quin præſtaret ſcire ſubtiliter ipſum punctum. Nec vnquam fuit aliquis qui negauerit re

ferre vt anni directionum correſpondeant gradibus æquatoris. Et præterea in ephe meridibus videntur certè motus & aſpectus luminarium, quamuis nihil differẽtia minutorum. Nam non differunt gradibus, præter ſitum parum diſtantem à vero omnium planetarum, quorum cognitio in cœlo, quamuis circa eorum locum error eſſet gra. 10. tamen in hoc prodeſſet, & tempus aſpectus eorum, etſi non diei præcisè, quia influentia eiuſmodi aſpectuum, præterquam Lunæ durat multis diebus, & non vno tantum, præterquam quod ipſæ ephemerides oſtendũt nobis tempus ecclipſiũ, in quo certè non differunt nec diebus nec multis horis, & itidem multa alia.

Non ſunt igitur contemnendæ ephemerides, nec habendæ pro re nullius pretij, vt hic ait.

Quod attinet ad illa alia, quæ hic vocat errores ephemeridum, tam de apparenti coniunctione Saturni cum Ioue in ſignis alterius triplicitatis prius quam peregerit præcedentem, quam de faciendo currere Saturnũ, & de retinendo Ioue, de detinẽdo Marte. 6. aut. 7. menſibus in vno ſigno, de Marte, & Ioue non coeuntibus ſingulis. 24. annis in quolibet ſigno, & eius generis alia, minime verum eſt quod ſint errores, quamuis huic præbuerint occaſionem toties errandi.

Comparatio poſtea inter eius calculos ſumptos partim ex tabulis Iunctini, & partim ex ephemeridibus Stadij tanquam calculis Copernici, & calculos figurarum ſuper eis poſitarum ſupputatarum à diuerſis per ephemeridas Alfonſinas, etiam propoſita ab eo eſt ad oſtendendum magnam & monſtruoſam differentiam, vt ait cap. 2. vbi miratur, quod cum ex communi ſententia calculi Copernici meliores ſint, calculatores dictarum figurarum potius eos ſumpſerint à tabulis Alfonſi, quam Copernici. Quæ admiratio quam aliena ſit, conſiderandum permittam cuiuis intelligenti harum facultarum, cum ſæpe accidere poſſit. vt cum aliquis velit ſcire ſolum vniuerſalia alicuius geneſis, ſiue natiuitatis, cum non inueniantur ephemerides Copernici, ſed tantum Alfonſi, calculator vtatur tantum ephemeridibus, quas inuenit, tũ cauſa vitandi tædij calculi tabularum, qui magni laboris eſt, præcipuè in tabulis Prutenicis Reinoldi. tum quia ſuperflua ei eſt ſumma ſubtilitas, cum non curet laborare circa directiones vt factũ eſt pro ſecũda figura ab hoc propoſita, quæ erat anni. 1551 quo non inueniebãtur ephemerides Copernicæ, quæ non editæ ſunt ante annum 1554. præter quam quod ille nobilis vir pro quo ſupputata fuit dicta ſecunda natiuitas dubitabat de anno, vt hic ſimiliter ſcit. quare potuiſſet perdi tempus, & labor, ſi ſupputata fuiſſet per tabulas Reinoldi, nam Iunctini tabulæ nondum editæ fuerant. Calculus poſtea ſeptimæ figuræ, qui erat reuolutio dictæ ſecundæ natiuitatis, duab' de cauſis non factus eſt per tabulas prutenicas, primum, quia eius anni. 1580. non inueniebantur amplius ephemerides Copernicæ. Ephemerides enim Stadij incipiẽtes ab ann. 1554. deſinũt ann. 1576. & cõtinuatæ poſtea quæ perueniunt vſque ad annum. 1600. non peruenere ad manus calculatoris ante hunc annum. 1581. Altera ratio eſt, quia in reuolutionibus, quoniam in eis non fiunt directiones, non ponuntur à doctis, ne minuta quidem. quare non ſolum non curant eas ſupputare per tabulas, ſed nec exquiſitè quidem per ephemeridas. Calculi poſtea ab hoc ſumpti ex tabulis Iunctini, & poſiti ſub dicta ſecunda figura, adeò rectè facti ſunt, vt cum ſecundum ipſis tabulas oporteat Saturnum eſſe circa. 32. minutum gradus. 23. Aquarij, ipſe eum ſcribat in gra. 11. mi. 3. dicti ſigni. Iupiter ſimiliter qui ſecundum dictas tabulas inuenitur circa finem gradus. 5. Cancri, ab eo ponitur in min. 8. gra. 19. eiuſdem. ex quibus planetis Saturnus in figura poſitus eſt in min. 27. grad. 23. Arietis, Iupiter autem in min. 3. gra. 6. Cancri. Vnde ſecundum verum, inter calculum Alfonſi, &

ſi & Iunctini in Saturno non erat differentia plus quam minu. 5. & in Ioue min. 4. ſed ſecundum calculum huius in Saturno fuiſſet differentia gra. 11. minu. 54. & in Ioue grad. 13. min. 35. Atque hæ ſunt quidem differentiæ magnæ, & monſtruoſæ vt ipſe eas vocat, vt etiam eſt illa Veneris, & Mercurij inter tertiam figuram, & eius calculum ſumptum, non quidem à tabulis laborioſis, ſed à ſimplicibus ephemeridibus Stadij, quæ differentia nó eſt quidem paucorum graduum, cum ſit tertiæ partis cœli in quolibet dictorum planetarum. Huiuſmodiq; monſtra certè non ſunt orta à tabulis ſiue ephemeridibus diuerſis, ſed ſunt partus huius authoris.

Pergens poſtea aſſiduè bonus hic vir hominibus dare ſpecimen doctrinæ ſuæ apetiendo (vt conatur) aliorum errores, proponit duas differentias inter primam figuram, & ſuum calculum ſuppoſitum Saturni, & Iouis. Primum de Saturno ait, ♀ cum differentia ſit gra. 1. min. 30. oſtendit in directione, ♀ accidens ſit euenturum anno vno, & menſibus ſex ante, aut poſt, quaſi eiuſmodi differentia eſſet partium æquatoris, ſicuti eſt partium Zodiaci. Idem dico de differentia Iouis. Quod quidem, manifeſtum eſt inditium ſcientiæ ſuæ, & quantum ea intelligat de quibus loquitur.

Quod poſtea attinet ad differentiam inter Copernicum & Alfonſum, circa Solẽ, nullus eſt harum ſcientiarum peritus, qui id neſciat, & ſimiliter de differentia ſitus cęli in reuolutionibus annuis.

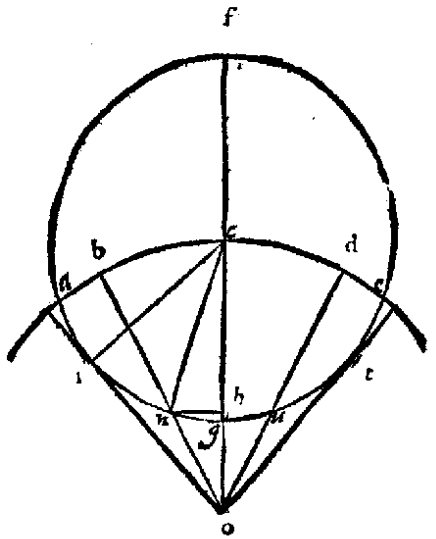
Quod vero ait ſeptimam figuram malè ſupputatã fuiſſe, ſi non eſt maximus certè non eſt minimus monſtruoſorum eius errorum. Vbi itidem videri poteſt, quam alienus hic ſit ab hac ſcientia. Nam ſi ſaltem curaſſet ſibi ab aliquo ſupputandum locum Solis per tabulas Alfonſi in inſtanti minutorum. 36. pomeridianorum, certior factus eſſet quod in illo puncto Sol inueniebatur in minu 54. grad. 11. Geminorum, ideſt præterierat gra. 10. cum min. 54. vel ſi curaſſet ſibi inueniendum tempus, per dictas tabulas cum grad. 10. min. 54. Geminorum vt faciendum eſt, ſequendo tamẽ Alfonſum, & non per calculum Solis poſitum in ephemeridibus, vt parum periti facere ſolent, vidiſſet ♀ inuenta eſſent min. 36. pomeridiana. Leuis tamen occaſio huic fuit ſuſpicandi eiuſmodi tempus eſſe falſum, quod viderit in illa figura Solẽ poſitum eſſe cum gra. 11. & non cum gra. 10. min. 54. non animaduertens ita notatum fuiſſe Solem. vt omnes alios planetas, ſcilicet ſine minutis, quum, vt dixi, in reuolutionibus non adhibeatur tanta ſcruplositas.

Quod deinde ait, in illa figura Solem poſitum eſſe in decima domo, & non in. 9. id relinquam iudicio eorum qui ſciunt numerare domos, ſaltem poſuiſſet authoritate ſua Solem in dicta decima diuersè ab exemplo ei daro ab amico, vt oſtenderet ſe dicere verum, vt in ſecunda figura diſcrepat ab ipſo exemplo in collocando Leone, Virgine, & Libra, & Scorpio, quos malè locauit, & ſi alii bene ſe habent.

Atque quod hactenus à me dictum eſt, ſatis ſit ad intelligẽdum quale ſit reliquũ dictæ eius diſputationis. Si enim velim pergere notare omnia eius errorum loca, eſſet mihi inanis labor, & tibi nimia moleſtia. Et quamuis non defuerint præſtantiſſimi viri, qui viſis eius ſcriptis familiariter eum monuere, & tu ipſe, vt audiui, cum inſtrumẽto theoricę in manib' ei oſtẽderis quo mõ Mars poſſit morari amplius ſex mẽſibus in vno ſigno. & præterea cum iam ab initio Taurinum aduenit, mecum communicauerit illa ſua prima ſcripta, egoq; eum monuerim, quod in varijs reb' falleb-tur, diſſuaſerimq; ne ea imprimenda curaret, quia nullum honorem inde referret, eum hortans, vt potius alijs rebus operam daret, atque ei dixerim quod ad animaduerſiones differentiarum ephemeridum attinet, quod id iam oẽs animaduerterant. Mihi reſpondit ſe decreuiſſe illa edere, vt poſtea fecit, & tot admonitionibus non

acquieſcens, die. 11. Auguſti edidit chartam illam impreſſam inuitans ad diſputationem quotquot adhærerent contrariæ ſententiæ, volens ſuſtinere Martē non poſſe commorari in vno ſigno amplius duobus menſibus, ſupponens partem principiorum ab omnibus admiſſorum,& in fine paginæ exponens modum, quo vtitur ad probationem ſuæ intentionis. Puto autem quod ſecum ratiocinabatur de Marte, vt fecit de Saturno in ſcripto latino, hoc modo. Si Mars in duobus annis ambulat per omnia. 12. ſigna, neceſſe eſt igitur, vt in menſibus duobus ambulet per vnum ſigum, cum menſes. 2. ſint duodecima pars annorum duorum. Sed ibi ſtatim in ipſo initio commiſit errorem graduum ferè. 7. dicens, quod medius motus Martis inueniebatur ſignorum. 4. & gra. 17. cum eo tempore dictus medius motus non eſſet reuera plus quam ſign. 4. grad. 10. mi. 36. verum hoc ad ea, quæ ſequuntur exigui eſt momenti. Is poſtea particulatim colligit medium motum Martis ad diem. 29. Mai anni. 1514. quem ait eſſe ſignorum. 9. gra. 27. min. 53. & tamen reuera erat tantū ſigno rum. 9. gra. 21. mi. 29. ſed miſſam faciamus etiam hunc errorem tanquā à primo pendentem. Cum deinde ibidem ponit centrum epicycli, ſimiliter errat, nam centrum epicycli nunquam poni debet vbi eſt linea medij motus, niſi ſit in auge, aut in oppoſito augis eccentrici, quia debebat collocare ipſum centrum tāto poſt lineā medij motus, quanta erat æquatio centri, quia medium centrum Martis tunc erat minus ſignis ſex, & aux eccentrici eius erat in ſexto minuto grad. 16. Leonis. Tamen hoc etiam leue eſt. Præſupponamus igitur quod centrum epicycli eſſet in grad. 28 Capricorni, vt ipſe credidit, ideſt gradibus. 7. vlterius quam erat reuera. Ait poſtea ſe comperiſſe Martem ambulaſſe ſigna. 4. & grad. 22. eius epicycli, ſed non explicat an intelligat de argumento medio, an de vero, quod vocatur æquatum, nam ſi intelligatur de medio, hoc eſſe non poteſt, cum mediū eſſet ſignorum. 4. gra. 24. mi. 35. ſed ſi intelligatur de vero, vt iure credendum eſt (alioquin etiam erraſſet) certè falſum eſt. Nā, verum, erat ſignorum. 4. grad. 29. minu. 39. Itaque Mars non diſtabat à linea veri motus epicycli amplius gradibus. 30. & minu. 21. ipſius epicycli, & æquatio argumenti ſecundo correcta erat gra. 44. minu. 2. à quo ſubtracta æquatione centri, quæ erat gr. 5. minu. 4. (cum centrum epicycli deberet tanto ſpacio eſſe poſt lineam medij motus quantum ſupra dixi) ſupererant gra. 38. minu. 58. addendi gradibus, & minu. medij motus, qui cum reuera eſſent grad. 21. & minu. 29. Capricorni, perueniebant ad minu. 27. grad. 1. Piſcium. Sed præſuppoſito ſecundū ipſum, quod medius motus eſſet grad. 28. Capricorni, & quod Mars eſſet non ſolū vbi hic ait, ſed etiam in prima linea contingentiæ epicycli, ideſt in prima linea maximæ æquationis argumenti, & præſuppoſito etiam quod dicta æquatio eſſet æqualis illi, quam haberet ad medium Aquarij ſcilicet grad. 47. quum centrum epicycli eſt in oppoſito augis, manifeſtum eſt, quod eiuſmodi linea contingentiæ non tranſiret vltra grad. 15. Piſcium, & tamen hic ait, quod linea veri motus Martis vadit ad grad. 16. Arietis. vnde oporteret, quod æquatio argumenti eſſet plus quam grad. 78. Quod ſi verum eſſet, &. o. c. etiam eſſet partium. 54. ſecundum diſtantiam proximiorem centro mundi, ſemidiameter epicycli eſſet eiuſmodi partium. 52. minut. 49. & quum Mars eſſet in. g. ideſt in oppoſito veræ augis epicycli, dum centrum epicycli eſſet in eiuſmodi diſtantia à terra, diſtantia. o. g. ideſt à terra ad Martem non eſſet plus, quam vna ſola pars ex dictis, cum minut. 11. cum partes. 52. minu. 49. ad. 54. ſint vt ſinus anguli gra. 78. qui eſt partium. 97814. ad ſinum totalem partium 100000. Nam iam ſupra dixi, quod triangulus. o. c. i. eſt rectangulus. Hinc ſequeretur

retur, quod in interuallo. o. g. vnius partis, & min. 11. reſpectu. o. c. partium. 54. Colloca retur ſemidiameter terrę cum ſpiſſitudine aeris, ignis, cęlorum Lunæ, Mercurij, Veneris, & Solis, præterquam quod vt inter Solem, & terram ſunt circa 605. diametri ipſius terræ, inter terram, & Martem cum eſſet in auge ſui epicycli, & epicyclus in auge eccentrici, inuenirentur circa. 60000. diametri eiuſdem terræ, & tamen ea diſtantia ſiue interuallum non poteſt continere. 5080. diametri terræ. Et quod plus eſt, hic tam vaſtum facit hunc ſuum epicyclum, vt ambiente Marte per inferiorem eius partem, neceſſe ei eſſet manere in vno duodecatemorio multo plus quam. 7. aut. 8. menſ. vnde hic multo magis miraretur quam prius. Hinc cernere licet quam rectè facti ſint hi eius calculi.



Vt autem etiam hinc aliqua vtilitas capiatur (prætermiſſis inconuenientibus vna cum falſis ſuppoſitis huius) Videamus ordine ſcientifico vbi poterat eſſe verus locus Martis, aut vero proximus, die. 29. Mai anni. 1514. quem hic exempli cauſa ſumit. Idq; tam ad defenſionem tabularum Alfonſi, quam ephemeridum ex eis collectarum. quæ quidem exactæ ſunt, vt quiſque peritus facile videre poterit, non autem calculatæ à tam ſtupidis hominibus, vt à vero aberrent etiam gradibus. 46. vt hic ait ſe deprehendiſſe.

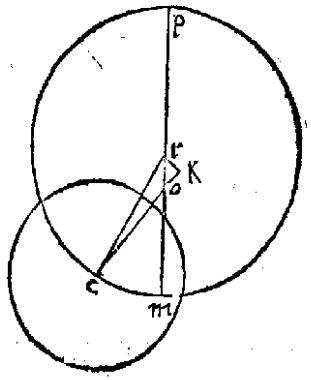
Primum igitur ſupponemus eoſdem illos terminos, quos ipſe nec debet, nec poteſt negare, præter ea quæ ſupra ſuppoſita ſunt, nempe quod ſemidiameter epicycli ſit partium. 39. minu. 30. & eccentricitas partium. 6. talium qualium eſt ſemidiameter deferentis diuiſus in. 60. & quod dicto tempore aux eccentrici Martis eſſet circa minutum. 5. grad. 16. Leonis, ſcilicet graduum. 135. min. 5. & quod linea motus mediocris eſſet circa minu. 30. gradus. 22. Capricorni, & quod verum centrū Martis eſſet grad. 151 minut. 20. & quod argumentum verum eſſet grad. 149. minu. 39. atq; ita oſtendam, neque tabulas, neque ephemerides errare, ne quidem vno gradu, ac ne quidem multis minutis, non modò tam monſtruoſa differentia, vt ipſe ait.

Quare primum nobis ſcientificè inueniendum eſt, quanta eſſet diſtantia. o. c.

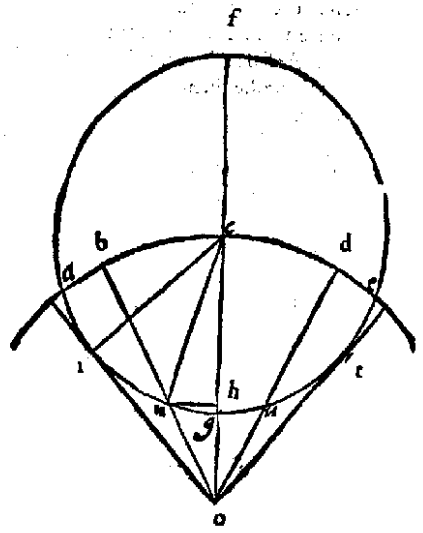
præ-

præcise ideſt interuallum inter centrum mundi,& centrum epicycli Martis in huiuſmodi ſitu.

Fingemus igitur eccenticum Martis ſignificatum per.p.c. m. cuius centrum ſit. r. & linea augis.p.r.o.m.in qua centrũ mundi ſit.o.centrum autem verum epicycli, comprehendatur ab angulo.p.o.c.qui ſit graduum. 151.min.30.ſecundum ſuppoſitum. Quare in puncto.c.erit centrum epicycli. Imaginemur ergo.c.o.productam à parte.o.quouſque ab.r.centro deferentis veniat linea.r.k.perpendiculariter,faciens angulum rectum in puncto.k.& quoniam angulus.r.o.c. datur nobis graduum. 151. min.30.ideo cognoſcemus angulum.r.o.k.tanquam reliquum ex duobus rectis, qui erit gra.28.min.30. & ſimiliter angulum. o. r. k. tanquam reſiduum vnius recti, qui erit gra.61.min.30.cuius ſinus ideſt.o.k.erit partium.87881.et.k r.vt ſinus anguli.r.o.k.partium.47715 talium qualium.o.r. eſſet 100000. ſed vt.o.r.eſt. 6.latus.o.k.erit.5.& min.16 et.r.k.partium.2.min.52. & quia. r. c. eſt partiũ.60.eiuſmodi, ſi ab eius quadrato ſubtractam fuerit quadratum ip ſius r.k.reliquum erit nobis quadratũ ipſius.k.c.cuius radix,ideſt.k. erit partium.59.min.56.à qua.c.k.ſubtrahendo poſtea.k.o.partium.5.minu.16.remanebit.o.c.partium.54.min.40. pro diſtantia quæſita.



Fingamus poſtea epicyclum. f. n.g. in quo argumentum verum graduum. 149.minu.39. ſit arcus.f.n.vbi Mars inueniatur in.n.per quem punctum tranſeat linea.o.n.veri motus Martis. Deinde inueniamus angulum.c.o.n. æquationis argumẽti,modo iam dicto,ideſt ducendo ſinum.n. h.arcus.n. g. qui arcus tanquam reliquus argumenti veri, iam præſuppoſiti, ex dimidio circulo,erit graduum.30.minu.21.& n.h.eius ſinus partium.50528.ſinus ſimiliter anguli.n.c.h.et.c. h. tanquam ſinus anguli.c.n.h.reſtantis ex uno recto grad.59. minu.39.erit partium.85295.taliũ qualium.c.n.ſinus totus eſſet partium.100000.ſed vt partium.39.& min. 30. ſinus. c. h. erit partium.34.min.5.et.n.h.partium.19.mi.57.reliquum poſtea.h.o.ex. o.c. partium.20.min.35.quia iam ſupra inuenimus.o.c.eſſe partium eiuſmodi.54.minu.40. vnde.o.n.vt radix quadrata ſummæ duorum.n.h.et.h.o.erit partium.28. minu.41. talium qualium.n.h.inuenta fuit partium.19.min.57.quæ.n.h. erit poſtea partium, 69552.taliam qualium.n.o.partium.100000.& ſumpta dicta.n.h.vt ſinus dictarum partium,dabit nobis angulum.n.o.h.quæſitum gra.44.min.4.qui per tabulas Alfon ſi inuentus eſt gra.44.min.2.par huic, vt dici poteſt. Qui angulus gra.44. minu.4. collectus cum angulo veri centri iam ſuppoſito graduum.151.minu. 20. & cum angulo augis eccentrici Martis, ſimiliter ſuppoſitæ grad.135.min.5.dabit nobis ſummam veræ diſtantiæ Martis à principio Arietis grad.330. min. 29. quod aliud non ſignificat, niſi quod Mars inuenietur in minu.29.primi gradus Piſcium. Et Stoſlerus in ſuis ephemeridibus ponit eum in.22. minuto dicti primi gradus, cuius differentia à tabulis eſt minut. 5.tantũ, & à meo calculo min.7.videlicet minima.



Nunc autem nolui ſumere ipſum angulum æquationis à tabulis propter duas rationes, primũ quia ne hic quidem reprehenſor in hoc voluit credere dictis tabulis. Sed id voluit videre proprijs oculis ſi ſua theorica Martis. Vbi ſuenit quod linea.o.n. tranſit per gra.16.Arietis. Secunda ratio eſt, vt videatur quod dictæ tabulæ rectè ſupputatæ ſunt,ſuper dictis ſuppoſitis.

Sed vt videat quantus ſit medius motus Martis die.29. Mai colligit fruſtatim, q eleganter colligere poterat, vna opera in columellis ipſius medij motus eiuſmodi ſtellæ per eram eiuſdem temporis,quæ erat.2.primarum ſexagenarum.33. ſecundarum.32. tertiarum,et.52.quartarum.

Primum deinde ſuppoſitum quod ſcribit,ſcilicet, quod diameter epicycli ſumptus in longitudine media ſit ſignorum.2.& grad.19.vti ſuperfluum eſt,ita etiam falſum,nam eiuſmodi diameter in dicto loco,non occupat ad centrum mundi plus quã gra.66.min.28. ideſt ſigna.2.gra.6.min.28.quia proportio.o.c. ad ſemidiametrum epicycli in eiuſmodi loco eſt ut partium.60.minu.18.ad partes.39.min.30.quę duę lineæ intellectę,vt latera vnius trianguli rectanguli, habebunt pro baſi aliam lineam partium ſimilium.72.mi.5. Quæ intellecta vt ſinus totus dabit ſemidiametrum epicycli partium.54798.tanquam ſinum ſubiectum angulo gra.33.min.14. pro medietate illius, quod quæritur.

Nec prætermittenda mihi videtur ratio, qua credere poſſumus, hunc cogitaſſe,quod diameter epicycli compleat ſpatium duorum ſignorum cum gradibus. 19. quæ quidem ratio alia eſſe non poteſt,niſi quod cum iſte inuenerit, in cometarijs Theoricarum,ſemidiametrum huiuſmodi epicycli eſſe partium.39 min.30.talium qualium ſunt.60.illæ quæ ſunt ſemidiametri huius eccentrici,dictas igitur partes.39 mi.30.hic putauit eſſe gradus Zodiaci,& propterea dixit diametrũ huiuſmodi epicycli eſſe ſignorũ duorũ,& gra.19.qui numerus.79.duplus eſt numero. 39. cũ dimidio hoc autem dixit accidere in longitudinibus medijs, quia ſi hic intellexiſſet de proportione horum duorum diametrorum, quæ eſt ut.120.ad.79. non ſpecificaſſet locum

cum epicycli,cum ipſa proportio nullo modo alteratur exiſtente epicyclo vbi volue ris ipſius circunferentiæ eccentrici,ſed angulus in centro mundi, cui ſubiacet dictus diameter epicycli, bene alteratur, propter inæqualem diſtantiam centri epicycli ab ipſo centro mundi. At ſi de tali angulo inferre voluiſſet, iam probaui ipſum cõtinere ſolum gra.66.minu.28.exiſtente centro epicycli in longitudinibus medijs & non gra.79.vt ipſe dicit.

Omitto poſtea, quod vbi mentionem facit coniunctionum Solis cum Marte augium & earum oppoſitorum, non explicat an intelligat de veris an de medijs. Nam ſi ex eius modo loquendi accipiatur cum loqui de veris multum erraret.

Sed quia iam tibi moleſtum eſſe inciperet ſi diutius te detinerem in his contentionibus aſtronomicis, vlterius non diſputabo. Satis enim hactenus explicaui ſentẽtiam meam, vt oſtendiſſe videor quam mihi iucundum ſit tibi morẽ gerere. In quo etiam humanitati tuæ gratiam habebo, quũ petitione tua occaſionem mihi dederis efficiendi, vt tum amici tui (amant enim te omnia ſublimia ingenia) tum alij, ſi quã falſam opinionem ex huius Benedicti Altæuillæ ſcriptis ſumpſiſſent, eã relinquant, & per te hoc beneficium à me conſequantur, & huiuſmodi occaſionem, & iuuandi hominum ſtudia & tibi gratum faciendi,honorificum, & per gratum mihi fuiſſe intelligant. Vale & me vt ſoles ama.

Taurini pridie Kal. Octobris. 1581.

De probatione diuiſionis numerorum.

AD EVNDEM.

INter alia quæ à me ſcire cupis, vir doctiſſime, hoc vnum eſt, vt ex literis tuis accepi, vnde ſit vt priſci noſtri probatione numeri nouenarij potius quam ſeptenarij vſi fuerint, & qua ratione non idem proueniat ex probatione numerorum octonarij,ſenarij, vel quinarij, aut cuiuslibet alterius: Vnde pariter oriatur quod in partitionis probatione neceſſum ſit probationum euentus multiplicare cum probatione diuiſoris, ac eam quæ eſt producti poſtea cum probatione fractionis in ſummam colligere,&c. Ad hæc in primis reſpondeo, cum aliquoties accidere poſſit tales probationes nos fallere poſſe, idq; ſi in tali ſumma ſimilis numerus, ut puta ſeptem,aut nouem,plus vel minus æquo iuſtouè poſitus fuerit,attamen per raro euenire poteſt, vt quis per nouenarium potius quam per ſeptenarium decipiatur. Exempli gratia,ponamus ſummam eſſe.100. quam numerus nouenarius vndecies ſolum ingreditur,at ſeptenarius quatuordecies,vnde quis ſæpiꝰ ex ſeptenario, hac ratione, quam ex nouenario numero ſe poſſe errare facile deprehendet, etſi ex probatione nouenarij magis quam ſeptenarij,vt practici ſcribunt,duabus de cauſis errare poſſimus. Alia tamen ratio mihi ſuppetit,ob quam credibile eſt ipſos potius nouenario adiutos fuiſſe, quam ſeptenario,quæ eſt ob ſui cum velocitatem tum facilitatẽ, neq; enim in ſeptenario eſt adeo facilis.Nã quamuis, tam vna quam altera aliud non ſit, quam numerorum ordines diuidere (ſi de ſummis primo loquamur) aut è ſumma ſuperfluum ordinum colligere, & videre an idemmet ſuperfluum ex eadem ſumma emanet; attamen cum modus, qui in hoc adhiberi poteſt in nouenario quã in ſeptenario velocior ſit, & ob id probationem nouenarij ſeligunt potius quam ſeptenarij.

Verum

Verum nolo te in ea,quæ falſa eſt, opinione conſiſtere,non idem, & cum octonario,ſenario, vel quinario, aut quouis alio numero poſſe efficere, cum eademmet ratio,quæ in ſeptenario, aut nouenario,ẽt in cæteris perhibeatur. Ponamus exemplũ hos tres ordinum numeros velle ſupputare, quorum primus ſit.679. ſecundus.846. & tertius.935.& illorum ſummã.2460. nunc,maiorem numerum primi ordinis ab octonario menſi,proijciendo,remanebit.7. deinde maiorem numerum demendo à ſecundo ordine,reſiduum erit.6.ac ſi idem in tertio ordine fecerimus,erit nobis reliquum.7. Demum tria hæc reſidua in vnum collecta.20.efficient,à quibus ſi numerum maiorem ab octonario menſum dempſeris,ſupererunt.4. & totidem à ſumma.2460.remanebunt,reiecto maiori numero ab octonario menſo. Atque idem medio quouis alio numero, euenire poteſt.

Cuius ratio tam per ſe clara atque euidens eſt, quod ſi ſummam trium reliquorũ, quæ eſt.20. à ſumma.2460. ſubduxeris,remanebunt.2440.pro ſumma trium numerorum dictorum triẽ ordinum ab octonario menſorum,cui numero addito.16.pro maiori numero ſummę reliquorũ,qui ab octonario menſus ſit,ſupererunt.4.At ſi per ſenariũ experimẽtũ feceris,remanebit.0.& ſic de reliquis per ordinem procedẽdo.

Verum poſſes ſciſcitari, quare velocius, exceſſus ordinum, potius per nouenariũ, quam per cæteros numeros, prout docẽt practici, inueniri queat, videlicet aggregando prius duas figuras numerorum primæ ſummæ, deinde alias duas. Exemplum ſit primus ordo.679.colligendo.6. et. 7.faciunt 13.& cum hæc ſumma ſit duarum figurarum, ſupputantur & ipſæ, è quibus prodeunt.4.& conſimilis erit probatio numeri.67.facta per. 9. quod idem eſt, ac ſi quis diuidat.67.per. 9. ex quo reliqui erunt ſemper.4.

At quo ratio huiuſce rei perſpicuè dignoſci poſſit,in primis ſciendum eſt, cuique ex ſe cognitum,atque exploratum eſſe, denarium numerum vnitate nouenarium ſuperare, & ex hoc ſequitur, ſex denarios continere in ſe ſex nouenarios, & ſex vnitates.

At ſex vnitates,vna cum.7.faciunt.13.& quia in.13.eſt denarius,igitur in illo erit vnitas ſupra.9.Quæ vnitas addita ternario,præbet nobis ſuperfluum, per quod.67. ſuperat.54.iunctum cum.9.ſcilicet ſummam.63.

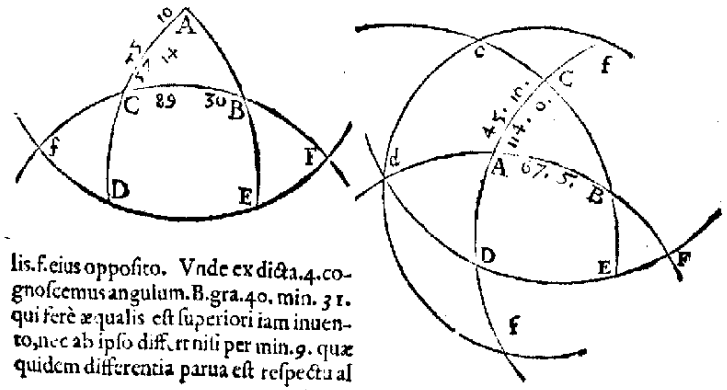
Idem dici non poteſt de octonario,ſeptenario, vel ſenario, & de reliquis, quoniam numerus denariorum,in cæteris minoribus nouenario non præbet illico numerum exceſſus maioris numeri, qui à numero probationis menſus eſt. Et quod dico de probatione aggregationis, idem intelligo de alijs operationibus, vt puta ſubtractionis,multiplicationis,& partitionis ſeu diuiſionis.

Vnde autem oriatur,vt in partitionis probatione opus ſit probationem euentus cum diuiſionis probatione multiplicare, & productum cum fractionis probatione ſupputare, ſeu aggregare, tibi non erit ignotum, quoties animaduerteris, quod productum ipſius euentus cum diuiſore, adiunctum fractioni, perpetuo ſe æquat numero diuiſibili. Et quoniam numeri probationum ſunt partes, quæ remanent ex ipſis totis, detractis maioribus numeris ab eo dimentis, quo pro communi menſura vtimur (prout.7.vel.9.aut alium numerum,quem voluerimus) par eſt vt ex ipſarum remanentibus partibus,velut ex ipſis totis idem fiat.

De falacia operationis triangulorum ſphericorum.

AD EVNDEM.

QVod diebus præteris tibi ſignificaui, idem nunc confirmo, ſcilicet ſphæricorum triangulorum operationem ſæpe nos fallere, vt exempli gratia, ſi propoſitus nobis fuiſſet triangulus. A.B.C. cuius angulus. A. nobis datus eſſet graduum. 114 mi. o. & eius latus. A.B, graduum. 67. min. 5. & latus. A.C. graduum. 45. mi. 10. ſi reliquos angulos cum tertio latere etiam cognoſcere voluerimus, ex methodo. 11 primi Copernici propoſitum obtinebimus. vnde latus. B.C. eſſet graduum. 89. min. 30. angulus vero. C. graduum. 57. min. 14 angulus autem. B. grad. 48. min. 38. Quare vltimus hic angulus. B. falſus eſſet, eo quod operatio paruorum triangulorum in cauſa eſt, quotieſcunque eorum latera tam breuia ſint, ut non eccedant vnum gradum, quare ipſorum angulorum veram quantitatem non tribuunt. propterea igitur cum voluerimus veram quãtitatem ipſius anguli. B. oportet poſt quam inuenerimus angulum. C. mediante arcu. D. E. ſupponere alium polum in. B. deinde producere. B A. vſque ad. d. et. B. C. vſque ad. c. imaginando. B. d. et. B. e. duas quartas eſſe magnorum circulorum, extendendo poſtea. d. c. vſque ad interſectionem cum. A. C. & eũ dem ordinem proſequendo, tunc. e. d. nobis oſtendet angulum. B. eſſe gra. 40. mi. 22 quæ erit eius vera quantitas. Cuius quidem rei experientiam poſſumus etiam facere, hoc modo, eſto, exempli grati., quod nobis datus ſit angulus. C. graduum. 57. min. 14. cum latere. A. C. gra. 45. min. 10. & latus. B. C. gra. 89. min. 30. Tunc ſi ordinem. 11. dicti lib. ſequemur, obtinebimus intentum, hoc modo ſcilicet ſupponendo in. A. polum, & non in. B. ducendo etiam. A. B. et. A. C. ſed. A. B. vſq; ad gra. 90. ducendo poſtea. D. E. ita quod ab omni parte concurrat cum latere. B. C. producto, vnde tam. E. C. B. F quam. D. E. F. erunt ſemicirculi magnorum circulorum. quare. C. D. nobis cognitus erit gra. 44. min. 50. & ſic etiam angulus. D. C. f. gra. 57. min. 14. ex 4. dicti lib. poſtea habebimus. F. I. gra. 60. min. 54. & angulum. f. gra. 53. mi. 24. aggregatum poſtea. E. C. cum. C. B. habebimus. f. B. gra 150. min. 24. qui ſi a ſemicirculo dẽ ptus fuerit, nobis remanebit. B. F. gra. 29. mi. 36. cum angulo. F. cognito cũ ſit æqua-



lis. f. eius oppoſito. Vnde ex dicta. 4. cognoſcemus angulum. B. gra. 40. min. 31. qui ferè æqualis eſt ſuperiori iam inuento, nec ab ipſo differt niſi per min. 9. quæ quidem differentia parua eſt reſpectu alterius

terius differentiæ quam ſupra inuenerimus.

Superius enim dixi non eſſe ponendum polum in. B. eo quod. B. C. ſit gra. 89. mi. 30. vnde nobis prodijſſet triangulus. f. C. D. trium valde paruorum laterum, quorum latus. C. D. eſſet gra. 0. mi. 30. & latus. f. I. gra. 0. mi. 55. & latus. F. D. gra. 0. mi. 47. vnde angulus. f. gra. 32. min. 40. falſus eſſet, qui quidẽ poſtea nobis daret. D. E. gra. 45 minu. 16. falſum ſimiliter.

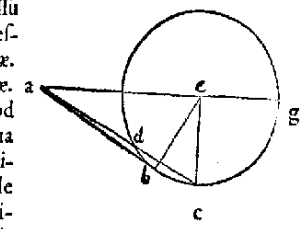
De paſſione circuli hactenus incognita.

AD EVNDEM.

DVbitandum quidem nõ eſt quin paſſiones circuli innumerabiles penè ſint, quę quidem omnes ferè caſu inueniuntur, vt mihi nunc accidit, quam tibi mitto, hæc autem eſt, quòd quadratum lineæ. a. g. in figura hic ſubſcripta ſemper æquale eſt ei producto, quod fit ex. a. e. in diametro circuli. g. c. b. ſimul ſumpto cum quadrato inſcriptibili in dicto circulo, & ſimul cum quadrato lineæ. a. b. contingẽtis ipſum circulum, ſupponendo. a. g. per centrum ipſius circuli tranſire.

Pro cuius demonſtratione à centro. e. duco ſemidiametrum. e. c. perpendicularẽ ipſi. g. a. & à puncto. c. ad. a. duco. c. a. quæ ſecabit circunferentiam ipſius circuli in pũcto. d. eo, quod angulus. c. acutus eſt. Nunc ex. 35. tertij, productum. c. a. in. a. d. æquale eſt quadrato. a. b. productum autem. a. c. in. d. c. æquale eſt quadrato inſcriptibili in circulo. g. c. b. ex. 130. primi Vitellionis, ĩ qua propoſitione ipſe Vitellio ſupplet pro eo, quod in quinta propoſitione libri de lineis ſpirabilibus Archimedis deſideratur, ſed quadratum. a. c. æquale eſt ijs duobus productis. per. 2. ſecundi Eucli. ergo quadratum. a. c. æquale erit quadrato inſcriptibili in circulo. d. c. g. & quadrato. a. b. ſed quadratum lineæ. a. c. æquale eſt duobus quadratis, hoc eſt lineæ. a. e. & lineæ. e. c. ex pitagorica, quare ex communi conceptu duo quadrata lineæ. a. e. & lineę. e. c. hoc eſt lineæ. e. g. quod idem eſt, æqualia erunt duobus iam dictis, hoc eſt inſcriptibili, & ei, quod fit ex. a. b. ſed quadratum lineæ. a. g. æquale eſt quadrato lineæ. a. e. & quadrato quod fit ex. e. g. & duplo illius quod fit ex. a. c. in. e. g. hoc eſt producto. a. e. in diametrum. Quare quadratum lineæ a. g. æquale eſt quadrato circunſcriptibili, & quadrato lineæ. a. b. & producto lineæ. a. e. in diametrum circuli. d. c. g.

Breuiori etiam methodo demonſtrare poſſumus quadrata lineæ. a. e. et. e. g. æqualia eſſe quadrato circunſcriptibili, & quadrato lineæ. a. b. ducendo lineam. e. b. quæ æqualis eſt lineæ. e. g. tali methodo, hoc eſt, conſiderando, quod quadratum inſcriptibile ſemper duplum eſt quadrato ſemidiametri, vel medietati circumſcriptibili, quod quidem nihil aliud eſt, niſi æquale eſſe ijs duobus quadratis, hoc eſt lineæ. e. b. & lineæ. e. g. ſed quadratum lineæ. a. e. æquale eſt iis duobus quadratis, hoc eſt lineæ. a. b. & lineæ. b. e. vnde quadratum lineæ. a. e. cum quadrato lineæ. e. g. æquale eſt quadrato circunſcriptibili, ſimul collecto cum quadrato lineæ. a. b.



Demonſtrationes quarundam propoſitionum de quibus agit Cardanus capite primo.libro. 16. de ſubtilitate.

AD EVNDEM.

EA quæ Cardanus in primo cap.lib.16.de ſubtilitate ita ſcribit,quod ſi diametros producatur extra quantumlibet, alia verò diametro in centro ſecetur ad rectos, ex huius fine &c. quæ quidem ſecundum illum eſt vndecima proprietas circuli, quoniam te id non intelligere ſcribis,idemq; dicis etiam de duodecima, & ſimiliter de tribus illis paſſionibus, quas ipſæ communes facit circulo, defectioni,ſeu ellipſi, & hyperboli, tibi breuiter reſpondebo.

Circa vndecimam proprietatem circuli verum dicit. Imaginemur circulum.p.d.q.à duabus diametris,inuicem ad angulos rectos coniunctis,diuiſum.p.d.et.d.g.diuidatur enim quarta.q.d.per quot partes æquales volueris,mediantibus punctis.b.a.o.ducanturq; ab ijſdem punctis tot perpendiculares diametro.d.g.quæ ſint.b.m.a.n.et.o.s.quæ quidem erunt parallelæ diametro.q.p.coniungatur deinde extremitas.d.diametri.d.g.cum primo puncto.b.& protrahatur.d.b.vſque ad concurſum cum diametro.p.q.protracto in puncto,h.Nunc dico.q.h.quæ adiacet diametro.q.p.æqualem eſſe omnibus dictis perpendicularibus, quapropter coniungantur puncta.m.a:n.o.et.s.q.& producantur vſque ad adiacentem diametro.q.p. in punctis.c.et. e. vnde habebimus angulos. b.a.o.q. inuicem æquales ex.26.tertij,cum verò.o.s. a. n. et b.m.parallelæ ſint ipſi.p.h.tunc anguli.b.h.c:a.c.e:et.o.e.q.æquales erunt angulis.d.b.m:m.a.n.et.n.o.s.ex.29.primi: quare anguli.h.c.e.q.erunt inuicem æquales, vnde ex.28.eiuſdem.b.h:m.c:n.e.et.s.q.erunt inuicē parallelę,& ex.34.e.q. æqualis erit. o.s.et.e.c.æqualis.n.a.et.m.b.æqualis.c.h.verum eſt igitur propoſitum.

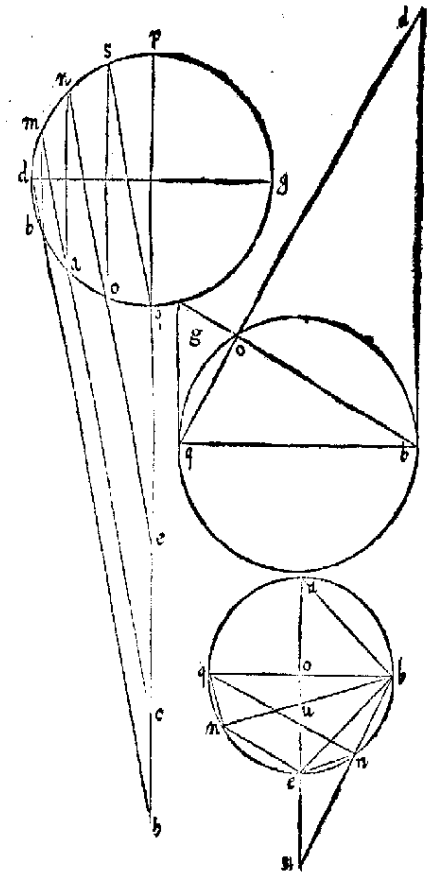
Duodecima vero ꝓprietas eſt,ut ſi fuerit circulus.a.b. e.q. cuius duo diametri ad rectos coniuncti ſint.a.e.et.q.b.& diameter.a.e.protractus indeterminatè ad partem e.tunc ſi ab extremo.b.diametri.q.b.ducta fuerit,b.n.u.extra circulum,ſeu.b.u. n. intra circulum, vt in ſubiecta figura patet, ita vt ſecta ſit à circunferentia circuli in pũcto.n.vel à diametro in puncto.u.ſemper id quod fit ex.u.b.in.b.n. æquale erit quadrato inſcriptibili in dicto circulo, hoc autem diuerſimodè cognoſci poteſt, tribus enim modis ego inueni, quorum primus ita ſe habet. Nam ſi punctus. u. fuerit extra circulum, ducantur.b.e.et.e.n.& habebimus duos triangulos.b.n.e.et.b. e.u.ſimiles inuicem,eo, quod angulus.b.communis ambobus exiſtit, & angulus.b.n.e.æqualis eſt angulo.b.e.u.quod ita probatur,nam angulus.b.n.e.cum angulo.b.a.e.(ducta cum fuerit.b.a.)æquatur duobus rectis ex.21.tertij, ſed ex quinta primi angulus. b.e.a.ęqualis eſt angulo.b.a.e:quare angulus.b.n.e.cum angulo.b.e.a.ęquatur duobus rectis,ſed ex.13.eiuſdem angulus.b.n.e.cum angulo etiam.e.n.u.æquatur duobus rectis,ergo angulus.e.n.u.æquatur angulo.b.e.a.quare angulus.b.n.e.æquatur etiã angulo.b.e.u.vnde ex.32.eiuſdem reliquus angulus.b.u.e. æqualis erit reliquo angulo b.e. n. latera igitur erunt proportionalia ex. 4. ſexti, vnde ita ſe habebit.u.b.ad.b.e.vt.b.e.ad.b.n.ex.16.ſexti igitur verũ erit propoſitum.

Sed ſi punctus.u.intra circulum fuerit, triangulus.b.e.n.ſimilis erit triangulo.b.u.e.nam angulus.b.ambobus communis erit. Angulus vero.b.n.e. ęqualis eſt angulo. b.e.u.ex.26.tertij, quare ex.32.primi reliquus angulus. b. e. n. æqualis erit reliquo angulo

angulo. b.u.e. vnde ex.4. ſexti eadem proportio erit ipſius.b.n. ad.b.e.quæ. b. e. ad b.u.quare ex.16.eiuſdem patebit propoſitum.

Secundus autem modus ita ſe habet,ducta.q.n.habebimus duo triangula orthogonia ſimilia inuicem. b.q.n.et.b.u.o.eo quod angulus.b.communis ambobus exiſtit, quare ex.4.ſexti ita ſe habebit.u.b.ad.b.o.vt.q.b.ad.b.n.vnde ex. 15. eiuſdem quod ſit ex.u.b.in.b.n.æquale erit ei,quod ſit ex.q.b.in.b.o.Sed ex. 16. eiuſdem, q̃ ſit ex.q.b.in.b.o.ęquatur quadrato.b.e.quia.b.e.media proportionalis eſt inter diametrum & ſemidiametrum eiuſdem circuli.ex.4.eiuſdem,quare quod ſit ex.u. b. in b.n.æquale erit quadrato ipſius.b.e.

Tertius modus adiungitur,& eſt quod cum quadratum.u.b.exiſtente.u.extra circulum æquale ſit ei, quod ſit ex.u.b.in.b.n.ſimul ſumpto cum eo,q̃ ſit ex.u.b.in.u.n. ex ſecunda ſecundi,& idem quadratum.u.b.æquale duobus quadratis.u.o.et.o.b.ex penultima primi, ideo duo dicta producta æqualia erunt dictis duobus quadratis.o.u.ſcilicet et.o.b.ſed quadratum o.u.æquatur ei,quod ſit ex. a. u. in.e.u.& ei quod ſit.ex.o.e.in ſe ipſam ex.6.ſecundi, quare duo iã dicta producta æqualia erunt duobus dictis quadratis,o.b. ſcilicet.et.o. e.& ei quod ſit ex. a. u.in.u.e.ſed quod ſit ex b.u.in.u n.æquale eſt ei quod ſit ex. a. u. in.u.e.ex. 35. 3. relinquit ergo vt id qđ ſit ex.u.b.in.b.n. æquale ſit duob⁹ quadratis.o.b. et. o. e.quare & quadrato ipſius. b. e. ex Pitagorica.



Si autem pũctũ.u.fuiſſet intra circulum idem eueniret. Nam quadrato.b.e.æquãtur duo quadrata.o.b.et. o. e. ſed vice quadrati.o.e.dicemus quadratũ. o. u.cum eo quod ſit ex.a.u.in.u.e. ex.5.ſecundi,id eſt quadratum. o.u.cũ eo quod ſit ex. b.u. in. u. n.ex.34.tertij,vnde quadratum b.e.æquale erit quadrato. o. b. & quadrato.o.u. ideſt quadrato b.u.ex Pitagorica ſimul cũ producto.b.u.in.u.n.ideſt producto n.b.in.b.u. quod æquale eſt quadrato.b.u.cum producto.b. u.in u.n.ex.3.ſecundi.

Circa tres paſſiones communes poſtea circulo hyperboli, & defectioni notandum eſt primã patere ex.36: primi Pergei, ſecun-

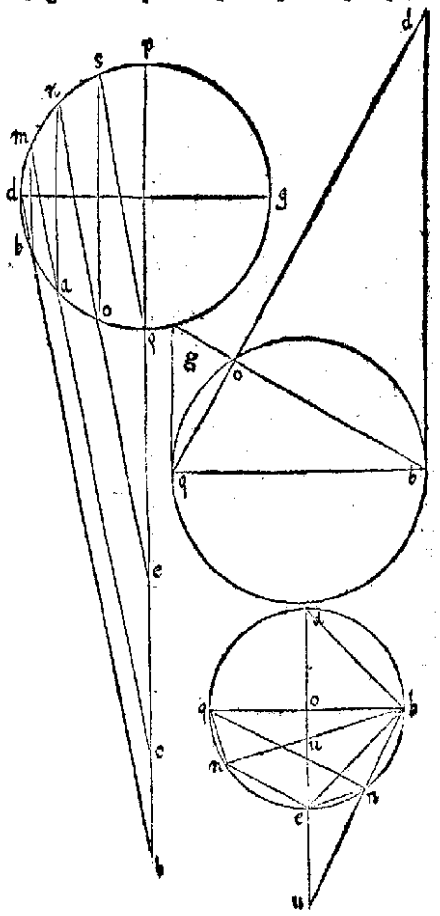
cundam verò ex.37.et.38.eiusdem,propterea quod in.37.probat mediante maiori diametro ipsius hyperbolis & defectionis.In.38.autem mediante minori diametro ordinatè ad maiorem.

Tertia autem passio,non nisi circulo conuenit; pace ipsius Cardani dictum sit.

Quapropter sit circulus.q.o.b.cuius diameter sit.q.b.contingentes verò ab extremitate diametri sint.d.b.et.q.g.per punctum autem.o.quoduis,ipsius circũferentiæ, transeant.b.o.g.et.q.o.d.tunc dico productum.q.o.in.q.d.vel.b.o.in.b.g.æquale esse quadrato.q.b.quod ita probo.

Nam angulus.q.b.d.seu.b.q.g.rectus est ex.17.tertij Eucli.et.b.o. q. similiter rectus ex.30.ipsius lib.angulus verò.b.q.d.seu.q.b.g.communis est. quare.b.q. media proportionalis erit inter dictas lineas.q.d.et. q.o.& inter.b.g.et.b.o.Vnde sequetur propositum ex.16.6.Eucli.

Sed si circa diametrum.q.b.mente fingamus aliquam elipsim, quæ tangat ipsum circulum duobus punctis mediantibus.q.et.b. (nam pluribus esset impossibile,ex.27. quarti Pergei) clarè patebit, quod pũctus.o.erit extra circumferentiã ipsius defectionis,quare ipsa circunferentia secabit. b. g. vel. q. d.in alio puncto, vnde ipsi non occurret id quod probauimus de circulo,



Admiratus etiam sum,ipsum Cardanum dicere hyperbolem ita vocari,eo quod angulus contentus ab axe ipsius figuræ, & à latere trigoni in hyperbole maior sit quam in parabole, quod etiam confirmat paulo inferius, nam hoc verum non est, imo falsissimum. Talis enim sectio ita nominata fuit, hoc est hyperboles,simili ratione,qua elipsis seu defectio etiam vocata fuit,nam sicut in ipsa defectione quadratum ordinatę.l.m.minor est producto lineæ.e.m.in.e.t. per figuram similem producto,d.e.in.e.t. quæ eandem obtineat altitudiné ipsius.e.m. vt ipse Pergeus monstrat in. 13. primi lib. ita in hyperbole dictũ quadratum excedit quantitatem illius figuræ, per similem dictæ vt in.12.ipsi⁹ Pergei facilè videre est. sed prę ter illas passiones, quas notat Cardanus in supradicto capite,multæ aliæ sunt, cum corollarium primæ tertij Eucli. sit passio propria ipsius circuli,& idem dico de propositione.3.4.7.8.9.11.12. 13.14.15.17.18.19.20.30.31.ipsius tertij lib.nec non de.8.9.et.10.tertijdecimi. & de prima.3.4.5.6.et.7.quartidecimi eiusdem. Idem infero de ea quod scripsi Mario Nizzolio, Francisco Vimercato,Francisco Contareno,Angelo Agrimensori,& de alijs nonnullis à me excogitatis.

DE FINE CORPORVM COELESTIVM, & eorum motu.

Illustri viro, Philiberto Pingonio Sabaudo Cusiacensium Baroni.

CVm antea meo nomine Sebastianus noster omnia ferè tibi retulisset,inter alia, quæ relinquebantur tibi dicęda, hoc vnum erat,quod si absque lumine superiori, in quem finem facta fuerint corpora cœlestia scire desideras, & humanam rationem sequi volueris, putandum tibi non erit ea solum effecta esse,vt tam vile corpus,vt est terra aquis irrigata,animalia,& plantas regant,cum ea corpora sint diuina, in numero incomprehensibilia,maximis magnitudinibus, & motibus velocissimis, prædita, id etiam minus putabunt hij, qui opinionem Aristarchi Samij,& Nicolai Copernici sequuntur, quorum ratione fieri non potest,vt credant.eius,quod ex vniuerso reliquum est,alium finem non habere,quam regimen huius centri epicycli Lunaris, vt illorum more loquar.Quã enim turpe esset si centra aliorum epicyclorum planetarum tali regimine priuarentur, id quod nullo modo cum ratione consentit, si tam vera est ea opinio, quemadmodum rationabiliorẽ eam existimãt. Neq; quid quam valet opinio Aristotelis, qui corpora cœlestia,ab ortu, & interitu libera esse sentit. dicens superioribus sęculis,à nostris antiquis nullam vnquam animaduersam fuisse alterationem in cœlo,cum non videat si quis esset in cœlo,neq, etiam obseruare posset alterationes quæ in terra,& circa terram fiunt, quæ in partibus,& non in toto spectantur: vnde etiam fieri potest, vt in cœlo sint particulares alterationes, quæ à nobis tamen, qui ab illis longè distamus, non comprehendantur,terra,mareq; (quamuis minimum respecta ipsius terræ) ratione totius ita se semper habuerũt quẽ admodum sese habere corpora cœlestia videmus, sed alteratio, ratione tantum aliquarum minimarum partium quasi insensibilium,si cum toto comparentur fit. Quis enim scit,vt iam tibi dixi,quin, quemadmodum Luna circa terram voluitur, ipsaq; terra sit veluti centrum epicycli maioris eiusdem, vt Aristarchus Samius, & Nicolaus Copernicus censuerunt; sic etiam Saturnus, Iupiter, Mars, Venus,atq; Mercurius circa alia huiusmodi corpora, huic terræ similia,in orbem agantur, quasi speculą,lumen Solis suo centro ex reflexione,deferentia(suppositis dico veris illorum opinione) Nollẽ tamen tibi è mente excidere, vt aliàs te monui, q; si communis opinio vera est,necessario fatendũ sit corpus solare,dũ in æquatore cernitur motu diurno quolibet horę minuto,magis quã decẽ & sexcẽ mille milliaria pagere,idest paulo minus quam.18000.milliaria, Saturnum verò cum similiter est in æquatore,eodem tẽporis spatio, quasi tercentamillia milliaria Italica conficere,& sic per gradus alia corpora velociora alijs moueri,quæ quidem omnia, cũ simplici gyro terræ circa suum

axem

axem(vt dicunt) tolluntur, quod sufficit ad recipiendum lumen, & influentias illorum corporum. Et ita, veluti princeps corporum vniuersi, intra vnum annum circa eam vertitur. Ita etiam sufficeret, vt ipsa terra circa dictum diuinum corpus solare, intersecando axem diurnum cum axe annuali(cum ab eo lumen, calorem, & influentiam suscipere debeat) circunuolueret. Rationes autem a Ptolomeo in contrarium adductæ apud ipsos, nullę sunt, quia quęlibet pars (vt inquiunt) retinet naturam totius, præterquam q aer, & aqua, quæ ipsam terram circundãt, plane eundem naturalem impetum motus obtineant, qui tanto lentior est, quanto longius distat aer ab ipsa terra, secundum etiam talem opinionem, nulla necessitas foret, vt locus fixarum terminaretur aliquibus superficiebus, conuexa scilicet, & deuexa.

De Luce, Lumine, & Colore, De obiectu oculi, De lumine Lunæ, & Rubedine nubium.

AD EVNDEM.

QVod proximè quærebas, an sit lux aliqua, quæ à corpore lucido non proueniat, mihi facilè ad considerandum videtur. hic enim oportet, vt nos ad id quod perpetuò videmus referamus, existimo autem te velle dicere lumen, non lucem, quia propriè lux, qualitas ea visibilis appellatur, quæ est in corpore lucido, à quo quidem corpore lumen effunditur; lumen verò, ea qualitas esse dicitur, quæ extra ipsum corpus reperitur, à luce, quæ in dicto corpore manet emanans. vnde patet, nullam lucem absque corpore subiecto esse posse, id quod cum fieri quiret, idé de quolibet alio accidente dici posset, id est quod ex se, & absque aliquo subiecto subsisteret.

Lumen deinde à luce proficisci patet, q penetrat diaphanum, neque aliquo modo suum actum ostendit, nisi, aut per incidentiam, aut ratione opaci, ex reflexione, cuius superficiei colorem induit. Atque hæc est causa, vt inter crepusculum matutinum, aut vespertinum, nox etiam si sit serena, adeo obscura nobis appareat, quamuis totum vniuersum diaphanum, extra conum vmbræ, quæ ex terra prouenit sit vndiq; radijs luminosis Solis collustratum; qui quidem radij, non nisi à suamet reflexione a Luna, & ab alijs stellis (vt corporibus opacis, quæ resistunt lumini, ne vlterius penetrare possit, vnde retrò redit) comprehenduntur.

Ais etiam propria visus obiecta plura esse, nominans pro vno, colorem, & lucem pro alio. Ego autem respondeo, obiectum oculi esse vnicum tantum, idest lumen. Quod ad lucem spectat, iam tibi dixi, eam esse quandam qualitatem in corpore lucido, & non extra ipsum politam, à quo quidem corpore, cum non exeat, oculi obiectum esse nequit, sed lumen quidem ab ipsa luce productum. Color etiam, qui est in corpore colorato, obiectum oculi esse non potest, cum dictum corpus non deserat, sed lumen quidem ab eodem corpore reflexum, & huiusmodi corporis colore tinctum: vnde tam lumen incidens, quam reflexum colore est semper imbutum.

Illud quidem coloratum est qualitate lucis corporis lucidi, aut medij, per quod transit, sed hoc colore corporis, à quo reflectitur.

Neque etiam te ignorare volo, lumina reflexa colorata, non reflecti à puris propriisq; superficiebus corporum coloratorum, eo qđ pauca corpora tam opaca reperiuntur, ut immediatè lumen à superficie propriè reflectat, sed lumen penetrat aliquantulum dicta corpora, & ita illorum colore afficitur, vbi verò non penetrat, non coloratur colore corporis illius.

Sed vt ad propositum redeamus, dico lumen tantum esse visis obiectum, quod si colore est imbutũ, aut tale est ratione coloris lucis, quæ eum mittit, aut ratione medij per quem transit, aut ratione corporis, vnde reflectitur, etsi superficies corporis vnde lumen reflectitur esset omnino priuata colore, sola aspectum non caderet, vt etiam cum huiusmodi superficies leuigata, & polita est secundũ continuitatem suarum partium, videlicet, vt speculi radio tamen non profundante, & ideo perfectissimorum quorundam speculorum superficies non cernuntur, sed lumen tantum reflexum colore alicuius alterius superficiei, aut a luce, corporis lucidi, aut à medio per quem transit, conspicitur. Ego verò non affero colorem non esse quid diuersum à lumine, sed imagineris lumen esse veluti animam, aut substantiam & colorem corporis formam accidentalem, cum nullum lumen à sensu visus percipi possit, quod aliquo modo colore non sit imbutum: & eundem respectum quem sonus ad auditum, lumen ad oculum habet, quia vt sonus secundum eam velocitatem, quæ à motione aeris, aut aquę, ex collisione aliorum corporum producitur ad cuitandum vacuum, acutus, vel grauis sentitur, ita lumen originem ducens à corpore lucido per medium diaphanum aeris, aut aquæ, aut alterius huiusmodi corporis ad oculum transit colorem lucis, aut medij per quod transit, aut vnde reflectitur induit.

Quod verò Luna nullum ex se habeat lumen, sufficiens inditium est nos ipsam tantò magis obscuram videre, quantò magis in cono vmbræ terræ immergitur, & si eo tempore ipsam videmus rubeo colore affectam, hoc enim accidit, quia radij solares vndequaque refranguntur à vaporibus ipsam terram circundantibus, quę quidem refractio sit versus axem coni vmbræ terræ, & propterea vmbra dicti coni non est æqualiter obscura, seu tenebrosa, circa vero axem ipsius coni, magis quam circa eius circumferentiam, obscura videtur, & quia corpus lunare tale est, vt facillimè recipiat qualecunq; lumen, quod etiam manifestè videtur dum ipsa Luna reperitur secundum longitudinem inter Solem & Venerem, quod pars Lunæ lumine Solis destituta, à lumine Veneris aliquantulum illustratur, quod ego sæpè vidi, & multis ostendi. Propterea dum ipsa Luna in cono vmbræ terræ reperitur adhuc videtur. Rubedo etiam illa nubium post Solis occasum, vel ante ortum, aliunde non prouenit, nisi à qualitate vaporum, per quos solares radij transeunt, à quibus vaporibus, tali colore ipsi radij afficiuntur, eo modo quo radius, cuiusuis corporis lucidi, transiens per vitrum, seu aliud diaphanum coloratum.

DE ICTV BOMBARDAE SECVNDVM diuersas eleuationes. Et de quibusdam erroribus Nicolai Tartaleæ, circa idem.

Illustri D. Iosepho Cambiano ex Roussia Dominis, aquiti strenuo, & tormentis bellicis Serenissimi Ducis Sabaudiæ Præfecto.

EXCOGITAVI quædam dum ocio frui licuit per absentiam Ducis Serenissimi, quæ ad te scribere placuit, vt si prõbaueris in lucem quandoq; proferre non dubitem, si despexeris, ocius supprimam, sunt autem huiusmodi. Vnde fiat vt tormentum bellicum vehemẽtius feriat ictu superius delato quam orizontali, vt Tartalea scribit, quæsito secundo lib. primi quæsitorum, à nemine adhuc (quod sciam) traditum est.

Rationes verò Tartaleæ nullius sunt momenti, quia si validæ essent, sequeretur vt inclinata bombarda, adeo vt angulus sub orizonte factus æqualis esset ei, qui supra orizontem est, ictum bombardę in vtroq; huiusmodi situ eundem esse futurum, & si aliqua differentia oriretur ratione grauitatis pilæ ab ipsa bombarda emissę, hoc fieret, vt scilicet velocior esset in motu inclinato quam in eleuato cum pondus, motui adeo non opponatur. Id quod nõ ita se habet, vera enim causa vnde fiat, vt bombarda eleuata vehemẽtius feriat, quàm ea quæ est minus alta, eadem est ferè, in gẽnere, cũ ea, qua aliquod corpus materia magis densa, sed simile & æquale alteri corpori materiæ minus densæ velocius mouetur ab vna eademq;, aut æquali vi cõpulsum. Est eadem etiam in specie ei, qua maiorem effectum producit puluis, qui in locis subterraneis ponitur quum vasis optimè colligatis ferro includitur. Est etiam similis ei, qua longius impellitur pila, qua ludimus, ab aliquo instrumento ligneo, quando percutitur contra, quam cum secundum suum motum proijcitur. Id quod inde fit, quia virtus mouens maiori vi, & intensiori huiusmodi corpus percutit, quia corpus quod moueri debet, quanto magis resistit virtuti mouenti (certum tamen terminum præscribendo) in exiguo eo temporis spatio, tanto maiorem virtutem colligit, quæ ipsum deinde tanto cum impetu mouet, & tanto magis impellens concomitatur, vt maiorem effectum efficiat, quam si ad mouendum sese facilè reddidisset. Atque hoc supradictis ictibus eleuatis accidit, quia grauitas pilæ, ea est quæ resistens virtuti mouenti, dat ei commoditatem colligendi dictam virtutem multo magis quam esset ea, quæ ad depressiorem eleuationem eam impelleret. Et quia huiusmodi multiplicatio virtutis, nullam proportionem cum pondere pilæ gerit, volo inferre quod dum colligitur tanta virtus, colligitur multo plus eo, quod ad impellendam dictam pilam sufficeret, ratione magnę velocitatis augumenti, quia quanto plus temporis ei concẽditur ad commutandam puluerem in ignem, tanto maior quantitas ignis progignitur, vnde fit, vt tanto maiori loco indigeat, quamobrem tanto magis impellit, sed vt dixi, tanta cum velocitate adaugetur, vt huiusmodi virtus longè superet resistentiam ponderis pilæ, & sic est causa, vt effectus, quod experictia innotescit producatur. Sed ea ratio, qua sese idem author in tertio quæsito ad aliquod impossibile, circa iter ipsius pilæ Legatum Hispanum reducere putat, nullo fundamento nititur, quia non est semper dicendum, quod quãto velocior sit quædam pila, tanto rectius moueatur, quia ei dici posset, vsque ad certum quendam terminum velocitatis, per tantum spatij eam aptam esse, vt recta per fectè moueatur, sed si velocius iret, non tamen futurum, vt per idem spatium rectius moueretur, sed quod per longius spatium recta motum perageret, & sic nihil haberet quod replicaret, præter quam quod ipse supponit id quod in 18. quæsito negat, in quo ait pilam uicinam orificio, non adeo uelocem esse, quam cum aliquantulum ab eodem est remota, ratione resistentiæ sui cyllindri aerei. Sed quod pila, recta eat quanto altior, aut depressior bõbarda erit, iõ fit, quia linea inclinationis naturalis cum linea inclinationis uiolentæ angulum rectum non facit, unde quanto longius distat à recto huiusmodi angul⁹, siue sit acutus siue obtusus, tanto minorem uim habet, eodem planè ferè modo quem tertio capite mei tractatus de rebus mechanicis descripsi. Quia in ictibus eleuatis, iter inclinationis violentæ ipsius pilæ versus terminum ad quem, incipiendo à loco ipsius pilæ cum itinere inclinationis naturalis, angulum obtusum, & in ictibus inclinatis acutum constituit. Neque etiam hic prætermittam notatu dignum errorem, quem Tartalea eodem loco committit, cũ putet indifferenter aliquod corpus impellere, aut percutere maiori cũ impetu cum est in itinere recto. Quia sequeretur quod aliquod corpus graue perpendiculariter sursum versus proiectum, in qualibet parte sui itineris, semper fortius percuteret, quam in qualibet parte itineris alterius cuiusuis eleuationis obliquæ, quod quã sit falsum, tibi considerandum relinquo.

Est etiam falsa ea ratio, quam in quarto quæsito idem adducit, quia aer in motu non tantum durat, quantum ipse putat, imò huiusmodi violenta agitatio, citò cessat & citius etiam, quam si extra aliquam bombardam cum tanta violentia impulliſſet saccum plumis plenum.

Ratio etiam quam in. 18. quæsito de eo, quod pila pertranseat illud corpus cyllindricum aereum adducit, est planè vana, quia statim aer, qui prius in bõbarda erat inclusus, extra ipsam erũpit, cedit, à pilaq; diuiditur, vt si nunquam eam figuram induisset, neque aer ambiens ei resistit. Sed quod velocior sit in certa quadam distantia, quam in principio erat, si hoc verũ esset, ab alia causa dependeret, quæ partim similis esset ei, quæ efficit, vt corpora in motibus naturalibus, cum longius distant à termino vnde naturaliter sese mouerunt, sint velociora, quia per aliquod spatium huiusmodi corpus moueretur quemadmodum motu naturali cietur.

Ratio autem eius quare pila, aut globus bombardæ sibilet ab eodem in septimo quæsito nil valet, quia hoc fit cum pila aliquam paruam concauitatem habet.

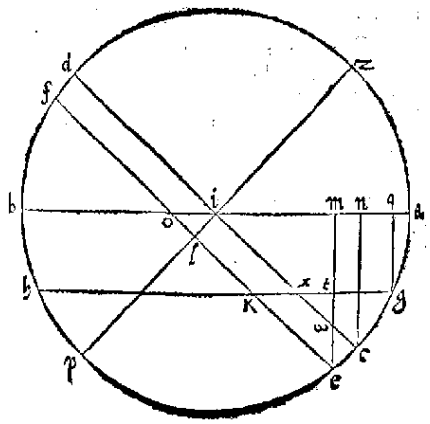
In. 27. autem quæsito ait, quod retrotrahendo signum, ictus altius tenderet, quod potest etiam esse falsum, cum hoc non sit necessarium, quia pila dum descendit, fortasse tangeret scopum.

De erroribus Ioannis Stadij.

AD EVNDEM.

FIguram quam ponit Ioannes Stadius pag. 147. in lib. ſuarum tabularum Prutenicarum, à Nicolao Copernico ſumpſit pag. 64. à tergo in libr. reuolutionum cœleſtium, ſed ipſe Stadius eam non intellexit, omitto, quod mutauerit characteres ipſius figuræ, vt illa ſua videatur, quod nihil refert, alterat etiam demonſtrationẽ, ſed ipſum putare i.K. perpendicularem à centro circuli ſemper dependere, eſt intollerabilis error; nec vnquam verificatur hoc, niſi quando punctum. K. interſectionis diametrorum parallelorum, forte reperitur in axe mundi. Reliqua verò ſuæ demonſtrationis, ſi non intelligis, minimè miror, eo quod ipſemet Stadius ſeipſum confundit. Veram autem demonſtrationem huiuſmodi figuræ in dicto libr. Copernici clarè videbis. Quod verò diuersè cogitaui nunc accipito.

Cum nobis cognita ſit maxima eccliptícæ declinatio, vt puta. a. c. ſi latitudo etiã ſtellæ nobis data fuerit, vt puta. c. e. cognitus nobis erit totalis arcus. a. e. & eius ſinus. e. m. & quia notus etiam nobis eſt ſinus arcus. a. c. hoc eſt. c. n. & corda. e. f. medio eius arcus. e. p. f. minoris media circunferentia, per duplum latitudinis datæ, vnde. e. l. eius dimidium nobis cognitum erit, vel vt ſinus arcus. e. p. cognitus etiam nobis eſt ſinus. q. g. declinationis. a. g. datæ, cui æqualis eſt. m. t. ex. 34. primi Euclid. vnde. i. e. t. nobis cognita remanet, cum verò duo trianguli. i. c. n. et. t. e. K. æquiãguli ſint, propter duas parallelas. c. m. et. n. c. ex. 28. primi, & propter duas. a. b. et. g, h. & propter duas. c. d. et. e. f. eo quod ex communi ſcientia anguli. c. et. e. ſunt æquales, cum ex. 29. dicti lib. vnuſquiſq; æqualis ſit angulo. m. i. ita etiam infero de angulis. e. K. t. et. c. i. n. quorũ vnuſquiſque æqualis eſt angulo. x. t. & ſic de alijs dico, eo quod vnuſquiſque eorũ æqualis eſt angulo. m. vnde cum cognitum nobis ſit latus. n. c. et. c. i. et. t. c notũ etiam nobis erit. e. K. ex. 19. ſeptimi, eo q ex. 4. ſexti ſunt inuicem proportionalia, detrahendo poſtea. e. K. ab. e. l. cognito, vel èconTra, hoc ab illo, nobis innoteſcet. K. l. ſinus longitudinis ſtellæ.



Valde etiam miror id, quod dictus Stadius pag. 9. illius libr. ſcribit, hoc eſt, Solem maiorem eſſe Luna, ſolum. 1644. vicibus, propterea q cum affirmet Solem maiorem eſſe terra (vt etiam in Almageſto videre eſt) 166. vicibus cum tribus quartis, terram vero maiorem Luna. 39. vicibus cum quarta parte, tunc Solem oporteret maiorem eſſe Luna. 6545. vicibus, & non. 1644.

De

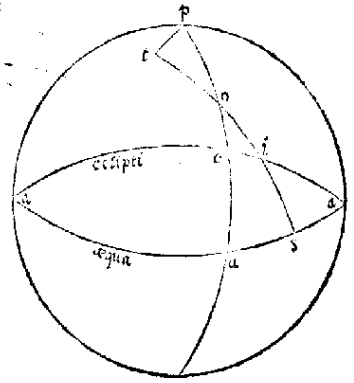
De cognitione latitudinum Stellarum.

AD EVNDEM.

AD cognoſcendam latitudinem ſtellæ, eiusq; declinationem, Monteregius in 10. propoſitione. 8. li. Almageſti methodũ ſatis docuit, ſed ſi alia aliqua methodo hoc idem cognoſcere voluerimus, oportebit nos prius altitudinem poli cognoſcere, deinde altitudinem meridianam ipſius ſtellæ, nec non horam, quãdo ipſa ſtella in meridiano ſupra terram reperitur, qua hora mediante, illicò cognoſcemus punctum eccliptícæ à meridiano interſecto, eo tempore, quo ſtella cœlum mediat ſupra terram. Et quia ex cognita altitudine poli, illico cognoſcitur altitudo æquatoris, cuius altitudinis differentia ab altitudine ſtellæ eſt declinatio ipſius ſtellæ, habebimus ideo eius declinationem cognitam; qua mediante ad cognoſcendũ etiam latitudinem ita faciemus.

Sit exempli gratia. p. o. u. meridianus. u. a. verò æquator. e. a. autem eccliptica, & o. centrum aſtri. u. o. verò eius declinatio ab æquatore, et. e. a. arcus eccliptícæ inter æquatorem, & meridianum, hoc eſt minor quarta, et. a. u. aſcenſio recta ipſius arcus, et. u. e. ſit declinatio puncti. e. eccliptícę ab æquatore, reſiduũ vero declinationis ſtellę ſit. o. e. quæ oſa nobis cognita erunt, ſitq;. t. polus eclipticus, à quo per. o. vſque ad eccliptícam tranſeat quarta. t. i. in qua quærendus erit arcus. o. i. hoc modo.

Primum arcus. o. u. e. u. e. o. a. e. et. a. u. nobis cogniti ſunt, cum angulo. a. declinationis eclíptícę, & cum angulo. u. recto, vnde ex. 4. primi Copernici, cognoſcemus angulum. a. e. u. collateralem, & eius. o. e. i. quare in triangulo. o. e. i. cognoſcemus angulũ e. et deinde. i. vt rectũ, & latus. o. e. ergò ex cadé. 4. cognoſcemus arcũ. o. i. quæſitum, & ſimiliter arcum. e. i. qui coniunctus vel déptus ab. a. e. tribuet nobis longitudinem ſtellę, ſed quia huiuſmodi operatio in paruis triangulis valde fallit. Ideo tibi ſuadeo alia methodo, hoc facere, hoc eſt inuenire angulum. o. trianguli. t. p. o. cuius duo latera. t. p. et. p. o. cognita nobis ſunt, cum angulo. p. Nam. o. p. eſt complementum declinationis ſtellæ, et. p. t. eſt arcus coluri ſolſtitiorum inter duos polos, & angulus. p. reſiduum ex recto. t. p. a. duorum colurum dempto angulo. a, p. u. cognito aſcenſionis recte, vnde angulus. u. o. s. vt contrapoſitus cognitus remanet. angulus verò. u. rectus eſt, & arcus. o. u. cognitus, quare cognitus nobis erit arcus. u. s. & angulus. u. s. o. vnde arcus. a. s. nobis cognitus remanebit cũ angulo. a. s. i. reſiduo ex duobus rectis. Et quia etiam angulus. s. a. i. cognitus eſt, cum ſit angulus maximę declinationis Zodiaci ab æquatore. Ideo in triangulo. a. s. i. cuius duo anguli. a. et. s. cum latere. a. s. dantur, facilè inueniemus arcum. s. i. cũ arcu. a. i. ſed a. i. erit longitudinis ſtellæ dempto poſtea. s. i. ex. s. o. iam inuento habebimus arcum. i. o. latitudinis ipſius ſtellæ.



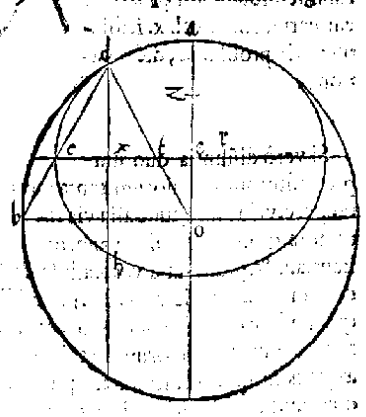
Hæc autem tibi ſcribo non vt ipſis vtaris, ſed potius vt tibi morem geã, cum breuiſſima methodus ſit illa, quã Monteregius ſcripſit ĩ. 10. ꝓpoſitione. 8. li. in Almageſt.

Figuram ſuperficialem ellipſi ſimilem, ex datis axibus circino mediante delineari poſſe.

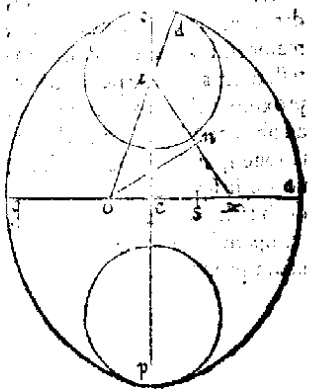
AD EVNDEM.

FIguram ſuperficialem ellipſi ſimilem, ex datis axibus, circino mediante delineare cum volueris, ita facito.

Sit.e.c.ſemiaxis maior.a.r. verò minor, ad angulum rectum inuicem coniuncti, tunc.a.e.producatur vſq; ad.o. Itaq; a.o.maior ſit quam diſtantia inter.o.et.c.quæ quidem.a.e.poſſet etiam dari, deſcribatur poſtea circulus.a.d.b.circa centrum.o.à quo puncto protrahatur ſemidiameter. o.b. quæ cum.a.o.angulum rectum conſtituat, quæ.o.b.erit æquidiſtans.e.c.ex.28.primi, ducatur poſtea.b.c.d.et.o.t.d.vnde angulus.t.c.d.æqualis erit angulo.o.b.d.ex.29.eiuſdem.ex quinta autem anguli.b. et. d.ſunt inuicem æquales, quare etiam & anguli. d. et.c.inuicem æquales erunt, & ex.6.eiuſdem.r.c.æqualis erit.t.d.ducatur poſtea.d.x.h.perpendicularis lineæ.c.e.ita diſtãs ſub ipſa.c.e. vt arcus circularis circa.t.deſcriptus ex ſemidiametro.t.d.aptus ſit eam ſecare, ſumpto poſtea.r. tam diſtante ab.e.vt.t. reperiatur ab ipſo e.vt.z.ab.e. vt.o.ab eodem, ducendo poſtea duos alios arcus magnitudinis priorum circa centra.r.et.z.habebimus propoſitum.



Sed cum quis voluerit prius arcus minorum circulorum delineare circa maiorem axem, fiãt cuiuſuis magnitudinis, vt in ſecunda figura videre eſt, poſito tamen quod eorum diameter, minor ſit minore axe ipſius figurę, quorum circulorum vnus ſit.c.d.circa.t.eius cẽtrum, deinde in axe minori ſumatur a.x.æqualis.c.t.& protrahatur.t.x.quę per æqualia diuidatur in puncto.n. à quo poſtea ducatur.n.o. ad angulos rectos cũ.t.x.vſq; ad interſectionẽ cum.a.e.in puncto.o. minori axi producta cũ oportuerit, quod quidem punctum.o.cẽtrum erit arcus.d.a.maioris, eo quod.o.t.æqualis eſſet.o.x.ex.4.primi Euclí.vnde.o.d.æqualis eſſet.o.a.& circuli etiã inuicem cõtingentes in pũcto.d.ex.11.tertij tam in prima, quam in ſecũdã figura, ſumpto deniq; pũcto.s.tam remoto.a.b.e.quam.o.reperitur ab eodẽ, ipſum, centrum erit alterius arcus oppoſiti, poſſemus etiam abſq; diuiſione ipſius.t.x.conſtituere angulum.x.t.o. æqualem angulo.t.x.o. vnde ex.6.primi haberemus.o.t.æqualem.o.x.



De

De inuentione axis propoſitæ portionis datæ ſphæræ.

AD EVNDEM.

VT axem propoſitæ alicuius datæ ſphæræ inuenire poſſis ita tibi operandum eſt vt gratia exempli. Propoſita nobis eſt ſphæra.c.i.e.t.diametri cognitæ. propoſita etiam eſt nobis eius portio.n.e.u.axis.e.a.cognitæ minoris ſemidiametro, data etiam nobis eſt proportio alterius portionis minoris hemiſphærio. i. e. r. ad portionem.n.e.u.quæritur nunc quantus ſit axis.e.x.ſecundæ portionis hoc eſt deſideramus cognoſcere proportionem.e.x.ad.e.a.vel ad diametrum ipſius ſphęræ.

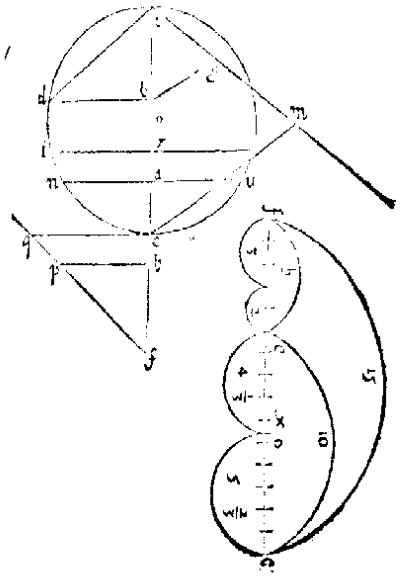
Cuius gratia reperiatur primò proportio circũferentiæ maioris circuli ipſius ſphęræ ad eius diametrum, quæ ferè eſt vt.22.ad.7.ex Archimede.

Quo facto, inueniatur quantitas ſuperficialis huiuſmodi maioris circuli, quæ ſemper æqualis eſt producto quod fit ex ſemidiametro in dimidium circunferentiæ ipſius circuli, ex eodem Archimede. Et ſic cognoſcemus quartam partem ſuperficiei ſphæricæ ſphærę propoſitæ ex.31.primi lib.de ſphæra, & cyllindro Archimedis.

Deinde ſumatur tertia pars producti, quod fit ex ſemidiametro in ſuperficiem maioris circuli, & habebimus conum, cuius baſis erit circulus maior, altitudo verò ſemidiameter propoſitæ ſphæræ ex.9. duodecimi Eucli.

Quadruplum poſtea huiuſmodi coni, erit quantitas ſoliditatis, ſeu corporeitas totius ſphærę ex.32.dicti lib. Archimedis.

Imaginemur poſtea ſphærica portione.n.e.u. lineã.e.u. à sũmitate ad extremitatẽ baſis, cuius.e.u. quantitatem cognoſcemus, hoc modo ſcilicet, ſumendo radicẽ quadratam producti.c.e.in.e.a. eo quod quadratum.e.u. æquale eſt quadrato a.u. & quadrato. a. e. ex penultima primi Eucli. hoc eſt producto quod fit ex.c.a.in.a.e.ex. 34. tertij eiuſdẽ, & quadrato. a. e. hoc eſt producto, quod fit ex.c.e.in.e.a. ex. 3. ſecundi eiuſdem.



Inuenta poſtea.e.u. ponamus eam vnius circuli ſemidiametrum eſſe, cuius ſuperficialis quantitas etiam inueniatur, vt ſupra dictum eſt, quæ quidẽ æqualis erit ſuperficiei portionis n.e.u.ex.40.primi li. Archimedis de ſphæra, & cyllindro.

Hæc autem quantitas vltimo inuẽta multiplicetur cum tertia parte ſemidiametri datæ ſphæræ, & habebimus ſoliditatem vnius coni æqualis aggregato ſoliditatis portionis. n. e. u. ſimul ſumptę, cũ ſoliditate vnius coni, cuius axis ſit.a.o. reliquũ ſemidiametri noſtræ ſphæræ dempta.a.e. ba

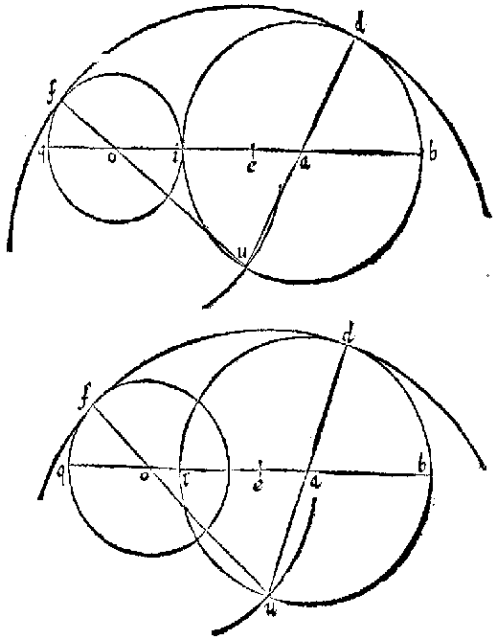
Qualiter circulus designari possit alios duos circulos propositos includens.

CLARISS. PETRO PIZZAMANO.

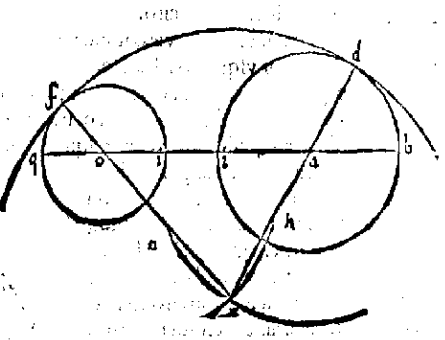
SVperioribus diebus per tuas literas à me quæsiuisti, vt modum tibi scribere vellem, quo circulus designari possit circunscribens alios duos propositos circulos. Quia in re vt tibi satisfaciam quod maximè cupio ita rem accipe.

Propositi circuli sint, aut inter se contigui, aut intersecantes vel separati. Esto primũ contiguos esse, qui sint. d. b. et. f. q. quorũ. d. b. maior sit et. f. q. minor, eorũ vero centra sint. a et. o. punctũ autem cõtingentię sit. i. Nũc ꝓtrahat. b. a. o. q. per cẽtra eorum ab vna circunferentia ad aliam, quę quidem linea transibit per punctum. i. ex 11. tertij Euclidis inde à diametro maiori abscindatur. i. e. ad æqualitatem minoris semidiametri, quo facto sumatur distantia inter. e. et. b. circino mediante facto; centro. o. scindatur, alio circini pede, circunferentia maioris circuli in puncto. u. à quo si mente concipiemus duas lineas. u. a. d. et. u. o. f. transeuntes per eorum centra. a. et. o. vsque ad circunferentias in punctis. d. et. f. ipsę erũt inuicem ęquales, eo quod. e. i. sũpta fuit æqualis. o. f. et. o. u. æqualis. e. b. quare. u. f. æqualis erit. b. i. sed. u. d. etiã æqualis. b. i. ergo. u. d. æqualis erit u. f. & circulus, cuius u. d. vel. u. f. erit semidiameter, contiguus erit ipsis propositis circulis ex conuersio. 11. iam dictæ. Idem dico pro circulis se inuicem secantibus.

Sed

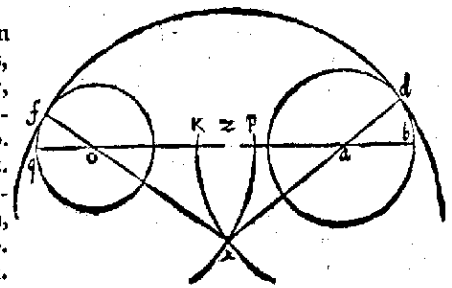


Sed si circuli propositi seiuncti fuerint, sumatur. b. i. diameter maioris, qui fiat semidiameter vnius circuli circa centrum. o. & hic circulus vocetur. h. x. coniungatur deinde semidiameter. o. i. minoris circuli cum semidiametro. a. i. circuli maioris, & ex huiusmodi composita linea, fiat vnus semidiameter. a. x. circuli. x. n. cõcentrici cum maiori, & à puncto. x. intersectionis horum circulorum (posito quod se inuicem intersecent) ducantur per eorum centra. x. a. &. x. o. vsque ad ipsorum circunferentias in punctis. d. &. f. duę lineæ, vnde habebimus. x. d. æqualem. x. f. eo quòd tam in x. d. quàm in. x. f. reperiuntur diametri, & semidiametri amborum circulorum, facto deniquè centro. x. vnius circuli, cuius semidiameter ęqualis sit vni earum. x. d. vel. x. f. solutum erit problema, dicta ratione.



Si verò distantia duorum propositorum circulorum tanta fuerit, quod secundi circuli ne queant se inuicem tangere, vel secare, tunc alia via incedendum erit, quæ talis est & generalis. Diuidatur tota. q. b. per ęqualia in puncto. z. circa quod signẽtur duo puncta ab ipso ęquidistantia. k. &. p. distantia vero. a. k facta sit semidiameter esse vnius circuli. k. x. circa centrum. a. distantia autem. o. p. semidiameter alterius circuli. p. x. circa centrum. o. qui quidem circuli se inuicem secent in puncto. x. à quo cum ductæ fuerint. x. a. d. & x. o. f. per centra dictorum circulorũ, ipse erunt inuicem æquales, eo quod cum. b. k. æqualis sit. q. p. igitur. x. d. &. q. p. erunt inuicem æquales, sed. f. x. æqualis est. q. p. quare. x. f. ęqualis erit. x. d. tunc si. x. centrum fuerit vnius circuli, cuius semidiameter sit vna dictarum, problema solutum erit.

Talis etiam solutio commoda erit ad inueniendum dictum circulum cuiusuis magnitudinis, dato tamen quod eius diameter, maior sit. b. z. cum in nostra potestate sit accipere pũcta. k. &. p. proxima vel remota ab ipso. z. ad libitum. Vnde absque vlla diuisione ipsius. q. b. per medium, satis erit signare puncta. k. &. p. duabus distãtijs mediãtibus. b. k. &. q. p. inuicem æqualibus, & etiam propositis.



Figuram

sis verò eadem quæ est portionis,cuius diameter est.n.u.ex.9.12.Eucli. & ex.42.id-est vltima primi Archimedis de sphæra, & cyllindro.

Nunc autem ex hoc aggregato iam vltimo dicto detrahatur conus,cuius.o. a. est axis et.n.u.diameter basis, qui quidem conus nobis cognitus est,cum.a. n. semidiameter eius basis,nobis cognita sit ex.34.3.Eucli.& sic quantitas eius basis,& ita tertia pars.a.o.eius axis, quę multiplicata cum dicta basi,cuius.n.u.est diameter, producit dictum conum, qui quidem conus, vt diximus,demptus cum fuerit ex dicto aggregato,relinquet nobis soliditatem portionis.n.e. u. vnde cognoscemus proportionem istius portionis ad totam sphæram propositam.

Sed cum nobis proposita sit proportio portionis.n.e.u.ad portionem.i.e.t.cognoscemus etiam soliditatem huius secundę portionis.i.e.t.& similiter proportionē huius ad totam sphęram,& ad residuū etiā ipsius sphęrę hoc est portioni.i.c.t.

Protrahatur nunc diameter.c.e.à parte.e. vsq; quo.e.f.æqualis sit.c.o.semidiametro sphęrę, quæ quidem.f.c.diuidatur in puncto.h.ita vt proportio.f.h.ad.h.e.æqualis sit proportioni portionis.i.c.t.ad portionem.i.e.t.quod quidem hoc modo efficietur.applicabimus lineam.f.q.(indeterminatam)cum.f.e.ad quemuis angulum in pūcto.f.in qua accipiemus duas lineas.f.p.et p.q.inuicem ita relatas,vt se habent in proportione duæ iam dictæ portiones,hoc est, vt.i.c.t.portio ad portionem.i.e.t. ducendo postea.q.e.et.p.h.parallelam ad ipsam.q.e.diuisam habebimus.f.e.in eadem proportione vt dictum est ex.2.sexti,&.11. quinti Euclidis, vnde.c.e.e.f.et.f.h.nobis cognitę erunt.

Oportebit nos nunc cognoscere quantitatem.c.x.hoc modo,videlicet, quęramus quadratum,cuius.c.x.eius sit radix,cui quadratum lineę.c.e.cognitum,ita sit proportionatum,vt est linea.x.f.ad lineam.f.h.quę nobis cognita est,quod rectè factum erit ex eo,quod scripsit Archimedes in.4.secundi de sphęra, & cyllindro.

Sed quia Archimedes eo in loco supponit id, quod nec ipse, nec alius adhuc inuenit,nisi via naturali,hoc est tres partes æquales ex proportione data effici,non erit inconueniens etiam nobis hac via , circa hoc aliquid dicere.

Accipiemus igitur diametrum.c.e.cum addita.e.f.eius semidiametro, diuidemusque.f e.in puncto.h.vt supra factum fuit,applicabimus postea.c.m.indeterminatam angulariter ad.c.e.à qua.c.m.accipiemus.c.g.æqualem. f. h. quęremus deinde naturali via punctum.b.ita ut protrahendo à puncto.e.(altero extremo diametri)e.m.parallelam ad.b.g.ductam, erigendo.b.d.perpendicularem ad.c.e.in puncto.b.protractaq;.d.c. quæ à diametro.e.c.deducta ab.c.incohando vsque ad. x. relinquat nobis x.f.æqualem.c.m.

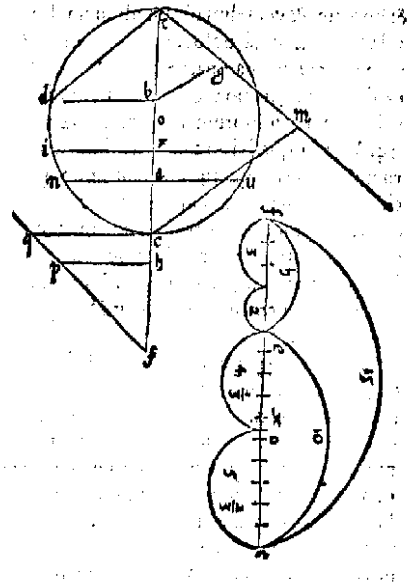
Cuius rei ratio est, quia quadratum.c.e.se habet ad quadratum.c.d.vt.c. e. ad. c b.ex.4.et.18.sexti Eucl.sed ex.4.ita se habet.m.c.ad.c.g.vt.e.c.ad. b.c. & cum sit.c. g.æqualis.f.h.fi.c.m.æqualis fuerit.f.x.habebimus propositum. Quod si quis per discretum vellet hoc facere, ita ei agendum erit.

Ponamus exempli gratia totum diametrum.c.e.propositæ sphæræ esse ut decem, proportionemq; residuę portionis.i.c.t.ad secundam.i.e.t.hoc est.f.h.ad.h.e.sesquialteram esse,vnde.e.h. bis tertia erit ipsius. f. h. totaq; linea.c.f.erit.15.et.f.h. erit.3. & quadratum lineæ.c.e.erit.100.

Quærendo postea quadratum lineæ.c.x.cui quadratum.c.e.hoc est.100. ita proportionatum ut vt.f.x.ad.f.h.hoc est ad.3.si autem cogitauerimus. c. x. esse nouem partium talium qualium . c.e. est decem , eius quadratum erit.81.et.x.f.erit. 6. partium talium qualium.c.f.est. 15.dicendo postea si.100.dat.81.(ex regula de tribus)

x.f.

x.f.hoc est.6.dabit.4. integra cum.86. centesimis,sed nos vellemus nobis prouenire tria,eo 9 ita est.f. h. qua propter descendere nos oportebit à nouem ad.8.& ab.8.ad. 7. & à. 7.ad.6.tunc inueniemus.c.x.oportere esse circiter quinque cum duabus tertijs, operādo postea ex regula de tribus,si dixerimus quando.100.nobis dat. 32. cum nona parte integri, tunc nouem cum tertia parte integri dabit.2.cū.296.de. 300. hoc est. 2. cum circa.49. quinquagesimis, quæ quidem quantitas, cum propinquissima sit lineæ.f.h.trium integrorum dicemus.c.x. esse quinque integrorum cum duabus tertijs partibus vnius integri,et.c.x.residuum, hoc est axem quæsitum portionis.i.e.t.esse circa.4 integra cum tertia parte vnius integri.



DE ERRORIBVS THOMAE PORCACHII & Benedicti Bordonij in eorum insularijs.

Excellentissimo D.Io.Baptistæ Famello Ciui Decurioniq; Taurinensi Philosopho, Medico, & in Accademia eius Ciuitatis Medicinæ Practicæ Ordinario,Primarioq; professori celeberrimo.

Di perdant tuas adeo molestas, & assiduas curas, quæ te nimis à suauioribus studijs distrahunt, & à nobis longius abducunt. Nam, ut tibi quietē, ita mihi ingentem adimunt voluptatem. Sed ne in aliquo erga te deficere videar, quæ tibi olim promisi,nunc mitto.

Negari quidem non potest,quin fuerit laboriosum opus Porcachij, & Benedicti Bordonij,hoc est insularium,qui rectè etiam fecissent, cum loqui eos oportebat de terminis sphæræ ratione situs locorum,si seipsos alicuius excellentis Cosmographi consilio submisissent. Considera quæso, quomodo admitti possit, id quod ait Porcachius initio sui operis, ideſt Islandiam sub Polo arctico iacere, inter austrum, & boream:omittamus etiam quod idem in Proœmio lib. secundi, vbi ait Biarmiam, (& non Islandiam) esse sub dicto polo arctico: in eodemq; principio repetit ipsam Islandiam inter austrum, & boream per centum leucas Germanicas extendi, deinde versus occidentem,ea duo stupenda miracula conspici. Vide quæso, quómodo incolę sub aliquo ex polis,habere possint occidentem,orientem,magistrum,austrū,

& boream, & vt melius dicam aliquem rhombum. Sed quomodo fieri poteſt, vt inſula Iſlandiæ ſit ſub polo, eius tamen dies, & nox maior non ſit longior ſpatio triũ menſium? vt ipſe pagina.62.in proœmio ſecundi lib.affirmat, quamuis hoc à Bordone deſumat. In quo vterq; fallitur, ſentiẽtes huiuſmodi diem ab ingreſſu Solis, in principium geminorum incipere,& in egreſſu à Leone terminari, ideſt à.12.Maij ad 14.Auguſti, quaſi ſi ab æquatore finis Leonis ita declinaret, vt principium geminorum, & finis Aquarij, vt initium Sagittarij, nam ratio poſtulat, tantum declinari ab æquatore finem quantum initium diei, vbi maximus dies.24. horas excedit, & ſic dico de noctibus: vnde in huiuſmodi regione, vbi per tres menſes continuos Sol radios emittit, huiuſmodi dies à medietate Tauri incipit, & in medietate Leonis terminatur, quæ quidem loca æqualem declinationem habent, & ſic nox trium menſium incipit à medietate Scorpionis, & in medietate Aquarij, eadem ratione finitur.

Septima verò pag.idẽ ait, dies ſolſtitiales eſſe circa.24.Iunij. Qđ, an tũc eſſet verũ, tu ipſe videto. Is præterea modus quẽ ad inueniẽdũ orientẽ, & occidẽtem præſcribit in eodem proœmio pag.63.eſt tædioſus, cum ſemper expectare nos cogat æquinoctij tempus, cum alij modi reperiantur breuiores, qui in qualibet reuolutione primi mobilis obſeruari poſſunt, quorum vnus erit mediante intentione lineæ meridianæ orizontalis, eo modo, quo ſcriptum eſt ab antiquis mediante Sole, aut Luna, quæ luminaria in quolibet alio loco, præterquã ſub polo efficiunt, vt extremitas vmbræ rectæ gnomonũ gyrũ oxigoniũ, ſeu eclipticũ ducat, ideſt in ijs locis, quorũ zenit eſt inter polum, & circulum arcticum, quemadmodum facit, vt alijs, exiſtentibus ipſis luminaribus extra æquatorem, & circulos arcticos gyrum hyperbolicum reddant. Sed id quod eidem Porcachio impoſſibile eſſe apud eos, qui habitant ſub polo videtur, ideſt vt multis rationibus, vt ipſe dicit, fieri non poſſit, ut fiat immediata quę dam, & ſubita mutatio à continuo die ad continuam noctem abſque eo quod ijs, ſaltem ſemel conceſſa ſint dies, & nox terminata duodecim horarum, eſt magis admirandum impoſſibile, quod imaginari poſſimus, nam neceſſarium eſſet, ut orizon habitatorum ſub polo ſecaret æquatorem contra id, quod ſuperius admiſerat, ideſt orizõtẽ Biarmiæ, eſſe cũdẽ cũ circulo æquinoctiali. Vide etiam quid is ab antiquis colligat, loquens de iis, quæ in inſula Taprobana ad finem pag.186.admirabilia ſunt, ſcribens eiuſdem inſulę habitatoribus, Lunam ſuper terram non apparere ab octauo uſque ad decimumſextum diem: prẽter quam, quod etiam ſcribit, in eadem inſula, tramuntanam non uideri, quod falſum eſt, quia hæc à polo arctico circiter quatuor gradibus diſtat noſtris temporibus. unde ab ijs qui ſunt ſub æquatore, cum ea ſupra orizontem eſt, conſpici poteſt, cum ijſdem ſingulis diebus oriatur, & occidat. Idem etiam pro re admirabili ſcribit, uideri Canopum, qui à polo antarctico plus quam quadraginta gradibus diſtat.

De erroribus Lucilli Philalthei.

AD EVNDEM.

QVod Lucillus Philalthęus tam eximius Mathematicus ſit, ut ipſum Antonius Berga facit, ego quidem non uideo. In ſuis enim commentariis de Cœlo, dicit primum, Pyramidem, quę inter corpora regularia primum locum tenet, ſex

ſex baſibus conſtare, pag.15.583.632.et.647. Omitto errorem ab eodem commiſſum in fine pag.39. ubi oleum grauius eſſe quam aquam fatetur, cum id ad res mathematicas non ſpectet: Omitto etiam quod idem neget aſtrologiam pag.74. 79.& quod etiam dicat pag.89. Deum eſſe ad orientem, non conſiderans aliquibus populis noſtrum orientem eſſe occidentem.

Quod idem ait pag.241 Aſtrologiam eſſe antiquiorem Aſtronomia eſt falſiſſimum, quia iudiciaria ſemper præſupponit cognitionem ſitus ſtellarum, quæ ab Aſtronomia petitur. Mouebit tibi riſum quod ait pag.307.his verbis.

„ Verum propriè media dicitur illa, quæ rectam ſphæram omninò habet, quæ eun
„ dem polum orizontis & mundi obtinet, quæ orizontem habet diuidentem ſphæra
„ æquè ſecundum angulos rectè.

Paulo inferius continuans ſermonem de ſphæra recta, ait.

„ Et niſi tumor terræ, & gibum eſſet, ijs perpetuus eſſet dies ſine nocte.

Linea verò.56.ait habitatores ſphęrę rectè habere.4. ſolſtitia, ſeſe ipſum huius rei planè ignarum prodens.310.autem pag.ſic ſcribit.

„ Quoniam repercutiuntur radij, & per idem centrum tranſeunt, ob id ſtupam ap
„ poſitam centro radius accendit.

Quem quidem errorem ab Euclide deſumit, et.15.linea pag.836. repetit.

Si vis ridere, legito.16.primas lineas.357.pag. Quod idem deinde dicat circa finem 396 pag. lucem eſſe ſubſtantiam corporis lucidi & corpoream, ſubijciam tuo iudicio, vt etiam quod ait.397.pag. his verbis vtens.

„ Idcirco animalia illa, quæ nocte vagantur perpolita, dum volant, aerem terunt
„ nocturnum, & fulgent.

Et pag.398.

„ Multitudo radiorum non admodum facit ad excitandum calorem ſi ſolum inci
„ dat ſine repercuſſu, nec recta incidere iuuerit.

Quod falſum eſt eum radius incidens longè magis quam reflexus calefaciat. In fine autem.405.ſic ſcribit.

„ Sol in ortu & in occaſu longius apparet, iccircò reuolui creditur. Hinc etiam in
„ abſide ſtare putatur, & in oppoſito abſidis, vnde ſolſtitia vocant, ſed nobis in Can
„ cro, antipodibus verò in Capricorno tum Sol abeſſe longius apparet vtriſque.

An hoc quid peius dici poteſt? Circa vero.40.lineam pag.459.ſic ſcribit.

„ Si enim alij planetæ, & ſtellæ fixę reciperent à Sole lumen, dum accederent ad So
„ lem, vel recederent, aut contra, Sol ad eas appropinquaret, & abſcederet, eaſdem
„ lucis viciſſitudinis ſubiret, quas Luna.
„ Hoc autem nondum deprehenſum eſt, quin etiam Mercurius, Venus, ſuo interpo
„ ſitu, Solem occultarent nobis, vt Luna.
„ Paulo inferius ſic ait. Rurſus æquè Saturnus, Iupiter, Mars, ſubire deliquium,
„ more Lunæ, aut ſaltem obiectu terræ inter Solem & ipſos, quia tum ob interpoſitam
„ terram non poſſent haurire lumen à Sole.

Hæc verò omnia, talia ſunt, qualia ab ijs qui incipiunt intelligere ſphæram non proferrentur. Omittamus, quod ait deinde.

„ Accedit quod ſi aſtra lumen à Sole acciperent eiuſdem caloris eſſent. Itaque om
„ nia ficcarent, & nulla eſſent frigidæ conſtitutionis contra Aſtrologos.

Quia hac ratione, Luna, quæ negari non poteſt, quin ab ipſo Sole lumẽ accipiat, eiuſdem caloris eſſet cum eodem Sole. Sunt ea etiam ridenda, quæ idem ait pag. 460.lineis.18.19.23.26.27.29.quaſi ea lux infinita (vt ita dicam) magni Solis, non

in

in alium finem fit effecta quam ad illuminandam ſuperficiem huius excrementi ipſius vniuerſi ad vtilitatem hominum, imò, vt rectius dicam, animaliũ. vide etiam pag. 630. et. 633. vbi Ariſtotelem de implendo loco non intellexit, cum citet ſphæram, loco pyramidis, & inter. 46. et. 47. lineas dicat quadratũ eſſe quid multiplex, cum ſit vnicum tantum in ſpecie, quia ſpecies eſt quadrilateri, & quadranguli, ſed vbi in. 6. linea pag. 633. ſtatim

Item hexagonis.

Magnum errorem committit, vt etiam cum. 12. linea. 636. pag. ſcribens.

Pyramis, ſiue planum, ſiue ſolidum, habet acutiſſimum, & in. 2. libr. de anima pag. 715. dicat de die poſſe videri ſtellas in ſpeculo poſito in vaſe aqua pleno, quod reuera eſt valde abſurdum. Alios eiuſdem errores tibi non patefacio, quia iam nihil amplius otij mihi eſt, ſed eos tu ipſe perſpicere, & cognoſcere facilè poteris, & multò plures quidem, quam putas.

Cur maius lumen extenuet minus.

PIRRO DE ARZONIS.

Etſi tuis literis intellexi id, quod etiam ſine ijs explorarum mihi erat. Sed concedo tantum eſſe dicere vbi eſt maius lumen, minus non diſcerni, quantum inter diu ſtellas non videris immo eſt etiam magis vniuerſale, quia idem multis aliis luminibus, præter ea quæ ſunt ſtellarum, ea ratione contingit, quia ingrediente per pupillam, tam lumine maiori, quam minori, reflexum ipſius maioris in oculo, in ſitu minoris, efficit, vt ipſum minus confundatur, & diſtingui nequeat, quemadmodum aperte cognoſci poteſt in aliquo cubiculo, cuius parietes dealbati ſint, in quo, vnicum tantum ſit exiguum foramen, per quod aliqua lumina reflexa ab obiectis extrinſecis intra ipſum cubiculum ingredi poſſint, vnde imagines obiectorũ in parietibus conſpiciuntur, ſed ſi per idem foramen ingrederetur etiam primarius radius Solis, reflexus huiuſmodi radij efficeret, vt dictæ imagines, magis aut minus euaneſcerent, prout dictus reflexus radij ſolaris, maiori, minoriue vi polleret.

Ad hoc tamen propoſitum, nolo tibi ſilentio inuolui mirabilem quendam effectum eiuſmodi rei. Hoc eſt vt fiat foramen illud rotundum, magnitudinis tamen vnius ſpecilli, quod foramen obtegatur mediante vno illorum ſpecillorum, quæ pro ſenibus (non breuis viſionis) conficiuntur, hoc eſt quorum ambæ ſuperficies conuexæ ſint, non autem concauæ. Deinde opponatur folium album papiri, adeo diſtans à foramine, vt extrinſeca obiecta in eo appareant. Quæ quidem obiecta ſi à Sole illuſtrata fuerint, tàm clara, & diſtincta videbuntur, vt nihil pulchrius delectabiliusq; videri poterit, inuerſa tamen. Sed ſi ea directa videre voluerimus. hoc optimè faciemus, mediante reflexione alicuius ſpeculi plani.

Cur hyems valde frigida ſequatur æſtatem in qua calor viguerit.

NOBILISSIMO, NECNON INGENIOSISSIMO Gabrieli Buſchæ, Mediolanenſi.

QVod dixi hyemem valde frigidam ſequi æſtatẽ, in qua calor viguerit, inde naſcitur, quia calor terræ, aquæ, & aeris, non eſt naturalis horum corporum, vt eſt frigus, cum calor à Sole procedat, qui ea calefacit ſuo lumine, vnde quod æſtate Sol præter modum calefaciat terrã, ideo cõtingit, quod minora impedimẽta contraria ſortiatur, & cum eandem poſtea deſerit, ad aliam partem æquatoris tranſmigrãs terra ad ſuam qualitatem reddit, maiori cum impetu, eo modo, quo res in motibus localibus naturalibus, qui etiam terminos ſibi præfixos, & conſtitutos excedunt, hinc etiam hyeme fit glacies, ex calefacta prius aqua, quæ durior poſtea eſt atque frigidior alia. Aeſtas etiàm quæ ſequitur hyemem valde frigidam, non erit admodum calida, quia Sol inueniens contrarium naturale valde potens, non tam facile illud pellere poteſt, vnde etiam ſi in Geminis, Cancro, & Leone, moram trahat, non ſufficit tamen vt magnum calorem imprimere poſſit. Vnde ſequitur duas æſtates quarum una ſequatur aliam, in eodem loco, uehementi calore præditas eſſe non poſſe, quemadmodum nec duas hyemes exceſſiuo frigore, remotis tamen accidentibus uentorum, pluuiarum, & niuium.

QVOD MALE SENSERIT NICOLAVS TARTALea circa attractionem machinæ tormentalis.

AD EVNDEM.

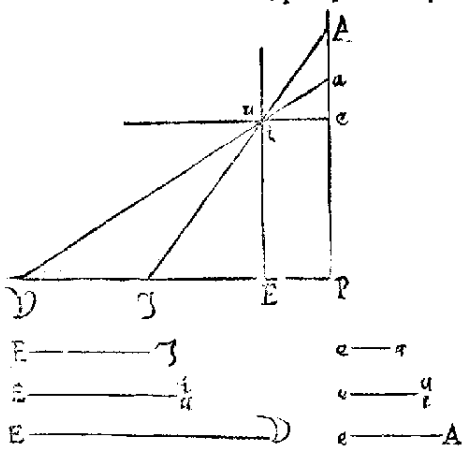
EFfectus, quem ſcribit Tartalea quęſito quinto primi lib. necnon quæſito 21. et. 24. maxima cum ratione eſſe uidetur, non tamen ea quam ipſe in quinto profert, quia uerum non eſt, vt quanto aliquid fit calidius, tãto uehementius attrahat, eo quod ſi etiam huiuſmodi res, in eodem calore, in quo ſemel reperitur, firma maneret; neque attraheret; neque aliquid impelleret. Nam dum aliquod corpus calefit, dilatatur, & per conſequens circumcirca undiq; trudit, & partes uaſis debiliores cedunt. dum uerò dictum corpus refrigeratur, reſtringitur, & dum in unum cogitur, ſi reperiatur in uaſe, quod aer, aqua, aut aliud aliquod corpus ingredi nequeat, dictum uas à quo circundatur frangit, ne aliqua pars loci uacua remaneat, ſed ſi aliquod corpus ingredi poteſt, illud ipſum ad ſe attrahit, quemadmodum uidere licet in cucurbitulis. Vnde ſequitur eam propoſitionem, qua dicitur, calidi eſt attrahere, ueram non eſſe, quia ſi hoc fieret, quanto aliquid calidus efficeretur, tanto magis attraheret, & ècontra, cum tamen planè contrarium appareat, cum quanto magis aliquid calefit, tanto uehementius impellat, & quanto magis frigefit, tanto plus attrahat. Quapropter uerius dicemus, frigidi eſſe attrahere, calidi uerò expellere, quamuis per accidens. Ex quo ſequitur, ut quanto calidior facta fuerit materia aliqua, aliquo loco determinata, redeundo poſtea ad ſuam priorem frigiditatem, tanto minori loco indigeat, ſimiliter etiam è conuerſo accidit, ut quanto frigidior reperitur talis materia, tanto maiori loco, poſtea

ftea egeat ipſa ualde calefacta. Quod Tartalea in quinto quęſito non animaduerterat.

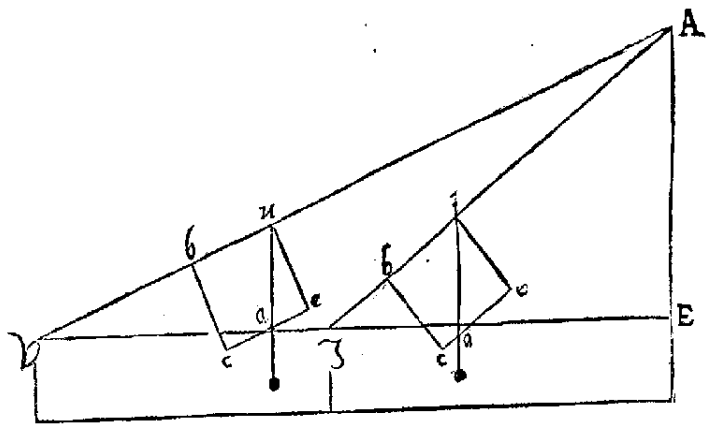
Solutiones aliqua, circa altimetriam.

AD EVNDEM.

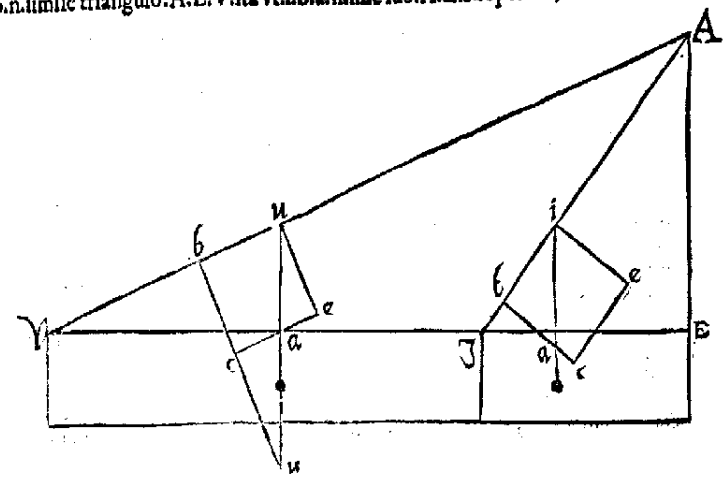
TVas literas accepi, tuasq; dubitationes conſideraui, quas quidem non inutiles inueni, quo uerò ad primam, dico te oportere illud Theorema ſpeculari ordine huiuſmodi methodi, uidelicet quod quotieſcunq; habuerimus angulũ aliquẽ cuiuſuis amplitudinis, puta. A.R.V. cuius duo latera. R. A. et. R. V. indeterminata intelligantur, ſi ab aliquo puncto inter ipſas poſito, puta. u. quod etiam uocetur. i. ducte fuerint. 4. lineę ipſis dictis lateribus, hac ſcilicet cõditione, qđ duę ex dictis. 4. ſint parallelę ipſis laterib⁹, puta u.e. et. u.E. reliquę uero duę ſeccent ipſa latera, ut V. u. a. et. I. u. A. Dico nunc proportionem. e.A. ad. e.a. eandem eſſe, quę. E.V. ad. E. I. Nam ſcimus proportionem E.i. ad. E.i. eandem eſſe quę e.i. ad. e. A. ex ſimilitudine triangulorũ, ſimiliter ꝓportionẽ. E.u. ad. E.V. eãdẽ quę e.a. ad. e.u. quare aggregata ex iſtis erunt inuicem ęqualia, uel ſi mauis ex ęqua proportionalitate, quod idem eſt, ita ſe habebit. E. I. ad. E.V. ut. e.a. ad. e.A.



Suppoſito nunc plano orizontali. V.E. Altitudineq; inacceſſibili. A. E. Duę uerò ſtationes oculorum ſint. V. et. I. lineę autem uiſuales ſint. V.A. et. I.A. Et quadratum geometricum ſit. b.e. Supponatur nunc pro prima dubitatione, quod in ambabus ſtationibus filum perpendiculare feccet latus. e.c. non autem. b.c. (nam quando in ambabus ſtationibus filum ſecat latus. b. c. nullum tibi dubium oritur, imo manifeſtè patent partes lateris. b.c. termi natas à. b. & à filo proportionales eſſe. V. E. & I. E. ſumpto. E. pro. b. et. I. V. pro punctis ſecatis à filo, ex euidẽti ſimilitudine triangulorum quadrati cum triangulis. A.E.V. et. A.E.I.) Sed cum in preſenti caſu reperiatur triangulum. u.e.a. minus, in ſtatione remotiori, ſimile triangulo maiori. V. E. A. & triangulum maius. i.e.a. proximioris ſtationis, ſimile triangulo minori. I.E.A. (quod in alio iam dicto, caſu non accidit, ut unum triangulorum, minus ſcilicet, ſimile ſit uno trianguloru, maiori ſcilicet & è conuerſo) Non omnino abſque ratione dubitas quo pacto fieri poſſit ut. a.e. remotioris ſtationis ad. a.e. propinquioris ita ſe habeat quemadmodum. I.E. ad. E.V. Quapropter ſi precedentem figuram diligenter inſpexeris, omnis tua dubitatio euaneſcet. in qua figura apertè vi debis correſpondentiam talium triangulorum inter ſe, nec magis, nec minus quam in infraſcripta hic figura cernere licet, quamuis in hac, triangula quadrati, ſeparata ſint ab imaginarijs. A.E.V. et. A.E.I. in ſupradicta vero coniuncta, & inuicem communicantia in puncto. u. i. quod quidem nihil refert. Dempta igitur. a.e. minori ex. a. e. maiori, reliquum ita ſe habebit ad. a. e. minorem, vt, V. I. ad. I. E. quod nunc tibi clarè patebit. Vnde ex te poteris ordinem operationis proſequi, vt in cognitionem peruenias ipſius. I. E. ipſius. A.E. & ipſius. I. A. vel. V. A.

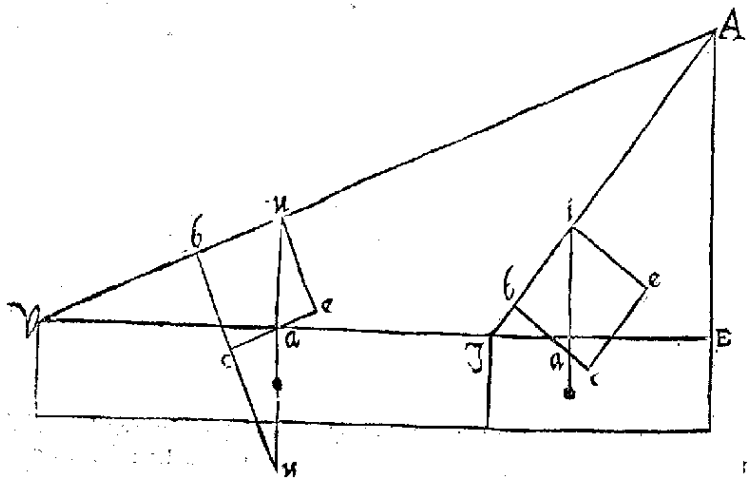


Sed quãdo in proximiori ſtatione latus. b.c. in remotiori vero latus. c.e. ſecatur à filo (pro ſecunda dubitatione) Tunc oportet imaginatione conſiderare latus. b. c. in remotiori ſtatione diſtentum eſſe vſque ad filum in puncto. n. vbi videbis triangulũ. u.b.n. ſimile triangulo. A.E.V. ita vt. i.b.a. ſimile ſuo. A.E.I. reperitur, vbi tam in vno



quam in altero.i.b.et u.b.correſpondebit ipſi.A.E.et.b.n.ipſi.E.V. et. b.a. ipſi. E. I, quapropter iubeo, vt quæras quantum ſit latus.b.n.ex regula de tribus, dicens ſi.a.e. tribuit mihi.e.u.quid mihi dabit.u.b?eo quod.a.e.u.ſimile eſt.u.b.n. reperto autem latere.b.n.ex quo dempto.b.a.breuioris diſtantię,reſiduum reſpondebit ipſi.I. V.vt ſcis, vnde proſequendo operationem tibi cognitam, obtinebis intentum, hoc eſt cognoſces reliqua interualla. Nihil enim miror demonſtrationem Tartaleæ circa huiuſmodi operationem te minime ſatisfeciſſe.

Quod autem quarta propoſitio illius ſcriptoris, de quo nuper mecũ locutus es,vt mihi dixiſti,tua ſit, hoc enimego,nec affirmare, nec negare audeo, quamuis in multis cum tua manuſcripta concordet. Nam ſępæ cogitationes hominum in idem coincidunt, vt pluries cenſuit Ariſto.



Demonſtrationes quorundam problematum Nicolai Tartaleæ cum alijs operationibus circa eadem ſubiecta.

AD EVNDEM.

AMor erga te meus ſanè ſingularis,nullo modo ꝓmittit,vt ea quæ Tartaleę ſcripta examinãdo inuenerim, non tibi cõmunicem. Hæc autem ſunt circa quædam illius Authoris problemata, quorum primum ab ipſo Tartalea ſcriptum in.3.quæſito libr. 4. tale eſt, is vult locare. 3500. homines,eodem modo, quo præſupponit locatos eſſe. 1000.ita vt quilibet hominum ordo ſiue vt vulgo dicitur filtia ſit.49. quapropter multiplicat quadratum ipſius.49.quod eſt. 2401. cũ numero. 3500.propoſito,productum verò.8403500. diuidit per. 1000. vt proueniat.8403.cuius radix quadrata eſt.91.pro numero hominum vniuſcuiuſque ordinis propoſiti numeri.3500.

Pro cuius operationis ratione,cogitemus rectangulum.a.b. 1000.hominum, et.d. b. ſit vna filtia ſiue ordo.49.hoĩum,cuius quadratũ ſit.b.c.2401.imaginemur etiã rectangulum.A.B.3500.hominum, quod ſupponemus ſimile rectangulo.a.b.et.B.C. ſit

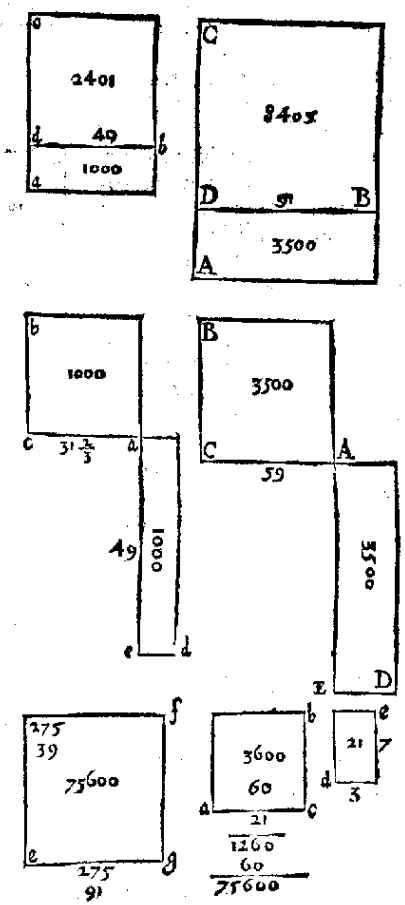
ſit quadratum ipſius.D.B. Nunc ſupponendo.A.B.ſimile.a.b.clarum erit ex diffinitione ſimilium figurarum,quod eadem proportio erit. A.D.ad.D.B.quę.a. d. ad. d. b.hoc eſt. A.D.ad.D.C.vt.a.d.ad.d.c.hoc eſt.A.B.ad.B.c.vt.a. b. ad. b. c. ex prima ſexti,vel.18.ſeu.19.ſeptimi,tunc cum dixerimus ſi.a.b.ita reſpondet ad.b.c.ergo. A. B. correſpondet etiam ita ad.B.C.quare ex regula de tribus rectè fit multiplicando. A.B.per.b.c.productum verò diuidendo per.a.b.ex.15.ſexti vel.20. ſeptimi, cuius prouentus radix quadrata erit quod quærebatur.

Sed aliter idem poſſe fieri ſpeculatus ſum, hoc eſt multiplicando numerum. 49. ordinis.1000.hominum cũ radice quadrata numeri.3500.propoſiti,productum verò diuidere per rãdicem quadratam ipſius.1000. vnde prouentus. 91. erit numerus vnius ordinis.3500.numeri ꝓpoſiti.

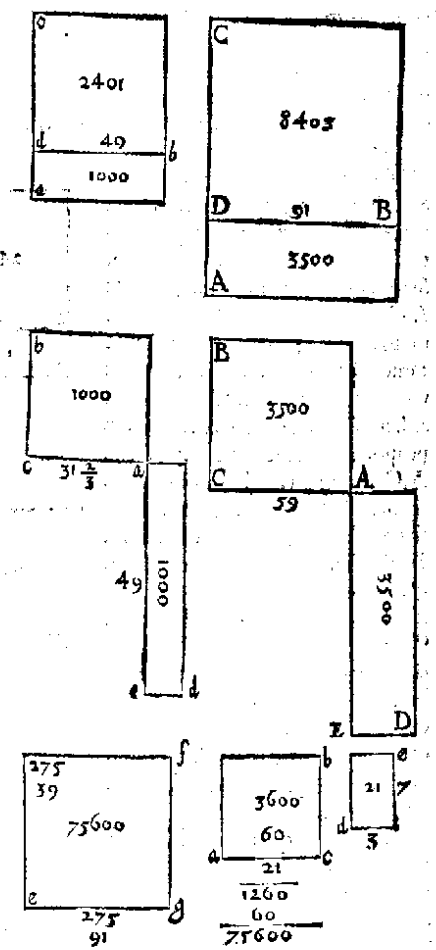
Cuius opationis ſpeculatio eſt iſta. Sit.a.b.quadratum.1000.et.a.c. ſua radix et.a.d. rectangulum propoſitum ipſius.1000.et. a. e. vnus ordo. Sit etiam.A.B.quadratum.3500. & A.C.eius radix et.A. D. rectangulũ ipſius numeri.3500.propoſiti,ſimile tamen rectangulo.a.d.et. A. E. eius vnus ordo Cũ enim. a.b. æquale ſit a.d.et.A.B.A.D.tũc.a. c. erit media proportionalis inter.a.e.et.e.d.& ſic A.C.erit etiam media proportionalis inter.A.E.et.E.D.per. 16.ſexti, ſeu.20.ſeptimi,& quia proportio.A E.ad.E.D. æqualis eſt proportioni. a.e.ad.e.d.cum.A.D.ſupponatur ſimile.a.d.ergo proportio.A.E.ad.A C.ęqualis erit proportioni.a.e.ad.a. e.quę medietates ſunt totorũ æqualium, rectè igitur fiet ſi procedamus ex regula de tribus, dicendo ſi. a. c. correſpõdet.a.e.tũc.A.C. correſpõ det.A.E.ex ſupradictis.15. ſexti.vel 20.ſeptimi.

Ratio verò quarti quæſiti per ſe patet,quod eſt inuenire pauimentũ ſeu aream quadratam,in qua poſſint locari quot homines volueris, ita inter ſe ſiti, ut vnuſquiſque occupet. 7.pedes ipſius areę in longitudinem et.3.per latitudinem à lateribus.

Seu ex propoſito hominum numero inuenire numerum ipſorum locabilem in aliqua area quadrata, ita, vt vnuſquiſque occupet. 21. pedes quadratos ipſius areæ.



Sed aliter idem fieri posse inueni, hoc est multiplicãdo radicem quadratam propositi numeri hominum per. 21. & productum item multiplicando per eandem radicem, & huiusmodi producti radicem diuiden do per. 3. vnde prouentus esset numerus hominum vnius ordinis. Exẽpli gratia proponuntur. 3600. homines, multiplicabimus huiusmodi numeri radicem quadratam hoc est. 60. per. 21. hoc est per productum quod fit ex. 7. cũ 3. & resultabit nobis. 1260. quod si multiplicabitur, per. 60. hoc est per eandem radicem, resultabit nobis. 75600. cuius producti radix quadrata est ferè. 275. qua diuisa per. 3 proueniet nobis. 91. pro hominum numero vnius ordinis.



Cuius ratio est ista, cogitemus numerum. 3600. propositum esse quadratum. a. b. (sed non areæ) cuius radix. 60. sit. a. c. & quia hic numerus. 60. intelligitur esse hominum, quorum vnusquisq; occupat. 21. pedes quadratos superficiales ex supposito, & propterea multiplicatur, 60. cum. 21. vnde nobis veniat. 1260. quadrati superficiales pro vnoquoque ordine, & qa. b. c. vt. latus quadrati. a. b. habet tot ordines hominum similiter, hoc est. 60. igitur multiplicando. 60. cum. 1260. habebimus totalem superficiem. a. b. ex. 75600. quadratis superficialibus, quæ quadrata imaginemur locata esse in quodam totali quadrato, quod sit. e. f. cuius radix sit. e. g. 275. pedum qui diuidantur per. 3. hoc est per numerum pedum latitudinis & prouenient nobis. 91. pro numero hominũ vniuscuiusq; ordinis, diuidendo postea latus. f. g. per numerum spatij inter vnum, & aliũ ordinem, quod est. 7. proueniet nobis. 39. pro numero ordinum.

Alter, & breuius etiam possumus idem inuenire, hoc est multiplicando numerũ propositũ hominũ cũ rectangulo. 21. vnde veniet nobis ꝓductũ. 75600 quod productũ si accipiemus vt quadratũ, cuius radix erit. 275. quæ diuidatur p. 3. habebimus ꝓpositũ. Cuius ratio pẽdet à supradicta, eo qđ loco multiplicãdi. a. c. (hoc est. 60.) per

60.) per. 21. deinde productũ etiam multiplicare per. b. c. (hoc est. 60.) breuius erit multiplicare totum numerum. 3600. per. 21. cętera verò facere, vt diximus.

Sed vnaquæq; istarum operationum, aliquid imperfectionis patitur, eo quod cũ aliquis cuperet quadratum perfectum superficiale habere, absq; aliquo defectu, vel excessu, aliquid aliud adhuc facere oporteret, hoc est, inuentum cum fuerit quadratum. e. f. cum suis radicibus. e. g. et. g. f. pedum. 275. vnaquaque, vt in dicto exemplo factum est, oportebit numerũ quærere minorem ipso. 275. sed proximiorem mensurabilem ab. 3. & ab. 7. quod facilè fieri si diuiserimus. 275. per. 21. detrahendo fracta diuisionis ab ipso. 275. quæ quidem fracta in hoc exemplo sunt. 2. vnde remanebit. 273. pro numero laterum quadrati superficialis, in quo possent locari. 3549. homines, eo ordine quo supra dictum est, quorum scilicet vnusquisque obtineat. 21. pedes superficiales.

DE INTERVALLIS MVSICIS,

Cypriano Rorè Musicę celeberrimo.

PINTO Hectoris Eusonij Cypriane mi dilectissime, vera non est, quod aliquis rectè possit intelligere rationes consonantiarum musicæ, absque cognitione illarum mediante ipso sensu, imo nemo põt calere theoriã musices, nisi aliquo mõ versatus sit in praxi. Quõ enim cognosci poterũt quid nam sint diapason, diapente, diaresseron, ditonus, semiditonus, hexacordum maius, aut minus, & consonantiæ ex ijs cum diapason compositæ, absque earum praxi? vnde sequetur neq; etiam cognosci posse interualla dissonantia. Et purus practicus non intelliget quid sit octaua, quinta, quarta, tertia maior, tertia minor, sexta maior, sexta minor, decima maior, decima minor, vndecima, duodecima, decimatertia maior, aut minor, aut decimaquinta, & aliæ, ita vt ad comparandam perfectionem musicæ necessarium sit, & theoriam & praxim addiscere. Cum pręterea Ludouicus Folianus apertè monstrarit (etiam si id à diatonico sintono Ptolomei desumpserit) reperiri **duos tonos**, maiorem, & minorem, id est sesquioctauum, & sesquinonum, & tria semitonia, maius, minus, & minimum, id est sesquiquintumdecimum, qui est maius, sesquiuigesimumquartum id est minimum, & mediocre, vt. 27. ad. 25. quæ proportio superbipartiens vigesimasquintas appellatur, & cum cognouerit semiditonum consonantem esse sesquiquintum, ditonum sesquiquartum, & hexachordum minus, vt. 8. ad. 5. quæ proportio dicitur supertripartiens quintas, & hexachordum maius, vt. 5. ad. 3. hęc autem vocatur superbipartiens tertias; omnium simplicium consonantiarum cognitioni, extremam imposuit manum. Et quia tibi etiam ostendere promisi in modulationibus

hæc

hæc omnia interualla seruari, ideo ad te mitto septem hic subscripta exempla, in quorum primo, & secundo, inter diesim, et. b. in superiori, agnosces interuallum minimi semitonij, & si ibi sit diesis, tanquam terminus ad quem, et. b. tanquam terminus à quo: quod autem inter diesim et. b. sit semitonium minimum, facilè agnosces si subtraxeris decimâ minoré à maiori, quá facit superius cũ inferiori, ideſt cũ bassu.

Qua quidem modulatione tu etiam vsus es in cantilena illa, quæ Galica lingua incipit. Hellas comment. Eadem, ego quoque in meis cantilenis latino sermone compositis, quæ Moreta vocantur aliquando vsus sum.

Sed in tertio exemplo inuenies semitonium maius, necessariò genitum in superiori, si sextam maiorem cum bassu efficere volueris, quia tenor, à ditono cum superiori ad diapentem, & ad vnisonum cum bassu procedit, vbi quiescit, progrediendo postea bassus ad semiditonum cum tenore, tunc si à proportione huius septimæ, quæ est vt. 9. ad. 5. hoc est superquadripartiens quintas demptum fuerit hexachordum maius, seu sexta maior, quæ est vt. 5. ad. 3. remanebit proportio. 27. ad. 25. quæ maior est quam. 32. ad. 30.

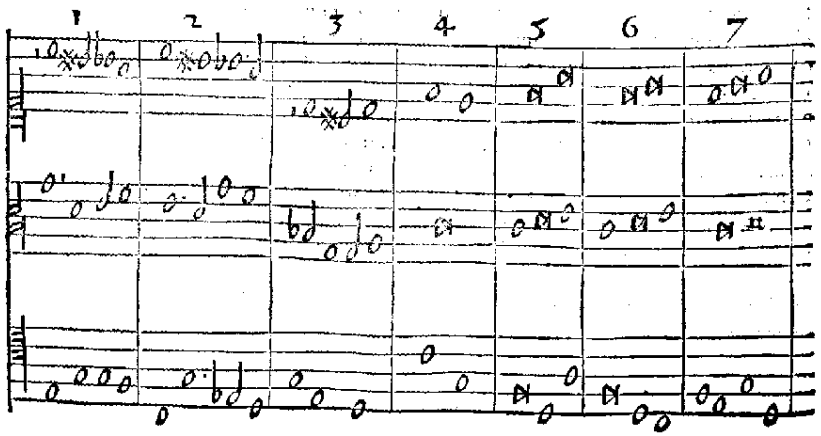
In quarto exẽplo habebis semitonium minus in superiori, quod quidem remanet ex subtractione ditoni cõsonãtis ab diatessaron cõprẽhensa à superiori cum tenore.

In quinto exemplo videbis tonum minorem, & tonum maiorem succedere vnum post alium in tenore, detrahendo primo semiditonũ à diatessaron, quod superius facit cum tenore, vel detrahendo diapente ab hexachordo maiori, quod facit tenor cum bassu, vnde remanet tonus minor sesquinonus, detrahendo postea diatessaron à diapente, quod superius facit cum tenore, remanebit tonus maior sesquioctauus.

In sexto exemplo deinde videbis tenorem ascendere per duos tonos minores succedẽtes vnum post alium in tenore, si dempseris semiditonũ à diatessaron cũ superiori.

In. 7. exẽplo demum videbis superiorẽ ascendere per duos tonos maiores succedẽtes vnũ post aliũ, si dempseris diatessaron à diapente, quod facit tenor cũ superiori.

De



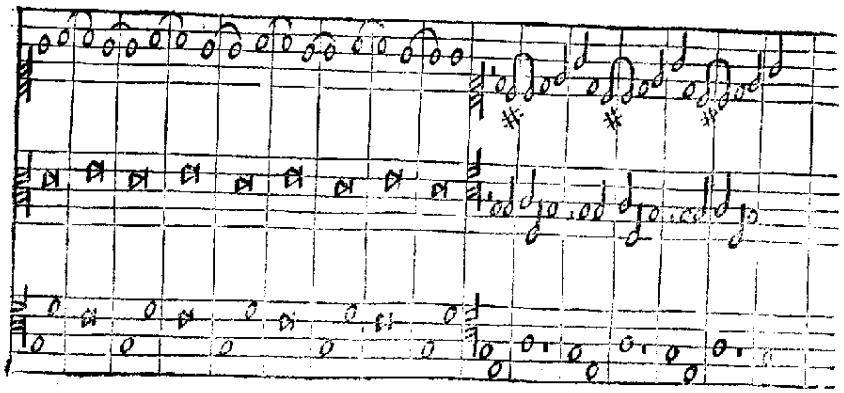
De eodem subiecto.

AD EVNDEM.

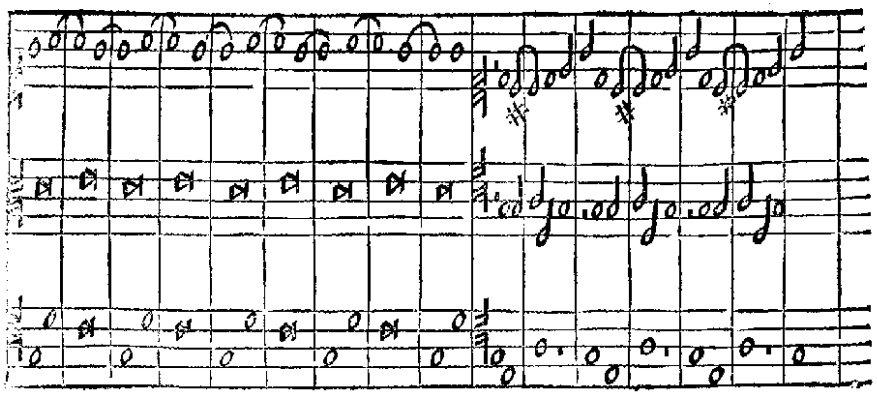
QVod aliàs tibi dixi, verum est, quod necessarium nullo modo sit, vt modulando, desinat cantilena in eodem tono (quod Græci phthongum appellant) à quo incepit. immo necessariò semper ferè, altius, aut depressius terminatur, per differentiam alicuius interualli æqualis, vel multiplicis ipsi comm mari sesquioctuagesimæ, quod quidem comma, quamuis cantabile non sit, insensibiliter tamen generatur, & toties ab aliqua parte ipsius cantilenæ posset dictũ comma generari, versus acutum, vel graue, quod in fine ipsius cantilenę, vocis phtongus reperiatur distans à primo per interuallum alicuius toni sesquinoni, seu sesquioctaui plus, minúsue, vt in subscripto exemplo clarè videre potes in prima figura, vbi superius à. g. primę cellulæ ad. g. secundæ, interest vnum cõma, eo quod progrediens superius in prima cellula ipsius cantilenæ à quarta ad quintam cum tenore, ascendit per tonum sesquioctauum, à prima cellula deinde ad secundam, tenor ascendit similiter per tonum sesquioctauum cum transeat à quinta ad quartam, quod facit cum superiori, in secunda cellula postea, cum superius descendat à maiori sexta ad quintam, quod facit cum bassu, seu à quarta ad tertiam minorem, quod facit cum tenore, tunc descendit per tonum sesquinonum, ita quod non reuertitur ad eundẽ phthõgum, vbi prius erat in prima cellula, sed reperitur per vnũ cõma altius, qđ quidẽ cõma est differentia inter tonũ sesquioctauũ & sesquinonũ, vt alias tibi demõstraui.

Progrediendo igitur hoc modo, videbis quod cum tenor à secunda cellula ad tertiam transeat à tertia minori ad quartam, quod facit cum superiori, descendit per tonum sesquinonum, vnde in tertia cellula altius remanet quam in prima per vnũ comma, in qua tertia cellula, cum iterum transeat superius à quarta ad quintam, q facit cum tenore, eleuatur per tonum sesquioctauum, prosequendo deinde tali ordine, videbis in quarta cellula cantilenam auctam per duo commata, in sexta, aũt cellula per tria commata, in octaua verò per. 4. commata, vnde hac methodo, si cantilena prolixior debito esset, vel si talia interualla frequentiora reperirentur, posset cantilena à principio ad finem differre per. 9. commata, & plus etiam, quæ quidem

inter-



interualla ſuperant tonum ſeſquinonum, & ſi eſſent. 10. commata ſuperarent tonum ſeſquioctauum, eo quod aggregatum ex. 9. commatibus continetur ſub iſtis duobus terminis hoc eſt. 1500946352969991 21. et. 1342177280000000000. quæ quidem proportio maior eſt proportione ſeſquinona, ſumma verò. 10. commatum continetur ſub. 1215766545905692880 1. et. 1073741824000000000000. quæ proportio maior eſt tono ſeſquioctauo, quod autem dico de aſcenſu cantilenæ, idem aſſero de eiuſdem deſcenſu, & hoc non tantum per interuallum illius commatis, quod eſt differentia toni maioris à minori, ſed etiam per illud quod eſt differentia ſemitonij maioris à minori, vt in ſecundo exemplo hic ſubſcripto videre eſt in deſcenſu cantilenæ per comma & comma, vt differentia inter ſemitonia maiora & minora, vbi in prima cellula diſcedens baſſus à quinta cum ſuperiori, & ab vniſono cum tenore deſcendens ad tertiam minorem cum ipſo tenore, facit cum ſuperiori ſeptimã maiorem, quæ eſt vt. 9. ad. 5. ſuperquadripartiensquintas ſcilicet, à qua diſcedens poſtea ſuperius, vt faciat cum baſſu ſextam maiorem, deſcendit per ſemitonium minus, à qua ſexta maiori deſcendens baſſus, & aſcendens per quartam, efficit cum dicto ſuperiori tertiã maiorem, à qua diſcedens ſuperius, vt efficiat quartam cum ipſo baſſu (qui quidem baſſus tranſit in tenorem) aſcendit per ſemitonium minus, differens à ſemitonio maiori per vnum comma, vnde cantilena remanet depreſſa per vnum comma. cum deinde idem faciat inter tertiam, & quartam cellulam, per aliud comma deſcendit, & ſic toties facere poſſet, vt poſtremo valde deprimatur cantilena à primo phthongo.



Quod autem hic ſupradictum eſt, circa inſtrumenta artificialia non accidit, qua propter organa, & clauicimbula concordantur certo quodam ordine, ita vt omnes conſonantiæ, excepta diapaſon, ſeu octaua, ſint imperfectæ, hoc eſt, aut diminutę, aut ſuperantes à iuſto, vt exempli gratia, omnes quintæ ſunt diminutæ, quartæ verò ſunt exceſſiuę, quod quidem fit, vt tertiæ, & ſextæ, non multum auribus diſſonent, eo quod ſi quintæ omnes, & quartæ, perfectæ eſſent, tunc omnes ſextę, & tertiæ intollerabiles eſſent, & à perfectis differrent per vnum comma, quod manifeſtum nobis erit hoc modo, accipiamus tres diapentes, ſeu quintas, conſequenter ſucceſſiuas vnam poſt aliam, hoc eſt tres proportiones ſeſquialteras, quarum aggregatum erit vt. 27. ad. 8. quæ proportio, dicitur tripla ſupertripartiensoctauas, & quæ à practicis appellaretur tertiadecima maior, vt exempli gratia, eſſet Gamaut cum ſecundo elami, tunc talis tertiadecima valde odioſa eſſet ſenſui auditus, à qua, ſi dempta fuerit diapaſon, ſeu octaua, remaneret quoddam hexachordum maius, ſeu ſexta maior, auribus valde inimica, ſub proportione. 13. ad 8. ſed hæc proportio differret à proportione ſuperbipartientetertias perfecti hexachordi maioris, hoc eſt ſextæ maioris conſonantis, per proportionem ſeſquioctuageſimam, hoc eſt per vnum comma, quod quidem eſt etiam differentia aggregati trium ſeſquialterarum, à tertiadecima maiori conſonanti, hoc eſt excellus proportionis triplæ ſupertripartientis octauas, ſupra triplam ſeſquitertiam, quæ eſt ſumma ipſius duplæ cum ſuperbipartientes tertias.

Arali ſumma igitur trium ſeſquialterarum efficitur tertiadecima maior diſſonans excedens conſonantem per vnum comma (cuius proportio eſt. 81. ad. 80.) quæ conſonans continetur in proportione. 10. ad. 3. vt ſupra dixi.

Hæc igitur eſt vera ratio, propter quam debemus comma diſtribuere in organis & clauicymbalis, cum ab aggregato trium quintarum prodeatur talis exceſſus ſupra perfectam, ſeu conſonantem tertiamdecimam maiorem, quod quidem aggregatum, cum demptum fuerit à quintadecima, relinquet nobis tertiam minorem diſſonantem, & mancam, per eundem exceſſum à conſonanti. quæ quidem tertia minor diſſonans ſubtracta à diapente ſeu quinta perfecta, relinquet nobis tertiam maiorem diſſonantem, quæ conſonantem excedit per eundem exceſſum commatis, & hæc demum tertia maior diſſonans, dempta ex diapaſon, ſeu octaua, relinquet nobis hexachordum minus, hoc eſt ſextam minorem diſſonantem, & mutilem à conſonanti per eundem exceſſum commatis. De huiuſmodi verò commatis diſtributione doctiſſimè ſcripſit Excellentiſſimus Zarlinus in ſecunda parte Inſtitutionum Harmonicarum.

Sed quia ſenſus auditus non poteſt exactè cognoſcere debitam quantitatem exceſſus, vel defectus, intendendo vel remittendo chordas inſtrumentorum, ideo hanc viam ſequutus ſum.

Sit exempli gratia, hic ſubſcriptus ordo lignorum tangentium ſeu pinarum incipiens ab. G. deſinens ad. g. ita quod inter ipſos terminos ſit ea conſonantia quæ vocatur vigeſimaſecunda, quæro primum. b. inter. D. E. quod eſt nigrum ipſius Elami grauiſſimum, quod groſſo modo facio conſonans cum. G. grauiſſimo per ſextam minorẽ, deinde cũ ipſo primo. b. ipſius elami concordo ſuum octauum & quintumdecimum, quo perfectius poſſum, deinde accipio. b. molle ſecundum ipſius b fabmi quod concordo cum. b. primo ipſius Elami per quintam imperfectam, deinde cum hoc. b. ſecundo ipſius b fabmi concordo ſecundum. f. per quintam ſimiliter imperfectam, cum quo. f. poſtea concordo tertium. c. per ſimilem quintam, quem tertium. c. poſtea confero cũ ſecundo. b. ipſius elami, ita quod inter ſe conſonent per ſextam maiorem tolerabilem, & ſi ſic inuenio, tunc nihil muto has treschordas hoc.

G A B b C* D b E F* g* a b b c* d b e f* g* a b b c* d b e f* g*
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 4.

Na eſt

eſt. b. ſecundum ipſius bfabmi, f. ſecundum, et. c. tertium, ſed ſi dictum tertium. c. valde diſſonans eſſet cum. b. ſecundo ipſius clami, tunc ipſum. c. intendo, aut remitto, quouſque aliquo modo ſit conſonans per ſextam maiorem aliquantulum ex ceſſiuam cum. b. ſecundo ipſius clami, cum quo poſtea. c. conſonare aliquantulum facio. f. ſecundum per quintam defectiuam, & cum hoc demum. b. ſecundum ipſius bfabmi, quo facto concordo ſecundum. c. cum tertio per octauam, cum quo ſecundo. c. poſtea concordo tertium. g. per talem quintam, quod ipſum tertium. g. cum ſecundo. b. ipſius bfabmi conſonet tolerabiliter per ſextam maiorem aliquãtulum exceſſiuam, deinde cum iſto tertio. g. concordo tertium. d. per talem quintam, ita quod ipſum. 3. d. concordet tolerabiliter cum. 2. f. per ſextam maiorem exceſſiuam, poſtea cum hoc. 3. d. concordo. 2. d. per octauam perfecte, cum quo. 2. d, poſtea concordo. 3. a. per quintam, vt in alijs factũ eſt, ita vt cũ. 2. c. conſonet talis ſexta maior, vt ſupra dictum eſt, cum quo. 3. a. poſtea concordo. 3. e. per quintam, vt dictum eſt, ita quod cum. 3. g. faciat ſextam maiorem vt ſupra, poſtea cum hoc. c. concordo. 2. e. per octauam, cum quo concordo. b. quadrum tertium per quintam, vt dictum eſt, ita quod cũ 2. d. faciat ſextam maiorem ſimilem alijs ſuperius dictis, cum quo. b. quadrato tertio concordo tertium nigrum ipſius. f. per quintam, ita quod cum. 3. a. faciat ſextam maiorem, vt ſupra, deinde cum hoc concordo. 2. f. nigrum per octauam, cum quo, per quintam concordo 3. c. nigrum ita quod cum. 2. e. faciat ſextam dictam, demum cũ hoc concordo. 4. g. nigrum per quintam, ita quod faciat cum. 3. b quadrato ſextam dictam, & ſic ad vltimam quintam peruenio, ſupra quod. g. nigrum nulla quinta amplius reperitur; poſtea cum iſtis chordis concordo per octauas omnes alias ab acutis ad graues.

G A B b C* Db E F* g* a b b c* d b e f * g * a b b c * d b e f * g *
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 4 4.

Valde etiam admiratione dignum eſt, quod perfectiores quæque conſonantiæ, ita in harmonica diuiſione ſibi inuicem conueniant, vt diapaſon cum diapente, cum diapaſondiapente, cum ditono, cum hexachordo maiori cum bisdiapaſon, cũ decimaſeptima maiori. Nam in ipſa diapaſon, harmonicè locãtur diapente in parte grauiori, & diateſſaron in acutiori. In diapente verò harmonicè locantur ditonus in parte grauiori, & ſemiditonus in acutiori. In ditono harmonicè locantur tonus maior in parte grauiori, & tonus minor in acutiori. In hexachordo maiori, harmonicè locantur diateſſaron in parte grauiori, & ditonus in acutiori. In diapaſondiapente, harmonicè locantur diapaſon in parte grauiori, & diapente in acutiori. In bisdiapaſon, harmonicè locantur decima maior in parte grauiori & hexachordum minus in acutiori. In decimaſeptima maiori, harmonicè locantur diapaſondiapente in parte grauiori, & hexachordum maius in parte acutiori. Ita quod tonus ſeſquioctauus in ditono, proportionalis eſt ipſi ditono in diapente. Tonus verò ſeſquinonus in ipſo ditono, proportionalis eſt triemitonio, vel ſeſquitonio ſeu ſemiditono (quod idem eſt) in diapente. Ditonus autem in diapente, proportionalis eſt ipſi diapente in diapaſon. Seſquitonus verò in diapente, proportionalis eſt diateſſaron in diapaſon. Et ſic de ſingulis. Ita quod tonus ſeſquioctauus in ditono, ditonus in diapente, diateſſaron in hexachordo maiori, diapente in diapaſon, diapaſon in diapaſondiapente, decimamaior in bisdiapaſon, diapaſondiapente in decimaſeptima

ſeptima maiori, omnia ſibi inuicem ſunt proportionalia, idem etiam dico de reliquis partibus, cum relatæ fuerint ad ſua tota.

Nec alienum mihi videtur à propoſito inſtituto, ſpeculari modum generationis ipſarum ſimplicium conſonantiarũ; qui quidem modus ſit ex quadam æquatione per cuſſionum, ſeu æquali concurſu vndarum aeris, vel conterminatione earum.

Nam, nulli dubium eſt, quin vniſonus ſit prima principalis auditus; amiciſſima, nec non magis propria conſonantia; & ſi intelligatur, vt punctus in linea, vel vnitas in numero, quam immediate ſequitur diapaſon, ei ſimillima, poſt hanc verò diapente, cæteræq;. Videamus igitur ordinem concurſus percuſſionum terminorum, ſeu vndarum aeris, vnde ſonus generatur.

Concipiatur igitur mente monochordus, hoc eſt chorda diſtenta, quæ cum diuiſa fuerit in duas æquales partes à ponticulo, tunc vnaquæq; pars eundem ſonum proferet, & ambæ formabunt vniſonum, quia eodem tempore, tot percuſſiones in aere faciet vna partium illius chordæ, quot & altera: ita vt vndæ aeris ſimul eant, & æqualiter concurrant, abſque ulla interſectione, vel fractione illarum inuicem.

Sed cum ponticulus ita diuiſerit chordam, vt relicta ſit eius tertia pars ab vno latere, ab alio vero, duę tertię, tunc maior pars, dupla erit minori, & ſonabũt ipſam diapaſon conſonantiam, percuſſiones vero terminorum ipſius, tali proportione ſe inuicem habebunt, vt in qualibet ſecunda percuſſione minoris portionis ipſius chordæ, maior percutiet, ſeu concurret cum minori, eodem temporis inſtanti, cum nemo ſit qui neſciat, quod quo longior eſt chorda, etiam tardius moueatur, quare cum longior dupla ſit breuiori, & eiuſdem intenſionis tam vna quam altera, tunc eo tempore, quo longior vnum interuallum tremoris perfecerit, breuior duo interualla conficiet.

Cum autem ponticulus ita diuiſerit chordam, vt ab vno latere relinquantur duæ quintæ partes, ab alio verò tres quintæ, ex quibus partibus generatur conſonantia diapente; tunc clarè patet, quod eadem proportione tardius erit vnum interuallum tremoris maioris portionis, vno interuallo tremoris minoris portionis, quam maior portio habet ad minorem; hoc eſt tempus maioris interualli ad tempus minoris erit ſeſquialterũ; quare non cõuenient ſimul, niſi perfectis tribus interuallis minoris portionis, & duobus maioris; ita quod eadem proportio erit numeri interuallorum minoris portionis ad interualla maioris, quæ longitudinis maioris portionis ad longitudinem minoris; vnde productum numeri portionis minoris ipſius chordæ in numerum interuallorum motus ipſius portionis, æquale erit producto numeri portionis maioris in numerum interuallorum ipſius maioris portionis; quæ quidem producta ita ſe habebunt, vt in diapaſon, ſit binarius numerus; in diapente verò ſenarius; in diateſſaron duodenarius, in hexachordo maiori quindenarius; in ditono vicenarius, in ſemiditono tricenarius, demum in hexachordo minori quadragenarius: qui quidem numeri non abſque mirabili analogia conueniunt inuicem.

Voluptas autem, quam auditui afferunt conſonantiæ fit, quia leniuntur ſenſus, quemadmodum cõtra, dolor qui à diſſonantijs oritur, ab aſperitate naſcitur, id quod facilè videre poteris cum conchordantur organorum fiſtulæ.

DE IVSTITIA COMMVTATIVA.

Franciſco Ferrario Anciſa Iuriſconſulto ſenatorią apud ſubalpinos grauiſſimo.

ARIVS inter nos dum oportunitas vicinarum ædium, & amoris mutui vis, ad familiaria trahunt colloquia ego de meis mathematicis, tu de tuis legibus, in quibus tractandis magnum tibi nomen comparaſti loquuti ſumus. Cum vero nonnunquam de mirabili iuſtitiæ commutatiuæ inſtituto non ingratus incidiſſet ſermo, dixi modum, quo formam ſuam à proportionalitate arithmetica diſiuncta, & non a coniuncta deſumat, à nemine literis proditum eſſe, libet autem nunc per otium latius explicare. dixi enim à diſiuncta, & non coniuncta proportionalitate, quia in coniuncta, ſeu continua nullo pacto fieri poteſt talis commutatio, cum ſemper quatuor terminos ad minus tranſeat, vt nunc videbimus.

Exempli gratia, Petrus ex ſuis bonis tribuat Ioanni aliquid valoris quinquaginta aureorum.

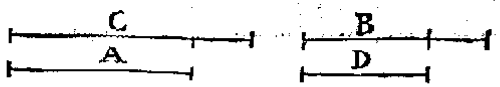
Vnde priuſquam Ioannes aliquid ex ſuis bonis retribuat Petro, bona ipſius Petri diminuta erunt per quinquaginta aureos, bona verò ipſius Ioannis, aucta totidem aureis.

Ecce nunc quo pacto conſtituti ſunt. 4. termini in proportionalitate aritmetica, per quos fit talis permutatio, ſed nondum æquata, niſi fiat æqualis retributio à Ioanne ad Petrum, vt videbimus.

Cogitentur itaque. 4. termini aritmeticè proportionales. C. A, B. D. Ita quod. A. mediante ſignificentur bona Ioannis. B. vero Petri, prius quam Petrus aliquid ex bonis ſuis tribuat Ioanni. Tunc Petrus ſecat partem vnam ex. B. eamq; dat ipſi Ioanni, vnde ipſi Petro remanet. D. Ioanni autem. C. quatuor igitur termini conſtituti ſunt. B. D. C. A. quorum. B. primus. A. quartus. C. uero tertius. D. aũt ſecundus, ſed B. et. A. ſunt in ſua naturali mediocritate abſque defectu vel exceſſu ſui ipſius. Non ita tamen ſe habet. C. et. D. quia. D. deficit. C. autem excedit à ſua priori quantitate. Nihilominus iſti. 4. termini conſtituti ſunt in ipſa aritmetica proportionalitate, nam eadem quantitate qua. D. diminuta eſt à. B. eadem. C. aucta eſt ſupra. A.

Sed quia. B. et. A. tantummodo iuſti ſunt termini. C. uerò et. D. iniuſti, vt ad ſuam priorem æqualitatem reuertantur, oportebit ex. C. ſecare aliquam partem æqualis valoris ei, qua. C. ſuperat. A. vel qua. D. minor eſt. B. & ipſam partem addere ipſi. D. vt bona Petri reuertantur ad priorem ſuam quantitatem ipſius. B. & bona Ioannis remaneant æqualia. A. vt prius.

Quare neceſſarium non eſt, vt talis proportionalitas ſit coniuncta (vt inquit Euſtratius ſeu Michael Epheſius, ſuper quinto capite libr. quinti Ethicorum) tribus terminis contenta, imò oportet ut ipſa diſiuncta ſit, ut diximus, vbi non eſt neceſſe quod. A. æqualis ſit. B. aliquo modo.



DE

DE MOTV MOLAE, ET TROCHI, DE AMPVLlis aquæ, de claritate aeris, & Lunæ noctu fulgentis, de æternitate temporis, & infinito ſpacio extra Cœlum, Cœliq; figura.

Illuſt. Ioanni Paulo Capræ Nouarienſi Sabaudiæ Ducis hoſpicij Magiſtro, viro ingenij præſtantia, & morum candore, non minus quam familiæ nobilitate conſpicuo.

SI vera eſſet animorum illa tranſmigratio quam ſibi Italicæ ſapientiæ Pater Pythagoras effinxerat, tuam, meamq; exiſtimarem animam canis, quandoque venatici fuiſſe.

Quæris à me literis tuis, an motus circularis alicuius molæ molendinaric, ſi ſuper aliquod punctum, quaſi mathematicũ, quieſceret, poſſet eſſe perpetuus, cum aliquando eſſet mota, ſupponendo etiam eandem eſſe perfectè rotundam, & æquigatam. Reſpondeo huiuſmodi motum nullo modo futurum perpetuum, nec etiam multum duraturum, quia præterquam quod ab aere qui ei circumcirca aliquã reſiſtentiam facit ſtringitur, eſt etiam reſiſtentia partium illius corporis moti, quæ cum motæ ſunt, natura, impetum habent efficiendi iter directum, vnde cum ſimul iunctæ ſint, & earum vna continuata cum alia. dum circulariter mouentur patiuntur violentiam, & in huiuſmodi motu per vim vnitæ manent, quia quanto magis mouentur, tanto magis in ijs creſcit naturalis inclinatio recta eundi, vnde tanto magis contra ſuammet naturam voluuntur, ita vt ſecundum naturam quieſcant, quia cum eis proprium ſit, quando ſunt motæ, eundi recta, quanto violentius voluuntur, tanto magis vna reſiſtit alteri, & quaſi retrò reuocat eam, quam antea reperitur habere.

Ab eiuſmodi inclinatione rectitudinis motus partium alicuius corporis rotundi fit, vt per aliquod temporis ſpacium, trochus cum magna violentia ſeipſum circunagens, omninò rectus quieſcat ſuper illam cuſpidem ferri quam habet, non inclinans ſe verſus mundi centrum, magis ad vnam partẽ, quam ad aliam, cum quælibet ſuarum partium in huiuſmodi motu non inclinet omnino verſus mũdi centrum, ſed multo magis per tranſuerſum ad angulos rectos cum linea directionis, aut verticali, aut orizontis axe, ita vt neceſſario huiuſmodi corpus rectum ſtare debeat. Et quod dico ipſas partes non omninò inclinare verſus mundi centrum, id ea ratione dico, quia non abſolutè ſunt unquam priuatæ huiuſmodi inclinatione, quę efficit vt ipſum corpus eo puncto nitatur. Verum tamen eſt, quod quanto magis eſt velox, tanto minus premit ipſum punctum, imò ipſum corpus tãto magis leue remaner. Id qđ apertè patet ſumẽdo exẽplũ pilę alicuius arcus, aut alicui⁹ alterius inſtrumẽti, ſeu machinæ miſſilis, quæ pila quanto eſt velocior, in motu violento, tanto maiorem propenſionem habet rectius eundi, vnde verſus mundi centrum tanto minus inclinat, & hanc ob cauſam leuior redditur. Sed ſi clarius, hanc veritatem videre cupis, cogita illud corpus, Trochum ſcilicet, dum velociſſime circunducitur ſecari, ſeu diuidi in multas partes, vnde videbis illas omnes, non illico uerſus mundi centrum

deſcen-

descendere, sed recta orizontaliter, vt ita dicam, moueri. Id quod à nemine adhuc (quod sciam) in trocho est obseruatum. Ab huiusmodi motu trochi, aut huius generis corporis, clarè perspicitur, quàm errent peripatetici circa motum violentum alicuius corporis, qui existimant aerem qui subintrat ad occupandum locum à corpore relictum, ipsum corpus impellere, cum ab hoc, magis effectus contrarius nascatur.

Quod deinde ampullæ iungantur in aqua, non fit ratione simpathiæ, de qua loquitur Fracastorus, nam per accidens iunguntur, quia cum alia ad aliam accedit, quę libet earum tentat ascendere ab ea parte, à qua inuicem hærent, quemadmodum efficiunt iuxta labrum vasis, ea enim superficies aquæ vicina circunferentiæ vasis ali quantulum ascendit in vase, qui non est omnino plenus.

Ad id deinde quod de claritate noctium scribis, miror cur non videas, quod quã to magis obscura nox apparet, non dico ratione nubium, sed distantiæ Solis sub orizonte ab eodem orizonte, tanto magis claram, & luminosam sese nobis ostendit Luna in quintadecima, quia cum Sol est in Sagittario, & Capricorno, Luna est in Geminis, & in Cancro, vnde in media nocte, eius radius per valde exiguam quã titatem vaporum transit, quia tunc ipsa est valde propinqua axi orizontis, & prætercа in huiusmodi tempore anni & noctis, aer est magis purgatus, quàm in qualibet alia temporis parte, quia hieme Sol non potest excitare multos vapores, & ij, qui at tolluntur, nocte à frigore statim congellati ratione grauitatis decidũt, unde remanet aer multo clarior, qua ratione apparent stellæ minutæ, & Cœlum ijsdem magis ornatum, quàm in quolibet alio anni tempore.

Dicere deinde, quemadmodum hic mundus est ætatis septem, aut octomillium annorum, ita nunc potuisset esse (si Deus voluisset) ætatis quinquagintamillium; ergo erat tempus; ita se habet, ac si diceremus, quemadmodum hic mundus est tantæ magnitudinis, ita etiam quinquagies maior esse potuisset, ergo est spatium, aut interuallum corporeum, quod eum capere potuisset.

Illud, nihil, Aristotelis extra Cęlum, nullo modo nobis inseruit pro eiusdem Cœ li sphęrica rotunditate, cum cuiusque alterius ex infinitis figuris Cęlum ipsum esse possit, secundum suam superficiem conuexam. Nam Cœlum ea ratione sphęricum non est, quod magis sit capax, quia ei innumerabiles alias figuras adeo magnas po terat concedere causa diuina: sed sphæricum est effectum, ne partem aliquam habe ret sui termini superfluam, quia nullum corpus à breuiori termino quam à sphærico terminari potest.

De reuolutione rotæ putealis & alijs problematibus.

AD EVNDEM.

FVnis cui appensa est situla, longè facilius axi inuoluitur, si ipsi axi affixa sit rota. atque item commodius eò fiet, quo amplior rota erit, & axis exilior.

Commodissimè autem, si ipsa rotæ extrema circunferentia, ex materia minori, & densiori, ac proinde grauiori constabit. Cuius rei ratio multiplex est. Nempe quia omne corpus graue, aut sui natura, aut vi motum, in se recipit impressionem

nem & impetum motus, ita vt separatum à virtute mouente per aliquod temporis spatium ex seipso moueatur. nam si secundum naturam motu cieatur, suam velocitatem semper augebit, cum in eo, impetus & impressio semper augeantur, quia coniunctam habet perpetuò virtutem mouentem. Vnde manu mouendo rotam, ab eaq; eam remouendo rota statim non quiesceret, sed per aliquod temporis spacium circunuertetur.

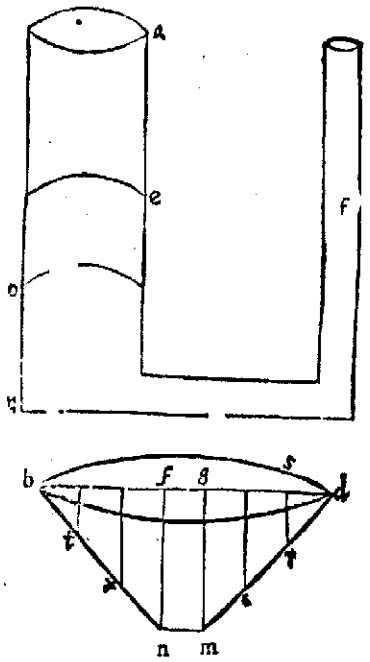
Secunda causa est, quia quoduis graue corpus, aut per naturam, aut per vim motum, rectitudinem itineris naturaliter appetat, quod clarè cognoscere possumus, proijciendo lapides funda, & circunducentes brachium, nam funes tanto maius pondus acquirunt, & manum tanto magis onerant, quanto velocius voluitur funda, & incitatur motus, quod ab appetitu naturali insito ei corpori per lineã rectam progrediendi procedit. Vnde fit, vt pondus circunferentiæ ipsius rotæ, tanto facilius circunuoluatur, & ex seipso tanto longiori tempore moueatur, quanto longius distat à centro, cum eius iter tanto minus sit curuum. Hanc igitur ob causam, rota, quanto maior erit, eiusq; pondus tanto magis vicinum circunferentiæ, tanto magis durabit impetus motus assumptus.

Tertia causa est, quod funis dum circunuoluitur, vicinius axi mathematico reuolutionis, quam corpus graue circunferentiæ rotæ, ratione vectis, cum rota est in motu, eius impetus non obtinet resistentiam æqualem à contrario pondere aquæ in situ la positæ.

De machina, quæ aquam impellit & subleuat.

AD EVNDEM.

VNde sit vt in fonte mandauerim, vas seu mortarium in quod ingreditur instrumentum, quod aquam impellit, diametrum suæ concauitatis, habere non oportere maiorem diamen o fistulæ, per quam debet ascende re aqua, ratio est, quia si maius esset, necessarium esset aliquod instrumentum quo aqua impelleretur multo gra uius toto corpore aqueo, quod aptum esset implere aliquam fistulam adeo altam, vt est fons, quæ tamen esset adeo lata vt est mortarium.

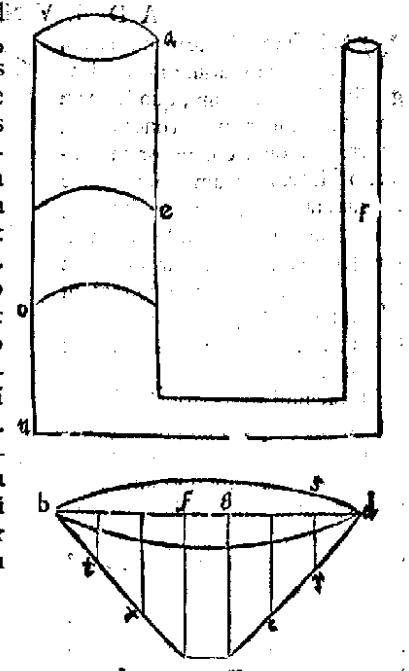


Sit exempli gratia, tota fistula, seu hirundo, per quam ascendit aqua. f. mortarium verò sit. a.u. quod tam altũ sit vt. f sed. f. angustior ipso. a.u. Nunc cum repleta fuerint hæc duo vasa, manifestum erit, quod aqua ipsius. f. sufficiens erit ad resistẽdum toti aquæ ipsi° a.u. & aqua. a.u. resistet aquæ. f. quamuis aqua. a.u. maioris quantitatis sit, & ponderis ipsa. f. hoc autem euenit ex eo quod aqua. a.u. nó impellit æquam f. toto

f. toto suo pondere, propterea quod pondus diuiditur proportionaliter supra ba-
sim vasis.

Sit exempli gra vas aliquod. b. d. n. m. conicæ figuræ, seu tricus coni concaui aqua plenus, cuius orificij diameter sit. b. d. & multiplex diametro. m. n. infimæ basis. cogitemus etiam. b. d. diuisum in tot partes, quarum vnaquæq; æqualis sit. m. n. imaginemurq; tot lineas perpendiculares descendere versus mundi centrum ad puncta r, c. m. et. t. x. n. vt in subscripta hic figura videre est, per quas cogitemus tot superficies curuas conicas q, inter quas, mente concipienda est aqua, quę pondere suo quę scet supra maiorem superficiem illa, quæ æque distans esset mundi centro, seu quam supra basim. m. n. vt exempli gratia considerentur aquæ inter. g. m. et. s. r. cuius pondus distribuitur secundum latitudinem. m. r. quæ maior est. g. s. cogitemus igitur. m. c. æqualem esse. g. s. manifestum erit, quod. n. c non sustinebit totum pondus aquæ, quæ inter. g. m. et. s. r. reperitur, eo quod omnis pars aquæ ad perpendiculum inclinat versus mundi centrum, quapropter fundus seu basis. m. n. non sustinet aliud pondus quã aquæ. t. m, sed si quis hoc in dubium reuocaret dicens, quod aqua circunscribens situm corporis aquei. f. m. impellit lateraliter dictum corpus aqueum, respondendum est, quod ex æquo huius corporis. f. m. aqua impellit etiam aquam circunstantem, eo, quod sunt corpora homogenea, cum in corporibus homogeneis æquales partes habeant æqualia vires.

Sed redeundo ad vasa. a. u. et. f. dico quod sicut aqua. f. sufficit ad resistendũ aquæ a. u. ita quod. hoc aliud pondus equale. f. cuiuscuis materiæ, in fistula. f. positum, sufficiens erit, dummodo illud corpus ita sit adæquatum concauitati fistulæ. f. quod non permittat transitum aliquem aquæ vel aeris inter conuexum ipsius corporis, & deuexum fistulæ. f. & hoc ex se satis pater, sed in vase. a. u. cum ex hypothe si latius sit ipso. f. nullum aliud corpus sufficiens erit ad resistendum aquæ ipsius. f. quin tam graue sit, quam tota aqua. a. u. existente. a. u. tam alto quam f. Vnde si aqua ipsius. f. nil plus esset quam vna tantummodo libra, & vas. a. u. existeret latius ipso. f. in decupla proportione, tunc in ipso. a. u. oporteret corpus adæquatum ipsi concauitati ponere, cuius pondus esset decem librarum, vt sufficeret ad sustinendum aquã ipsius. f. & ad impellendũ ipsam aquã. f. deberet esse plus quam decem librarum. Ponamus nunc illud corpus, ita densius esse aqua, vt maius interuallũ non occupet, quam. o. e. corpus igitur o. e. sufficiens erit ad impellendum aquam. f. & non eo minus.



Noua

NOVA SOLVTIO PROBLEMATIS DE VASE pleno liquoris.

Nicolao Caluxio Serenissimi Ducis Sabaudiæ à secretis.

VOD à me postulas est problema ab alijs iam scriptum, sed illud tibi alio medio soluam.

Proponitur vas plenũ liquore aliquo, puta aqua, ꝙ tres habeat fistulas ad basim, quarum vnaquæque possit euacuare ipsum vas, inæquales tamen, ita quod prima tam lata sit, vt spatio vnius horæ possit ipsum euacuare totum; secunda vero spatio duarum horarum, tertia autem spatio trium horarum. Tunc quæritur quanto tempore omnes tres fistulæ simul apertæ euacuabunt ipsum vas. Ad hoc volo vt quæratur primo quanta pars aquæ vnaquęque fistula euacuabit in aliquo dato tempore, quod facilè est, vt puta, prima fistula, spatio dimidiæ horæ euacuabit dimidium vas, eo quod spatio integræ horæ potest totum euacuare, secunda fistula, eodem temporis spatio, euacuabit quartam partem ipsius vasis, tertia verò fistula, eodemmet spatio temporis dimidiæ horæ, euacuabit sextam partem ipsius vasis, quæ omnia tracta simul collecta faciunt vndecim duodecimas partes totius vasis, vnde manifestum erit, quod omnes fistulæ pariter apertæ, spatio dimidię horæ euacuabunt vndecim duodecimas partes totius aquæ, sed nos cupimus scire, quanto tempore, totum vas euacuabitur, apertis omnibus fistulis, quapropter dicemus ita; Si vndecim duodecimæ partes consumunt minuta. 30. temporis, quantum consument omnes partes aquæ? quæ sunt. 12. quare ex regula de tribus prouenient nobis minuta. 32. cum. 8. vndecimis vnius minuti, hoc est cum. 43. secundis horæ ferè, vel si accipiemus tres quartas vnius horæ, tunc prima fistula emittet tres quartas partes totius aquæ, secunda, tres octauas eiusdẽ aquę, tertia verò, quarta pars, tunc omnia, hæc collecta, faciunt vnum integrum cum tribus octauis. Si dixerimus igitur quando vnum integrum cum tribus octauis absumit. 45. minuta temporis, ergo illud solum integrum absumet idem vt supra hoc est min. 32. cum. 8. vndecimis vnius minuti vel. 43. secundis. Cuius rei speculatio tã coniuncta est operationi, quòd vna cognita, reliqua statim cognoscitur.

Idem cueniet de implendo vase tribus similibus fistulis mediantibus.

Secundum quæsitum ab alijs traditum, tuum etiam, aliter quoque potest solui, propterea non prętermittam tibi satisfacere.

Problema itaque tale est, vt sit vas aliquod in qđ infunditur aqua per tres fistulas, sed dum infunditur aqua, eadem egreditur per duas alias fistulas in fundo vasis positas, sed tres superiores sint inuicem proportionatæ, vt supradictum est, primaque inferiorum talis sit, vt spatio. 4. horarum possit totum vas euacuare, secunda autem possit spatio. 6. horarum idem facere, vnde ex supradictis, vas implebitur à tribus fistulis superioribus, clausis existentibus inferioribus, spatio temporis minutorũ. 32. cũ. 8. vndecimis hoc est min. 32. cum. 43. secundis, deinde per duas fistulas inferiores posset euacuari spatio tẽporis horarum. 2, et min. 24. ex supradictis.

Supponamus igitur omnes fistulas operari spatio temporis minutorum. 32. cum secundis. 43. tunc manifestum est quod vas non implebitur, eo spatio min. 32. cum secundis. 43. sed tanta aqua deficiet, quanta ab inferioribus fistulis eo spatio temporis min. 32. secun. 43. poterit euacuari, quare proportio partis vasis vacuæ, ad totum vas, erit vt min. 33. ferè ad horas. 2. min. 24. quod per se patet, tunc si demptum fue-

rit tempus.33.minutorum ex horis.2.min.24. reliquum erit hora.1. min. 51. vnde proportio aquæ, quæ in vase reperitur,ad eam, quæ totum vas implet, erit vt. 111. ad.144. Quare nunc possumus rectè dicere ex regula de tribus si.111.indigent minuta.33.temporis,ergo.144.indigent min.43.horæ, in quo tempore implebitur totum vas omnibus fistulis operantibus.

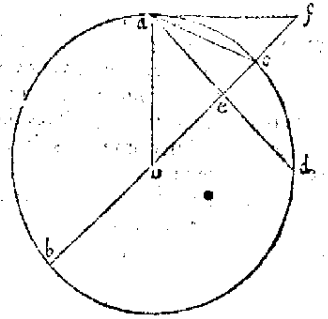
Alia circuli noua passiones.

AD EVNDEM.

VT ad ascendendum ignis,& ad descendendũ quicquid graue natum est, ita ad speculandum humanus intellectus. nec quiescit, dum potest, est enim versatile, agitandoq; sese causis rerum immiscere, & abditum aliquid rimari, conatur,& est in nobis, quasi Diogenes quidam in Dolio.

Tibi igitur mitto quod vltimò inueni, alias scilicet nouas circuli passiones, quæ ita se habẽt. Sit circulus.a.b.c.in quo sit.a.d.latus quadrati inscriptibilis in ipso circulo,et.b.c.sit diameter ad rectos cum.a.d.in puncto.e. quod medium erit inter a.et.d.ex.3.tertij Eucli.sit similiter.a.f.contingens ipsum circulum in puncto.a. quæ protracta sit vsque ad punctum.f. intersectionis cum diametro protracto, quod ita cueniet cum anguli.a.e.f.et.f.a.e.minores sint duobus rectis, eo quod angulus.f.a.e. acutus sit, cum.a.d.transeat inter centrum et.f.

Dico nunc quod productum diametri.b.c.in parte.c.e.ipsius,æqualis erit producto ipsius.c.f.in.a.d. Protrahatur imaginatione.b.a.et.a.c.vnde ex.26.tertij Euclid. habebimus angulum.d.a.c.æqualem angulo.a.b.c.sed ex. 31. eiusdem angulus. f. a. c.æqualis est angulo.b.quare æqualis erit angulo.d.a.c.& ita habebimus per.3.sexti eandem proportionem.f.c.ad.c.e.quæ.f.a.ad.a.e.sed.a.f. est æqualis semidiametro circuli propositi, propterea quod si producta fuerit à puncto.a.ad centrum.o.semi diameter.a.o.hæc cum.o.e.faciet dimidium anguli recti, cum ex suppositio.a. d. latus sit quadrati inscriptibilis in ipso circulo.& cum.a.f.rectum ex.17.tertij, vnde angulus.f.erit similiter medietas recti ex.32.primi, quare ex.6. eiusdem. a. f. æqualis erit.a.o. Ergo cum proportio.f.c.ad.c.e.sit.vt.f.a.ad. a.e.erit similiter vt.b.c.ad.a.d. hoc est ut dupli ad duplum, vnde ex.15. sexti manifestum erit propositum, ex quo alia passio oritur, hoc est, quod productum.f.c.in.a. d.æquale sit quadrato ipsius.a.c.ratio est,quia quadratum.a.c.æquale est producto.b. c. in.c. e.eo quod.a.c.media proportionalis est inter. b.c.et.c.e.ex similitudine triangulorum.a.b.c. et.e.a.c.nam anguli.b.a.c.et.a. e . c. recti sunt et.c.cõmunis,vnde.b.erit æqualis.e.a.c.ex.32 primi, sequitur etiam, quod.a.c.sit media proportionalis inter.a.d.et. f. c. & hæc etiam erit alia circuli passio, & quia.a.c.est latus octagoni igitur tale latus mediũ proportionale erit inter larus quadrati.et.f.c. eiusdẽ circuli, quę quidem.f.c.est una portio diametri quadrati circunscriptibilis ipsum circulum inter circulum & angulum ipsius quadrati.



Quod

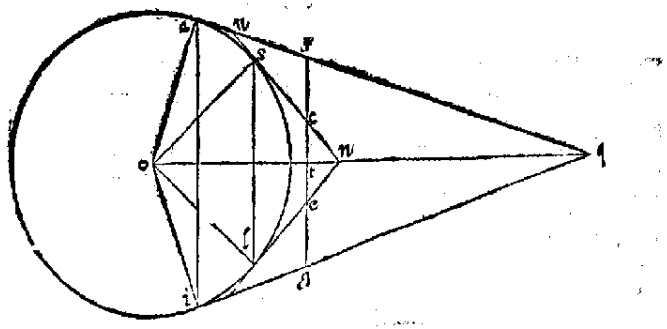
Quod incendium, ex reflexione radiorum solarium, non fiat in centro speculi sphærici, & aliquid contra Cardanum, & de motu radiorum solarium.

AD EVNDEM.

ITerum tibi dico, quod radij illi solares, qui à diuersis punctis ipsius solaris corporis veniunt, transeuntes per centrum speculi sphærici concaui, quamuis à superficie speculi ad centrum ipsum reflectantur, vt alias tibi dixi, nihilominus nullo modo possunt aliquod obiectum incendere duabus ex causis, quarum vna est,quia cum Sol valde remotus sit à nobis, valde etiam acutus generatur angulus coni radiorum in centro speculi, vnde à parua superficie ipsius speculi reflectuntur, quare pauciſſimi radij sunt qui reflectantur in ipso centro, & propterea non sufficiunt ad combustionem alicuius obiecti. Alia verò causa est, quod quamuis multi, & sufficientes radij fuissent ad cõburendũ velociter quoduis obiectum. impossibile tamen omnino esset, vt aliquod obiectum comburerent, propterea quod cum radij incidentes debeant per centrum transire, obiectum combustibile,vt opacum,obstaret ipsis radijs, ne vlterius transirent, vnde nulla fieret reflexio, sed etiam si dicti radij in centro reflexi, sufficerent ad combustionem, incidentes hoc magis efficerent. & ita absque vllo speculo,omnia & in quolibet loco comburerentur, quod manifestè falsum est. Define igitur mihi citare Lucillum Philalteum, qui in philosophia mathematica fuit omnium imperitissimus. Verum speculum vstorium illud est quod ab Alhazem Deinde à Vitellione describitur.

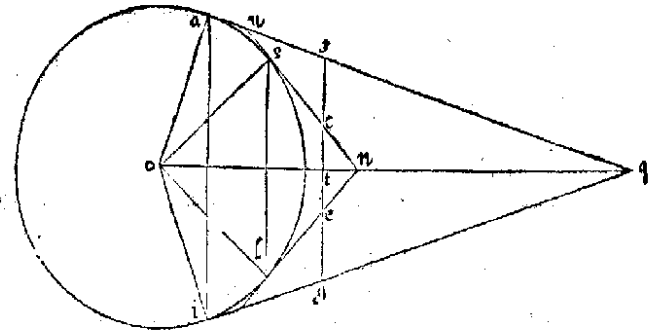
Quod deinde verum sit, vmbrã vniuscuiusque corporis opaci à Sole productam semper esse centum nouemq; vicibus maiorem diametro eiusdem corporis, nego.

Imaginemur.s.l.diametrum esse illius circuli, quo vltimi radij solares veniunt tangentes corpus,cuius diameter sit. f. g. in eadem distantia, & eodem situ prioris corporis. Tunc conus vmbræ ipsius.f.g.sit.f. g.q. & ipsius.c.e.sit.c.n.e. centrum autem solare sit.o.conorum verò axes sint. t. n.q. tunc ex suppositio.q.f.a.n.c.s: n.e.l: et.q.g.i.erunt omnes contigui corpori solari,vnde ex. 17. tertij Eucli.anguli.o.a.q.et.o.s.n.erunt recti. protracta deinde cum fu erit a.s.habebimus angulos.u.a.s.et.u.s.a.minores duobus rectis. Quare. n. s. concurret



cum,a,q,in puncto,u. Nunc verò si vmbra.t.q.tanto maior est.f.g. quanto. 109. est vno cr.r.n.etiam tãto maior.c.e.ergò eadem proportio erit.q.t.ad.t.f.quę.n.t. ad. t. c.sed cum angulus.t.communis sit ambobus triangulis.q.t.f.et.n. t. c. sequitur ex.6. sexti dictos triangulos æquiangulos esse. Vnde si anguli.t.n.c.et.t.q.f.æquales inuicem sint,ergo.q.f.æquidistans erit.n.c.quod est impossibile, quia nunc demonstrauimus ipsas concurrere in puncto.u. Quare non est eadem proportio.q.t.ad.t.f.quæ n.t.ad.t.c.decipitur ergo Cardanus in.4.lib.de subtilitate.

Circa illud deinde quod à me quæris,hoc est, quæ sit causa, quod nos videmus radium solarem tardissimè moueri, cum alias tibi dixerim ipsum qualibet hora circa terram quindecim gradus perficere,respondeo, quod radius ille quem videmus, exempli gratia, in aliquo cubiculo,nunquam est idem numero, sed quia ipsi radij nullo modo differunt inter se,nisi in numero,proptera puramus eundem semper esse, cum semper alius,atque alius sit,quorum vnusquisque (de illis loquor, qui ad hunc terræ globum perueniunt) circa terram reuoluitur spatio.24.horarum,& cum quilibet circulus diuidatur in.360.gradus, quorum vigesimaquarta pars est. 15. verum est igitur, quod tibi iam dixeram.



OPERATIONES DIVERSAE AB ALIIS Michaelis Stifelij.

Conrado Terl.

VOD in.2.exemplo.11.cap. Stifelius scribit in.3.lib.pag. 282. non nego quin pulchrum sit, sed alijs pulchrioribus modis possumus illud idem demonstrare; cogita igitur superficiem rectangulam, cuius medietas sit triãgulus rectangulus.a.b.g.vnde ex suppositio nobis cognita erit superficies ipsius trianguli, tanquam dimidium totius parallelogrammi rectanguli cogniti. Quare ex.25.secundi triangulorum Mõteregij,cognita nobis erũt latera.a.b.et.b.g.

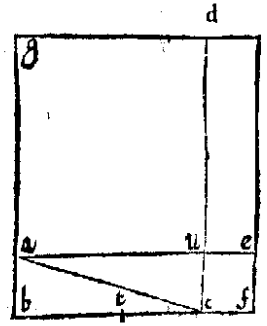
Alia etiam breuiori methodo idem possumus effi cere, mediante angulo.b.recto, eo quod cum nobis cognita sit superficies trianguli simul cũ basi.a. g. cognita etiam nobis sit perpendicularis.b.d.à puncto.b.ad basim, & consequenter cognitum nobis erit productum ipsius.a.d.in.d.g.& quia nobis cognita est.a.g. & eius medietas, ideo

ideo vnaquæque eius pars.a.d.et.d.g. similiter nobis cognita erit ex quinta secundi Eucl. vnde ex penultima primi habebimus propositum.

Possumus item circulum mente concipere cuius.a.g. sit diameter, & ab eius centro. e. protracta cum fuerit.e.b.quæ nobis cognita erit, vt medietas ipsius.a.g. de cuius potentia,dempta cũ fuerit potentia ipsi⁹ b.o.remanebit nobis potentia ipsius. d. c. & ita eius longitudo, quæ addita medietati.e.g. & detracta à dimidio.e. d. erunt nobis cognitæ.a.d.et. d. g. vnde.b.g.et.b.d.remanebunt nobis cognitæ ex dicta penultima primi Euclí.huiusmodi figuram videbis in dicto.25.problemate.2.li.Montisregij.

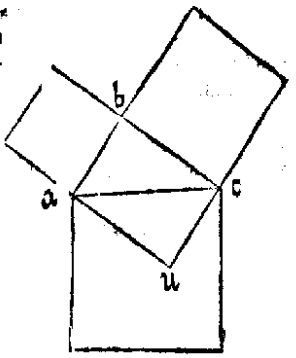
Aliter etiam possumus hoc idem efficere.

Sit rectangulus hic subscriptus.a.b.c.u. superficiei cognitę simul cum diametro.a. c.extendatur imaginatione.b.c.vsque ad,f. ita quod.c.f.æqualis sit.c. u. intelligantuŕq; quadrata.g.f.g.u.et.u.f.vnde sũma quadratorũ.g.u.u. f. cognita nobis erit ex penultima primi. nam.a.c.data nobis fuit, quare summã.g.u.u.b: et. u. f. cognoscemus, cui sũmæ addito suplemento.d.e. æquali. u. b. dabit nobis cognitũ quadratum.g.f.totale,qua re cognoscetur eius radix.b. f. cognita igitur. b. f. cum producto.b.u.illico ex.5. secundi cognoscetur.b.c. et. c. f.forte cognita.b.f. diuisa p æqualia in puncto.t.& per inæqualia in pũcto. c.Nam quadratũ ipsius.t.f.cognitum, ęquatur rectãgulo.b.u. cũ quadrato ipsius.t.c.dẽpto igitur rectangulo,b. u.ex quadrato ipsius. t. f. relinquetur quadratum ipsi⁹.t.c.cognitum & eius radix.t.c.qua addita ipsi medietati.b.t.& dẽpta ex medietate.f.t.relinquetur propositum.



Similiter de tertio exemplo eiusdem Stifelij infero.

Sit rectangulus.a.b.c.u.cuius diametri.a.c.quantitas,simul cum proportione latorum.b.c.et.b.a.nobis data sit.cum autem scire voluerimus eius superficiem. b. u.clarum est,quod cum nobis data sit proportio.b.c.ad.b.a.illico cognoscemus etiã proportionem quadrati ipsius. b.c.ad quadratum ipsius,b.a.cum dupla sit ei quæ.b.c.ad,b. a. ita etiam & aggregati dictorum quadratorum ad quadratum ipsius. b. a. hoc est nota erit nobis proportio quadrati ipsius.a. c. diagonalis ad quadratum ipsius. a. b. idem dico de quadrato. b. c. ideſt quod proportio quadrati ipsius. a. c. ad quadratum.b.c. cognita nobis erit, sed. a. c. data nobis fuit, quare cognoscemus etiam omnia dicta quadrata eorumq; radices.a.b.et.b.c. quare & superficiem rectanguli quæsitam.



Quartum exemplum etiam faciliori via potest solui, propterea, quod cum nobis cognita sit basis trianguli cum summa reliquorum laterum, & cũ angulo opposito basi ipsius reliqua cognita nobis emergunt ex.15.problemate secundi lib.de Triangulis ipsius Monteregii.

Vel

Vel ſi tibi placet, accipe hanc aliam methodum à me excogitatum.

Duplicetur triangulũ.a.b.c.orthogoniũ, & fiat rectangulũ.b.u. vt in mea figura ſecundi exempli hic vides. producaturq́;.b.c.quouſque.c.f.æqualis ſit.c.u.vnde. b.f. cognita nobis erit ex hypotheſi, quare cognoſcemus etiam quadratum. g. f. à quo demptũ cum fuerit aggregatũ quadratorum.g.u.et.u.f.nobis cognitũ (nam quadrata.g.u.et.u.f.æqualia ſunt quadrato ipſius.a.c.diagonalis datę) remanebit aggregatum ſupplemẽtorũ cognitum, quare eius medietas cognoſcetur ideſt. b. u. vndæ ex. 5. ſecundi Eucli. vt ſuperius diximus cognoſcetur etiam.b.c.et.c.f.diſtinctæ.

Idem aſſero de exẽplo Gemmæ Friſij à Stifelio citato in Appendice regulæ falſi.

Sit gratia exempli rectangulum hic ſubſcriptum.a.b.datæ ſuperficiei data etiam nobis ſit proportio.a.c.ad.c b.latetum producentium, cogitemusq́;. a. e. producta vſque ad.o.ita vt.e.o.æqualis ſit ipſi.e.b. imaginemus etiã perfectum eſſe quadratum.b.o. vnde ex prima ſexti ſeu.18.vel.19. ſeptimi vel.15. quinti eadem proportio erit ipſius.a.b.ad.b.o.vt.a.e. ad e.o. vel ad.e.b.quare ex regula de tribus, cognoſcemus quadratum.b.o.& eius radicẽ.e.o.& ex eadem regula cognoſcemus.a.e.cum cognita nobis ſit.e.o.ſimul cum proportione.c.o. ad. e.a.

Quod circulus ſit figura infinitorum angulorum hoc eſt ultima poligoniarum.

AD EVNDEM.

SEd quod idem Stifelius in Appendice ſecundi libri dicat circulum eſſe figuram poligoniam, non eſt ita mirandum, nam & alij multi doctiſſimi viri hanc veritatem cognouerunt, de Leone Baptiſta Alberto nihil dicam, cum ipſe fateatur hoc accepiſſe à philoſophis, vt etiam refert Ariſt. de ſphæra tertio de cœlo. conſidera quæſo in circulo, quod cum angulus contingentiæ ſit angulus, quamuis omniũ acutorum rectilineorum anguſtiſſimus, vnde ex communi ratione ſequitur reliquum ex duobus rectis rectilineis eſſe angulum, & ſi omnium obtuſorum rectilineorum ſit ampliſſimum, tanto magis igitur erit angulus, id quod remanet ex duobus rectis rectilineis, detractis cũ fuerint duobus angulis contingentiæ, qui quidem angulus erit in quouis puncto circunferentiæ ipſius circuli, idem intelligendum eſt de ſphæra, cuius angulus eſt reſiduum ex quatuor rectis ſolidis, detractis cum fuerint quatuor angulis contingentiæ ſolidiſq́;.

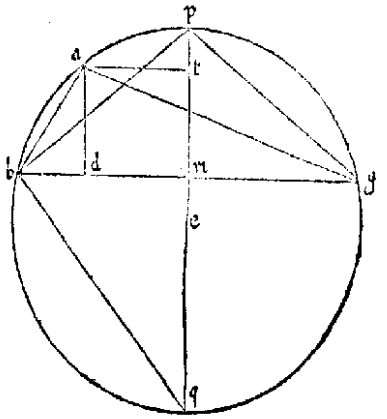
Explanatio. 25. Problematis lib. 2. Monteregij.

AD EVNDEM.

QVod in.25.problemate.2.lib.de triangulis Monteregium non intelligas, mirum non eſt, eo quod quandoque bonus dormitat Homerus. Puto enim illud problema ab ipſo Monteregio non fuiſſe viſitatum. Sed ne me aliquo modo culpes, accipe hanc aliã methodũ à me aliter etiã excogitatã in eadem ipſius figura.

Propo-

Propoſitũ ſit nobis triangulum.a.b.g.cuius baſis data ſit cum area, ſeu perpendiculari.a.d.cum angulo etiam.a.ad cognoſcendum autem.a.b.et.b.g.cogitemus circulum.a. b. q. g. circunſcribere ipſum triangulum cuius diameter.p. q. ad rectos ſecet baſim. b. g. in puncto. m. cogitemus etiam. b. p. et. p. g. vnde ex. 20. tertij Euclid.angulus. b. p. g. æqualis erit angulo.a.& angulus.m.p.b.erit eius dimidium, quod ex te ipſo cognoſces,& angul⁹. p. b. m. ſimiliter cognoſcetur, quare ex.29. primi eiuſdem Monteregij cognoſcemus.p.m.et.p.b. (nam.b. m.datum fuit, vt dimidium totius baſis.b.g.) ducta poſtea.b.q.ex eadẽ.29. cognoſcemus.p.q.cum.p.b.iam cognita fuerit, à qua.p.q. (diametro) dẽpta p.m.remanebit.q.m.cognita, cũ qua iuncta cum fuerit.m.t.æquali.a. d. per pendiculari, dabitur.q.t. et. t. p. inter quas. a. t. media proportionalis locatur, quare cognoſcemus.a.t.quæ ſinus eſt arcus.a.p. vnde cognitus erit arcus a.p.ſed arcus.p.g.cognitus eſt mediante angulo.p.b.g.cognito, qui quidem arcus.p.g.ſi coniunctus fuerit cum arcu.p.a.cognoſcemus compoſitum. a. g. & eius chorda ſimiliter (hoc eſt ſecundũ latus) qua cognita, illico cognoſcemus chordam a.b.hoc eſt tertium latus trianguli propoſiti.



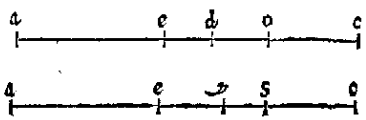
Quadam notanda in Federicum Comandinum.

AD EVNDEM.

PVtabas enim me ioco dixiſſe Federicum Comandinum non omnino irreprehenſibilem eſſe, vide igitur, quod ſcribit in quinto lemmate in decimam propoſitionem libr. 2. de inſidentibus aquæ Archimedis, volens demonſtrare eandem eſſe proportionem.l.b.ad.b.m.quæ.c.e.ad.e.a. vbi eſt aliquo modo prolixum, mediante linea.c.p.cum ſuis partibus, citans etiam antecedens lemma extra propoſitum, eo quod nec in antecedente lemmate, nec in alio, ipſe vnquam probauerit proportionem.c.d.ad.d.q.eſſe, vt.l.b.ad.b.m. ſed ne putes me falli, tibi demonſtrabo nõn eſſe neceſſarium ducere lineam.c.m.p. vel. q. p. eo quod cũ per quintam lib. de quadratura parabolę Archimedis, ita ſit.c.d.ad.d.e. vt.l.b.ad.b. m. exiſtente a.c.dupla ipſi.d.c.et.e.c.dupla ipſi.g.c. et.l.d.dupla ipſi.l.b: erit, primo componendo.c.e.ad.e.d. vt.l.d.ad. d.m.& per æqualitatem proportionum, ita erit.e.g. ad.e.d. vt.b.d.ad.d.m.& per.19.quinti Euch.ita erit.e.g.ideſt.g.c.ad.g.d.vt.b.d. ideſt. l. b. ad.b.m. ſed.c.g.ad.g.d.eſt vt.c.e.ad.e.a.ratio eſt, quia componendo ita eſt.c.d.ad.d. g.vt.c.a.ad.a.e.& hoc eſt, quia permutando, ita eſt.a.c.ad.d.c.vt.a.e.ad. d. g. & hoc verum eſt ex.19.quinti eo quod totius.a.c.ad totum.d.c.eſt vt abſciſſi.e.c. ad abſciſſum.g.c.vt ſupradixi.

Sed

Sed etiam alio vniuerſaliori modo potes probare, quod ita ſit.u.x.ad.x.y.vt.c.e. ad.e.a.cogitando in linea.c.a .punctum quoddam quod vocabimus ſimiliter . y . in tali ſitu locatum , quod diuidat.c.a.eadem proportione qua.y.diuidit.u.s.vnde cum e.s.diuiſa eodem modo etiam ſit à puncto.s.ex ſupradicta quinta lib. de quadratura parabolæ, erit igitur proportio.a.y. ad.y.c.vt.e.s.ad.s.c.per. 11.quinti Eucli.& componendo ita erit toti⁹.a.c.ad totum.y.c.vt abſciſi.s.c.ad abſciſsum.s.c.quare reſidui a.e.ad reſiduum.y.s.erit vt totius.a.c.ad totum.y.c.& permutando, ita erit.a.c.ad.a. e.vt.y.c.ad.y.s.& diuidendo , ita erit.



c.e.ad.e.a.ut.c.s. ad. s. y. & quia punctum.s. diuidit.c.a.eodem modo,quo x.diuidit.u.s.per ſupradictam quintã, ergo ita erit.c.s.ad.s.y.in linea.c.a.vt u.x.ad.x.y.vnde ex. 11.quinti.c. e. ad e.a.erit,vt.u.x.ad.x,y.quare ſequitur, primum , ſecundum , tertium, & quartum lemma ſuperflua eſſe.

Quod deinde ponit pro corellario in fine.6.lemmatis, aliter quam per.6.lemma poteſt demonſtrari , hoc modo . Nam ſuperius demonſtrauimus eandem proportionem eſſe.l.b.ad.b.m. quæ.c.e.ad.e.a.idẽ dico de proportione.u.x.ad.x.y.& omnium æquidiſtantium ad.h.e.quibus rationibus mediantibus eodem modo ſcies, q u.y.ad.y.r.erit,vt.c.d.ad.d.e & ita dico de omnibus æquidiſtãtibus.ad.h.e.vnde.l.b. ad.b.m.erit vt.u.x.ad.x.y et.l.m.ad.m.d.vt.u.y.ad.y.r.per. 11.quinti , ſed cum ſit. l. b.ad.b.m.vt.u.x.ad.x.y.componendo erit. l. m. ad.b.m.vt.u.x. ad.x.y.& euerſim.b. m.ad.m.b.erit,vt.x.y.ad.y.u.& per æquam proportionalitatem erit.b.m.ad.m.d.vt x.y.ad.y.r.quod eſt propoſitum.

Non video etiam, quare ipſe ducat lineam.s.r.cum in ipſo contextu nihil faciat de dicta.s.r.

Comentum poſtea contextus.P. pulchrius eſſet,ſi diceret,quod cum ita ſit totius, l.a.ad totum.a.d.ſic ſe habebit abſciſſum.a.i.ad abſciſſum.a.z.eo quod ita eſt,vt ſcis, hoc eſt in proportione dupla, ergo reſidui.i.l.ad reſiduum.d.z.erit vt totius. a . l. ad totum.a.d.hoc eſt in proportione dupla.

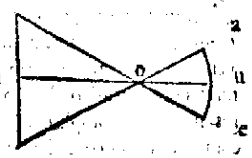
De Viſu.

AD EVNDEM.

RAtio vnde fiat, vt videamus diſtinctè omnes colores,cum in qualibet aeris parte, quo lumina reflexa poſſunt peruenire mixta ſint, & non diſtincta,oritur à paruitate ipſius pupillæ oculorum , & à magna expanſione virtutis viſiuæ in ſuperficie concaua orbis continentis humores diaphanos oculorum per ramuſculos nerui optici remotè ab ipſa pupilla. & quamuis radii luminoſi frangantur ab vnoquoque humore diuerſimodè, hoc nihilominus maximè iuuat ad diſtinctionem radiorum, ſed & ſi directè procederent, idem ferè eueniret, non tamen ſuis locis,cogita exempli gratia lineam.a.u.e.vt communis ſectio cuiuſdam plani ſecantis ſphæram oculi, per centrum ipſius, & pupillæ , et. o. punctum ſit proximum centro ipſius pupillæ, ſed interius aliquantulum,extra autẽ oculũ,ſint varij colores,vt.c.n.t.in dicto plano.

Iam nulli dubium eſt quod lumina quæ producuntur ab.c.n.t.ad.o. in ipſo.o.mixta,

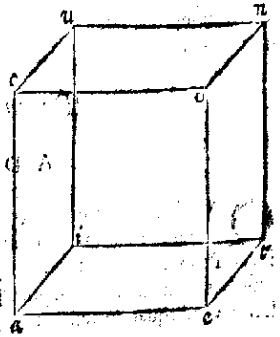
xta , & non diſtincta , procedendo igitur vlterius ipſi radij citra.o.tunc diſgregãtur, & ſeparantur abinuicem , & cũ perueniunt ad lineam. a.u.e. ſentiuntur diſtincti alij ab alijs. Cuius quidem rei , exemplum manifeſtum accipere poſſumus à quouis cubiculo ex omni parte clauſo , quod tranſitum nullũ permittat radijs luminoſis,niſi per aliquod paruum foramen, in quo foramine , & extra ipſum cubiculum,omnes radij fixti erunt , ſed in obiecto pariete ipſius cubiculi videbuntur diſtincti , vnde ſequitur , quòd quo remotius erit obiectum.c.n.t.ab.o.tanto acutior erit angulus.c.o.t.& ſuus contrapoſitus ſimiliter,& perconſequens linea. e.u.a. breuior erit , & punctũ. o . propinquius etiam erit ipſi lineæ.a.u.e. quæ omnia efficiunt, vt nobis obiectum.c.t.paruũ, & minus diſtinctum , ſeu magis confuſum appareat.



DE APPARENTI DISTANTIA PARTIVM hæmiſphærij.

Anſelmo Fucaro.

GRatæ mihi tuæ literæ fuerũt, quibus oſtẽdis non paruũ deſideriũ ſciẽdi vnde fiat, quod cum dies illueſcit, & eſt ſerena pars Cœli, circa axem orizontis demiſſior appareat, quam aliæ partes,cũ ab alijs (quod ſciã)ſatis expreſſum nõ fuerit, ſed quia de eo à me aliquid ſcire deſideras dicam quod mihi vr . Scias non ſolũ multitudinẽ obiectorũ oppoſitorũ efficere, vt aliqua res alia longius diſtare videat, vt alij putarũt, ſed etiam diuerſitates colorum , quamobrem cum decipiamur, credentes Cœlum eſſe præditum colore cęruleo , cum is color , aeri , non Cœlo conueniat,& videntes huiuſmodi colorem circa axem orizõtis magis denſum, quã verſus ipſum orizontem , ratione exiguæ reflexionis, à pauca quantitate vaporum inter noſtrum ſitum , & reflexionis locum,iudicamus Cœlum proximiorem eſſe circa dictum axem , quam ſint aliæ partes ; præterquam,quod is color , qui videtur terminare , aut impedire radium viſualem(aduertas tamen me hac in re platonicum non eſſe) eo ſemper propinquior eſſe videtur, qui ei locum dat, & hanc ob cauſam videntes nos dẽſitatẽ cęruleã circa axem orizontis, & cernentes amplitudinem gyri aliarum partium,adducimur,vt putemus eã partẽ viciniorem eſſe. Neq; illud etiã omittã hoc etiã fieri ratione imaginationis,vnde etiã multis contrariũ euenire poteſt,ideſt vt eis magis profundum videatur Cœlũ,circa axem orizontis, quam vicinum gyro ejuſdẽ orizõtis,iudicantibus eã partẽ lõginquiorẽ eſſe, quæ ſeſe magis obſcurã oculo demõſtrat,& eã propinquioré quę ſeſe clarioré oſtendit,vt ei ẽ contingere poteſt,qui ſubſcriptã figurã cubicã non quidẽ ductã ſecundũ ordinẽ optice,ſed ita , vt omnia latera oppoſita inuicẽ ſint parallela,proſpiciet, ideſt. a.i.ad.c.t.et.c.u.ad.o.n.et.a.i.ad.c.u.et.c.t.ad o. n. vnde ſequitur , vt aliquando quadratum. a.o. videbitur citra,et.i.n.vltra dictũ cubum aliquando vero econuerſo.



DE PHILOSOPHIA MATHEMATICA.

Dominico Pisano.

SI omnia vno colore constarent, & corporum vmbræ à luminibus non distinguerentur, neque diuersitas situs, lumina, quæ veniunt ad oculum non alteraret; perinde esset, ac si essemus cœci. Miror quod cum in Aristotele sis versatus, in tuis tamen scriptis philosophum à Mathematico separes, quasi mathematicus non sit adeò philosophus, vt est naturalis, & metaphysicus, cum multo magis quam ij philosophus sit appellandus, si ad veritatem suarum conclusionum respiciamus. Verum quidē est, te in huiusmodi errore solū non versari; sed grauius est, quod cum vos videatis etiam res morales sub philosophię appellationē cadere, non animaduertatis diuinas scientias mathematicas etiam philosophiæ nomine ornandas esse. Quod si eiusdem nomen penitius considerare velimus, inueniemus apertè, mathematico magis illud ipsum quàm cuilibet alio conuenire, cum nullus ex alijs tam certo sciat id quod affirmat quam mathematicus, neque aliquis sit, qui in cognitionis, & scientiæ cupiditatem magis ducatur, vt aperte patet, cum nec etiam ipsi sensui det locum, neque aliquid præsupponat, quod non sit ita verum & intellectui notum, vt nulla quæuis potentia, illud esse falsum ostendere queat. Sed quia Græci, qui ad placitum nomina rebus imposuerunt, voluerunt etiam, non solum mathematica, sed etiam naturalia, metaphysica, & moralia, sub communi philosophiæ nomine contineri. Vt aūt tibi satisfaciam authoritate Aristotelis, quem tantopere colis, primum considera, nunquam eum de philosopho mētionem facere quin prius aperiat de quo philosopho loquatur, atque hoc semper præstat, exceptis quibusdam locis, vt cap. 2. lib. 4. Metaphysicorū, vbi de philosopho in genere loquēs, ait, proprium esse philosophi, vt res omnes speculetur atque hoc in principio quinti textus asserit, cum in quarto iam ostenderit mathematicum esse philosophum: omitto quod in. 2. textu secundi physicorum idem affirmet, æquum esse appellare philosophiam scientiam veritatis, & finem speculatiuæ existere veritatem. An non idem in primo cap. 6. metaphisicæ philosophiam specularium, mathematicis physicis & supernaturalibus rebus contineri? An non idem paulo inferius scribit physicam primam futuram, si aliæ substantiæ quam naturales non reperirentur? conlidera deinde quid dicat in fine tertij cap. lib. 11. quo loco nil clarius esse potest, lege etiam quæ. 6. cap. eiusdem libri ab eodem adducuntur, & quæ in. 8. cap. 12. libri textu. 44. apertè ponuntur. Quod si hæc tibi non sufficiunt, vereor ne tuus morbus desperatus euadat.

De imaginatione specierum.

AD EVNDEM.

QVod dixi domino Tadeo est, quod aliquas particularium species, perfectè & integrè imaginari possimus, alias non item, id tibi melius exemplo innotescet. Proponatur tibi triangulus æquilaterus datæ magnitudinis, datiq; coloris, huiusmodi enim particularis, potes imaginatione tibi fingere integram speciem, totalemq; ei adæquatam, sed si aliquam speciem aliquando vniuersaliorem imaginatione concipere velles, quemadmodum vnius trianguli equilateri, tali magnitudine, sed non præfinito colore constantis, hoc minime præstare posses. quia nullam rem visibilem priuatam colore imaginari possumus. nec etiam potes imaginari speciē alicuius trianguli æquilateri, indeterminatæ magnitudinis, & indefiniti coloris, quæ cuilibet particulari cuiusuis magnitudinis, & coloris postea applicari queat. Species deinde alicuius trianguli equicruri, aut vnius trianguli laterum inęqualium, aut triāguli in genere, aut tandem figuræ, considerato tu ipse, an possit sub imaginationem cadere. Possumus quidem huiusmodi speciem (ratione mediante) intelligere, vt de quamlibet speciem rei particularis visibilis, compositæ, ex figura, magnitudine, & colore, perfectè imaginari possimus, & huiusmodi conceptus erit specialissima species, quia in infinito suorum indiuiduorum, nunquam fiet, vt aliquod eorum, alio modo ab alijs differre possit; admonens te, nil reperiri, quod differat, aut in se partem aliquam habeat, quod aliquid aliud non obtineat, quin dicta differentia sit specifica, eius tamen solum partis quæ differt ab alia duorum indiuiduorum, vnius, eiusdemq; speciei. quia si est in magnitudine nulla planè magnitudo reperitur, quę sua specie non sit dotata, quod si non esset, inter res omnes nulla æqualitas eluceret: & si in figura, & colore, idem affirmo, aliter nulla res similis esset alteri, neque aliqua similitudo reperiretur. Idem de quolibet alio obiecto sensibili dico. Ratio autem eorum omnium quæ dixi est, quia imaginatiua nihil aliud intellectui ostendere potest, quam id quod recipit à sensu, & cum sensus, alio modo moueri non possit quam supradicto, hanc ob causam verum est, qcquid scripsi. Vnde triangulum equilaterum datę magnitudinis, erit genus triangulorum equilaterū eiusdē datæ magnitudinis, sed diuersorū colorū, erit etiā species trianguli æquilateri indeterminatæ magnitudinis, & hic deinde erit species trianguli, & hic postea species figuræ. Idem de alijs omnibus rebus per gradus dico, quę sicut a sensu, ita etiam ab imaginatione longè recedunt, adeo vt has species specialissimas tantum, ideſt eas solùm, quas hic superius descripsi, integrè capere possit: at verò generа, quanto vniuersaliora sunt, ab eadem imaginatione, tanto longius distant.

De maculis Lunæ, & eius lumine.

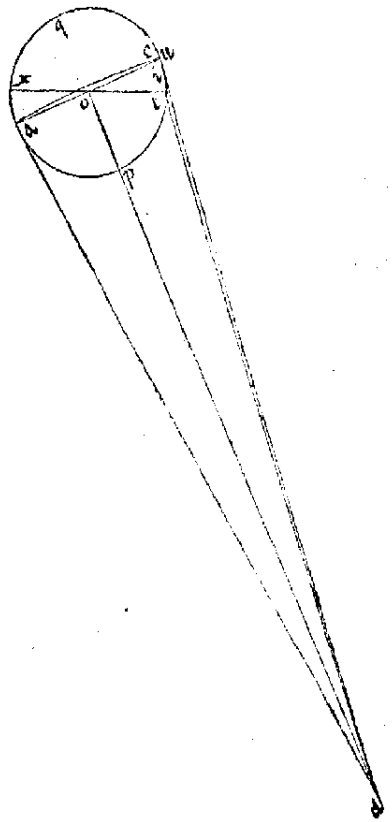
AD EVNDEM.

MAculæ Lunæ, nihil aliud sunt, quàm partes ipsius Lunę magis perspicuæ, à quibus, lumen non reflexum, sed penetrans, nobis occultatur; quemadmodū via lactea, nihil aliud est, quam pars octaui orbis magis opaca, à qua lumen Solis reflexum, sese nobis ostendit. Quod autem Maurolicus scribit folio. 64. cap. de astrorum fulsionibus, circa Lunā, est falsum; primo, quia non considerat differentiā intensionis luminum inter Venerem, & Lunam, cum lumē illius sit magis intensum, quam Lunæ, quia quilibet qui sano sit oculo, facile potest comprehendere, si Luna esset, vbi est Venus, aut Venus vbi reperitur Luna (quibus in locis eiusdem magnitudinis nobis apparerent) ipsa Luna à Venere longè superaretur, & excederetur splendore, & lumine, ita vt si etiam verum esset, quod per tres gradus interualli sese nobis proderet sexagesima pars luminis (quod in quadraturis nec in vllo alio situ verum euadit, respectu ad Solem, ideſt vt tres gradus differentiæ situs, constituant sexagesimam partem differentiæ luminis respectu nostri) non ideo tamen

dictum lumen conſpiceretur, quia non ſufficit extenſio luminis, eum eiuſdem intenſio ſit etiam neceſſaria. Sed id quoque tibi dico, quod etiam ſi dicta ſexageſima pars totius luminis lunaris, eadem intenſione ſplendoris, & luminis Veneris, in tali diſtantia trium graduum à Sole prædita eſſet, non eam tamé videremus, ratione obliquitatis curuę, & ſphæricę ſuperficiei Lunæ, reſpectu noſtri, in huiuſmodi ſitu: id q tibi ita demonſtratum volo.

Pars ſuperficialis lunaris globi, quæ nos reſpicit ſit.a.p.u. quam accipere poſſumus pro medietate ipſius ſuperficiei totalis, eo quod reſpectu noſtri viſus, inſenſibiliter, ab ipſa medietate differat, pars autem à Sole viſa ſit.u.q.a.cogitemus etiam circulum.a.p.u.q.vnum eſſe ex maioribus ipſius globi, cuius ſuperficies trãſeat per oculum videntis, vnde pars eius.a.p.u.diuidet vmbram per æqualia, reliqua verò pars. a.q.u.diuidet per æqualia lumen ipſius Lunæ à Sole receptum, ita quod pars illuminata, erit medietas.u.q.a. exceſſus verò, cum noſtro viſui incompræhenſibilis ſit, pro nihilo reputetur, cuius cauſa eſt, maxima illa diſtantia, quæ inter Solem, & Lunam reperitur, quamuis Sol maior ſit Luna multis millibus vicium, eo quod tunc inter Solem, & Lunam reperiantur plus quam. 570. diametri terræ.

Supponamus nunc Lunam remotam eſſe à loco ipſius cõiunctionis cum Sole per 3. gradus. vnde quẽadmodum prius lumen erat in gyro. a. q. u. nunc reperiatur in gyro. x. q. t. ita quod. t. u. erit ſexageſima pars ipſius. a. p. u. qđ à vero ſenſibiliter non diſcedit. Imaginentur nunc duæ rectæ lineæ ductæ ab oculo. d. ad puncta. t. et. u. verum tamen eſt quod linea. d. u. ſecabit arcũ. t. u. ſed ita propinqua pũcto. u. quod erit ei ferè contingens, vnde abſque ſenſibili errore poſſumus arcum. t. u. intelligere inter duas lineas. d. t. et. d. u. quapropter tale lumen compræhendetur, ferè, ſub angulo. t. d. u. quem quidem angulum oportet nos videre, cuius magnitudinis exiſtat, reſpectu totalis anguli a. d. u. protracta cum fuerit. d. a.



Producatur primo. d. t. vſque ad diametrum in puncto. i. deinde per puncta. a. et. u. ducatur arcus. a. e. u. circa. d. cẽtrum, ad quem ducatur linea. d. t. i. in puncto. e. ſed quia, cum diameter. a. u. tam breuis ſit reſpectu diſtantiæ à terra, tempore interlunij, vnde minor cẽteſima parte ipſius diſtantiæ exiſtit, ſequit̃ nos poſſe abſq; ſenſibili errore cogitare, à puncto. d. ad quoduis punctum ipſius diametri omnes lineas ad angulos rectos cum ipſo diametro, & inſenſibilis inæqualitatis

litatis à linea. d. o. Accipiemus igitur. t. i. pro ſinu arcus. t. u. qui eſt graduum. 3. hoc eſt ſexageſima pars ſemicirculi graduum. 180. quapropter. t. i. erit partium. 5233. talium qualium. o. u. eſt. 100000. cuius. t. i. quadratum demptum cum fuerit à quadrato ſemidiametri. o. t. relinquet nobis quadratum ipſius. o. i. quæ quidem. o. i. vt radix quadrata, erit partium. 99862. talium qualium ſemidiameter eſt. 100000. vnde. i. u. reſiduum diametri, remanebit partium. 138. Vel ſic, cum cognitus ſit nobis arcus. t. u. illicò cognoſcemus ſinum arcus. p. r. complethentũ vnius quartæ, qui ſinus æqualis erit ferè arcui. o. i. partium. 99862. vnde. i. u. erit, vt dictum eſt, partium. 138. quę quidem. i. u. æqualis eſt ferè ſinui arcus. u. e. & ita etiam. u. e. quare ſi diuiſa fuerit tota. a. u. partiũ. 200000. per. 138. proueniet nobis. 1449. & ſic angulus. t. d. u. erit vna partium. 1449. anguli. a. d. u. Conſideremus igitur quomodo fieri poteſt, vt oculo compræhendatur hæc tam parua particula luminis lunaris.

SOLVTIONES ALIQVAE.

Paulo Aemilio Raiſeſtaim.

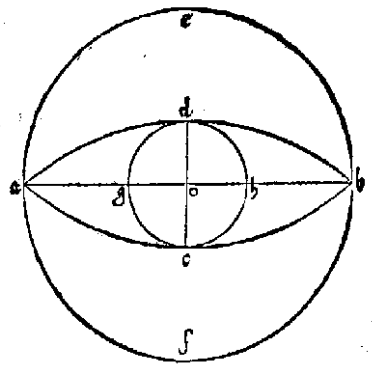
POſt eas literas quas proximè ad te dedi, Franciſcus Monardus mihi retulit tuas nonnullas dubitationes circa noſtrum Theorema Arithmeticum. 116. quarum prima eſt, quod ſi numerus. a. cogitatº, eſſet æqualis. 4. tunc ipſe non eſſet multiplex ipſi. 4. de quo tamen nullam mentionem feci. Idem etiam inquis, ſi. a. fuiſſet. 5. 6. 7. nec non. 1. 2. et. 3. Cui reſpondi, quod quãuis nullam fecerim mentionem de æqualitate ipſius. a. cum. 4. nihil tamen refert, propterea quod quando ita fuiſſet, nihilominus eaſdem conditiones ſubiret, quemadmodũ ſi fuiſſet duplus, triplus, aut quadruplus. eo quod à genere multiplici, æqualitas, formam diuerſam non induat. Quare idem eueniet ſi. a. fuerit. 4. 5. 6. 7. vt ſi eſſet. 8. 9. 10. et. 11. & ſic de cæteris, excepto quod in proprijs multiplicibus, vel in ſuperantibus ipſis multiplicibus. a. menſurare tur ab ipſo. 4. plus quam ſemel. Quod autem dicis. de. 1. 2. et. 3. nihil eſt, quia, vt in ſecunda ſumma, hoc eſt in tertio termino maximo, reliquus tertius terminus, ideſt. 9. non compræhendetur, ita nobis indicabit primum numerum ſumptum minorem eſſe quaternario. Quæ omnia, ex ipſa noſtra thęoria ibidem expreſſa manifeſtantur. Quid autem circa hoc Frater Lucas dicat, neſcio, quia ipſius opus ad manus meas nunquam peruenit, ſatis enim mihi fuit, in Tartalea hanc praxim vidiſſe, ratio vero nullibi à me reperta fuit. Tartalea enim multos citat authores, quorum ſcripta ego nunquam vidi, vt Leonardi Piſani, Proſdocimi, Petri Borghi, Fratris Lucæ, Ioannis Sfortunati, cæterorumq; ſimilium.

ELI-

ELIPSIM PROPOSITAM QVALITER quadrare valeamus.

Illustri Viro Francisco Mendoza.

QVOD antea tuo nomine fecerat Marcus Antonius amicus noster sufficiebat. Sed quia, quæ nunc à me petis, talia sunt, vt sine tripartita æqualiter aliqua data proportione non possit aliquis exactè intentum perficere, nihilominus, suppositadicta diuisione, reliqua facilia erũt. Primũ enim est. Propositam Ellipsim quadrare.



Sit igit Ellipsis proposita a.b.d.c. cuius axes sint a.b et d.c. dati, seu repti ex 47. secũdi Pergei, sintq; duo circuli a.e. b.f. et g.d.h.c. circa easdem diametros, tũc proportio a.b. ad d.c. dimidiũ erit proportionis circulorum ex. 2. 12. Euclid. sed proportio a.b. ad d.c. æqualis est proportioni maioris circuli ad Ellipsim. ex. 5. Archimedis in lib. de conoidalibus, quapropter proportio Ellipsis ad minorem circulum altera media erit totius proportionis circulorum, hoc est maioris ad minorem, quare Ellipsis media proportionalis erit inter eos circulos. Nunc verò cum ex Archimede repertę fuerint duæ figuræ rectilineæ æquales duobus circulis iam dictis, & inter has, reperta fuerit alia media proportionalis propositum obtinebimus.

Sphæroidem propositam cubare.

AD EVNDEM.

PROposita sphæroides erit, aut prolata, aut oblonga, sit prius prolata, sitq; a.b. diameter circuli, qui eam per æqualia secat, circa quam a. b. vt circa axem intelligatur sphæroides oblonga, cuius spissitudo sit d.c. axis prolatæ, cogitemus nũc duas sphæras a.e.b.f. et g.d.h.c. circa dictos axes. Vnde quatuor corpora habebimus, hoc est duas sphæras, & duas sphæroides, quas probabo continuas proportionales inuicem esse.

Consideremus igitur duos conos rectos, quorum a.b. diameter sit eorum basium, altitudo autem maioris, æqualis sit semidiametro maiori, hoc est medietati a.b. altitudo

tudo verò minoris, æqualis sit semidiametro minori, hoc est medietati d. c. vnde habebimus proportionem coni maioris ad conum minorem, eãdem quæ est diametri maioris ad diametrum minorem, quod ex. 2. parte. 12. duodecimi Eucli. nec non ex. 9. eiusdem manifestum est, sed conus minor, est quarta pars sphæroidis prolatæ ex. 29. Archimedis in lib. de conoidalibus, & conus maior, est etiam quarta pars sphæræ, ex. 32. primi lib. de sphæra, & cyllindro, quare ex communi scientia, eadẽ proportio erit sphæræ maioris ad sphæroidem prolatam, quæ a.b. ad. d. c. sed proportio a.b. ad. d. c. est tertia pars proportionis maioris sphæræ ad minorẽ. Considere mus nũc alios duos conos rectos, vnius & eiusdẽ basis, cui' diameter sit d.c. sed altitudo maioris, æqualis sit semidiametro sphęrę maioris, altitudo verò minoris, sit æqualis semidiametro minoris sphæræ, vnde ex dictis rationibus habebimus proportionẽ maioris coni ad minorẽ, vt quæ est o.b. ad o.d. hoc est vt a.b. ad d.c. & ex dictis propositionibus ita se habebit sphæroides oblonga ad sphęram minorem vt a.b. ad. d. c. hoc est tertia pars proportionis sphæræ maioris ad minorem. Quare proportio sphæroidis prolatæ ad oblongam, erit reliqua tertia pars proportionis maioris sphęræ ad minorem. Quapropter hæc quatuor corpora continua proportionalia inuicem erunt.

Nunc verò quærenda est inter. a.b. & suas duas tertias partes vna media proportionalis, quæ sit. K. & ex Archimede, inuentum sit quadratum æquale circulo, cuius sit. K. diameter. Vnde proportio circuli (cuius a.b. est diameter) ad circulum cuius. K. est diameter, sesquialtera erit ex. 2. 12. Eucli.

Ducatur deinde quadratum lineæ. K. in lineam. a. b. & proueniet nobis corpus quoddam, quod æquale erit sphærę maiori, ex corellario. 32. primi de sphęra & cyllindro, cuius corporis, latus cubus sit. m.

Idem facere oportebit mediante. d.c. minoris sphærę, cuius corporis cubica radix sit. n.

Nunc verò inter. m. et. n. inueniantur duę medię proportionales. s. t. & ex. s. producatur cubus, qui æqualis erit sphęroidi prolatæ propositi, cubus vero. t. æqualis erit sphęroidi oblongę, cuius axis esset. a.b.

Si autem sphęroides oblonga nobis proposita fuisset, eodem methodo soluerẽtur problema.

Quadratum circulis mediantibus designare.

AD EVNDEM.

MOdus autem conficiendi quadratum ex circulis supra datam lineam, vt Dominum Gasparem docui, facillimus est.

Sit enim linea. b.a. 46. propositionis primi Euclidis, positoq; pede immobili circini in puncto. a. secundum quantitatem lineæ. a.b. proposite fiat circulus, similiter circa punctum. b. alius circulus eiusdem magnitudinis, erecta deinde sola. a.c. perpendiculari ipsi. a.b. ex puncto. a. ipsa secabitur à circunferentia circuli. cuius centrum est. a. in puncto. c. vnde. a.c. æqualis erit. a.b. posito demum pede immobili ipsius circini in puncto. c. secundum longitudinem ipsius. c.a. fiat alius circulus, qui æqualis erit reliquis duobus circulis cum eorum semidiametri æquales sint, & hic vltimo factus secabit circulum, cuius centrũ est. b. in pũcto. d. à quo cum ductæ fuerint. d.c. et. d.b. rectè

rectè habebimus quod volumus. nam omnia lateta sunt inuicem æqualia ex conditionibus circuli, angulus autem a. rectus effectus fuit, tunc si imaginatione cogitata fuerit diameter. b. c, ex 8. primi, concludemus angulum. d. esse rectum deinde ex. 5 et. 32. eiusdem concludemus etiam reliquos angulos rectos esse.

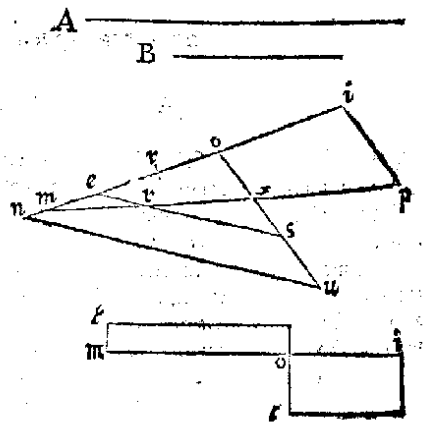
Circa verò id quod mihi scripsisti de igne perpetuo putans nugas esse, quod Romæ inuentæ fuerint lucernæ ardentes in sepulchris antiquorum. Ego quidem minimè puto eas nugas esse, propterea quod tales lucernas non vnus tantum aut duo viderint, sed multi homines fide dignissimi. Prætera cum ais id nulla ratione posse fieri. Respondeo quod maxima ratione possibile esse puto, quam quidem rationem ita esse oportet, quod primum lucerna sit perfectè circuncluſa, vt materia in ea constituta nullo modo exire possit, deinde quod materia inflamabilis talis sit, vt excrementum fuliginosum ex flamma transmissum, tangendo superficiem quæ ex ipsius lucernæ, aptum sit in pristinũ humorẽ congelari, siue transformari, vnde materia prima per tres formas perpetuò transibit, hoc est per humorem, siue oleum tale, vt diximus, per ignem, seu flammam, & per vaporem, seu exhalationem fuliginosam aptam condensari, atque in priorem humorem illicò reuerti.

DE DIVISIONE TRIANGVLI SECVNDVM propositam proportionem.

Michaeli Angelo Muciasco.

QVOD mihi proponis, tale est, vt scilicet tibi modum scribam diuidendi triangulum propositum secundum datam proportionem à linea transeunte per punctum notatum extra triangulum.

Triangulũ igit à te mihi propositum sit. n. o. u. considero primũ quod si quis ipsum diuiserit in duas partes mediante. e. s. parallela ad. n. u. ea proportione, quam mihi proponis. deinde inuenerit in dicta. e. s. punctum. r. per quod transiens alia linea à puncto. p. proposito, ita quod efficiat duo triangula. m. r. e. et. r. s. x. inuicem æqualia, problema solutum erit.



eo quod triangulum. m. o. x. æquale esset triangulo. e. o. s. & quadrilaterum residuum m. n. u. x. etiam æquale esset quadrilatero. e n. u. s.

Sed dum punctum. r. uenarer, alia via mihi in mentem venit, cognoui igitur quod quum propositum expeditum fuisset, hoc est, q si à puncto p. protracta esset linea. p. m. quę triangulum. n. o. u. in duas partes inuicem ita proportionatas diuisisset, vt se haberet. A. et. B. ita se haberet productũ n. o. in. o. u. ad productum. m. o. in. o. x. vt triangulũ. n. o. u. ad triangulum m. o. x. quod quidem non est difficile speculari, ex methodo. 24. sexti, eo quod

eo quod tam proportio producti. n. o. in. o. u. ad productum. m. o. in. o. x. quam proportio trianguli. n. o. u. ad triangulum. m. o. x. componitur ex proportione. u. o. ad. o. x. & ex proportione. n. o. ad. m. o. vnde proportio dictorum productorum nobis cognita erit, eo quod cum nobis cognita sit proportio. A. ad. B. vt data, cognita etiam nobis erit coniuncta, hoc est. A. B. ad. B. & propterea ea quæ trianguli. n. o. u. ad triãgulum. m. o. x. & similiter productorum. Quæsiui postea modum inueniendi duas dictas lineas. m. o. et. o. x. & cognoui quod si producta fuerit. p. i. æquidistans lineæ. o. x. producendoq; o. n. quousque cum. p. i. se intersecarent in puncto. i. inueniendo postea lineam quandam, quæ ducta cum. p. i. efficeret rectangulum æquale rectangulo cognito quod ex. m. o. in. o. x. potest fieri, quod cognitum dico, eo quod nobis cognita est proportio data, & rectangulum etiam. n. o. in. o. u. deinde secando ab. o. n. partem æqualem lineæ iam inuentæ, quæ sit. o. t. Inueniendo postea, ex. 28. sexti lineam. o. m. cuius productum in. m. t. æquale sit producto. t. o. in. o. i. vnde ex. 15. eiusdem proportio. o. i. ad. m. o. eadem esset, quæ. m. t. ad. o. t. & componendo, ita se haberet. m. i. ad. m. o. vt. m. o. ad. o. t. sed ex. 4. sexti, ita esset. p. i. ad. o. x. vt. m. i. ad. m. o. quare ex. 11. quinti, ita esset. p. i. ad. o. x. vt. m. o. ad. o. t. vnde ex. 15. sexti productum. o. x. in. m. o. æquale esset producto. p, i. in. o. t. & sic haberemus intentum.

Sed si punctum. m. caderet in punctum. n. idem esset, si verò punctum. m. transiret n. oporteret nos facere hoc in latere. n. u. ipsum quærendo in linea. n. u. ducendo primum lineam. p. i. æquidistantẽ. u. x. & producendo. u. n. ad partem. u. prosequendo, q superius iam dictum est.

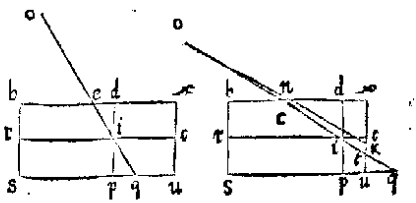
Idem facere de parallelogrammo.

AD EVNDEM.

DAtum parallelogrammum in duas partes diuidere, secundum aliquam datam proportionem à linea transeunte per punctum propositum.

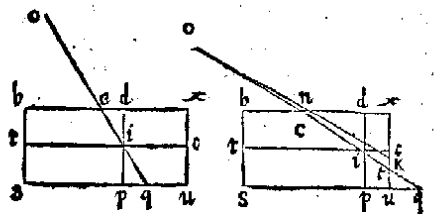
Sit exempli gratia, datum parallelogrammum. b. u. datum verò punctum. o. extra figuram, proportio autem ea sit, quæ. A. ad. B. vt supra. Nunc diuidatur primò rectangulum datum per æqualia, mediante linea. r. c. parallela ambobus lateribus. b. x. et. s. u. quæ quidem linea diuidatur in puncto. i. ita quod eadem proportio sit. r. i. ad. i. c. vt. A. ad. B. protrahatur deinde à puncto. o. linea. o. i. q. quæ secabit ambo duo latera. b. x. vel. s. u. intra terminos eorum, vel tantum. b. x. reliquum verò extra terminos. s. u.

Nunc autem si intra dictos terminos transibit, vt in prima figura videre potes, problema solutum erit, eo quod si à puncto. i. protracta fuerit. p. d. parallela ad. u. x. habebimus ex prima sexti eandem proportionem. s. d. ad. p. x. ut. r. i. ad. i. c. hoc est vt. A. ad. B. sed triãgulus i. e. d. æqualis est triangulo. i. q. p. vt tibi facilè patebit, vnde quadrilaterum. e. q u. x. æquale erit quadrilatero. d. u. ex communi



ſcientia. Quare ex.9.quinti,ita erit.s.d.ad dictum.d.u. vt ad quadrilaterum.e.q.u. x.hoc eſt vt.A.ad.B.ex.11.eiuſdem.

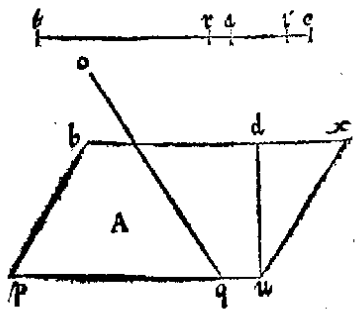
Sed ſi punctum.q.fuerit extra ut in .2. figura videre eſt . tunc manifeſtum erit, q triangulus. e. x. t.maior erit parallelogrammo. d.u.per triangulum.q.t.u.cum triangulus.q.i.p. æqualis triangulo.d.i.e. excedat quadrilaterum.i.t.u.p. per triangulum dictũ. q. t. u. quapropter cum diuiſus fuerit triangulus. e. x.t.mediante linea.o. n. K. ita q quadrilaterũ.e.n.K.t. fit æquale triangulo.q.t.u. ex doctrina præcedenti, habebimus propoſitum.



Idem de fruſto trianguli.

AD EVNDEM.

SEd ſi quadrilaterum dictum eſſet fruſtum alicuius triãguli ut in figura. A. hic ſubſcripta videre eſt,ſuppoſita,b.d.parallela ad.u.p.ita faciendum eſſet, ducendo ſcilicet parallelam.u.x.ad.b.p.quæ producatur vſque ad concurſum cum. b. d. in puncto.x.ſitq; proportio data inter.t.a.et.a.e.quas duas lineas cogitemus inuicem directè coniunctas, tunc diuidatur tota. t.e. in puncto.i. ita vt.t.i.ad.i.e.ſit vt quadrilateri.p.d.ad trigonum.u.d.x. deinde diuidatur t.i.in puncto.r.tali modo vt.t.r.ad.r.i.ſe habeat vt.t.a.ad.a.e. quo facto ex doctrina præcedenti diuidatur totum parallelogrammum.p. x. mediante linea. o. q. ſecundum quod ſe habet.t.r. ad.r. e. Atque ita ſolutum erit problema, vt ex te ipſo ratiotinari facile potes.

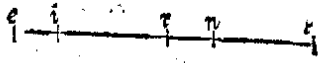


Idem de quadrilatero in genere.

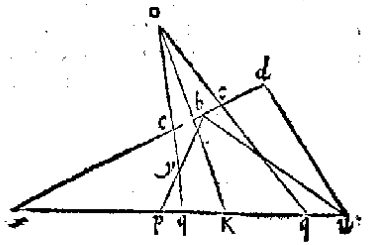
AD EVNDEM.

SEd ſi nullum latus parallelum reliquo erit, ita faciendum erit.ſi ſit tale quadrilaterum.b.d.u.p.oportet vt ipſum conuertamus in triangulum, producendo duo quęuis eius latera oppoſita uſque ad interſectionem ut pote.u.p.et.d.b.in puncto.x. quo facto,ſupponemus. o.eſſe punctum datum, proportio verò data ſit.t.r.ad.r.i.ad iungatur deinde.i.e.ad.t.i.ad quam.e.i.ipſa.t.i.ſe habeat vt quadrilaterum. b.d.u.p. ſe

habet ad triangulum b.p.x.ducatur poſtea.o.q. quæ dividat totale triangulum.d. u.x.in duas partes inuicem ita proportionatas, ut ſe habent r.r.et. r. e. quæ quidem partes ſint.c.d.u.q.et.c.q.x.ut in primo problemate tibi monſtraui, & habebis propoſitum, dato quod punctum.c.ſit inter b. et d.



Sed ſi forte linea.o.q.ſecabit.b.x.hoc eſt ſi punctum.c.eſſet inter.b.et. x. manifeſtum eſt, quod.c.q.ſecaret.b.p.in puncto . y.vnde in tali caſu, alio modo operandum eſſet, hoc eſt ducendo.b.u. quæ diuideret quadrilaterum in duo triangula, & ut ſe haberet triangulum.b.d. u. ad triangulum.b.p.u.vellem vt ita ſecaretur t.i.in puncto.n.vt ita ſe haberet.t.n.ad.n. i.ut dictum eſt de iſtis duobus triangulis, deinde prout ſe habet.n.r.ad.r.i.ita ſecares triangulum.b.p.u. mediante linea. o. K.ex doctrina primi problematis, & ita haberes propoſitum.

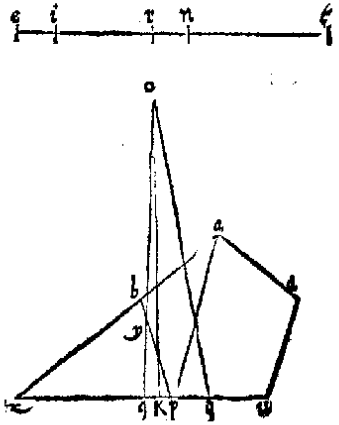


Idem de Pentagono, Exagono, & de reliquis.

AD EVNDEM.

PEntagonum,ſeu hexagonum,vel alias quaſuis multilateras figuras propoſitas ita diuidere, vt dictum eſt de trilateris, & quadrilateris.

Sit exempli gratia pentagonus.a.d.u.p.b.quem ſecare volumus mediãte linea. o. q. in duas partes inuicem ſe habentes, vt ſe habent.t.r.et. r.i.oportet igitur ut ipſum pentagonum reducas ad quadrilaterum.x.a.d.u. quod diuidatur ſecundum præcedentem doctrinam, vt ſe habet.t.r. ad. r. e. vnde ſi punctum.q.incidit inter.p.et.u.tunc habebis propoſitum, ſi verò incidet inter. p.et.x. clarum erit quod linea.o. q. ſecabit latus.p.b. trianguli.b.x.p.in puncto.y.quapropter duces lineam.a.p. vt claudat triangulum.a.b p.diuidaturq;.t.i.in puncto.n.ita vt.t.n.ad.n.i.ſe habeat,vt quadrilaterum.a. d.u.p.ad triãgulum.a.b.p. deinde hũc triangulum.a.b.p.diuidas mediante linea. o. K. vt.n.r.ad.r.i.ex doctrina primi problematis & habebis propoſitum. Idem dico de hexagono.reducendo ipſum ad pentagonum,& item de eptagono,ipſum reducendo ad exagonum, & idem infero de infinito ipſarum ſuperficialium figurarum rectilinearum.



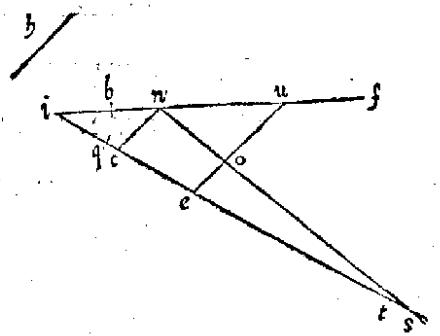
De duobus triangulis æqualibus inter lineas inuicem inclinatas.

AD EVNDEM.

TV mihi vltimò proponis duas lineas rectas.b.f.et.q.s.in eadem ſuperficie plana,non tamen inuicem æqu idiſtantes, proponis etiam.n.t.in eadem ſuperficie, quæ vnamquamque priorum ſecat,proponis etiam lineam. h. tali conditione, quod nulli dictarum ſit parallela, deinde ſeire cupis qua arte aliquis poſſet ducere. e.u.parallelam ad.h.ita quod ſecando.n.t.conſtituat duos triangulos.n.o.u.et.t.o.e. inuicem æquales.

Fac ita, producas primò duas primas lineas à parte, in qua inuicem inclinantur, vſque ad concurſum in puncto.i. deinde à puncto.n.duces.n.c.parallelã ad.h.poſtea ex.25.ſexti Eucli.conſtitues triãgulum.i.u.e.ſimile triangulo. i. c. n. æquale tamen triangulo.i.t.n.& ſolutum erit problema.

Vel ſic,inuenies.i.e. mediam proportionalem inter.i. c. & i.t. duces poſtea.e.u.parallelam lineę.h.vel.c,n.quod idē erit ex.30.primi Eucli.& ſolutum erit problema.



Nam ex. 17. ſexti eadem proportio erit trianguli. i. c. n.ad triangulum.i.e.u. ut.i.c. ad.i. t. Quare ut trianguli. i. c.n.ad triangulũ.i.t.n.ex prima ſexti, et.11.quinti. Vnde ex.9.eiuſdem.i. e. u. æqualis erit.i.t.n. Quapropter.o.n.u. æqualis etiam erit.o. e.t.

SOLVTIONES NONNVLLAE QVORVNDAM problematum.

Theodoſio à Raifeſtaim.

DVBITANDVM profecto non eſt, quin quotidie hominibus ſtudioſis aliquid noui deſit, quemadmodum, quod tibi nunc occurrit, mihi nonnunquam accidit, hoc eſt inuenire orizontem, cui aliqua propoſita ſtella oriatur cum gradu ipſius longitudinis. pro cui⁹ rei operatione te prius ſcire oportebit vtrum ſtella in ſignis aſcendentibus, vel deſcendentibus reperiatur, hoc eſt in ſignis, quę à Capricorno ad Cancrum procedunt, vel in illis, quę à Cancro ad Capricornum numerantur, propterea quod ſi in ſignis aſcendentibus inuenitur,ſciendum eſt, quod ſupra talem orizontem polus mundi auſtralis attollitur, ſed ſi in ſignis deſcendentibus reperitur, tunc polus borealis eleuatur ſupra dictum orizontem

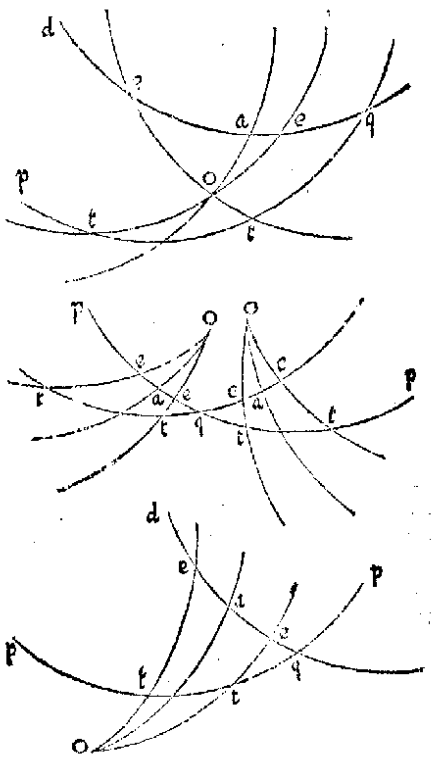
orizontem, vt exempli gratia,canicula quæ à Græcis Prochyõ vocatur,reperitur in 24.minuto vigeſimi gradus Cancri, quapropter polus borealis eleuatur ſupra orizontem, cui ipſa oritur cum eodem gradu, & minuto eclipticę illius ſigni. ſed quia volumus etiam ſcire veram quantitatem arcus eleuationis huiuſmodi poli,propterea accipiemus in tabula generali Monteregij numerum qui vocatur radix aſcenſionum,è regione numeri longitudinis ipſius ſtellæ, qui quidem numerus in præſenti exemplo erit gra.107.cum minutis.53.qui eſt cuiuſdã arcus æquatoris, qui incipit in principio Arietis, & in circulo latitudinis deſinit, hoc eſt ab orizonte quæſito, ita quod talis numerus erit aſcenſio obliqua huiuſmodi puncti eclipticæ illi orizonti, qua aſcenſione mediante,ſimul cum gradu, & minuto longitudinis in tabulis aſcenſionum obliquarum, inueniemus gradum, & minutum altitudinis pollaris, qđ quærebatur, eodem ordine ac methodo,quo vtimur ad inueniendum in tabulis poſitionum, polum circuli poſitionis alicuius aſtri, mediante declinatione & diſtantia à meridiano ciuſdem aſtri, vt ſcis. Vnde in præſenti exemplo eleuatio poli borealis ſupra talem orizontem erit gra.7.cum minutis.45.

Sed ſi ſtella fuerit in medietate aſcendente,tunc certi erimus polum auſtralem ſuper dictum orizontem attolli, nam idem eſt quærere altitudinem vnius polorũ mundi à tali orizonte, quod diſtantiam dicti poli à circulo ſecundum quem longitudo terminatur, qui etiam latitudinis dicitur, eo quod tunc temporis talis circulus vnus & idem eſt cum orizonte. Sumatur ergo exempli gratia ſtella, quæ in ore piſcis auſtralis eſt, quę,pro nunc,ſit in gradu.20.cum minutis. 14. Aquarij longitudinis, & in gradu.23.cum nullo minuto meridianæ latitudinis. Tunc certi erimus orizontem, cui dicta ſtella oritur cum eiuſmodi puncto eclipticæ, depreſſum eſſe à parte auſtrali ſub illoq; polo, ſed quia propoſitum eſt ſcire etiam quantitatem huiuſmodi depræſſionis,reperiemus in tabula generali gradum, & minutum æquatoris,correſpondentem tali puncto longitudinis à circulo latitudinis terminato, qui quidem numerus in præſenti exemplo erit gra.317.cum minutis.46.& hic numerus, vt dixi mus eſt aſcen.obli.ad dictum orizontem, vbi polus auſtralis attollitur, & deſcenſio obliqua, vbi polus borealis eleuatur. Quapropter ſi à.317.gradibus cum minutis 46.demptus fuerit dimidius circulus gra.180.remanebunt gra.137.cum minutis.46 & punctus oppoſitus gradibus.20.cum.14. minutis Aquarij eſt in eodem numero Leonis, & mediantibus iſtis gradibus.137.min.46. aſcenſionis,cum grad. 20. min. 14. Leonis inuenienus eleuationem poli borealis ab orizonte in tabulis aſcenſionum obliquarum Monteregij, hoc eſt gra.17.min.53.& eadem altitudo erit poli auſtralis ſupra orizontem à quo Fomalhant cum dicto puncto eclipticæ oritur,in qua longitudine dicta ſtella reperitur.

Sed ſi propoſitus nobis fuerit punctus eclipticæ,cum quo aliqua ſtella oritura ſit, & oporteat inuenire vbi, hoc eſt orizontem huiuſmodi ortus, eleuatione poli arctici, ſeu antarctici ſupra talem orizontem, ita operandum eſſet.

Sit

Sit exempli gratia ſtella.o. ecliptica verò.d. q. æquator autem. p.q.punctus verò eclipticæ, cum quo ſtella oritura ſit.e.orizon de nique.o. e. vbi ſtella oriri poſſit cũ puncto.e. Nam cum ſtella proponitur, datur etiam eius longitudo,nec non latitudo, quare arcus.a.q.& arcus.a.o. nobis cognitus erit, cum ſupponatur arcus.a.o.eſſe circuli latitudinis, et.a.o. latitudo ipſius ſtellæ, & angulus a.rectus erit, & quia punctum.e. datur,ergo arcus.a.o. & arcus. a.e.ſimul cũ angulo.a.recto cogniti ſunt, vnde ex.11.primi lib. copernici,angulus.a.e.o. cognoſcetur,& angulus.q.e.o. ſimiliter, vt reſiduum ex duobus rectis quo.e mediante cum angulo.q.declinationis ab æquatore, mediantéq; latere.q.e.cognito,cognitus quoque nobis erit angulus.e. t. q. ex 12 eiuſdem.qui quidem angulus erit altitudinis æquatoris ab orizonte quæſito, qui demptus à 90. gradibus, dabit altitudinem poli ab orizonte quæſito.



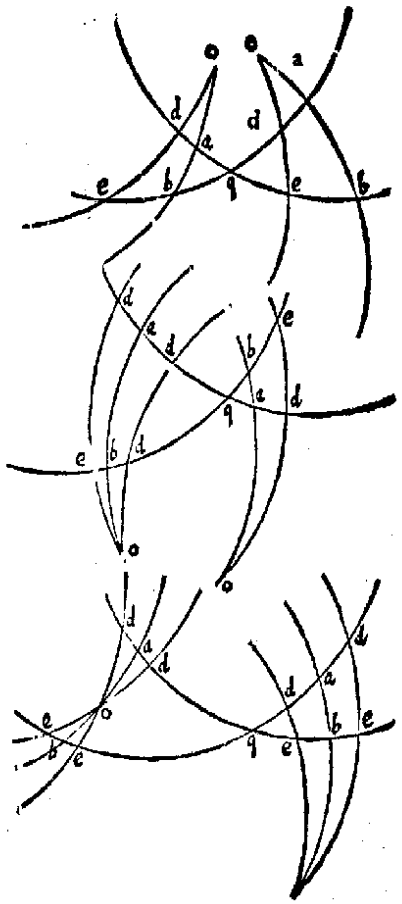
Inuenire poſtea gradum eclipticę,cum quo ſtella data oriatur ad orizontem propoſitum, nullius eſt difficultatis.

Ponamus exempli gratia,aliquem ſcire velle gradum eclipticæ, cum quo canicula oritur ad orizontem, cui polus boreus eleuatur per gradus.44.quæ canicula ſupponatur habere gradus.19.cum min.24.Cancri longitudinis,& gra.16.min.10.latitudinis meridianæ, quærere primum oportet eius declinationem ex doctrina.2.problematis tabularum directionum Monteregij, quæ erit graduum.6.cum minutis.5. ſeptentrionalis, deinde inuenire eius aſcenſionem rectam ex doctrina.4.problematis eiuſdem Monteregij, quæ erit gra.108.mi.42.deinde mediãte declinatione iam inuenta in tabulis differentiarum aſcenſionalium ſub polo.44.accipiemus differentiam aſcenſionum, qua differt recta ab obliqua, quæ in præſenti exemplo erit gra. 5.min.55.quæ dempta ab aſcenſione recta ſtellæ, vt præſens exemplum exigit,relinquet nobis aſcenſionem obliquam ſtellæ propoſitæ ad polum.gra.44. quæ erit gra. 102.minu.47.qua mediante,in tabulis aſcenſionum obliquarum poli. 44. habebimus gradum & minutum eclipticę cum quo ſtella oritur. quod in caſu noſtro erit gra.1.min.8.Leonis, ſed ſi tecum non fuerint tabulæ dictæ, potes eleganter omnia hæc perficere via triangulorum ſphæricorum.

Via triangulorum idem facere.

Sit exẽpli grãtia.q b.æquator, ecliptica verò.q.a.propoſitus aũt orizon ſit.o.c.d. & ſtella data ſit.o.in orientali parte orizontis, circulus verò.a.o.ille ſit, qui tranſiẽs per polos eclipt.cæ & per centrum ſtellæ terminat longitudinem ipſius ſtellæ, & in ipſo ſit eius latitudo. Nunc propoſitum ſit inuenire arcum.d.q. eo quod illicò ſciemus punctum.d.qua propter oportet nos prius cognoſcere arcum.d.a.qui demptus, vel additus arcui.a.q. prius cognito ex ſuppoſito (nam data nobis eſt longitudo,& latitudo ſtellæ) dabit nobis.d.q.

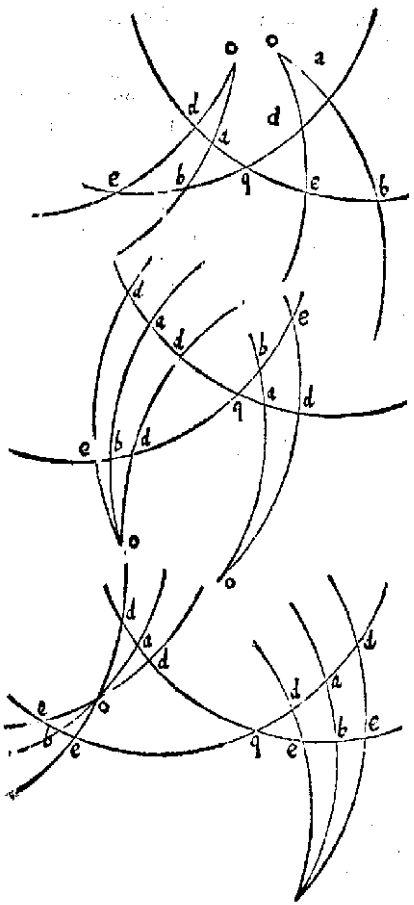
Cum igitur voluerimus arcum.d.a.cognoſcere,ita faciemus. nam. q. a. cognitus nobis eſt ex ſuppoſito vt dictum eſt.angulus quoque.a.q. b.qui declinationis eclipticæ ab æquatore eſt, angulus deinde.a.(trianguli.a.b.q.) rectus eſt, ergo ex.4.primi copernici cognitus nobis erit arcus. a.b.nec non angulus.a.b.q.vnde angulus.o.b. e. reliquus ex duobus rectis in duobus primis hic ſubſcriptis figuris nobis itidem cognitus erit, etiam & arcus.b.o.reſiduus ſiue compoſitus ex arcu.a. o. cognito ex ſuppoſito cũ ſit arcus latitudinis ab ecliptica. Tunc in triangulo.o. b.e.cognoſcimus latus.o. b. & angulum. o. b.e.nec non angulum. b. e. o. qui eſt altitudinis æquatoris ab orizonte, quare ex.12.dicti lib.cognitus nobis erit angulus. b. o. e. Conſideremus deinde triangulum.a.o.d.cuius angulus.a.rectus eſt, & angulus.a.o. d. cũ latere.a.o.etiam cognitus, vnde ex ſupradicta.4.nobis cognitus erit arcus.a.d. & conſequenter cognoſcemus arcum. d. q. eius reſiduum,ſeu compoſitum, quem quærebamus.



Sed ſi hac via inuenire deſideras, cui orizonti propoſita ſtella oriatur cum eodem eclipticę puncto. 2. longitudinis, hoc aliud nihil eſſet,quam cognoſcere amplitudinem anguli.a. b.q.eo quod talis orizon, idem circulus eſſet.a.b.o.vnde cum quis ſciret vnum illorum angulorum quem æquator efficit cum orizonte, reliqua illicò ei innoteſcent, ſed dictus angulus. b. iam diximus quomodo cognoſcatur.

Pona-

Ponamus nos ſcire velle pũctum eclipticę, cum quo Procyon oritur polo.44.o.dato, quod ſtella in gra. 19.cum min. 24. Cancri, reperiatur diſtans ab ecliptica per gra. 16.min. 10.meridiem verſus.vnde arc⁹. a.q. erit gra.70.min.36. eiuſq; ſinus partium 94321.talium qualium totalis eſt. 100000.arcus verò.a.o.gra. 16. minut. 10. ſinus erit 27845. angulus autem.a.q.e.declinationis zodiaci ab æquatore grad.23.min.30. cuius ſinus eſt.39875.Quare ex ſupradictis rationibus angulus.a.b. q. erit gra.82.mi.24.cuius ſin⁹ erit.99122. arcus vero.a.b.gra.22.minu. 17.cuius ſinus erit.37945.angulus deinde o,e.b.trianguli.o.e.b.eſt gra.46. mi. o.altitudinis æquatoris ab orizonte, cuius ſinus eſt.71934. angulus ſimiliter.o.b. e. medio coniuncti, quibus rectus perficitur,arcus etiam.o.b.notus eſt grad.6.min. 7. cuius ſinus eſt. 10655. cum ſit differentia inter arcus.a.b.et.a.o.cognitos.



Quare ex.12. iam ſupradicta angulus.e.o.b.hoc eſt.a.o.d. erit.grad. 36.min.39.cuius ſinus erit.59693. deinde per.4.cognitus erit nobis angulus.a.d.o.gra.55.min.5. cuius ſin⁹ erit.81998.arcus verò.d.o. gra. 19. min. 51. cuius ſinus erit. 33957. arcus autem gra. 11.min.42. cuius ſin⁹ erit.20270.vnde arc⁹.d. q. reſiduus ex.a.q.erit gra.58.min.54.complementum aũt quartæ erit gra.31.mi.6.hoc eſt gra. 1. ſigni Leonis.cum min.6.

De ſphæroide dupla ſphæræ propoſitæ.

AD EVNDEM.

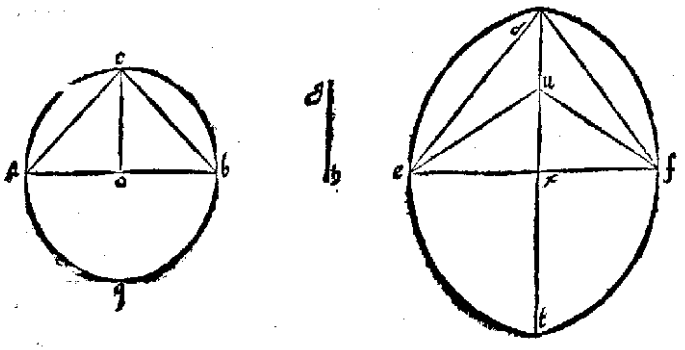
MOdus autem inueniendi ſphæroidem ex dato axe, quod duplum ſit ſphæra propoſita, talis eſt.

Sit exempli gratia.a.b.c.ſphæra propoſita. cuius ſemidiameter ſit. o. c. ſemiaxis vero ſphæroidis ſit.d.x.cuius dimidium ſit.u.x.tunc ex doctrina.9.ſexti Euclid. inueniatur.g.h.media proportionalis inter.u.x.et.c.o.deinde ſicut ſe habet.u.x.ad. g. h. faciemus, quod diameter.a. b. dictæ ſphæræ ita ſe habeat ad.e.f.ex.10. ſexti, quæ e.f.erit reliqua axis quæſita. Vnde conſtituta cum fuerit ellipſis.d.f.t.e.ex dictis axibus, deinde circumuertendo ellipſim circa maiorem axem, conſtituemus ſphæroidem oblongam, ſi autem circumuerti emus ipſam circa minorem axim conſtituemus ſphæroidem prolatam.

Quod autem talis operatio rationalis ſit, nulli dubium erit, quotieſcunque cognoſcet conum rectum.e.u.f.æqualem eſſe cono recto.a.c.b ex.2.parte.12.duodecimi Euclid.& quod cum conus.e.d. f. duplus ſit cono. e. u. f. ex lemmate collecto ab 11.duodecimi, conus.e.d.f.duplus exiſtit etiam cono.a.c.b.ex.7.quinti. Cum deinde ex. 32. primi lib. de ſphæra, & cyllindro ſphæra.a.c.b.q.quadrupla ſit cono.a. c.b.ipſa conſequenter dupla erit cono.e.d.f.ſed ex.29.primi de conoidalibus, dimidium ſphæroidis.e.d.f.t.hoc eſt. e. d. f. dupla eſt cono.e.d. f. Quare talis medietas æqualis eſt ſphæræ propoſitæ, totaque ſphæroides dupla erit ſphęrę datæ. Quod autem dico de proportione dupla,idem infero de qualibet alia,ſumendo.u.x.ita proportionatam ad.d.x. vt proponitur.

Sphęram autem inuenire quæ dimidia ſit ſphæroidis propoſitæ nullius erit negotij,quotieſcunque inuentus fuerit modus diuidendi vnam datam proportionem in tres æquales partes.

Sit propoſita ſphæroides.e.f.d.t.cuius axes ex conſequentia dantur.e.f.et.d. t.quę quidem ſphæroides ſit primo oblonga, et. u.x. ſit dimidium axis maioris. imaginetur etiam conus.e.u.f.vt ſupra. Imaginetur etiam factum eſſe,quod proponitur,hoc eſt,vt ſphæra.a.b.c.q.ſit dimidium ipſius ſphæroidis, vnde conus.a. c. b æqualis erit cono.e.u.x.vt ſupra demonſtratum eſt, & ſit.g.h.media proportionalis inter.u.x.et o.c.Iam viſum ſuperius fuit, quod eadem proportio erat ipſius.u.x. ad.g h.quæ.a.b. ad. e.f.quare eadem quæ.o.b.ad.e.x.ſed.u.x.et.e.x.dantur.inter quas.g.h.et.o.b.vel o.c.(nam.o.c.æqualis eſt.o.b.) medię proportionales ſunt,eo quod cum.g. h. media proportionalis ſit inter.u.x.et.o.c.& proportio.o.b.ad.e. x. æqualis ſit ei, quæ. u. x. ad.g.h.hoc eſt ei quæ.g.h.ad.o.c.vel.ad.o.b. quare quotieſcunque inuentæ fuerint. g.h.et.o.c.vel.o.b.mediæ proportionales inter.d.x.et.x.e.ipſa.o.c.vel. o.b.erit ſemi diameter ſphæræ quæſitę.eodem modo faciendum erit ſi ſphęroides fuerit prolata.

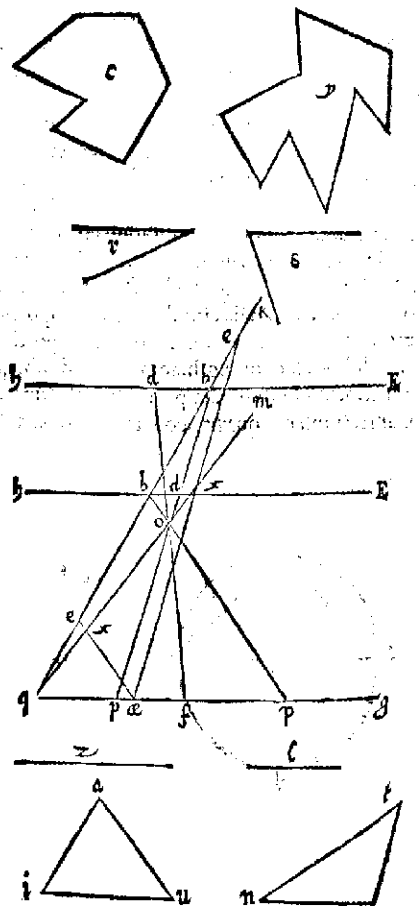


Modus inueniendi duo triangula varijs conditionibus affecta.

AD EVNDEM.

QVod etiam quæris ita se habet, duo scilicet triangula inuenire, æqualia duabus superficiebus rectilineis propositis, quę quidem triangula sint eiusdem altitudinis, & quod vnũquodque habeat angulum æqualem angulo proposito, & ꝑ alius angulus vnius, cum alio alterius, æquetur duobus rectis.

Sint exempli gratia duæ propositæ superficies.c.y. duo verò anguli dati sint. r. s. cum voluerimus inuenire duo triangula (quæ sint. a. i. u. et. n. t. x.) tali conditione prædita, quod angulus. a. æqualis sit angulo. s. & angulus. t. angulo. r. & quod angulus. x. simul cum angulo. u. æquetur duobus rectis, & quod triãgulũ. a. i. u. æquale sit superficiei. c. reliquum verò superficiei. y. Ex duabus superficiebus. c. et. y. constituemus duo quadrata, per vltimam secundi Eucli. accipiemus, deinde duo latera tetragonica ipsorum quadratorum, & inueniemus tertiam lineam in continua proportionalitate cum illis lateribus ex. 10. sexti, seruabimus postea extremas illarum, quæ sint. z. et. l. quarum proportio, eadẽ erit, quæ inter duas propositas superficies reperitur ex. 18. sexti, accipiemus, deinde lineam aliquam cuiusuis longitudinis, quæ sit. q. g. supra quam constituemus in puncto q. angulum. m. q. g. æqualem angulo. s. & angulum. m. q. K. æqualem angulo. r. ex. 23. primi, postea verò à quouis puncto ipsius lineæ. q. m. puta. o. ducetur. o. f. vsque ad. q. g. quorsum volueris, producendo ipsam vsq; ad. d. ita quod proportio. f. o. ad. o. d. sit vt. z. ad. l. ex. 10. sexti, ducendo postea à puncto. d. lineam. d. h. E. parallelam lineæ. q. g. & quia ex. 2. primi Vitellionis. h. E. secatur ab. q. K. in puncto. b. protrahemus. b. o. p. vnde ex similitudine triangulorum habebimus proportionem. p. o. ad. o. b. vt. f. o. ad. o. d.



ad. o. d. hoc est vt. z. ad. l. hoc est vt. c. ad. y. quare triangulũ. p. q. o. ita erit proportionatũ triangulo. o. q. b. vt. c. ad. y. constituo deinde ex. 25. sexti duo triangula similia duobus. p. q. o. et. o. q. b. æqualia ad. c. et. y. quę sint. a. i. u. et. n. t. x. secetur postea. q. g. in puncto. æ. ita, quod. q. æ. æqualis sit. i. a. duco postea. æ. e. æquidistantem. ad. p. b. & sic habebimus duo triangula. q. x. æ. et. q. x. e, vt quærebantur, quamuis duo triangula. a. i. u. et. t. n. x. easdem habeant conditiones.

DE IMPERFECTA SOLVTIONE PROBLEmatis Nicolai Tartaleæ ad Cardanum. De animadversione in Ptolomeum. De incendio carbonum à vento.

Clarissimo Dominico Moresino.

CIro propositam tibi quæstionem te diu agitauisse, nec tamen solutionem assequi potuisse, aduerte igitur ipsam falsam, idest impossibilem esse, quemadmodum etiam decimumoctauum quæsitum propositum à Cardano Tartaleæ, ab ipso Tartalea solutum minimè fuit. Quiquidem Tartalea vult circulum describi circa triangulum per quintam libri quarti Euclidis, vt in fine ferè quintæ partis suarum mensurarum affirmat, neque videt in quinta quarti Euclidem vti vndecima primi, & in vndecima primi, quarta aut octaua eiusdem, quas, ipse Euclides ostendit, non demonstrauit. Quapropter oportebat Tartaleam demonstrasse omnes propositiones ad hoc necessarias ostensiuè vsq; ad primas indemonstrabiles, quia ad demonstrandam scientificè aliquã propositionem, aut à propositione in propositionem vsque ad prima principia vniuersalia (vt aliquando ego feci) est retrogradandum, aut ab ipsis principijs incipiendum successiuè eousque progrediendo donec ad propositionem quam demonstrare volumus perueniamus.

Quod ad Ptolomeum in geographia attinet, dico eum mihi non satisfacere, cum sumit portionem arcus circuli maioris inter vnam ciuitatem, & aliam, ea ratione quam describit. Quod si vsus fuisset modo Menelai, ab ipsomet deinde in suũ Almagestum vsurpato, aut Monteregij triangulorum sphęricorum, quem Copernicus adhibuit (qui tamen modus, tempore Ptolomei, nondum forsasse in lucem venerat) bene egisset.

Quod deinde ad suum illud instrumentum geometricum attinet, est imperfectũ, vt ostendi domino Pandulfo.

Motum autem aeris, aut mauis ventum, accendere ignem, non solum ratione antiperistasis, quam affers euenit, sed etiam quia à carbonibus accensis totam excrementitiam materiam, quæ eos circundat, auferat.

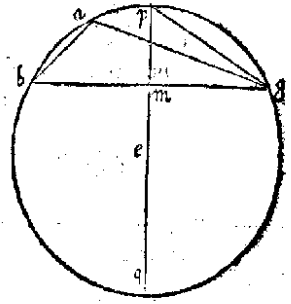
Alia dilucidatio propositionis. 25. lib. 2. Monteregij.

AD EVNDEM.

SCribis te non intelligere. 25. propositionem lib. 2. Monteregij. cum nec scias reperire diametrum circuli circumscriptibilis circa propositum triangu-

lum, cuius data sit b asis tantummodo simul cum angulo, qui ipsi basi opponitur.

Imagineris igitur triangulum datum esse obtusiangulum. a. b. g. cuius basi. b. g. sit nobis data simul cum angulo. a. ei opposito, obtusoque; Considera etiam circulum. a. b. g. q. ipsum triangulum circunscribentem, cuius diameter. q. e. p. transeat per. m. punctum medium ipsius. b. g. tũc protractis imaginatione. e. g. et. g. p. certi etimus angulos. circa. m. rectos esse ex. 3. tertij Eucli. angulumq; q. e. g. duplum esse angulo. q. p. g. ex. 19. eiusdem, vnde æqualem angulo. a. qui etiam duplus est angulo. q. p. g. quapropter proportio arcus. q. g. ad arcum g. p. tibi cognita erit, & proportio etiam chorde. p. g. ad sinum. m. g. arcus. g. p. & quia. m. g. vt dimidium ipsius. b. g. tibi data est, cognosces etiam. p. g. vt. m. g. & sic tertium latus. m. p. trianguli orthogonij. p. m. g. & qa ex. 34. tertij quod fit ex. p. m. in. m. q. est æquale ei quod fit ex. b. m. in. m. g. ideo cum diuisum fuerit productum. b. m in. m. g. per. p. m. proueniet. m. q. quapropter habebis totum. q. p.

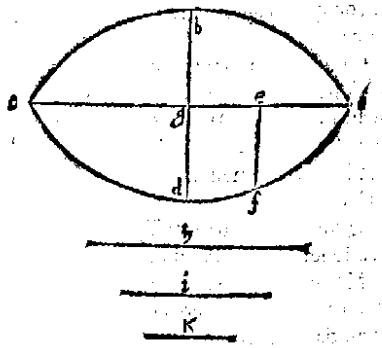


Idem efficies, si cũ angulus. a. acutus fuisset.

Modus inueniendi puncta elliptica via Pergei.

AD EVNDEM.

MOdus inueniendi puncta elliptica, via. 21. primi lib. Pergei ex datis axibus, vt vbi alias significati, talis est. Sit exempli gratia maior axis propositus. a. c. minor autem. b. d. cum ergo volueris inuenire punctum circunferentiæ correspondentem puncto. e. maioris axis, inueniemus primò latus tetragonicum producti. a. g. in. g. c. quod sit. h. latusq; tetragonicũ producti. a. e. in. e. c. quod sit. i. deinde inueniemus lineam. K. tertiam in continua proportionalitate cum. h. et. i. vnde. i. erit media proportionalis inter. h. et. K. & vt. h. proportionalis erit ad. K. inueniemus. e. f. cui. g. d. medietas secundi axis ita se habeat, quæ postea iuncta axi maiori, ad angulos rectos in puncto. e. dabit situm puncti. f. quæsiti ex dicta. 21. primi lib. Pergei, sed talis modus prolixus est.

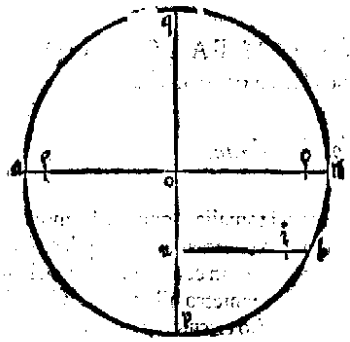


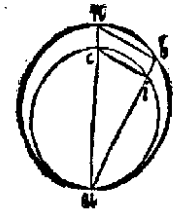
Accipe

Accipe igitur hunc alium.

Sit propositus maior axis. q. p. minor verò. e. c. ad angulos rectos se inuicem secantes in puncto. o. describatur circulus. q. h. p. a. cuius diameter sit axis maior, in quo accipiatur punctum, quod volueris, vt puta. u. à quo protrahatur. u. b. parallela ad. o. c. n. designetur postea separatim circulus. u. b. n. cuius diameter æqualis sit semidiametro prioris circuli, ita etiam fiat circulus. u. i. c. contingens circulum. u. b. n. in puncto. u. cuius diameter sit. u. c. æqualis dimidio axi minori. accipiatur deinde in circulo maximo longitudo. u. b. quæ collocetur in circulo mediocri à puncto. u. quæ secabitur à minimo circulo in puncto. i. cum itaque longitudo. u. i. mensurata fuerit in. u. b. maximi circuli à puncto. u. habebimus propositum.

Cuius rei ratio est, quia. u. b. mediocris circuli diuiditur à gyro minimi in puncto i. eadem proportione, qua diuisa est. u. n. in puncto. c. quod manifestum est ex similitudine triangulorum. u. b. n. et. u. i. c. imaginatæ cum fuerint duæ. b. n. et. i. c. sed ita esse oportet parallelas maximi circuli, quotiescunque circunferentia ipsius ellipsis transitura sit per. c. vt in. 51. cap. meæ gnomonicæ ostensum fuit.

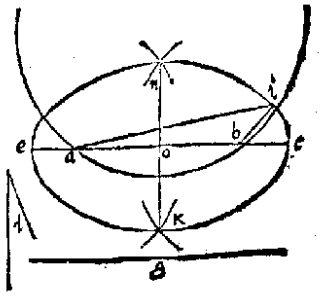




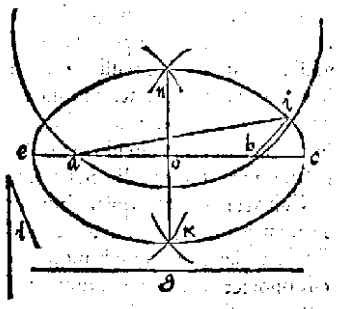
Modus designandi angulum, certo modo conditionatum.

AD EVNDEM.

NVllius reuera difficultatis mihi videtur esse, quotiescunque nobis proposita fuerint duo puncta. a. et. b. simul cum angulo. d. necnõ linea. g. ducere duas lineas à dictis punctis terminatas, quæ constituãt angulum æqualem dato, & ipsæ directè cõiunctæ constituant lineam æqualem datæ. Nam ducatur linea indefinita per puncta proposita, cuius lineæ, pars illa, quę intercepta fuerit inter dicta puncta, diuidatur per æqualia in puncto. o. etiam & linea data, quarum medietates accipio in linea indefinitè protracta à puncto. o. medio



dio, vt vna earum sit.o. c.reliqua verò sit. o. e. deinde aperiatur circinus quantum. o.c.posito; vno pede in.b.designetur cum altero duo arcus.n.K.posito iterum vno pede in.a.designentur alij duo arcus intersecantes primos in punctis. n. K. Deinde à puncto.n.ad.K.ducetur linea.n.K.quæ per punctum.o.transibit,quam.n.K.mente cõcipio,vt axis minor vni⁹ ellipsis,cuius.e.c. sit axis maior, quibus axibus mediantibus designetur ellipsis.n.c.K.e. considero deinde.a.b.vt chordã vnius circuli, seu portionis circularis, quæ capax sit vnius anguli æqualis angulo.d. proposito,ex. 32. tertij Euclid. cuius circunferentia, circunferentiam ipsius ellipsis secabit in duob⁹ punctis quorum vnũ sit.i.à quo protractæ cum fuerint duæ lineæ.a.i.et.i.b.habebis propositum,cum.a.i. iuncta cum.i.b.æquetur.e. c. ex.52.tertij Pergei.



EMENDATIO CVIVSDAM FALSI MODI delineandi horologia Italica orizontalia.

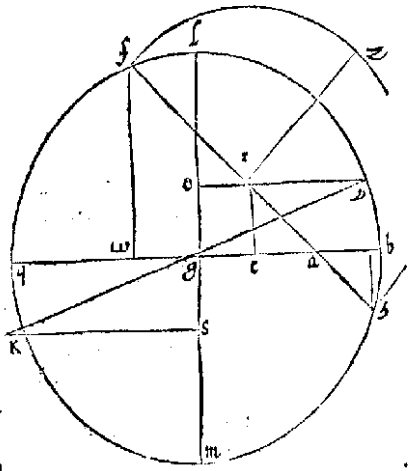
Ioanni Paulo Dardano.

NOVA delineandi horologia Italica orizontalia, quem tibi monstrauit nescio quis, ni fallor,talis est. Designato meridiano.l.b.m.q.ductisq; duobus diametris.l.m.et.b.q,inuicem ad rectos in centro.g. quorum. l. m. sit verticalis.b.q.vero orizõtalis, ductoq; diametro. f.h. tropici Cancri secundum altitudinem poli datam,descriptoq; dimidio circulo.f.z. h. ipsius paralleli, inuentoq; puncto.z. horæ propositę, & ab eo ducta per pendiculari. z.r.ad.f. h. & à puncto.r.ducta.r.o.y. parallela ad diametrum.q. b.orizontalem,ducis postea.f.ω.et. r.t.vsque ad orizontalem.q.b. parallelas ad diametrum.l.m.verticalem. Determinato postea gnomone.g.s. in orizontis axe, ductaq; vmbrarum linea. s. K. parallela orizontali, ductaq;.y.g.K.ad terminandam.s.K.delineas deinde seperatim circulum q.x.b.n.magnitudinis prioris, qui quidem circulus significet orizontem ipsum, in quo ductis diametris.q.g.b.et.l.g.m.accipis in diametro.q.g.b.puncta.a.et.ω. ita à centro.g.distantia, vt sunt in diametro orizontali prioris circuli, ducis postea per punctum.a.lineam.x.a.n.ad rectos cum dicto diametro, deinde per tria puncta.n.ω.x. transire facis circunferentiam circuli per quintã quarti Euclidis,postea in dicto diametro accipis punctum.t.ita distans à centro, & ex eadem parte, vt in priori circulo, à quo puncto ducis.t.u.parallelam.x.n.vsque ad circunferentiam.x.ω.n.in puncto. u. quo facto,ducis à centro.g.per punctum.u.ipsius circularis circunferentiæ.g.u. indeterminatam, quam postea terminas in puncto.K.ita quod.g.K.æqualis sit.s.K. Dicis postea punctum.K.in eodem situ reperiri, respectu duorum diametrorum. q. b. meridiani.et. l. m. verticalis, vt decet, & oportet punctum horæ propositę existere.

Quod quidem dico esse falsum, propterea quod perpendiculares quas cogitamus cadere à punctis circunferentiæ cuiusuis paralleli supra quemuis orizontem obliquum

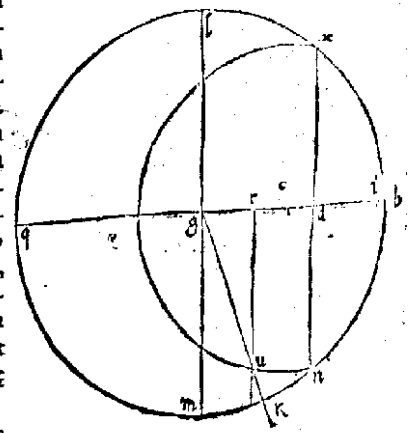
liquum secantem æquatorem, omnes cadunt in gyro elliptico, oxygonio, seu detectionali, & non circulari. Vnde per supradicta tria puncta.n.ω.x. oporteret transire talem circunferentiam, & non circularẽ, quæ circunferentia esset vnius ellipsis, cuius minor axis in diametro.b.q.esset.ab.ω.vsque ad. i.terminum fini h.i.arcus.h.b. in analemate,maior verò axis esset magnitudinis.f.h.diametri paralleli, quæ trãsisset per punctum.c.medium inter.ω.et.i.quę quidem circunferentia tota esset intra circulum.q.n.b.x.cõtiguaq; gyro.q.n.b.x.in punctis.n. x.

Si ergò circunferentia.n.ω.x.esset elliptica tunc punctum.u.in orizonte illud esset vbi caderet sinus altitudinis horę, et.t.u.æqualis esset.r.z. communi sectioni paralleli cum almicantarat ex.34-primi Euclid.et.u.g.æqualis esset.o.y. communi sectioni almicantarat cum meridiano, vel cum azimut illius horæ ex.4.primi,cum. g.t.æqualis sit ipsi o.r.et.t.u.ipsi.r.z.& angulus.t trianguli.g.t.u.rectus, quemadmodum.r. qui compræhenditur ab.z.r.et.r.o.vnde anguli. K. g. m. et.K.g.b.rectè se haberent, distantia verò inter.K.et. g.iã rectè sumpta fuit.



Sed quia punctum. u.vt plurimũ (in gyro circulari sumptum) extra puncta intersectionum ipsius circularis gyri cum elliptico reperitur, propterea efficit angulos. K. g. m. et.K.g.b.falsos, & non æquales illis, qui fiunt ab azimut horæ cum verticali, & cum meridiano, quæ omnia ex cap.52.meæ gnomonicę facilè videre potes.

Nec tacere volo quod punctum u.verum,hoc est elliptictum, inueniri posset ea via quam scripsi in eodem.52.cap.qua mediante docui demum inuenire punctum. ω. orizontis, quamuis in præsenti casu. ω. x. perpendicularis esset supra minorem axem ipsius ellipsis,quãuis supra maiorem axem,quod tamen minimè mutat ordinem, imò rationes eędem sunt, tam in vna, quam in alia operatione, sed vt illicò idipsũ habeas,fac vt.t.u. æqualis.sit.r. z. & tunc punctum. K. erit quæsitũ,quod ego in.52. cap. meę gnomonicę, ijs verbis significaui.



„ Itaq; mediis binis triangulis ijs,
„ medioq; azimut Solis pariter ho-
„ rologia fabricari poterunt.

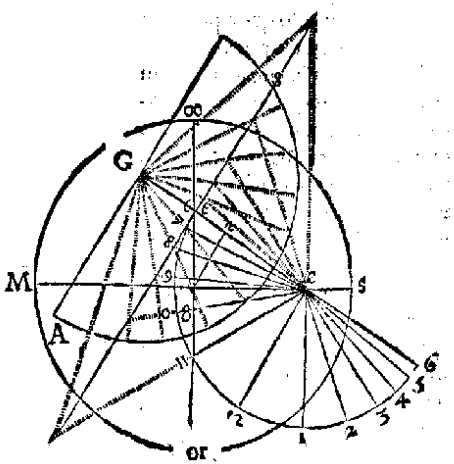
De

De Horologio perpendiculari ad orizontem rectum.

AD EVNDEM.

MOdus quem tibi ſcribere promiſi delineandi lineas horarias communes in pariete perpendiculariter ad orizontem rectum, declinantem à meridiano, ſumendus eſt ex.46.cap.meæ gnomonicæ, hoc ſcilicet ordine.

Sit exempli gratia, orizon hic ſubſcriptus. or. oc. M. S. diuiſus à meridiana. M. S.et verticali ſeu æquinoctiali. or. oc. Sitque. e. t.communis ſectio muri cum orizonte,et.g.n.ſit gnomon perpendicularis ipſi muro, vnde ex dictis in mea gnomonica, cognoſcemus in ipſa murali orizontali totam.e.t. inter meridianam orizontalem, & æquinoctialem orizontalem, cognoſcemus etiam partem.g. t. ipſius æquinoctialis orizontalis, quam quidem accipiamus in rectitudine ipſius muralis orizontalis, quæ quidem ſit.t. G.quo facto erigatur. G. A.ad rectos cum.G.t.e.& circum. G. e.deſignetur vna medietas circuli verſus. e. cuiuſuis magnitudinis, quæ diuiſa in.12.partes æquales,ſignificabit medietatẽ æquatoris,protrahanturq; lineæ oculiæ à centro.G. per ſectiones circunferentię dimidij circuli, quæ ſignificabunt cõmunes ſectiones æquatoris cum circulis horarijs communibus, quo facto oportet, vt à puncto.t.protrahatur.t. s. ad rectos cum murali orizontali,quæ quidem.t.s. ſignificabit communem ſectionem æquatoris cum muro propoſito, & erit æquędiſtans meridianæ murali ex.6.vndecimi Eucli. eo quod ex.19.eiuſdem vnaquæq; illarum,perpendicularis eſt tali orizonti. Videantur nunc puncta communia iſti.t.s.& occultis protractis à centro.G.medietatis circularis,per quæ puncta protrahantur à puncto. e. tot lineæ, punctum enim.e.ſignificat punctum axis mundi, & meridianæ in muro propoſito,eo quod in tali ſitu ſphęræ rectæ,dictum punctum reperitur in orizonte, cum.M.s. non ſolum ſit meridiana orizontalis,ſed etiam axis mundi, deinde nulli dubium eſt quin meridiana muralis ſit perpendicularis orizontali murali. e. t. à puncto.e. Sed quia dimidium harum linearũ horariarum erit ſub orizontali. e. t. G. alterum vero dimidiũ ſupra ipſam, oportet quod quę ſupra ſunt producantur à parte.oe.ſub orizontali,ab alia parte meridianæ, & talis erit effigies horologij muralis in hoc ſphęræ ſitu, hoc eſt verſus quartam orientalem auſtralemq;, vnde orizontalis. e. t. erit ſemper horæ. 6. matutinæ, ſecunda verò ab ipſa erit horæ. 7.tertia autẽ horæ.8. & ſic deinceps.



Quotieſcunque verò angulus. n. g. e. minor erit maxima Solis declinatione, & Sol fuerit in parte auſtrali ab æquatore cũ maiori

maiori numero declinationis quam fuerit angulus.n.g.e.tunc talis pars illuminabitur ab ipſo Sole à mane vſque ad veſperam.

Huius quidem rei ſpeculatio, vnicuique manifeſta erit, qui rationes.46.cap.noſtræ gnomonicæ prius intellexerit,vbi manifeſtè apparet proportionem ſemidiametri horologij (ſi ita eam appellare licet) ad ſemidiametrum æquatoris horarij ſemper eſſe,vt.c.r.ad.t.g.hoc eſt proportio maioris inæqualitatis. nolo etiam prætermittere.quin te admoneam,vt nullo pacto confidas in longioribus vmbris,eo quod valde nos decipiant, cum ſemper iuſto breuiores ſint.

Declaratio quorundam verborum noſtra Gnomonica.
Defenſioq; noſtra contra Chriſtophorum Clauium.

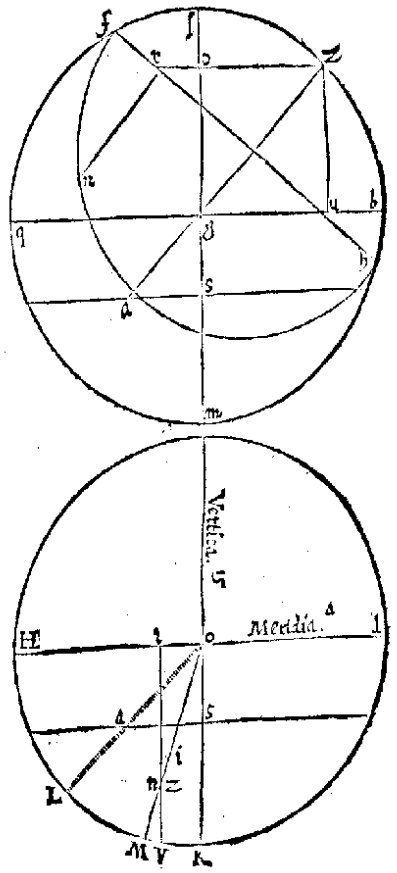
AD EVNDEM DARDANVM.

TVas demum accepi literas,quibus mihi ſignificas te totum. 52.caput meæ gnomonicæ intellexiſſe, præter illa verba, quæ etiam ſuperioribus diebus ad te ſcripſi, hoc eſt.

» Iraq; medijs binis triangulis ijs,
» medioq; azimut Solis, pariter horologia fabricari poterunt.

Quapropter ne aliquid tibi deſit, ſcire debes, me nihil aliud, eo in loco inferre voluiſſe, quàm qđ punctum horæ propoſitæ in plano horologij orizontali reperiri poteſt, ope longitudinis vmbræ gnomonis,& eius declinationis à verticali linea,ſeu à meridiana orizontali, iam in ipſo horologij plano ductis.

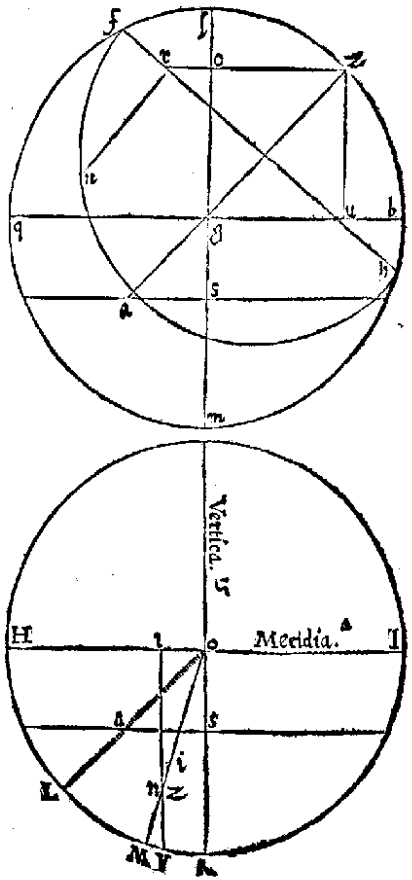
Exempli gratia, ſit analemma. l.q.m.b.in quo.l.m.ſit verticalis. q. b.verò orizontalis.f. n. h. autem ſit ſemicirculus,cuiuſuis paralleli æquinoctiali, cuius diameter ſit.f.h. et. n.ſit Solis locus in ipſo parallelo: n. r.autem ſit rectus ſinus arcus.f.n:et. r.o.z.ſectio communis ipſius almicantarat cum meridiano,et.s. a. cõmunis ſectio azimut Solis cum plano horologij,et.s.g.gnomon, et. z. g.a.radius Solis.z.r.verò ſinus altitudinis ipſius Solis, vbi videre potes duo triangula dicta eſſe. z. u.g.



et. g. s. a. quibus mediantibus cognoſcitur longitudo vmbræ gnomonis hoc eſt .s.a.

Cum autem dico, medioq; azimut Solis, nihil aliud ſignificare volo, niſi angulum, quem terminat linea azimutalis horologij, hoc eſt vmbra gnomonis cum linea meridiana, ſeu cum verticali in ipſo plano horologij. qui quidem anguli, æquales ſunt ijs, qui in triangulo conſtituto ex.n.r.ex.r.o.& ex.o.z.reperiuntur, cuius quidem trianguli, angulus puncti.r.rectus eſt, angulus verò terminatus ab.n.r.et.o.z.ille eſt quem conſtituit azimut cum verticali, vel ipſi æqualis, vt coalternus, reliquus verò in pũcto.o.ille eſt quẽ azimut facit cũ meridiano, vel ipſi æqualis vt coalternus.

Vnde quotieſcunque volueris in aliquo plano, orizonti parallelo, lineas horarias ducere, iudico optimum fore ſi ſeparatim deſignatæ fuerint hæ tres figuræ, hoc eſt analemma meridianum, vel azimutale, vt ita dicam, deinde parallelus inſeruiẽs pro tropicis, vt ego feci cap. 51. meæ gnomonicæ, quæ duæ figuræ, ſufficiẽtes erũt pro omnibus horologijs, tam orizontalibus quam muralibus, non tamen omninò, ideo pro orizontalibus, tertiam figuram ſeparatam deſignaui, quę erit circulus. H. I. K. eiuſdem magnitudinis cum analemmate, in quo, ductis duobus diametris inuicem ad rectos, quorum vnus. H. I. ſignificet orizontalem lineam, reliqua verò verticalẽ, ducatur poſtea. s. a. tam diſtans ab. H. I. quanta eſt longitudo gnomonis horologij orizontalis, cogitemus, deinde hunc circulum communem eſſe omnibus azimut necnon plano horologij, in cuius circunferentia à puncto. k. nadir ipſius zenit, accipiantur arcus æquales ijs ipſorum azimut, quos terminat zenit, & ipſi almicantarat, vt exempli gratia, accipiemus arcum k. L. æqualem arcui. L. z. ipſius analemmaris, ducta poſtea linea occulta. o. L. ſignabimus azimutalem. s. a. in puncto. a. vbi hæ duæ lineæ ſein uicem ſecant, & ſic habebimus iuſtam quãtitatem ipſius vmbræ gnomonis. s. o. tali hora, deinde in orizontali. H. I. ſumatur. o. r. à centro. o. æqualis ei quę in analemate reperitur, quæ vna portio eſt communis ſectionis meridiani cum almicantarat, terminata ab axe orizontis, & à diametro paralleli. Deinde du-



ducat. r. V. ad rectos cum. H. I. vſque ad circunferentiam, in qua accipiatur. r. n. æqualis ei quæ eſt in parallelo, ducatur poſtea. o. n. M. & habebimus triangulum. o. r. n. ſimilem æqualemq; triangulo iam ſupradicto. Vnde angulus. H. o. M. ei æqualis erit, quem azimut facit cum meridiano, & angulus. M. o. k. ei æqualis, quem azimut conſtituit cum verticali, ita quod ſi talis circulus. H. k. I. eſſet planum horologij orizontalis, ſuppoſito. o. pro pede gnomonis, ſecando poſtea. o. M. in puncto. i. ita vt. o. i. æqualis eſſet. s. a. dato quod. o. M. ducta ſit ad partem ſibi conuenientem, reſpectu. o. k. ipſa pro verticali ſuppoſita, quod tibi relinquo, cum hoc facillimum ſit, tunc punctum. i. eſſet quod quærebamus. Quod verò de vno puncto dico, idem de omnibus infero.

Vbi verò mihi ſignificas Chriſtophorum Clauium, me duobus in locis meæ gnomonicæ redarguere, iam vidi. Circa primum locum igitur, qui eſt in pagin. 161. ita inquit.

» Non enim deſunt, qui vel omninò negent, inter quos eſt Ioannes Baptiſta Be-
» nedictus in ſua gnomonica cap. 70. et. 71. vbi alia, & multo longiore ratione cona-
» tur arcus ſignorum deſcribere, vel certe dubitent, hoc modo rectè poſſe deſcribi ar-
» cus ſignorum, cum rationem non videant, qua hæc noſtra deſcripto quam quidem
» omnes ſcriptores ſine vlla demonſtratione tradunt nitatur.

» Abſque dubio captim tranſcurrit illa capita. 70. 71. Reuerendus Clauius alioquin non ſcripſiſſet, quòd ego alia & multo longiore ratione conatus ſim arcus ſignorum deſcribere &c. præſertim cum eadem prorſus ratio, quæ ibi à me tradita eſt, illa ſit, quam ipſe ſuis ſcriptis inſeruit.

Meus igitur modus in dictis capitibus traditus, minime diſcrepat ab eo, ſed ab illorum modo, quorum opinio eſt interualla. e. h: h. u: u. n: n. m. et. m. d. meæ figuræ in pagi. 75. poſitæ, æqualia eſſe interuallis. e. h: h. u: u. n: n. m. et. m. d. præcedentis figuræ, qui etiam ſupponunt. t. e. meæ figuræ. 75. eſſe directè coniuncta cum linea. e. h. u. n. m. d. & propterea verſus finem. 73. pag. dixi.

» Aduertat autem quam diligentiſſime quiſque ne ſe decipi patiatur à ſubſcripta fi
» gura ſemicirculi. Q. æ. m. cum reliquis lineis ductis, ex antiquorum more, &c.

Eo quod non defuerunt aliqui, ex vetuſtioribus (quorum ſcripta ad meas manus peruenerunt) qui ſumentes interualla. e. h: h. u. &c. figuræ. pag. 75. æqualia illis figuræ pag. 74. putauerũt lineam. t. e. directè coniunctam eſſe cum. e. h. &c. quod quidem maximi erroris cauſa erat, & propterea cap. 71. verum modum oſtendi, ſeruando illam eandem ſuppoſitionem, hoc eſt quod interſtitia. e. h: h. u. &c. figurę pag. 75. æqualia ſint interſtitijs. e. h: h. u. &c. præcedentis figuræ, & ideò in dicto cap. 71. *dixi*.

» Suppoſito deinde. f. e. b. lineam meridianam eſſe in plano orizontali, cęterę lineę
» horarię erunt prędictę.

Stantibus igitur his ſuppoſitis, vt habeantur omnia ſcientificè, *volui*, vt intelligeretur pyramis quadrilatera, eo modo quo dixi, cap. 71. vbi clarè patet eandem pyramidem eſſe, quam Pater Clauius (tacitè) poſuit in figura horologij, vt ipſe docuit propoſitione ſecunda, lib. ſecundi, cuius baſis eſt triangulum. H. I. F. ſuæ figurę (exempli gratia pro quinta hora poſt meridiana) Alterum verò triangulum à me cogitatum, terminatum ab. r. e. e. d: et. ab. t. d. eleuata in mea figura, eſt in ſua triãgulum. D. I. F. & propterea dixi.

» Nam. t. e. et. e. d. vtræq; in plano horologii non ſunt, quamuis in plano æquatoris
» tres ſint, &c.

Angulus verò. e. quem dico rectum eſſe, in ſua figura eſt angulus. D. I. F. & mea

t.d.imaginata, est sua.D.F. Tertium deinde triangulum, quod in mea figura terminatur ab.t.d.ab.f.d.& ab.f.t.in sua est triangulum.D.F.H. vnde mea.f.t. respondet sue.H.D & mea.f.d.suæ.H.F.& mea.t.d.sue.D.F. Quartum autem triangulum f.t.e.in mea figura, respondet suo.H.D.I.& meum punctum.t.suo.D, Nunc triangulum rectangulum, quod dico separatim constituere,est illud tertium dictum correspondens suo.D.F.H.vt ipse facit in sequéti figura, quod ipse vocat.D.C. H. & mea radius.t.x.in sua figura, ille est qui terminatur ab.D.& ab initio Tauri, & Virginis.

Et quamuis ego non scripserim talem figuram, vt ipse fecit, nihilominus ipsam verbis descripsi eomet modo, & propterea dixi.

» Quam diuisionẽ, si in triangulo sorsum descripto inuenire voluerimus, res erit
» inuentu facillima, cum rectum angulum.f.t.d. (respondentem suo.H.D.C.)prędicti
» trianguli tertij ea ratione diuiserimus,&c.

Quapropter Reuerendus Clauius non animaduertit meam rationem aliam non esse, nec puncto longiorem sua, cum eademmet ipsa sit.

Citaui etiam Munsterum cap.30.eo quodin ea impressione,quam tunc pre manibus habui, vidi in ea figura, quam ipse vocat fundamentum horologiorum, literam t.positam esse loco.f.et.f.loco.t.quod causæ fuit, vt omnia mendosa viderentur,recentiores autem impressiones correctæ sunt.

Rursus alio in loco mihi accidit vt reprehenderim Alexandrum Piccolomineum in libris de sphęra, qui quidem dicebat eas figuras superficiales, quæ paucioribus angulis circunscriberentur, capaciores esse alijs, cum modo earum peripheriæ essent æquales.

Nunc autem correctę sunt eo in loco impressiones, & qui non viderit primas, putabit me immeritò ipsum reprehendere.

Idem etiam dico de eo capite ipsius Piccolominei, in ijsdem libris,vbi tractat de modo, quo vsi sunt antiqui ad diuidendum zodiacum in.12.signa, quod erat circa finem quarti libri.

Nunc verò,in recentioribus impressionibus, illud caput positum non est. Impressiones autem illæ, vbi talia dixit, duæ fuerunt, quarum prima erat anni.1540. secunda verò. 1552.Venetijs apud Andream Puteum.

Alius verò locus ipsius Reuerendi Clauij, contra meas reprehensiones, est circa finem pag.298.& circa.299.vbi ita scribit.

» Ex his liquido constat,non rectè à Ioan.Baptista Benedicto in sua gnomonica ca
» pit.49.reprehendi hanc rationem describendi horologij declinantis,qua omnes fe-
» rè alij scriptores vtuntur, quoniam, vt ex demonstratione à nobis allata constat,re-
» ctè per eam lineæ horariæ in plano, quod à verticali declinat ducuntur . Modus au
» tem quem eo loco prescribit differentem ab eo, quem nos tradidimus certus etiam
» est, sed nulla ratione nostro contrarius, quia nos constituimus.D.E.F. angulum de-
» clinationis plani à verticali circulo propriè dicto,ipse autem loco huius anguli assu-
» mit angulum declinationis eiusdem plani à Meridiano circulo, vnde mirum non est
» modum ipsius à nostro discrepare . Quod si cõstitueremus.D. E. F. angulum decli-
» nationis plani à Meridiano , ut ipse (quemadmodum forsitan ab alijs puratit fieri)
» & in reliqua descriptione progrederemur, vt tradidimus, proculdubio horologiũ
» declinans perperam describeretur,vt rectè docet.

Optimè scripsisset Reuerendus Clauius, si verum fuisset, quod antiqui sumerent declinationem superius dictã à verticali propriè dicto,& non à meridiano. Sed ego dico, authores à me citatos. capit. 49. meę gnomonicę sumere dictam declinationem

nem plani à meridiano , & non à dicto verticali .

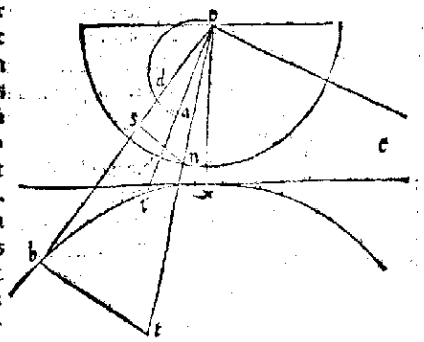
Confidera primum in Munstero cap.16.suæ horologiographiæ , vbi clarè docet accipere angulum comprehensum inter meridianum , & planum propositum , vbi etiam ponit quandam figuram ædificij cum pariete super quo designatum est quoddam horologium, & vbi se manifestè declarat , ita dicens.

Nam ipsarum partium complementum . propositum indicabit angulum , quan-
» tus videlicet fuerit arcus eiusdem circuli.d.e.f.g.à puncto.g.vsque ad productam li-
» neam meridianam interceptus,qui vnà cum ipso.f.g.quadrantem integrare videtur,
» vt in sequenti figura:quoniam arcus.f.g.est sexaginta partium,qualium.e.f. quadrãs
» nonaginta, vnde concluditur reliquam partem hoc est, datum inclinationis anguli,
» fore partium triginta similium .
» Orontius verò cap.13.ijsdẽ vtitur verbis,cum figura simili ad reliqua autem ipsius
R. Clauij, videnda nondum mihi otium fuit. quod si dabitur , tibi libenter dicam quid sentiam.

DE MODO DVCENDI LINEAS HORARIAS super cyllindro immobili.

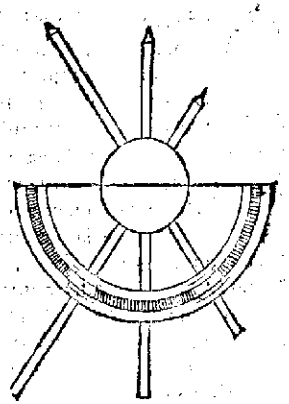
Hieronymo Ferrerio artium & Medicinæ Doctori peritissimo.

DESIGNARE horarias lineas super cyllindro immobili, ad orizontemque perpendiculariter erecto difficile tibi non erit, (quod à me postulasti) si modum.53.cap. meæ gnomonicæ obseruaueris, accipiendo tamen pro linea orizontali in tabula non aliquam rectam lineam , sed circularem, similemque circunferentiæ ipsius cyllindri, dico autem similem, eo quod si gnomon.o.x.supra tabulam signatus, & perpendicularis ipsi orizontali circulari. b. i. x. esset dimidia, vel tertia vel quarta pars gnomonis cyllindro infixi, oporteret, vt semidiameter circuli.b.i. x. etiam esset medietas,vel tertia, aut quarta pars semidiametri cyllindri, vt omnes arcus huiusmodi circuli inter ipsos azimut intercepti similes sint arcubus cyllindri , quod à re ipso facilè videre scientificè poteris.reliqua nihil muranda erunt ab eo , quod scripsi circa figuram. 53. cap. vt dixi . Vnde inuenta cum fuerit distantia orizontalis puncti,b. à pede gnomonis.x.nec non quantitas azimutalis muralis b.t.quæ semper ab orizontali perpendiculariter descendit , illicò punctum.t. horæ propositæ in cylindro inuenietur .



Nunc

Nunc verò cum duo puncta alicuius horariæ lineæ inuenta fuerint, quæ à Solis ſitu in diuerſis parallelis efficiuntur, ſi voluerimus ipſam lineam horariã ducere, ſcien dum primò eſt ipſam lineam horariam eſſe communem ſectionem circuli horarij, illius horæ cum ſuperficie cyllindrica, & propterea ellipticam, vt oſtendit Serenus in. 19. primi lib. quod etiam ellicere poſſumus ab eo, quod Archimedes in. 10. propoſitione libr. de conoidalibus, ſcribit. Quapropter oportet nos inſtrumentum prius componere, modo circinij, ſed trium crurum, quæ omnia in eadem plana ſuperficie ſint, ea tamen arte factum, vt quodlibet illorum poſſimus prolongare, necnon contrahere, ut cum duo extrema firmata fuerint, media poſſit circunduci circa centrum, ſeu punctum commune illarum interſectionum ſimulq; poſſit produci, necnon abbreuiari vel augeri, & diminui, vt mediante ſua extremitate inferiori poſſimus delineare gyrum ellipticum horarium, dum cẽtrum ipſorum crurum adhæreat extremitati gnomonis, reliquæ vero extremitates ipſorum crurũ ſint ſupra puncta inuenta ipſius horæ. oportet etiam vt hoc inſtrumentum à tergo ipſorum crurum habeat in ſuperiori parte ſuperficiem quandam ſemicirculare, quę ſit vice vnius partis illius ſuperficiei, in qua ſupponuntur omnia crura inſtrumenti, & hoc quantum fieri poteſt, quod quidem fieri debet, ne crus medium, hoc eſt mobile, exeat à tali ſuperficie, ſeu declinet ab ea, quæ ſemper ſupponitur in ſitu circuli horarij talis horæ. oportet etiam, vt iuxta circunferentiam dimidij circuli ſint duo gyri eiuſdem materiæ inter ſe parum diſtantes, ita ut crura poſſint moueri, intra hos gyros, & dimidium circulum, & quod inter hos gyros locatæ ſint duæ cochleæ, ſeu duo helices, vt quando voluerimus, poſſimus firmare ipſa crura extrema, dum eorum extremitates fuerint ſupra puncta inuenta illius horæ, deinde in dorſo iſtius inſtrumenti, circa centrum coniunctionis, rectè factum erit ſi aliqua concauitas fuerit, in qua, extremitas gnomonis poſſit locari, dum ducere voluerimus aliquam horariam lineam.



Tale inſtrumentum excogitaui ad fugiendum tædium inueniendi dictam ellipticam ex punctis

Nunc autem ſciendum eſt, quod vnus tantummodo gnomon ſufficiens non erit pro totâ die æſtiua, neque duo, niſi valde breues fuerint reſpectu ſemidiametri cyllindri, & in ſitu medio quartarum meridionalium noſtro orizonti, quorum autem longitudo ita inuenienda eſſet.

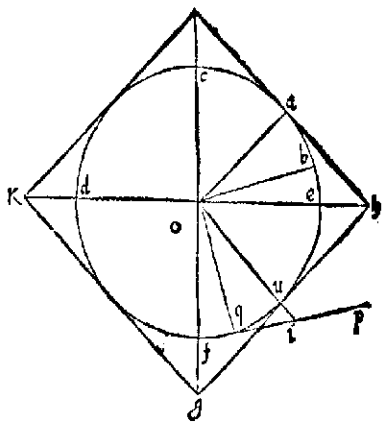
Sit exempli gratia circulus. a.b.c.u. cyllindri orizontis vice, diuiſusq; à duobus diametris. d.e. et. c. f. quarum. c. f. ſit pro meridiana: d.e. autem pro verticali, ſitq;. e. punctus orientalis: d. verò occidẽtalis. f. autem meridionalis. et. c. ſeptentrionalis, computeturq; maxima Solis amplitudo ab. f. verſus. e. quæ terminetur ab. q. ita quod arc⁹. f. q. minor ſit quã graduum. 45. aliter impoſſibile eſſet duobus tantũmodo gnomonibus mediantibus tota die æſtiua horas videre.

Quo facto ducatur ab. q: q. p. contingens circulum & à centro circuli. o. per punctum. u. medium quartæ ducatur. o. u. i. vſque ad contingentem. q. p. vnde. u. i. longitudo erit vniuſcuiuſque gnomonis, qui gnomones infixi erunt in medio dictarum quartarum.

Huiuſmodi

Huiuſmodi rei ratio per ſe nota erit quotieſcunque cogitauerimus verum arcum e. b. amplitudinis æſtiuæ, protractaq;. o. b. quę parallela erit. q. p. vnde cum Sol tempore æſtiuo orietur, tunc radios ſuos emittet via iſtarum æquidiſtantium linearum.

Sed ſi longiores gnomones cuperes, oportebit eos tres eſſe, quorum vnus erit orientalis in puncto. c. alter occidentalis in puncto. d. reliquus verò meridionalis in puncto. f. quorum vnuſquiſq; poteſt eſſe maior tertia parte ſemidiametri cyllindri, ſed ſi voluerimus ſcire quantũ ad plus poſſit eſſe longus vnuſquiſque illorum, ita faciendum erit.

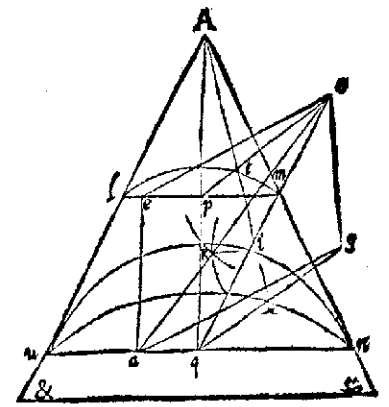


Faciemus quadratũ. o. a. h. u. ex ſemidiametro dicti circuli, à diametro poſtea. o. h. huiuſmodi quadrati ſubtrahatur ſemidiameter. o. e. circuli, reſiduum verò. e. h. ipſius diametri. o. h. quadrati, erit lõgitudo gnomonis, vbi ſimul appareret huiuſmodi rei ratio, eo quod cum gnomon. e. h. orientalis deſinet operari, illico meridionalis. f. g. ſubintrabit, poſt hunc verò occidentalis. d. K. monſtrabit reliquum diei.

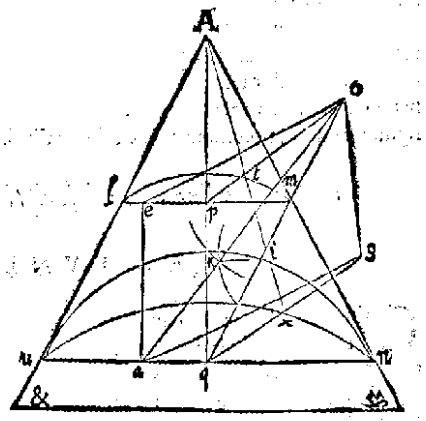
Earundem linearum deſcriptio ſuper conum rectum.

AD EVNDEM.

CVm ſuper datum conum rectum idem facere volueris eſto conus. A. &. B. qui diuiſus imaginatione ſit à quodam plano per axem, & communis ſectio ſit triangulus. A. &. B. in quo plano cogitemus gnomonem infixum ad rectos vbi volueris, qui ſit. p. t. o cogitem⁹ etiam. l. t. m. aliud eſſe planum (in quo ſit gnomon) quod conum ſecet, quæ quidem ſectio, circularis erit, ex. 4. primi Pergei. imaginemur etiam ſuperficiem. p. s. eſſe azimut in quo gnomon reperitur, ſuperficiemq;. e. s. azimut propoſitæ horę, angulumq;. e. o. a. contraporſi tũ angulo altitudinis Solis ab orizonte;

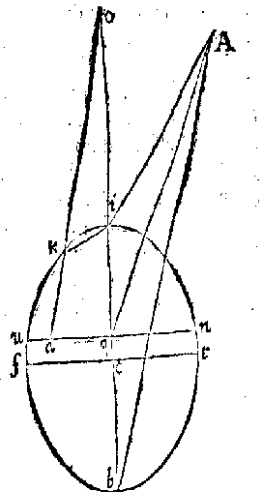


zonte; cogitemus etiam lineam. A.t.i.x. illud coni latus esse, qu od à summitate ver sus basim transit per medium latitudinis ipsius gnomonis, concipiamus etiam mente e.a. communem sectionem esse trianguli supradicti cum azimut horæ, necnon punctum. K. esse commune radio Solis. o.a. & superficiei conicæ, quod quidem est illud quod quæritur, hoc scilicet modo. Primum cognoscimus angulum. p. A. t. vt medietas anguli totius coni, & angulum. p. rectum, vnde. t. tam intrinsecus, quam extrinsecus trianguli. A. p. t. nobis cognitus erit. Nunc cum angulus. A. t. o. cognoscatur, si gnomon t. o. fixus fuerit in superficie conica, ita qđ cum latere. A. t. efficiat angulũ A. t. o. & lateraliter faciat angulos rectos cum superficie conica, ad quod efficiendum nulla est difficultas, cognoscendo deinde. A. t. simul cum angulis. A. et. t. intrinsecis trianguli orrogonij. A. p. t. cognoscemus. p. t. et. A. p. vnde etiam totã. o. p. sed cognoscendo. o. p. cum angulo. p. o. c. (angulus enim. p. o. c. cognoscitur ex hypothesi cum sit inter azimut Solis & azimut gnomonis) cum angulo. o. p. e. recto cognoscemus. p. e. et. o. c. deinde cum nobis nota sit. o. e. cum angulo altitudinis Solis. e. o. a. & angulo. o. e. a. recto cognoscemus longitudinem azimutalis. e. a. necnon quantitatem. a. o. Imaginata postea. a. q. æquidistante. c. p. habebimus. p. q. æqualem. a. e. ex. 34. primi Eucli. Vnde duabus. o. p. et p. q. mediantibus, cognitisq; cum angulo recto. p. cognoscemus. o. q. nec non angulum. o. q. p. quo mediante, necnon mediante angulo. q. A. t. et. A. q. cognita, cognoscemus. A. i. et. q. i. quę, q. i. dempta à. q. o. relinquet nobis cognitã i. o. Et quia. o. i. q. et. o. K. a. semper sunt in eadem superficie secante conum, quæ etiam secat superficiem trianguli. A. q. x. ad rectos ex. 18. vn decimi, cum linea. u. n. perpendicularis sit superficiei trianguli. A. q. i. ex. 8. dicti, quia parallela est. l. p. quę perpendicularis est superficiei triãguli. o. p. q. ex. 4. eiusdem, sequitur, quod talis sectio (quæ intelligatur per. u. K. i. n.) semper erit elliptica, vel parabole, seu hyperbole, put linea. o. i. q. secabit latus coni, oppositum lateri. A. i. distento in ipsa superficie conica, seu ad superiorem partem producto, vel ipsi parallelum.



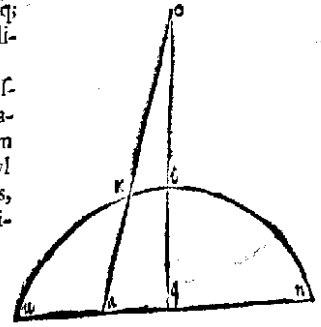
Supponamus nunc dictam lineam. o. q. secare dictum oppositum latus lateri. A. i. versus basim, vnde sectio. u. K. i. n. erit elliptica. quod facile cognitu est mediãte comparatione angulorum. A. q. i. et. q. A. i. interse, eo quod si essent æquales, dicta sectio parabola esset ex. 27. primi Eucli. et. 11. primi Pergei, sed si angulus. A. q. i. maior esset angulo. q. A. i. sectio esset ellipsis, ex ultimo postulato primi Euclid. & ex. 13. primi Pergei, sed si dictus angulus. A. q. i. minor esset angulo. A. tunc sectio esset hyperbole ex dicto postulato & ex. 12. primi Pergei. Sit ergo primum vt dictũ est, hoc est, quod sectio esset oxygonia, idest elliptica, seu defectio (quod idem est,) separatim oportebit nos ellipsim designare simile æqualéq; ei, quæ est. u. K. i. n. qđ quidẽ difficile non erit, quotiescunque suos axes inuenerimus, maiorem scilicet, & minorem,

rem, quæ ita reperientur, efficiemus primo angulum coni, qui fit. i. A. b. quem diuidemus per æqualia mediante. A. q. constituendo. A. i. huius anguli æqualem. A. i. superficiei conicæ et. A. q. diuidentem, æqualem parti. A. q. axis coni, ducendo postea ab. i. per. q. lineam vnam quousque concurrat. A. b. in puncto. b. habebimus. i. b. pro maiori axi ipsi ellipsis, quod per se clarum est, cuius medietas fit. i. c. sed. i. q. ipsius. i. b. æqualis est ipsi. q. i. ipsius coni, ex quarta primi Eucli. et. q. b. ipsius. i. b. æqualis alteri parti inuisibili. Reliquum est, vt reperiamus minorem axem, quem vocabimus. f. r. ducatur ergo primum. q. a. u. n. ad rectos. cum. i. b. æqualisq; ei quæ est coni, & diuisa similiter in. a. quæ. u. n. ipsius coni nobis cognita est ex lateribus. A. u. et. A. n. & ex angulo coni, et. a. q. æqualis est. e. p. ex. 34. primi. Nunc certi erimus ex. 21. primi Pergei, quod eadem proportio erit quadrati. u. q. ad quadratum ipsius. f. c. quæ producti ipsius. i. q. in. q b. ad productum ipsius. i. c. in. c. b. & cum cognita nobis sint hæc tria producta hoc est. i. q. in. q. b. et. i. c. in. c. b. et. u. q. in scipsa, cognoscemus etiã quartum ipsius. f. c. & sic. f. c. cuiusq; duplum. f. r. cogniti nobis itaque cum sint hi duo axes. i. b. et. f. r. formabimus ellipsim. Deinde producemus axim. b. i. à parte e. i. quousque. i. o. æqualis sit ei quæ extra conum est, deinde ducemus. o. a. quæ circunferentiam ellipticam secabit in puncto. K. vnde habebimus quantitatem ipsius. o. K. et. K. i. rectam. inde mediante circino si acceperimus rectam distantiam ab. i. ad. K. in ellipsi, deinde firmando pedem circini in puncto. i. in superficie conica, & cum alio signando lineam vnam curuam ad partem. K. in superficie conica, sumendo postea interuallum. o. K. extra ellipsim, deinde firmando vnum pedem circini in extremitate gnomonis, cum alio postea signando aliam lineam curuam in superficie ipsius coni, quæ primam secet in puncto. K. hoc erit punctum quæsitum horę propositæ in superficie conica proposita.



Sed si talis sectio fuerit parabole, vel hyperbole, tunc mediante suo diametro. i. q. cum basi. u. q. n. cognita, designabimus ipsam sectionem. u. i. n ope mei instrumẽti in calce meę gnomonicæ descripti, deinde diuisa. u. q. in. a. ductaq; q. i. vsq; ad. o. ductaq;. o. a. habebimus punctum. K. Reliqua facienda sunt, vt dictum est de ellipsi.

Inuenta modo cum fuerint duo puncta eiusdem horæ propositę, ducemus ab vno ad aliud, lineam horariam, mediante circino trium crurum, quem tibi scripsi nudius tertius pro cylindro, quæ quidẽ linea erit portio gyri ellipsis, seu hyperbolę, vel parabolę, vt à te ipso cogitare potes.



QVAEDAM NOTATV DIGNA IN Ptolomeum.

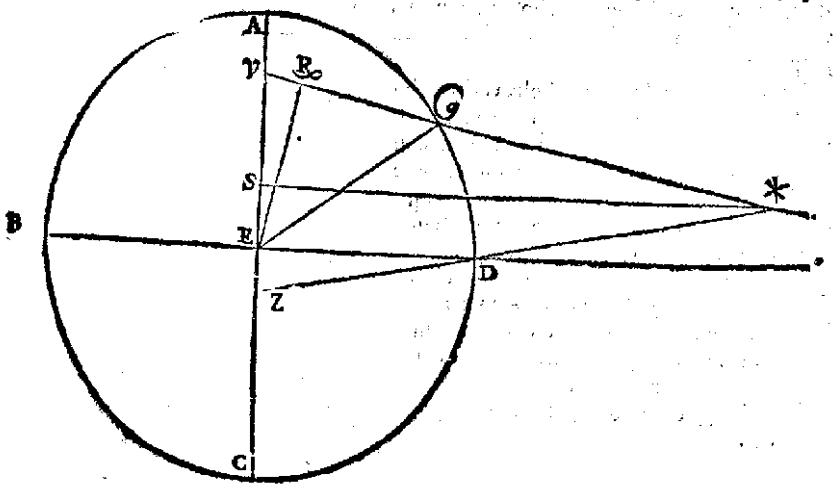
Bartolomeo Christino Serenißimi Sabaudiæ Ducis apparitore.

EX tuis literis cognoui quo erga me animo eſſes, qualiq; voluntate, ſed ne tua pulcherrima ſtudia aliquo modo imperfecta relinquant, vel ego tibi deeſſe videar, dum Problemata geographica Magni Ptolomei conſideras, aduerte, quod ſi putares in figura. 6. cap. libr. 7. geographię eiuſdem (vt multi credunt) lineam. V. ∗. ſecare circunferentiam. A. D. in puncto. G. ita vt punctus. G. ſit tropici æſtiui, ideſt arcum. D. G. eſſe graduum. 24. cum illis incideres in maximum errorem. Quapropter conſidera quæ nunc tibi ſcribo.

Sit circulus. A. B. C. D. huius centrum. E. ſupponatutq; ſemidiameter. E. D. eſſe partium. 120. quarum. E. Z. in alio ſemidiametro. C. E. ei orthogonaliter coniuncto, talium ſit. 17. in ſemidiametro vero. E. A. accipiatur. E. S. talium. 24. et. E. V. 64. vnde. S. V. erit partium 40. ſimilium.

Erigatur deinde. S. ∗. ad rectos cum. E. A. in puncto. S. quæ terminetur ab interſectione lineę ductæ per puncta. Z. D. in puncto. ∗. ducatur demum. V. ∗. quæ ſecabit circunferentiam. A. D. in puncto. G. Quæratur nunc quantitas ipſius. G. D. Ad quod efficiendum quærenda primum eſt quantitas ipſius. S. ∗. quam illico cognoſcemus ex regula de tribus, cum dixerimus, ſi. 17. dat nobis. 120. quid dabit. 41. (nam duo triangula. Z. E. D. et. Z. S. ∗. ſunt inuicem ſimilia, cum. S. ∗. parallela ſit ipſi. E. D.) vnde. S. ∗. proueniet nobis ex ſimilibus partibus. 289. cum fracto, quod reijciamus ob minorem laborem.

Producantur poſtea. V. ∗. et. E. D. vſque ad eorum concurſum in puncto. ∞. quæremusq; quanta ſit. E. ∞. ex eadem regula, cum dixerimus, ſi. 40. dat nobis. 289. quid



dabit

dabit. 64. (nam duo triangula. V. S. ∗. et. V. E. ∞. ſunt inuicem ſimilia eadem ratione) vnde. E. ∞. veniet nobis ex talibus partibus. 462.

Coniungatur nunc quadratum ipſius. E. V. quod eſt. 4096. cum quadrato ipſius. E. ∞. quod eſt. 213444. & habebimus quadratum ipſius. V. ∞. talium partiũ. 217540.

Dicemus poſtea ſi. 217540. dat nobis. 4096. quid dabit quadratum ipſius. V. ∞. vt ſinus totus quod eſt. 10000000000. vnde veniet pro quadrato ipſius. V. E. talium partium, ſuperficialium ſcilicet. 188272 11. cuius radix erit. 13721. & erit ſinus anguli. V. ∞. E. qui erit grad. 7. min. 53. vnde angulus. ∞. V. E. erit grad. 82. min. 7. eius vero ſinus erit partium. 99054.

Nunc autem quia angulus. E V. ∞. eſt acutus, imaginemur. E. ℞. ductam eſſe ad rectos ipſi. V. ∞. ſitq; etiam ducta ipſa. E. G. Vnde habebimus angulum. ℞. E. V. graduum. 7. min. 53. eius vero ſinus. ℞. V. partium. 13721. (propter ſimilitudinem triangulorum. E. ℞. V. et. ∞. E. V.) talium ſcilicet, qualium. E. V. fuerit. 100000. Sed qualium. E. V. eſt. 64. talium erit. 8. cum tribus quartis, cuius. ℞. V. quadratum erit partium. 76. cum dimidio ſimilium ſed ſuperficialium, quo quidem quadrato dempto ex quadrato ipſius. 64. quod eſt. 4096. remanebit quadratum ipſius. E. ℞. partium. 2871. quo etiam quadrato. E. ℞. dempto ex quadrato. E. G. partium. 14400. remanebit quadratum ipſius. ℞. G. partium. 11529. cuius radix. ℞. G. erit partium. 107. taliũ qualium. E. G. eſt. 120. ſed qualium. E. G. erit. 100000. talium. ℞. G. erit partium. 89166. quæ vt ſinus anguli. ℞. E. G. habebit pro ipſo angulo, gra. 63. min. 5. qui colligati cum gra. 7. min. 53. anguli. V. E. ℞. dabunt totum angulum. A. E. G. grad. 70. min. 58. cuius complementum ex grad. 90. erit. G. D. graduum. 19. min. 2. & non. 24. vt omnes ferè putant.

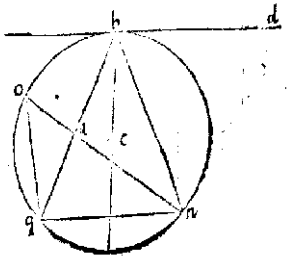
DE REFLEXIONIBVS RADIORVM.

Excellentiſſimo Philoſopho Franciſco Vimercato.

VONIAM non videbatur quieſcere animus tuus, cum paucis ab hinc diebus tibi ſiſcitanti reſpondiſſem, nec tamen rationem omnium, quæ dixeram exactè explicare per temporis angustiam potuiſſem, cogitaui ad te per hanc occaſionem ſcribens, & iam dicta repetere, & omnium tibi rationem ſubiungere, & vt mihi plenius ſatisfaciam, & tibi commodè perlegenti faciliùs ſit veritatem intueri. Scripſiſti enim in tuis diſputationibus, vir doctiſſime, quod omnis res viſa per ſpeculũ quodcũque, ſub breuiſſimis lineis cõprehendatur à viſu.

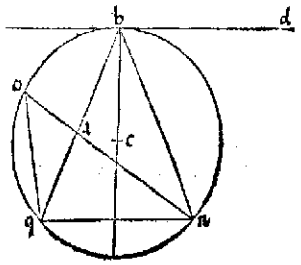
Propoſitio hæc non eſt vniuerſaliter vera (quamuis etiam ab alijs omnibus pro tali poſita ſit) cum in ſpeculis concauis non ſemper verificetur, vt nunc tibi demonſtrabo.

Eſto quod linea recta. b. d. tangat circulum b. o. q. n. qui ſit communis ſectionis ſuperficiei reflexionis, & ſphæricę alicuius ſpeculi ſphærici concaui, & punctum contingentiæ ſit. b. à quo exeant duæ lineæ. b. q. et. b. n. efficientes duos angulos inuicem æquales circa perpendicularem. b. c. res autem viſa primò ſit in ipſa circunferentia huiuſmodi circuli in puncto. n. oculus vero in puncto. q. ipſius circunferentię. Dico nunc duas

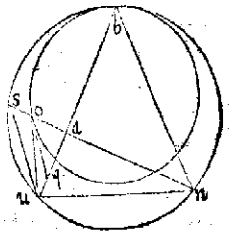


lineas.b.q.et.b.n. ſimul ſumptas longiores eſſe omnibus alijs lineis exeuntibus ab ip ſis punctis.q.n.quæ in aliquo puncto dictæ circunferentiæ ſimul concurrant.

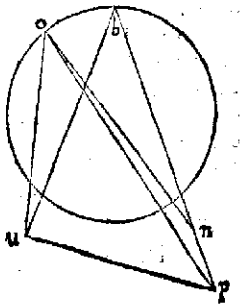
Sint igitur aliæ duæ.q.o.et.n.o.quas probare volo ſimul ſumptas, eſſe minores duabus ſimul ſumptis.q.b.et.n.b. Nam ex.20.tertij Eucli.cognoſcimus angulos.q.b.n. et.q.o.n.inuicem æquales eſſe, & ſimiliter angulos.b.n.o.et.b.q.o.deinde ex.15.primi eiuſdem habemus angulos contra ſe poſitos, circa. a. eſſe etiam inuicem æquales. Vnde ex.4. ſexti, habebimus proportionem. a. b. ad. a. o. eandem eſſe, quæ. a. n. ad. a. q. & ſic. b. n. ad. o. q. Quare ita erit. a.b.n. ad. a. o. q. vt. a. n. ad. a. q. ſed cum. a. n. maior ſit. q. a. ex. 18. primi, eo quod angulus. b. q. n. (qui æqualis eſt angulo. b. n. q. ex. 5. eiuſdem) maior eſt angulo. a. n. q. qui pars eſt ipſius. b. n. q. ergo latera ſimul ſumpta. a. b. n. maiora erunt lateribus. a. o. q. ſed ex. 20. primi. a. b. n. etiã maior erit. a. n. vnde ex. 25. quinti. q. a. b. n. maior erit. n. a. o. q. quare ſequitur verum eſſe propoſitum.



Sed ſi oculus eſſet in. u. quemadmodum in ſubſcripta hic ſecũda figura videre eſt, res autem viſibilis in. n. ambo extra dictum circulum, eſto etiam primum. b. u. æqualis. b. n. probabo ſimiliter. u. b. n. maiores eſſe. u. o. n. Nam angulus. o. maior eſt angulo. b. eo quod ſi circulum. u. b. n. cogitemus circunſcribere triangulum. u. b. n. ducendo vſque ad ſuam circunferentiam. o. n. in puncto. s. deinde ducendo. u. s. habebimus ex. 20. tertij angulum. u. s. n. æqualẽ angulo. u. b. n. ſed cũ angulus. u. o. n. exterior trianguli. u. o. s. exiſtat, ipſe maior erit angulo. s. ex. 16. primi. duco poſtea. o. q. parallelam ad. u. s. quæ ſecabit. a. u. in puncto. q. & habebimus angulum. a. o. q. ęqualem angulo. n. s. u. ex. 29. eiuſdem, hoc eſt angulo. n. b. u. ſed ex ſupradictis rationibus, lineæ. q. b. n. ſimul ſumptæ maiorem efficient longitudinem, quam. q. o. n. Nunc cum ipſi. q. b. addita fuerit. u. q. & vice. q. o. ſumpta fuerit aliqua linea minor ipſa. u. q. o. eo amplius. u. q. b. n. maior erit, quod quidem hoc modo faciendum. Accipiatur. o. u. vt comes. o. n. quæ minor eſt ambabus. o. q. et. q. u. ex. 20. primi, ita enim habebimus propoſitũ. ſed breuiori modo hoc ipſum videbis ex præcedenti, & ex. 21. primi Euclid. Nam ex præcedenti. u. b. n. longior eſt ipſa. u. s. n. ex. 21. autem primi. u. s. n. longior eſt ipſa. u. o. n. ergo verum eſt propoſitum.



Si verò radius incidentiæ nõ fuerit æqualis radio reflexionis, ſit vt in hac ſubſcripta tertia figura videre eſt. u. b. p.

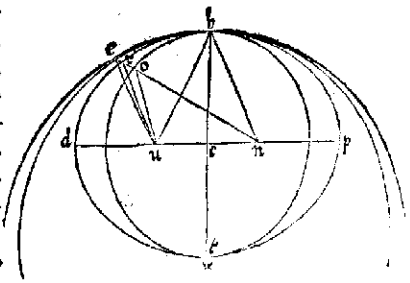


Cum autem probauerim longitudinem. u. b. n. maiorem eſſe longitudine. u. o. n. coniungatur. n. p. cum. u. b. n. deinde. ab. o. ad. p. ducatur. o. p. quæ minor erit longitudine. o. n. p. ex. 20. primi, & illicò manifeſtabitur verum eſſe propoſitum, etiam hoc tertio modo.

Si

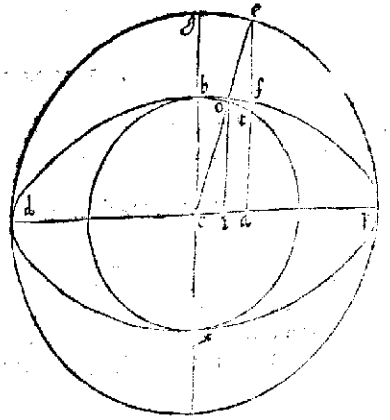
Si autẽ res viſibilis oculusq; ambo fuerint intra circulum, tũc poſſibile eſſet quod lõgitudo. u. b. n. modo maior, modo minor, modo verò æqualis eſſet ipſa. u. o. n. nũc. Quod etiam affirmo de. u. b. p. ſimiliter etiam eueniet ſi vnus terminorum. u. vel. n. fuerit intra circunferentiam, reliquus verò extra ipſam.

Conſideremus nunc hic infraſcriptam. 4. figuram vbi. d. b. p. ſit circunferentia oxygonia ſeu elliptica (quod idem eſt) cuius maior axis ſit. d. p. in quo, duo termini. u. n. ſint centra eius generationis: b. x. verò ſit minor axis. Imaginemur etiam circulum. b. o. x. cuius ſemidiameter ſit. c. b. non maior medietate minoris axis, ne circunferentia huiuſmodi circuli ſecet circunferentiam oxygoniam. Cogitemus etiam circulum. b. e. cuius ſemidiameter, minor non ſit minori axe. b. x. ipſius oxygoniæ, ne ſe inuicem ſecent huiuſmodi circunferentiæ, ſint etiam ambo eorum centra in linea. b. x. minoris axis, & punctum. b. ſit commune vnicuique earum periphæriarum, vnde minor circulus, totus intra, maior autem, totus extra ipſam figurã oxygoniam erit. Nunc ad partem. o. r. e. vbi non communicant inuicem ipſæ circunferentiæ ducantur. n. o. r. e. u. o. u. r. et. u. e. & per. b. et. r. cogitetur tranſire alium circulum, cuius centrum in axe. b. x. ſit. t. omnesq; iſti circuli imaginentur trium diuerſorum ſphæricorum ſpeculorum, vnde pro generatione ipſi⁹ oxygonię, ſeu ex. 52. tertij Pergei, habebis longitudinem. u. r. n. ęqualem eſſe longitudini. u. b. n. & ei, quæ eſt. u. o. n. (vt minor ipſa. u. r. n. ex. 21. primi Euclidis) minor ipſa. u. b. n. & longitudinem. u. e. n. (vt maior ipſa. u. r. n. ex eadem. 21. primi Eucli.) maior ipſa. u. b. n. Sed ſi quis vellet hoc demonſtrare ope circuli, vni⁹ tãtũmodo ſpeculi, multiplicãdo ipſas oxygõnias quẽadmodum de ipſis circulis fecimus, obtineret ſimiliter propoſitum.



Solutio dubitationis.
AD EVNDEM.

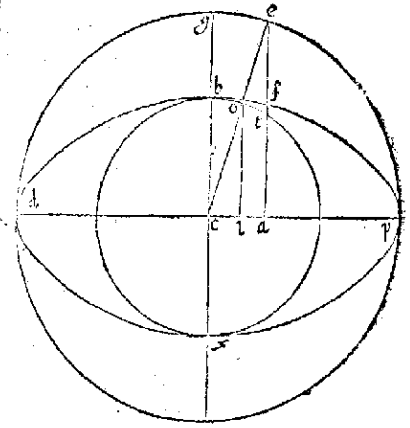
RAtionalis eſt dubitatio tua, vtrum (cũ circulus minor hoc eſt. b. o. habeat ſuum centrum in minori axe inter centrum oxygoniæ, et. b: exiſtente. b. extremo axis minoris, communeq; ambobus circunferentijs circuli ſcilicet & oxigonię) dictus circulus minor, plura puncta communia habeat cum ipſis circunferentijs.



Cui dubitationi reſpõdeo quod quotieſcunque centrum alicuius circuli fuerit idem cum. c. centro oxygoniæ, vel inter. c. et. b. in interuallo ſcilicet minoris axis, exiſtente. b. ſua extremitate communi ambabus cir-

circunferentijs, ipſas circunferentias inuicem contiguas eſſe oportebit in puncto.b. tantummodo.

Eſto primum quod centrum.c.commune exiſtat, vt dictum eſt. ſit etiam centrum vnius circuli, cuius diameter ſit idē cū maiori axe. d. p.& in gyro oxygoniæ accipiatur punctum.f.proximum.b.quantum fieri poterit, tunc protrahatur.f.a.e.parallela ipſi. g. c. vſque ad gyrum maioris circuli in puncto.e.quæ cum. d. p. rectos efficiet angulos.ex.29.primi Eucli.ſecabitq; gyrum circuli.b.o.minoris in puncto.t.quod dico eſſe intra oxygoniam,ſeparatumq; ab.f. Quapropter duco.c. e. quæ ſecabit circunferentiam circuli minoris in pūcto.o.à quo puncto duco etiam.o.i.parallelam ad e.a. Deinde conſidero, quod ex rationibus ab Archimede adductis in quinta propoſitione libri de conoidalibus, & ſphæroidibus, eadem proportio erit ipſi⁹.g.c.ad.b. c. quę ipſius.e.a.ad.f.a. vnde permutando ita erit ipſius.g.c.ad.e.a. vel.b. c. ad f.a.hoc eſt ipſius.e.c.ad.e.a. vt. o.c. ad.f.a.ſed ex ſimilitudine triangulorum,& ex.11.quinti, ita etiā erit ipſius.o.c.ad.o.i.vt.o.c.ad.f. a. Vnde ſequitur.o.i.æqualem eſſe .f. a. ſed ex.14.tertij Eucli.t.a.minor eſt. o.i. Quare minor etiam erit ipſa.f. a. Vnde punctum .t. intra oxygoniam erit, & conſequenter ſeparatum.ab.f.



Sed ſi centrum circuli minoris fuerit inter.c.et.b.hoc eſt eccentricum ipſius oxygoniæ, ipſe tanget concentricum in puncto.b.tantummodò, vt in.3. Euclidis libro probatur. Vnde tanto magis diſtans erit punctum.t.à puncto.f. quod erit propoſitum.

Alterius dubitationis ſolutio.

AD EVNDEM.

VNde autem fiat, quod à ſpeculis planis, obiectorum imagines, ita diſtantes vltra ſuperficiem ipſius ſpeculi videantur, vt obiecta citra ipſam ſuperficiem reperiuntur.

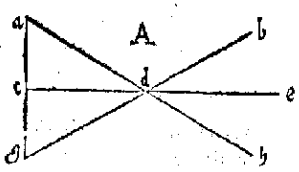
Pro cuius rei ſcientia, tres cognitiones nos primum habere oportet, quarum prima eſt. Vnde fiat, quod obiecti imago in catheto incidentiæ videatur. Secūda.vnde efficiatur, quod angulus reflexionis, ſemper æqualis ſit angulo incidentiæ.

Tertia demum.Vnde naſcatur quod radius incidentiæ ſimul cum radio reflexionis ſit in quodam plano ſecante ſuperficiem ſpeculi ſemper ad rectos, quod quidem planum vocatur ſuperficies reflexionis. Huiuſmodi tres paſſiones,ab omnibus ſpecularijs conſideratæ ſunt, ſed rationes ab illis traditæ,mihi non ſatisfaciunt.

Nam

Nam circa æqualitatem angulorum reflexionis & incidentiæ, iam tibi probaui illud non vniuerſaliter euenire à breuitate aggregati radiorum incidentiæ reflexionisq;. Sed hoc naſcitur potius ab eo, quod cum radius incidentiæ non poſſit ſuperficiem corporis opaci penetrare, reflectit,vt citra ipſam cū angulo æquali ei, quem faceret cum eadem ſuperficie vltra ipſam ſi tranſiuiſſet.

Exempli gratia ſit.a.obiectum.b.autē oculus in figura.A. et.c.e. ſuperficies ipſius ſpeculi.d.verò ſit punctum ipſius ſuperficiei, à quo ad oculum reflectitur imago ipſius.a. Nunc ſi radius.a.d.incidentiæ, recta incederet ſub.c.e.efficeret angulum.e. d. h. æqualem angulo.c. d. a. eius contrapoſito, ſed quia impeditur ipſæ radius ab opacitate ipſius ſpeculi.c.e.ne vlterius incedat,propterea reflectitur ab ipſa ſuperficie ſpeculi,conſtituens cum ipſa angulum.e. d. b. æqualem angulo.e.d.h.ſed quia angulus.c.d.a.eſt etiā



ęqualis ipſi angulo.e.d.h.propterea angulus.e.d.b.ęqualis exiſtit angulo . c. d. a; per accidens igitur ſequitur.a.d.et.d.b. ſimul ſumptas,breuiorem facere longiludinem omni alia, quæ ab ipſa ſuperficie.c.e.ad eadem puncta.a.b.ducta eſſet, quare naturæ intentio eſt efficere angulum.e.d.b.æqualem angulo.e.d.h.vnde ex accidenti poſtea ſequitur, ipſum æqualem eſſe angulo.c.d.a.& deinde qđ lineæ.a.d.et.d.b. conſtituant longitudinem breuiorem. Quare illud quod omnes putabant eſſe primum & per ſe, vltimum eſt,& ex accidenti.

Quare vero ſuperficies, quæ vocatur reflexionis, in qua ſunt duæ lineę, hoc eſt incidentię,reflexionisq;, ſemper ſit perpendicularis ſuperficiei ipſius ſpeculi: Hæc eſt ratio, quia cum quilibet radius incidentiæ, perpendicularis ipſi ſuperficiei ſpeculi, in ſeipſo reflectit, ex ijſdem dictis rationibus,hoc eſt,quia cum tali angulo vult reflecti, cum quali tranſiret, ita etiam putandum eſt,quod radius incidens obliquus, cum in ſeipſum non poſſit redire, quia non eſt perpendicularis ſuperficiei ſpeculi, reflectitur tamen per planum erectum ipſi ſuperficiei ſpeculi, vt in eo,cui magis reſiſtit ſuperficies corporis opaci, quam alicui alij plano ipſius infiniti inclinatorum planorum, ab vtraque parte ipſius plani perpendicularis, quod vnum etiam tantummodo eſt, & in quo, radius maiorem vim obtinet reflectendi, ſeu in eo,in quo radius ipſe cum maiori reſiſtentia repercutitur à ſuperficie corporis opaci.

Poſtremo ſciēdū vnde oriatur, ꝙ rei viſibilis imago,à ſpeculo plano reflexa,ſem per in catheto incidentiæ videatur.

Pro cuius rei ratione cognoſcendum primò eſt, quo modo fit perfecta ſimplexq; viſio, & non reflexa,deinde proſequemur ad reliqua huius tertiæ propoſitionis.

Animaduertendum igitur eſt, quod quotieſcunq; obiectum aliquod viſibile aſpicimus, nos nunquam perfectè illud comprehendere poſſumus, niſi in puncto concurſus, ſeu interſectionis axium viſualium, ſeu radialium (vt ita loquar) quā interſectioné, nos efficimus ope reuolutionis oculorum adinuicē, hoc eſt voluendo vnum verſus alium, ita vt in ſitu ipſius obiecti, ſeinuicem ſecent axes iam dicti, tunc enim vtroque oculo mediante,exacte rem perſpicimus, cęteris. 8. circunſtantijs non obſtantibus.

Vnde ſtantibus oculis in tali ſitu, altero reſpectu alterius, ſi eorum alter rectus; ſeu velatus fuerit, tunc alio tantummodo oculo mediante, videbimus obiectum, in ea diſtantia, exactius, quam in quauis alia propinquiori, & remotiori.

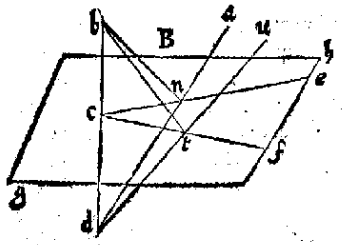
Animal

Animal igitur, ſecundum diſtantiam obiecti, oculum accommodat ad recipiendum quam exactiſſimè ſpeciem ipſius obiecti, & hoc voluendo ambos oculos, vnum verſus alium, ita quod interſectio axium ſit in ſitu ſeu loco dicti obiecti, nam tunc videant ambo vel aliquis eorum ſolus, in tali diſtantia exactè obiectum videbit.

Vnde ſequitur obiectum viſibile, compræhenſibile non eſſe ab vno tantummodo oculo in quolibet ſitu axis ipſius oculi, ſed in eo, vbi alius axis interſecatur à dicto. Quæ quidem interſectio poteſt fieri propinqua, vel remota à viſu, ad certos tamen terminos vſque.

De huiuſmodi axium viſualium interſectione ſcribit Alhazem in. 2. et. 15. propoſitione tertij lib. Vitellio verò in. 32. et. 45. eiuſdem.

Quod igitur dico, verum eſt, ideſt, quod ſi vno tantummodo oculo aſpiciemus obiectum aliquod, ipſum nunquam perfectè proſpicietur, niſi cum oculus ita ſitus fuerit, vt eius axis cum axe alterius in loco obiecti ſe inuicem ſecent, quamuis alter oculus nihil videat, cū aūt duobus oculis in tali ſitu cōſtitutis obiectū videmus, vnum tantummodo nobis cernere videbimur, & ſi extra talem punctum interſectionis ipſum obiectum poſitum fuerit, tunc duo talia obiecta nobis apparebunt, ſed huiuſ modi rei cauſam alias tibi manifeſtabo.



His igitur cognitis, ponamus aliquam ſpeculi ſuperficiem eſſe. g. h. in figura. B. obiectum autem viſibile. b. oculos verò. a. et. u. punctum autem. n. in ſuperficie ſpeculi, à quo imago ipſius. b. reflectit ad. a. & punctum. t. à quo reflectitur ad. u. et. c. e. ſit cōmunis ſectio ſuperficiei reflexionis radiorum. b. n. a. et. c. f. ſit communis ſectio ſuperficiei reflexionis radiorum. b. t. u. quarum vnaquæq; ſuperficies reflexionis, erecta eſt ad ſuperficiem ſpeculi. g. h. vt ſupra diximus. Nunc ex. 19. vndecimi Euel, ſequitur communem ſectionem harum duarum ſuperficierum. (b. c. d. ſcilicet) ad rectos etiam eſſe ſupra ſuperficiem ſpeculi. g. h. cum qua. b. c. quælibet linearum. a. n. vel. u. t. reflexarum (productę cum fuerint) ſeinuicem interſecabunt eo quod duo anguli. d. c. n. et. d. n. c. ſimul collecti minores ſunt duobus rectis, & ita. d. c. t. cum. d. t. c. cum anguli. a. n. e. et. u. t. f. reflexi, ipſis contrapoſiti, æquales ſint angulis. b. n. c. et. b. t. c. incidentiæ, quorum vnuſquiſq; ex. 32. primi, minor eſt recto.

Dico etiam quod in eodem puncto huiuſmodi catheti. b. c. d. in quo interſecabitur à linea. a. n. in eodem ſecabitur à linea. u. t. & quod punctum dicti concurſus, tantum depreſſum erit ſub ſuperficie ſpeculi. g. h. quantum. b. ſupra ipſam reperietur. Nam anguli. b. n. c. et. d. n. c. ſunt inuicem æquales, angulique. b. c. n. et. d. c. n. recti. c. n. verò communis ambobus triangulis. b. c. n. et. d. c. n. vnde ex. 26. primi Eucli. latus. d. c. commune, vt trianguli. d. c. n. æquale erit lateri commun. b. c. vt trianguli. b. c. n. Idem etiam dico de latere. d. c. vt ipſius trianguli. d. c. t. quod æquatur lateri. b. c. vt trianguli. b. c. t. Vnde cum. b. c. vnum, & idem ſit: d. c. igitur etiam erit, & ipſum vnū & idem, quod erit propoſitum.

Nunc autem cum hi duo radij ſeinuicem ſecent in puncto. d. ergo in ipſo puncto. d. videbimur nobis videre imaginē obiecti. b: cū ope duorū iſtorū radiorū. n. a. et. t. u. ita inuicem ſitorū, videamur nobis imaginē proſpicere. Vnde ſi in tali caſu, vnus oculorum clauderetur, nihilominus cum reliquo obiectum vidiſſemus in eodē ipſo loco. d. & non in alio ex ſuperius dictis rationibus.

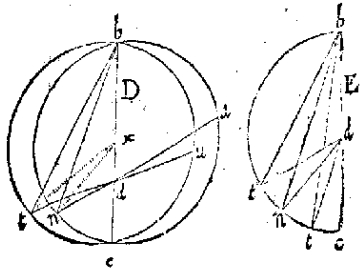
Et ſi ſtantibus ijs terminis voluereмus pupillam oculi. u. verſus aliam. a. ad aſpiciendum punctum. n. in ſuperficie. g. h. ipſius ſpeculi, hoc eſt ſi fecerimus quod axes viſuales ſeinuicem ſecarent in ipſo puncto. n. tunc videremur nobis videre duas imagines ipſius obiecti. b. intra ſpeculum, eo quod obiectum, propter hoc non ceſſaret reflectere ad oculos ab ipſis punctis. n. et. t. quapropter recipiendo radium. t. u. in ſitu axis oculi. u. & radium. n. a. in ſitu axis oculi. a. hi axes ex neceſſitate (vt probauimus) ſeinuicem ſecant in puncto. d. vnde vnam tantummodo imaginem ipſius obiecti nobis apparebit.

Ex his igitur omnibus potes facilè videre omnem imaginem, cuiuſuis obiecti, reflexam à ſpeculo, reperiri in ipſo catheto incidentiæ, cum ipſe ſemper ſit communis ſectio duarum ſuperficierum reflexionis, in quo catheto concurrunt ipſæ axes viſuales.

Ex ijſdem etiam dictis rationibus facile compræhendere poteris, vnde fiat, vt videamus imaginem reflexam à ſpeculis ſphęricis concauis citra ipſorū ſuperficiem, & non vltra. Quod nunquā euenit, niſi quando punctū. d. interſectionis ipſorū radiorū viſualium (quod alio in loco non fit, niſi in catheto incidentiæ hoc eſt in communi ſectione duarum ſuperficierum reflexionis. Dato quod obiectum non ſit in vna eademque ſuperficie, in qua reperti fuerint axes viſuales, hoc eſt dato, q; ambo axes viſuales non ſint in vna eademq; ſuperficie reflexionis) reperitur citra & non vltra ſuperficiem ipſius ſpeculi.

Ad cuius rei euidentiam non prætermittā dicere, quod cum debeant ſemper ſuperficies reflexionum perpendiculares eſſe, vel ad rectos ſecare ſuperficiem ipſius ſpeculi, ipſarum communes ſectiones cum ſuperficie ſpeculi ſphęrici, ſemper erunt circunferentiæ magnorum circulorum illius ſphæræ, cuius portio eſt ſpeculum propoſitum, vt etiam Vitellio affirmat in prima ſexti libri. Vnde vnuſquiſque catheтus incidentiæ tranſibit per centrum ſpeculi, cum ipſe ſit communis ſectio duarum ſuperficierum reflexionis, quare in ipſo catheto erit punctum interſectionis ipſorum axium viſualium ex neceſſitate, vt videbimus, ſi vnam tantummodo imaginē obiecti nobis videremur videre.

Exempli gratia, ſint duæ ſuperficies reflexionis ſpeculi ſphærici concaui. b. n. c. a. et. b. t. c. u. obiectumq; ſit. b. oculi autem ſint. a. u. punctum verò ſuperficiei ſpeculi, à quo obiectum emittit reflexionem ſuę imaginis ad oculum. a. ſit. n. punctum autem à quo eandem reflectit oculo. u. ſit t. communis autem ſectio harum duarum ſuperficierum ſit. b. c. ſed. x. centrū ſit ſpeculi, radius verò incidentię ſuperficiei. b. n. c. erit. b. n. cuius reflexus ſit. n. a. radij autem alterius ſuperficiei erunt b. t. et. t. u. Imaginemur nunc duos ſemi diametros. x. n. et. x. t. quæ angulos. b. n. a. et. b. t. u. per æqualia diuidant ex ſuppoſito.



Nunc ijs ſuppoſitis, ſi vnam tantummodo obiecti imaginem videbimus, clarum

clarum erit ex rationibus ſupradictis nos ipſam videre in cõmuni concurſu ipſorum axium viſualium, qui axes cum reperiantur vnà cum ipſis radijs reflexis.n.a. et. t. u. ex neceſſitate ſeinuicem ſecabũt in catheto.b.c.cum extendantur in ipſis ſuperficiebus reflexionum, quæ ſuperficies nihil aliud commune inuicem habent,quam cathetum dictum.b.c.ſit igitur in puncto.d.

Ex his dictis alia oritur neceſſitas, hoc eſt, quod quotieſcunque vnam tantummodo imaginem obiecti.b.videmus, dato quod duæ ſuperficies reflexionis ſint, & non vna tantum, tunc angulos.n.et.t.ſemper inuicem æquales eſſe oportebit. Vnde arcus.n.c.et.t.c.ex neceſſitate inuicem æquales erunt.

Scimus enim ex. 3. ſexti Euclid. quod eadem proportio erit ipſius. b. n. ad.n. d. quę ipſius. b. x. ad. x. d. & ipſius. b. t. ad. t. d. ſimiliter, quare ipſiusb. n. ad. n. d. erit vt ipſius. b. t. ad. t. d. Vnde ſequitur. b. n. æqualem eſſe ipſi. b. t. et. n. d. ipſi.t.d.vt à medio circulo.E. potes videre, quamuis etiam. b. non eſſet extremum diametri, ſed vbicunque volueris in ipſo diametro,vel etiã protracta, eo quod punctum.n.& punctum.t.in eodem ſemicirculo,vel in æqualibus ſemicirculis,non poſſẽt aliter in ipſa circunferentia locari,eãdem ſeruando proportionem.b.n.ad.n.d.vt. b. t.ad.t.d.propterea quod in omni alio ſitu exiſtente puncto.t.ipſa.b.t.eſſet aut maior aut minor ipſa.b.n.et.t.d.aut minor, aut maior ipſa.t.d.ex.7.& 14.tertij Eucli.vnde aut maior,aut minor proportio eſſet ipſius.b.t.ad.t.d.quam ipſius.b.n.ad.n.d.& non eadem.

Nunc è conuerſo ſi.b.n.et.b.t.ſunt ſibi inuicem æquales, & ſic.n.d.cum.t.d.ſequitur ex.8.primi Eucli.angulos.n.et.t. inuicem æquales eſſe.

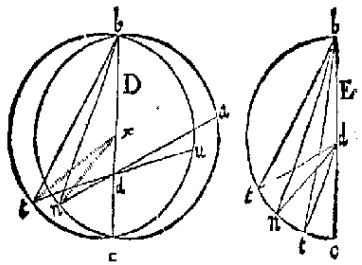
Ab *ijſdem* ſpeculationibus potes etiam videre vnde accidat quod partes ſuperiores alicuius obiecti reflexæ à tali ſpeculo concauo videntur nobis inferiores eſſe, & inferiores appareant ſuperiores, & dextræ ſiniſtræ, & ſiniſtræ dextræ. quod autem hucuſque demonſtrani de ſpeculis planis,& ſphæricis concauis,ratiocinare tu ijſdem medijs circa ſphærica conuexa,vbi clarè videbis puncta huiuſmodi ſpeculi conuexi, à quibus reflectitur imago obiecti ad ambos oculos, ſemper oportere æquidiſtantia eſſe à pũcto communi ipſius ſuperficiei ſpeculi,& catheto incidentiæ, dum unam tantummodo imaginem ipſius obiecti videmus,& à diuerſis ſuperficiebus reflexionum.

Nolo etiam prætermittere, quod nunc mihi ſuccurrit, hoc eſt quod poſſet aliquis duos ſitus inuenire, vnum pro oculo,alterum verò pro obiecto,reſpectu alicuius ſpeculi concaui, ſpheroidis prolatæ, vt reflexio ipſius obiecti videretur, vt linea diuidens per æqualia ipſum ſpeculum. Reſpectu verò alicuius ſpeculi concani ſphæroidis oblongæ, vt reflexio obiecti ad oculum veniret à tota ſuperficie ipſius ſpeculi, vnde tota ſuperficies ipſius ſpeculi videretur colorata illo colore cuius eſſet obiectum, quæ quidem paſſiones pendẽt à.48.tertij lib.ipſius Pergei,vt ex te ipſo facile videre potes, propter æqualitatem angulorum reflexionis, & incidentiæ.

Opinio autem mea, quam ſcire cupis de imagine obiecti reflexa,quam putas eſſe in ſuperficie ſpeculi,hæc eſt, quod nec in ſuperficie,nec ultra, nec citra eam eſt ipſa imago, quod autem vltra non ſit, hoc puto nulli dubium eſſe. eadem etiam ratione non erit citra ſuperficiem ſpeculi concaui, quamuis ipſam nos comprehendamus in concurſu radiorum viſualium,tam ab vno ſpeculo quam ab alio reflexione facta. Sed quòd ipſa neque ſit in ipſa ſpeculi ſuperficie, manifeſtum erit ex hoc, ꝙ duo ſpectantes in eodem ſpeculo,duas diuerſas imagines vident,tres, aũt tres, quatuor, quatuor, & ſic deinceps, vnde tot eſſent imagines ſupra ſuperficiem ſpeculi, quot obiecta, ꝙ tamen ita non eſt, nec plus eſt in vno loco ipſa imago,quam in alio, niſi

niſi in obiecto ipſo, lumen enim ab ipſo obiecto reflexum, ſeipſum diffundit vndique,& radij ipſius luminis reflexi, vt plurimum ſeinuicem ſecant. Vnde in ipſo aere ſunt omnes miſti. Quapropter natura ſagaciſſima pupillam oculi animalibus tam paruam conſtruxit ad ſuperficiem tam amplæ ſphæræ ipſius oculi, vt diſtinctæ viderentur omnia obiecta.

Nolo etiam tibi tacere,quod quotieſcunq; oculorum pupillæ poſitæ fuerint inter cathetum incidentiæ, & ſuperficiem ſpeculi ſphærici concaui,vt puta in lineis.d.t.et.t.n.in figura.D. tunc nullo pacto poſſemus videre vnam imaginem obiecti,ſed duas nec non confuſè, propterea ꝙ nullo pacto radij.t.d. et.n.t.reflexi poterunt ambo vniri cũ ambobus axibus viſualibus, eo quod axes viſuales nunquam poſſunt inuicem interſecari poſt viſum, ſed ſemper ante ipſum,vnde nec inuicem paralleli poſſunt eſſe.

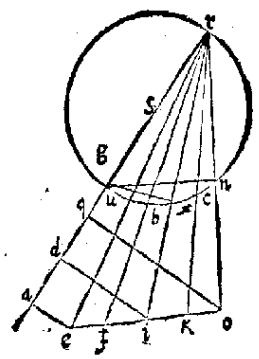


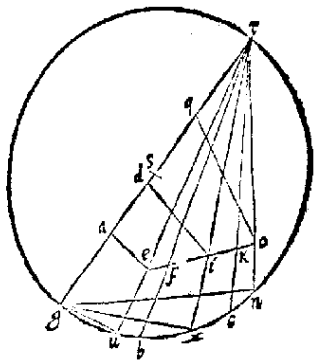
Dico etiam, quod ſi obiectum inciderit in eadem ſuperficie, in qua duo axes viſuales,vel radij reflexi reperiũtur,hoc eſt in vna eademq; ſuperficie reflexionis, tunc locus imaginis non erit in catheto incidentiæ, eo quod interſectio axium viſualium non erit in ipſo catheto ſed extra, in qua interſectione fit viſio vnius tantummodo imaginis,quod antiqui non animaduerterunt. Hoc autem dico de ſpeculo ſphærico concauo.

Speculatio cuiuſdam propoſitionis arithmeticæ.

AD EVNDEM.

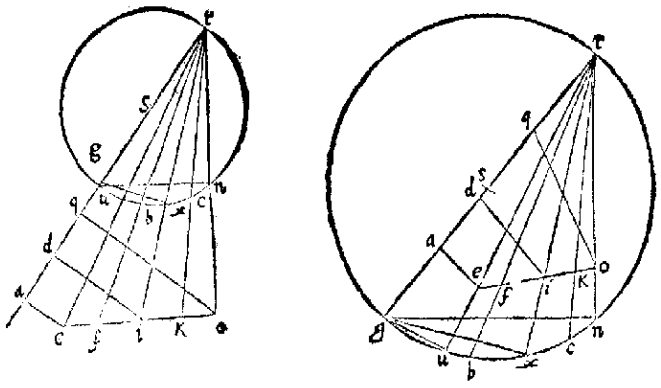
SPeculatio vltimæ propoſitionis quam numerorum via inueni, hæc eſt. Imaginemur triangulum.r.e.o.abſciſum à circulo, in cuius circunferentia ſit punctum r. ſuperioris anguli ipſius trianguli, vel etiam non ſit abſciſum dummodo protrahantur lineæ vſq; ad circunferentiam,à quo ad oppoſitum latus deſcẽdant duæ.r.K.et.r.f.ita ꝙ.K. o. æqualis ſit.f.e.vnde hæc.4.lineæ ſecabuntur à circulo dicto in punctis.n.c.b.u. Dico nunc ꝙ producta.o.r.n.et.e.r.u.æqualia erunt productis. K. r. c. et.f.r.b.





quapropter cogitemus.r.a.indeterminatam tranſire per centrum.s. ipſius circuli, ſimiliter etiam.r.i.ad punctum medium lateris.e.o.deinde à tribus punctis,e.i.o. imaginemur tres perpendiculares ad.r.a.hoc eſt.e.a.i.d.et.o. q. & vbi circulus ſecat. r. a. ſit punctum.g.protractis deinde.g.n.g.x:et.g.u.habebimus triangulum. a. c. r. ſimilem triangulo.g.u.r.vnde clarum erit productum.g.r.a.æquale eſſe producto. e. r. u. productumq;.g.r.q.æquale eſſe producto.o.r.n.nam trianguli.g.r.n.et.o.r.q.ſunt inuicem ſimiles,ſed productum.g.r.a.ſimul cum producto.g.r.q. duplum eſt producto. g.r.d.ex prima ſexti, eo quod.a.r.q.dupla eſt.d.r.& ideo productum.e.r.u. ſimul cũ producto.o.r.n.duplum erit producto.i.r.x.quod quidem æquale eſt producto. g. r. d.ex ſimilibus rationibus iam ſupradictis. Nunc ex ſimilibus rationibus producta.f. r.b.et.K.r.c.dupla erunt producto.i.r.x.quare prima producta æqualia erunt ſecundis. Quod eſt propoſitum.

Ab huiuſmodi demonſtratione facilè videre poteris non eſſe generaliter verum, id quod Nicolaus Tartalea inquit.43.quæſito vltimæ partis ſuorum tractatuum,hoc eſt centrum circuli.r.n.g.ſemper eſſe in perpendiculari,quæ à puncto.r.ad lineam. e. o.tranſit,protracta ipſa.e.o.quantum volueris,imò in quacunque alia linea ipſum eſſe poteſt, nec non in aliqua parallela ipſi.e.o.quemadmodum ex te ipſo, mediantibus, hic ſupradictis rationibus videre poteris,vnde ex neceſſitate ſequitur illud problema ſemper ferè falſum eſſe.



Alia ſpeculatio circa breuitatem radiorum incidentium & reflexorum.

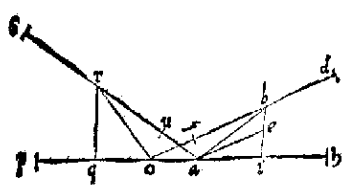
AD EVNDEM.

ALius modus quem exercitationis gratia vltimò cogitaui, ad demonſtrandum breuitatem radiorum incidentium, & reflexorum in ſpeculo plano, nunc ad te ſcribo, quamuis prolixior aliquantulum ſit eo, quod ab antiquis traditus eſt.

Imaginemur itaque lineã.p.h.pro cõmuni ſectione ſuperficiei reflexionis cũ ſpeculo.r.a.verò et.a.b.pro radijs dictis,qui ſemper faciũt angulos.b.a.h.et.r.a.p.inuicẽ

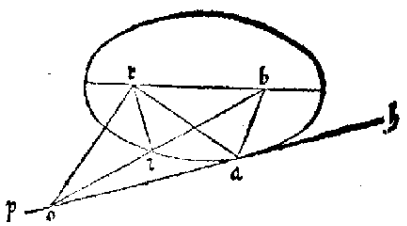
æqua-

æquales. Nunc protrahantur duæ.r.o.et.b.o.ab iiſdem punctis.b.r.ad aliud punctum, quod volueris ipſius lineæ.p.h.quas probabo longiores (ſimul ſumptas) eſſe prioribus. Imaginemur igitur duas perpendiculares, ſeu cathetos.b.i.et.q.r.à punctis.b. r.ad.p.h.abſciſſaq; ſit linea.o.b.in puncto.x. ita quod. b.x.æqualis ſit ipſi b.a. quod nulli dubium erit poſſe effici,cum.o.b.lógior ſit.b.a.eo quod opponatur angulo obtuſo ipſius trianguli.b.a.o.quę.o.b. ſimiliter protrahatur vſque ad.d. ita quod. b. d. æqualis ſit.x.b.deinde protrahatur.o.i.quouſque.i.h.æqualis ſit.a.i. In alia parte poſtea idem faciendum eſt ſecando.a.r.in puncto.u.ita quod.u.r.æqualis ſit.r.o.efficiendo.r.s.æqualem.r.u.et.q.p.æquale.q.o.vnde habebimus productũ.o.d.in.o.x. æquale producto.o.h.in.o.a.& productum.a.s.in.a.u.æquale producto.a.p.in.a. o. ex iſtis rationibus. Nam cum quadratum ipſius.o. b.æquale ſit duobus quadratis.o.i.et. i. b.ex penultima primi Euclí.ipſa quadrata.o.i.et.i.b.æqualia erunt producto.o. d.in o.x.ſimul ſumpto cum quadrato.b.x.ex.6. ſecundi,hoc eſt ipſi producto ſimul ſumpto cum quadrato.b.a.hoc eſt ipſi producto ſimul ſumpto cum duobus quadratis.a. i.et.i.b.ſed quia productum.o.h.in.o.a.ſimul ſumpto cum quadrato.a.i.ęquatur quadrato.o i.ideo productum.o.h.in.o.a.ſimul ſumptum cum quadrato.a.i.& cum quadrato.i.b.æquale erit producto.o.d.in.o. x. ſimul ſumpto cũ duobus quadratis dictis hoc eſt ipſius.a.i.et.i.b.quę quadrata dempta cum fuerint ab vtraque parte,tunc certi erimus producta eſſe inuicem æqualia. Idem dico de alijs ex altera parte. Nunc imaginemur protractam eſſe.a.e.parallelam ipſi. o. b. & habebimus proportionem ipſius.a.b.ad.a.i.maiorem eſſe ea quæ eſt ipſius.a.e.ad eandem.a.i. cum. a. b. maior ſit ipſa.a.e.vt oppoſita angulo obtuſo, quapropter proportio.x.b.ad. a. i. maior erit ea quæ eſt.o.b.ad.o.i. Iam enim ſcis proportionem.o.b.ad.o.i.eſſe,vt.a.e.ad.a.i. ex ſimilitudine triangulorum. quare proportio.b.d.ad.i.h.maior erit proportione.o.b. ad.o.i.tũc ex.17.quinti ꝓmutãdo ꝓportio. b.d.ad.b.o.maior erit proportione.i.h. ad.i.o.& ex.26.eiuſdẽ cõponẽdo maior ꝓportio erit.o.d.ad.o.b.ea quę eſt.o.h.ad.o i. & permutãdo maior ipſius.o.d.ad.o.h.ea quæ.o.b.ad.o. i.& ex.33.maior ipſius.b. d.ad.i.h.ea quæ. o.d.ad.o.h. Sed vt.b.a.ad.a.i.ita eſt.a.r.ad.a.q.ex ſimilitudine triãgulorum. Erit igitur.a.r.ad.a.q.maior proportio,ea quæ eſt.o.b.ad.o.i. & ex iiſdem ſupradictis rationibus maior erit proportio ipſius.s.a.ad.p.a.ea quæ eſt. a. r. ad. a. q. ſed cum iam probatum fuit proportionem.b.d.ad.i.h.hoc eſt.a.b.ad.a.i. maiorem eſſe. o.d.ad. o. h. ergo eo magis maior erit proportio ipſius.a. s.ad a.p.ea quæ.o.d.ad.o.h.ſed cum ex.15 ſexti,eadem ſit proportio.o.d. ad.o.a. quæ.o.h.ad.o.x.et.s.a.ad.o.a. quę a.p. ad. a. u. tunc erit permutãdo eadem proportio ipſius.o.d. ad.o.h.quæ.o.a. ad.o.x.& ipſius.a.o. ad. a. u. quemadmodum ipſius.a.s.ad.a.p. Quare maior proportio erit ipſius.a.o.ad.a.u.quam. a. o. ad.o.x. Vnde ſequitur.o.x.maiorem eſſe.a.u.ex.8.quinti, ergo.b.x.o.r. longior erit ipſa.b.a.u.r. Quod eſt propoſitum.



Alia

Alia etiam via possumus idem concludere. Imaginemur maiorem axem alicuius ellipsis transire per duo puncta.r.et.b.supponendo ipsa puncta, ea esse, quæ ita axem diuidunt, vt singula producta sectionum sint, vt inquit Pergeus.imaginemur,etiam.p.h.contiguam esse ipsi ellipsi in pũcto. a. vnde si protractæ fuerint duæ.r.a. et.b.a.habebimus ex.48. tertij ipsius Pergei angulos.b.a.h. et. r. a. p. inuicem æquales. Ducendo postea ad quoduis punctum ipsius p.h.duas.b.o.et.r.o. certi erimus, quod secabuntur à gyro oxygonio, quarum vna secta sit in puncto.i.ducta postea.i.r.clarum erit ex.52.dicti, quod longitudo.b.i.r.æqualis erit longitudini.b.a.r.& minor ipsa.b.o.r.ex.21.primi Euclid.



De errore Euclidis circa speculum vstorium.

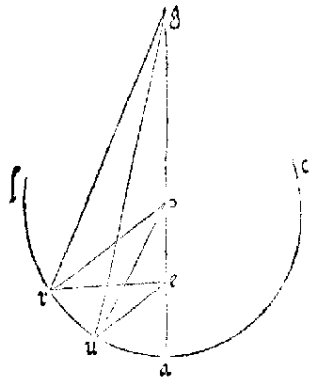
AD EVNDEM.

VErum speculum vstorium, illud non est, quod ab Euclide traditum fuit,& q tu etiam putas, Nam Euclides errat, cum credat radios reflexos à superficie sphærica concaua seinuicem in centro speculi intersecare. Nam cum omnes lineę recte à centro, & circunferentia alicuius sphæræ terminatæ, sint eidem circunferentiæ perpendiculares, sequeretur ex necessitate radios incidentiæ etiam perpendiculares eidem superficiei esse, cum anguli incidentiæ semper æquales sint angulis reflexionis, vnde etiam ex necessitate sequeretur punctum corporis lucidi, à quo radij luminosi exeunt, in centro speculi reperiri. quod quidem falsissimum est.

Alia etiam via possum hanc ostendere impossibilitatem, & tibi probabo, quod in nullo aliquo puncto possunt inuicem conuenire ipsi radij reflexi omnes.

Sit igitur.l.a.c.cõis sectio superficiei reflexionis cum speculo,cuius centrum sit.o. punctum verò lucidum sit.g.protrahaturq;.g. o. a.Nunc autem primum dico, quod radij reflexi à punctis diuersarum distantiarũ ab.a.non coincidẽt inuicem in aliquo puncto lineę.g.o a:sint ergo duo puncta.u.et.r.diuersarum distantiarũ ab.a. à quibus veniant duo radij incidentiæ.g.r.et.g.u.radius verò reflexus ab.r. sit.r.e.protrahatur u.e.quam dico esse non posse radium reflexum ab. u. quotiescunque eius incidens descendat ab.g. Protrahantur ergo duæ lineæ.o.r.et.o.u. vnde cum dixerit aliquis u.e.reflexũ esse ipsius. g.u.igitur anguli.g.u.o.et.o.u.e. erunt inuicem æquales,& sic etiam erunt duo.g.r.o.et.o.r.e.vnde ex tertia sexti &.11.quinti Eucli.proportio.g. u.ad.u.e.æqualis esset ei, quæ.g.r.ad.r.e.quod quidem impossibile esse demonstrabo, eo quod cum.g.u.maior sit.g.r.ex.8.tertij,erit ex.8.quinti proportio ipsius.g.u. ad.r.e.maior proportione ipsius.g.r.ad.r.e.sed ex.7.tertij.u.e.minor est.r.e. erit igitur ex dicta.8.quinti maior proportio ipsi².g.u.ad.u.e.quam.g.u.ad.r.e. vnde eo magis

gis erit maior proportio ipsius.g.u.ad.u. e. quam ipsius. g. r. ad.r.e. ergo non æqualis, quapropter impossibile est.u.e. esse radium reflexum incidentis radij.g.u. Vnde sequitur concursum radiorum reflexorum à speculo sphærico concauo non esse in vno, & eodem puncto ipsius catheti incidentiæ, quando à situ non æquidistanti ab ipso catheto reflectũtur, ex hac speculatione eriã videre licet,verum esse id quod in.3.Epistola tibi scripsi nempe, quod quotiescunque axes visuales, vel radij reflexi,in vna eademq; superficie reflexionis fuerint, tunc imago obiecti nullo modo videbitur in catheto incidentiæ,in speculo sphærico concauo.



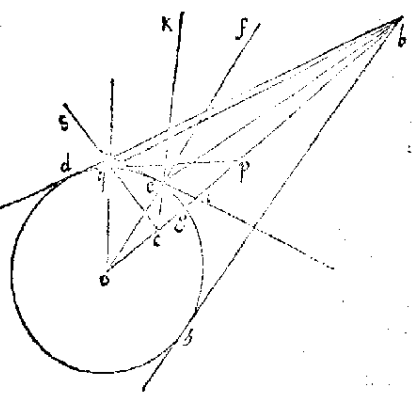
Alterius dubitationis solutio.

AD EVNDEM.

NOn absque ratione dubitas,vtrum etiam in sphæricis speculis conuexis idem accidat,hoc est,an radij reflexi à punctis inęqualis distantiæ à catheto incidentiæ conueniant inuicem in eodem cathetõ.

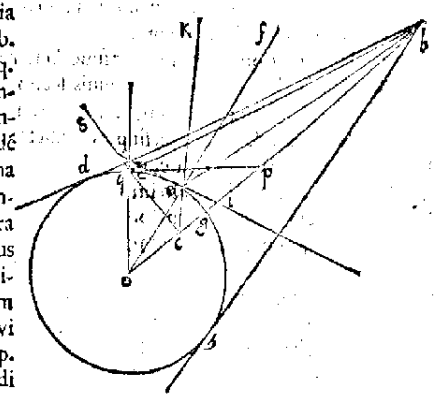
Ad quod respondeo, non concurrere in dicto catheto, sed extra ipsum, & similiter extra ipsum videbitur imago.

Pro cuius rei ratione,imaginemur superficiem reflexionis alicuius speculi sphærici conuexi. b. d. h. g. cuius communis sectio cum superficie sphærica sit linea circularis.d.e.h.et.o. eius cẽtrum,à quo protrahatur g.b.indeterminata,et.o.g.sit semidiameter circuli.d.g.h.et.o.c. sit plus medietate ipsius.o.g. accipiaturq; linea.e.c. minor ipsa.o.c. sed maior ipsa.c. g. quod difficile non erit, locando immobilem pedem circini in puncto. c. aperiendo ipsum aliquantulum plus quam. c. g. sed minus quam. c. o.signando circunferentiam. d.e.h. in puncto.e.quod ex. 7.tertij possibile est, protrahatur postea.o. e. f. indeterminatè. Faciemus deinde angulum.f.e.b.æqualem angulo. o. e.c.protracta postea cum fuerit. c. e.K. indeterminatè,habebimꝰ duos angulos.b.c.f.et.f.e. K. æquales inuicem mediante. 15.primi,ita qđ si radius incidens veniet à puncto. b. ad.e.reflexus erit.e. K. qui quidem reflexus



reflexus secabit cathetum.b.o.in puncto.c.intra speculum, nec dubitandum est quin linea.c.b.sectura sit.b.o.eo quod cum angulus.o.c.c.sit maior angulo.c. o. c. ex. 19. primi & similiter angulus.b.c.f.sequitur ex.13.dicti,angulos.b.c.o.et.c.o.b. esse minores duobus rectis, vnde ex penultima petitione primi,duæ lineæ. b.c.et.o.b.inuicé concurrent. Quare possumus ex hoc , quoddam corollarium extrahere , hoc est necessariũ scꝫ per existat,vt linea.c.c.minor esse linea.c.o. Sed vnde eueniat quod ipsa necessariò debeat semper maior esse ipsa.c.g.clarum est ex.7.tertij Eucli. Nunc imaginemur dictas esse duas tãgentes.b.d.et.b.h.& ab.c.ipsâ.c.i. vnde certi erimus, quod ab interuallo inter.h.et.d.punctum.b. possibile sit vt reflectatur. Accipiamus nunc.p.c.minorem medietate ipsius.b.c.& à puncto.p.imaginemur tangentem.p. q. in puncto.q.prorractaq́ue sit. b. q.vt radius incidentiæ, tunc dico, radium reflexum ipsius.b.q.nõ concurrere in eodem punct.o.c.ipsius catheti, si vero dixeris q̃ sic. Esto igit radius dictus.c.q.s.Imaginemur tãgenté.c.ibi in puncto.c.vnde ex.18.quinti Alhazem, vel.12.sexti Vitellionis proportio.b.i.ad.i.c.erit,vt.b.o ad.o.c.& similiter erit ipsius.b.p.ad.p.c.vt.b.o.ad.o.c. ex eadem. Quare ex.11.quinti Eucli.proportio ipsius. b. p. ad. p. c.erit vt ipsius.b.i.ad.i.c.sed quia.p.b.vt pars ipsius.b. i. minor est ipsa,ergo ex.14.dicti.p.c.minor erit ipsa. c. i. hoc est totum minus sua parte, quod est impossibile, quare non in ipso catheto videbitur imago ipsius obiecti.

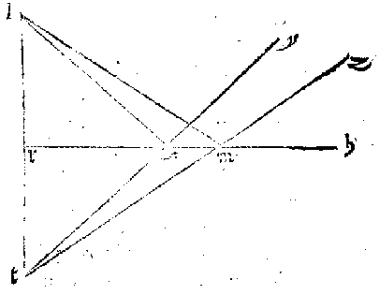
Aliud notandum etiam cernere potes ex ipsis speculis sphæricis conuexis,hoc est quod possibile sit aliquoties ,radium reflexum concurrere cum catheto incidentiæ extra speculum inter puncta. g. et. p. vt exempli gratia. si punctus. p. esset exactè in medio inter.b.et g.tunc punctum.c.ipsius concursus cum catheto incidentiæ esset inter.g.et.p.eo quod cũ linea.p.q.debeat citiũ tere angulũ.b.q.c.pequalia,oportebit c.positum esse inter.g.et.p.quia angulus.g.q.p.maior est angulo.p.q.b.vt per te facile potes ratiotinari,imaginando circulum circa triãgulum.g.q.b. & diametrum perpendicularem.m. ad. g. b. in puncto.p. prõducendo postea.q. p. vsq; ad alterã partẽ circunferentiæ ipsius circuli. argumẽtãdo deinde mediante vltima sexti,illud idẽ potes etiam scire ex.22.quinti Alhazeni. & ex.26.sexti Vitellionis. vnde si ad ambos pupillas venerint radij reflexi ipsius obiecti.b.à duobus punctis huiusmodi speculi, ita distantibus à puncto.g.vt.q.tunc commune punctum concursus axium visualium erit in catheto inter. g. p. vbi apparebit imago ex superius dictis rationibus, ita vt nõ solum cautis, sed etiam conuexis hoc accidere possit.



In planis autem nunquã hoc potest euenire,vt tibi alias dixi, eo quod si accéperimus rectã.m.r.pro cõi sectione superficiei.l.t.x.reflexionis & superficiei speculi,pũctũq; lucidum.l,protractoq; catheto.l.r.t.lineisq; incidentiæ.l.x.et.l.m. reflexionis etiam x.y.et.m.z.cum anguli.l.x.r.et.y.x.h.et.r.x.t.æquales inuicem sint,& sic anguli.l. m. r.et.z.m.h.et.r.m.t.erit.r.t.tam pro triangulo.r.x.t.quam pro triangulo.r.m.t. æqualis.r.l.ex.26.primi, ita quod semper in puncto.t. conueniét omnes radij reflexi ipsius puncti

puncti.l.clarum igitur nunc habes , quod in sphærico concauo , seu conuexo,non omnes radij reflexi conueniunt in vno, eodemq; puncto catheti incidentiæ, quemadmodum in planis accidit, in quibus semper vnum, & idem punctum est ipsis commune in ipso incidentiæ catheto.

Non prætermittam etiam hunc alium breuiorem modum speculandi æqualitatẽ depressionis imaginis sub speculo plano, ei quæ supra reperitur ipsius obiecti,in catheto incidentiæ, quemadmodum nunc vltimò diximus,hoc est quod cum imago obiecti. l. reflexa à puncto. x.reperiatur in linea.y.x.t. & imago eiusdem obiecti reflexa à puncto.m.reperiatur in linea.z.m.t. & istæ duæ lineę seinuicem secent in puncto.t. ipsius catheti, existente. r.t.æquali.r.l.vt nunc vidimus, ergo semper imago reflexa à speculo plano, nobis apparebit ĩ ipso catheto,tam vltra speculum,quam citra ipsum,reptũ fuerit ipsũ obiectũ quod nec Alhazem , nec Vitellio , nec alius aliquis (quod sciam) adhuc scientificè demonstrauit. exempla enim vel ex perientia non faciunt scire. Credo etiam te non dubitare quin duæ lineæ. y. x. et. z. m. inuicem concurrant,cum anguli. t.x. m. et. t. m. x. minores sint duobus rectis cum æquales sint angulis.l.x.m.et.l.m.x.

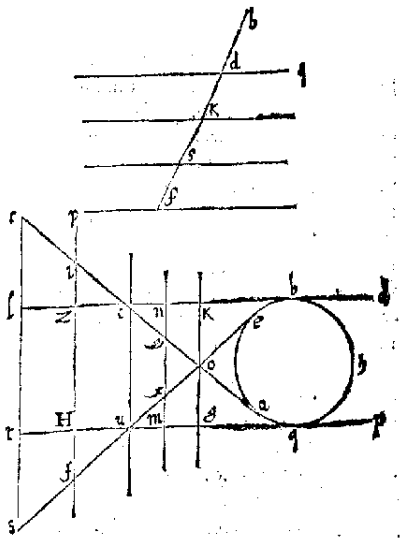


De rotunditate vmbræ terræ in ecclipsibus Lunaribus.

AD EVNDEM.

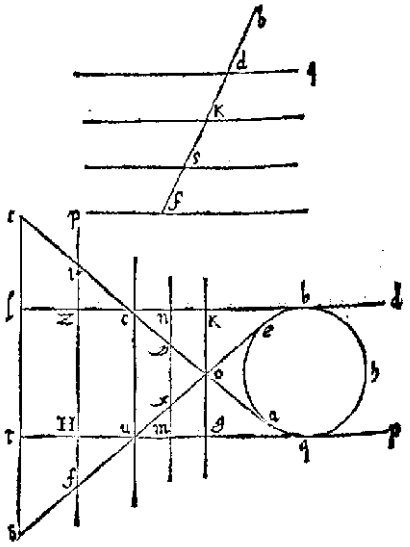
ROtunditas vmbræ in ecclipsibus lunaribus oritur tã à rotunditate maris, quã terræ,& si terra esset etiã cuiusuis alterius figurę, quã sphæricę,dummodo aqua impleret locũ sphęricitatis à terra derelictũ, nihilominus vmbra esset rotunda, quę quidem ab aqua produceretur, quãuis Alexander Piccolhomineus aliter sentiat in libro de magnitudine terrę,& aquæ.

Sciẽdũ enim est, quod omne corpus in se habens aliquantulũ opacitatis,semper debilitat radiũ luminosum,& tãto magis,quãto magis in ipso corpore radius penetrat, etiã & si ad rectos incideret ipse radius supra superficiẽ ipsi⁹ corporis. Exẽpli gratia,esto.q.p.corpus aqueũ,cuius profunditas diuidatur in partibus.d. K: K.s: et. s. f. à puncto verò lucido. b.



descendat radius.b.d.K.s.f. ad libitũ hoc est rectè vel obliquè, cuius pars.b.d.in ipso aere existat. Nunc manifestum erit partem.b.d.ipsius radij clariorem seu minus impeditã esse quam.d.K.quod ex eo etiam cognoscere possumus quia.b.d.reflectitur à puncto.d.superficiei corporis aquei, quapropter minus luminosa remanebit pars. d. K.cum non tota claritas.b.d.descendat in corpore aqueo, sed vna eius pars reflectatur,reliqua verò tantummodò descendat, deinde pars. K. s. ex necessitate debilior erit ipsa.d.K.eo quod succedit post ipsam. d. K. propter hoc etiam,quia cum corpus aqueum habeat aliquantulum opacitatis, radius.d.K.ab omni puncto ipsius spissitudinis aquæ continuo reflectitur, quę quidem reflexio est illud lumen cęruleum,quod in profunditate ipsius aquę nobis apparet. Cum igitur reflexio ipsa semper detrahat ab ipso radio luminoso, residuum verò sit id quod penetrat, ideo . K. s. erit vna pars tantummodò luminis ipsius.d.K: in.s.f.verò aliqua pars luminis ipsius.K.s.& sic continuò debilitatur radius, ita quod ad nihilum vsque deuenit, & vltra tale corpus remanebit vmbra, quasi si ipsum corpus esset perfectè opacum, cuius rei causa, est illa continua reflexio, vt diximus, quæ continuò adimit aliquid ex ipso radio, nec permittit eum totum transire.

Quapropter mirandum non est eos, qui margaritas quærunt in fundo maris nullum ibi videre lumen. Nihilominus vmbra maris, quam dico nos posse videre in superficie corporis lunaris,ab alia etiam ratione prouenire posset.Imaginemur enim aggregatum terrę, marisq; esse tantummodò aqueum, quod quidem esset perfectè sphæricum ratione centri grauitatis,supponamusq; ipsũ esse valde diaphanum, ita quòd radij solares ipsum penetrassent. Tunc dico quod in superficie corporis lunaris produceret vmbram. Pro cuius intelligentia cogitemus subscriptam hic figuram b.h.q.a.e.esse sphęram aliquam crystallinam,& ad partem.b.h.q. sit radius luminosus solaris qui ipsam illuminet,cuius radij extremitates sint.d.b.l.et.p.q.r.supponendo.d.l.et.p.r.terminos esse vnius plani secantis ipsum radium per axem, tunc videbis ipsum radium.b.p.q. d. transcũtem ipsam sphæram,congregari seu condẽsari, ob vniformem refractionem, vsque ad punctum.o. deinde; propter rectitudinem ipsius diffusionis, vltra punctum. o. ipsum dilatari,disgregari,seu rarefieri,quousq; nullius illuminationis actum habeat. vt exempli gratia.o.t.et.o.s.eius partes, ita quod interualla.c.o.b. et. u. o.q.relinquerentur priuata luminibus, vnde vmbrosa remanerent.distantiaq; ab.o. ad superficiem sphęricam corporis.b.e.d.q. non solum nõ maior est diametro ipsius sphæræ; imo minor, vt à te ipso experiri potes. Posito igitur aliquo obiecto opaco in loco.K.o.g.eius superficies intercepta inter.K.et.g. adumbrata erit,excepto puncto.o. Posito deinde ipso obiecto in loco.n.y.x. m. eius partes.y.n. et. x. m. remanebunt lumine



mine destitutæ interuallumq; tantummodò inter. y. x. illuminatum erit, sed si in loco. c.u. positum fuerit,tunc totum.c.u. illuminatum erit,sed debili modo propter detractionem factam à reflexione in superficie corporis sphærici, vt supra diximus.

Posito deinde obiecto in loco.i.z.H.f.tunc partes.z.i. et. H. f. rectos Solis radios habebunt cum aliquibus refractis, sed. z. H. pauciſſimum habebit lumen, propter disgregationem radiorum. Posito postea ipso obiecto in loco. t.l.r.s. tanto minus lumen habebit pars.l. r. propter dictam disgregationẽ, seu dissipationẽ radiorum, & sic succeſſiuè quanto remotius positum fuerit ipsum obiectum, tanto minus illuminabitur. vnde ita remotum poterit locari, ut nullus actus luminis in eo videatur, de radijs scilicet, qui per sphæram chrystallinam transibunt,sed videbitur vmbra ipsius sphęrę in obiecto proposito, cum nullum actum illuminationis in eo loco obiecti habeant radij transeuntes per dictam sphęram. quapropter partes. t. l.et. r. s. illuminatæ erunt à Sole,et.l.r. omnino lumine destituta.

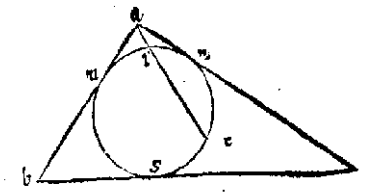
Quòd verò tolerabilior sit oculis radius reflexus Solis à superficie aquæ, quàm à superficie alicuius speculi, oritur ab eo, quod supra diximus, hoc est, quod magna pars ipsius luminis penetrat in aquam, & non totum reflectit, quod quidem non accidit speculis opacis.

DE LONGITVDINE DVORVM LATERVM cuiuſuis trianguli ſupra tertium.

Hieronymo Fenarolo.

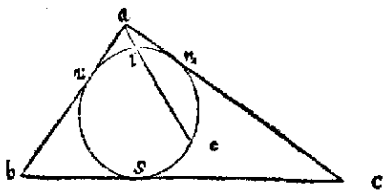
VOD quælibet duo latera continentia rectum angulum cuiuſuis trianguli orthogonij, longiora ſint tertio latere, per diametrum circuli in eo inſcripti, ab alijs iam demonſtratum fuit. Sed quòd quælibet duo latera cuiuſuis trianguli longiora ſint tertio per latus tetragonicum, quadrupli producti cuiuſuis lineæ deſcendentis ab angulo contento à dictis duobus lateribus ad oppoſitam partem circuli inſcripti, in partem extrinſecam ipſius lineæ, nullus (quod ſciam) vnquam ſcripſit, vel animaduertit.

Sit exempli gratia triangulus.a. b. c. quem volueris, in quo deſcribatur circulus. u.s.n.& puncta contingentiæ ſint eadem. u. s. n. à puncto vero.a. deſcendat linea. a. i. e. quæ terminetur à circunferentia in puncto.e.ipſius circunferentiæ, vbi volueris. Dico nunc latera.a.b. et.a.c.longiora eſſe latere.b.c.per latus tetragonicũ quadrupli producti ipſius.a.e.in.a.i. Nam certi ſumus ex vltima parte penultimæ tertij Eucli.n.c.et.s.c.æquales inuicem eſſe, & ſimiliter.b.s.et.b. u. vnde ex communi conceptu dicta latera maiora erunt ipſo.b.c. per. a. u. et. a. n. quæ duæ partes ſunt inuicem æquales dicta ratione, & quadratum lineæ æqualis aggregato earum,eſſet quadruplum quadrato cuiuſuis earum ex.4.ſecundi, ſed ex penultima tertij,productum.a.e.in.a.i.æquale eſt quadrato ipſius.a.u.vel ipſius.a.n.



Verum eſt igitur quod. a.b.cum.a.c. longiores ſint ipſa. b. c. per latus tetragonicum quadrupli eius quod fit.ex.a.e.in.a.i.quod fuit propoſitum.

Illud etiam non eſt ſpernendum,quod quotieſcunque data fuerint omnia latera alicuius trianguli, illicò poſſumus cognoſcere puncta.u.n. s. contingentiæ circuli inſcripti, ope vltimæ partis penultimæ tertij, eo quod ex illa iam ſcimus, quod detrahendo.b.c.ex aggregato aliorum duorum laterum, remanebit.u.a. et. a. n. quarum vnaquęque nota erit, cum illarum quæliber, medietas ſit reſidui cogniti, detrahendo poſtea vnam illarũ ab altero duorum laterum.a. b. vel. a.c.remanebit.u.b.vel.c.n.ęqualis.b.s.vel.c.s. vnde ſimiliter nobis innoteſcet punctum.s. cum duobus punctis. u. et . n . à quibus duobus punctis, ſi duę perpendiculares ad talia latera ductæ fuerint, vbi hæe perpendiculares ſeinuicem ſecabunt, ibi centrũ circuli inſcriptibilis erit in triangulo propoſito.



Inter alia, quæ tibi dixi de Iride, quod memoria non tenes, nihil aliud eſt niſi quod cum Iris videtur, non eodem loco ab omnibus videtur, quia reflexio eſt, & vt reflexio luminis à ſpeculo non omnibus ab eodem puncto fit, ita etiam tibi dixi de Iride.

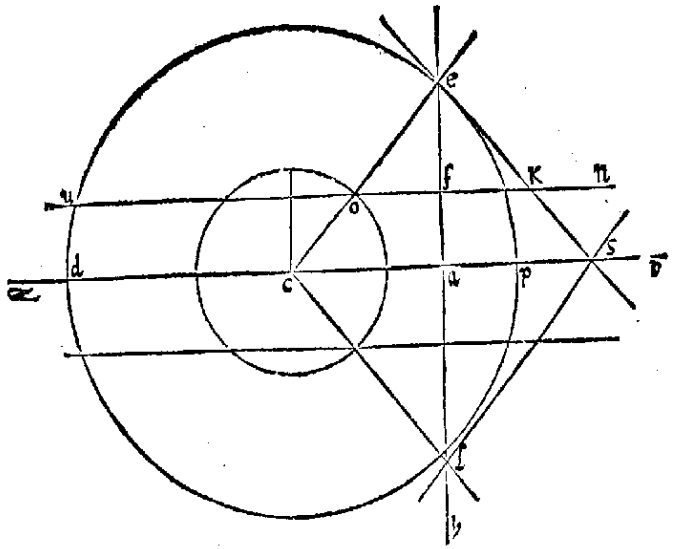
De Inſtrumento oxygonio, ſeu elliptico.

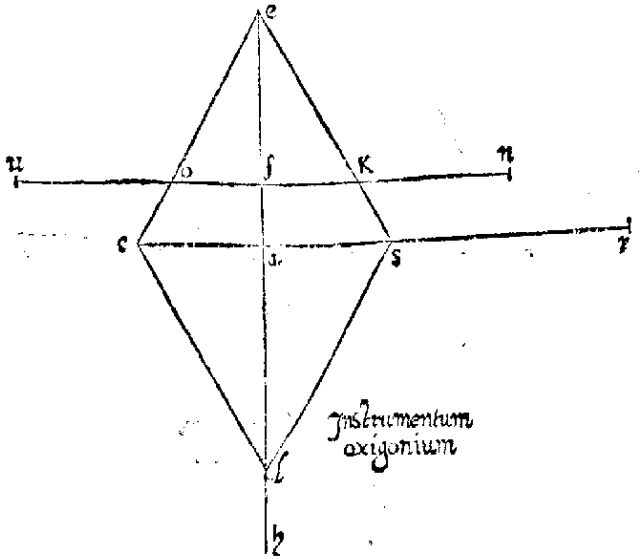
AD EVNDEM.

QVod aliquando à me audiuiſti falſum non eſt, ſcilicet poſſibile eſſe (vt ſpeculatus ſum) particulare inſtrumentum fabricari ad deſignandum oxygoniam, ſeu ellipticam ſectionem,quæ à Pergeo defectio appellatur,quod quidem inſtrumentum valde diuerſum eſt ab alijs, quę aliàs inuenı, pro ipſis conicis ſectionibus delineandis. Occaſionem aũt huiuſmodi inſtrumenti inueniendi mihi præbuit ſecũda dubij ſolutio quã feci ann. 1568.grauiſſ. philoſopho Franciſco Vimercato, nã cũ viderim in ea figura.f. a. ſemper æqualẽ eſſe.o.i. ſuæ parallelæ ſcilicet, vnde cum recta linea fuerit protracta per.o.et.f.ipſa foret ſemper ęquidiſtãs.d.p.ex 33.primi Eucli. Venit mihi in mentem modus conſtruendi hoc ſubſcriptum inſtrumentum, tali ordine, videlicet, coniungẽdo ſeptem hic ſubnotatas lineas materiales. z. r: u. n: e. h: e. c: c. l: l. s. et. s. e. ſimul, hoc modo, ſcilicet fabricãdo quadrilaterum æquilaterum.c.e.s.l.hac conditione, quod immobili exiſtente puncto.c.in linea.z.r.reliqua omnia mobilia exiſtant, hoc eſt quod punctũ. s. moueatur per dictam lineam.z.r. & immobili exiſtente puncto.e. vt extremum lineæ. e . h . hoc eſt coniuncto extremo.e. lineæ.e.h.cum angulo.c.e.s. reliqua puncta lineæ ipſius. e. h. moueantur per.l. & per duas parallelas.u.n.et. z. r. longitudo vero.e. h. ſit compoſita ex duplo vnius lateris ipſius quadrilateris. Oportet deinde quod punctum. f. ſemper vnum, & idem ſit ipſius parallelæ.u.n.moueatur tamen per.c.h. quod quidem punctum illud erit, quod vnam portionẽ circunferentiæ oxygoniæ ſectionis deſi-

deſignabit; puncta verò . o . et . K . vt puncta laterum. c. e. et. s. e. æquædiſtantia à punctis. c. et. s. cadẽ ſemper ſint, ita tamen vt puncta lineæ.u.n.ſemper diuerſa exiſtãt, & quodlibet ipſius quadrilateri latus, æquale ſit medietati maioris axis ipſius oxygoniæ ſectionis delineandæ, et. c.o. ſeu.s. K. (quod idem eſt) ſit æqualis medietati axis minoris dictæ ſectionis,et.z.r.æqualis duplo.e.h. vnde,quando puncta.e.et. l.coniuncta ſimul erunt,ſimiliter coniunctæ ſimul erunt.c.e.et.ę. s. cum. c. l. et. l. s.

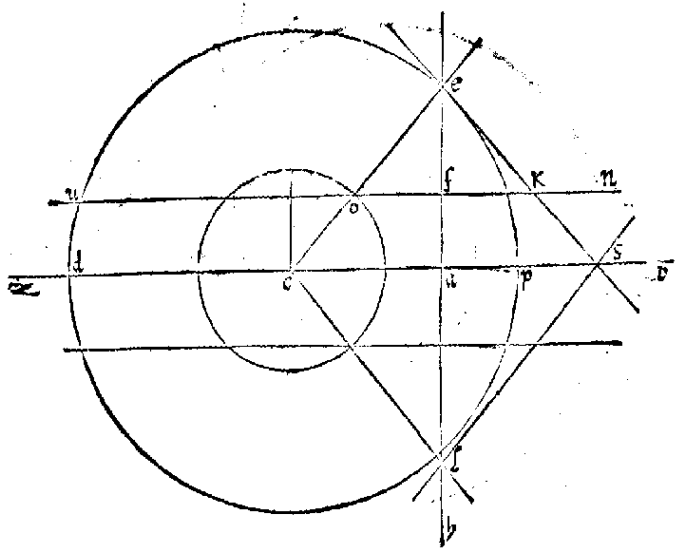
Quapropter

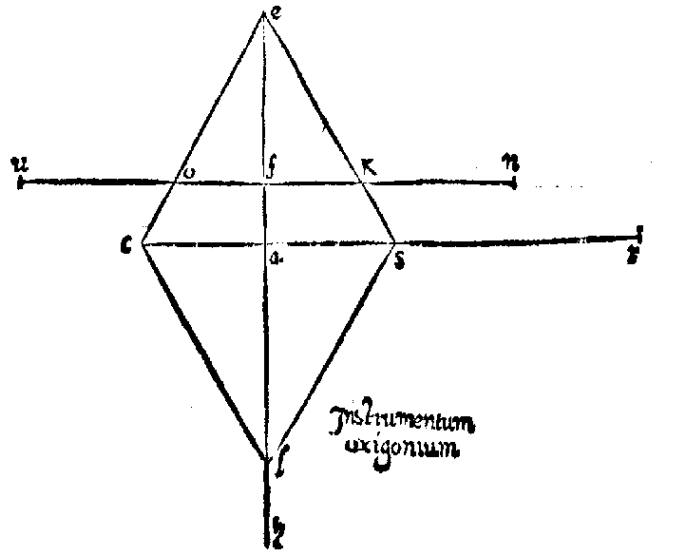




Quapropter puncta.e.l.f. et.p.extremum axis maioris, in eodem met ideo erunt, hoc eſt in aliquo extremorum maioris axis, & cum punctus.s.coniunctus fuerit cum centro.c,punctus.f. parallelę.u. r. in extremo axis minoris erit, & in eodem loco erit cum.o. & cum. K.In extremitatibus verò lineæ. z. r.neceſſe eſt,vt ſint duo pũcta fer re a,ad firmandum ipſam.z.r.ſuper ſubiectam lineam ſignificantem maiorem axem propoſitę ſectionis.

Volo





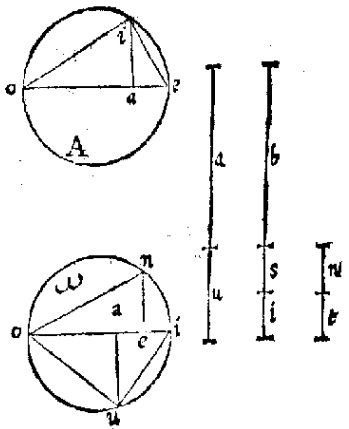
Volo etiam quod ad partem.c.l.s. quadrilateri conſtituta ſit alia parallela ad. z. r. & in æquali diſtantia ab ipſa quemadmodum.u.n.diſtat ad eademmet. z. r.ad eandem operationem faciendam. Vnde in vno tantummodo itinere puncti.s.ab. r. vſq; ad.c. deſignabimus quartam partem ſectionis,conuerſo poſtea inſtrumento,hoc eſt poſito puncto.r. vbi prius erat. z. et. z.vbi erat.r. aliam delineabimus quartam, & ſic ad oppoſitam partem ipſius.z. r. faciendum erit. Hoc inſtrumentum poſſumus etiam ita conſtruere,vt puncta.o.et.K.poſſint collocari in laterihus. c. e.et.e.s.vbi no bis magis libuerit,ita vt licebit in qualibet proportione axiũ propoſita, oxygoniam deſignare. Nam.c.o.erit longitudo dimidij axis minoris,et.c.e.dimidij maioris.

DE CONSTITVTIONE TRIANGVLI orthogonij conditionati.

Domino Ludouico de Rocchaforte.

VOD à me poſtulas,non eſt admodum difficile , cupis enim triangulum orthogonium, exempli gratia . o. i. e. in figura.A. ita conſtituere , vt diuiſum ſit à perpendiculari.a.i. & quod proportio.o.e.ad.o.i.ſit vt.o. i. ad i. e.& quod quadrati.o.i. ad quadratum.o.a. ſit vt. e.i. ad. e. a. & quadratum. o.i. ad quadratum. e.i. ſit. ut. o. a.ad.e.a. Quæ omnia in promptu veniunt,quotieſcunque.o. e.fuerit diameter alicuius circuli, diuiſaq; in puncto.a.ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema, protracta deinde perpendiculari. a. i.ad o.e.uſque ad circunferentiam, coniunctæq;. o. i.et i. e: tale triangulum, omnia ſupradicta in ſe continebit.

Nam ex. 30. tertij angulus.i.rectus erit, & ex. 8. ſexti.o. i. erit media proportionalis inter.o. e. et.o.a.et.e.i. inter. o. e. et. a. e. ſed quia ex diuiſione facta in pũcto.a.etiam. o. a. erit media proportionalis inter totum & reſiduum , ideo ex. 11. quinti ita erit.o.e.ad.e.i.vt.o. e. ad. o.a. vnde ex.9. eiuſdem.a.o. et i ęqualis. e.i.& ideo.o.i. erit media proportionalis inter. o. e.et.e.i.Sed quia proportio. e.i.ad.a.e.eadẽ eſt,quę ipſius.o.e.ad o.a. tunc videbis ex.18.ſexti,quod proportio quadrati.o,i.ad quadratum.o. a. erit vt.ẽ.i. ad.e.a. cum vero duo trianguli .o.i.a.et.a,i. e. ſint inuicem ſimiles ex ſupradicta. 8.ſexti, tunc videbis ex 18.et, 17.eiuſdem dictos triãgulos eandem habere inter ſe proportionem, quę eſt inter quadrata ipſius.o.i.et.i.e. vnde ex prima ſexti ita ſe inuicem habebunt. a.o. et.a.e.

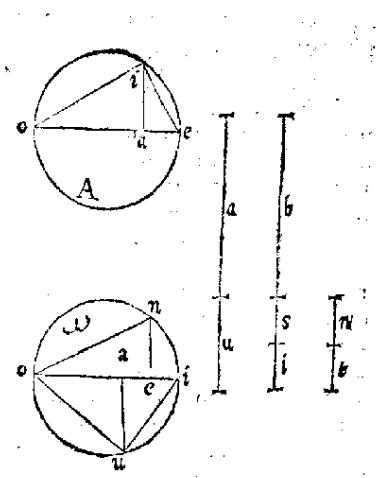


Circa eam verò difficultatem quam habes

habes in circulo. a. vbi fateris te non videre qua ratione eadem proportio ſit quadrati.u.o. ad quadratum.o.n.vt lineæ.o.a.ad lineam.o.e. partes diametri. o. i. ipſius circuli, terminatæ à perpendicularibus.u.a.et.n.e.

Hoc neceſſario contingit, propterea quod cum fuerint protractæ.u.i. et.n.i.tũc habebimus ad partem.o.u.i.triangulum.o.u.i. diuiſum in duo triangula ſimilia ipſi totali triangulo. Idem etiam dico ad partem.o.n.i. vnde ex tali ſimilitudine habebimus.o.u.mediam proportionalem inter.o.i.et.o.a.et ſic.o.n.erit media proportionalis inter.o.i.et.o.e.quare ex. 16.ſexti,quadratum.o.u.æquale erit producto ipſius o.i. in.o a.& quadratum.o.n. æquale producto.o.i.in.o.e. ſed ex prima eiuſdem, eadem proportio eſt ipſius.o.a.ad.o.e.quæ producti ipſius.o.i.in.o.a.ad productum.o. i.in.o.e.quare, ex cõmuni conceptu, ita erit quadrati.o.u.ad quadratum.o. n. Et hęc eſt alia circuli paſſio.

Reliqua verò difficultas quam te habere ſcribis, eſt, quare cum duæ lineę a.u.et. b.s.i. ſint inuicem æquales, diuiſæ verò non æquali modo, ſed tali,quod. a. maior ſit quam.u. et. b.s. maior quam.i. quomodo poteſt fieri, quod ſi.u.maior fuerit.i.proportio.a.ad.i.maior ſit quam ipſius.b.s.ad.u.



Hoc etiam ex neceſſitate euenit, eo quod ſi accepta fuerit.t.n.æqualis. u. ab ipſaq; abſciſa fuerit. t. æqualis. i. & ab. b.s.abſciſa. s.æqualis.n.habebimus.a.et b. inuicem æquales, vnde habebis maiorem proportionem ipſius.b.ad.t. quã s.ad.n.quod cum clarum per ſe ſit, tibi relinquo. ſed ex.27. quinti, proportio b. ad. s, maior erit quam. t. ad. n. & ex 28. eiuſdẽ proportio.b.s.ad.s.maior erit, quam. t.n.ad. n.& ex.27.maior proportio erit ipſius. b.s.ad.n.t. quam. s. ad. n. ergo ex.33.maior erit ipſius.b.ad.t.quã b. s. ad. n. t. hoc eſt maior ipſius. a. ad i. quam. b. s. ad. u. quod eſt propoſitum.

Id verò de quo me interrogas nẽpe de diſtinctione orbium cęleſtium, ortum habet à communi opinione motuum fixarum. Nam cum putauerint philoſophi ipſas moueri, ſemper eandem ſeruãdo inuicem diſtantiam, non ſine ratione crediderunt eas fixas eſſe eodem in orbe, idem etiam poſtea de planetis opinauerunt. Hoc eſt, vnumquemque, aliquo in orbe,fixo exiſtere.

DE

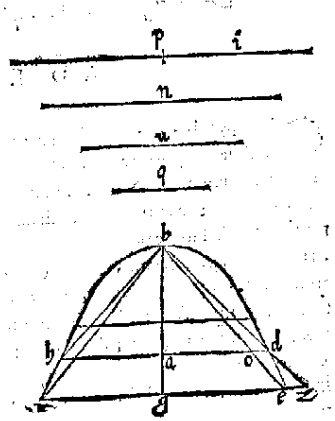
DE MODO DIVIDENDI PARABOLAM propoſitam ſecundum datam proportionem.

Pamphilo Gothfrid.

VOn à me quæris,eſt quidem poſſibile, non tamen adhuc inuentum,quoniam nemo ad hũc vſque diem diuiſit vnam datam proportionem in tres æquales partes, ſed ſi hoc pro facto conceſſeris, nunc tibi morem gerami. Nam proponis mihi parabolem.x.b.e. cum proportione.p.ad.q. cupiſq; ſcire modum diuidendi ipſam parabolem vna mediante linea parallela ipſi baſi,ita vt eandem habeat proportionem tota parabola ad partem abſciſſam, quæ eſt inter. p.et. q. Ad quod faciendum, ſupponendum primò datam proportionem inter. p.et.q.diuiſam eſſe in tres partes æquales,duabus lineis medianeibus.n.et.u. quæ mediæ proportionales vocabuntur inter. p. et.q.deinde à quouis puncto circunferentię ipſius figuræ ducatur parallela baſi. x. e. poſtea verò per puncta media harum duarum æquidiſtantiũ protrahatur.g.b. quæ diameter erit ſectionis,ex 28. ſecundi Pergei,diuidatur deinde hæc diameter in puncto.a.ita quod eadem proportio ſit ipſius b. g. ad.b.a. quæ ipſius.p.ad.n.quod tibi facile erit,ſecando à linea.p.partem.i.æqualem ipſi.n. tali modo poſtea diuidendo.b.g.ex.12.ſexti, ducatur a puncto. a. ipſa.d. h.parallelam ipſi.x.e.& habebitur propoſitum.

Pro cuius rei ratione,ſcies primum quod.h.d.diuiſa erit à diametro.b.g.per æqualia ex. 7.primi Pergei, vel ſi cogitabimus aliquam lineam tangentem ipſam parabolam in puncto.b.tunc ex quinta ſecundi ipſius Pergei habebimus ipſam eſſe parallelam.c.x.& ex.30.primi Euclid.erit ſimiliter æquidiſtans.d.h.vnde ex.46. primi eiuſdem Pergei.h.a.æqualis erit.d.a. Protrahatur deinde.e.b.d.b.x.b.et.h.b.vnde ex.17 lib. de quadratura parabolæ Archimedis, habebimus eandem proportionem ſuperficiei totalis parabolæ.x.b. e. ad trigonum.x.b.e.quæ portionis.h.b.d. ad ſuum trigonũ,eo quod tã vna quàm alia erit ſeſquitertia,cuius etiã medietates ſic ſe habebũt.

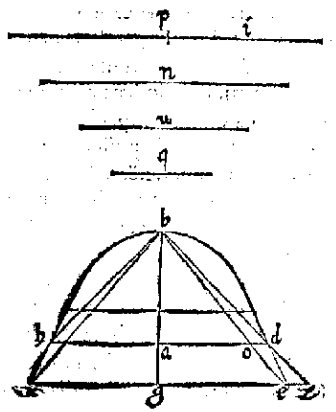
Vnde permutando, proportio medietatis totalis parabolę ad medietatem partis ipſius, æqualis erit proportioni trianguli g.b.e.ad triangulum. a. b. d. ſed ex. 20. primi Pergei, eadem eſt proportio quadrati ipſius. g.e.ad quadratum ipſius.a.d.quæ.b.g. ad. b.a. hoc eſt, vt.g.c.ad.a.o.ex ſimilitudine triangulorum,& quia.b.g.ad.b.a.eſt ſicut.p. ad. n. ita igitur erit quadrati ipſius. g. c. ad quadratum ipſius.a. d. quare. g. e. ad.a. d. erit ut p. ad. n. ex. 18. ſexti Euclid. ſed cum ex.24. eiuſdem proportio trianguli.b. g. c. ad triangulum. b. a.d. compoſita ſit ex proportione. g. e. ad. a. d. et. ex. g. b.ad. b. a. hoc eſt. g. c. ad. a. o.& quia proportio.g.e.ad. a.o.æqualis eſt ei quæ.p. ad.n. ex. 11. quinti Euclid. & proportio.g.e. ad.a.d.æqualis eſt ei quæ.p.ad.n.hoc eſt vt. n. ad.q.ergo proportio trianguli.b.g.c.ad triangulum.b.a.d. compoſita erit ex ea quę.p.ad.n. & ex ea quę.n.ad.q.æqualis ergo erit ei, quæ p. ad.q. & ita medietates parabolarum, & eorum dupla.



COROLLARIVM.

Proportio maioris portionis ad minorem semper erit sesquialtera proportioni ipsius.b.g.ad.a.b. eo quod cum sit proportio totalis portionis ad partialem vt trianguli.b.g.e.ad.b.a.d. & hæc sesquialtera proportioni ipsius.g.e.ad. a. o. hoc est vt ipsius. b.g.ad. b.a. ideo proportio ipsarum portionum erit similiter sesquialtera proportioni diametrorum.

Deinde si protractæ fuerint.b.d.et.g.e. quousque conueniant in puncto. z. habebis inter.g.z.et.a.o.duas.g.e.et.a.d.medias proportionales in proportionalitate continua, eo quod cum (ex ijs quæ supra diximus.).a.d. media proportionalis sit inter. g.e.et.a.o.& proportio. g.z.ad.g.e. vt ipsius.a.d.ad.a.o. eo quod ipsius.g.z. ad. a. d. & ipsius.g.e.ad.a.o.est vt ipsius. b. g. ad. b.a.ex similitudine triangulorum, ideo dictæ portiones erunt inuicé æquales. Vnde permutatim ita erit ipsius.g. z.ad.g. e. vt ipsius.a.d.ad.a.o.& ut ipsius.g.e.ad.a.d.



Amplius etiam dico, quod proportio parabolæ totalis ad partialem, eadem est,quę cubi ipsius.g.e.ad cubum ipsius.a.d.& ex cõsequenti, vt cuborum earundem basium,eo quod cum sit, ex. 36.vndecimi Euclid.proportio cubi ipsius. g.e.ad cubum ipsius. a.d. tripla ei quæ ipsius.g.e.ad.a.d. ideo æqualis erit ei quę trianguli.b.g.e.ad triangulum.b. a.d.cum proportio horum duorum triangulorum composita sit (vt supra vidimus) ex ea quæ.g.e.ad.a.o.& ex ea quæ.g.e.ad.a. d. & hæc medietas illius, sed trianguli ita se inuicem habent,vt parabolę,quare ipsæ parabolæ seinuicem habebunt, vt cubi ipsarum basium.

Cubum fabricare æqualem pyramidi propositæ.

AD EVNDEM.

CVbum fabricare æqualem propositæ pyramidi quadrilateræ,nullius erit difficultatis,supposita tamen pro reperta diuisione cuiusuis datæ proportionis in tres partes æquales. Nam ex. 6. duodecimi Eucli.patet omne corpus serratile diuisibile esse in tres pyramides quadrilateras æquales, scimus etiam quod cuilibet pyramidi quadrilateræ potest reperiri suum serratile. Sit igitur proposita pyramis quadrilatera.m, g. f. h. cuius serratile ita inuenlemus , ducendo primum.h.i.parallelam ipsi.g.f.et. f. i.ipsi.g.h, in superficie trianguli. f. g. h. et. m. K.ipsi. g. h. in superficie trianguli.m.g.h.& æqualem dictæ,g.h. ducetur postea.K.h.et. K.i.& habebimus corpus.i. K.g.serratile, & triplum pyramidi propositæ. Nunc duplicemus ipsum,ducendo. K. x. in superficie trianguli. i. k. h. parallelam,æqualemq; ipsi. i. h . et. m. y. in superficie trianguli.f.m.g.parallelam,æqualemq; ipsi.f.g.ducatur postea.g.y.et.h. x.quarum vnaquæq; æqualis erit ipsi.f.m. vnde habebimus corpus.f.x. parallelepipedum, & sexcuplum ipsi pyramidi propositæ.

Inue-

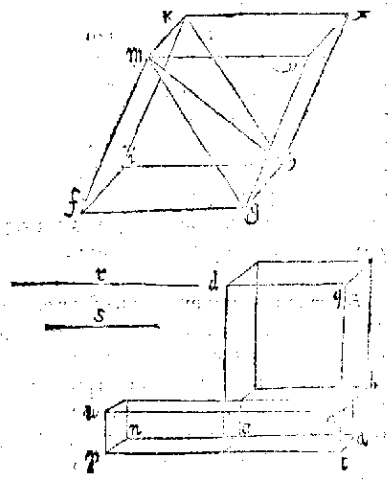
Inueniatur nunc quadratum.u.n.æquale sextæ parti superficiei.f.i. g. h. quod per se facile erit, deinde accipiatur altitudo corporis.f.x. ducendo vnam perpendicularem à puncto. m.ad basim.f.g.h.quę sit. n.e.qua mediante,cum quadrato.u.n. fabricetur solidum parallelepipedum.u.e.quod erit æquale dictæ pyramidi ex.33.vndecimi Euclid.

Repertæ nunc sint duæ mediæ proportionales.r.s. inter. n.e.et.n.p. quarum.s. sit proximior ipsi.u.p . ex qua. s. si constitutus fuerit cubus , habebimus propositum.

Pro cuius rei ratione,cogitemus corpus.u.e.productum esse vsque ad.a.o.per longitudem.s. latus dicti cubi , qui quidem cubus sit.d.b.vnde proportio corporis.u.e. ad corpus.e.o.erit , vt superficiei.p.e.ad superficiem.t.e.ex. 33. undecimi,ipsæ verò superficies sibi inuicem erunt vt.n. e.ad.e.a, ex prima sexti , quare proportio corporis.u.e.ad corpus.e.o. dupla erit proportioni ipsius.s.ad.n.p. sed cum ex. 33. vndecimi,proportio cubi.d.b.ad corpus.e.o.sit vt quadratũ.q.b.ad quadratum.o.a. & cum proportio.q.b.ad.o.a.dupla sit ei quæ.q.o.ad.o.r.ex. 18.sexti , erit igitur proportio cubi.d.b.ad corpus.e.o.dupla ei quæ.q.o.ad.o.r.hoc est ei quæ.s.ad. n. p. sed ita erat corporis.u.e.ad corpus.e.o.quare ex.9.quinti, cubus.d.b.æqualis erit corpori. u. e. hoc est pyramidi propositæ.

Sed si oportebit cubum maiorem vel minorem ipsa pyramide reperire , in qua proportione tibi placuerit , tunc opus erit aliud quadratum inuenire , quod in ea proportione se habeat ad quadratum.u. n.quam volueris , quo mediante simul cum altitudine pyramidis consequemur propositum.

Aduertendum tamen quod fabricare ipsum corpus serratile.k.f.h.& solidum.f.x.necessarium non est,nisi pro demonstratione. idemq; dico de alijs solidis , nam pro simplici operatione huiusmodi problematis , absque aliqua re necessaria ad speculandum , ita faciendum erit.



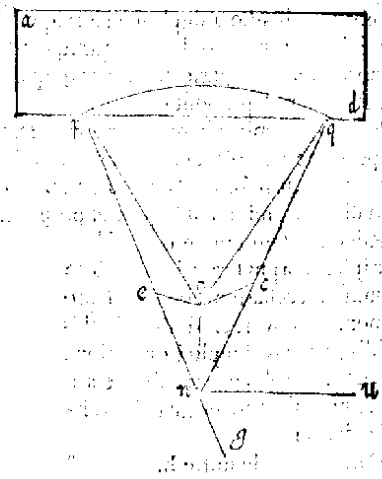
Data pyramide.m.f.g.h.accipe eius altitudinem à pũcto.m. vsque ad superficiem basis.f.g.h. quæ sit. n. e. accipe deinde latus tetragonicum quadrati. u.n.æqualis tertiæ partis ipsius basis.f. g.h. quod latus sit. n. p. inter quod,et. n . e. inuentæ cum fuerint duæ lineæ mediæ proportionales. s. et.r. quarũ. s.proximior sit. n. p. quæ quidẽ. s. erit latus cubi quæsiti.

Duplex modus parallelam orizontalem alicui muro proposito una tantummodo Statione ducendi.

AD EVNDEM.

DVcere parallelam orizontalem alicui muro recto proposito vna tantummodo statione, non solum possibile est sed etiam facile.

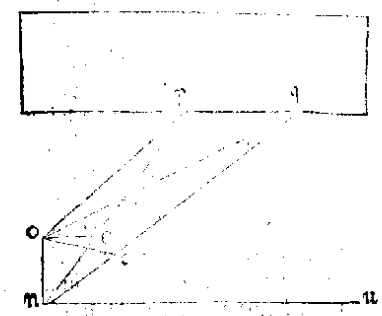
Sit exempli gratia murus rectus. a. d. finis verò. o. n. Si cupimus ducere. n. u. parallelam dicto muro, accipiatur quadratum geometricum, seu scala altimetra vel aliquod simile instrumentum, quo mediante à situ. o, videbimus punctum. q. quod volueris ipsius muri, dexterā versus, inferiùs tamen. ipso. o. vnde formatum habebimus triangulum. n. o. q. Quo facto ad partem sinistrā cum eodem angulo. n. o. q. oportebit nos inuenire punctum aliquod. p. in dicta superficie muri, & tunc habebimus angulum. n. o. p. æqualem angulo. n. o. q. vnde angulus. q. n. p. nobis cognitus erit, duoq; latera. n. q. et. n. p. erunt inuicem æqualia, ex. 26. primi Euclid. cum anguli. q. o. n. et. q. n. o. sint æquales anguli. s. p. o. n et. p. n. o. & latus. o. n. commune, vnde angulus. q n. g. extrinsecus trianguli. p. q. n. reliquusq; ex duobus rectis nobis cognitus erit, etiam & eius medietas. q. n. u. æqualis angulo. p. q. n. eo quod ex. 5. primi, anguli. q. p. sunt inuicem æquales, & ex. 32. eiusdem, æquales sunt extrinseco. q. n. g. & ex 27. n. u. erit parallela ipsi. q. p.



Aliter etiam possumus idem efficere, sumendo duo illa puncta in suprema linea orizontali ipsius muri ad superiorem partem aspiciendo, quemadmodum ad inferiorem, quod vnum & idem erit, dummodò non aspiciamus orizontaliter, eo quod nos oportet superficiem conicam producere, linea visuali mediante. cognoscere autem angulum. q. n. p. facile erit, constituendo primò instrumentum in situ trianguli. o. n. q. aspiciendoq; punctum. c. in superficie. n. q. o. & sic in alia parte, existente instrumento in situ trianguli. o. p. n. aspicere oportet punctum. e. proximum puncto. n. vbi possit metiri angulum. c. n. e.

Sed si situs puncti. n. talis esset, vt ab eo non posset aliquis murum videre ad rectos angulos, aspiceremus punctum. q. sub orizontali ab oculis nostris, in orizontali tamen puncti. n. ita quod angulus. o. n. q. rectus existat, quo facto obseruando angulum. n. o. q. co mediante, mediante q̄ve. n. o. cum angulo. o. n. q. cognoscemus quantitatem distantiæ. n. q. idem etiam faciendum cst cum alio puncto. p. quod volueris, & mediantibus duobus punctis inuicem proximis. c. e. cognoscatur angulus

gulus. p. n. q. vnde ex methodo. 56. primi triangulorum Monteregij, cognoscemus reliqua. trianguli. q. p. n. Constituendo postea angulum. q. n. u. æqualem angulo. n. q. p. propositum habebimus.



Si etiam puncta. q. p. lineæ. q. p. orizontali in eodem plano non existerent cum punct. n. nihil referret, dummodo in pauimento notentur puncta. c. e. proxima. n. in ijsdem superficiebus triangulorum. n. o. p. et. n. o. q. vnde. n. c. et. n. e. erunt communes sectiones dictarum superficierum cum superficie pauimenti supra quam fit statio.

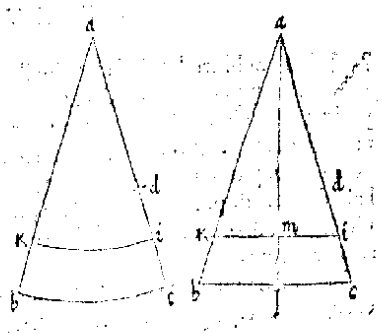
CONI RECTI DIVISIO A PLANO parallelo basi secundum datam proportionem.

Raphaeli de Auria.

VOTIESCVNQVE volueris conum rectum diuidere à plano parallelo basi secundum vnam datam proportionem, nullius tibi erit difficultatis, concessa tamē pro inuenta diuisione cuiusuis propositę proportionis per tres æquales partes.

Sit exempli gratia conus rectus. a. b. c. secandus vt dictum est, accipiatur latus ipsius, quod sit. a. c. ipsumq; diuidatur in puncto. d. secundum illam proportionem quam desideras, hoc est ipsius. a. c. ad. a. d. quo facto, inter totum. a. c. et. a. d. inueniantur duæ lineæ proportionales, quarum maior sit. a. i. tunc si conus. a. b. c. sectus fuerit à plano per punctum. i. parallelo basi, habebimus quod quærebamus.

Cuius rei ratio, primò est, quia quotiescunquè conus aliquis sectus fuerit ab aliquo plano parallelo basi ipsius, pars superior similis semper erit totali cono, quod ita probo, cogitemus conum sectum esse à plano per axem. a. l. vnde ex. 3. primi Pergei, talis sectio triangularis erit, quæ sit. a. b. c. et. b. c. diameter erit basis.



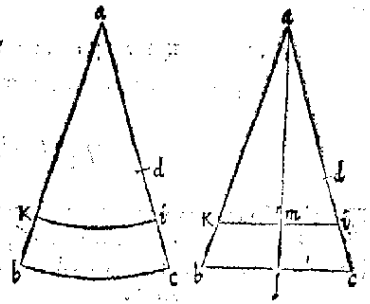
Imaginemur deinde. K. i. communem esse sectionem huiusmodi trianguli cum plano parallelo ipsi basi, tunc tale planū, circulare erit ex. 4. primi ipsius Pergei. K. i. verò, eius diameter erit, et. a. m. sui axis.

Cum verò. a. l. sit perpendicularis ipsi basi coni talis, eo quod rectus supponitur, ideo eadem. a. m. l. erit perpendicularis etiam ipsi secundo plano circulari, ex conuersa. 14. vndecimi Euclid. vnde ex

secunda

secunda definitione eiusdem libr. a.m.l. efficiet angulos rectos cum duabus. b.c. et. K. i. in punctis. m. et. l. et. k. i. parallela erit ipsi. b.c. ex. 28. primi, quod etiam potest concludi mediante. 16. vndecimi, cum. k. i. et. b.c. sint communes sectiones duorum planorum cum triangulari. Deinde ex. 29. primi anguli. a. i. m. et. a. c. l. erunt inuicem æquales, idem etiam dico de angulis. a. k. i. et. a. b. c. anguli postea ad. a. communes sunt triangulis. l. a. c. et. m. a. i. vt triangulis. l. a. b. et. m. a. k. Vnde ex. 4. sexti, eadem proportio erit ipsius. m. i. ad. l. c. & ipsius. m. k. ad. l. b. vt ipsius. a. m. ad. a. l. Quare ex vndecima quinti, ita erit ipsius. m. k. ad. l. b. vt ipsius. m. i. ad. l. c. & ex. 13. eiusdem, ita erit ipsius. k. i. ad. b. c. vt. m. i. ad. l. c. sed ipsius. m. i. ad. l. c. est vt ipsius. a. m. ad. a. l. quod iam dictum est, vnde ex. 11. dicta, ita erit ipsius. k. i. ad. b. c. vt ipsius. a. m. ad. a. l. & ex 16. dicti ita erit ipsius. a. m. ad. k. i. vt ipsius. a. l. ad. b. c. Quare ex definitione ab Eucli. posita in. 11. lib. pars coni superior similis erit cono totali.

Deinde sciendum est illud quod Euclid. scribit in. 10. duodecimi lib. hoc est, q proportio duarum pyramidum inuicem similium, triplicata est ei diametrorum suarum basium, hoc est, quod proportio. b.c. ad. k. i. tertia pars erit proportionis totius pyramidis. a. b. c. partiali pyramidis. a. k. i. sed ita est ipsius. a. c. ad. a. i. vt ipsius. b. c. ad. k. i. ex. 4. sexti cum trianguli. a. b. c. et. a. k. i. sint æquianguli, quod ex ijs, quę superius diximus facile comprehenditur. Quare proportio. a. c. ad. a. i. tertia pars erit proportionis totius cohi. a. b. c. ad eius partem absciſſam. a. k. i. sed eadem proportio ipsius. a. c. ad. a. i. erat etiam tertia pars proportionis ipsius. a. c. ad. a. d. Quare ex communi conceptu, proportio totius pyramidis, ad partem absciſſam, æqualis erit proportioni ipsius. a. c. ad. a. d.



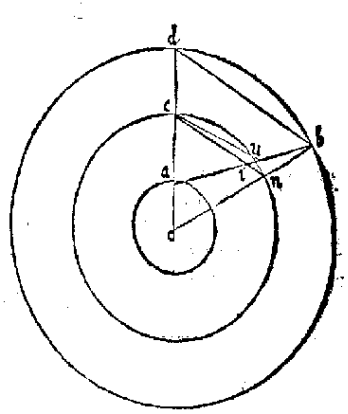
De differentia caloris Solis propter vaporum altitudinem.

AD EVNDEM.

NOlo, mihi credas, sed ex rationibus, quas tibi scribo considera, quod quo tiescunq; crassities vel dēsitas vaporū, seu altitudo, maior esset ea, quę nunc reperitur, tunc minor differentia esset inter maiorem minoremq; calorem Solis, quam nunc sentiamus. Pro cuius rei euidentia, imaginemur in hac subscripta figura, lineam. o. a. pro semidiametro terræ, et. a. c. pro crassitie vaporum, vt nunc se habet, et. a. d. pro maiori crassitie, imaginemurque lineam. a. b. quasi perpendicularem ad. o. a. quæ absciſſa sit in puncto u. à circunferentia. c. u. inferiori priorum vaporum.

Tunc dico minorem esse proportionem ipsius. a. b. ad. a. d. quam ipsius. a. u. ad. a. c. cogitemus ergo protractas esse lineas. o. b: d. b: c. u. et. c. n. quæ. c. n. secabit. a. u. in puncto

puncto. i. ex communi conceptu, & parallela erit ipsi. d. b. ex. secunda parte secundæ sexti, vnde ex prima parte eiusdem, ita erit ipsius. b. i. ad. i. a. vt. d. c. ad. c. a. & coniunctim ita erit ipsius. b. a. ad. a. i. vt ipsius. d. a. ad. a. c. & permutatim ipsius. a. b. ad. a. d. erit, vt. a. i. ad. a. c. sed cum. a. u. maior sit ipsa. a. i. vt omne totum maius est sua parte. maior proportio erit ipsius. a. u. ad. a. c. quam ipsius. a. i. ad. a. c. hoc est quam ipsius. a. b. ad. a. d. Verum igitur est propositum.

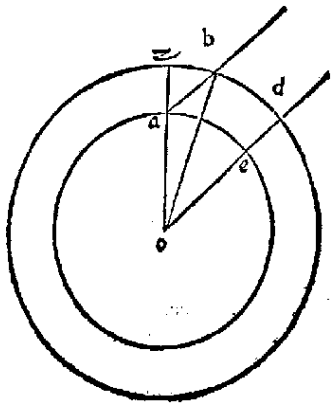


De differentia caloris Solis respectu altitudinis ipsius.

AD EVNDEM.

QVod à me postulas deinde, sita se habet. Inquis enim, quod cum differentia inter maiorem, minoremq; calorem, oriatur etiam ex differentia maioris quantitatis vaporum ad minorem, per quam quantitatem vaporum transit lumen Solis (vt alias etiam tibi dixi) velles nunc scire quantitatem ipsius differentię, quæ inter duas Solis datas altitudines supra orizontem reperitur.

Quapropter imaginemur circulum. a. e. pro magno terræ, et. z. b. d. pro magno vaporum, supponatur etiam quod angulus. z. o. d. vel. z. a. b. qui sunt inuicem ferè æquales, sit angulus distantiæ Solis à zenit, z. a. verò sit spissitudo vaporum, et. a. b. radius transiens per vapores dictos. nunc quæratur proportio, quæ est inter. a. b. et. a. z. qua inuenta, angulo. z. a. b. mediante, quæremus eandem mediante angulo. z. a. b. maiore priori, vel ipso minore, vnde cognoscemus differentiam duarum. a. b. quæ quidem inæquales inuicem erunt, eo quod supponatur. a. z. immutabilis, & hoc ita faciemus. Imaginabimur. o. b. quæ claudat triangulum. a. b. o. & quia. a. z. cognita est quam Alhazem docet inuenire, cognoscimus etiā o. a. vt semidiametrum terræ, vnde. o. b. et. o. a. duo latera trianguli. a. o. b. cognita erūt simul cum angulo. o. a. b. residuo duorum rectorum, eo quod reliquus. z. a. b. datus est. Quare. a. b. cognita erit respectu. o. a. et. o. b. et. a. z. quæ est eorum differentia. Nunc si idem faciemus cum alia. a. b. sub diuerso angulo, habebimus propositum.

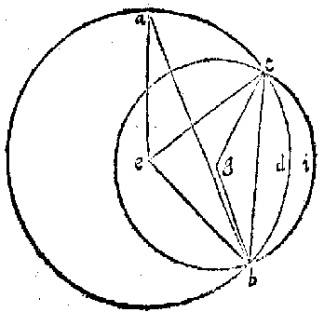


NOTA-

NOTABILES ERRORES ORONTII & Tartaleæ.

Cornelio Bitonto.

PArvvs error non fuit, vt putabat Orontius, quod anguli triangulorum æquicrurium inuicem æqualium, basibus oppositi, ijsdem basibus proportionales essent, cuius opinionis causa fuit quod nunquam viderit vel meminerit eius quod Ptolomeus scripsit lib. primo Almagesti, vbi de dispro portionalitate chordarum arcuum q; tractat, vel quod scribit Vitellio lib. primo propositione. 35. seu lib. quarto, propositione. 21. quod idem est. Sed nec ego tibi proponam id quod scribit Nicolaus Tartalea diuisioni. 28. quinti capitis quartæ partis suorum tractatuum, eo quod non exactè scientificè scripserit, nec vniuersaliter, quiuis talis propositio possit scientificè scribi, accipiendo. b. c. in eius figura, pro latere octagoni, vnde angulus. a. e. b. duplum foret angulo. b. e. c. collocato postea. b. c. in arcu. a. b. punctum. c. medium fuisset dicti arcus, et. e. c. diuideret. a. b. per æqualia, ex quinta primi, nec non ad rectos ex. 3. tertij, vnde ex. 18. primi, clare vidissemus non esse proportionem. a. b. ad. b. c. vt anguli ad angulum. Sed vniuersaliori modo possumus hoc speculari. Nam manifestè scimus, eandem esse proportionem circunferentiæ ad diametrum in omnibus circulis tam maioribus, quam minoribus. Sint igitur duo anguli. a. e. b. et. c. e. b. cuiusuis amplitudinis, quorum latera. c. a: e. b: et. e. c. sint inuicem æqualia, protrahatur. b. a. et. b. c. Tunc dico maiorem proportionem esse anguli. a. e. b. ad angulum. b. e. c. quam. a. b. ad. c. b. ducatur enim. b. g. ita q; faciat angulum. g. b. c. æqualem angulo. e. b. a. protracta postea. c. g. quæ idem faciat in puncto. c. vnde. g. b. et. g. c. æquales inuicem erunt ex. 6. primi, & quia angulus. a. æqualis est angulo. e. b. a. ex quinta eiusdem, ideo ex. 32. dicti, et. 4. sexti, horum duorum triangulorum latera, erunt inuicem proportionalia. Constituto deinde. g. centro, & secundum semidiametrum. g. b. vel. g. c. quod idem est, descripto circulo. b. i. c. necnon circulo. b. c. a. circa centrum. c. ope semidiametri. e. b. et. e. a. vn de iste circulus erit illo maior, cum. e. b. maior sit. g. b. ex. 14. quinti. cum ex. 14. tertij a. b. longior sit. c. b. sed ex vltima definitione tertij, arcus. b. i. c. et. b. c. a. erunt inuicem similes, hoc est proportio totius circunferentiæ circuli. b. i. c. ad arcus. b. i. c. eadem erit, quæ totius circunferentiæ circuli b. c. a. ad arcus. b. c. a. sed proportio diametri ad circunferentiam est vt diametri ad circunferentiam, vt supra diximus; Quare ex proportionum æqualitate, vt semidiametri ad circunferentiam erit, vt semidiametri ad circunferentiam, & per eandem proportionum æqualitatem, proportio. e. b. ad arcũ b. c. a. erit, vt. g. b. ad arcum. b. i. c. & per eandem æqualitatem, ita erit. a. b. chordæ ad arcum. b. c. a. vt. c. b. chordæ ad arcum. b. i. c. & permutando, ita erit chordæ. a. b. ad chordam. c. b. vt arcus. b. c. a. ad arcum. b. i. c. sed arcus. b. i. c. maior est arcu. b. d. c. ex communi



ni scientia. Quare maior proportio erit acus. b. c. a. ad arcum. b. d. c. quam ad arcum b. i. c. ex. 8. quinti. Vnde ex vltima sexti et. 12. quinti, proportio anguli. a. e. b. ad angulum. c. e. b. maior erit quam chordæ, siue basis. a. b. ad chordam siue basim. c. b.

DE CAVSA SVSPENSIONIS NVBIVM in aere contra Antonium Bergam.

Clarissimo Francisco Venerio.

EGo enim non tantum miror ea quæ mihi scripsisti de opinione Ortensij quantum quod Antonius Berga putat nubes à Sole suspensas teneri, id plane falsum est, vera causa huiusmodi effectus, alia nulla est, nisi earundem raritas hoc est, cum rariores sint ipso aere subiecto, propterea supra ipsũ natant & stant sub eo qui rarior ipsis est, eo quod corpora rariora posita in medio non tam raro, ascendunt, & densiora in medio minus denso descendunt. Nam si Sol ipsas nubes suspensas in aere teneret, hoc interdiu tantummodo fieret, sed noctu, cur non descendunt vsque ad terram, & in eodem loco semper manent? Sciendum igitur est nubes ascendere in altum quousque inueniant aerem eiusdem raritatis cuius ipsæ sunt. Raritas enim & densitas non sunt res visibiles nisi per accidens, quemadmodum etiam leuitas, & grauitas, opacitas verò & diaphaneitas magis compræhendũtur, opacitas enim ex reflexione radiorum luminosorum, diaphaneitas verò compræhenditur ex penetratione ipsorum radiorum, opacitas autem nubis non est densitas, cum valde diuersa sit densitas ab opacitate, sicut raritas ab diaphaneitate, vt alias dixi. Et quando dicit, quod Sol calefaciendo aerem ipsam nubem ambientem, rarefaciat eum magis quam ipsam nubem respondeo, hoc verum non esse, propter. a quod radius Solis non multum calefacit ea corpora, quæ ipsi permittunt liberum transitum. vnde corpora quanto magis diaphana sunt tanto minus ab ipso radio luminoso calefiunt, sed ea quæ magis opaca sunt, magis etiam calefiunt & per consequens magis rarefiunt, cum calidi sit per se rarefacere, & non attrahere, vt ipse & ferè omnes alij putant.

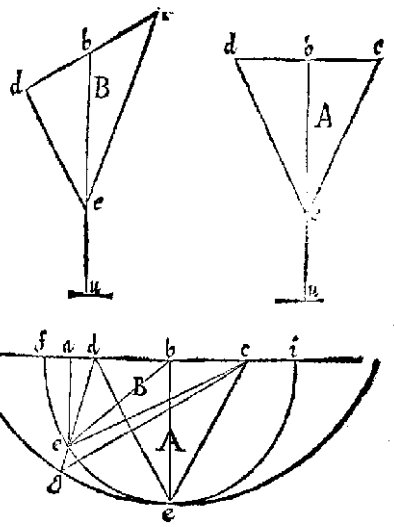
DE RATIONE EXTENSIONIS FVNIS cuiusdam libramenti, & de quadam simboleitate circuli cum ellipsi.

Angelo Ferrario Serenissimi Ducis Sabaudiæ Agrimensori expertissimo.

IBI in mentem veniet, quod cum superioribus diebus in villa lucenti, in qua degebat Serenissimus Dux noster, dum viridarium ad æquilibrium reducebas, essemus, a te quæsiui an scires vnde fieret, vt stante libramento ad angulos rectos supra suum pedem, funis quæ extrema eiusdem libramenti cum pede in formam trianguli æquicruris coniungit, magis distentus esset, quam cum dictum libramentum cum pede obliquum remanet, ita vt huiusmodi

modi funis cum libramento triangulum ſcalenum conſtitueret.

Exempli gratia, ponamus lineam.d.b.c.eſſe libramentum.et.b. e. u. eius pedem, funem autem, qui aliquando cum libramento facit triangulum iſocellum, & aliquando ſcalenum, eſſe.d.e.c.eſto etiam quod in figura. A. dictus triangulus.d. e. c. ſit iſocellus, & in figura. B. ſcalenus. Tunc quæſiui à te an ſcires rationem, quare funis.d.e.c. in figura. A. eſſet diſtenſus, & in figura. B. laxus quemadmodum videbamus. cum mihi reſponderis, neſcio quid, quod nunc memoria nō teneo, ſed quia pollicitus ſum me tibi eam afferre, propterea nunc ad te mitto. Scias ergo huiuſmodi rationem nihil aliud eſſe niſi quod in figura. A. duæ lineæ. c. e. et. d. e. ſimul è directo iunctæ longiores ſint illis, quę reperiuntur in figura. B. ſed quia funis tam in figura. B. quam in figura. A. vnus, & idem eſt, ideo in figura. B. laxatus eſt, & non in tenſus, ut in figura. A. Sed vt huiuſmodi veritatis certam notitiam habeas, infraſcriptum circulum mente concipe. f. e. i. cuius ſemidiameter, æqualis ſit. b. e. & diameter ſit. f. i. in quo imaginare eſſe tuum libramentum. d. b. c. & figuras. A. et. B. & probabo lineas. d. e. c. figurę. A. longiores eſſe lineis. d. e. c. figuræ. B.



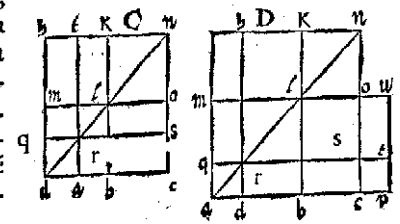
Imaginemur igitur lineam. b. e. eſſe dimidium minoris axis alicui⁹ ellipſis cuius quidem figuræ ponamus. d. et. c. centra ipſius circunſcriptionis eſſe, cuius circunferẽtia, nullidubium eſt, quin extra propoſitum circulum tranſitura, & in vno tantummodo puncto ipſum circulum tactura ſit, qui exiſtat. e. figuræ. A. ſeparatum tamen à puncto e. figuræ. B. Tunc ſi protracta fuerit linea. d. e. figuræ. B. vſque ad girum ellipticum in puncto. g. à quo ad punctum. c. ducta etiam ſit linea g. c. tunc manifeſtũ erit duas lineas d. e. et. e. c. figuræ. A. ſimul iunctas, æquales eſſe duabus. d. g. et. g. c. ſimul poſitis, vt etiam ex. 52. tertij Pergei facilè videre eſt, ſed ex. 21. primi Euclid. iam certò ſcimus. d. g. c. longiores eſſe. d. e. c. figuræ. B. ergo. d. e. c. figuræ. A. longiores ſunt. d. e. c. figuræ. B. quod eſt propoſitum.

Quod etiam mihi nunc circa hoc ſuccurrit, tibi libenter ſignifico, hoc eſt, quod ſicut in ellipſi duæ lineæ. d. e. e. c. c. figuræ. A. ſimul iunctæ, ſunt ſemper æquales duabus lineis. d. g. g. c. in longitudine, ita in circulo duæ. d. e. e. c. figuræ. A. æquales ſunt in potentia duabus. d. e. e. c. figurę. B.

Manifeſtum enim primum eſt ex penultima primi in figura. A. quadratum. e. c. æquale eſſe duobus quadratis ſcilicet. e. b. et. b. c. & quadratum. e. d. æquale duobus. e. b. et. b. d. Quare quadrata. e. c. et. e. d. æqualia ſunt quadratis. e. b. figuræ. A. et. e. b. figurę. B. et. b. c. et. b. d. hoc eſt duplo quadrati. e. a. (ducta cum fuerit. e. a. perpendicularis ad. c. b. d. a.) duplo quadrati. a. b. ex penultima primi, & duplo quadrati. b. c. Sed quadrata. d. e. et. e. c. figurę. B. æqualia ſunt duplo quadrati. a. c. & quadrato a. d. &

& quadrato. a. c. ex eadẽ. Nunc videndum eſt vtrũ duplũ quadrati. a. e. cũ duplo quadrati. b. a. cũ duplo quadrati. b. c. ſit æquale duplo quadrati. a. e. cũ quadrato. a. d. & cum quadrato. a. c. Sed quia tam ex vna parte quàm ex alia habemus duplum quadrati. a. c. Videndum igitur erit vtrum duplum quadrati. a. b. ſimul cum duplo quadrati. b. c. ęquale ſit quadrato. a. c. cum quadrato. a. d. ſed hoc manifeſtum eſt. ex. 10. ſecundi Euclidis, dato quod punctũ. a. ſit inter. f. et. d. ſed ſi fuerit inter. d. et. b. hoc manifeſtum erit ex. 9. ſecundi dicti, nihilominus accipe hunc alium modum.

Sit hic ſubſcriptum quadratum. D. ex. a. c. in ſeipſa producta, cuius diameter ſit a. n. protrahanturq; parallelę. d. h: b. K: l. m. o. et. r. q. s. eiq; addatur. c. p. ad. a. c. æqualis tamen. d. a. ſitq; protracta. p. u. vſque ad. m. o. u. vnde habebimus. a. n. pro totali quadrato, et. p. s. pro partiali, & æquali quadrato lineæ. a. d. Videndum nunc eſt, vtrũ hęc duo quadrata æqualia ſint duobus quadratis lineæ. a. b. & duobus lineæ. b. c. Nã duo quadrata lineæ. b. c. ſint. K. o. et. h. l. videndum nunc eſt utrum reſiduum ęquale ſit duobus quadratis lineę. a. b. quorum vnum ſit. m. b. alterum verò. l. p. quod ſuperat. l. c. et. s. p. figuræ. D. per ſupplementum. o. t. cui æquale eſt parallelogrammum. h. m. figuræ. D. ſed ſi punctus. a. poſitus fuerit inter. d. et. b. conſtituto quadrato. d. u. cũ omnibus parallelis, vt in figura. C. videre licet, in qua figura videbimus quadrata. r. n. et. d. r. ęquari duplo quadratorum. l. n. et. r. l. nam in quadrato. r. n. ipſa duo quadrata. l. n. et. r. l. capiuntur, reliquum eſt igitur vt videamus an duo ſupplementa. l. t. et. l. s. cum quadrato. d. r. ſint æqualia dictis quadratis. l. n. et. r. l. ſed quadratum. d. l. æquatur quadrato. l. n. videndum igitur eſt, an duo ſupplementa. l. t. et. l. s. cum quadrato. d. r. ſint æqualia duobus quadratis. d. l. et. r. l. ſed quadratum. d. l. æquatur quadrato. d. r. & ſupplemento. l. r. mediante. q. l. & ſupplemento. r. b. ſupplementum verò. l. s. ſuperat ſupplemẽtum. r. b. per quantitatem æqualẽ quadrato. r. l. quare duo ſupplementa. l. t. et. l. s. cum quadrato. d. r. æquantur quadrato. d. l. cũ quadrato. l. r. verum igitur eſt duas. d. e. e. c. figuræ. A. æquales eſſe in potentia duabus. d. e. c. c. figurę. D. quæ quidem affectio circuli, à nemine fuit adhuc (quod ſciam) detecta.

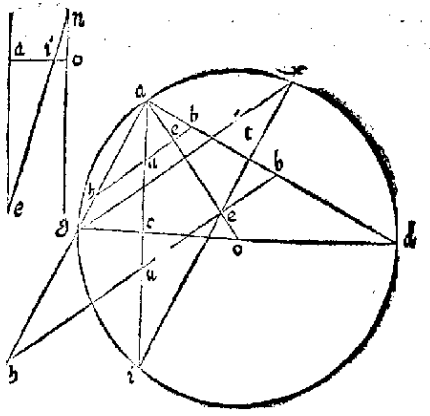


DE AVGMENTO PONDERIS CORPORIS ad ſtateram appenſi, & quadam alia demonſtratione, & quibuſdam erroribus Tartaleæ.

Mutio Groto.

SI ea quæ à me audiuiſti non credis, conſidera quæſo libram ſeu ſtateram o.a. cuius centrum non longitudinis ſed ponderum ſit.i. quę ſtatera, vt orizontaliter conſiſtat, oportebit pondus extremitatis. o. ita ſe habere ad pondus extremitatis.a. ut.a.i. ſe habet ad. o. i. quod te ſcire puto, imò ginemur nunc duas lineas.a.e.et. o.n. parallelas infinitasq; & à puncto.n. immobili, & fixo extra ſtateram, tranſeat per.i. linea.n.i.e. Cogitemus etiam punctum.c. inter ſectionis ipſius.n. i.e. cum.a.c. progredi vniformiter continuòq; ab.a. per lineam.a.c. vnde punctu.n.i. interſectionis ipſius.n.i.e. cum.a.i.o. ſemper vicinius fiet puncto. o. nec unquam cum illo vnum erit, quamuis moueatur tempore infinito. Nunc autem dico, quod cum ſtateram.o.i.a. oporteat ſemper orizontalem eſſe virtute ponderis, o. oportebit pondus.o. in infinitum etiam augeri, quotieſcunq; pondus.a. nunquam diminui voluerimus vel econtra hoc in infinitum diminui, ſi illud nunquam augeri voluerimus.

Sed re vera non putabam te indigere aliqua demonſtratione, quod linea.b.h. diuiſa ſit per æqualia à linea.c. a. cum hæc perpendicularis ſit ab.a. ad baſim.g.d. in triã gulo orthogonio. g. a.d. & cum ſit. b. h. perpendicularis ad.a.o. ex ſuppoſito quæ. a. o. in ſe habet punctum medium baſis.g.d. nec nõ illud anguli recti.a. quod per ſe clariſſimum eſt, cum iam ſcis. o. eſſe centrum circuli circundantis triangulum.g.a.d. orthogonium, et.g. d. eius diameter, vnde. o.a. æquabitur ipſi. o.g. quapropter angulus o.a.g. æquabitur angulo.g. ex quinta primi, deinde ex. 32. eiuſdem, angulus. h. æquabitur angulo.d. eo quod angulus. e. rectus eſt, quemadmodum et. a. ſed angulus. d. æqualis eſt angulo.g. a. c. & propterea angulus.h. erit etiam æqualis angulo. h. a. u. vnde. h. u. æqualis erit ipſi. u. a. ex. 6. primi, cum poſtea angulus. o.a.d. æqualis ſit angulo.d. ex quinta primi erit angulus. a.b.c. æqualis angulo.g. ex. 32, dicta, eo quod c. rectus eſt, & ex eadem æqualis erit angulo. d. a. c. vnde. u.b. erit æqualis ipſi. u.a. ex. 6. dicti, & ideo æqualis erit ipſi. u. h. Reliqua verò illius propoſitionis credo ex te omnia poſſe iteilligere, excepto, q vt tibi ſignificaui ſi à pũcto. i. communi ipſi. a.c. u. & circunferentiæ, ducta fuerit. i.x. ad pũctum. x. commune vni parallelæ à pũcto. g. ipſi h. b. & circunferentiæ, quod dicta. i.x. ad rectos erit ipſi. a.b.d. eo quod cum angulus. a.g. x. æqualis



fit

ſit angulo. a.h.b. propter æqui diſtantiam dictam, æqualis etiam erit angulo. d. & arcus. a.x. æqualis arcui. a.g. vnde angulus. a.i. x. æqualis erit. d. ſed angulus. i.a.d. communis eſt triangulis. c.a.d. et. i.a.t. quare angulus. a.t. i. rectus erit, vt. c. hoc eſt. i.x. perpendicularis erit ipſi. a.d.

Sed vbi tibi ſcripſi circa finem illius epiſtolæ, Tartaleam erraſſe in quinta propoſitione primi lib. ſuæ nouæ ſcientiæ, non ſine ratione illud ſcripſi. Nam, inquit ipſe, nullum corpus æquè graue poteſt in aliquo temporis ſpatio moueri motu naturali, violentoq; ſimul miſtis. Vbi decipitur, eo quod non animaduertit incrementum velocitatis vnius motus, ſimul eſſe cum decremento velocitatis alterius, eodemq; tempore, vt manifeſtè patet in itinere corporis, ab ipſo pro exemplo aſſumpto, hoc eſt quod velocitas motus in ſpatio. c.d. creſcit vt naturalis, & decreſcit vt violenta. nã creſcit orizontem verſus & decreſcit in remotione à linea. a. b. ſed ſi à puncto. c. ad punctum. d. motus eſſet purè violentus, vt putat Tartalea, corpus illud minimè deſcenderet, eo quod uirtus mouens, in. a. poſita, nullo pacto poteſt talem effectum efficere, vnde ab ipſa natura prouenit deſcenſio illius corporis propter grauitatẽ, quã dictum corpus habet in tali medio, aeris ſcilicet, & non ex violentia aliqua. Sed ſi dixiſſet ipſe, illum motum eſſe purum naturalem, hoc eſſet falſum, eo quod purus naturalis motus alicuius corporis non impediti, extra locum ſuum, fit per lineam rectam, & non per curuam, vt videre eſt inter. c. et. d.

In vltima propoſitione deinde eiuſdem lib. quæ. 6. eſt decipitur ſimiliter, & hæc deceptio oritur ab ignoratione quintæ, & à putando motum naturalem non eſſe cauſam ipſius deſcenſus per ſpatium. c.d. Sed quia tibi ſignificaui expeditiorem viam reperiri ad cognoſcendã proportionem inter. a.h. et. a. e. in vltima propoſitione ſecundi lib. ipſius Tartaleæ, ipſam nunc tibi ſcribo. Nã iam ſcis angulum. h. l. i. diuiſum eſſe per æqualia ab. P. l. & quod. a.h. et. h. p. æquales inuicem ſunt ex. 6. primi Euclı. vnde. p.i. et. a.h. æquales erunt inuicem ſimiliter, ſed ex. 3. ſexti ita eſt ipſius. a. l. ad. l.i. vt ipſius. a.p. ad. p.i. & coniunctim ita erit. a.l.i. ad. l.i. vt. a.i. ad. p.i. ſed. a.l. cognita eſt ex eius quadrato, et. l.i. etiam, cum æqualis ſit ipſi. a.i. vnde ex regula de tribus notam habebimus. p.i. reſpectu. a.i. & ita reſpectu. a. e. ſi hypotheſes ipſius Tartaleæ veræ ſunt.

Alia demonſtratio impoſſibilitatis diuidendi per æqualia proportionem ſuperparticularem in diſcretis.

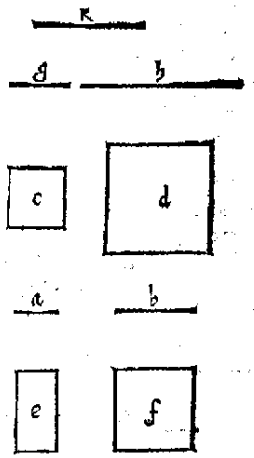
AD EVNDEM.

QVod à me poſtulas, hoc eſt ſcientiam impoſſibilitatis diuidendi per æqualia proportionem ſuperparticularem in numeris latis à Campano in. 8. octaui potes habere, Iacobus Faber Stapulenſis etiam idem tractat in libello ſuę muſicæ demonſtratæ. Sed ſi etiam alia via idem deſideras, quamuis longiori, nihilominus vniuerſaliori, conſidera duos numeros. g. et. h. inuicem relatos ſecundum proportionem ſuperparticularem, quam volueris. Tunc dico impoſſibile eſſe, vt per æqualia diuidatur, quod ſi dixeris poſſibile eſſe, ſit per te. K. medius numerus

propor-

proportionalis inter.g.et.h.quare.g.et.h.non erunt minimi in ea proportione, quia vnitas diuisibilis esset si.g.h.minimi fuissent, quod non conceditur, sint igitur minimi in dicta proportione.a.et.b.quorum differentia erit vnitas, vt scis, sitq; .c.quadratum ipsius.g.et.d.quadratum ipsius.K.tunc clarum erit ex.11.octaui, quod proportio ipsius.c.ad.d.eadem erit quæ.g.ad.h.hoc est vt ipsius.a.ad. b. vnde si vnus terminorum.a.vel.b.esset quadratus, reliquus etiam quadratus esset ex.22. octaui, & ex 16.eiusdem,inter.a.et.b.reperiretur aliquis medius numerus proportionalis, quod fieri non potest ex hypothesi, cum inter.a.et. b. nullus sit numerus, quia differunt inter se per vnitatem tantummodo . Nunc autem cum nullus numerorum.a.vel.b.quadratus sit, ponatur quod.f. quadratus sit ipsius.b.et.e.sit productum ipsius. a.in.b.vnde ex.18.septimi,proportio ipsius.e. ad.f.erit vt. ipsius.a.ad.b.hoc est vt ipsius. c.ad d. quapropter.c. erit quadratus ex.22.octaui , cuius latus retragonicum esset mediũ proportionale inter.a.et.b.ex.20.septimi , quod est impossibile, vt iam dixi, cum.a. et.b.sint inuicem consequentes, vnus post alium immediatè.

Superius enim dixi hunc modum esse vniuersalem, hoc est quod hac methodo possumus in cognitionem venire, quod non solum in duas æquales partes diuidi non possit, sed nec in tres, nec quatuor nec quotvolueris. Primum enim quod non in tres diuidatur à te ipso cognosces ope cuborũ vice quadratorũ,opevero censuũ cẽsuũ, vel qui cognouerit eam proportionẽ esse indiuisibilem per æqualia,illicò etiam cognoscet indiuisibilem esse per quatuor partes, ope verò primorum relatorum,cognoscet non esse diuisibilem per quinq; partes, & sic de cęteris, sed mediantibus ijs quas scripsi de istis dignitatibus in libro Thęorematũ arithmeticorum.



Id autem quod Illustrissimus Daniel Barbarus scribit in quinta parte suæ perspectiuæ, si supra aliquo immobili, atque magno pariete facere volueris, te oportebit hoc ex reflexione radij solaris à speculo plano perficere.

DE INVENTIONE DIAMETRI circuli circunscribentis triangulum.

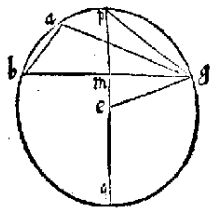
Franchino Triuultio.

VOD mihi nunc proponis est triangulum, cuius basis cum angulo sibi opposito dantur. Vellesq; diametrum circuli apti eum triangulum circunscribere inuenire in discreto.

Sit igitur triangulum.a.b.g. cuius basis.b.g.simul cum angulo. a. ei opposito data sit in numeris. Imaginetur ergo circulus circumscribens ipsum triangulum.b.p.g.q.cuius diameter sit.q.p.perpendicularis eius basi. b. g. vnde. b. g. diuisa erit per æqualia ab ipso diametro in puncto.m. per tertiam tertij, protrahatur etiam

e.g.

e.g.vnde angulus.g.e.q.æqualis erit angulo.b.a.g. portionis , cum duplus sit angulo q.p.g. medietati anguli ipsius portionis ex.19. tertij, ita quod angulus.q.e.g. nobis cognitus erit,& similiter arcus.g.q. & consequenter arcus.p.g.residuum medij circuli, & sic.m. g. eius sinus rectus, & etiam chorda.p.g.vt dupla sinus-dimidij arcus. p.g.& sic.p.m.ejus sinus versus,vel vt tertium latus trianguli orthogonij.p.g.m.vnde nobis cognita erit proportio ipsius.b.g.(quæ dupla est ipsi.m.g.)ad. m.p. & quia productum.p.m.in.m. q.æquale est ei, quod fit ex.b.m. in m.g. ex.34.tertij,quapropter nobis cognita erit pars q.m.quæ cum.p. m.complet totum diametrum.q.p. vnde nobis cognita erit proportio ipsius.b.g.ad.q. p. qua mediante cognoscemus diametrum secundum partes illas quibus proposita fuerit. b.g.

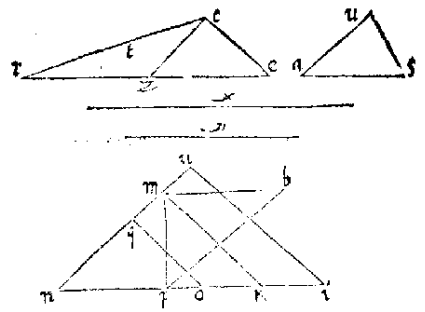


Hoc autem problema non in numeris sed in continuo ab Euclid. ponitur in. 32. tertij.

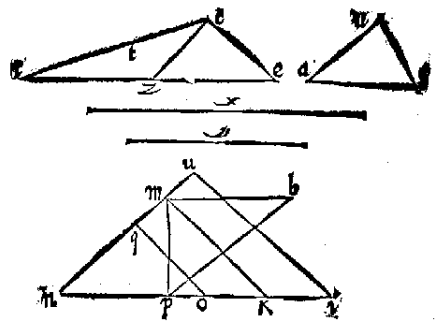
De inuentione alterius trianguli conditionati.

AD EVNDEM.

QVotiescunque etiam inuenire voluerimus triangulum aliquem, puta . n. q. o. æqualem triangulo.t. (exempli gratia) proposito,qui habeat angulum.n. æqualem angulo.a.dato , latera vero continentia ipsum angulum.n.sint inuicem proportionata vt.x.et.y.ita faciemus, accipiemus lineam.n.m. cuius volueris magnitudinis, supra quam constituemus triangulum.m.n.p.æqualem triangulo.t.hac methodo, hoc est prolungando latus.r.z.trianguli.t.quod sit.r.e. ita vt duplum sit ipsi. r z. ducendo postea.c.e. habebimus ex. 38. primi triangulum . t. esse dimidium totius trianguli.r. c. e. designabimus deinde ex. 44.dicti superficiem.p. n. m. b.parallelogrammam æqualemq; triangulo. r. c. e. habentem angulum. n. æqualem angulo. a. ducatur postea.p. m.& habebimus triãgulum. m.n.p.æqualem.t.cum angulo.n.æquali angulo.a.producatur postea.n.p. ita vt.n. K. se habeat.ad.n. m. quemadmodum.x. ad.y. quod erit facillimum producendo. n. m . et. n. K.indeterminatè si oportuerit, deinde eas ad æqualitatem ducendo ipsis. x . et. y. efficiendo exempli gratia quod . n . i . sit æqualis ipsi.x.et.n.u. ipsi. y.ducendo postea.u. i. deinde à puncto.m. ducendo.m. K. æquidistanter . u . i . ex . 31 . primi.& sic habebimus ex. 4. sexti proportionem.x. ad. y. esse inter . n. K . et. n. m.inue-



m. inuenies poſtea ex. 9. eiuſdem lineam aliquam mediam proportionalem inter.n. K. et. n. p. quæ ſit. n. o. duces poſtea o.q.parallelam ipſi.m. K.& habebis propoſitum, eo quod cũ ſit proportio trianguli.n. m.K. ad triangulum.n. m. p. vt.n.K. ad.n.p.ex prima ſexti, duo triãguli.m.p.n.et. n. q. o. æquales erunt inuicem,ex.17. eiuſdem & ex. 9. quinti, & proportio. o.n.ad.n.q. erit, vt.x.ad.y. ex. 11.dicti, cum ex. 4. ſexti ſit vt. n. k. ad.n. m.

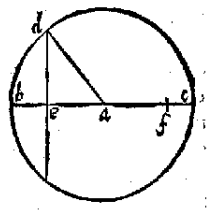


De producto conditionato.

AD EVNDEM.

PRoponis deinde mihi duas rectas lineas, vni quarum, vis vt aliam quandam directè coniungam, ita quod productum huius aggregati in lineam adiunctam æquale ſit quadrato alterius.

Vt exempli gratia ſi fuerint duæ lineæ.e. d.et. e.f.oporteretq; nos ad lineam.e. f.aliam lineam puta.f.c.vel.e. b.iũgere, ita longam, vt productum totius compoſiti.e. c. vel. f.b. in.f.c. vel. c.b.eſſet æquale quadrato ipſius. e.d.



Hoc enim nullius eſſet difficultatis, eo quod quotieſcũque.e.d.coniuncta erit cum. e.f. ad rectos, diuiſaq; per medium à puncto. a. à quo ducta.a.d. deinde ſecundum ſemidiametrum.a. d. deſignato circulo.b.d.c. & protracta.e. f. à qua volueris parte vſque ad circunferentiam in pũcto. c. ſeu in puncto.b. habebimus intentum, eò quod ſi producta fuerit. e. f. etiam ab alia parte, vſque ad circunferentiam,habebimus.b.e.æqualem ipſi.f.c.ex communi conceptu,& productum. e. c. in. e. b. æqualem quadrato ipſius.e.d.ex.34.tertij, cum ex. 3. eiuſdem. e. d.medietas ſit chordæ arcus dupli b. d.

De lapſu verò lapidis verſus mundi centrum, dum ipſum attingere, ac præterire poſſet, de quo me interrogas. Dico Nicolaum Tartaleam, nec non Franciſcum Maurolicum rectè ſenſiſſe, malè verò Alexandrum Piccolhomineum, & exemplum Maurolici optimum eſſe, quod tamen ſi capere non potes, crede ſaltem authoritati bus talium virorum, qui tantum in ijs ſcientijs ſuperant ipſum Alexandrum Piccolhomineum, quantum à Sole cætera ſuperantur aſtra.

Lapis igitur ille tranſiret centrum, reddiretq;,cum diminutione tamen motus impreſſi, eo fermè modo vt ſcribunt iudicioſiſſimi illi viri, donec poſt multas redditiones ſurſum,deorſumq; quieſceret circa centrum mundi. Lucidioris tamen intelligentiæ

gentiæ gratia cogita filum illum (exempli adducti ab illis doctiſſimis viris) cui pondus appenſum eſt, æqualem eſſe axi orizontis, hoc eſt eius extremitatem immobilem eſſe in primo mobili, & in ipſo zenit tui orizontis, tunc arcus motionis ipſius lapidis per tantum interuallum, quantum eſt diameter terræ, inſenſibiliter differret à linea recta, & cum lapis diſtans à centro mundi per ſemidiametrum terræ, iret rediretq;, vt ſcis, ergo idem faceret ſi filum longius eſſet per dictum terræ ſemidiametrum, ita vt poſſet ipſum centrum attingere, nam differentia illa ſemidiametri terræ,ferè nulla eſt reſpectu ſemidiametri ipſius primi mobilis.

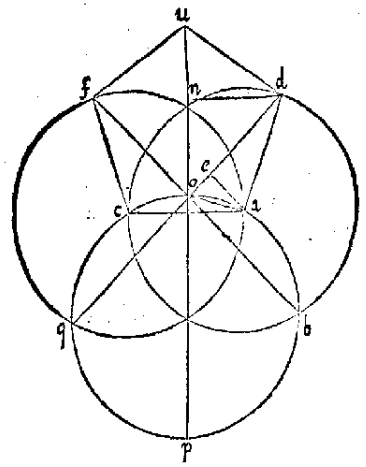
AN PENTAGONVS AB ALBERTO DVRERO deſcriptus æquiangulus ſit.

Conrado Neubart.

SI non credis Pentagonum ab Alberto Durero ſuper datam lineam deſignatum,æquiangulum non eſſe. Fingamus hic ſubiectam figuram ſimilem ei quæ à Durero ponitur, in qua primò, ducta ſit linea. o. a. & habebimus angulum.a.o.b.graduum.60.talium qualium duo recti fuerint gra. 360. vel.30.talium qualium duo recti fuerint. 180.nam ex ſuppoſito,arcus. a. b. eſt ſexta pars totius circunferentiæ,angulus vero.b.o.d.rectus eſt,eo quod.b.o.q.rectus etiam ſit,quare angulus.d.o.a.reſiduus ex recto erit graduum.60.talium, ut rectus eſt. 90.angulus verò.o.a.c.erit gra. 15.eorundem.

Ducatur deinde perpendicularis.a.c.ad.o.d.quæ vt ſinus anguli.a. o. e. erit partium.86602.talium qualium.a.o.erit.100000.quæ quidem.o.a.vt chorda arcus. a. o.eſt partium.51762.talium qualium.a.d.vel. a.c.ſemidiameter eſt.100000.

Nam ſinus dimidij arcus.a.o. (exiſtente.a.o.graduum. 30.) eſt partiũ. 25881. ex quo. a. e. erit partium. 44827. talium qualium. a. d. erit 100000.vnde angulus.a.d.o.cuius ſinus eſt.a.e.erit graduum.26. min.38 qui quidem angulus,ſumptus cum angulo.a.o.d.erit gra.86.min.38.Dempta denique hac ſumma ex duobus rectis gra.180.reliquum erit gra.93. min.22.ideſt angulus.o.a.d. cui additus cum fuerit angulus.o.a.c.gra. 15. talium, habebimus angulum.c. a. d. graduum.108.min.22.exuperantem verum angulum pentagoni per min. 22.vel ſic, cum inuentus fuerit angulus.a.d.o.gra.26.min.38. ſi ex vno recto demptus fuerit, relinquetur angulus.d.a.e.gra.63.min. 22. qui quidem collectus cum fuerit cum angulo.e.a.o.reſiduo ex recto dempto angulo.a.o.e.grad.60.qui.e. a. o. eſt grad. 30. &



etiam collectus cum angulo.o.a.c.grad.15.hi tres anguli efficient angulum. d.a.c. dictum grad.108.min.22.

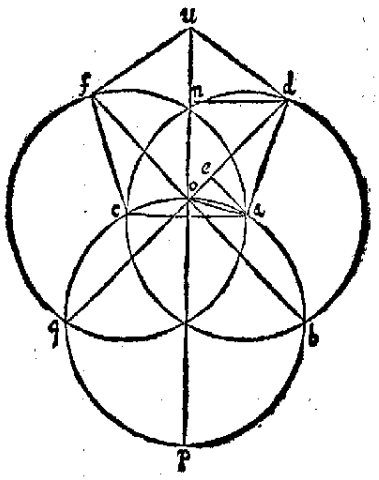
Examinatio anguli. u.

Ducatur.d.n. quam quidem.d.n.cognoſcemus vt ſinus anguli.d.o.n.gra.45.nam angulus ei contrapoſitus.q. o.p. eſt dimidium recti, quare.d.n.erit partium. 70710. talium qualium.d.o. fuerit.100000.ſed d.o.eſt partium.115270.qualium. a. d. eſt. 100000.nam.e.d.vt ſinus anguli.e.a.d.gra.63.min. 22.eſt partium.89389. o. e. vero eſt partium..50000.talium qualium.a.o.eſt.100000.vt ſinus anguli.e.a.o.gra.30. ſed vt.a.o. eſt partiũ. 51762.hoc eſt vt.a.d.eſt.100000.ipſa.o.e.erit partiũ.25881 quæ iuncta cum fuerit cum.e.d.efficiet.d.o.partium.115270.vt dictum eſt, quapropter cum. d.n. ſit partium.70710.talium qualium.d.o.fuerit.100000. ipſa. d. n. erit partium.81507.talium qualium.d.o.erit.115270. ideſt qualium.d. a. vel. d. u. erit 100000.quæ quidem.d.n.eſt ſinus anguli.d.u.n. graduum ſcilicet.54. 36. cuius duplum erit gra.109.mi.12.debebat tamen eſſe.108.m.o.

Examinatio anguli. d.

Accipe angulum. a. d. o. gra.26. min. 38. vt ſupra, cui applica angulum.o.d.n.gra.45.min. o. ſimul cum angulo. u. d. n. reſiduo ex recto graduum.35.minu. 24. & conficies angulum.a.d.u.grad. 107. minu. 2. & habebis propoſitum, quem tamen oportebat eſſe gra.108.min.o.

Quod autem omnia rectè ſupputata ſint, ex ſumma omnium angulorum patere poteſt.nam collectis omnibus quinque angulis. a.c. d. f. u. ſimul,hoc eſt grad.108.minu.22.cum gra. 107.min. 2. cum grad. 12. efficient grad.540.min. o.ſumma æqualis ſex angulis rectis.



ALIA

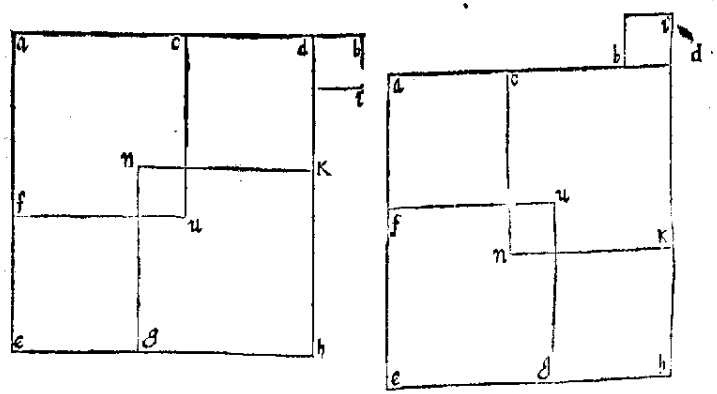
ALIA DEMONSTRATIO NONÆ, ET DECIMÆ ſecundi Euclidis.

Petro Catenæ.

VAMVIS nona ac decima ſecundi Euclid. aliter à Comandino & Maurolico demonſtratæ fuerint, nihilominus mihi etiam viſum eſt non nihil meo moræ in eas tibi ſcribere, vt ſenſibiliter quoque cognoſcas illas veras eſſe.

Eſto linea.a.b. pro nona propoſitione,diuiſa per æqualia in. c. per inæqualia verò in.d. quadratum autem . a. d. ſit.d.e. quadratum verò. d.b. ſit.d. i. quadratum. a. c. ſit. c. f. & quadratum.c. d. ſit.c. K.clarum enim erit. K. h. æqualem exiſtere ipſi.a.c. ſecetur igitur. e. h. in. g. ita vt. h. g. æqualis exiſtat ipſi. K. h.vnde.g. e.æqualis erit c. d. perficiatur etiam quadratum.h. n. vnde in totali quadrato.a. h. habebis duplũ quadrati partis. c. d. nempe. c. K. et. f.g. & quadratum.a. u. cum gnomone.u.g.h.k. cui deficit quadratum æquale. d.i.quadrato, vt ſint etiam duo quadrata partis.a.c.

In decima aũt propoſitione,quadratũ totalis lineæ.a.d.ſit.d.c.& lineæ.b.d.ſit.b.i.et e.d.ſit. d.n. et.a.c.ſit.c.f.et.f.c.ſit.e.u.vnde.n.u.æquale erit quadrato.b.i.vnde in quadrato totali.a.h.videbis duo quadrata æqualia.f.c.et.g.k.partis.a.c.& quadratum.c. K.cum gnomone.n. f.e.g.cui addito quadrato.b.i.habebis duplum quadrati partis. c. d.



DE STELLA CASSIOPEIÆ.

Annibali Raymundo Aſtrologo Peritiſſimo.

PROSPEXAM tua doctiſſima ſcripta perlegi, conſideraui, quod ſiã multitudine exhalationum in regione elementari acciderit anno. 1572. & 1573. vt totos ſex menſes ab omnibus per vniuerſum terrarum orbem viſa fuerit ſtella illa, quæ eſt in angulo ſeptentrionali quadrilateri Caſſio

peiæ tam lucida, vt ipſo lucifero videretur rutilantior atq; cæterarum (abſque vlla aſpectus diuerſitate) magis ſcintillans. Quî fieri poterat, vt ſtellæ quæ ab illa parum diſtant, alioqui multo maiores, non etiam illa clariores apparuerint? ſed ſi aliquis diceret eam exhalationem non ita fortaſſe dilatari, vt inter nos, & aliam aliquam ſtellam interponeretur. Tunc ego reſponderem neceſſariò ſequi debere talem exhalationem, tantam latitudinem occupare, quod aliquibus populis aliam aliquã ſtellã circunuicinãhac ipſa de qua mentionem fecimus redderet lucidiorem. Sed cum hoc perſpectum fuerit nulli, ſequebatur lucem illam ab ipſis exhalationibus elementaribus haud poſſe oriri: quod nobis ſcintillatio illa maxima permagno fuit indicio, ſi phas eſt credere, nã quo magis aliquod cœleſte corpus ſcintillat, eo longius à nobis diſtare.

Verum quoniam efflagitaſti à me vt aliquid circa huiuſce rei ſpeculationem tibi ſcribam, idcirco tibi morem gerere volens paucis ſubiungam.

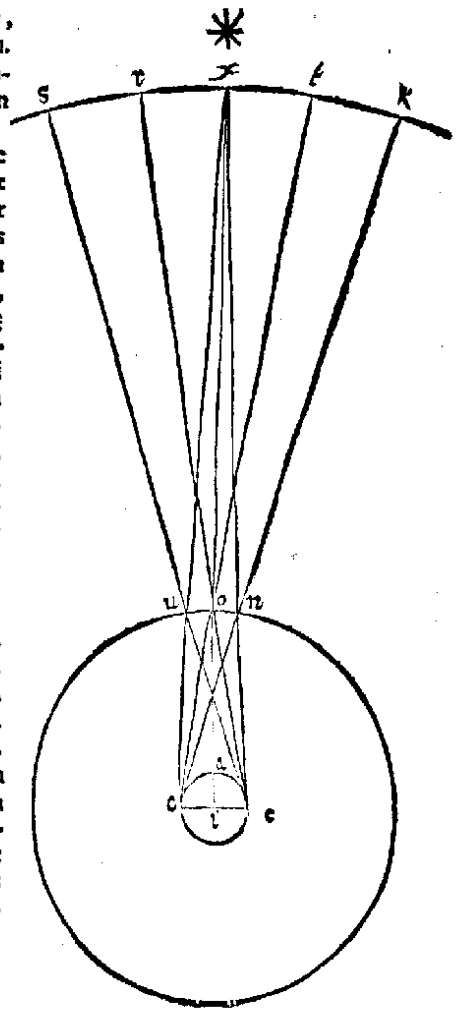
Conſidera primo hanc ſubſcriptam primam figuram, in qua. c. a. e. ſignatur pro Globo terreſtri cuius.i.centrum ſit et.u.o.n.pro conuexo ignis, ſed.K. x. s. pro orbe octauo.x.autem pro ſtella iam ſuperius dicta, quæ ſemper fuit, eſt, & erit, quamuis cæteris tribus nunc obſcurior ſit. Accipiantur deinde duo loca in ſuperficie terræ, quę ſint.c.et.e.diametraliter inuicem oppoſita, ita quod circa eorum orizontes poſſibile ſit ſtellam.x.videre, radijs ipſius ſtellæ mediantibus.x.n.e.et.x.u.c.quorũ partes.n.c.et.u.e. ita breues ſint, reſpectu eorum totorũ, vt vix ſexcenteſima pars ſit vna quæq; illarum, nec non.c.c. ita breuis reſpectu ſemidiametri octauæ ſphæræ, quod vix ſit vna ex partibus decemmillibus, vt ſcis; ſequitur quod recta terminata ab. u. et. n. minor ſenſibiliter non ſit ipſo terræ diametro. c. e. cum duo hæc interualla ex triangulorum ſimilitudine ſe habeant vt. x.i.ad.x.o.hoc eſt ferè vt.602.ad.601.vnde anguli. n.e.c.et.u.c.e.à rectis minime differre videbuntur, cum eorum differentia certo modo minima ſit. ductę poſtea cũ fuerint duæ diagonales.e.u.et.n.c.terminabũt angulos.n.e.u.et.e.n.c.inuicẽ ferè ęquales,idẽ aſſero de angulis.u.c.n.et.e.u.c.

Supponatur nunc primò tuam exhalationem ſublimatam eſſe ad ſupremas partes elementaris regionis circum circa lineam.o.i:tunc clarum eſſet quod ſi ratione huiuſmodi exhalationis ſtella. x.ita lucida viſa fuerit tam aſpicientibus ab. e. quam ab c.exhalatio minoris latitudinis quam.u.n.eſſe non poterat,hoc eſt,quam terræ diameter, cum idem in longitudine ferè ſit,ſed punctum.u.ſatis videri poteſt ab oculo in. e.& punctum.n.ab oculo in. c.vt alias tibi probaui,ratione refractionis radiorum per diuerſa diafana tranſeuntium. Nunc producti cum fuerint ij duo radij.e.u.et.c.n.vſque ad octauum orbem ad puncta.s. et. K. reliquum erit nos videre quantitates graduum arcus.s.x.et.k.x.ſed.s.x.ſubiacet angulo.s.e.x.et.k.x.angulo.k.c. x. qui qui quidem anguli nihil differunt ſenſibiliter ac ſi eſſent in centro.i.Et cum ſuperius dixerimus angulos.s.e. x. et. k. c. x. ſenſibiliter minime differre ab angulis.c.n.c.et.e.u.c. ſi cognouerimus quantitatem iſtorum, cognita etiam nobis erit quantitas illorum.

Cum igitur ſemidiameter elementaris regionis maior ſit ſemidiametro terræ, vt *33*.ad vnum, & cogitata.c.n.vt dicta ſemidiameter, quia ſenſibiliter ab ea minime differt, nunc ſi ſupponatur dicta.n.c.vt baſis triãguli orthogonij eſſe partiũ.100000 & dixerimus ſi.c.n.vt partium.*33*. præbet nobis. c. e.duarum partium, quid nobis præſtabit eadem.c.n.vt partium.100000.vnde proueniet nobis.c.e. vt partiũ.6060. cuius angulus.c.n.e.erit graduum.3.& min.29.ita etiam erit angulus.k.c.x.cuius arcus

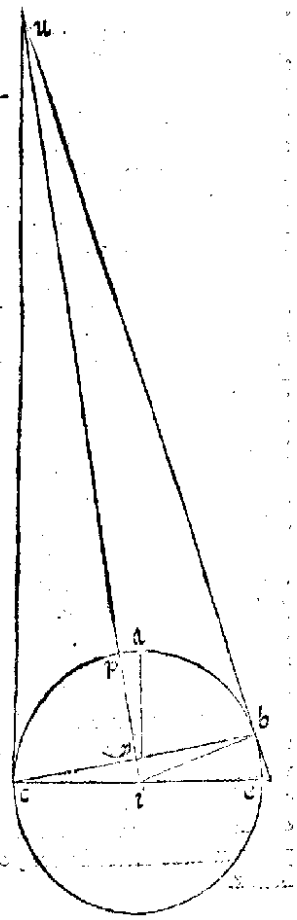
eus.s.x. eorundem graduum erit, & minutorum.idem dico de arcu. x.k. Sed circa dictam ſtellam omnes aliæ non diſtant huiuſmodi interuallo.

Nihilominus nec tu nec alij peripatetici qui hanc ſequuti ſunt opinionem exhalationum, ad ſeruandam nullitatem diuerſitatis aſpectus, affirmant poſſe tam longe à terra aſcẽdere exhalationes, imo nec attingere ſupremas tertię regionis aeris partes, ita ut non ingrediãtur ſuum igneũ orbem, qui quidem orbis ſecundum illorum opinionem incipit non valde longè à ſuperficie terræ, vt iã in mea conſideratione contra Antonium Bergam probaui, ſed demus, ꝙ dictæ exhalationes aſcenderint per decem ſemidiametros terræ, diſcurrendo poſtea ſic,cum.c.n.ut decem, nobis dat.c. e,vt duo, ꝙd dabit nobis ipſa.c.n. vt. 100000, & proueniet nobis.c. e.vt.20000. cuius ſinus angulus erit gra.11.mi. 32.& ita erunt anguli.s. e. x. et. k. c. x.& ſic eorum arcus.s.x.et. k. x. ſed quis vnquam dubitabit ꝙ in tanto interuallo à dicta ſtella non ſint aliæ multæ ipſa maiores? lineas vero.e.o.r. et. c.o.r. duxi, vt videres effectum maioris aſpectus diuerſitatis ab oculis.e.et.c.in circulo altitudinis quando. o. fuiſſet punctum illud luciditſimum, & non. x.



At poterit aliquis mihi obijcere quod cum.i.o. fuiſſet longior.i.e. per decem vices tantummodo, exiſtente oculo in.e.uel.c. per gradus.90.ab.a.tunc punctus.u.vel n.ab ipſo oculò non videretur ob terræ globoſitatem. Imaginemur igitur à puncto u.recta. u.b.tangens quartam.a.e.in puncto.b.vt in ſecunda figura videre eſt, in qua ducantur. c. b: i.b: et.i.u.quæ.i.u.ſecabit arcum. c. b.in puncto.p. per æqualia et.c. b. ſimiliter in puncto. y. quod nulli dubium eſt, cum.c. u. æqualis ſit. u. b.ex.35. tertij Euclidis, unde ex octaua primi angulus.c.i.u. æqualis erit angulo.u.i.b.& ideo arcus. c. p. æquabitur arcui.p.b.ſed ex.4. primi.c.y.æqualis erit ipſi.y.b.

Nunc ſuppoſita.c.i.decima parte ipſius.c. u. nemini dubium erit quod cum. u. i. ſubtendatur angulo recto.u.c.i. (iam ſupra diximus angulum.c.ſenſibiliter minime differre à recto)ipſa vt ſinus totus erit partium. 100000. cuius quadratum cum diuiſum fuerit in partes æquales centum & vnã, illarum vna æqualis erit quadrto.c.i. reliquę vero quadrato ipſius.u.c.ex proportione duplicata quadratorum ad eam quam continent eorum latera. Sed quadratum ipſius.u.i. eſt partium. 10000000000. quare quadratum. c. i. erit. 99009900. cuius radix. c.i. erit partium.9950.vnde quadratum ipſius.c.u.erit partium. 9900990100.cuius radix.u.c.erit partiũ 99500. vnde angulus.c.i. u.erit graduum.84.& minu.17.& angulus.c.u.i.qui reſpondet ſinui.c. i. erit gra.5.& min.43.cuius duplum,hoc eſt angulus. c. u.b.erit grad.11. min. 26. æqualis ferè angulo iam ſupradicto.ſed.c.y.ſinus anguli. c. i. y. erit ſimiliter partium.99500.talium vt.c. i. ſunt. 100000. ſed vt c. i.eſt partium.9950. tunc.c.y. erit partium.9900 hoc eſt quaſi decima pars ipſius. c. u. quare ſi oculus in. e. non videbit punctum.u. hoc punctum bene videbitur ab oculo in. b. abſque ſenſibili diminutione anguli in puncto.u.vt probauimus.



DE MAGNITVDINIBVS FIGVRARVM iſoperimetrarum.

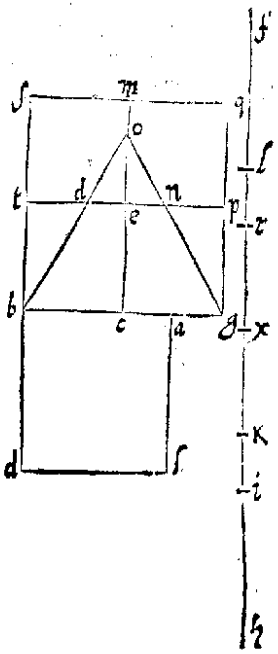
Domino Ioanni Maria Agatio.

VANVIS à Theone ſupra Ptolomei Almageſtum ſufficienter traditum ſit de magnitudinibus figurarum iſoperimetrarum, nihilominus vt tibi morem geram, ea nunc ſcribo, quæ mihi in mentem venerunt contra Alexãdrum Piccolhomineum, antequã aliquid ipſius Theonis vidiſſem Alexan-

Alexander Piccolhomineus in libro primo de mundi ſphæra vbi tractat de cęli rotunditate, ita inquit.

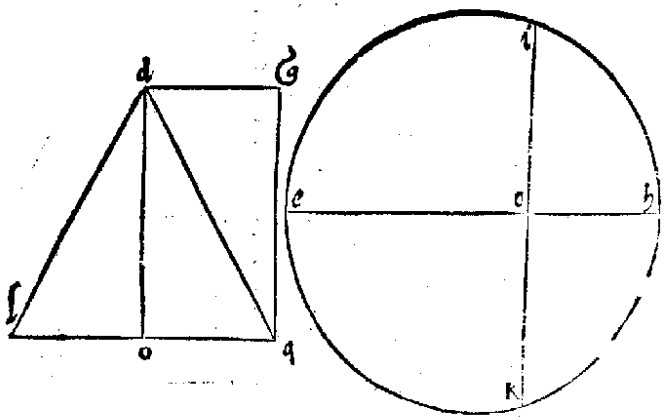
» Oltre di queſto, douendo il decimo cielo contenere & in ſe chiudere tutte le co-
» ſe, è conueneuol coſa il penſare, che foſſe fatto di quella più capace figura che eſ-
» ſer poſſa,la qual è la figura rotunda, però che ſi può trar da molti luoghi d' Euclide
» che ſi come ſe noi ci immagineremo più figure ſuperficiali talmente che tutte le li-
» nee de l'vna congionte inſieme, ſieno vguali à tutte le linee pur inſiememente com-
» poſte di qual ſi voglia de l'altre figure, ne ſeguirà, che quella figura ſarà più capa-
» ce la qual haurà manco angoli, & quella capaciſſima che ſarà ſenza alcuno come è
» la figura circolare,&c.

Cogitemus igitur primò de triangulo æquilatero & quadrato iſoperimetris,ſit enim triangulus æquilaterus.o.b.g.quadratum verò.b.l. quorum periferiæ inuicem æquales ſint. Dico quadratum maioris ſuperficiei eſſe ipſo triangulo. Accipio primum lineam. f. h. eiuſdem longitudinis quæ vnius periferiæ dictarum figurarum, quam punctis.r. K. mediantibus diuido in tres æquas partes,in quatuor verò mediantibus punctis.l.x.i.vnde proportio totius.f.h.ad.K.h.erit vt.l.h.ad.i.h.ideſt tripla,& per 16.quinti erit.f.h.ad.l.h.vt.k.h.ad.i.h.per. 19.verò f. h.ad.f.l.vt.K.h.ad.K.i.ſed.f.l. eſt quarta pars ipſius.f.h.ergo. k.i.erit quarta pars ipſius. k.h. Coniũgantur enim ambo iſtæ figuræ vt hic inferius vides, vnde.a.g.erit quarta pars ipſius. b. g. diuiſa poſtea. b. g. per æqualia in.c.erit. a.c.æqualis.a.g. Ducatur deinde.o.c.quę per.8.primi,nec nõ ex definitione, perpendicularis erit ipſi.b. g. ergo etiam quadratũ b q.ſupra.b.g.producoq;. o.c.vſque ad.m.nam nulli dubium eſt quin.o.c.breuior ſit.o.g.ex.18.vel.48 primi cui æquatur.q.g.diuido etiam.c. m.per æqualia in puncto. e. ducoq;.t.e. p. æquidiſtantem. b.g. vnde habebimus duo quadrata. e. g. et. e. b. ſed quadratum. b. l. æquatur quadrato ipſius. c. a. cum duplo illius quod fit ex. b. c. in. c. g. vt patet ex.9. ſecundi, hoc eſt æquatur quadrato.c. a. & rectangulo.t. g. Deinde vt ſe habet.p.g.ad.o.e.ita ſe habet.u.p.ad.u.c.ex ſimilitudine triangulorum. Sed.p.g.maior eſt ipſa.o.c.cum.p.g.æqualis ſit. e. m. quare triangulus.u.g. p. maior erit triangulo.o.e.u.ex.17.ſexti. Similiter dico maiorem eſſe triangulum.b.d.t.triangulo.e.o.d.vnde ſequitur rectangulum.t.g.maiorem eſſe triangulo.b.o.g. ſed quadratum. b.l.eſt etiam maior ipſo rectangulo.t.g.ex quadrato ipſius c.a.vt diximus, tanto igitur maior erit triangulo.b.o.g.



Poſſumus

Possumus etiam probare quod periferia quadrati æqualis triangulo æquilatero minor sit periferia ipsius trianguli æquilateri. Cogita triangulum æquilaterum hic subscriptum.d.l.q. cuius basis. l.q. diuisa sit per æqualia à perpendiculari. d. o.deferi ptūq; sit rectangulum.o.g.quod æquale erit triangulo.d.l.q. sed periferia trianguli maior est periferia rectanguli,nam.l.q.æqualis est.o.q.cum.d.g.sed.q.d.maior est.o. d. ex. 18. primi,vnde.l. d.maior etiam.q.g.cum ex.34.dicti latera opposita ipsius rectanguli sint inuicem æqualia, accipiamus postea. e.c.æqualem.o.d. et. c. h. indirectum æqualem.o.q.circa quem diametrum.e.h.intelligatur circulus.e.i.h.k.et.à puncto.c. dirigatur perpendicularis.k.i.ad.e.h.vnde ex.3.tertij.c.i.æqualis erit.c.k.& ex 34.quod sit ex.c.i.in.c.k.hoc est quadratum ipsius.c.i.æquale erit ei quod fit.ex. e.c. in.c.h.hoc est rectangulo.g.o.hoc est triangulo.d.l.q.sed.e. h. est dimidium periferię ipsius rectanguli.g.o.quæ minor est dimidio periferiæ trianguli.d.l.q.vt vidimus et.i.k.est dimidium periferię quadrati ipsius.i.c.&minor etiam ipsa.e.h.ex.14.tertij quare verum est propositum.



Sed quando periferiæ sunt inuicem æquales,possumus etiam breuiter videre id quod supradiximus,hoc est, quod quadratum,maius sit triangulo æquilatero. Nam cum.b.g.sesquitertia sit ad. b. a. ergo. b. g. erit vt.4.et.b.a.ut.3.vnde.b.q.erit vt.16 et.b.l.vt.9.et.c.q.vt.8.quare. b.l.maius erit ipso rectāgulo.c.q.sed. c.q.maius est triāgulo.b.o.g.cum.q.g.quæ æqualis est.o.g.maior sit.o.c.ex.18.vel penultima primi, nam si.q.g.æqualis esset.o.c.tunc.c.q.æqualis esset triangulo.b.o.g.ex.41. primi.

Alia etiam via maiores nostri vsi sunt quæ generalis est vt in Theone supra Almagestum videre est, medijs perpendicularibus à centris ad latera figurarum, sed quia differētia longitudinum ipsarum perpendicularium alio medio inueniri potest, eo quo ipsi vsi sunt, prætermittere nolo quin tibi scribam.

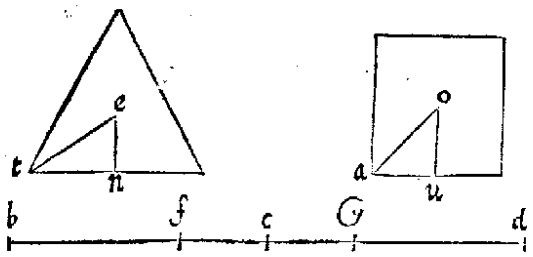
Ego enim ita discurro.

Sint duæ figuræ isoperimetrę æquilaterę & æquiangulæ, pura primò triangulum & quadratum quorum centra sint. e. et. o. à quibus centris ad latera sint perpendiculares.e.n.et.o.u.vnde.n.et.u. dividentlatera per æqualia vt scis, ducantur postea.e.t.et.o.a.ad angulos dictorum laterum,vnde habebimus angulum.o.a. u. dimidiū recti, et.e.t.n.tertia pars vnius recti, vt ex te ipso videre potes, quare angulus a.sesqui-

a.sesquialter erit angulo.t.quod vt clarius videas cogita lineam.b. d. cuius mēdietas sit.c.d.tertia verò pars illius sit.g.d.tunc dico.c.d.sesquialteram esse ipsi.g d.sit enim f.d.duplum ipsius.g.d.quare.f.d.erunt duæ tertiæ totius lineę.b.d.& quia eadem proportio est totius. b.d.ad.c.d.quæ.f.d.ad.g.d.ergo permutando eadem erit totius. b. d.ad.f.d.quæ.c.d.ad.g.d. Sed.b.d.ad.f.d.sesquialtera est,verum igitur erit quod angulus.a.sesquialter sit ipsi.t.deinde.t.n.est sesquitertia ipsi.a.u. vt superius vidimus. in eorum duplis. scimus etiam.n.e.esse dimidium ipsius.t.e. eo quod cum. e. t. n. sit tertia pars vnius recti,angulus.t.e.n.erit duo tertia vnius recti, vnde. e. n. erit latus. exagoni æquilateris inscriptibilis circulo cuius diameter sit.e.t.quare.e.t. dupla erit ipsi.e.n.in longitudine, sed quadrupla in potentia.t.n. vero tripla in potentia ipsi.n. e.ex penultima primi, quæ omnia etiam ex.8.tertijdecimi. Eucli. elicere potes, sed t.n.erat sexquitertia ipsi.a.u.in longitudine, hoc est ipsi.o.u.nam.o.u.æqualis est ipsi a.u.quare.n.t.erit minus quam dupla in potentia ipsi.o.u.hoc est, vt. 16. ad. 9. ergo maior proportio erit ipsius.t.n.in potentia ad.n.e.quam ad.o.u. quare etiam in longitudine, maior proportio erit ipsius.t.n.ad.n.e.quam ad.o.u.vnde.o.u. longior erit ipsa.n.e.quod est propositum.

Sed si.o.a.u.esset pentagonus æquilaterus & æquiangulus,similiter probabo perpendicularem.o.u.longiorem esse.n.e.ipsius trianguli æquilateri,dummodo sint isoperimetrę. Sit enim.a.u.dimidium lateris pentagoni ex suppositō,cuius centrum sit o.tunc proportio.t.n.ad.a.u.erit superbipartiensterrias,vt ex ordine iam hic supradicto à te facillimè elicere pores, hoc est,vt.5.ad.3. et. a. u. minor erit. o. u. eo quod angulus.o.minor erit angulo.a.nam angulus.o.erit quinta pars duorū rectorum,hoc est duæ quintæ vnius recti, vnde angulus. a. residuum vnius recti erit tres quintæ vnius recti, quare angulus.a.maior erit angulo.o. & consequenter latus.o. u. maius latere.a.u. sed.t.n.minor est quam tripla in potentia ad.a.u.eo quod erit vt. 25. ad.9.cum in longitudine sit vt.5.ad.3.sed dicta.t.n.tripla est in potentia ad.e.n.quare.a.u.maior erit ipsa.e.n.sed.o.u.maior est ipsa.a.u.vt diximus, igitur multo magis. o.u.maior est ipsa.a.u.vt dixim⁹ & cōsequēter multo magis. o.u.maior erit ipsa.n.e.

Quotiescunque enim cognoscimus proportionem anguli.o.ad angulum. a. quod quidem facillimum est, nec non proportionem.t.n.ad.a.u.quod,etiam illico cognoscitur, tunc ex scientia cordarum & arcuum omnia etiam facillimè innueniuntur. Verum circa triangulū æquilaterum,& pentagonum,alium modū inueni,sed aliquantulum prolixiorem.

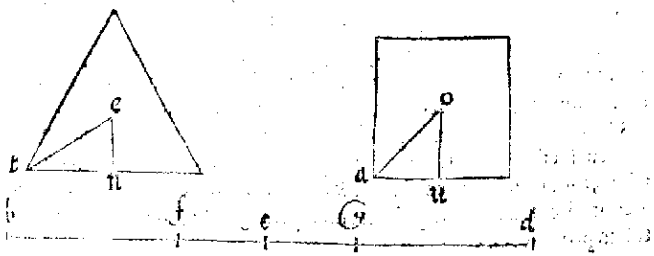


De incommmenſurabilitate, in longitudine perpendicularis trianguli æquilateri cum eiuſdem latere.

AD EVNDEM.

ID quod à me poſtulas eſt omnino impoſſibile, velles enim duos numeros inueni re inter ſe ita ſe habentes, vt ſe habent perpendicularis in triangulo æquilatero cum vno eius lærum, quod vero hoc fieri non poſſit, conſidera in figura præcedenti triangulum æquilaterum. d. l. q. cuius perpendicularis ſit. d.o. quæ diuidit. l. q. per æqualia in.o. vnde ex.4. ſecundi Euclidis, quadratum.l.q. (ideſt. d. q.) quadruplum erit quadrato.o.q.& ex penultima primi æquale quadratis.d.o.et.o.q. quare erit ſeſquitertium quadrato ipſius.d. o. & ita quadratum.d.o. erit triplum quadrato ipſius, o. q. hæ autem proportiones non ſunt vt numeri quadrati ad numerum quadratum quod ſi ita fuiſſent, ſequeretur ternarium numerum eſſe quadratum ex. 22. octaui. Cum igitur non ſint vt numeri quadrati ad numerum quadratum, ſequitur ex ſeptima decimi.d.o. eſſe incommenſurabilem ipſi.l.q. ſeu. d.q. in longitudine.

Vel dicamus ita, proportio quadrati ipſius.l.q. ad quadratum ipſius.o.d. eſt in genere ſuperparticulari, cum ſit ſeſquitertia, vnde quadratum ipſius.d.o. numeris dari non poteſt, eo quod ſi dabilis fuiſſet, ſequeretur, quod inter quadratum ipſius. l. q.& ipſius.d.o. eſſet aliquis numerus medius proportionalis ex. 16. octaui, vnde ex octaua eiuſdem vnitas diuiſibilis eſſet, quod fieri non poteſt.



De triangulo & Pentagono æquilatero.

AD EVNDEM.

MOdum quem conſideraui circa triangulum æquilaterum & pentagonum, vt tibi ſignificaui ita ſe habet.

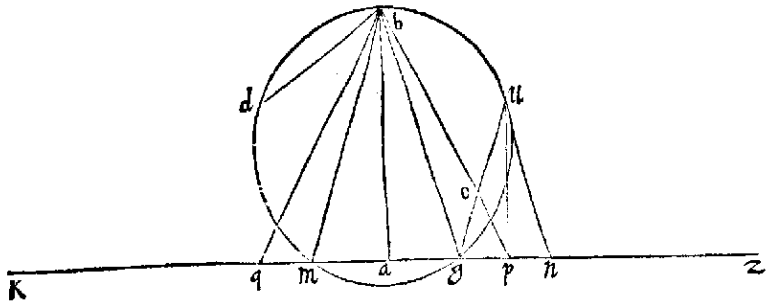
Probandum primò eſt pentagonum altiorem eſſe triangulo ſibi iſoperimetro. Iam tibi notam puto proportionem lateris trianguli ad latus pentagoni eſſe vt. 5. ad. 3.

Sit igitur pentagonus.b.d m.g.v. cuius periferia diſtenta ſit. K.z. baſis autem. m. g. bifariam diuiſa ſit in puncto.a. ductaq;.a.b: b.g.et.b.m. clarum erit.a. b. perdicularem eſſe ad.m.g.ex.8. primi Eucl.cum.b.m.et.b.g. (baſes triangulorum. b.d. m. et.b.u.

et. b.u.g.) ſint inuicem æquales ex. 4. eiuſdem.

Accipiatur deinde vel intelligatur. g.p. æqualis duabus tertijs ipſius.a.g. ducatur que.b.p. quam probabo maiorem eſſe duplo ipſius.a.p. vnde maior erit latere ipſius trigoni æquilateris, cuius dimidium eſt.a.p. ſcimus enim ipſum latus ſe habere ad.m. g. vt quinque ad.3. ita etiam.a.p.ad.a.g. vt diximus.

Cum autē angulus. a.b.g. ſit quarta pars anguli.b.g.a. ex. 10. quarti & quinta pars vnius recti ex. 32. primi, dictus angulus erit graduum. 18. et.a.g. erit partium. 30902. et. a. b. partium. 95015 et.a.p. 51503. vnde ex penultima primi latus.b.p. erit partium. 108075. duplum vero ipſius.a.p. erit. 103006. latus igitur dicti trigoni, quod ab.p. erigitur, ſecabit perpendicularem.a.b. ſub.b. hoc eſt inter.b.et.a. ex penultima primi. Finiatur enim triangulus æquicrurus.b.q.p. quem probaui maiorem eſſe æquilatero iſoperimetro pentagono propoſito, ducaturq;.u.p. ducatur etiam. u. n. parallela ipſi.b.g. quæ concludet triangulum.g.u.n. ſimilem triangulo.m.b.g. eo quod cum angulus.m.b.g. æqualis ſit angulo.b.g.u. ex. 16. tertij, per. 27. primi.m.b.et. g.u. erunt inuicem æquidiſtātes, vnde angulus.b.m.g. æqualis erit angulo.u.g.n. et. ex. 29. angulus.g.u n. æqualis erit angulo.u.g.b. quare etiam angulo.g.b.m.& angulus. u.n. g. angulo.b.g.m. ex. 32. eiuſdem, vnde ex. 4. ſexti proportio.g.n.ad.g.m. erit. vt. g.u. ad.m.b. ſed cum.g.u. maior ſit dimidio ipſius.b.g. ex. 20. primi, hoc eſt maior dimidio ipſius.b.m. ergo.g.n. etiam maior erit ipſa.g. a. quapropter maior erit ipſa. g. p. cum.g.p. minor ſit ipſa.g.a. ex hypotheſi, ducta deinde cum fuerit. b. n. habebimus triangulum.b.n.g. æqualē triangulo.b.u.g.& maiorē triāgulo. b.p.g. ex prima ſexti vel quia totum maius eſt ſua parte. Triangulus igitur.b.u.g. maior eſt triangulo.b.p.g. quare triangulus.b.u.o. maior erit triangulo.g.o.p. ex communi conceptu, idem infero ab alia parte dictarum figurarum. Quare pentagonus.b d.m.g.u. maior erit triangulo.b.q.p. quem probauimus maiorem eſſe triangulo æquilatero ſibi iſoperimetro.



Comparatio periferiarum quadrati & trianguli æquilateri circunſcriptorum ab eodem circulo.

AD EVNDEM.

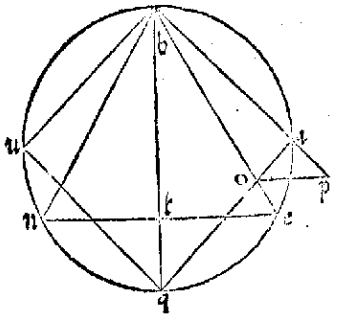
QVod autem periferia quadrati in eodem circulo inſcripti, in quo ſit triangulus æquilaterus, longior ſit periferia ipſius trianguli æquilateri, abſque vllo

negotio cordarum & arcuum poſſumus geometricè demonſtrare quod valde deſideras.

Quapropter ſit circulus.b.a.e.q.in quo ſit triangulũ æquilaterum.b.e.n.& quadratum. b.a. q.u. cuius periferiam probabo longiorem eſſe periferia trianguli. Sit enim diameter circuli.b.q.qui etiam erit diameter quadrati, vt à te ſcire potes. Sit etiam punctũ.b.commune tam anguli quadrati quam trianguli. vnde ſequitur quod dictus diameter ſecabit latus.n.e.trianguli ad rectos & per æqualia in.t. Nam cum arcus.b.e.æqualis ſit arcui.b.n.ex.27.tertij, remanet vt arcus.q.e.equalis ſit arcui. q.n.vnde angulus.q.b.e.æqualis erit angulo.q.b.n.ex. 26. eiuſdem. quare ex. 4. primi anguli ad.t.erunt recti,et.n.t.æqualis erit ipſi.t.e. vt diximus.

Deinde.b.e.et.q.a.ſcinuicem ſecãt in puncto. o.vt ex ſe clarum patet, ducatur poſtea.q.e.vnde habebimus angulum.b.e.q.rectum ex.30.tertij, quare ex.18.primi.q.o. longior erit ipſa.q.e.et.q.e.longior erit ipſa.e.t. quare.q.o. longior erit ipſa.t.e.

Vt probemus poſtea.b.a.o.longiorem eſſe ipſa. b.e. producatur.b.a. ita quod.a.p.æqualis ſit ipſi.a.o.ducaturq; o.p.et.a.e.cum autem ex iam dicta.30. tertij angulus b a.o.rect⁹ ſit, erit angulus.o.a.p.ſimiliter rect⁹ ex.13. primi,vnde ex.5.et.32. eiuſdẽ angulus.a.p.o.erit dimidium recti,& ſimiliter,ex ijſdem,angulus.b.q.a.eſt dimidium recti quare angulus.a.p.o.æqualis erit angulo.a.q.b.ſed angulus.a.e.b.æqualis eſt angulo.a.q.b.ex.20.tertij, ergo angulus.b.p.o.æqualis erit angulo.b,e.a.angulus vero a.b. e.communis eſt ambobus triangulis.a.b.e.et.o.b.p.quare ex. 32. primi anguli. b.a.e.et.b.o.p. reliqui ex duobus rectis æquales inuicem erunt. Quare ex quarta ſexti, er.18. quinti proportio.b.o.ad.b.p.erit, vt b.a.ad.b.e.ſed ex.18. primi.b. o. maior eſt ipſa.b.a.quare ex.14.quinti.b.p.maior erit ipſa.b.e.ſed.b.p.æquatur ipſis.b.a.cum.a.o ex hypotheſi,ergo. b. a. cum.a.o.maior erit ipſa.b.e.ſed.q.o.maior erat ipſa.t.e.vt ſuperius vidimus, quare.b.a.cum.a.o.et.o.q.maior eſt ipſa.b.e.cum.e.t. hoc eſt dimidium periferię ipſius quadrati, maiꝰ erit dimidio periferię ipſiꝰ triãguli propoſiti,quare ex14 dicta tota periferia dicti trianguli, ſimiliter probarem de omnibus alijs figuris regularibus eodem circulo inſcriptis.



CONSIDERATIONES NONNVLLÆ IN Archimedem.

Doctiſſimo atque Reuerendo Domino Vincentio Mercato.

VOn tibi aliàs dixi verum eſt.intellectum ſcilicet non omninò quieſcere circa illas duas Archimedis propoſitiones, quæ in translatione Tartaleæ ſunt ſub numeris. 4. et. 5. & in impreſſione Baſileæ ſub numeris. 6. et. 7. vbi tractat

tractat de centris libræ,ſeu ſtateræ: Aſpice igitur in.4. ſupradicta, quod cum appenſæ fuerint omnes illæ partes ponderum, partibus longitudinis ipſius.l.K.in qua volo vt à punctis.e.et.d.imagineris duas lineas.e.o.et.d.u.inuicem æquales, & ferè perpendiculares ipſi.l. K. hoc eſt reſpicientes mundi centrum; imagineris etiam. o.u. quæ ſit parallela ipſi.l.k.quæ diuiſa ſit in puncto.i. ſupra.g. Hinc nulli dubium erit, cum.g.fuerit centrum totius ponderis appenſi ipſi.l.K.quod.i. ſimiliter erit centrum cum directe locatum ſit ſupra.g.hoc eſt in eadem directionis linea, quod quidem non indiget aliqua demonſtratione, cum per ſe ſatis pateat. Vnde ex communi conceptu.o.erit centrum ponderis appenſi ipſi.l.h. et.u. erit centrum ponderis appenſi ipſi h.K. Scimus igit. i. eſſe cẽtrum duorum, hoc eſt ipſius.l.h. & ipſius.h.k.continuatorum per totam. l. k. Nunc ergo ſi conſideremus.l.k.diuiſam eſſe, hoc eſt diſiunctam in puncto.h.inuenietnus nihilominus.i.centrum eſſe dictorum ponderum, & quod tantum eſt,ipſam eſſe continuã, quantum diuiſam in dicto puncto.h. neque ex hoc, punctum.i.erit magis vel minus centrum duorum ponderum.l.h.et.h. k.quorum vnum pendet totum ab.o.aliud verò totum ab. u. & hoc modo in longitudine. o.u.diuiſa vt dictum eſt, habebimus propoſitum.

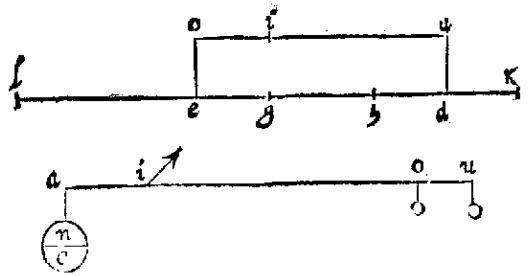
Reliquam propoſitionem tibi relinquo.

Illa verò propoſitio, quam tibi dixi Archimedem tacuiſſe in huiuſmodi materia eſt, quod ſi duo pondera æquilibrant ab extremis alicuius ſtateræ, in certis præfixis diſtantijs à centro. Tunc dico ſi eorum vno manente alterum moueatur remotius ab ipſo centro quod illud deſcendet, & ſi vicinius ipſi centro appenſum fuerit aſcendet. Hæc enim propoſitio quotidie omnibus in locis videtur, ipſam verò puto Archimedem prætermiſiſſe ob facilitatem, cum ab antedicta ferè dependeat.

Sit exempli gratia ſtatera.a.u.cuius centrum ſit.i.& pondera.u. a. appenſa, ſcinuicem habeant vt.i.u.et.i.a.ſe inuicem habent. Nunc dico quod ſi pondus ipſius.u. poſitum fuerit vicinius centro vt puta in.o. inmoto exiſtente pondere, a. quod brachium.i.o.u.aſcendet, & è conuerſo, ſi remotius poſitum fuerit, deſcendet.

Ponãt ergo vt dictũ eſt in.o.vicinius cẽtro, quapropter brachium. i. o. breuiꝰ erit brachio.i.u.vnde minor proportio erit ipſius.i.o.ad.i.a.quàm.i.u.ad eundem.a.i. & conſequenter quam ponderis ipſius.a. (quod ſit.n.c.) ad pondus ipſius.u.Quare ſi ex pondere.n.e.dempta fuerit.e.pars eius, ita quod reliqua pars.n.ſe habeat ad pondus o. vt ſe habet.i.o.ad.i.a. tunc ſtatera non mouebitur; addita verò parte. e. ex communi conceptu,a.deſcendet vnde.o.aſcenderet conuerſum verò ex ſimilibus rationibus per te concludes.

Inco



In eo quod à me petis, mittendo te ad Eutotium, tibi non satisfacerem, cum Eutorius citet sextum librum Pergei, quem nunquam vidimus, supponatq; ea, quæ nec ipse nec alius vnquam quod scimus probauit.

Desideras enim demonstrationem illius quod Archimedes dicit inter primam, & secundam propositionem secundi libri, vbi tractat de centris grauium, propterea quod illud supponit pro manifesto.

Sit enim figura hic subscripta, ferè similis parabolæ positæ in. 2. propositione dicti libri, vt in impressione Basileensi habetur, sintq; diuisæ duæ.a.b. et.b.c. per æqualia à punctis.x.et.u. protractisq;.f.x.et.u.i. ad.b.d. quæ inuicem etiam erunt parallelę ex.30. primi Eucli. vnde ipsæ etiam, diametri erunt ipsarum portionum: vt ex eo colligere est, quod in.49. primi lib. Pergei probatur. Imaginando postea ad puncta.b. f.et. i. tres contingentes, manifestum erit punctum.b. illud esse quod terminat altitudinem huiusmodi portionis, et. f.et.i. terminantia altitudines partialium, ex.5. secundi ipsius Pergei, eo quod dictæ contingentes paralellæ erunt ipsis basibus, vnde trianguli inscripti, easdem habebunt altitudines, quas portiones ipsæ, quod erit ex mente Archimedis. Et sic deinceps poteris multiplicare angulos figuræ rectilineæ in parabola, quæ designata erit vt desiderat Archimedes, qui quidem dicit, quod protractæ cum fuerint aliæ deinceps post.f.i. ipsæ inuicem equidistantes erũt, diuisęque peræqualia ab.d.b. quod quãuis verũ sit, tñ ab Eutotio non satis demõstratũ est, cum supponat.a.f. b.æqualem esse ipsi.b.i.c. probare volens eius diametros æquales esse absque aliqua citata ratione, quæ quidem ratio esset conuersum.4. propositionis libri de conoidalibus. Sed oporteret nos etiã videre.6. librum ipsius Pergei, & propterea tibi non satisfacerem.

Esto igitur, ut inuenta sit linea. K. cuius productum in.u.i. æquale sit quadrato ipsius.u.c. inuenta etiam sit linea.h. cuius productum cum.f. x. æquale sit quadrato ipsius.a.x. vnde ex conuerso.49. primi ipsius Pergei, proportio ipsius.K.ad.b.c. erit ut ipsius.b.c.ad.b.d.& ipsius.h.ad.a.b. vt ipsius.a.b.ad.b.d. Erit igitur ex.16. sexti Eucl. quadratum. b.c. æquale producto ipsius.K.in.b.d.& quadratum.a.b. æquale producto ipsius.h.in.b.d.& ex prima sexti, ita erit ipsius. K.ad.h. vt producti quod fit ex.K. in.b.d.ad productum ipsius.h. in.b.d. hoc est vt quadrati ipsius.b. c.ad quadratum ipsius.b.a. ex. 16.et. 11.quinti, hoc est vt quadrati ipsius.u.c.ad quadratum ipsius.a.x. hoc est ut productum ipsius.k.in.u.i.ad productum ipsius.h.in.x.f. Nunc si ipsius.k. ad.h.est vt producti ipsius.K.in.u.i.ad productum ipsius.h.in.f.x. ergo ex. 24. sexti, & communi conceptu, proportio ipsius.k.ad.h. composita erit ex ea quæ ipsius. u. i. ad.f.x.& ex ea quæ ipsius.k.ad.h. Cum ergo dempta fuerit proportio ipsius. k.ad.h. (vt simplex) à proportione ipsius.k.ad.h. (vt composita) reliquum nihil erit. Quare.f. x.æqualis erit ipsi.u.i.

Sed quod.f.m.æqualis sit ipsi.m.i. Videto in Eutotio, quia hoc satis sui natura facile est.

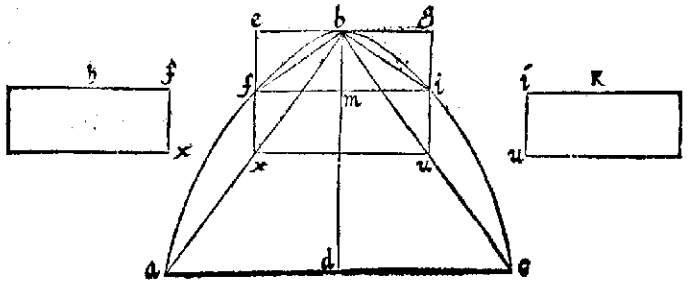
Sed accipe alium modum breuiorem ad probandum.f.x. esse æqualem ipsi.u.i.

Finge lineam.e. b. g. contingentem in puncto. b. prolungatisque diametris. f. x.et.u.i. vsque ad contingentem ipsam, habebis.f.e. æqualem ipsi.f.x et.g.i. ipsi. u. i. Ex.35. primi Pergei, producta postea.x.u. habebis ex.2. sexti Eucli. x. u. parallelam ipsi.a.c. sed.e.g. parallela est ipsimet.a.c. ex quinta secundi ipsius Pergei, quare ex.30 primi Euclid. e. g. parallela erit ipsi.u.x & ex.34. eiusdem æqualis erit.e.x. ipsi. u. g. vnde.f.x. etiam æqualis erit.u.i. ex communi conceptu.

Sed ne quid desideres probabo.f.m. æqualem esse ipsi.m.i. Iam igitur scis quod

cum

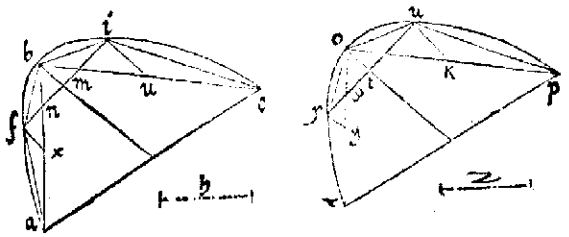
cum sit.f.x. æqualis ipsi.u.i. vt tibi probaui, & inuicem parallelæ ideo.f. i. parallela erit ipsi.x.u. ex.33. primi Euclidis. Vnde ex.30. eiusdem, parallela erit etiam ipsi.a. c. sed cum.x.u. diuisa sit ab. d.b. per æqualia, eo quod diuidit.a.c. eodem modo, quę ipsi parallela est ex. 2. sexti. Reliqua tibi consideranda relinquo. cum verò ambæ. f. x.et.u.i. parallelæ sint ipsi.b.d. sequitur quod cum ex.34. primi vnaquæq;.f.m.et. m. i. a qualis sit medietati ipsius.x.u. erunt inuicem æquales.



Minime dubitabam tibi non satisfacere Eutocium in. 3. propositione secundi lib. de centris Grauium Archimedis, cum citet.6. librum d. elementis conicis, adde quod si aliud in ipso.6. libro ab eo citato non esset magis ad propositum, quàm ea quæ ab ipso citata sunt, nihilominus adhuc irresolutus maneres.

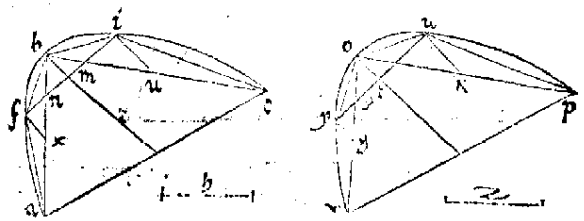
Considera igitur eandem ipsam figuram præcedentem; pro alia verò parabola simili dictæ, accipe secundam figuram ipsius tertiæ dictæ propositionis. Deinde imaginabis duo latera.o.x.et.o.p. diuisa esse per æqualia in punctis.g. et. K. protractisq; diametris.g.y.et.K.u. quæ, vt in præcedenti probaui, sunt inuicem æquales, scire debes quod similes parabolæ inuicem aliæ non possint esse, nisi eæ quæ diametros proportionales suis basibus habeant, similiterq; positæ, hoc est, ut proportio ipsius b.d.ad.a.c. sit eadem quæ ipsius.o.r.ad.x.p.& quod anguli ad.r. sint æquales angulis circa.d. Notentur ergo primum puncta communia ipsius.o.g.cum.y.t.& ipsius.b.x cum.f.m. characteribus.ø.et.n. Nunc igitur scimus.f.m. æqualem esse.m.i. totam q;.f. i. parallelam esse ipsi.a.c. Idem dico de.y.t.u. trianguli q;.x.f.n.et.g.y.ø. esse similes triangulis.n.m.b.et.ø.t.o. quod ita probatur, nam ex.15. primi Euclid. anguli ad. n. sunt inuicem æquales, ex. 29. verò eiusdem anguli.f.x. n.et.n.b.m. similiter æquales ita etiam.n.f.x.et. n.m.b.

Idem dico in secunda figura, vnde ex.4. sexti Eucli. proportio.n.f.ad.m.n. erit ea dem quę.f.x.ad.b.m.& ipsius.n.f.ad.x.f. vt.n.m.ad.m.b. ex. 16. quinti. Quare ex. 11. eiusdem quę.



eiuſdem erit vt. a.d.ad.d.b. Idem etiam dico in ſecunda parabola, ſed ipſius.x.o.ad o.r. eſt vt.a.b. ad. b. d. ex. 6.ſexti Eucli. vnde ex.11.quinti.n.f.ad.f.x. erit vt. ω. y. ad.y.g. Sed in precedenti iam tibi dixi.a.b.mediam proportionalem eſſe inter. h. et.b.d. Sit nunc.z. pro ſecunda parabola, ita ut.h. eſt pro prima,vnde.o.x.erit media proportionalis inter.z.et.o.r.& ex.11.quinti ita erit.h.ad.a.b.vt.z.ad.x.o.& ex. 22. h.ad.a.x.ut z.ad.x.g.& quia ex.16. ſexti. a.x.media proportionalis eſt inter.h.et.f. x. cum ſupponatur productum.h.in.f.x.æquale eſſe quadrato. a. x. Idem dico. x. g. mediam eſſe proportionalem inter.z.et.g.y.quare ex.11.iam dicta,ita erit.a.x. ad.f. x.vt.y.g.ad.x.o.& ex eadem,ita erit ipſius.f.n.ad.a.b.ut.y. ω.ad.x.o.& ſic.f.n.ad.d.a. vt.y.ω.ad.x.r. ſed.f.m.ad f.n.eſt vt.y.t. ad.y.ω.ex.18. quinti vnde.f.m.ad.a.d.erit vt y.t.ad.x.r. Idem dico de eorum duplis.

Ex ijſdem rationibus dico ita eſſe.b.d.ad.b.m.vt.o r.ad.o.t.& ex.17.quinti.d.m. ad.b.m.vt.r.t.ad.t.o. Reliqua tibi conſideranda relinquo.



In reliquis verò propoſitionibus illius lib. nullo pacto poteris dubitare: Verum ne in. 4. aliquid tibi noui exurgat, te ſcire volo corollarium. 20. in libr. de quadratura parabolę docere poſſibile eſſe inſcriptionem rectilineæ,ea tamen conditione quã dicit Archimedes.

In quinta poſtea animaduertendum eſt,quod prima pars,probat tantummodo de centro trianguli,et.2.pars probat de centro pentagoni, à te ipſo deinde potes probare de centro nonanguli:& ſic de cæteris: eo quod cum probatum fuerit de centro figuræ in medio locatæ ſi conſtitutæ poſtea fuerint ſimiles figuræ in portionibus lateralibus habebitur propoſitum in infinitum.

Idem intelligendum eſt in.3. propoſitione quamuis exemplum vlterius non extendatur quam ad pentagonos.

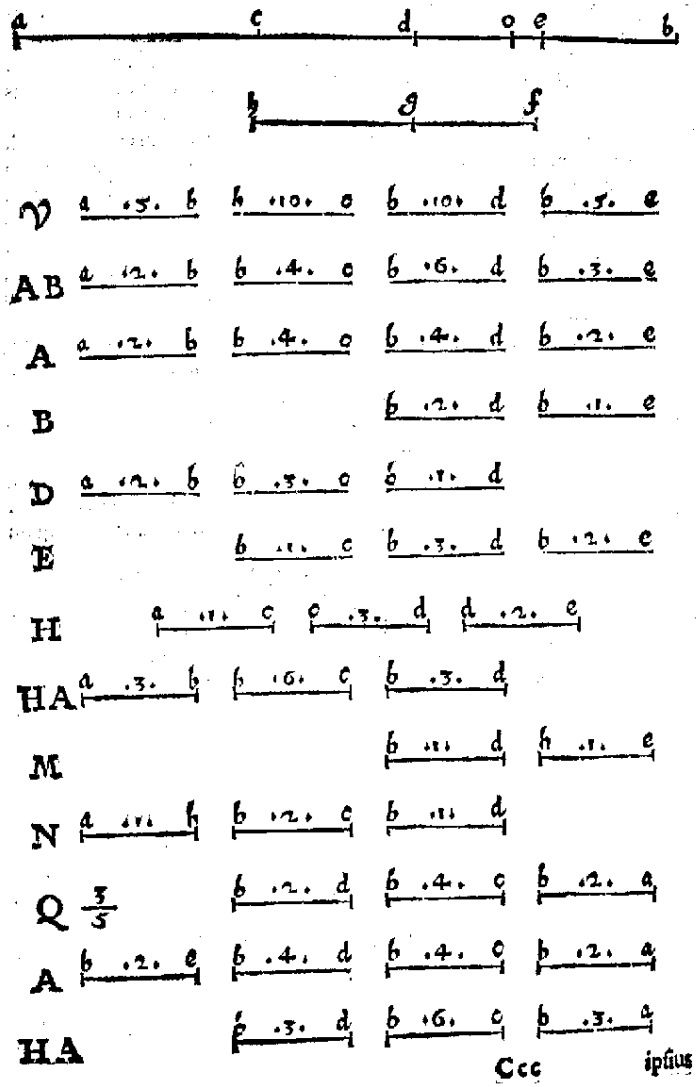
Sexta verò propoſitio tibi facilis erit,quæ nihilominus põt demõſtrari hoc mõ ſcili. cet. Sint.4.quãtitates.a.b.c.d. ipſius Archimedis ſupponẽdo.a.pro figura rectilinea inſcripta in parabola,et.b.pro reſiduo ipſius parabolę et.c.pro triangulo.a.b.c.in medio ipſius parabolę et.d.pro triangulo. 1. Nunc cum. a. maior ſit.c.prout totum maius eſt ſua parte, ideo ex.8.quinti maior proportio habebit.a.ad.b. quam. c. ad. b. Cum autem.b.minor ſit.d.ex ſuppoſito,ideo ex eadem dicta,maior proportio habebit.a.ad.b.quam.c.ad.d.cum verò centrum cuiuſuis figuræ plenæ neceſſariò ſit intra ipſam figuram, idcirco centrum reſidui ipſius parabolę intra ipſam reperietur. quo d ita clarũ p ſe eſt,quẽadmodũ quoduis aliud axioma,& quia dictũ centrũ,ex.8.primi de centris, neceſſariò eſt in linea.b.h.inter.b.et.h. Sit igitur.g.vnde ex eadem.8.ita erit.g.h.ad.h.e.vt.a.ad.b.ergo.g.h.ad.h.e.maior propoſitio erit quã.c. ad. d. hoc eſt quam.b.h.ad.f.ex.12.quinti. Sed cũ.h.b.maior ſit ipſa.h.g.prout omne totum maius eſt ſua parte, ideo maior proportio habebit.h.b.ad.h.e.quam.h.g. ad.h. e. vnde multo maioré quã.h.b.ad.f.ex cõi cõceptu,quare.h.e.erit minor ipſa.f.ex.10.quinti.

Septima verò et. 8.propoſitio nullius tibi erit difficultatis.

Quam-

Quamuis Eutotius ſcribat ſuper duas vltimas lib.ſecundi de centris grauiũ, nihil miror ipſum tibi non ſatisfacere. Accipe igitur quod ego nunc tibi mitto.

Archimedes eo in loco primũ ſupponit in penultima dicti libri quatuor lineas proportionales.a.b: c.b: d.b: et. e.b: ſupponit etiam quod proportio quæ eſt ipſius. e. b.ad.e.a.cadẽ ſit quæ ipſius.f. g.ad tres quintas ipſius.a.d.& quod proportio compoſiti dupli ipſius.a.b.cum quadruplo ipſius.b.c.cum ſexcuplo ipſius.b.d. cum triplo



ipſius.b.e.ad compoſitum quintupli ipſius. a.b.cum decuplo ipſius.c.b.cum decuplo ipſius.b.d.cum quintuplo ipſius. b.e.eadem ſit quæ ipſius.g.h.ad.a.d. & vult probare.f.h.eſſe duas quintas ipſius.a.b.

Cum autem dicit proportionem ipſius.a.c.ad.c.d.& ipſius.c.d.ad.d.e.eſſe vt ipſius a.b.ad.b.c.& cętera, verum dicit ex.19.quinti Eucli.eo quod cum ex hypotheſi ſit ipſius,a.b toralis ad,c.b.totalem vt ipſius.c.b. partialis (ſumptæ vt pars abſciſa ab.a. b.pro nunc) ad.d.b. partialem (abſciſam ab.c.b.) erit ex.19.dicta ipſius.a.c.(reſidui ex.a.b.) ad.c.d.(reſiduum ex.c.b.) vt ipſius.a.b.ad. c. b.& ita probabitur de proportione ipſius.c.d.ad.d.e.eadem ratione.

Cum verò ex.18.quinti ſit ipſius.a.b.cum.c.b.ad.c.b.vt ipſius.a.d.ad.d.e.ergo ex 22. eiuſdem,ita erit ipſius.a.b.cum.c.b.ad.d.b.vt.a.d.ad.d.e.& ex iiſdem rationibus eadem proportio erit ipſius.c.b.cum.d b.ad.b.e.vt.a.d.ad.d.e.quod inquit Archi. Verum etiam erit (ex.13.quinti) cum dicit eandem proportionem eſſe ipſius. a. d. ad. d.e.quę dupli primi antecedentis cum ſimplo ſecundi antecedentis ad duplum primi conſequentis cum ſimplo ſecundi conſequentis, hoc eſt dupli ipſius.a. b.c. cũ ſimplo.c.b.d.ad duplum ipſius.d.b.cum ſimplo.e.b.hoc eſt dupli.a.b. cum triplo ipſius.b.c.cum ſimplo.d.b.ad duplum ipſius.d.b.cum ſimplo.e.b. Nunc duplum. a.b. cum triplo.b.c.cum ſimplo.b.d. ſignatum ſit charactere. D. ſuum verò conſequens,
M hoc eſt duplum.d.b.cũ ſimplo.e.b.ſignificetur à charactere.B.hinc proportio ipſius a.d.ad.d.e.erit vt.D. ad B.

Inquit nunc Archimedes, ſi quis ſumeret aliquod maius antecedens æquale ſcilicet duplo ipſius.a.b.cum quadruplo ipſius.b.e.cum quadruplo ipſius.b.d. cum duplo ipſius.b.e. compararetq; illud cum cõſequente.B.clarum eſſet ex.8.quinti quod tale antecedens maiorem proportionem haberet ad.B.quam ad.D.hoc eſt maiorem quàm ipſius.a.d.ad.d.e.ex.12.quinti.

Nunc ſi ſumpta fuerit alia qua linea, puta.d o.cui.a.d.dictã habeat proportionem maiorem, illarum erit ex ſecunda parte decimę quinti quod.d.o.minor erit ipſa.d.e. Corrige igitur impreſſionem Batileę locando characterem.o.inter.d.et. e. eo quod ibi poſitum non fuit.

Volo nunc quod dictum maius antecedens æquale ſcilicet duplo ipſius.a. b. cum quadruplo ipſius.b.c.cum quadruplo ipſius.b.d.cum duplo ipſius. b. c. ſignificetur à
ß charactere.A.Hinc habebimus proportionem ipſius a.d.ad.d.o.ut. A.ad.B.

Ex.18.quinti poſtea habebimus.A.B.ad.B. vt.a.o. ad. d. o. & proportionalitate
T euerſa in.19.dicti ita erit.A.B.ad.A.vt.a.o.ad.a.d. Sed hoc vltimum antecedens in ſe continet id quod Archimedes ſcribit,hoc eſt duplum ipſius.a.b. quadruplũ ipſius b. c. ſexcuplum ipſius. b.d.& triplum ipſius.b.e. Conſequens verò.A. continet duplum ipſius.a.b.quadruplum ipſius.b.c.quadruplum ipſius.b.d.& duplum ipſius.b.e.

Ex ſuppoſito deinde ipſius Archimedis & ex conuerſa proportionalitate in. 19. dicta, verum eſt id quod dicit Archimedes, videlicet quod eadem proportio eſt ipſius.a.d.ad.g.h. quod quintupli ipſius.a.b.cum quintuplo ipſius. b.e.cum decuplo ipſius.b.c.cum decuplo ipſius.b.d.(quod quidem antecedens ſignificetur per. V.) ad duplum ipſius.a b.cum quadruplo ipſius.b.c.cum ſexcuplo ipſius.b.d. cum triplo ipſius.b.e.hoc eſt ad. A.B.

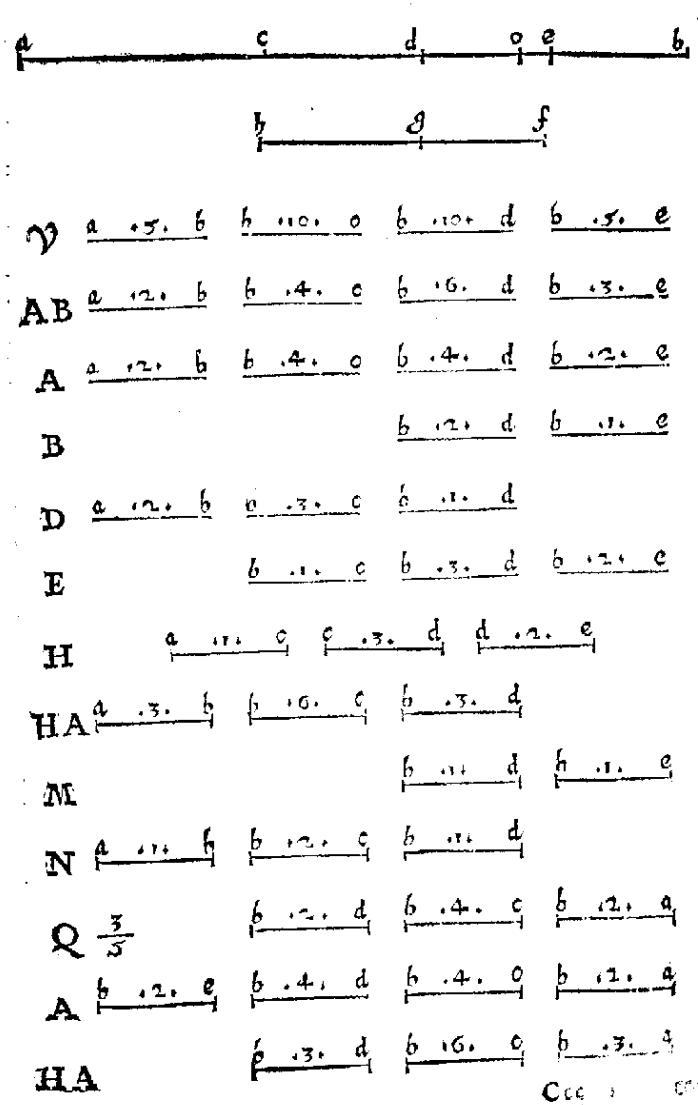
Erit igitur.V.ad.A.B.vt ipſius. a. d. ad. g. h. ſed ſuperius vbi ſignatum eſt.T.iam probarum fuit ita eſſe. A.B ad.A.vt ipſius.a.o.ad.a.d. Ergò ex.23.quinti Archimedes verum ſcribit, hoc eſt quod ita erit ipſius. V. ad. A. vt ipſius.a.o.ad.g.h.

Clarum per ſe etiam eſt, id quod Archimed.dicit hoc eſt quod. V. ad. A. eſt vt quinque

quinque ad duo, cum quodlibet ingredientium in compoſito. V. ad quodlibet ingredientium in compoſito. A. ſit vt quinque ad duo. Quare ex.13. quinti verum dicit. Vnde.a.o.ad.g.h.erit vt quinq; ad duo ex.11. eiuſdẽ vt inquit Archimedes.

Corrige impreſſionem vbi ſcriptum eſt, rurſus quoniam.o.a.quia oportet dicere Rurſus quoniam.o.d.

Archimedes igitur verum dicit, quod ipſius.o.d.ad.d.a.eſt vt ipſius.B. ad. A. ex



conuersa proportionalitate in. 19. quinti, cum. a. d. ad. d. o. iam probatum fuit (vbi B.) ita esse ut. A. ad. B.

Sed in principio huius speculationis probatum iam fuit ita esse ipsius. d. a. ad. d. e. vt ipsius. D. ad. B. vbi notatum est. M. quare ex. 23. quinti, Archimedes verum dicit, quod. d. o. ad. d. e. erit vt. D. ad. A.

Sed cum. d. o. ad. d. e. se habeat ut. D. ad. A. erit ex conuersa proportionalitate iam
A dicta. d. e. ad. d. o. vt. A. ad. D. per euersam vero erit. d. e. ad. a. o. vt. A. ad suum residuum. quod residuum componitur ex simplo. b. c. cum triplo. b. cum duplo. b. o. quod à te ipso videre poteris detrahendo numeros ipsarum quantitatum quæ in. D. reperiuntur, ex numeris earundem, quæ in. A. quod quidem residuum significetur à characterc. E. Vnde ex conuersa proportionalitate verum dicit Archime. hoc est quod ita se habebit. o. e. ad. d. e. vt. E. ad. A.

Cum autem sit. a. b. ad. c. b. vt. c. b. ad. d. b. & ita. d. b. ad. e. b. ex supposito, ideo ex 17. quinti verum dicit Archim. hoc est quod ita erit ipsius. d. e. ad. e. b. vt. a. c. ad. c. b. & vt. c. d. ad. d. b. & ex. 13. eiusdem eadem proportio erit tripli ipsius. c. d. ad triplum ipsius. d. b. quæ dupli ipsius. d. e. ad duplum ipsius. e. b. vt inquit Archi.

Ex qua. 13. compositum ex. a. c. cum triplo ipsius. c. d. cum duplo ipsius. d. e. eandem proportionem habebit ad compositũ ipsius. c. b. cum triplo ipsi⁹. d. b. cum duplo ipsius. e. b. quam ipsius. d. e. ad. e. b. Sed horum compositorum primum significetur per. H. secundum verò significatum fuit per. E. vnde. H. ad. E. se habebit vt. d. e. ad e. b. sed. E. ad. A. iam dictum est esse vt. o. e. ad. d. e. vbi signatum est. 2. quare ex. 23. quinti eadem proportio erit ipsius. o. e. ad. e. b. quæ. H. ad. A. vt ipse inquit.

X Ex. 18. postea eiusdem ita erit. o. b. ad. e. b. vt. H. A. ad. A.

Notandum etiam est quod si collectæ fuerint omnes partes compositi. H. A. hoc est duplum. a. b. cum duplo. b e. cum quadruplo. b. c. cum quadruplo. b. d. cum simplo a. c. cum triplo. c. d. cum duplo. d. e. habebitur triplum. a. b. triplum. b. d. & sexcuplum b. c. vt ipse dixit. Quod autem hoc verum sit, cum distinctæ fuerint omnes partes, vt in subscriptis his lineis videre est, videbis quod si ex. H. detracta fuerit simplex. a. c. quæ quidem postea iuncta vni ex partibus quadrupli. b. c. ipsius. A. resultabit nobis vna integra. a. b. Vnde habebimus triplum ipsius. a. b. & in. A. remanebit triplum ipsius. c. b. Deinde si ex. H. auferatur triplum ipsius. c. d. & ipsum addatur tribus partibus quadrupli. b. d. ipsius. A. habebimus tres vices. b. c. quæ si iungantur tribus, quæ remanebant in. A. vt dixi, habebimus sexcuplum ipsius. b. c. & in. A. remanebit simplum. b. d. cum duplo ipsius. b. e. Vnde si ex. H. demptum fuerit duplum ipsius. d. e. quod quidem iungatur cum duplo ipsius. b. e. habebimus duplum ipsius. b. d. quod coniunctum cum simplo. b. d. quod in. A. relictum fuerat, habebimus triplum ipsius d. b. Verum igitur est quod inquit Archimedes, hoc est, quod. H. A. est triplum ipsius. a. b. sexcuplum ipsius. b. c. & triplum ipsius. b. d.

Verum etiam dicit ex eo (vt supra probatum est) quod. a. c: c. d: et. d. e. se habebãt in continua proportionalitate, quare ex conuersa proportionalitate erunt sibi inuicem continuæ proportionales.

Nunc autem cum. a. c: c. d. et. d. e. sint continuæ proportionales in ea proportione in qua sunt. a. b: c. b: d. b: et. e. b. vt in principio diximus, erit ex. 22. quinti. a. c. ad. d. e. vt. a. b. ad. d. b. & sic etiam. c. b. ad. e. b. Vnde ex. 24. eiusdem. a. d. ad. d. e. erit vt. a. b. cum. b. e. ad. d. b. & vt. c. b. cum. b. d. ad. e. b. & ex. 13. dicti vt. a. b. cum. b. e. bis sumpto, & cum. b. d. ad. e. b. Quare ex conuersa proportionalitate, vt se habet. e. d. ad. d. a. ita se habebit. e. b. cũ. d. b. ad d. b. cũ. b. c. duplicato & cũ. b. a. vt inquit Archimedes. Nunc antecedens vocetur. M. hoc est. b. e. cum. d. b. consequens verò, hoc

est

est. d. b. cum duplo. b. c. cum simplo. b. a. vocetur. N.

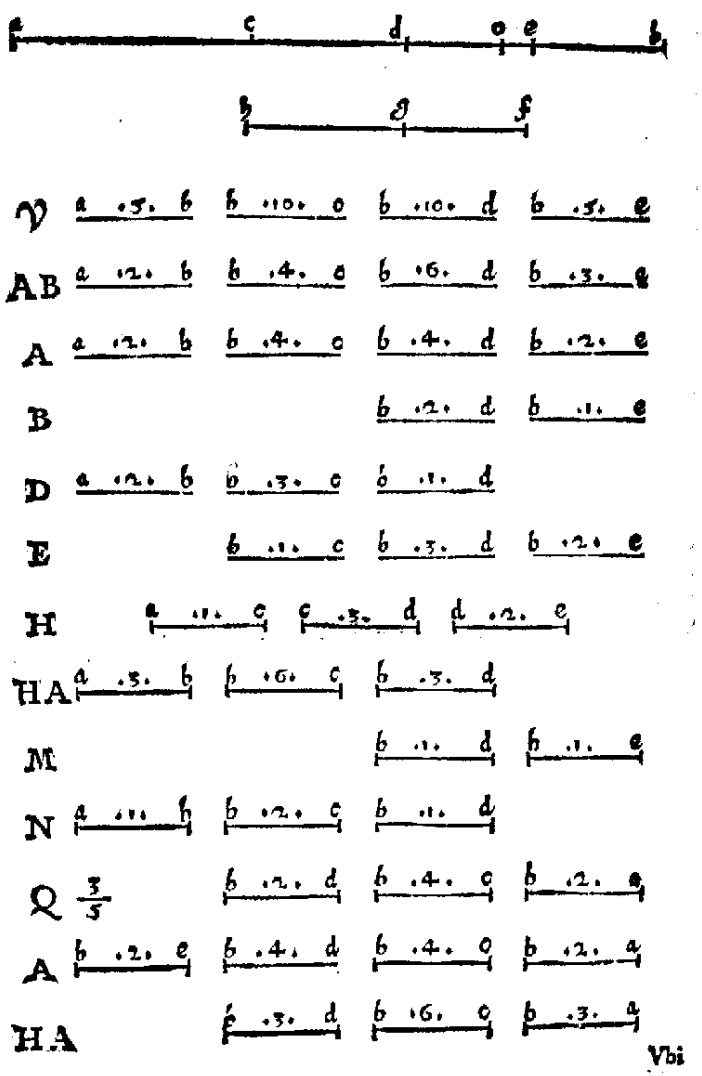
Animaduertendum tamen est quod impressio mendosa est ubi dicit.

vnaquæque. c. b: b. d. & cætera,

" propterea quod dicendum est ita

vnaquæq;. e. b: b. d.

Nunc ex. 18. quinti, quemadmodum se habet. a. e. ad. d. a. ita se habebit. M. N. ad. N.



Vbi

Vbi autem ſcriptum eſt
„ ad vtrunque ſimul.b.d: d.a.cum dupla.b.c.
dicendum eſt ita,
ad vtranque ſimul.b.d.b.a.cum dupla.b.c.

Inquit deinde Archi.quod ſicut ſe habet.e.a.ad.d.a.ita ſe habebit duplum.M.N. ad duplum.N. Quod quidem verum eſt ex.13.quinti, huiuſmodi vero antecedens & conſequens, Archi.manifeſtat ex ſuis partibus, ſumendo duplum.e.b.cum duplo b.d.pro duplo.M. & duplum.b.d.cum duplo.a.b.cum quadruplo.b.c.pro duplo.N. quę ſimul iuncta æquantur duplo.e.b.cum duplo.a. b. cum quadruplo.b.d.cum quadruplo.b.c.ex quo æquabuntur. A. vocentur igitur hæc omnia.A. potius quàm duplum ipſius.M.N.

Verum etiam ſcribit,vbi dicit,quod proportio.e.a.ad tres quintas ipſius.a. d. erit vt. A.ad tres quintas dupli. N.ex.22. quinti. Sed cùm ex ſuppoſito ita ſe habeat.f. g.ad tres quintas ipſius.a.d.quemadmodum.b.e.ad.e.a. erit ex. 16. quinti verum q̃ dicit Archimed. hoc eſt, ita ſe habere. b. e.ad.f.g.vt.e.a.ad tres quintas ipſius.a.d.

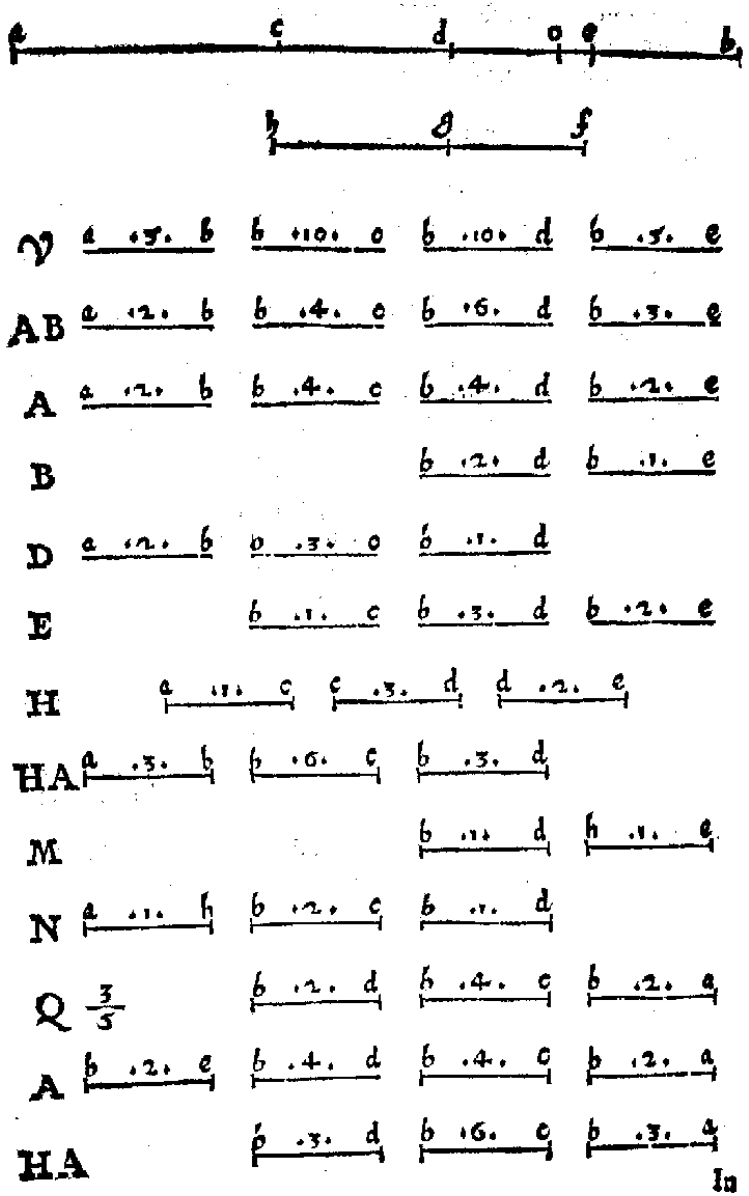
Et per. 11. eiuſdem verum etiam erit quod ſicut ſe habet.e.b.ad.f.g. ita ſe habebit.A.ad tres quintas dupli. N. quod quidem duplum.N.ſignificetur per. Q.

Sed ſuperius iam demonſtratum fuit (vbi.X.) quod.o.b.ad.b.e.ita ſe habebat vt H.A. ad. A.& nũc demum probatum fuit ita eſſe. A.ad tres quintas ipſius.Q.vt.e.b. Y ad.f.g.Quare ex.22.quinti ita erit. H.A.ad tres quintas ipſius.Q.vt.o. b. ad. f. g. vt idem inquit.

Sed. H.A.ad.Q. (vt ex ſuis partibus videre eſt) ita ſe habet vt tres ad duo ex.13. quinti, vt inquit Archimedes.

Ipſe etiam dicit proportionem. H.A.ad tres quintas ipſius. Q. eſſe vt quinque ad duo. Pro cuius rei euidentia imaginemur tam.H.A.quam.Q. diuiſa per quinq; partes æquales, vnde ex.16.quinti habebimus quamlibet quintam partẽ ipſius. Q. æqualẽ eſſe duabus tertijs vniuſcuiuſque quintæ partis.H. A. vnde tres quintæ ipſius Q. erunt, ex communi conceptu, ſex tertiæ vnius quintæ ipſius. H. A. hoc eſt duæ quintæ ipſius. H. A. Quare.o.b.ita ſe habebit ad.f.g. vt quinque ad duo ex cõmuni cõceptu,cum.o.b.ad.f.g.probatum fuerit ſe habere vt.H.A. ad tres quintas ipſius Q. (vbi. Y.) ſed iam probatum fuit (vbi. ∞.) quod. o.a.ad.h.g. erat etiam vt quinque ad duo, hoc eſt quod.f.h. erit duæ quintę ipſius.a. b. Quod eſt propoſitum.

In vltima



In

In vltima verò propoſitione ſecundi lib. de ponderibus Archi. hoc modo intelligendus eſt, vt ſi dicret,

Sit paraboles.a.cuius baſis ſit.a.c.ſitq; d.e. recta parallela dictæ baſi.a.c. diametrq; b. f.

Inquit deinde quod linea contingens in.b. parallela erit ipſi.a.c.et.e.d. quod probabimus hoc modo.

Cum.b.f. diameter ſit et.a.c.baſis, clarum erit ex definitione quod.b.f.diuidet. a. c. per æqualia in.g. Vnde ex.7.vel etiam ex.46. primi Pergei. d.e.diuiſa erit per æqualia à diametro.b.f. Quare verum dicit ex quinta ſecundi ipſius Pergei hoc eſt quod dicta contingens in puncto.b parallela erit ambobus.a.c.et.e.d.

Inquit poſtea quod diuiſa cum fuerit pars diametri quę inter.d.e.et.a.c.poſita eſt (hoc eſt.g.f.) per quinque partes æquales, quarũ partium media ſit.h.k.diuiſa etiam imaginatione ſit in puncto.i. ita quod proportio ipſius.h.i.ad.i.K. eadem ſit quæ inter duo ſolida quorum vnum(illud ſcilicet à quo relatio incipit, hoc eſt antecedens)
R pro ſua baſi teneat quadratum ipſius.a.f.cuius etiam ſolidi altitudo compoſita ſit ex duplo ipſius. d. g.cum ſimplo. a. f. Aliud verò ſolidum habeat pro ſua baſi quadratum ipſius.d.g.eius verò altitudo compoſita ſit ex duplo ipſius.a.f.cum ſimplo.d.g.

Inquit nunc Archi.quod cum ita factum fuerit,oſtendet punctum. i. centrum eſſe portionis abſciſſę à tota ſectione,quod fruſtũ nominat ſignatũ characteribus.a.d.e.c.

Sit igitur nunc.m.n.inquit, æqualis diametro.b.f.et.n.o.æqualis.b.g.ſitq;.x.n.media proportionalis inter.n.m.et.n.o.et.t.n.in continua proportionalitate poſt. o. n. hoc eſt quod ea proportio quæ eſt ipſius.o.n.ad.n.t.eadem ſit ipſius.x.n.ad.n.o.Hinc habebimus. 4. lineas in continua proportionalitate ſibi inuicem coniunctas.m. n: x. n: o.n.et.t.n.

A Vult etiam quod à linea.i.b.incipiens ab.i.verſus.g.alia linea abſciſſa ſit, cui lineæ,ita proportionata ſit.f.h.vt.t.m.eſt ad.t.n.quæ quidem linea ſignata ſit.i.r.

Dicit poſtea quod diameter.b. f. erit fortaſſe axis vel aliqua reliquarum diametrorum, quod quidem in. 46. primi Pergei videre eſt, cum omnes diametri ſint inuicem paralleli ipſi axi.

Cum poſtea dicit, quod.a.f.et. d. g. ſunt intentæ ductæque, ibi vult idem inferre,quod Pergeus vocat ordinatè, vt ex. 11. et. 49. primi ipſius Pergei videre licet, vnde ex. 20. eiuſdem proportio.b.f.ad.b.g.erit vt quadrati.a. f. ad quadratum ipſius.d.g.vt ipſe dicit.

a Sed ita erit quadrati.m.n.ad quadratũ.x.n.ex. 18.ſexti Eucli.Quare ex.11.quinti quadratum ipſius.m.n.ad quadratum ipſius.n.x. eandem habebit proportionem, quam quadratum ipſius. a.f.ad quadratum ipſius.d.g. Vnde ex. 18. & ex communi ſcientia,eadem proportio erit ipſius.m.n.ad.n.x.quę ipſius.a.f.ad.d.g.vt inquit Arch.

Quapropter proportio cubi ipſius.m.n.ad cubum ipſius.n.x.erit vt cubi ipſius. a. f.ad cubum ipſius.d.g.vt etiam dicit ex communi ſcientia,nec non ex.36.vndecimi.

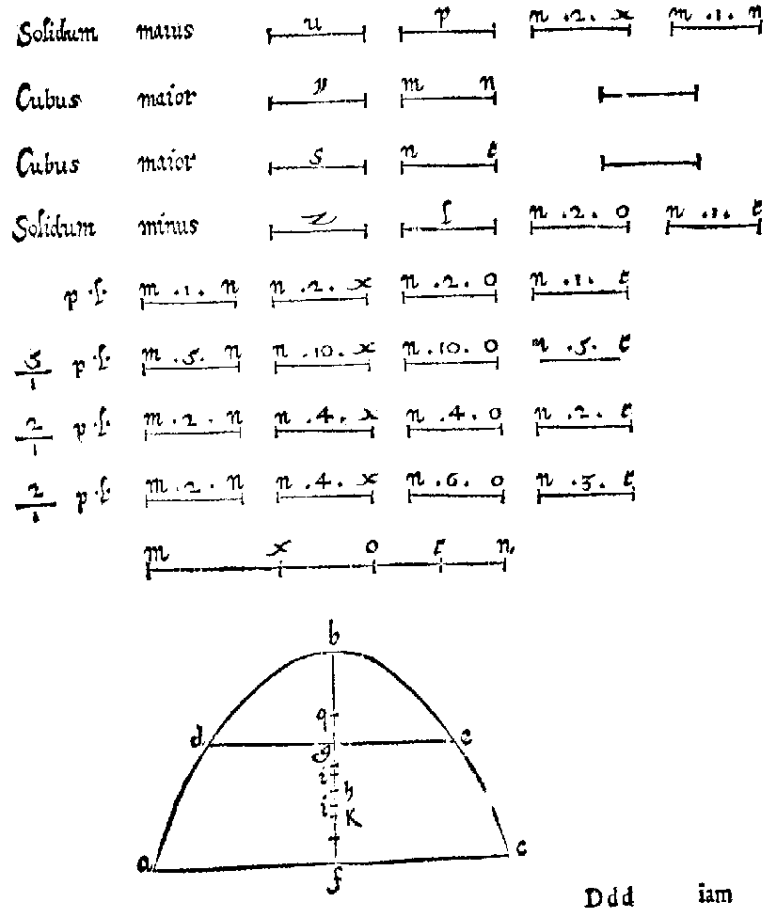
Inquit poſtea quod proportio totius ſectionis.a.b.c.ad portionem.d.b. e. eadem eſt quæ cubi ipſius.a.f.ad cubum ipſius.d.g.quod verum eſt,vt aliàs tibi monſtraui in diuiſione parabolæ ſecundum aliquam propoſitam proportionem.

a Quando autem dicit quod proportio cubi ipſius.m.n.ad cubum ipſius.n.x.eadem eſt quæ ipſius.m.n.ad.n.t. verum dicit ex. 36. vndecimi. Vnde ex. 11. quinti ita ſe habebit totalis ſectio.a.b.c.ad portionem.d.b.c.vt.m.n.ad.n.t.& ex.17. eiuſdem ita erit ipſius.m.t.ad.t.n.vt fruſti.a.d.e.c.ad ſectionem.d.b. e. quemadmodum ipſe dicit. Sed quia ſuperius,vbi.A.ipſa.f.h.(quæ eſt tres quintæ ipſius.f.g.)ad.i.r.ita relata fuit

ta fuit vt.m.t.ad.t.n. idcirco ex.11. quinti ita erit ipſius fruſti.a.e. ad ſectionem.d.b. e. vt tres quintę ipſius.f.g.ad.i.r.

Inquit deinde quod proportio corporis iam ſupradicti, quod pro ſua baſi habeat quadratum ipſius.a.f.altitudinem verò compoſitam ex duplo ipſius.d.g.cum ſimplo a.f.ad cubum ipſius.a.f.eadem erit quæ dupli ipſius.d.g.cum ſimplo.a.f.ad.a.f.Quod quidem verum eſt ex. 33. vndecimi & ex prima ſexti.

Sed ſuperius(vbi. a.) iam probauimus eandem proportionem eſſe inter.m.n.& n.x. quæ inter.a.f.et.d.g.ideo ex conuerſa proportionalitate ita erit ipſius.x.n.ad.n. m. vt ipſius. d. g. ad. a. f.ſed dupli.x.n.ad ſimplum.x.n.eſt vt dupli.d.g.ad.d.g.Quare ex.22. quinti dupli.x.n.ad.m.n.erit vt dupli.d.g.ad.a.f.& ex.18.eiuſdem ita erit dupli.x.n.cum ſimplo.m.n.ad.m.n.vt dupli. d.g. cum ſimplo.a.f.ad.a.f.Quare ſolidi



iam dicti ad cubum ipſius.a.f.ex. 11. quinti erit vt dupli.x.n.cũ ſimplo.m.n.ad.m.n.

Superius autem vbi. β. demonſtratum fuit ita eſſe ipſius.m.n.ad.n.t.vt cubi.m.n. ad cubum. x. n. & inter. α. et. β. probatum fuit ita eſſe cubi.a.f. ad cubum. d. g. vt cubi.m.n.ad cubum. x. n. Vnde ex. 11. quinti.m.n.ad.n.t.erit vt cubi.a. f. ad cubum d. g.

Dicit poſtea quod eadem proportio erit inter cubum. d. g. & corpus illud quod pro baſi habeat quadratum ipſius.d.g. altitudinem verò vt dictum eſt, quæ eſt inter d.g. & compoſitum ex duplo.a.f.cum ſimplo. d. g. quod compoſitum eſt altitudo dicta,& verũ dicit ex ratione ſuperius allegata pro reliquo corpore & cubo ipſius.a.f. Quare etiam quemadmodum. t. n. ſe habet ad duplum ipſius.o. n.cum ſimplo.t.n. ex iſdem rationibus ſupradictis, vbi loquuti ſumus de.x.n.cum.m.n.

Diſponantur nũc omnia tali ordine, ita vt. u. primum ſit corpus quod pro ſua baſi habeat quadratum ipſius.a.f.&c.

Et.y. ſit cubus ipſius.a.f.et.s. ſit cubus ipſius.d.g.et. z.ſit corpus quod baſim habet quadratum ſpſius.d.g.altitudinem verò vt ſupradictum eſt,et. p. ſit compoſitum dupli.n.x.cum ſimplo.m.n.et. l. ſit compoſitum dupli ipſius. n. o. cum ſimplo. t. n. Sed.u.locata ſit è regione.p.et.y.è regione.m. n.et.s.è regione.n.t.et. z. è regione.l. & habebimus proportionem ipſius.u.ad.y. vt.y.ad.m.n.& ipſius.y.ad.s. vt.m. n. ad. n.t. quod ſuperius iam demonſtratum fuit, vbi, β. et.s.ad.z. ita ſe habebit vt.n.t.ad. l. vt vltimò probatum fuit. Quare ex. 22. quinti ita ſe habebit.u. ad. z. vt. p. ad. l. quemadmodum dicit Archi.

Et quia vt ſe habet.u.ad.z.ita facta fuit.h.i.ad.i. K.vbi.R. ideo ex. 11. quinti vt ſe habet. h.i.ad. i.K. ita ſe habebit.p.ad. l. vt ipſe dicit: Et ex. 18. quinti ita erit. h. K. ad. K.i. vt.p.l.ad.l. & ex communi conceptu.g.f.ſe habebit ad. h. K. vt quintuplum ipſius.p. l.ad.p.l. & ex. 22. eiuſdem ita ſe habebit.f. g.ad.i.k.vt quintuplum ipſius.p. l.ad.l. quintuplum autem ipſius.p. l. compoſitum eſt ex quintuplo ipſius. n. m. cum decuplo ipſius.n.x.cum quintuplo ipſius.n.t. cum decuplo ipſius. n. o. vt à te facilè computare potes.

Verum etiam erit ex communi ſcientia quod.g.f. ad. f.k.eſt ut quintuplum ipſius p.l.ad duplum ipſius.p.l.eo quod ſuperius ſuppoſitum fuit.h.K.eſſe quintã mediam, vnde. k. f. relinquebatur pro duabus quintis inferioribus, duplum autem.p. l. compoſitum eſt ex duplo ipſius.m.n.cum duplo ipſius.n.t.cum quadruplo ipſius. n. x. & cum quadruplo ipſius. x.o.

Ex conuerſa proportionalitate deinde ita ſe habet,i.K.ad.i.k.ad.f.g.vt.l.ad quintuplum ipſius.p.l.et.k.f. ad.f.g. vt duplum ipſius.p.l.ad quintuplum ipſius.p. l. Vnde ex.24.quinti.i.f.ſe habebit ad.f.g.vt duplũ ipſius. p.l. cum ſimplo. l. ad quintuplum θ ipſius. p.l. Deinde ex conuerſa proportionalitate quintuplum ipſius.p.l. ſe habebit ad duplum ipſius.p.l.cum ſimplo.l.vt.f.g.ad. f. i. Sed compoſitum dupli ipſius. p. l. cum ſimplo. l.æquale eſt duplo ipſius.m.n.cum quadruplo ipſius.x.n. cum ſexcuplo ipſius.o.n.cum triplo ipſius.n.t.vt per te computare potes.

Superius enim ſumpta fuit.i.r.ad quam ita ſe haberet. f. h. hoc eſt tres quintæ ipſius.f.g.vt.m.t.ad.t.n.Quare ex conuerſa proportionalitate ita ſe habebit.i.r.ad tres quintas ipſius.f.g.vt.t.n.ad.t.m. Et quia.o.n.ſumpta fuit æqualis ipſi.b.g.et.m. n.ipſi b. f. ideo.m.o.ex communi ſcientia æqualis erit ipſi.g.f. Vnde proportio.r.i.ad tres quintas ipſius. m.o.erit vt.n.t.ad.t.m.vt inquit Archi.

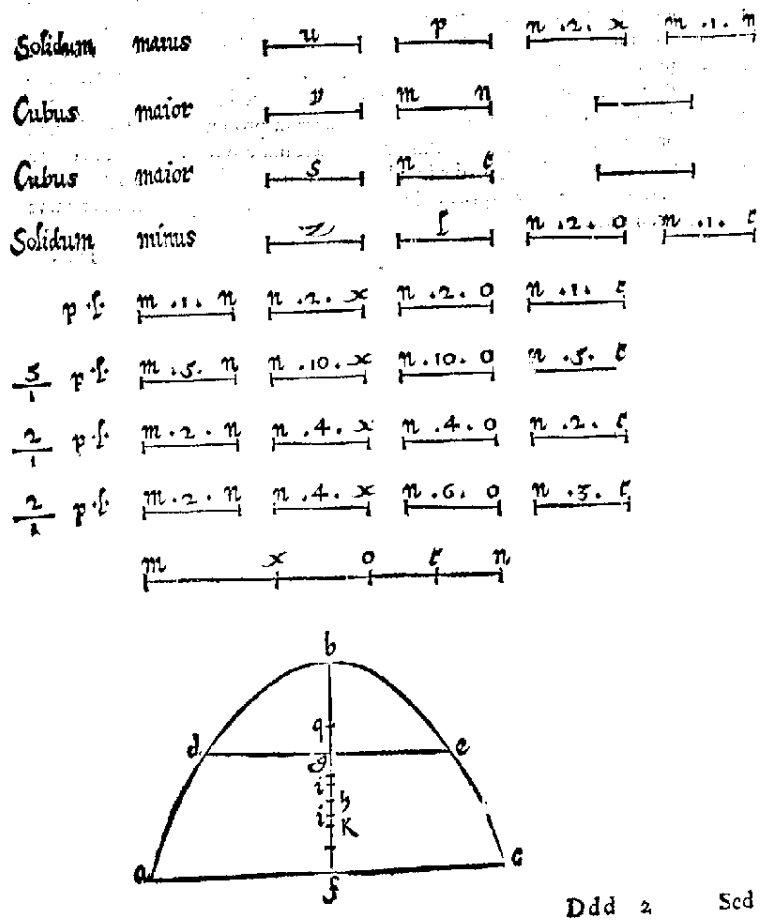
Sed vbi. θ. iam probauimus ita ſe habere.i.f.ad.f.g. vt duplum ipſi°.p. l.cum ſimplo.l.ſe habet ad quintuplum ipſius.p.l.hoc eſt.i.f.ad.m.o.vt duplum ipſius.p.l.cum ſimplo.l.ad quintuplum ipſius.p.l.

Habemus

Habemus igitur nunc omnes illas conditiones quas Archimedes in præcedenti propoſitione ſupponit. Vnde ex rationibus ibi allegatis ſequitur.f.r.eſſe duas quintas ipſius.m.n. hoc eſt ipſius.f. b. Quapropter punctum.r.centrum erit ponderis totius ſectionis parabolæ ex.8. ſecundi lib.de ponderibus eiuſdem Archimedis.

Inquit nunc Archimedes,quod exiſtente. q. centro ponderis ipſius parabolæ. d, b.e. partialis, centrum fruſti erit in linea recta. q. r. f. ita remotum à centro. r. quod proportio.q.r.ad partem illam ipſius.r.f.quæ reperitur inter centrum. r. & centrum huius fruſti æqualis eſt proportioni totius parabolæ ad partialem. Quod quidem verum eſt ex.8.primi libri eiuſdem.

Inquit etiam punctum.i.illud eſſe,eo quod cum probatum ſit.f. r. duas quintas eſſe ipſius.f.b.ideo.b.r.tres quintas erit ipſius.b.f. vt ipſe dicit.



Sed.q.b. ſimiliter tres quintæ eſt ipſius.d.b.ex.8.prædicta. Quare.q.r.tres quintæ erit ipſius.f.g.ex.19.quinti.

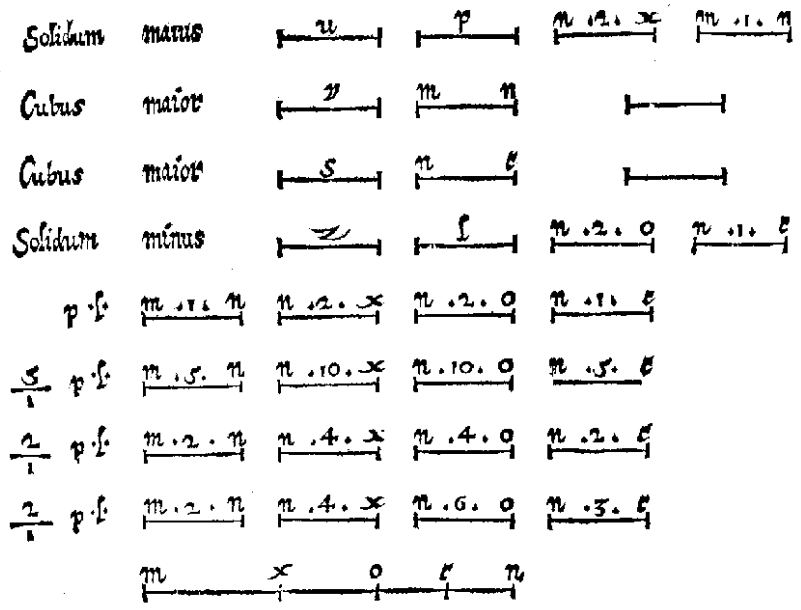
Dicamus igitur hoc modo cum. f.b.totum ad totum.b.r. ita ſe habeat vt abſciſſum.b.g.ad abſciſſum.q.b.ex.7.et.8. dicti primi libri eiuſdem ideo reſiduum.f.g.ex f.b.ad reſiduum.r.q.ex.r.b.erit vt totum.f.b.ad.totum.r.b.ex. 19.quinti Eucli.

Sed iam ſub.8. probauimus ita ſe habere fruſtum.a.d.e.c.ad parabolam.d.b.e. vt m.t.ad.t.n.ſed vt.m.t.ad.t.n.ita aſſumpta fuit (vbi.A.) i. ad quam ſic ſe haberet. f. b.hoc eſt tres quintæ ipſius.f. g.hoc eſt.q.r.quare ex.11. quinti proportio fruſti. a. d.e.c.ad parabolam partialem erit vt.q.r.ad.r.i. Exiſtente igitur.r. centro totius parabolæ et.q. centro partialis, ergo.i.centrum erit fruſti propoſiti.

Sed ſi nullo ſolido intercedente, voluerimus centrum.i.fruſti.a.e. citius inuenire, inueniemus primò centrum.r.totius figuræ ex.8.ſecundi eiuſdem conſtituendo.b.r. tres quintas totius axis.b.f.& centrum.q.parabolæ.d.b.e.partialis ſimiliter.

Nunc igitur manifeſtum eſt nobis, eandem proportionem fore ipſius.q.r. ad. r. i. quæ fruſti. a. e. ad portionem. d. b. e. ex. 8. dicta. Vnde ex coniuncta proportionalitate ita ſe habebit.q.i.ad.i.r.vt.a.b.c.ad.d.b.e. ſed vt.a.b.c.ad.d.b.e.ita ſe habet. m.n.ad.n.t.eo quod vnaquæque harum duarum proportionum ſeſquialtera eſt proportioni.f.b.ad.b. g.eo quod.f.b.ad.b.g. ita ſe habet.vt. m. n. ad. o. n. quare m.n.ad.t.n.ita ſe habebit vt.g.i.ad.r.i. vnde diſiunctim.m.t.ad.t.n. ita ſe habebit vt q.r.ad.r.i. Iungatur igitur.r.i.quæ quidem.r.i.ita ſe habeat ad.r.q.vt.t. n. ad. t. m. vt habeatur centrum fruſti.

DE-



DEFENSIO NOSTRA CONTRA ANTONIVM Bergam, & Alexandrum Piccolhomineum.

Illuſtri Domino Horatio Muto.

INTER ea quæ olim contra Antonium Bergam, fermone Italico ſcripſi, hoc vnum erat, quod ipſe Berga non viderat quendam notatu dignum errorem ipſius Piccolhominei, vbi ipſe Alexander arguit quendam authorem in tractatu de magnitudine terræ & aquæ pag. 37. linea. 26. ita di
cens, & erit maior aqua.

Q iij

Quo in loco clare videtur ipſum putare eandem proportionem inter diametros, quæ inter ſphæras ipſas eſſe, nec amplius recordari eius quod ſcripſerat pag. 24.

Piccolhom. igitur ibi ſupponẽs centrum. D. eſſe magnitudinis aquæ, & intra ſphæram terreſtrem, putat omnino cauſam eſſe vt terra ſuperet aquam magnitudine, quaſi quod ſi punctum. D. vt centrum ſphæræ aquæ, vnum idemq; eſſet cum puncto. E. extremo diametri ipſius terræ, ſphæra. A. G. H. ſphæræ. A. B. E. dupla eſſe deberet, quod quidem nullo pacto fieri poteſt, quamuis etiam proportiõ. A. H. ad diametrũ. A. E. ſuperbipartiens ſeptimas exiſteret, quæ minor eſſet quam ſeſquitertia, ita quod quando etiam. D. E. maior medietate ipſius. D. H. fuiſſet, nihilominus tamen terra minor eſſet aqua, eo quod proportio dupla minor eſt, quam tripla ad proportionẽ ſuperbipartiens ſeptimas, & maior quã tripla ad proportionem ſeſquiquartam. Vnde ſi Piccolhom. ſuppoſuiſſet proportionem ipſius. D. H. ad. C. E. eſſe ſeſquiquartam, rectè profectò dixiſſet, ſed dicere quod ubicunque exiſtat punctũ. D. intra ſphæram terreſtrem, ſequitur ipſam eſſe maiorem aquea, verum non eſt.

Scripſi etiam quod Piccoloho. decipiebatur vbi loquitur de diaphanitate aquæ pag. 40. ita dicens.

» Et cum rationabiliter aliquis exiſtimare non poteſt, quod vmbra quæ facit otiri e eclipſes Lunæ, producta ſit à terra, & ab aqua ſimul, vt ab vno corpore aggregato ex ijs duobus elementis, & ad vnam communem ſphæreceitatem reductis, propterea quod cum vmbra produci debeat à corporibus opacis, quorum opacitas efficit illa corpora vmbroſa, aqua autem, ſit corpus diaphanum, & tranſparens, nullam vmbram poterit à ſe eminus producere.

Hic enim decipitur Piccolhom. duabus rationibus, quarum prima eſt, quod radius luminoſus non poteſt multum in profundum mergi, vt probaui in. 8. epiſtola ad Vimercatum, altera verò eſt, quod cum ſphærica ſit aqua maris, ſupponatur etiam quod ſub ea nulla terræ portio eſſet, & quod radij ſolares ipſam, non ſecus ac pilam ex criſtallo fabrę factam penetrarent, cum autem ipſi radij, tam ab una, quam ab alia parte ſuperficiei huiuſmodi globi frãgantur, ob diſſimilem diaphaneitatem inter aerem & aquam, ipſi ſeinuicem interſecarent, vt poſt pilam criſtallinam videre eſt, deinde procedentes, diſgregarentur, diſciparenturq; quouſque nullam vim illuminationis haberent, quod quilibet experiri poterit mediante aliquo vaſe uitreo ſphærico, aqua pleno, cuiuſuis magnitudinis, ſoli expoſito.

Rationes etiam quas eodem loco Piccolho. adducit ad probandum quod ſi quis in fundo maris exiſteret, nullum uideret lumen, nihil ualent. Quarum prima eſt, ubi ita dicit.

» Ille qui ſe in aquam mergit, cum maiorem lucem, quæ ſupra aquam eſt, relinquat, iudicat pro magno temporis ſpatio locum illum obſcurum, quemadmodum accidit quando per multum temporis ſpatium fixis oculis in corpore Solis intuiti ſumus, ab eodem poſtea eoſdem amouentes, omnia obſcura nobis videntur.

Ipſe autem non conſiderat quod talis obſcuritas quæ ſequitur viſionem maioris luminis, parum durat, immo cito euaneſcit, ſed in aqua nunquam reuertimur ad videndum, neque veſtigium aliquod luminis ibi videtur, in fundo maris dico, quemadmodum nobis nuntiauerunt hi qui margaritas expiſcantur in imis partibus ingentium æquorum indicorum.

Secunda uerò ratio ipſius Piccolhom. eſt ubi ita dicit.

» Altera cauſa quod nobis obſcurus appareat locus ſub aqua, eſſe poteſt obſtaculum quod aquæ habent ab opacitate terræ ſub eorum fundo, etenim ſicut chriſtallũ quamuis

» quamuis perſpicuũ ſiue tranſparẽs ſit, nihilominus propter obſtaculum plumbi ſub » ipſo poſiti, efficit vt radij viſuales repercuſſi reuertantur. ita etiam quamuis aqua ſit » corpus tranſparens, nihilominus propter obſtaculum terræ opacæ, quæ ſubſidet in » fundo maris efficere poteſt obſcuras partes illas ſub aqua, illis hominibus qui in » ipſa aqua merguntur.

In hac ſecunda ratione decipitur Piccolhom. Primum quia ſi vſque ad imam partem maris, Solis radius ferri poſſet, ille qui ibi eſſet, attollens oculos ſurſum Solem cerneret, deinde aſpiciendo ipſum fundum Maris, videret illum, ratione reflexionis luminis ab ipſo fundo, & ex eadem ratione ſpeculi ab ipſo adducta, quæ contra ipſum eſt.

Decipitur etiam cum dicat radios viſuales à ſpeculo ſeu plumbo repercuti, eo q; non radij viſuales ſunt hi qui reflectuntur, ſed ſunt radij luminoſi primarij, ſeu ſecundarij qui non ab oculis exeunt ſed à corpore lucido.

Scripſi etiam quod ſi verum eſſet proportionalitatem continuam quãtitatum elementorum ex proportione decupla conſtare, ignem pro maximo, terram verò pro minimo terminorum ſumentes, totum aggregatum ex terra, aqua, aere, & igne, ita eſſet maius terra, quemadmodum mille centum & vndecim ad vnum, vnde ſemidiameter regionis elementaris eſſet quaſi aut paulo maior decuplo ſolum ſemidiametro terræ, vnde inter conuexum ignis, & concauum minimi, ſeu inferioris orbis lunaris, relinqueretur quidam orbis vacuus ſpiſſitudinis vnius interualli plus quam viginti terræ ſemidiametrorum, quod ſpatium vacuum orbiculariter, maius exiſteret ipſa totali regione elementari plus quam trigeſies millies, immo ſi ſemidiameter dicti primi orbis lunaris maior eſſet terreſtri vt trigintanouem ad unum, dict⁹ orbis vacuus maior eſſet elementari regione plus quam. 58208. ad vnum, proportionalitatem igitur continuam quæ ex decupla proportionalitate reſultat in elementis eſſe putare eſt maximus error.

Subdit deinde Berga, hoc voluiſſe Platonem neceſſario requiri, vt extrema elementa, nempe ignis & terra cum duobus medijs aere, & aqua coniungerentur, cum in corporibus ſolidis (quaſi Bergę ſint quædam corpora quæ ſolida non extent) poſſit dari medium æquale in geometrica proportione.

Sed vbi Plato ad ſermonem de numero elementorum ſe confert, poſtquam ratione creationis ignis, & terrę ſe propoſuiſſe putat, vt idẽ de alijs duobus corporibus medijs probet, comparatione proportionalitatis continuæ geometricæ in tribus terminis, ratione rerum ſuperficialium primò, deinde in quatuor, ratione corporearum vtitur, ita dicens.

» Vinculorum verò ideſt aptiſſimum atque pulcherrimum quod ex ſe, & ex ijs quę » aſtringunt, quam maximè vnum efficit, &c.

Quo in loco Plato inferre vult de proportionalitate geometrica trium terminorum, in qua ijdem ita ſe habent, vt medius, primi, vltimiq; vice fungatur, ita vt vtriuſque ipſorum extremorum particeps fiat, cum productum quod à medio termino in ſeipſo progignitur idem ſit ei quod ab extremis fuit, vnde medius, potentia idem eſt quod productum ab extremis.

Subdit deinde Plato dicens.

» Quando enim in tribus numeris, aut molibus, aut viribus, medium ita ſe habet » ad poſtremum vt primum ad medium, viciſſimq; vt poſtremum cum medio, ita me- » dium cum primo congruit, tunc quod medium eſt, & primum ſit & poſtremum, po- » ſtremum quoque, & primum & media fiunt.

Hic

Hic animaduertendū eſt omnes interpreres falli, qui hoc loco Platonem de omnibus proportionalitatibus continuis quæ ternario numero (alia enim Arithmetica, alia geometrica, alia harmonica dicitur) continentur, intelligendum eſſe cenſent, quia de numeris, magnitudinibus, viribusq; , aut ut dici ſolet, virtutibus mentionem fecerit. Plato enim nihil aliud inferre voluit, quam eandem paſſionem (ut ipſe recitat) inter medium extremaq; vnius proportionalitatis continuæ geometricæ, tam in quantitate, quam in qualitate reſultaturā, cum tres termini eiuſdem eſſent ſpeciei, & quia quantitas in duas principes primariasq; partes, ideſt in continuam, & diſcretam diuiditur, hanc ob cauſam Plato hoc præcipuè ſignificat numerorum magnitudinisq; vocabulis vtens, quibus vniuerſum quantitatis genus complectitur.

Cum verò ait vires, uniuerſum qualitatis genus inferrè uult. Quia proportio & proportionalitas tam continua quam diſcreta, non ſolum inter terminos quanti, ſed inter eos etiam qui quali attribuuntur elucet.

Sed quod eo loco de harmonica proportionalitate quæ cū geometrica magis ſimbola eſt quam cum Arithmetica Plato minime intelligat, ex eiuſdem uerbis cum ita ſcribit manifeſtè patet.

» Quando enim medium ita ſe habet ad poſtremum ut primum ad medium, uicisſimq; ut poſtremum cum medio ita medium cum primo congruit.

Id enim in harmonica proportionalitate non cernitur in qua primus terminus ad poſtremum, & non ad medium, ita ſe habet geometricè ut differentia inter primum & medium ad differentiam inter medium & ultimum.

Quod ſi clarum eſt ipſum de harmonica proportionalitate nullo modo intelligere, quanto minus de Arithmetica, quæ cum geometrica nihil habet commune.

Cum uerò Plato ait.

» Tunc quod medium eſt & primum fit & poſtremum, poſtremum quoque, & primum media fiunt, &c.

Nihil aliud oſtendere uult, quam ſimilitudinem quæ inter huiuſmodi medium & extrema intercedit, cum ipſum medium ad poſtremum, quem primus ad ſeipſum, eundem reſpectum habeat, in quo eſt ſimilis primo, & contra ad primum terminū, eundem reſpectum, quem poſtremum ad ſeipſum habet, unde hac ratione ultimum repreſentat, uolens Plato inferre de conuenientia quę inter media elementa, & extrema intercedit, ut aquæ inter aerem, & terram, cum aqua, ratione ſuæ frigiditatis, terrę, ratione uero ſuæ humiditatis aeri ſimilis euadat. Aer uero qui inter ignem, aquamq; ponitur quod ad caliditatem attinet cum igne, quod uero ad humiditatem ſpectat cum aqua communicet.

Sed quia Plato multis in rebus doctrinam Pythagoricam ſequutus eſt, Pythagorici aut em omnia numeris metiebantur, & de omni re ſecundum numerorum rationem differebant, uidensq; Plato quod inter duos numeros ſuperficiales, inuicemq; ſimiles exiſtentes, unum tantum numerum medium in proportionalitate continua geometrica cadere poteſt, ideo ſubiungit.

» Quod ſi uniuerſi corpus latitudinem habere debuiſſet, nullam uerò profunditatem, unum ſanè, tum ad ſeipſum, tum ad extrema uincienda interiectum medium » ſuffeciſſet.

Sequitur poſtea ſic.

» Sed cum ſoliditatem mundus requireret, ſolida uerò non uno, ſed duobus ſemper modis copulentur, inter ignem, & terram, Deus, Aerem, Aquamque locauit, &c.

Volens

Volens inferre, quod quemadmodum inter duos numeros ſolidos, & inuicem ſimiles, vn⁹ tātū medius proportionalis intercedere nō poteſt, ſed duo neceſſariò requiruntur (vt ex ijs quæ Euclid. 8. lib. 16. 17. 18. et. 19. propoſitione proponit videtur) ita dictāte ratione inter igneum, terreumq; corpus duo corpora interiecta eſſēt, non ratione proportionalitatis continuæ in quantitate eorūdem corporum, ſed propter ſimilitudinem connexionis, cum productum ex duobus medijs proportionalibus æquale ſit producto ab extremis, & idem reſpectus, quem primum ipſorum quatuor ad ſecundum habet, ſecundi ad tertium extet, vnde ſecundum primo ſimile euadit, & contra, reſpectus qui eſt quarti ad tertium, ſit etiam tertij ad ſecundum, vnde ipſum tertium, ratione vltimi ſubit, & eius imaginem induit, & hanc ob cauſam ſic ſcribit Plato.

» Propterea ex huiuſmodi rebus numero quaternario concluſis, mundi corpus con
» flatum eſt, ea connexum comparatione qua dixi. Ex quo ſeipſum amicitia concor-
» di complectitur, &c.

Vbi Platonem, elementa maiora, minoráue in proportionalitate continua, nec geometrica, nec alterius cuiuſuis generis eſſe noluiſſe, clarè perſpicitur, ſed huiuſmodi ſimilitudine, in eo quod media elementa cum extremis conueniunt eſt vſus, quæ quidem conuenientia, nullibi maior, quam in proportionalitate continua geometrica reperitur. Sed etiam ſi Plato de huiuſmodi corporea elementorum magnitudine ſeipſum intelligi voluiſſet, ſi ſemidiameter regionis elementaris ex æquo vt. 39 ad vnum, reſpectu ſemidiametri terræ fuiſſet, aqua, ipſam terram, magis quam trigeſies, & octies, non ſolum decies, & aer quoque eandem magis quam. 1500. & ignis magis quam. 55000. partibus magnitudine ſuperaret.

Subſtantia vero rerum quas ſcripſeram circa finem illius conſiderationis talis fuit.

Nunc autem tempus eſſe videtur, vt ego etiam, ne tantum deſtruxiſſe, ſed etiam conſtruxiſſe videar aliquid pro veritate diſſeram.

Non eſt igitur dubium, ſolidæ doctrinæ viris, quin præſtantiſſimus Piccolo. ſecutus ſit tutam viam ad explorandum, quod terra maior ſit quam aqua, metiendo vtriuſque horum corporum ſuperficiem detectam. Omittamus autem compenſationem illam curuitatis, & concauitatis vallium, & montium, &c. quam ipſe Piccolo. propè finem ſexti cap. vellet dare fluminibus, ſtagnis, fontibus, & eiuſmodi aquis. eo enim in loco labitur Piccolo. vbi non conſiderat, quod eiuſmodi obliquis ſuperficiebus non reſpondent anguli ſolidi centri ſphæræ, qui reſpiciunt eorum baſim ad rectos angulos. Sed poſtquam Piccolo. comperit ſuperficiem terrę detectam, eſſe maiorem apparente ſuperficie ſphærica aquæ, proculdubio poterat concludere terram eſſe maiorem aqua, ſicuti fecit, etiā ſi aqua profunda eſſet pyramidaliter vſq; ad mundi centrum, ideſt. 3500. milliaria, ſupponendo tantum eſſe huius globi ſemi diametrum.

Verum quia poſſet aliquis dubitare circa diligentiam Piccolo. in hiſcæ duabus ſuperficiebus dimetiendis, viſum eſt mihi non alienum ſequi aliam viam pro hac veritate probanda, ſupponendo verum eſſe, quod non vnus ſolus meritus fuerit, ſed multi, ideſt ſupponendo verū eſſe quod maris profunditas menſurari poſſit. & præterea, quod non modo ipſius maris maxima profunditas non perueniat ad quinquaginta paſſus, ſicuti refert Piccolo. in fine ſui tractatus, & mihi aſſeruerunt Hiſpani multi, & Luſitani præſtantiſſimi nautæ, tum Venetijs, tum Parmæ, in Aula Sereniſſimæ quondam Principis, inter quos, Venetijs fuit Illuſtris Rodericus Guzmanus, Dominus Franciſcus Lopes, Dominus Garzias de Seuilia, multiq; alij. Parmæ autem varij

quos omnes recenſere moleſtum eſſet. Sed etiam ſupponendo quod maxima pelagi profunditas ſit, non modo. 500. paſſuum, ſed etiam. 500. millium paſſuum, vt dixi, & quod mare ſit huius profunditatis, non vno in loco tantum, aut multis, ſed quod ſupra totam etiam faciem terræ, mare tantę profunditatis ipſam terram vndique operiret, ideſt, quod vbicunque nunc terra detecta eſt, eſſet aqua, ſpiſſitudinis. 500. millium paſſuum. Atque vt planius intelligar ſupponendo quod licuti totus huius globi ſemidiameter eſt milliariũ. 3500. Terreſtris partis ſemidiameter eſſet tũ. 3000. & reliquum ſemidiametri, id eſt quingenta milliaria eſſet craſſitudo ſiue profunditas orbis aquei, in quo nihil neceſſe eſſet laborare in dimetiendis fontibus, fluminibus, lacubus, ſtagnis, paludibus, & huiuſmodi particulis nullius momenti apud peritos, nec curare ſubterraneas aquas cauernarum, aut aliorum terræ cauorum, ſeu terræ porroſitatum, quæ omnia ſunt circa ipſius terræ ſuperficiem. Quia verisimile non eſt naturam eiuſmodi caua ſiue ſpongoſitates produxiſſe demiſſius libramenti maris. Supponendo igitur ea quæ nunc dicta ſunt, terra tamen eſſet ferè duplo maior aqua, hoc eſt, vt. 12. ad. 7. Quod quidem, cuiuis mathematicæ philoſophiæ mediocriter perito, ſupputatu facillimum eſt. Cum proportio diametrorum, ſeu ſemidiametrorum, tertia pars exiſtat proportionis eorundem ſphærarum. Sed vt parum periti minore labore ſupputare poſſint.

Primum ſciendum eſt, quod ſupponendo diametrum globi, ex terra, & aqua compoſiti, eſſe. 3500. milliarium, & ſemidiametrum puræ terreſtris partis eſſe. 3000. tantum, eiuſmodi proportio erit vt. 7. ad. 6. quia communis maior numerator horum duum ſemidiametrorum erit. 500. qui in maiorem ingredietur ſepties, in minorem autem ſexies. Et eiuſmodi proportio ſuperparticularis, vocatur teſquiſexta, cuius triplum erit vt. 57. cum ſexta parte ad. 36. & idem erit inter dictum globum compoſitum, & partem terreſtrem ſimplicem. Quare ſubtrahendo puram, ſeu ſimplicem partem terreſtrem, ex compoſito, reliqua pars erit, vt. 21. cum ſexta, pro quantitate aquei orbis, ad quam, terreſtris quantitas. 36. erit ferè in eadẽ proportione, quæ. 12. ad. 7.

Nunc fortaſſe alienum non erit videre quanto ferè maior eſſet terra, quam tota aqua, non dico autẽ ſolum de parte illa maximæ eius profunditatis, quæ nuſquam ad quingentos paſſus peruenit, ſed de ficto illo orbe aqueo, profunditatis. 500. paſſuum, qui totum terreſtrem orbem circundaret, & tegeret, ſupponendo quod per quingentos paſſus profunditatis, quidquid eſt terra, eſſet aqua, ideſt ſuppoſito quod ex totius orbis compoſiti ſemidiametro exiſtente. 3500. milliarium, purę terræ ſemidiameter eſſet milliarium. 3499. cum dimidio. Supponendo igitur, vt ſupradixi. Comperietur quod terra eſſet maior aqua amplius quam. 2333. vicibus. Sed quia partes terræ detectæ rumpunt eiuſmodi fictum orbem aqueum, quæ quidem partes, ſunt ampliores ſuperficię aquæ, vt obſeruauit Piccolo. atque alij præſtãtes viri, ideo ſequetur, vt terra ſit maior aqua amplius. 4666. vicibus imo amplius quinquies millecuplo. Si autem quis diceret, in quantitate aquæ computari etiam illam, quæ gignatur ex vaporibus, qui globum hunc compoſitum circundant: reſpondeo quod non modò ei concedo computari eiuſmodi aquam, ſed ſupponendo etiam quod totus locus à vaporibus occupatus, qui attolluntur. 52. milliaria ſupra ſuperficiem huius globi, vt iam ſupradictum eſt, totus eſſet aqueus, & amplius, ſupponendo quod orbis hic aqueus eſſet ſpiſſitudinis, ſiue altitudinis quingentorum milliarium ſupra totum ipſum globum compoſitum. Tamen terra eſſet maior ipſa aqua ferè duplo; qua de re, quiſque eiuſmodi ſupputationum peritus certior fieri poterit. Vnde itidem

dem affirmare poſſemus, terram non ſolum maiorem eſſe aqua, ſed aqua & præterea aere, ſi aer non tam altè pertingit, quam multi alij præter Piccolo. ſentiunt, qui dicunt inde euenire quod aerea humiditas non tam altè aſcendere poteſt, quoniam humiditas ipſa grauitatem ſecum affert, præterquam quod nubium ſitus oſtendit ſupra eas materiam eſſe rariorem quam ſint ipſę nubes, infra vero denſiorem. Corpora enim eouſque aſcendunt donec inueniunt conſtitutionem mediam formæ æqualis (vt ita dicam) ſuis. Quare materia illa quæ impropriè ignis vocatur (non enim eſt ignis) incipit carere humiditate (qua mediante aer definitur) circa quinquageſimum ſecundum milliarium ſupra ſuperficiem terræ, vt iam ſupradixi à Vitellione demonſtratum fuiſſe. Ariſto. autem affert rationẽ quare nubes altius nõ tranſcẽdãt. Vnde apparet tertiam aeris regionem impropriè aerem appellari, ſi humiditate careat, vt ait Ariſt. qua mediante aer definitur, immo potius retinet ignis naturam, vt etiam aſſerunt interpretes Ariſtotelis in primum Meteororum. Qui Ariſto. in locis ſupra citatis itidem oſtendit ſe etiam huius modi eſſe opinionis.

Quod autem attinet ad probandum quod ſuperficies terrę detecta ſit altior quam ſuperficies detecta aquæ, id tam clarum eſt ſua ſponte philoſophis, qui ſciunt quid ſit altum, quidue demiſſum, quod ſuperfluum eſſet quidquid ſuper hoc dicerem præterquam, quòd conſtat ex demonſtratione ab Ariſto. facta textu 31. li. 2. de cœlo, in quo agit de corporibus in aqua poſitis, vnde eiuſmodi veritas planiſſimè aperitur. Omittimus etiam quod præſtantes Moderni omnes, eam pro manifeſtiſſima ponũt, ſicuti apud omnes ſani iudicij homines reuera exiſtimatur.

Hæc enim ſunt quæ in fine illius conſiderationis ſcripſeram.

Anno autem præterito editus in lucem fuit tractatus quidam Pulcherrimus, ab Excellentiſſimo, nec non Doctiſſimo viro Auguſtino Michele, Patritio Veneto, ad corroborandam opinionem antiquorum, vbi tot authoritates, totq; rationes adducit, vt nil amplius dici poſſit. At ego ſenſum, rationemq; & non authoritatem aliquã ſequutus ſum: cum verò dico ſenſum, de ſenſu illorum intelligo, qui profunditatem maris metiti ſunt, vt non mihi ſolum, ſed, & Piccolo. & alijs permultis retulerunt, de ratione vero à me adducta, aliorum ſit iudicium.

Sed iſte mirabilis & Excellentiſſimus vir, verba mea non accepit in eo ſenſu, vt ego ſcripſi, ita vt omnino alienas conſequentias ſibi confingat, quemadmodũ pag. 3. ſui tractatus inquit, me non concedere naturam produxiſſe in magna quantitate, atque immenſa, id totum, quod bonum, & neceſſarium eſt. Hanc enim conſequentiam ipſe colligit ex eo, quod ego pag. 19. meæ conſiderationis contra Antonium Bergam ſcripſeram, quod videntur multa corpora alijs nobiliora, nihilominus minora, eo quod quantitas non ſequitur nobilitatem, neque ab ea pendet, ita vt res illa quæ nobilior eſt, neceſſarium ſit vt etiam maior exiſtat. Sed Excellentiſſimus iſtæ vir ſcribit ita me dixiſſe.

Multa immo infinita corpora ſunt nobilia, & neceſſaria, nihilominus ſunt paruę molis.

Vide igitur quantum hoc diſtat ab illo.

Præterea cap. 12. aliam conſequentiam facit, quam ego non tam amplam facio. Ipſe enim me inferre vult in alijs terrę partibus cauernas non reperiri, eo quod Montes ſint cauernoſi. Aſpice quæſo. pag. 29. meæ conſiderationis, & clarè videbis me nullo modo negare illas concauitates ſeu porroſitates terræ extra montana loca, circa ſuperficiem terræ, vſque ad æquilibrium, orbiculariter, infimæ profunditatis maris.

Sed putare inferius has porroſitates reperiri, cum nulla ratio nobis perſuaſibilis

adhuc ab aliquo prodita sit, idoneum nullo pacto esset. Rationes autem ab ipso Excellentissimo Augustino adductas circa huiusmodi rem, alij dijudicent, de authoritatibus verò, nihil dicam, quia ab illis petendæ sunt, qui profitentur tales facultates, quorum vnius tantummodo authoritas prævalere deberet, contra omnes alias eorũ qui nunquam attigerunt summis labris orificia harum scientiarũ. Vt si exempli gratia non solum authoritas illorum virorum, quos ipse recensuit, sufficiens esset vt puta Pioccolo. Naibodæ, Bordini, Clauij, reliquorumq; fautorum veræ opinionis, sed Francisci Maurolici tantummodo, qui in primo Dialogo suæ cosmographiæ ita inquit.

» Existimo autem totum terræ corpus rigidum esse saxum, nam si arena esset, aut
» gleba fragilis, ita humorem imbiberet, vt cum eo quasi confunderetur; huc ac-
» cedit, quod si mineræ, ac rupes, quæ sunt grauissimæ partes in ipsa plerunque super-
» ficie comperiuntur, multo magis apud centrum esse debent. Videtur ita ratio exi-
» gere, vt grauiora centro quoque sint propinquiora.

Hæc igitur sola authoritas, instar reliquarum omnium sufficere posset. Verum de authoritatibus minime curandum est, vbi sensus, ratioq; vera illis opponuntur.

Quod autem numerus animalium aquatilium maior existat numero terrestrium, satis respondimus pag. 41. nostræ considerationis.

Sed in cap. 14. Excellentissimus Augustinus ita inquit (vt etiam superius dixerat)
» quod certiorem cognitionem homo non habet illa, quæ à sensu prouenit. Et quod
» nemo est qui aspiciat terram, & aquam, quod hanc maiorem illa non iudicet, & nõ
» existimet.

Quod autem certiorem cognitionem homo non habeat illa, quæ à sensu prouenit, concedendum non censeo. Nam omnis cognitio mathematica (cum primum gradum certitudinis obtineat) ab ipso sensu fieret, quod omninò alienum est à veritate. Sensus enim nunquam vidit incommensurabilitates magnitudinum, vel incoincidentias linearum non tangentium cum curuitate hyperbolica, aut anguIum contingentiæ aliquem, nec (vt vno verbo dicam) aliquam conclusionem mathematicam, quam volueris. Neque per sensum est scire, inquit Aristoteles. Cognitio igitur sensi iua, certior non est illa, quæ per habitum scientificum acquiritur.

Ad reliqua verò, supponamus nos tunc fuisse in Arca Noe, cũ aquæ cooperiebant omnia cacumina montium, vbi nullum terræ vestigium videbatur, quare proculdubio aquam iudicaremus, atque existimaremus maiorem terra, dũ nulla alia re vteremur nisi sensu absque alio discursu intellectuali, vt reliqua illa animalia irrationalia, quæ nobiscum erant in dicta arca. Nõ sufficit igitur superficiem aquæ tantummodo aspicere, quia neque tunc temporis, aqua erat maior terra, etiam si non solum tot cubitis attolleretur supra cacumina montium, sed quingenta milliaria, vt supradiximus.

Ratio autem illa, ex infinitis, ab ipso, eo in loco adducta, talis est.

» Aqua est eccentrica ad terram, & pro cẽtro habet centrum grauitatis terræ, aqua
» igitur maioris est amplitudinis ipsa terra.
» Hanc etiam consequentiam alijs relinquo Philosophis dijudicandam.

Subsequitur postea dicens.

» Præterea proprius locus terræ, est superficies aquæ, igitur terram oportet ab
» aqua tegi.

Ad hoc etiam aliquis posset quærere, quis nam erit locus illius partis terræ detectæ ab aqua? nulli dubium erit quin superficies aeris, & non aquæ existet.

Nunc

Nunc autem si locus terræ est sub aqua, ergo locus aquæ prõprius est sub aere, & non sub terra, vnde non erit rationabile putare maiorem copiam aquarum existere in cauernis subterraneis, quam supra superficiem terræ. Adde quod locus illarum aquarum non esset superficies aeris, sed terræ, vnde non minus locus aquę esset terra, quam locus terræ, aqua. Sed missa faciamus hæc.

Cap. verò. 20. ita inquit.

» Materia elementorum æqualis est. Ergo aqua maior est terra.

Hæc enim consequentia verissima esset. Sed nullus vnquam Philosophus (vt Philosophus dico) concedet totam materiam elementarem, in quatuor æquales partes esse diuisam.

Cap. verò. 21. inquit me dixisse non suffecturam paucam spissitudinem. Eo enim in loco pag. 26. mei tractatus contradicens ipsi Bergæ, dixi, quod secundum ipsum Bergam non sufficeret pauca spissitudo.

Similiter etiam dixi, quod secundum ipsum, quanto remotius diffunditur lumen fortasse tantò magis illuminat. Putans ipse Berga quod in propinquo debilius existeret dictum lumen. Et propterea dixi, quod apud ipsum fortasse nihil valet illa propositio, quæ dicit. Agens in propinquo, fortius agit quam in remoto.

Cap. autem. 22. vbi Excellentissimus Augustinus inquit, vnum tantummodo elementum non sufficere ad generationem mistorum. Hoc enim concedo, sed hoc nihil ad me spectat, eo quod meum responsum ad Bergam, erat circa transitum luminis, & non circa generationem elementorum.

Cap. demum. 23. pag. 20. linea. 10. vbi scribit me dixisse, iudicare, oportebat scribere, dubitare.

Puto tamen hoc vocabulum esse errorem Thypographi, quamuis in correctione illud non inuenerim, quia vt ego multoties expertus sum, difficillimum omnes Thypographi errores corrigere, neque (vt fertur) Argi oculi sufficerent.

Hactenus enim in mei defensionem hæc subiungere volui.

Ad defensionem autem Piccolo. aliorumq; virorum meæ opinionis, nec non de proportione duplicata profunditatis maris ad suam amplitudinem, ex consequentia pyramidali: alijsq; similibus rationibus, prodeant alij. Huiusmodi tamen Doctissimi viri ingenium, memoriam, nec non doctrinam valde admiror, atque obseruo.

DE METHODO PRODVCTIONIS FRACTORVM qua vtuntur Pedemontani Agrimensores.

Anselmo Rosemburg Agrimensori Cæsareo.

METHODVS quàm mihi scribis in Prouincia tua maximè in vsu esse, nimis longa atque prolixa est, Pedemontani verò Agrimensores in productione fractorum, valde breui methodo vti solent, quam libenter tibi scribo, eo maxime, vt videas quam rationabiliter operentur.

Scire igitur primum te oportet illos, maximam eorum communem mensuram vocare Trabucum, cuius sextam partem vocant Pedem, duodecimam verò pedis, Vnciam, duodecimã autẽ vnciæ punctũ, duodecimã demum puncti; Atomum.

Quotiescunque igitur multiplicant trabucum, per trabucum nulli dubium est quin producant trabucum superficialem scilicet.

Similiter

Similiter multiplicando pedes, vncias, puncta, & attoma per trabucum, producunt pedes, vncias, puncta, & attoma superficialia rectangula oblonga, quorum longitudo est ipsius trabuchi, latitudo vero lineæ dictarum specierum.

Dum vero multiplicant pedem per pedem, nulli dubium est quin producant pedem quadratum, sed apud ipsos non vocatur quadratum, quamuis reuera ita sit, sed illud vocant duas vncias, quæ quidem sunt rectangula oblonga iam hic supradicta, quarum vniuscuiusque longitudo sit vnius trabuchi, latitudo vero vnius duodecimæ partis ipsius pedis linearis.

Productum autem pedis per vnciam, vocant duo puncta, quæ etiam sunt duo rectangula oblonga, vt supra.

Productum deinde vnciæ per vnciam, vocant duos attomos, qui etiã sunt duo rectangula oblonga, vt dictum est, quæ omnia scientificè videbimus.

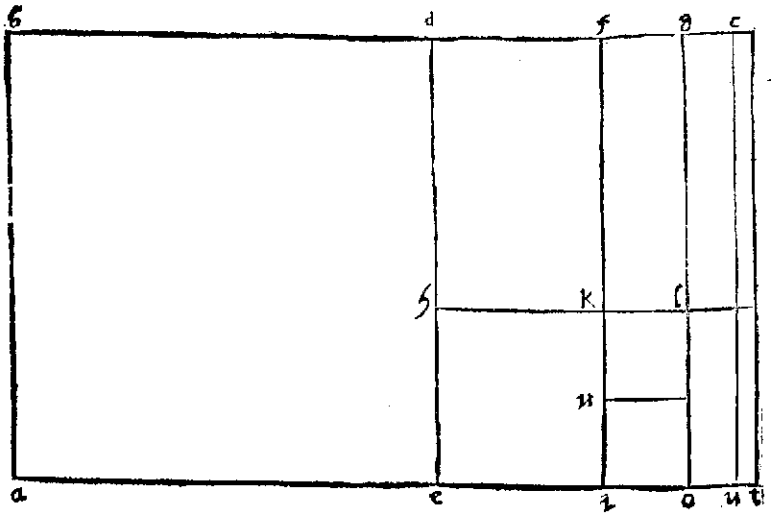
Pro cuius rei cognitione, sit, exempli gratia. a. e. vnus Trabuchus linearis. e.i. vero vnus pes. i.o. autem vna vncia, o. u. postea vnum punctum, et. u. t. vnus Attomus.

Vnde. e.i. erit sexta pars ipsius. a. e. et. i.o. duodecima ipsius. e.i. et. o.u. duodecima ipsius. i.o. et. u.t. duodecima ipsius. o.u. Sit etiam. a.b. æqualis. a.e. lineæ & sic. e. d: i. f: o. g: o.n. &c. terminenturq; parallelogramma. b.e: d.i: f.o: g.u. et. c.t. vnde. b.c. erit trabuchum quadratum, et. d.i. pes rectangulus oblongus vt supra, et. f.o. vncia rectangula oblonga, et. g. u. punctum rectangulum oblongum, et. c. t. attomus rectangulus oblongus.

De producto igitur trabuchi per trabuchũ, nulli dubium est quin sit quadratum. a. d. vt superius diximus.

Productum autem trabuchi cum pede erit. d.i. sexta pars ipsius. a. d. cum. e.i. sit sexta ipsius. a. e. ex prima sexti vel. 18. aut. 19. septimi, siue etiam ex. 15. quinti Eucli.

Productum autem pedis cum pede erit. e. K. quadratum, quod probandum est duplum



duplum esse rectangulo. f.o. Nã. K.i. sexta pars est ipsius. f.i. ex supposito, et. i.o. duodecima ipsius. e.i. proportio igitur. e.i. ad. o.i. dupla est proportioni ipsius. f.i. ad. K. i. quare. K.e. duplo maius est ipsius. f.o. eo quod si. i.o. vel. f. g. (quod idem est) duplo maius esset ipso latere præsenti. o.i. vel. f.g. tunc. f.o. æquale esset ipsi. K.e. ex. 15. sexti vel. 20. septimi quod quidem. f.o. duplo maius esset ipso præsenti. f. o. Recte igitur inquiunt dicentes productum pedis cum pede esse duas vncias, vel si mauis, ita dicas e.K. sexta pars est ipsius. d.i. ex iam dictis propositionibus. f.o. autem est duodecima ipsius. d.i. ex ijsdem, cum ex supposito. i.o. duodecima sit ipsius. e.i. quare. e.K. duplũ erit ipsius. f.o. ex communi notione.

Productum verò pedis cum vncia. sit. K.o. quod probabimus ex ijsdem rationibus duplum esse ipsius. g.u. puncti rectanguli oblongi. Nam. l.o. sexta pars similiter est ipsius. g.o. et. o.u. duodecima ipsius. o.i. quare proportio. i.o. ad. o.u. dupla est proportioni. g.o. ad. o.l. sequitur ergo ex prædictis rationibus. k.o. duplum esse ipsius. g. u. vel sic, vt in præcedenti, cum. K.o. sit sexta pars ipsius. f.o. ex dictis propositionibus. g.u. verò duodecima eiusdem. f.o. ex ijsdem, nam. o.u. duodecima est ipsius. o.i. ergo K.o. duplo maius est ipso. g.u.

Ex ijsdemmet rationibus productum. l.u. pedis cum puncto duplum est ipsius. c.t. attomi rectanguli oblongi.

Probandum nunc relinquitur productum. o.n. vnciæ cum vncia, quod est quadratum, duplum esse ipsius. c.t. attomi rectanguli oblongi. Nam. i.n. est pars vna ex. 72. ipsius. c.u. et. u.t. pars vna ex. 144. ipsius. o.i. ex supposito, quare proportio. i.o. ad. u.t. dupla est proportioni ipsius. c.u. ad. n.i. ex dictis igitur rationibus. o. n. duplo maius est ipso. c.t. Vel si placet dicas. n. o. est vna pars ex. 72. ipsius. f.o. ex supradictis, eo quod. n.i. ita se habet ad. f.i. vt vnitas ad. 72. sed ex ijsdem rationibus. c.t. pars vna ex 144. est ipsius. f.o. eo quod ita se habet. u.t. ad. o.i. quare. o. n. duplo maius erit ipso. c.t.

Propositum sit nobis nunc, exercitij gratia, quærere superficiem alicuius rectanguli, cuius vnum latus sit trabuchorũ. 3. pedum. 2. & vnciarum. 3. aliud vero latus sit trabuchorum. 2. pedum. 3. vnciarum vero. 2.

Huiusmodi autem methodo mediante, multiplicando primum latus dictũ. 3. 2. 3. per numerum trabucorum secundi lateris. 2. scilicet producentur nobis primò trabucha superficialia. 6. pedes. 4. & vnciæ. 6. omnia rectagula, vt dictum est. Multiplicando deinde idem primum latus. 3. 2. 3. per pedes. 3. secundi lateris. Ex trabuchis. 3. primi lateris cum. 3. pedibus secundi, producentur. 9. pedes rectanguli, hoc est vnus trabuchus cum tribus pedibus rectangulis. Ex pedibus autem huius. 2. cum ijsdem alterius lateris. 3. producentur. 12. vnciæ rectangulæ id est vnus pes rectangulus. Ex ijsdem pedibus. 3. secundi lateris, cum. 3. vncijs primi lateris producentur.

Trabucha.	pedes.	vnciæ.	
3.	2.	3.	
2.	3.	2.	
6.	4.	6.	
1.	3.	1.	6.
	1.	6.	8.
			1.
8.	3.	2.	3.

18. puncta rectangula, hoc eſt vna vncia cum. 6. punctis rectangulis. Deinde et multiplicatione vnciarum. 2. ſecundi lateris, cum. 3. trabuchis primi lateris, producentur. 6. vnciæ. Ex multiplicatione poſtea dictarum. 2. vnciarum ſecundi lateris cum. 2. pedibus primi, producentur. 8. puncta.

Demum ex ijſdem. 2. vncijs ſecundi lateris cum. 3. primi, producentur. 12. attomi, ideſt vnum punctum. Quæ omnia collecta facient trabucha. 8. pedes. 3. uncias 2. & attomi. 3. omnes rectanguli oblongi. Pulcherrima profecto operatio.

Trabucha.	pedes.	vnciæ.	
3.	2.	3.	
2.	3.	2.	
6.	4.	6.	
1.	3.	1.	6.
	1.	6.	8.
			1.
8.	3.	2.	3.

Videamus nunc exercitij cauſa, vt dixi, quomodo conueniat calculus iſte cum calculo ordinario communi?

Nam quotieſcunque dicta latera, fracta fuerint in vncias, primum latus erit vnciarum. 243. ſecundum autem. 182. productum vero vnius in alterum erit vnciarum quadratarum. 44 226. quod quidem productum cum diuiſum fuerit per. 5184. vncias quadratas vnius trabuchi quadrati, prouentus erit, 8. trabuchorum, reliquus verò numerus, ſiue fractus, erit vnciarum quadratarum. 2754. qui cum diuiſus fuerit per numerum. 144. vnciarum vnius pedis quadrati, prouenient pedes. 19. quadrati cum vncijs. 18. ſuperabundantibus, dicti autem pedes. 19. ſignificant tres pedes rectangulos oblongos cum vno pede quadrato, hoc eſt cum duabus vncijs rectangulis oblongis, vt ſupra.

Videndum nunc eſt, vtrum illæ. 18. vnciæ æquipolleant tribus punctis rectangulis oblongis: ſed hoc manifeſtè videre eſt, ex hoc, quia quælibet vncia rectangula oblonga componitur ex. 72. quadratis, punctum autem rectangulum oblongum, cũ ſit duodecima pars ipſius vnciæ rectangulæ oblongæ, ipſum componetur ex. 6. vncijs quadratis. 18. igitur vncijs quadratis, triplum erit ipſius puncti rectanguli dicti. Vnde clarè patet, quod, quotieſcunque voluerimus ſcire proportionem ipſarum vnciarum quadratarum ſuperabundantium, ad punctum rectangulum oblongum, ſi dixerimus ex regula de tribus, ſi. 72. (vncia rectangula oblonga) dat. 18. quid dabũt 12? puncta rectangula oblonga, quarum vnaquæque eſt duodecima pars ipſius vnciæ rectangulæ oblongæ, in præſenti autem caſu prouenient. 3. pro quarto termino quæſito, & habebimus propoſitum.

SO-

SOLVTIO CVIVSDAM QVÆSITI.

Magnifico Ludouico Fauzzoni amico cariſſimo.

VI quæſiti ſolutio quam neſcio quis te docuit, valde diuerſa eſt à vera. quæſitum enim tale fuit.

Reperiuntur quatuor ſocij, Ludouicus, Hieronymus, Franciſcus, & Laurentius quorum primus, Ludouicus ſcilicet, poſuit aureos. 6000. Hieronymus verò aureos. 5000. Franciſcus autem. 2000. & Laurentius. 1000. quorum ſumma faciebat aureos. 14000. interim tamen de tali ſumma Ludouicus recepit aureos 2000. Hieronymus verò. 1000. Franciſcus autem. 900. & Laurentius. 800. quapropter in ſumma reſidua Ludouicus non habebat niſi aureos. 4000. Hieronymus etiã 4000. Franciſcus. 1100. & Laurentius. 200. quorum ſumma erat. 9300. Nunc autem iſti ſocij cupiunt augere hanc ſummam per aureos. 20000. tali tamen conditione quod quilibet tantum tribuat vt in totali ſumma, tantam partem unus habeat, quantam alter.

Hoc autem problema tam facile eſt, & cum ſuo theoremate ita coniunctum, quod miror amicum noſtrum illud illico non vidiſſe.

Accipe igitur illos aureos. 20000. & eos collige cum ſumma. 9300. vnde habebis aureos. 29300. pro ſũma totali, cuius quarta pars erit. 7325. quã vnuſquisq; poſtea habebit in dicta ſumma. Sed ut reperias quantitatem aureorum quam quilibet prius debet contribuere, vt poſtea habeat aureos. 7325. in dicta ſocietate. Iubeo, vt Ludouicus demat illos aureos. 4000. quos demum habebat, ex. 7325. reliquum autem erit. 3325. qui quidem numerus erit aureorum nunc contribuendorum ipſius Ludouici. Demptis ſimiliter aureis. 4000. ex dictis. 7325. remanebũt. 3325. pro contributione ipſius Hieronymi. Deinde ſi ex. 7325. extracti fuerint aurei. 1100. relinquent. 6225. pro contributione Franciſci. Demptis demum. 200. ex. 7325. reſidui erunt. 7125. pro contributione Laurentij, & ſic quilibet habebit æqualem portionem in totali ſumma.

Speculatio cuiuſdam Methodi reductionis numiſmatum unius ſpeciei in aliam.

AD EVNDEM.

MIrum tibi videtur quo pacto verum ſit, quod ſumma mẽdietatis cuiuſuis numeri illorum numiſmatum, quæ hic vocantur Blanci, cum ſexta parte eiuſdem medietatis, ſemper ſit numerus florenorum huius prouinciæ. Vt exempli gratia, quotieſcunque reducere voluerimus. 48. Blancos in Florenos, ſi medietati ipſius. 48. hoc eſt. 24. adiecta fuerit ſexta pars ipſius medietatis, quæ eſt. 4. tunc habebimus. 28. & ita dicemus quod. 48. Blanci conſtituunt Florenos. 28. quod quidem verum eſt.

Huiuſmodi autem rei ſpeculatio ita ſe habet. Nam vnuſquiſque Blancus diuiditur in. 7. æquales partes, quarum. 12. conſtituunt vnum Florenum, horum verò numiſmatum communis menſura, vocatur Groſſus, vt ſcis, ex quo ſequitur, quod ſi

28. Floreni æquantur Blancis. 48. tot Grossi erunt in. 28. Florenis quot in. 48. Blancis. Fingamus igitur, mente, nostram figuram. 79. Theorematis Arithmetici. x. u. o. e. n. supponendo ambo producta. u. x. et. n. e. inuicem æqualia existere, & vnumquodque esse grossorum. 336. sit etiam. o. x. vnus Florenus. 12. grossorum. o. n. verò Blancus. 7. eorundem grossorum. o. e. autem Blancorum. 48. Nunc certi erimus ex. 15. sexti vel. 20. septimi Euclidis eandem fore proportionem. o. u. ad. o. e. quæ. o. n. ad. o. x. sed. o. n. est summa medietatis ipsius. o. x. cum sexta parte dictæ medietatis, ita igitur erit. o. u. ipsius. o. e. hoc est summa medietatis. o. e. cũ sexta parte medietatis eiusdem, quæ summa in præsenti exemplo erit. 28.

Hac enim speculatione mediante, poteris methodum inuenire conuertendi Florenos in Blancos. Vt si nobis propositi fuerint Floreni. 28. Voluerimusque inuenire quot Blancos faciant, supposita mensura communi, iam supradicta. Nam duplicabimus numerum Florenorum, à quo duplo detrahemus septimam partem, reliquũ verò erit numerus quæsitus.

Huiusmodi autem rei ratio est, quia, cum in supradicta figura, proportio. o. e. ad o. u. æqualis existat ei, quæ. o. x. ad. o. n. atque etiam. o. x. sit minor duplo ipsius. o. n. per septimam partem ipsius dupli. o. n. minor erit. o. e. duplo ipsius. o. u. per septimã partem eiusdem dupli ipsius. o. u.

Idem affirmo de quauis conuersione aliorum numismatum, quorum semper. o. x. maior sit. o. n. verò minor. Vt si. o. x. æquualeret. 7: et. o. n. valeret. 4. et. o. e. valeret 42. quæ quidem. o. e. mensuraretur ab. o. n.

Si cuperemus scire quot. o. x. sint in. o. n. Primo dicemus in. o. n. reperiri summam medietatis sex septimorum ipsius. o. x. collectæ cum vna septima parte ipsius. o. x. seu (vt ita dicam) cum tertia ipsius medietatis. Vnde dempta septima parte ipsius. 42. quæ est. 6. collectaq; cum medietate residui, quæ est. 18. habebimus. 24. res, quarum vnaquæque æqualis erit ipsi. o. x.

Sed si quis cupiat reperire. o. e. dato. o. u. duplicet. o. u. à quo demat quartam partẽ ipsius. o. u. & habebit propositum. Nam ita se habere oportet. o. e. ad. o. u. quemadmodum. o. x. ad. o. n.

De lucro mercantili.

AD EVNDEM.

QVOD demum scire à me desideras, est, quod cum vendideris libram vnam mercis pro. 4. solidis, & lucratus fueris. 2. cum quarta parte vnius pro singulis decem libris, scire velles quantum lucri facturus esses in libris decẽ dando singulam libram pro. 6. solidis.

Nulli dubium est quin decima pars de. 2. cum quarta vnius sit lucrum libræ vnius. Quæ decima pars sunt nouẽ quadragesimæ partes, & hæc subducta à solidis. 4. reliqui erunt solidi. 3. cum. 31. quadragesimis partibus pro sorte vnius libræ. Quę sors subtracta à solidis. 6. remanebunt sol. 2. cum. 9. quadragesimis lucri pro libra, quod multiplicatum per. 10. proueniunt sol. 22. cum quarta parte vnius, & tantum ascenderet lucrum, quod fieri posset in libris decem si quamlibet, sol. 3. cum. 31. quadragesimis nobis constaret.

Vel sic multiplicemus sortem vnius libræ per. 10. productum erit. 37. cum tribus quartis

quartis, iterum multiplicemus per. 10. sortem cum lucro vnius libræ quod est. 4. productum erit. 40. differens à primo sol. 2. cum quarta parte, multiplicemus pariter per. 10. precium. 6. solidorum proueniens erit. 60. à quo deducendo productum sortis librarum. 10. quod erat sol. 37. cum tribus quartis supererunt sol. 22. cum quarta parte, vt supra.

DE DIGNITATIBVS PLANETARVM.

Adriano Panetio.

QVOD cam distinctionem orbium, quæ iam inualuit, non teneas, sed putes totum esse quoddam continuum excipiens corpora stellarum, nouum nó est, nam nonnulli solidæ doctrinæ Philosophi idem censuerunt. Sed quod attinet ad dignitates planetarum in signis zodiaci, scias huiusmodi ordinem me comprehendere esse desumptum ab ordine antiquo orbium ipsorũ planetarum, qui quidem ordo erat, vt statim post Lunam succederet Sol, post Solem Mercurius, tum Venus deinde Mars, postea Iupiter, & tandem Saturnus per eosdemq; orbes, retro redibant, atque hoc cognoscitur constituendo Cancrum domicilium Lunæ, Leonem, Solis, Virginem, Mercurij, Libram, Veneris, Scorpionem, Martis, Sagittarium, Iouis, Capricornum, Saturni, Incipientes deinde ab Aquario, qui ad nos propius accedit eundemq; tribuentes Saturno, Pisces, Ioui, Arietem, Marti, Taurum, Veneri, & Gemellos, Mercurio, septem Planetas cum duodecim signis zodiaci concordes reddebant.

Quod deinde Aristoteles in libris de sensu & ijs quæ sensibus percipiuntur, dicit pupillam oculi esse nigram, non ita se habet, nam idem est, ac si quis diceret nigrũ esse illud medium, quod permitteret transitum lumini per suam diaphanitatem, nullum lumen à seipso reflectens, & etiam ac si quis diceret nigrum esse aerem alicuius cubiculi vndequaque clausi tenebrosi.

Quod etiam idem Aristoteles volens adducere causam, cur oculus magis materiam aquæ, quam aeris participet, dicens id ea ratione fieri, quod aqua magis quam aer seruari possit, eodem libro scribit, est reuera admirandum. Ibi enim clarè demonstrat se planè ignorare, & constructionem oculi, & causam diuersitatis eorum humorum tam in substantia, quam in figura, quæ non aliunde dependet quam quod diuersam refractionem radiorum luminosorum producat, qui per pupillam ingrediuntur, vt ad proprios sibiq; destinatos locos dirigantur radij, vt à virtute visiua perfectius sentiantur.

De ratione Frigiditatis locorum umbrosorum.

AD EVNDEM.

VEra ratio vnde fiat, vt quanto magis sentitur calor in locis expositis Soli, tanto minus sentiatur in vmbra, vbi Solis radius non reflecticur, est quia cum rarefactus est aer à vehementi calore radij solaris, seipsum colligit, & condensatur in locis, à quibus à calore, ratione rarefactionis, non expellitur, & quia naturaliter calor sequitur rarum, rarum calorem, & frigidum densũ, & densũ frigidum, vt vnicuique sanę mentis patet, hanc ob causam sequitur rem ita se habere vt diximus. Possumus etiam absque dubio credere huiusmodi ratione fieri, vt frigus matutini temporis, in crepusculo maius esse eo, quod noctu viguit. Nam materia consistens in cono vmbræ terræ, semper densior est ea, quæ extra reperitur, imo noua materia continuo condensatur, propter motum vmbrę, quæ semper corpori solari opponitur. hęc

autem noua condenſatio dico ſemper fit in crepuſculo matutino, hoc eſt in parte coni à Sole pulſa, in parte vero contraria ipſius coni hoc eſt in parte crepuſculi veſpertini, contrarium accidit, quia potius aliquantulum in hac parte materia coni rarificatur, quia extrinſeca condenſatur, in parte vero matutina extrinſeca rarificatur; & propterea intrinſeca condenſatur.

QVOD RECTE ARIST. SENSERIT COELVM caſu non eſſe productum.

Hieronymo Condrumerio.

FErunt Ariſtippũ tempeſtate maris ad incognita littora delatum, cum in arena vidiſſet quaſdã figuras geometricas delineatas exultantẽ lętitia dixiſſe: Hæc ſunt hominum veſtigia. Nam conſonum rationi non erat, vt huiuſmodi figuræ caſu eſſent impreſſæ: neque etiam credendum eſt ingentem hanc machinam tanto ordine conſtantem fortuitò eſſe productam, cum nulla quantumuis minima eiuſdem particula, dummodo nitatur ordine, aliquo modo caſu effecta fuerit; cum caſus nihil producat, quod regulam & ordinem ſeruet. Non eſt igitur producta caſu admiranda correſpondentia, quæ eſt obiectorum cum potentijs, luminis cum oculo, ſõni cum auditu, ſaporis cum guſtatu, odoris cum odoratu, qualitatum tangibilium cũ tactu. Si diligenter deinde cuiuſlibet rei naturalis operationem conſiderabimus, eas tanta arte conſtructas videbimus, vt cogamur fateri aliquam prudentiſſimam, & ſagaciſſimam mentem eas formaſſe, ſi ergo quælibet mũdi pars tanta cum ratione & ordine eſt conſtructa: quomodo fieri poterit, vt de toto ipſo mundo id in dubium vocemus, certiſſimeq; non credamus diuiniſſimam aliquam mẽtem eſſe à qua exquiſitiſſima huius vniuerſi harmonia, quæ ex tot tantisq; partibus, maximo ordine nitentibus conficitur, non dependeat?

VARIA RESPONSA.

Nicolao Petreio.

AD ea quæ mihi ſcribis dico, quod excrementa quæ ex corpore ſano prodeunt in ſua ipſorũ qualitate ſenſibili ita ſe habẽt ad facultatẽ illius partis eiuſdem corporis, ut eã non lędant, quẽadmodũ efficeret ſpurũ, ſi eſſet amarũ, aut quod excernitur naſo fętidũ eſſet. Imagineris igitur quẽadmodũ poſſit eſſe verũ id quod idẽ amicꝰ noſter ait. Prętereà ſi aliquid tibi in oculũ inciderit, an neſcis quomodo ſtatim affatim affluat humor, vt id foras ꝓpellat, vel abducat? (mirabile opus naturæ.) Dic etiã eidem non abſque myſterio naturam in tot miſerijs ſenectutem poſuiſſe, cum ſæpiſſimè ſenex mori deſideret, ut huius vitæ calamitatibus liberetur, vnde fit, vt cum eius aduentum ſentiat, minus affligatur. Dicito etiam eidem, naturam non fuiſſe tam ſolicitam de quibuſdam partibus quemadmodum eſt de toto, vnde magis rotunda, & polita poterat eſſe ſuperficies terræ, quam nunc eſt, quia natura magis reſpicit totum, quam partes, & magis maiores, quam minores.

Dum tuas legerem, me continere non potui quin riſerim, id quod ſcribis te interrogaſſe eum Philoſophum naturalem, vnde fit, vt ventus ſit frigidus, eumq; tibi reſpondiſſe, quod à remotiſſimis partibus veniat, genereturq; à vaporibus terræ frigidis. (cum ipſa ſit frigida.) Cæterum miror quod ab eo non quæſieris, vnde oriatur frigiditas, quæ percipitur ab agitatione aeris, qui quidem à vaporibus terræ non proſilit, nec à remotiſſimis partibus ad nos accedit. Sed quia de eadem re me interro-

terrogas, ſcito naturã coniunxiſſe frigiditatẽ cũ denſitate, & caliditatẽ cũ raritate, vt ſup. diximus, ita vt cum aliquod corpus denſatur, frigidũ reddatur, & dum rarefit maiorem caliditatem acquirat, & ſic econtra fit, vt quanto magis aliquod corpus refrigeratur, tanto denſius reddatur, & quanto calidius fit tanto rarius efficiatur. Quoties igitur agitabitur aer, aut aliud corpus, quod ratione ſuæ ſubtilitatis, velociter condenſari, & rarefieri poſſit, eius partes denſiores ſemper erunt frigidæ, & hanc ob rem quilibet ventus, qui per calida loca non tranſeat, natura ſua frigidus, calidus autem per accidens erit. Hinc fit vt vaſa vitrea, & terrea tam in vehementi frigore, quam in magno æſtu frangantur, quia horum vnum fit, ne aliquis locus vacuus remaneat, & aliud ob loci neceſſitatem, ſed hoc non ſequeretur, ſi in materia, qua huiuſmodi vas conſtat, aliqua aeris portio non contineretur.

DE LVMINE LVNÆ, DE FINE LVMINIS, de fine motus corporum cęleſtium, de albedine, de ſphæra.

Clariſſimo Antonio Nauaiero.

LVMEN Lunæ etiam ſi ſit lumen reflexum Solis ab ipſa Luna, ab ea tamen non ita reflectitur, vt à ſuperficie polita ſpeculi, cũ eius luminis tantã quãtitatem ſuper ipſum corpus lunare videamus, & eo modo terminatã quo conſpicimus. per ſe lumen, cauſa oculi eſt effectum, per accidens autem puta quod vis. Terra deinde nunquam lunari lumine (quãuis ſolaris reflexio exiſtat) omnino deſtituta eſt, dico etiam, neque in ipſis eccliſibus ſolaribus vel lunaribus, in ſolaribus enim cum Sol tot millia vices maior ſit Luna, Luna verò minor terra, ſequitur, vt terra non omnino priuata remaneat lumine Lunæ, in eccliſibus verò lunaribus Luna ſemper videtur, gratia luminis ſolaris, quamuis refracti. Motus corporum cœleſtium ſit ratione ſitus, & varietatis virtutis ſtellæ in diuerſis locis, hæc autem varietas abſque diuerſo ſitu eiuſdem ſtellæ, nec diuerſus hic ſitus abſque motu fieri poſſet, ita vt motus ſtellarum ſit ratione diuerſitatis ſituum ipſarum, ergo motus, & diuerſitas ſituum, fit, ob diuerſam influentiam. Quæ autem de albedine fratri tuo dixeram, erant, quod inter oẽs colores albedo, certo quodam modò, maiorẽ ſimilitudinem habet cum lumine. Primò quia magis coniungitur cum lumine. Secundò quia magis afficit ſenſum. Tertiò quia abſque reſiſtentia magis recipit qualitatem aliorum colorum, quam alij colores. Quartò quia maximus eſt omnium colorum. Quintò quia ſimplicior eſt reliquis. Sextò quia diſgregat viſum. Septimò quia qualitas quæ in niue alba eſſe videtur, nihil aliud eſt quam multitudo quædam luminum reflexorum, & non albedo, ſimilis ei, quæ eſt lactis, aut panni, quæ quidem ſeptima cauſa effecit, vt ipſam albedinem, magis quam alium quemuis colorem cum ipſo lumine compararem, cum nihil ſit, quod eſſe ſuum trãſmutans, aut apparenter, aut eſſentialiter, illud ipſum prius non tranſmutet in formam ſibi propinquiorem, vt manifeſtè pateat. Eſt etiam huius rei octaua ratio, magni ponderis, quia ſcilicet nullus ſit color, qui magis reſiſtat lumini, aut in quem lumen minorem impreſſionem faciat, quam albedo. Vnde ſequitur, obiecta alba, minus eſſe combuſtibilia quam alia, cum quælibet res in ſuum contrarium quàm in

ſibi

ſibi ſimile valentius agat, vt rectè vidit Ariſtoteles cum dixit, omne contrarium à ſuo contrario pati natum eſt.

Inter corpora, multum ſimplicitatis retinet ſphæra.

Circa quod, præter rationes adductas ab Ariſtotele in libris de Cœlo, poſſumus etiam ratiocinari à facilitate motus vndiq; ab eo quod violentiæ non reſiſtat, ab eo, quod apta nataq; ſit quieſcere ſupra quoduis punctum ſuę ſuperficiei, ab eo quod aò aliqua ſuperficie alterius corporis ſeſe tangi non permittat, quæ curuitate concauæ non adæquetur, niſi medio vnius puncti. Verum eſt, quod licet hæc vltima ratio nõ ſit propria ſphæræ, eſt tamen cauſa ſimplicitatis in eo, in quo reperitur, ſed proprię paſſiones ſphæræ ſunt ſupradictæ, præter quam quod alia eiuſdem ſphæræ eſt proprijſſima, quæ eſt diſtantia cius termini ab vno tantummodo puncto ideſt ab eiuſdē centro, & etiam poſſe diuidere corpus aliquod medium, cum æquali reſiſtentia circa punctum, quod prius in motu reperitur.

Aequalitas autem rerum, eſt etiam valde ſimilis ſimplicitati, & vnitati.

Comparatio uiſus, & auditus.

AD EVNDEM.

QVod ad viſum & auditum attinet, magis neceſſarium eſſe viſum, & nobiliorem quam auditum exiſtimo, primò quia ſi quis viſu orbatus eſſet, contra frigus, & calorem, contra famen, & ſitim nil prouidere poſſet, neque aliud quicquam hoc vocabulum prouidere ſignificat, neque abſque periculo vitæ ab vno loco ad alium ferri poſſet, neque aliquid arte facere.

Sed ſi quis deſtitutus eſſet facultate audiendi, ſupradictas tamen operationes prę-ſtare poſſet, neque modo careret, quo animi ſui ſenſa abſque beneficio ſoni, ſed ope figurarum & characterum alteri aperiret: neque etiam munere ſpeculandi ſcientias (excepta muſica) deſtitueretur. Ad ſcientiam comparandam, longè magis neceſſarius eſt viſus, quam auditus præterquam, quod viſus maiorem numerum obiectorum, & differentiarum rerum percipit, & inter reliquos ſenſus velociſſimè imò in inſtanti operatur, magis remotè quam alij, & exactius ſentit, minusq; quam reliqui afficitur, præterquam quod ſemper agit, dummodò non dormiat animal. Præterea ſeſe magis patefacit, & prodit anima per oculos, quam per aliud, cuiuslibet ſenſus, inſtrumentum. Oculo magis quam alia corporis parte, hominis natura cognoſcitur: & ſi aliquid ſpeculari volumus, quod ſine imaginatiua fieri non poteſt, ſtatim imaginamur nos videre huiuſmodi rem, ac ſi oculo fuiſſet comprehenſa, & ab imagine quæ eſt vnum ex obiectis oculi, imaginatiua nuncupatur. Beneficio oculorum omnes ferè ſcientiæ ſunt adinuentæ. Auditus nil aliud quam ſonum capit, auditus nunquam detulit intellectui figuram, corpus ſuperficiem, aut lineam, materiam, formam, locum, dimenſionem, plenum inane, nec innumera alia accidentia, quæ ab oculo comprehenduntur. Quæ verò viſui, & auditui ſunt communia, ſunt etiam tactui communia, vt numerus, motus, maius, & minus, ſunt tamen alia qua oculo & tactui communia, quæ auditus non poteſt capere, vt durum, molle, acutum, obtuſum, aſperum, lene, planum, curuum, concauum, conuexum, magnum, paruum, & ſupradicta, ideſt figura corpus & cętera, vt etiam rectum, obliquum, & ſimilia.

Ariſto-

Ariſtoteles circa finem primi capitis libri de ſenſu ait mediante viſu, magis quã quolibet alio ſenſu, nos percipere ſenſibilia communia. Vbi eundem per ſe, & non per accidens magis neceſſarium eſſe quam auditum, tam in ijs quæ ad victum, quam in ijs quæ ad ſcientiam pertinent eſſe aſſerit, quia auditus intellectui confert per accidens. Vide etiam quod idem ſcribit primo metaphyſicorum. Et ſi ad aliquid perfectè cognoſcendum, oculo ſeſe nobis offerrent ea omnia obiecta, quorum ſpecies in imaginatiua formamus, ipſa imaginatiua non egeremus. Sed quia hoc fieri non poteſt, hunc theſaurũ imaginatiuè, ſeu memoriæ ad conſeruandam imaginem omnium obiectorum ſenſibilium nobis dedit natura, vt ope diſcurſus intellectꝰ circa dictas imagines, rerum veritatem venari poſſimus. Sed vt ad propoſitum redeamus, beneficio oculi animal liberum eſt, cum ſine ipſo locum mutare nequeat, vt ſit tutum. tenebræ, priuatioq; viſus ſunt ferè vnum, & idem. Neque vllus eſt ſenſus, qui ſit magis ſimilis intellectui quam viſus: neque alij ſenſus habent obiecta viciſſim communia, quæ non ſint etiam oculo communia, ſed inter oculum, & quem libet alium ex ſenſibus, inuenientur quidem obiecta communia, quæ cum alijs non communicabunt, vt inter oculum & tactum, figura, acutum, obtuſum, & ſimilia, quæ alijs ſenſibus non percipiuntur. Mediante viſu, & auditu etiam, compræhendũ tur variæ diſtantiæ, ſitusq; obiectorum, nec non proportiones, & alia quę ab alijs ſenſibus non compræhenduntur. Multa obiecta deinde ſunt ſubiecta guſtatui, quę alijs accidentibus prędita ſunt, vnde cum fuerint ſemel deguſtata, talia, qualia ſunt ab oculo percipiuntur, quod nullus ex alijs ſenſibus præſtabit. Idem de obiectis odoratus dico. Senſuum nullus eſt qui maiorem ſimilitudinem gerat cum vigilia & cum vita, quam viſus, neque aliquid eſt, quod magis repræſentet imaginem ſomni, & mortis, quàm cęcitas.

Qui ſibi oculos eruit vt melius ſpecularetur maxima ſtultitia prius obcęcatus fuit quia ſoni magis impediunt ſpeculationem quàm lumina, imò qui commodè vult contemplari, quantum plus poteſt nititur longius eſſe ab omni ſtrepitu, magis quàm à locis luminoſis, & animal magis lætatur lumine quam ſono: & ad ſpeculationem nos magis inuitat harmonia luminum variorum colorum & figurarum, quàm harmonia ſonorum, præterquam quod inſtrumentum viſus totius corporis partium eſt pulcherrima, & in eminentiori loco locata, ſi de inſtrumentis ſenſuum loquamur, & veluti fineſtræ animæ. Et ſi Ariſtoteles dicat oculos & aures in vno eodemq; orbe exiſtere, volens inferre quod in eodem æquilibrio ſint æqualiter alta non ita ſe habet, quia (ſi de homine loquamur) oculus eſt altior aure. Beneficio huius ſenſus, eorum quæ abſunt, & longo iam tempore ſunt mortui, animi ſenſa, & conceptus intelligimus, neque alia ratione rerum omnium memoria ſeruari poteſt. Si cabala unquam vera fuit, nulla alia ratione eſt deleta, quam quia alicuius ſigni viſibilis medio conſeruata non fuerit, & quæcunque non ſcribuntur, ideſt oculo non cõmendantur parum durant cito obliuioni traduñ. In maiori ſemper pretio fuit pictura quã muſica: obiectis viſibilibus magis quam ijs quæ ſub auditu cadunt, affectus animi, atq; alia quælibet res naturalis exprimi poſſunt. Aegyptij volentes ſignificare Deum, oculi medio id præſtabant.

Oculus, reſpectu aliorum inſtrumentorum ſenſuum, eſt quaſi epicyclus animæ, neque defuit qui crederet oculum eſſe principem animi partem.

Oculus à Sole, & à Luna ita dependet, vt qui tempore defectus cuiuslibet luminaris naſcitur, ſtatim cæcus euadat, neque aliqua eſt corporis pars in qua magis apparęat

pareat differentia vitæ à morte; quam in oculo. Aristoteles ad finem cap. 15. lib. primi posteriorum ait, clarum esse quod si aliquis sensus deficiat, futurum vt aliqua quoque scientia desit. Considera, quot scientijs careret homo, si visu orbaretur.

Et in tertio de anima ait, cum qui non sentit, nihil intelligere posse; id quod inde confirmat, quia nihil sit in intellectu, quod prius non fuerit in sensu. Plato in timeo ait, oculos nobis attulisse rerum optimarum notitiam, & si oculus non fuisset nihil eorum, quæ ad cœlum spectant inuenire potuisse, & cognitionē diei ac noctis ab oculis ortum duxisse, vt reuolutiones mensium, & annorum metiri, & tempus cognoscere, & inuestigare ordinem naturæ vniuersalis possemus; quibus philosophiā nobis comparauimus, ut alia multa omittam, quæ ibi à Platone dicuntur. Addam hic & aliam specialem differentiam inter auditum & visum, quæ est, vt obiectum visus sit permanens, & obiectum auditus transitorium siue successiuum aut, vt alio modo idem dicamus, obiectum visus particeps sit æternitatis, illud autem quod est auditus non item, nam auditus tempori subiectus est, visus autem minimè. Vel si dicamus operationem auditus absque tempore fieri non posse cum sit motio, operatio verò visus, nullo indiget tempore, cum ipsa sit momentanea, & propterea instantanea. Nam momentum non est motus, nec instans tempus.

QVARE HYEME VIDEATVR HALITVS animalium non autem æstate, & de vento.

Pancratio Mellano.

VNDE fiat vt hyeme halitum nostrum videamus, & non æstate, ratio est ab eiusdem halitus congelatione, quæ ab extrinseco frigore fit. Prius enim scire debes aerem attractū in pulmone, foras deinde erumpere cum alio vapore aliquantulum crassiore humido, & excrementitio expulso à natura, quæ continuò nostrum corpus euaporare facit, vnde sequitur dum aer foras à pulmone pellitur, maiorem semper materiæ portionem, ea quæ intus attracta est exire: vnde statim vt dicta materia foras expulsa, frigidum aerem offendit, cum constet ex partibus crassis, & obnoxiis congelationi, condensatur in formam vaporis, ad differentiam aeris ambientis qui in se eas partes crassas non habet, à quibus quidē partibus condensatis, & redditis opacis reflectitur lumen, atque hanc ob causam æstate hoc non fit, quia calor vim condensandi non habet.

Ventus nihil aliud est quam quidam aeris motus, cum condensatur, ob defectum caloris, neque (pace Aristotelis dicam) est exhalatio sicca. Exemplum à Vitruuio allatum nil planè valet, quantum spectat ad venti naturam, cuius rationem à me requiris. Exemplum etiam ventilabri quo tempore æstate vtimur negligendum penitus non est, quia eius beneficio, non solum arcemus à nobis aerem ambientem calidum, sed alium etiam aerem circa nos condensamus: & quia ordo naturæ est huiusmodi quod quemadmodum calor sequitur raritatem corporū, sic etiam frigus eorundem densitatem sequatur. Quod si vis vt exemplo illustrem, diligenter obseruato tempore æstatis cum aliqua nubes nobis Solem adimit, vbi aer qui in eius vmbra

vmbra reperitur, tantum quantum defectus caloris radij solaris fert, qui per vim, dictum aerem rarefactum conseruabat, statim dictum aerem condensari cognoscens: & quia ea condensatio homogenea non est, ob diuersas rationes, hanc ob causam percipimus eam aeris impulsionem, & inæqualiter, dum verò eadem vmbra discedit, ventus, ferè, statim cessat, & sæpe ante quam dicta vmbra discedat; cuius rei causa est longa mora quam trahit vmbra, ita vt prius absoluatur reditus aeris ad formā, quæ ei conuenit in huiusmodi vmbra, quam faciet nubes dum Sol detegitur.

Vera non sunt ea, quæ tibi Arnoldus dixit, vt mihi tuis literis significasti. Nam ego ita dixi, videlicet, quod quotiescunque aliquis aspexerit aliquod punctum in superficie speculi, tunc imaginem ipsius post dictam superficiem videbit duplicatam, si verò aspexerit imaginem intra speculum, tunc illud punctum videbit duplicatum, huiusmodi autem rei ratio pendet ab hijs quę ad Franciscum Vimercatum scripsi, quæ si memoria tenes, nullum tibi dubium remanebit. Nam ea tibi omnia ostendi.

Dum verò dicis omnem proportionem rationalem diuidi posse duobus numeris mediantibus in tres æquas partes, mihi ad memoriam reuocas id quod quidam Vitruuij commentator asserit super primum cap. noni lib. eiusdem Authoris, ita dicens.

» Benè esse potest vt diagonalis (quadrati scilicet) numerorum via reperiatur, sed
» fortasse intercedent fracta.

Miror te non memoria tenere quid sint numeri rationales quidue surdi, neq; consideras, non solum non esse diuisibilem in tres æquas partes omnem proportionem rationabilem, sed neque in duas, vt sunt superparticulares proportiones, necnon aliæ innumeræ, sed cum talia scribis te nimis parum versatum in istis rebus ostendis.

Id verò quod tibi dicere volebam nudiustertius de Mercurio erat, quod nullo pacto confidendum est calculis qui fiunt de cursu Mercurij, eo quod eius itus nullo modo obseruabilis est, nam ipse nunquam nec vbiuis locorum orbis terrarum visibilis est altior. 18. gradibus supra orizontem, sed neque confidendum esset si etiā ipsum videremus altum. 20. gradibus, propterea quod magna refractio radiorū infra hos gradus nos valde fallit, quæ quidem refractio, nec vbiq;, nec omni tempore vniformis est, propter diformem seu inæqualem crassiciem vaporum quæ continuò mutatur. Imo multoties eum videre putabimus supra orizontem, existente ipso sub orizonte.

Quod Ouidius transcurrit à motu diurno, ad motum annuum prater rem.

AD EVNDEM.

TVus etiam Ouidius cespitauit, cum pro itinere vnius diei efficiat, vt Phaeton à patre edoctus sit etiam de itinere annuali.

Nam, quod Phaeton petat pro cursu vnius diei, clarè patet ex diuersis locis, & primò vbi ita scribit Ouidius.

» Currus petit ille paternos.
» Inq; diem alipedum ius & moderamen equorum.
Deinde vbi Pater ita loquitur.
» Ardua prima via est, & qua vix mané recentes.

„ Enituntur equi medio eſt altiſſima cęlo.
„ Vnde mare, & terras ipſi mihi ſæpe videre.
„ Fit timor & pauida trepidat formidine pectus.
„ Vltima prona via eſt & eget moderamine certo.
Etiam vbi dicit.
„ Dumq; ea magnanimus Phaëton miratur, opusq;
„ Perſpicit, ecce vigil nitido patefecit ab ortu.
„ Purpureas aurora fores, & plena roſarum.
„ Atria, diffugiunt ſtellæ, quarum agmina cogit.
„ Lucifer, & cœli ſtatione nouiſſimus exit.
Nec non vbi ita inquit.
„ Et ſi (modo credimus) vnum
„ Iſſe diem ſine Sole ferunt, incendia lumen
„ Præbebant.
Quod autem à Patre inſtruatur etiam de curſu annuali, videbitur vbi ita dicit.
„ Nitor in aduerſum, nec me, qui cætera vincit.
„ Impetus, & rapido contrarius euehor orbi.
Et vbi ita loquitur.
„ Forſitan & lucos illic, vrbesq; Deorum.
„ Concipias animo delubraq; ditia donis
„ Eſſe per inſidias iter eſt, formasq; ferarum.
„ Vtq; viam teneas, nulloq; errore traharis.
„ Per tamen aduerſi, gradieris cornua Tauri.
„ Aemoniosq; arcus, violentiq; ora Leonis.
„ Sæuaq; circuitu curuantem brachia longo.
„ Scorpion atque aliter curuantem brachia cancrum.
„ Nec tibi quadrupedes animoſos ignibus illis.
„ Quos in pectore habent quos ore & naribus efflant, &c.
Sed lucidius etiam hoc videre eſt inferius vbi ita loquitur.
„ Nec tibi directos placeat via quinque per arcus.
„ Sectus in obliquum eſt lato curuamine limes.
„ Zonarumq; trium contentus fine, polumq;
„ Effugit auſtralem iunctamq; aquilonibus arcton.
„ Hac ſit iter, manifeſta rotæ veſtigia cernes.
Et vbi etiam dicit.
„ Neu te dexterior tortum declinet ad anguem.
„ Ne ve ſiniſterior preſſam rota ducat ad aram.

De ſupputatione quinque corporum regularium. De aliquibus etiam eorum ſympathijs.

AD EVNDEM.

ID quod à me deſideras, ab alijs etiam factum eſt, ſed ne me putes laborem euita re, non prætermittam aliquid tibi ſcribere, earum rerum quæ ab Euclide &c.

gi,

gi, methodo etiam qua vtebar dum in iſtis rebus me aliquo modo exercebam.

Quotieſcunque igitur ſcire volueris quantitatem corpulentiæ cuiuſq; quinq; corporum regularium ab vna eademq; ſphæra terminatorum ſeu circunſcriptibilũ curabis primum, cognoſcere quantitatem lateris cuiusq; eorum, talium partium, qualium ſemidiameter dictæ ſphæræ ſit. 100000. ex tabulis ſinuum Nicolai Copernici. Propone igitur tibi ante oculos figuram ſemicircularem vltimæ propoſitionis. 13. lib. Eucli. & inuenies. c. d. tertiam partem ſemidiametri. d. b. eſſe partium. 33333. æqualem ſinui arcus. f. e. graduum. 19. mi. 28. qui quidem arcus dęptus cũ fuerit à tota quarta. b. f. remanebit arcus. e. b. gra. 70. mi. 32. cuius corda erit latus exaedri, quod latus ita cognoſces, ſumendo ſcilicet ſinum medietatis. b. e. hoc eſt ſinum gra. 35. mi. 16. qui erit partium. 57738. cuius duplum erit partium. 115476. pro latere cubi.

Dempto poſtea quadrato lateris exaedri, & quadrato totius diametri. a. b. reſidui radix quadrata, erit. a. e. latus Tetraedri. Vel ſi duplicaueris ſinum dimidij arcus. a. e. qui quidem arcus, componitur ex quarta. a. f. & ex arcu. f. e. iam inuento, ſiue, vt reſiduus totius dimidij circuli, dempto. b. e. iam ſupra inuento, habebimus idem latus. a. e. partium. 163294.

Pro latere verò Octaedri accipere potes radicem quadratam dupli quadrati ipſius. d. b. & habebis. f. b. latus quæſitum. Vel ſi malis accipe duplum ſinus medietatis arcus. b. f. quod duplum erit. f. b. partium. 14142.

Pro latere verò Duodecaedri, diuide latus Exaedri ex methodo. 11. ſecundi Eucli. cuius maior pars erit latus quæſitum, partium. 71368.

Sed pro latere Icoſaedri, te primum oportebit inuenire quantitatem anguli g. d. a. hoc eſt ipſius arcus. b. n. qui tali angulo ſubiacet, quod cum pluribus modis inueniri poſſit, nihilominus, hunc ſeruabis, inuenies primò quantitatem. d. g. quæ eſt radix quadrata ſummæ duorum quadratorum hoc eſt. d. a. et. a. g. quæ. a. g. æqualis eſt diametro. a. b. vt ſcis, dices poſtea, ſi. d. g. correſpondet ipſi. g. a. cui correſpondet. d. b. ſemidiametro ſphæræ? tibi veniet. h. k. ſinus arcus. a. h. hoc eſt. b. n. graduum. 63. min. 26. cuius medietas gra. 31. mi. 43. pro ſinu ſuo habet partes. 52571. cuius ſinus duplum eſt partium. 105142. pro latere Icoſaedri.

Incipiendo nunc à Tetraedro, ſcire debes, quod pars. a. c. totius diametri. a. b. æqualis eſt axi ipſius Tetraedri, quæ quidem. a. c. vt ſubſeſquialtera ipſius. a. b. erit partium. 13333.

Quæres poſtea quantitatem ſuperficialem vnius faciei ipſius Tetraedri, hac methodo, inueniendo primum radicem quadratam trium quartarum quadrati ipſius. a. c. lateris Tetraedri, eo quod latus hoc, ſeſquitertium in potentia eſt ipſi perpendiculari terminatę ab vno angulorum trianguli æquilateris & à latere ei oppoſito ex. 11. tertijdecimi ipſius Eucli. quę quidem perpendicularis, erit partiũ. 141416. & hæc multiplicata cum medietate lateris trianguli, hoc eſt cum. 81647. tibi dabit ſuperficiem quæſitam, hoc eſt baſim Tetraedri partiũ ſuperficialiũ. 11546192152. Hãc demum baſim multiplicando cum tertia parte axis Tetraedri habebis corpulentiam totius Tetraedri, quæ erit. 513158964003488.

Neque tibi hoc loco occultare volo quandam meam animaduerſionem, quæ eſt, quod diameter ſeu perpendicularis (ſupradicta) faciei ipſius Tetraedri, ſemper æqualis eſt lateri ipſius Octaedri circunſcriptibilis ab eadem ſphæra, hoc eſt ipſi. b. f. quapropter quotieſcunque ipſam perpendicularem habere voluerimus accipiendo b. f. habebimus intentum. Et quod hoc verum ſit poſſimus ita demonſtrare.

Primum, notum nobis eſt, ipſam perpendicularem, triplam eſſe eius parti, quæ

à centro circuli, ipſum triangulum circunſcribentis, terminatur, & à baſi, vt in tertio propoſito decimæſeptimæ quartidecimi Eucli. probatur, ex quo ſequitur proportionem huiuſmodi perpendicularis ad axem Tetraedri, hoc eſt ad. a. c. ſeſquioctauam eſſe in potentia, ex penultima primi Eucli. Sed cum. d. c. tertia pars ſit ipſius. d. a. vt etiam ex. 2. propoſito, ſeu corollario decimæſeptimæ. 14. lib. diſcurrere licet, cum ex dicto corollario. d. c. ſit ſexta pars ipſius. a. b. Quare. d. c. quarta pars erit ipſius. a. c. vnde. a. c. ſeſquitertia erit ipſi. a. d. in longitudine, ideoq; quadratum ipſius. a. d. ad quadratum ipſius. a. c. erit vt. 9. ad. 16: & ita duplum quadrati ipſius. a. d. hoc eſt quadratum ipſius. b. f. ad quadratum ipſius. a. c. erit, vt. 18. ad. 16. hoc eſt ſeſquioctauum, ergo. b. f. æqualis erit dictæ perpendiculari, ex. 9. quinti.

Cubus poſtea ipſius. b. e. erit partium. 15398385765701 76.

Pro Octaedro deinde, accipies productum diametri in ſemidiametrum, quod productum, æquale erit quadrato diuidenti per æqualia Octaedron, hoc igitur productum, multiplicando per. 100000. ſemidiametrum ſphæræ, tibi dabit columnam quadrilateram cuius tertia pars, erit partium. *666666666666666*. cuius duplum erit ipſum Octaedron partium. *1333333333333*.

Pro Icoſaedro autem, oportet prius quantitatem perpendicularis inuenire, quæ perpendicularis, per æqualia diuidit baſim ipſius Icoſaedri, quæ vt radix quadrata trium quartarum quadrati lateris ipſius baſis, erit partium. 91055. talium, qualium dictum latus erit partium. 105142. cuius medietas eſt. 52571. quæ medietas ſi multiplicata fuerit cum dicta perpendiculari, dabit totam baſim ſuperficialem, hoc eſt ſuperficiem vnius trianguli æquilateris partium ſuperficialium. 4786852405. quo facto, accipe quadratum duarum tertiarum ipſius, hic ſupra dictæ perpendicularis, ipſumq; deme ex quadrato ſemidiametri ſphæræ, hoc eſt, ex quadrato ipſi⁹. 100000 radix poſtea quadrata reſidui, erit partium. 79468. & hæc erit perpendicularis à centro ſphæræ ad vnam baſim ipſius Icoſaedri, quam volueris, quam perpendicularem ſi multiplicaueris cum quantitate ſuperficiali, hic ſuperius reperta, vnius baſis, conſequeris columnam trilateram partium. 380401586920540. cuius tertia pars, erit partium. 126800528973513. pro vna ex. 20. Pyramidibus ipſum corpus componentibus. Breuius tamen hoc efficiens, ſi multiplicaueris baſim dictam, cum tertia parte ipſius perpendicularis, hanc poſtea pyramidem multiplicando per. 20. habebis totam corpulentiam ipſius Icoſaedri partium. 2536010579470260.

Pro Duodecaedro demum, accipe ſinum gra. 36. qui grad⁹ ſunt pro dimidio quintæ partis totius gyri circularis, q. quidē ſinus, erit partium. 58778. cuius quadratum ſi dē pſeris ex quadrato ipſi⁹. 100000. ſemidiametri circuli circūſcribentis aliquē pētagonum æquilaterum, & æquiangulum, tunc radix reſidui, erit perpendicularis ducta à centro dicti circuli ad medium vnius lateris ipſius pentagoni, quæ perpendicularis, erit partium. 80902. talium qualium medietas lateris dicti fuerit. 58778. Nunc verò dicendo ſi. 58778. dat. 80902. quid nobis dabit. 35684? medietas lateris ipſius Duodecaedri, vnde dabit. 49116. pro perpendiculari, à centro ipſius pentagoni, ad latus ipſius Duodecaedri, quæ multiplicata cum medietate ſupradicta ipſius lateris, hoc eſt cum. 35684. producet vnum ex quinque triangulis componentibus vnum pentagonum, ſeu vnam baſim ipſius Duodecaedri, quod quidem triangulum, erit partium. 1752655344. ſuperficialium, quas ſi per quinque multiplicaueris habebis vnam baſim pentagonam dicti corporis partium. 8763276720. Dicendum poſtea eſt, ſi ad. 80901. conuenit ſemidiameter circularis partium. 100000. quid cō uenier partibus. 49116. dabit. 60711. pro tali ſemidiametro circulari, cuius quadratum,

tum, ſi dempſeris ex quādrato ipſius. 100000. ſemidiametro ſphęræ, tunc radix quadrata reſidui, erit perpendicularis à centro ſphæræ ad centrum pentagoni partium. 79461. cuius tertia pars, ſi multiplicata fuerit cum pentagono ſupra reperto dicti corporis producet vnam ex. 12. pyramidibus componentibus dictum Duodecaedron, quæ pyramis, demum, multiplicata per. 12. dabit totam corpulentiam ipſius Duodecaedri partium. 27853549 25791680.

Nunc verò ſi experiri voluerimus vtrum iſti calculi duorum corporum maiorum ſint rectè ſupputati, dicem⁹ ſi ad corp⁹. 12. baſiū, qđ eſt partiū. 27853549 25791680 conuenit numerus partium. 2536010579470260. ipſius Icoſaedri, quid conueniet lateri cubi partium. 115476. & inueniemus conuenire latus ipſius Icoſaedri partium 105138. eo quod probatum ſit in. 10. propoſitione. 14. li. Eucl. eandem proportionē eſſe corpulentiæ ipſius Duodecaedri ad corpulentiam ipſius Icoſaedri, quæ lateris cubi ad latus Icoſaedri.

Hæc autem corpora, ita ſibi inuicem, & cum eorum ſphæra harmonicè conueniūt quemadmodum antiqui philoſophi inuenerunt, vt mirandū non ſit, ipſos credidiſſe omnia quæ natura conſtant, aliquo pacto ex iſtis corporibus fieri. Conſidera quæſo quomodo conueniant inuicem Tetraedron, Octaedron, & Icoſaedron, cum uniuſcuiuſque baſes ſint triangulares æquilateræ intelligendo ſemper hæc corpora ab eadem ſphæra circunſcriptibilia.

Octaedron, cum Tetraedro etiam in hoc conuenit, quod latus Octaedri æquale ſit ei perpendiculari, quæ diuidit baſim Tetraedri per æqualia, vt ſupra demonſtrauimus.

Harmonicis etiam interua llis hæc duo corpora inuicem concordantur, cum baſis Tetraedri ad baſim Octaedri ſeruet proportionem ſeſquitertiam, conſonantiæ diateſſaron. Et proportio omnium ſuperficierum ſiue baſium Octaedri ſimul ſumptarum, ad omnes baſes ipſius Tetraedri ſimul ſumptas ſit ſeſquialtera, conſonantiæ diapentis. Neque omittendum eſt, quod proportio Octaedri ad triplum Tetraedri ſit, vt latus Octaedri ad latus Tetraedri.

Proportio verò lateris Octaedri, ad axem Tetraedri, potentia eſt ſeſquioctaua, vt ſupra vidimus interuallum ſcilicet harmonicum toni maioris.

Harmonia verò Tetraedri, & Exaedri cū eorum ſphæra, talis eſt, vt proportio diametri ſphæræ, potentia, tripla ſit lateri Exaedri, & ſeſquialtera lateri Tetraedri, ex quo ſequitur latus Tetraedri potentia duplum exiſtere lateri Exaedri. Interuallum enim triplum in harmonicis, componitur ex diapaſon, & diapente, & ſonat ſpeciem diapentis. Duplum verò eſt diapaſon, ſeſquialterum autem eſt diapente, quę conſonantiæ perfectiſſimæ ſunt.

Proportio verò diametri ſphæræ, potentia dupla eſt lateri Octaedri, conſonantię diapaſon. Ex quo ſequitur proportionem lateris Tetraedri ad latus Octaedri, potentia, ſeſquitertiam eſſe, hoc eſt conſonantiæ diateſſaron, & proportionem lateris Octaedri ad latus Exaedri, potentia, ſeſquialteram eſſe, ita quod quatuor iſtæ potentiæ, ideſt diametri ſphæræ, lateris Tetraedri, lateris Octaedri, & lateris Exaedri conſtituunt harmoniam ferè perfectiſſimam, iis terminis comprehenſam. 6. 4. 3. 2. (dixi ferè, quia ditonus ſupra terminum. 3. vel ſemiditonus ſub termino. 2. hoc loco non reperitur, cuius quidem terminus eſſet. 2. cum duabus quintis.)

Adde quod diameter ſphæræ triplus eſt longitudine ad perpendicularē ductam à centro ſphæræ ad baſim Octaedri, quæ proportio, vt ſupra dictum eſt, dicitur diapaſondiapente, practici verò eam vocant duodecimam.

Diameter verò ſphæræ ſeſquialter eſt longitudine axi Tetraedri, conſonantiæ diapentis. Axis autem Tetraedri ſeſquitertius eſt longitudinis ſemidiametro ſphæræ conſonantiæ diateſſaron. Ita quod iſti tres termini, qui ſunt, diameter ſphæræ, axis Tetraedri, & ſemidiameter ſphæræ conſtituunt etiam valde perfectam harmoniam huiuſmodi numeris contentam. 6. 4. 3. corpulentia verò Exaedri ad corpulentiam Tetraedri tripla eſt, conſonantiæ iam ſupradictæ diapaſondiapente. Si verò de vniſono aliquid videre deſideras, conſidera æqualitatem dupli quadrati diametri ipſius ſphæræ, cum omnibus baſibus Exaedri, vel potentia diametri ſphæræ cum duabus potentijs ſimul ſumptis, quarum vna eſt lateris Tetraedri, reliqua verò lateris Exaedri, vel æqualitatem numerorum laterum Tetraedri, cum baſibus Exaedri. Nec mihi videtur ſilentio inuoluendum eſſe, antequam vlterius progrediar notabilem ſympatiam inter triangulum æquilaterum, & Tetraedron (quãuis triangulũ corpus non ſit) non ſolum ob inalterabilitatẽ harum duarum figurarum. (nam omnes aliæ alterabiles eſſe poſſunt, iiſdem lateribus exiſtentibus, cum ex quadrato rombus, vel ex pentagono æquiangulo, pentagonum non æquiangulum &c. efficietur) ſed quod quemadmodum latus trianguli æquilateri ſeſquitertium potentia eſt perpendiculari ipſum per æqualia diuidenti, ita latus Tetraedri, ſeſquialterum eſt potentia axi ipſius Tetraedri, vnde cum dempta fuerit illa proportio ſeſquitertia, ex hac ſeſquialtera relinquetur nobis proportio ſeſquioctaua, inter perpendicularem trianguli, & axem Tetraedri (quod etiam ſupra demonſtrauimus.) Tranſeamus nunc hęc, nec omittamus tamen ſympatias quaſdam inter Exaedron, Octaedron, & Tetraedron, hoc eſt quod eadem proportio ſit inter corpulentias Exaedri, & Octaedri, quæ inter eorum ſuperficies, nec non, vt latus Exaedri ad ſemidiametrum ſphæræ. Proportio verò baſis Exaedri ad baſim Tetraedri, vt latus Tetraedri ad perpendicularem diuidentem per æqualia eius baſim.

Hactenus ſatis dictum ſit de Tetraedro, Exaedro, & Octaedro cum ſphæra. Dicẽdum nunc cenſeo aliquid de reliquis duobus mirabilibus corporibus, quamuis ferè omnia hæc ab antiquis philoſophis inuenta ſint, quorum primum eſt, quod tam baſis Duodecaedri, quàm Icoſaedri, ab vno eodemq; circulo circunſcriptibiles ſunt, verùm, talis paſſio accidit etiam baſibus Exaedri & Octaedri. Prærerea quemadmodum in Duodecaedro, quilibet angulus ſolidus terminatur tribus angulis pentagonorum æquiangulorum ita in Icoſaedro, quilibet angulus ſolidus viceuerſa terminatur quinque angulis triangulorum æquiangulorum. Et tam vnum, quam alterum horum corporum, triginta lateribus continetur. Et tot ſolidos angulos triangulares, habet Duodecaedron, quot baſes triangulares continet Icoſaedron.

Et Icoſaedron, tot ſolidos angulos pẽtagonos, quot baſes pẽtagonas habet Duodecaedron. Et tam vnum quam alterum habet. 60. angulos ſuperficiales. Eadẽq; proportio eſt omnium baſium ſimul ſumptarũ Duodecaedri ad omnes baſes ſimul ſumptas ipſius Icoſaedri, quæ corpulentiæ ipſius Duodecaedri ad corpulentiam Icoſaedri (quamuis hęc paſſio accidat Exaedro cum Octaedro, vt ſpra diximus) quę quidem proportio, eadem etiam eſt, quę lateris Exaedri ad latus Icoſaedri, vt ſupra iam dictum fuit.

NOVA

NOVA INVENTIO COMPONENDI ASTROLABIA cum Horologijs artificialibus.

Iacobo Mayeto Ingenioſiſſimo Horologiorum Sereniſſimi Sabaudiæ Ducis Artifici.

NONNVNQVAM conſideraui mirabilem pulchritudinem, ſimul cum vtilitate coniunctam, illorum horologiorum, quæ in Germania conſtruuntur cũ mobili Rete, ſeu Aranea Aſtrolabij ſup Tabulã regionis, in qbus cõtinuo videnť oriri, occidereq; cæleſtia ſigna, cælum mediare ſupra orizontẽ, necnon ſub eo, & vt vno verbo dicam, continuo erecta videtur tota cœli figura. Sed quia talia horologia omnia eorum limbum diſtinctum habent in. 24. horas, qua propter diametrum limbi, minorem duobus palmis, ſeu ſemipede eſſe non oportet ne interſtitia horarum iuſtò breuiora ſeu anguſtiora efficiantur, etiàm ne interualla dentium rotæ indicis nimis anguſta ſint. Sed quia talis magnitudo vt plurimum incommoda exiſtit. Ideo non inutile fore cogitaui, ſi modus aliquis inuentus fuerit, vt ea omnia efficiantur in limbo diuiſo tantummodo in. 12. horas æquales, ipſumq; inueni, qui quidem erit, efficiendo vt Tabula (in qua deſignantur cęleſtes domus, cum almicantarat, atque azimut) Reti ſubiectæ, mobilis ſit, tardior tamen ipſo Rete cum indice, pro duplo temporis, hoc eſt, quod eo tempore, quo Aranea cum indice circunuoluetur ſpacio. 12. horarum vno gyro perfecto, ipſa Tabula efficiat tantummodo ſex interſtitia horarum. Ideſt dum Tabula dicta efficit vnam integram reuolutionem, Aranea, ſeu Zodiacus cum indice, duas efficiat reuoluciones. Ita quod Aranea cum indice perficiet vnam reuolutionem ſpacio temporis. 12. horarum, Tabula verò perficiet eam ſpacio temporis. 24. horarum. Vnde ſequetur quod Aranea ſeu Zodiacus cum indice, ſpacio. 24. horarum perfectè circunuoluetur ſupra Tabulam, & ita huiuſmodi horologia, in hoc nihil differrent ab illis ſupradictis. Vt autem facias dictam tabulam tardiorem duplo temporis Aranęæ cum indice, quamuis diuerſis modis hoc fieri poſſit, pręſtantiorem tamen iudico, ſi cum Rota indicis, aliã Rotam concentricã coniunxeris, ita tamen, vt vnaquęq; liberè poſſit volui, ſimiliter ſi cum ea horologii particula (quę circũagit Rotam indicis, quæ Italicè ROCHETTO Germanicè verò TRIB vocatur, Latinè aũt ipſum vocabo, COLINVM, qui ſubrota fuſi reperitur) coniunxeris alium colinum quem, ſecundum vocabo, concentricũ verò cum primo, cum eoq; conſolidato, numerum verò dentium, tam Rotę adiunctę quam ſecundi colini, varijs modis poteris inuenire, quorum primus erit, vt numerus dentium ſecundæ Rotę duplus exiſtat numero dentium primę, efficiendo ſecundum colinum eiuſdem numeri dentium quo primum, ſed quia interualla dentium huiuſmodi Rotę, nimis anguſta fortaſſe reſultabunt, propterea alios etiam modos inueni, quorum vnus erit (dum numerus dentium primi colini par fuerit) efficiẽdo ſecundam Rotã eiuſdẽ numeri dentiũ cuius eſt prima. ſecũdũ vero colinum, medietatis numeri dentium cuius erit primus. Attamen ſi primus colinus eſſet. 4. dentium, ſecundum oporteret eſſe duorum dentium, vnde motus ſecundę Rotę non eſſet ita continuus. Quapropter alium etiam modum excogitaui, hoc eſt, cupiendo vt ſecundus colinus, ex tribus dentibus exiſtat, ſi primus ex. 4. repertus fuerit, oportebit prius ex regula de tribus, numerum quendam inuenire quo inuento ipſum duplicare, & hunc duplicatum numerum conueniet ſecundam Rotam habere, vt ipſa poſſit ab illo colino triũ dentiũ circunuolui in duplo temporis, quo prima à ſuo colino quatuor dentium.

tium. Exempli gratia, ſi prima Rota conſtaret ex.36. dentibus, dicendum eſſet, ſi 4.conuenit cum.36. cum quibus conuenient. 3.& inueniemus.27.cum quo numero dicta ſecunda Rota circunuolueretur eodem tempore à ſuo colino trium dentium, quo prima à ſuo quatuor dentium,quare duplicando.27.haberemus.54. pro numero dentium dictę ſecundæ Rotæ, vt duplo temporis circunuoluatur quo prima. Sed ſi primus colinus conſtaret ex.6. dentibus, exiſtente ſua Rota ex. 36. vellemusq; ꝙ ſecundus exiſteret ex.4.tunc ſuam Rotam oporteret habere dentes. 48. ex dicta regula. Si autem primus colinus conſtaret ex numero impari,nihil referret, dummodo huiuſmodi numerus impar, ſeu par, exiſteret pars propria numeri dentium, vel ipſius dupli primæ Rotę, hoc eſt, eſſet pars aliquota numeri dentium ipſius primæ Rotæ vel ipſius dupli. In ijs verò horologiis in quibus duplum numeri dentium dictę primę Rotę non erit multiplex numero dentium primi colini, hoc fieri non potest. Ratio enim tam clarè, tibi conſideranti, patebit, vt nullis verbis indigeat cùm ſemper numerus dentium ſecundę Rotę multiplex eſſe debeat numero dentium ſecundi colini. Idem autem non dico de prima Rota cum ſuo colino, hoc eſt, vt numerus primę multiplex ſit numero ſui colini,nam hoc neceſſarium non eſt. Ponamus exempli gratia primum colinum conſtare ſex dentibus, ſuam vero Rotam dentibus.21.cuius quidem numeri, 6.non eſt pars aliquota, ſed dupli ipſius. 21.ipſe.6. eſt pars aliquota. Nunc verò ſi voluerimus numerum dentium ſecundæ Rotę inuenire, cuius colinus ex quinque dentibus exiſtat (ſuppoſito primo ex.6.conſtare) tunc ex regula de tribus, diuiſo producto, quod fit ex.21.in.5.per. 6. exibit. 17. cum dimidio, cuius duplum eſſet.35.qui multiplex eſt ipſi quinque. Reperto igitur numero ſecundę Rotę,cum numero ipſius colini, oportet nunc ſcire modum compoſitionis, ſeu coniunctionis harum rerum, hoc eſt duorum colinorum concentricorũ (ſed de ijs ſatis iam ſuperius dictum fuit) duarum Rotarum concentricarum cum Tabula, cum Zodiaco, & cum indice, ſeu Oſtenſore, cuius quidem Oſtenſoris medietas tantummodo nobis ſufficiet. Sciendum igitur nunc eſt quod cum primus colinus reuoluat totam primam Rotam,ſpacio temporis.12.horarum,oportet vt eius axis,ſeu arbor voluat oſtenſorem, Zodiacumq;, eodem temporis ſpacio, & quia Rota hęc inalterabis eſt, propter eius coniunctionem cum ſuo colino,& nos oporteat indicem Zodiacumq;, quotidie ferè, dirigere, ſuisq; locis collocare, ideo nos oportet, indicem,Zodiacum,& primam Rotam, ita cum axe ,ſeu arbore coniungere, vt poſſimus dicta omnia efficere. Pars igitur Arboris, ſeu axis dicti, quæ ingredi debet in prima Rota,ſit rotunda,& contigua ipſi Rotæ, non autem continua, vel cum Rota conſolidata. Pars verò quę per foramen Zodiaci, ſeu Araneę tranſibit, ſit quadrata vſque ad ſummitatẽ ipſius axis (tali ſpiſſitudine, vt in claui ipſius horologij ingredi poſſit) & ita foramen ipſius Araneę, quadratum ſit, Oſtenſor autem circa axem, compoſitus ſit tali ordine, vt circa paruum circulum volui poſſit, qui paruus circulus habeat quadratum foramen, per quod tranſeat axis, qui axis aliquantulum emineat ſupra oſtenſorẽ. Sub Aranea vero vel Zodiaco,locata erit Tabula,vt nũc dicemus, ſed ſciendum eſt prius, quod inter Tabulam,& ſuam ſecundam Rotam, aliam laminam immobilem interpoſitam eſſe oportet, quę circulare foramen habeat, per qđ quędam breuis fiſtula tranſeat circundans axem & coniungens Tabulã cum ſua Rota, cuius quidem fiſtulæ ſuperficies concaua, rotunda ſit, ſuperficies verò extrinſeca,non tota, niſi ea pars, quę ſecundam Rotam ingreditur, vt in rotundo foramine ipſius Rotę, dicta fiſtula volui poſſit, pars vero extrinſeca quę Tabulam ingredi debet, ſit quadrata. Tabula vero quatuor paruiſſima foramina habeat in extremitatibus

bus linearum,meridianę, & verticalis,vt acu mediante volui poſſit, prout oportebit.

Perfectum igitur cum fuerit opus hoc, te oportet ſcire modum ipſo vtendi.Quapropter quotieſcunque volueris,aſpice Solis locum in Zodiaco,Ephemeridibus mediantibus, idem dico de vnoquoque reliquorum planetarum. Inuento poſtea Solis loco in noſtro Zodiaco horologij, manu mediante,volue oſtenſorem, ita, vt linea fiduciæ tranſeat per gradum Solis, deinde, claui ipſius horologij mediante,volue indicem, ita cum Zodiaco coniunctum, vt linea fiducię, punctum,ſeu partem horę oſtendat in limbo horologii, quę quidem hora notanda eſt ſi fuerit ex ijs quę incipiunt à meridie vſque ad mediam noctem, vel à media nocte vſque ad meridiem, tunc acu ſupradicta mediante, poſita in aliquo illorum quatuor foraminum, circunuoluenda eſt Tabula, ita, vt extremitas lineę meridianę ſupra orizontem, ex quo incidat inter duodecimam horam, & lineam fiducię, computum incipiendo à duodecima hora, ſi vero dicta indicis hora fuerit ex ijs quę incipiũt à media nocte & definunt poſtea in meridie, oportebit, acu mediante, circunuoluere Tabulam,quouſque punctum extremum meridianæ ſub terra,medio loco exiſtat inter duodecimã horam, & horam oſtenſam à linea fiducię. Quo facto continuo videbis erectam cęli figuram. & quia vidiſti loca planetarum in Ephemeridibus, videbis etiam eorum loca accidentalia in domibus ſcilicet accidentalibus, ſi aliquas fixarum in Aranea deſiderabis,accipere poteris Ocu. ♉, cor. ♌, ſpi. ♍, Liram,Aquilam, & Arcturum, dum locus fuerit capax.Nec te moueat, quod oportebit lineam fiducię ſupra gra. Solis quotidie collocare, quod nihil refert. Nam oportet etiam quotidie cordam fuſo circunuoluere.

DE DEMONSTRATIONIBVS PROPOSITIONVM Mathematicarum,nec non de Aſtrologia Iudiciaria.

Illuſtriſſ. D. Volfardo Aiſeſtain.

NIHIL mihi gratius & iucundius afferri potuit tuis literis, quibus te cupidum oſtendis ſciendi rationem, quare ego non vna methodo ad omnes propoſitiones demonſtrandas vſus ſim, hoc eſt, quare non omnia ea Eucl. Theoremata citem in vnaquaque propoſitione, quę ad eã demonſtrandam faciũt, quemadmodum in mea Gnomonica vidiſti me aliquando omiſiſſe. Reſpondeo ꝙ mathematicę demonſtrationes, hominibus Euclidis Elementa poſſidentibus,non indigent aliqua citatione numerorum Theorematum ipſius Euclidis, & ſi aliquando vſus ſum aliqua citatione eorundem, hoc feci propter conſuetudinem noſtri temporis, vel etiam ad faciliorem intelligentiam illorum, quibus ſcribebam. Sed omnia quamuis minima citare, vt faciũt nonnulli, mihi, nimis laborioſum,ſuperfluumq; videtur, preſertim ijs (vt dixi) qui memoria tenent prima Elementa. Hęc igitur eſt vna ratio. Alia, quia multoties, ita coniuncta eſt ſpeculatio cum ipſa concluſione, vt mihi ſępius viſum ſit ſuperfluum, aliquid de ipſa theoria ſcribere. In iis enim, quę dum puer eram ſcripſi, videbis ſcrupuloſam illam methodum, ſed poſtea, non niſi in arduis propoſitionibus me nihil eſſentiale prętermittere.

Circa vero id de quo me interrogas, ſcilicet, vtrum putem omnia vera eſſe, ea quę ſcripta reperiuntur in libris Aſtrologiæ iudiciarię. Reſpondeo quod non, imo puto

puto plurima falsa esse. Nam illa multitudo partium, vt pars vitę, pars Hylech, pars futurorum, & reliquę omnium domorum cœlestium, salua parte fortunę, sunt merę nugę. Idem dico de faciebus, siue decanis, de terminis, & de gradibus ipsis, vt puta azemenis, puteis, vacuis, fumosis, & de reliquis. De Domibus vero, Exaltationibus, nec non triplicitatibus, experientia cõfirmat ea vera esse. Idẽ affirmo de Domibus accidentalibus, rationalibus tamen, non autẽ de Domibus Campani, & Gazuli. Obseruationes etiam complexionum seu influentiarum ipsorum Planetarum rectè factæ sunt, quę etiam à coloribus ipsorum Planetarum ferè iudicari possunt. Coniunctiones aspectusq; ipsorum inuicem, similiter mirabilia faciunt, & ex maiori parte, ea, quę de istis scribuntur vera sunt. Reuolutiones annuę similiter, cum Domino anni. Dominum verò orbis Diuisoremq; non approbo, nam hic pendet à termino, ille verò ab hora. Nouenarias autem Dodecathemoria, Alfridarias, & multa iis similia omnia nego. Antiscia, vera sunt, idest influunt, malos tamen effectus, alia plus alia verò minus, prout aliqua eorum sunt tetragona, alia verò trigona, alia magna, alia parua, magna sunt, vt Arietis cum Virgine, & Libræ cum Piscibus, parua verò, debiliaq; Geminorum cum Cancro, & Sagittarij cũ Capricorno. Sed diffusius hęc oĩa videbis in meo illo particulari tractatu, de quo tibi aliàs dixi, in quo multa videbis, quę omnia ab experientia, ex multis à me obseruatis, comprobata sunt, quem quidem tractatum cum quibusdam alijs meis speculationibus in lucem prodere cupio, si fieri poterit, antequam ad directionem mei Horoscopi cum corpore Martis Angretę perueniam, quę quidem directio circa annum millesimum quingentesimum nonagesimum secundum eueniet.

FINIS.

ERRATA CORRIGITO IVXTA INFRASCRIPTAM TABVLAM.

Reliquos verò errores, qui orthographiam respiciunt, benignus lector corrigat, qui sciat multos errores in editione irrepsisse, quod non paucos dies morbo fuerim detentus dum præsens opus excuderetur.

Pag.	Lin.	Errata	Correcta
3	29	equalis	æquali
8	33	maiori	maior
9	15	in unitate superficiali, erit ac	in unitate, superficialis erit, ac
11	1	proueniens	prouenientem
11	8	futurum	futurus
11	31	illa nihil aliud sunt	illud nihil aliud est
11	38	diuidemus	diuidamus
12	1	tertia, sunt	tertia sint
12	2	productum	productus
19	30	proueniens	prouenientem
19	30	productum equale	productus æqualis
21	27	eadem	eadem
24	18	est	esset
26	39	est	esset
41	24	quæ	quæ
41	31	distinguenda	distinguendo
59	5	subsequens	subsequentem
61	3	hanc viam tenendã	hanc viam tenere
61	3	sunt	fuerit
61	41	numerum quæsitum	numerus quæsitus
62	30	quantum est dimidia occupatam	quanta est dimidia occupata
64	4	speculari	considerari
64	15	totaq; sunt termini	totaq; esse terminos
64	18	hoc est numerum	hoc est per numerum
64	19	primo quod unus est	primo qui unus est
66	18	minimum	minimus
67	13	maximum terminum addendã	maximus terminus addendus
72	1	sum tum	numerus
72	8	singulos itinere	singulos in itinere
74	7	Itinerarium	itinerantium
78	21	morbo	modum
78	24	nouerarius	nouenarius
81	10	iunctã	iunctæ
88	35	armonicæ	harmonicæ
91	6	Quare argumẽtãdo permutando	Quare permutando
95	27	vitium	vitiem
97	14	summa	summam
97	30	illud verò quod eos	illud verò eos
98	22	desideraremus	desideraverimus
103	22	dispositis facit	dispositis, finitum facit
104	39	dissensus facit	dissensus, finitum facit
107	21	excedit	excedit
110	41	habuerit eius cerebrum	habuerit cerebrum
115	46	sufficeret	sufficisset
116	8	quarum secundam	quorum secundum
116	8	prima, tertiam	primi, tertium
116	9	secunda	secundi
130	23	ducenda	ducendus
133	39	lineam, quæ	lineam, quæ
133	41	ratam	directam
134	16	tuenem	innenimus
137	22	distans	distantius
137	45	Nonissimum igitur primum	Nonissimum primum
139	15	est	fit
139	28	duas	duas
141	5	compara sse	comparisse
142	19	quæ	ac
143	17	lineæ	lineam
144	23	patebat, si quis	patebit, quod si quis
145	18	constantia	constantem
146	20	pa3am	massam
146	22	pastam	massam
148	13	ponunt nõ concludit melius ait	proponit, nõ concludit, melius abit
14	4	pratergradi atur	præcedimus
152	6	videtur	videri
153	22	quia libra	quia cum libra
153	23	materialet, cum sustineatur	materiales sustineatur
153	24	existente, unde aliqua	existente, aliqua
154	13	futurum	effectum
155	25	carta	charta
156	23	sufficere	sufficeret
158	26	versa	versam
158	26	sit	sint
162	22	cindeada	scindenda
163	7	oppositus	oppositum
164	24	tanta	tantæ
164	37	adiunctæ nobis essent duæ alia	adiunctæ nobis essent duo alii
164	39	sustineret	sustineret
164	40	dicta	dicti
164	42	aliquæus	aliquem
165	3	sufficiant	sufficiat
165	4	subsesquialter	subsesquialterum
186	32	sunt	sunt
187	29	propinqua	propinqui
178	30	philosophi supra	philosophi, proximè supra
183	31	contingeret mense	contingeret ve mense
187	34	regionis) non considerans	regionis) in quo non consideravit
190	11	lenæs	lenes
190	23	lenis	lenis
191	10	aliud quadratum	alius quadratus
191	15	equalis	qui
193	17	cum	cum
193	36	fit	facit
193	40	pleno vbi	pleno posuerimus, vbi
195	10	valent	valent apud ipsos
196	19	physiosophia	philosophia
196	20	pellendo	plendo
198	18	sinat etiam	esse etiam
204	12	principiume	principium
204	18	indigna	indignas
204	23	diffunderetur, crescat	diffundatur, & crescat
205	16	aliquando fer	aliquando mẽ fer
205	19	anno præter, necessitatẽ, gignitur	anno, præter necessitatẽ gignitur
206	21	plenilunium, quod	plenilunium fieri, quod
207	26	incheet annus	incheetur annus
209	9	sole, quod punctum	solis, cuius punctum
210	10	celebrandi	celebrandã
212	33	Inuenta	Inuenti
212	33	due	duo
214	9	classi	classis
214	10	Inter Eximias	Quia inter Eximias
234	26	reperetur	reperitur
234	34	necessario sit futurum, vt	necessarium sit, vt
215	37	quod si velimus	si velimus
215	39	per est vno eodemq;	vno eodemq;
215	45	sit circulus	sit verè circulus
217	2	Quod cum verum	Quod si verum
217	4	nulla est ratio	nulla esset ratio
221	31	inuenimus	designabamus
2.2	20	talis	talis
225	20	si qua	sigi
225	25	clusum	clusum
226	14	eleum effundebat	effundebatur
227	5	euadit	euadet
231	36	supradicta, minuta	supradicta minuta
232	24	progreduntur	progredi
234	15	altori cælo	altius cælum
239	12	dum	cum
241	41	differri	cogitatis
245	25	diametri	diametros
248	42	sit, & ob id	sit, ob id
249	42	dium numerum	alio numero
250	13	non voluerimus	cum timeat figura voluerimus
251	1	inuenerimus	inuenimus
252	6	tres	ter
252	6	alia vero diametro	altius verò diametro
252	8	te id non	te non
252	12	in abos	duobus
255	16	in numero	numero
255	25	cum eas videras si	eas, non videat quod si
255	35	no centra	sius centrum
255	39	mille milleria	mille milleriorum
255	4	rece ta mille	trecentas mille

Pag.	Lin.	Errata	Correcta
257	5	quem	quod
257	11	quem	quod
257	28	quod	nam
258	13	illum	ichus
258	15	eundem esse futurum	idem esse
258	27	debet, quanta	debet, in huiusmodi situ, quanto
259	41	quod	qui
262	17	erunt	supponuntur
263	22	a K. facta sit	a K. sit
263	22	semidiameter esse vnius	semidiameter vnius
265	4	cognita	cognita
271		in figura vbi est P.	ponatur R
272	18	E. i. ad. E. i.	E. i ad E. i.
273	3	licet	liceret
274	7	ee	ubi
275	10	dividere	dividendo
276	47	accipiemus	accipiamus
278	8	Moreta	Moreta
280	25	diminuta. quarta	diminuta seu defectiua, quarta
281	36	grauissimum	grauissimo
281		in fine pag. vnamquanque Zifram accommoda sub vnoquoque alphabeti charactere ad priores Zifras prius addendo. 1. Idem dico in pag 282. & inter D. et E. pone b.	
285	24	antea	ante
289	11	quanta pars	quantam partem
289	25	quanta pars	quantam partem
289	42	est	erit
290	10	fatile	fatilis
290	19	equalis	aquale
290	43	circunscriptibilis	circunscribentis
291	1	od	Quod
294	33	detractis	detracti
294	34	angulis contingentia solidiss;	angulis contingentia solidiss
295	24	chordæ	chordam
295	32	lixum	fixus
297	1	d. finita. procedendo	distincta. procedendo
299	32	reflexum	reflexum
299	34	flexum	flexum
302	14	eosdem	eojdem
304	3	ex	eius
305	21	Idem facere	Idem possumus facere
312	37	duplæ	duplo
313	6	quæ cunque	quæ
315	25	retrogradandum	rotrogradiendum
316	22	sba	sibi
324	41	si constituerimus	si non constituerimus
325	12	simili ad	simili. Ad
326	9	iungere	ducere
325	5	ipsi ellipsis	ipsius ellipsis
343	15	cogitetur	cogitemus
333	7	vnde pro genera	vnde ex genera
333	20	æqualem esse longitudini	æqualem longitudini
333	21	ei	eam
333	21	minus	minorem
333	23	nor	norem
333	24	maior	maiorem
333	25	maior	maiorem
333	37	communeq;	communiq;
335	26	reflectis	reflectatur
335	47	& remotiori	vel remotiori
336	19	specul i superficiem	speculi planam superficiem
336	22	reflectis	reflectitur
337	8	vnam tantummodo imaginem	vna tantummodo imago
337	12	ipsa	ipsi
337	42	quæ	qui
338	14	protracta	protracta
338	36	retentare	apta
340	13	Alius modus	Alium modum
341	9	æquale	æqualem
343	23	videntur	videri
344	5	hoc est	hoc est quod
344	31	punctum	punctum
345	6	ea	cum altitudine

Pag.	Lin.	Errata	Correcta
345	19	ipsum. repertum	ipsum. vt repertum
347	16	reflectit	reflectitur
352	38	opinauerunt	opinati sunt
353	8	parabolem	parabolam
353	15	hac	hic
353	38	parallelom	parallela
356	15	muri, &	muri in orizontali q.as
356	33	mediante. cognoscere	mediate cuius axis ad orizontem erectus sit. a.n: cognoscere
360	13	duplum	duplus
360	28	vnde iste circulus	iste circulus
361	36	quæ	qui
364	23	diameter	diametrum
367	25	prolungando	producendo
369	2	aqualem	æquale
370	4	sinus	sinum
370	30	summa	summam
372	1	caterarum	caeteris
372	36	qui quæ	qui
378	11	hic	hæ
382	41	prolungatis	productis
383	3	quæ	qui
383	13	ginabis	ginaberis
383	20	triangliq;	triangulæ
383		in prima parabola obliqua extremitatem inferiorem diametri	
384		signabis charactere. d. in secunda vero charactere. e.	
384	29	maior proportio	maiorem proportionem
384	37	proportio habebæ	proportionem habebit
385	5	c.b.	.e.b.
386	22	b.e.	.b.c.
386	25	positum	positus
385	31	b.c.	b.e.
386	33	& proportionalitate	& ex proportionalitate
386	34	antecedens in	antecedens .A.B. in
386	46	quod	quæ
388	2	B.)	B.)
388	8	b.cum duplo b.o.	.b.d.cum duplo.b.e.
388	45	b.e.	b.e.
388	45	b e.	.b.c.
388	46	ad.e b.	ad.d.b cum .e.b.
390	25	d.uisa	diuisas
392	3	sit parabolæ.a.	sit parabolæ.a.b.c.
392	27	aliqua reliquarum	aliquis reliquorum
393		in parabola vbi sub g est i. pone r.	
395		& supra foldem minus dicatur	
397		cubus minor (leantur	
		duo vero lineæ sine characteribus, de	
394	18	v.y ad.m.n.	vt p.ad.m.n.
394	33	x.o.	n.o.
394	34	i.k.ad.i.k ad. f g.	i.k.ad f g.
395	33	quintas	quintæ
396	1	d.b.	g.b.
397		Vbi rubrica dicit. Defensio nostra contra Antonium Bergam, & Alexandrum Piccol.	dicatur. contra Anto. Bergam & Alex. Piccol. at q; defensio nostra contra Excell. Augusti. Michelem
399	32	rione	tionem
400	39	vnum tantum numerum medium	unus tantum numerus medius
402	19	diametrum	semidiametrum
403	7	fuit	fua
403	9	iam supra	extractatio
403	17	quidquid	quidquam
404	37	milliaria	milliaribus
406	15	trabuchum quadratum	trabuchus quadratus
410	39	Quæ fors	qua forte
410	4	quantibet	quotlibet
411	27	dicens	dicat
411	28	eodem libro	ve eodem libro
432	24	non dependeat?	dependeat?
413	2	n supra	ve alias
413	22	millia vicini	millibus vicinis
415	32	finestra	fenestra
416	11	operatio	operationem

FINIS.