~~£. 6~~

PRATICHE
MATEMATICHE
TOMI DUE.

PRATICHE MATEMATICHE
DIVISE IN TRE TRATTATI,

PRIMO

DELL' ARITMETICA,

In cui praticamente si spiegano le sue quattro specie colle regole delle Proporzioni, Progressioni, Estrazioni delle radici con quanto ad esse appartiene, ed in fine un Modo pratico di formare i Libri a comodo de' Fattori, Ministri, ec.

SECONDO

DELL' AGRIMENSURA,

Ove trattasi della più facile misura de' Terreni, formazione delle Piante, Cabrei, e Catasti, della rivisione de' Confini, livellazione de' Terreni, delle misure di qualunque corpo, ed altresì del misurare, e condurre le Acque, con altre molte utilissime istruzioni, che rendono l'Uomo in tal Arte un esperto Perito.

TERZO

DELLA COSMOGRAFIA

DIVISA IN DUE PARTI,

Nella prima delle quali si dà una perfetta regola per la cognizione di tutt'i Punti, e Circoli della Sfera Armillare; e nella seconda insegnasi la Gnomonica, cioè la maniera di delineare gli Orologj Solari in qualunque Piano.

OFFERTE

ALL' EMO, E RMO SIGNOR CARDINALE

URBANO PARACCIANI

ARCIVESCOVO, E PRINCIPE

DELLA CITTA' DI FERMO

DAL REVERENDO PADRE

FRANCESCANTONIO FILONZI

DA SANTA MARIA NUOVA

MINORE OSSERVANTE, GIA' LETTORE DI SAGRA TEOLOGIA.

TOMO PRIMO.

IN ANCONA

NELLA STAMPERIA DI MICHELARCANGIOLO SARTORJ

L' ANNO DEL GIUBILEO MDCCLXXV.

CON LICENZA DE' SUPERIORI.

EMINENTISSIMO
E REVERENDISSIMO
PRINCIPE.

L'*Onore, che l'*EMINENZA *VOSTRA* REVERENDISSIMA *si degnò dispensarmi, allorchè mi fece chiamare a riscontrare il* Disegno *del nuovo* Castello *di* Serviglianо*, dalla* Santità *di* N. S. Clemente XIV. *di felice ricordanza, da cui altresì ne ha sor-*

tito il nome, unicamente appoggiato al ſuo alto, e ſperimentato intendimento, e la bontà, con cui ſi compiacque d'approvare in tal circoſtanza le mie deboli rifleſſioni, fino a mandarle all'eſecuzione, mi ſono ſtate di forte ſtimolo d' umiliare all' E. *V.* R*MA* *la preſente* Operetta, *che appunto allora io ſtava per ultimare.* Nè *poteva certamente deſiderarmi* Mecenate *più degno, o più proprio dell'* E. *V.* R*MA*; *poichè, ſe due ſono i rifleſſi, che debbonſi avere da chiccheſſiaſi, che dà alla luce una qualche ſua* Opera, *di rinvenire cioè un* Soggetto *valevole a difendere, e a patrocinare non men l'Autore, che l'*Opera, *chi meglio al*

mio

mio proposito poteva io scegliere dell' E. V. R^{MA}? Imperciocchè, o si riguardi la somma dignità, che l'adorna, o l'alto intendimento, di cui è fornita, e dalla Repubblica degli Studiosi in esperienza ammirata, nessuno poteva certamente più dell' E. V. R^{MA} dare onore alla mia povera Persona, e lustro all' Opera stessa col proporla alla studiosa Gioventù, che da ogni parte concorre a cotesta Università, di cui essendone supremo Rettore non meno, che Padre, sotto i Vostri Auspicj ciascuno nelle Scienze s' avanza. Supplico pertanto l'innata clemenza dell E. V. R^{MA} di benignamente accogliere e l'Opera, qualunque siasi, e l'Auto-

re, che si gloria di umiliargliela. L'amore, con cui riguarda il Minoritico Ordine non solo in se medesimo, ma in qualunque suo minimo individuo, dà a me ferma speranza, che sarà anche per condescendere a questa mia fervorosa supplica, che le rinnovo istantemente con piena sicurezza, che sarà benignamente accolta. Onde senz'altro aggiugnere, premettendo con umilissimo rispetto il bacio della sagra Porpora, passo altresì pieno di profondissimo ossequio ad immutabilmente dichiararmi

Dell' E.V. R^{MA}

Umo, divmo Servre vero, obblmo
F. Francescantonio Filonzi da Santa Maria Nuova
Minore Osservante.

APPROVAZIONI.

FR. PASCHALIS A VARISIO

LECTOR EMERITUS

Catholicæ Majestatis in Regali Matricensi Congressu pro Immaculata Virginis Conceptione Theologus, ac totius Ordinis S.P.N. Francisci Minister Generalis, Commissarius Visitator Apostolicus, & in Domino Servus.

CUm Opus, cui titulus = *Pratiche Matematiche, divise in tre Trattati* = a Patre F. Francisco Antonio a Sancta Maria Nova Nostræ Observantis Provinciæ Marchiæ Lect. Theologo compositum, a duobus PP. Theologis de Ordine Nostro revisum, & approbatum fuerit, vigore præsentium facultatem eidem concedimus, quatenus, servatis servandis, illud Typis mandare possit.

Datum Romæ ex Aracœli die 30 Octobris 1773.

FR. PASCHALIS A VARISIO
Minister Generalis.

Loco ✠ Sigilli.

De mandato Reverendiss. in Christo Patris
F. Clemens de Florentia
Secretarius Generalis Ordinis.

IL Libro intitolato = *Pratiche Matematiche, divise in tre Trattati, ec.* = composto dal R. P. Lettore Francesco Antonio da Santa Maria Nuova, Religioso di questa Nostra Provincia della Marca Anconitana de' PP. Minori Osservanti di S. Francesco, per comandamento del P. Reverendissimo Pasquale di Vareie Ministro Generale di tutto l' Ordine Serafico fu da me esattamente riveduto, e non avendo ritrovata in esso cosa contraria alla S. Fede, nè contra i buoni costumi, nè contra i Principi; anzi avendo osservata in esso una particolar chiarezza, per cui credo dovrà risultarne al Pubblico utilità grande, e sommo vantaggio, perciò stimo, che possa darsi alla luce colle pubbliche Stampe, *servatis servandis*, ec.

Data in questo Convento della SS. Nunziata di Fermo questo dì 22. Ottob. 1773.

F. Filippo Maria da Pesaro Lettore Generale di Sagra Teologìa, e Diffinitore m.º pp.ª

PEr comando del Reverendissimo P. Pasquale di Varese Ministro Generale di tutto l' Ordine de' Minori con mia soddisfazione, ed istruzione insieme ho letta, ed attentamente esaminata l' Opera intitolata = *Pratiche Matematiche, divise in tre Trattati* = del R.P. Francesco Antonio da Santa Maria Nuova Lettore di Sagra Teologìa de' Minori Osservanti. In essa nulla si oppone alla S. Fede, ai Principi, ed a' buoni costumi; anzi riesce utilissima alla Repubblica degli Studiosi, corrispondendo assai bene al suo Titolo, e potendo comodamente ciascuno da se stesso, e con poca applicazione apprendere l'*Aritmetica*, l'*Agrimensura*, i principj d'*Astronomìa* colla *Gnomonica*, oltre tante altre erudizioni, che o per necessità, o per incidenza in essa va seminando l'Autore. Quindi merita d'esser data alla luce, onde raccolgano i Leggitori copiosi frutti dalla sua lezione.

Dat. dal Convento della SS. Nunziata di Fermo questo dì 22 Ottobre 1773.

Io F. Michel Angelo di Monte Cosaro Lettore Giubilato, ed Ex-Diffinitore attesto, come sopra, m.º pp.ª

DE

X

DE mandato Adm. Rev. P. Magistri Thomæ Francisci Roncalli Vicarii Gen. S. Officii Anconæ vidi Opus, cui titulus est = *Pratiche Matematiche*, *divise in tre Trattati*, *Primo dell'Aritmetica*, *Secondo dell'Agrimensura*, *Terzo della Cosmografia*, *del Rev. P. Francesco Antonio da Santa Maria Nuova Min. Osservante* = Opus sane Orthodoxæ Fidei, piisque moribus nedum consonum, verum etiam tam assiduo studio elaboratum, tamque multiplici varietate, & eruditione conspersum, ut perutile omnibus censendum veniat; quare publica luce dignum judico. Dat. Anconæ in Ædibus Parochialibus S. Marci die 4 Martii Anno Redemptionis nostræ MDCCLXXIV.

Hieronymus Curatus Specialis S. Officii Consultor.

IMPRIMATUR.

Fr. Thomas Franciscus Roncalli Ord. Prædicator.
Vicarius Gen. S. Officii Anconæ.

VIDIT

Thomas Canonicus Decl̀o
pro Eminentiss. & Reverendiss. Episcopo.

L'AU-

L' AUTORE
A CHI LEGGE.

PEr ſoddisfare al genio di alcuni Giovani Amici miei, ſteſi la preſente Operetta di PRATICHE MATEMATICHE nelle più ſcabroſe incombenze della mia Religione. Ma, per accomodarmi al loro puerile intendimento, è convenuto prevalermi sì di uno ſtile il più baſſo, ed uſuale, per quanto da me ſi poteſſe, come ancora degli eſempj più adattati a' Principianti, pe' quali ſolamente intendeva io di ſcrivere. Incontrò poi il genio di chiunque potè aver tralle mani la detta Operetta; e perciò chi importunavami a compiacermi di farla copiare, e tutti di darla fuori alle Stampe. Per ſottrarmi dunque dalle premure de' miei più cari, condiſceſi di darla alla pubblica luce, dando con ciò a tutti il comodo di provvederſene.

Quì pertanto deſidero rendere avviſato il mio Leggitore benigno, che, ſe egli ſi crede eſperto nelle PRATICHE MATEMATICHE, e reputaſi per Uomo dotto, laſci in pace la preſente Operetta, come troppo ſproporzionata al ſuo alto ſapere. Ma, ſe mai il genio lo ſpigneſſe a leggerla, non la critichi per lo ſtile baſſo, e popolare, e per la mancanza più d'una volta delle intrinſeche dimoſtrazioni. Imperciocchè un Principiante, e popolare altra dimoſtrazione non conoſce, ſennonſe quella *dico factum*; laonde le ſuddette al mio intento rendevanſi affatto ſuperflue, come ancora non mi ſarei fatto abbaſtanza intendere, qualora aveſſi uſato uno ſtile terſo, e pulito. Chiunque peraltro brama di apprendere i principj delle PRATICHE MATEMATICHE, legga pure tutta la preſente Operetta, eſſendo del tutto acconcia per lui. Avvegnachè troveraſſi nel primo Trattato, oltre tutta l'*Aritmetica* sì neceſſaria al commercio umano, anche una pratica iſtruzione di formare i Libri a comodo de' Fattori, Miniſtri, ed altri, che

hanno

hanno Agenzìe, Amministrazioni, e Deputazioni. Con non minor chiarezza avrà nel secondo Trattato la *Geometrìa pratica*, e quanto richiedesi a rendere un Giovane abile all'essere di perfetto *Agrimensore*. Ivi troverà tutte le questioni, che si agitano in materia di Terreni, di Acque, e di altro, risolute secondo la *Legge*, e le Sentenze de' *Dottori Legisti*; e ciò non per render Legale il mio Leggitore, bensì unicamente affinchè sappia, dovendo parlare a fronte d'altro Perito, che il suo discorso non è aereo, ma fondato in *Legge*, e sostenuto dall' autorità de' *Dottori*. Spiegherassi finalmente nel terzo Trattato la costruzione della *Sfera Armillare* con tutt' i suoi punti, circoli, ed altro ad essa appartenente, seguendo in ciò il Sistema *Tolommaico*, senza però entrare co' Filosofi nella celebre questione intorno a *qual sia il miglior Sistema per ispiegare tutti, e singoli moti, e fenomeni dell'Orbe*, ma unicamente descrivendo la detta *Sfera Armillare*, per quanto questa scienza conduce alla *Gnomonica*, ossia delineazione degli Orologj Solari, che prenderò a spiegare nella seconda Parte del terzo Trattato. Sicchè il mio Leggitore avrà in questa picciola Opera non la materia soltanto, per passar le ore più oziose, ma ancora il modo o di tener conto, e riconoscere il suo, o di procacciarsi sopra l'altrui onestamente il suo vitto; al qual fine tende tutta l'utilità dell'opera, ed insieme la sincerità dell' animo mio, che mi muove a proporla a tutti.

Per non essermi io ritrovato presente alla stampa de' primi Foglj seguenti di questo primo Tomo, sono perciò scorsi alcuni errori, che abbisognano di correzione. Alla *pag.* 2. *linea* 1, e 2, ove dicesi *Ebraico*, deesi leggere *Arabico*. Nella *pag.* 22. *linea* 2., ove è notato 52, notisi 54. Altri errori poi o non sono considerabili, o sono di poco momento. Che è quanto dovea l'Autore a chi legge rispettosamente premettere.

TRAT-

TRATTATO PRIMO.

DELL'

ARITMETICA.

PROEMIO.

TRa tutte le parti delle ſcienze matematiche la prima a proporſi a' principianti è l'*Aritmetica*, come chiave, ed introduzione al rimanente; imperocchè ſenza di queſta niente ſi potrebbe apprendere. Laonde, per procedere con giuſto metodo, diſcorrerò in queſto primo Trattato dell'Aritmetica pratica, laſciando di buon grado la Specolativa, oſſia Algebra, come quella, che ſolamente, e non ſenza difficoltà ſi può apprendere, e ridurre in pratica da perſone molto verſate, a cui non è diretta la preſente operetta.

Aritmetica dunque *pratica* altro non è, che *una ſcienza, la quale inſegna di far i conti per quel che riſguarda il commercio umano*. Queſta ſcienza ſarà diſtinta in diverſi capitoli ſecondo la diverſità non ſolo delle parti, di cui è compoſta, ma altresì ſecondo la diverſità delle materie, di cui ella tratta. Ciaſcun capitolo ſarà diviſo in diverſi eſempj, e paragrafi, ove lo richiederà il biſogno, e l'oſcurità della materia. Incomincierò dal primo capitolo, dove s'inſegna il modo, e regola per legger i numeri. Sia dunque

CAPITOLO I.

REGOLE PER LEGGERE I NUMERI.

DI due generi son i numeri: *Ebraico* uno, *Romano* l'altro. Il numero Ebraico ha nove figure, che sono le seguenti: 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. che vogliono significare, cominciando dal primo: uno, due, tre, quattro, cinque, sei, sette, otto, e nove; alle quali figure, o diciamole ancor note, si deve aggiugner la cifra o, che vuol dire zero, ovvero nulla. Se questa cifra o è situata dopo 1, significa dieci; se vi si pongono due cifre, come 100, significa cento; se tre cifre, come 1000, significa mille ec. Per legger più numeri unit' insieme, si dee cominciar a legger al rovescio a guisa degli Ebrei, ed il primo numero si dice assolutamente numero, o numero *digito*; il secondo si dice diecina; il terzo si dice centinaja: il quarto migliaja ec., come meglio si farà chiaro coll'esempio seguente. Diamo che s'abbia a legger questa somma: 13582749513726. prima si devon separare i numeri tre per tre, e sei per sei, sin che ve ne sono, nella maniera seguente: 13"582,749'513, 726. sempre cominciando a separare al rovescio, come si dee fare ancor nel leggere. La ragione poi, perchè si debba la somma separare in tre numeri, è, perchè i primi tre, cioè 726 sono numeri di centinaja semplice: i secondi tre, cioè 513 sono numeri di migliaja: questi sei numeri compresi nella prima sestina non son altro che migliaja, e niente più. I terzi tre numeri, cioè 749. son centinaja di milioni: i quarti tre numeri, cioè 582. sono migliaja di milioni: questi sei numeri compresi nella seconda sestina, cioè 582749. sono migliaja di milioni, e niente più. Gli ultimi due numeri, cioè 13. son bilioni, ovvero milioni di milioni. Nell'ultima casella, o divisione di tre per tre della somma non importa, se sieno solamente due, od un sol numero, poichè la somma non si può dividere, se non se in tante parti, quante ne contiene in se stessa; non dovendo in pratica esser arbitraria, ma corrispondente alla cosa

cosa sommata. Si legge poi conforme alla divisione già fatta, cioè tre per tre, e sei per sei tutto ad un tempo. Quì si deve avvertire, che siccome i primi sei numeri sono le migliaja, i secondi sei numeri son i milioni, così i terzi sei numeri son i bilioni, cioè milioni di milioni, e i quarti sei numeri son i trilioni, cioè milioni di milioni di milioni, i quinti sei numeri son i quadrilioni, cioè milioni di milioni di milioni di milioni ec. Così dunque si dee legger la soprapposta somma ebraicamente, cioè al rovescio: il 6. si dice numero; il 2. diecina, perchè son diecine: il 7. centinaja, perchè son centinaja, dove finisce il primo terno. Poi il 3. si dice numero di migliaja: l' 1. diecina di migliaja: il 5. centinaja di migliaja, dove finisce la prima sestina, ed incomincia la seconda, che contiene i milioni. Il 9. dunque si dice numero di milioni: il 4. diecina di milioni: il 7. centinaja di milioni, dove finisce il primo terno de' milioni: il 2. si dice numero di migliaja di milioni: l' 8. diecina di migliaja di milioni: il 5. centinaja di migliaja di milioni, dove finisce la seconda sestina de' milioni, ed incomincia la terza, che contiene i bilioni. Il 3. dunque si dice numero di bilioni, cioè numero di milioni di milioni: l' 1. diecina di bilioni, cioè diecina di milioni di milioni. Letta che siasi detta somma al rovescio, conforme usano gli Ebrei, si dee legger al diritto, come usano i Latini, dicendosi così: tredici bilioni, cinquecento ottantadue mila, settecento quaranta nove milioni, cinquecento tredici mila, settecento ventisei. Nella soprascritta maniera si dovrà regolare in legger qualunque altra somma, che l' uso, e la pratica renderà il modo facilissimo. Dove s' osservi, che ad ogni numero, o leggendosi al diritto, o al rovescio, sempre corrisponde la medesima denominazione di diecina, o centinaja, segno, che in ciascun modo la somma ha sempre il medesimo valore.

Il numero romano si forma con le seguenti lettere I. V. X. L. C. D. M. e significano I. uno, V. cinque, X. dieci, L. cinquanta, C. cento, D. cinquecento, M. mille. S' avverta, che se un numero minore sta innanzi ad uno maggiore, si dee toglier dal' numero maggiore la quantità del numero minore: come XL. dove perchè X. ſta innanzi al L. ſi levan dieci numeri dal L. che ſignificherà ſolamente quaranta: e così degli altri ſegni, o lettere della medeſima ſituazione. Queſt' è la regola per leggere i numeri romani, che s' uſano oggigiorno. Anticamente ſi ſcrivevano aſſai diverſamente, come per ſignificar 500. ſi ſcriveva IↃ. Invece d' eſprimer mille con M. ſcriveano CIↃ. Per 600. IↃC. Per 700. IↃCC. Secondo queſto numero romano antico, ſe avanti, e dopo al CIↃ. s' aggiugne un altro C., ſecondo la lor ſituazione creſce a proporzione, che creſcono i numeri ebraici colla giunta del 0, come 1000. CIↃ., 10000. CCIↃↃ., 100000. CCCIↃↃↃ. ec. Solevan ancora gli antichi Romani ſegnar dette note con una linea di ſopra, come V̄. che ſignifica 5000., L̄X̄. 60000. Similmente M̄. equivale a 1000000., M̄M̄. 2000000. Da alcuni Scrittori moderni 'l numero romano è ſtato uſato ancora così IIX., che ſignifica 8., ed IICIX. che ſignifica 89. Nella ſeguente operetta uſeremo i ſoli numeri ebraici, come più adattati al biſogno, e all'uſo d' oggigiorno.

CAPITOLO II.

§. I.

DEL SOMMARE.

SOmmare, prima ſpecie dell'Aritmetica, che diceſi ancora *addizione*, non è altro, che un unire più ſomme di numeri in una ſola, la quale propriamente diceſi *ſomma*. Eccone per tanto l' eſempio in queſti numeri: 759. 326. 41. 8.

$$\begin{array}{r} 759 \\ 326 \\ 41 \\ 8 \\ \hline \end{array}$$

Somma 1134.

I detti numeri ſi ſcrivono, come ſi vede nel ſopprappoſto eſempio; poi tirata una linea al diſotto, cominciando a man deſtra

destra da piedi nella prima colonna, si dice: 8, e 1 fanno 9: 9, e 6 fanno 15: 15, e 9 fanno 24. E perchè questo numero 24 contiene quattro unità, e due diecine, si scrive il 4 sotto la linea a man destra, ed il 2 si unisce con le diecine, cioe colla seconda colonna; onde si dirà: 2 e 4 fanno 6: 6 e 2 fanno 8: 8 e 5 fanno 13, cioè 3 diecine, ed 1 centinajo; si scrive dunque il 3 avanti al 4 sotto la linea; ed il centinajo si porta con le centinaja, cioè colla terza colonna, e dicesi: 1 e 3 fanno 4: 4 e 7 fanno 11: e perchè non vi resta altra colonna da sommarsi, si scrive il detto 11 sotto la linea innanzi al 4, ed al 3: e la somma sarà 1134.

Altr'esempio per sommare

5794
8426
583
727
86
28
Somma 15644.

Finora abbiam discorso della somma de' numeri sani. Ma per dar una piena cognizione del sommare, convien quì porre un esempio pei rotti insieme coi sani, come sarebbe, di scudi, bajocchi, e quattrini, le quali monete si usano nel nostro Stato del Papa nei contratti.

	Scudi:	*baj.*:	*quattrini.*
	573:	82:	4.
	25:	47:	2.
	14:	29:	3.
	12:	18:	2.
Somma	625:	78:	1.

I detti numeri si scrivono, come nel soprapposto esempio: per sommarli cominciasi dai quattrini, discorrendo così: 2 e 3 fanno 5: 5 e 2 fanno 7: 7 e 4 fanno 11. Undici quattrini son due bajocchi, ed un quattrino; si segna il quattri-

quattrino sotto la linea, e poi addietro si fan due punti per separar i quattrini dai bajocchi: si devon ora sommare i bajocchi, e perchè dai quattrini abbiam due bajocchi, diremo: 2 e 8 fanno 10: 10 e 9 fanno 19: 19 e 7 fanno 26: 26 e 2 fanno 28: segneremo 8 sotto la linea a dirittura dei bajocchi a man destra, e porterem due diecine nella seconda colonna, e diremo: 2 e 1 fanno 3: 3 e 2 fanno 5: 5 e 4 fanno 9: 9 e 8 fanno 17: segneremo 7 sotto la linea, e poi farem due punti per separar i bajocchi dagli scudi. E perchè nella seconda linea de' bajocchi n' avanza 1, questo si dee portare alla prima linea degli scudi, essendochè cento bajocchi fanno uno scudo; direm dunque: 1 e 2 fanno 3: 3 e 4 fanno 7: 7 e 5 fanno 12: 12 e 3 fanno 15; segneremo 5 sotto la linea, e porterem 1, e diremo: 1 e 1 fanno 2: 2 e 1 fanno 3: 3 e 2 fanno 5: 5 e 7 fanno 12; segneremo 2 sotto la linea, e porterem 1, e diremo: 1 e 5 fanno 6; segneremo 6 sotto la linea, e sarà fatta la somma di scudi 625: bajocchi 78: quattrini 1.

Altr' esempio per sommar i rotti.

	Scudi :	baj. :	quat.
	574:	96:	3.
	723:	52:	4.
	29:	34:	1.
	72:	57:	2.
	7:	16:	3.
Somma	1407:	57:	3.

§. II.

PROVA DELLA SOMMA.

La prova, per vedere, se nel sommare siasi ben operato, è di tre specie. La prima si fa col sommare tutte le colonne de' numeri, cominciando sempre da capo, e poi si risomman tutte le colonne, cominciando sempre da piedi: come, se s' avessero a sommar i seguenti numeri,

Scudi

Scudi :	baj. :	quat.
63:	64:	2.
39:	53:	1.
76:	48:	4.
42:	35:	2.
38:	66:	4.
26:	39:	2.
287:	08:	—

prima ſi comincierà da capo nella colonna dei quattrini, dicendo: 2 e 1 fanno 3: 3 e 4 fanno 7: 7 e 2 fanno 9: 9 e 4 fanno 13: 13 e 2 fanno 15. Quindici quattrini fanno tre bajocchi giuſti, e null' avanza; onde ſi dovrà portar 3 nella colonna dei bajocchi; e ritornando da capo ſi dirà: 3 e 4 fanno 7: 7 e 3 fanno 10: 10 e 8 fanno 18: 18 e 5 fanno 23: 23 e 6 fanno 29: 29 e 9 fanno 38; ſi ſegna 8 ſotto la linea, e ſi porta 3 nella colonna delle diecine de' bajocchi, cioè nella colonna dei paoli; e cominciando da capo ſi dirà: 3 e 6 fanno 9: 9 e 5 fanno 14: 14 e 4 fanno 18: 18 e 3 fanno 21: 21 e 6 fanno 27: 27 e 3 fanno 30. Si ſegna o ſotto la linea vicino all' 8, e poi ſi fan due punti addietro per ſeparar i bajocchi dagli ſcudi, e ſi porterà 3 nella prima colonna degli ſcudi, e ſi dirà cominciando da capo: 3 e 3 fanno 6: 6 e 9 fanno 15: 15 e 6 fanno 21: 21 e 2 fanno 23: 23 e 8 fanno 31: 31 e 6 fanno 37. Si ſegna 7 ſotto la linea, e ſi porta 3 nella ſeconda colonna degli ſcudi, onde ſi dirà: 3 e 6 fanno 9: 9 e 3 fanno 12: 12 e 7 fanno 19: 19 e 4 fanno 23: 23 e 3 fanno 26: 26 e 2 fanno 28; ſi ſegna tutto il 28 ſotto la linea vicino al 7, perchè non v'è altra colonna da ſommarſi: ſicchè tutta la ſomma ſaranno ſcudi 287. baj. 08.

Se ora ſi voleſſe far la prova, ſi devon riſommare tutte le ſuddette quattro colonne coll' incominciar ſempre da piedi, perchè tornando uguale la ſomma, è ſegno, ch' è ben fatta; onde ſi dovrà dire, cominciando da piedi nella colonna dei quattrini: 2 e 4 fanno 6: 6 e 2 fanno 8: 8 e 4 fan-

no 12:

no 12: 12 e 1 fanno 13: 13 e 2 fanno 15, cioè bajocchi 3; ſenz' avanzar alcun quattrino, come appunto nella prima ſomma. Ora portiam i bajocchi 3 nella prima colonna dei bajocchi, e cominciando da piedi diciamo: 3 e 9 fanno 12: 12 e 6 fanno 18: 18 e 5 fanno 23: 23 e 8 fanno 31: 31 e 3 fanno 34: 34 e 4 fanno 38. Si dovrebbe ſegnar 8, come nella prima ſomma, ſegno che finora va bene. Si porti dunque 3 nella ſeconda colonna dei bajocchi, e cominciando da piedi, ſi dica: 3 e 3 fanno 6: 6 e 6 fanno 12: 12 e 3 fanno 15: 15 e 4 fanno 19: 19 e 5 fanno 24: 24 e 6 fanno 30. Si dovrebbe ſegnar o, come nella prima ſomma, e portar 3, ſegno che la ſomma è tuttora ben fatta. Si porti dunque 3 nella prima colonna degli ſcudi, e cominciando da piedi ſi dica: 3 e 6 fanno 9: 9 e 8 fanno 17: 17 e 2 fanno 19: 19 e 6 fanno 25: 25 e 9 fanno 34: 34 e 3 fanno 37. Si dovrebbe ſegnar 7, come nella prima ſomma, ſegno che la ſomma ancor va bene. Si porti dunque 3 nella ſeconda colonna degli ſcudi, e cominciando da piedi ſi dica: 3 e 2 fanno 5: 5 e 3 fanno 8: 8 e 4 fanno 12: 12 e 7 fanno 19: 19 e 3 fanno 22: 22 e 6 fanno 28, come nella prima ſomma. Eſſendo dunque la ſeconda ſomma uguale alla prima, è ſegno, che non v'è alcun errore.

La ſeconda prova ſi fa col divider in mezzo le colonne, e ſommarle in due volte; come, ſe s'aveſſe a far la prova, ſe la ſeguente ſomma vada bene, prima ſi farà la ſomma delle colonne nel modo ſolito, e ſi avranno ſc. 232: baj. 08.

Scudi:	*baj.*:	*quat.*			
38:	54:	2.			
46:	68:	4.			
			85:	23:	1.
57:	36:	3.			
89:	48:	1.			
			146:	84:	4.
232:	08:	-			
			232:	08:	-

Ora

Ora ſi divideranno in mezzo le colonne, oppure a piacimento, e poi ſi faranno tante ſomme ſegnate da una parte, e dall' altra parte ſaranno le diviſioni: come nelle ſopraſcritte colonne, che ſono diviſe in mezzo, e, ſommate ſeparatamente le due parti, hanno ſ 85: 23: 1., e ſ 146: 84: 4. Ora queſte due quantità, o ſomme ſeparate, unite, o ſommate inſieme, danno ſ 232: 08., che appunto era la prima ſomma, ſegno che in detta ſomma non v'era alcun errore. La cifra ſ è un *ſ*, che ſignifica *ſcudi*.

La terza prova ſi fa col toglier tutt'i 9 dalla ſomma, e col notar l'avanzo; poi col toglier tutt'i 9 dai numeri ſommati, e ſe reſterà d'avanzo un numero uguale al primo, ſarà ſegno della perfetta ſomma. Ma queſta è una regola, che porta diverſe eccettuazioni. Primo, che dalla ſomma ſi devon togliere i ſani portati dai rotti; ed i bajocchi portati dai quattrini, perchè i quattrini non fann' ogni 10 1, ma ogni 5 1; onde non ſeguita la regola degli altri numeri dei bajocchi, e ſcudi, che d'ogni 10 ſe ne porta 1. Secondo, che nelle colonne de' numeri ſommati dovendoſi togliere i 9, non ſi dee conſiderar la colonna dei rotti, nè quella dei quattrini. Preſuppoſte queſte due eccettuazioni, nel ſopprappoſto eſempio dalla ſomma ſi dovrà toglier 2, perchè furon portati due bajocchi dai quattrini, onde reſterà 232: 06., dalla qual ſomma, togliendoſi tutt'i 9, reſterà 4, perchè 2 e 3 fanno 5: 5 e 2 fanno 7: 7 e 6 fanno 13; da 13 levando il 9, reſta 4. Or ſe la ſomma è ben fatta, ancor togliendoſi tutt'i 9 dalle colonne degli ſcudi, e dei bajocchi, dovrà reſtar 4. Vediamolo col ſommar dette colonne in linea piana: 3 e 8 fanno 11; levando 9, reſta 2: 2 e 5 fanno 7: 7 e 4 fanno 11; levando 9, reſta 2: 2 e 4 fanno 6: 6 e 6 fanno 12; levando 9, reſta 3: 3 e 6 fanno 9; levando 9, reſta 0: 0 e 8 fanno 8: 8 e 5 fanno 13; levando 9, reſta 4: 4 e 7 fanno 11; levando 9, reſta 2: 2 e 3 fanno 5: 5 e 6 fanno 11; levando 9, reſta 2: 2 e 8 fanno 10; levando 9, reſta 1: 1 e 9 fanno 10; levando 9, reſta 1: 1 e 4 fanno 5: 5 e 8 fanno 13; levando 9, reſta 4; co-

 me

me appunto resterà 4 dalla somma diminutiva dei sani, portati dai quattrini, segno della somma dapprima ben fatta.

CAPITOLO III.

DELLA SOTTRAZIONE.

SOttrazione è un toglier da una data quantità una somma o eguale, o minore, come lo farem chiaro coll' esempio seguente. La somma, da cui si sottrae, si dice *sottraente*, e si pone da capo. La somma, che si sottrae, si dice *sottraendo*, e si pone sotto al sottraente. L'avanzo si dice *differenza*.

	75984	*Sottraente*.
	43752	*Sottraendo*.
Differenza	32232.	

Supponiamo, che Pietro abbia da pagare ad Antonio scudi 75984, ch'è 'l *sottraente*, e che n' abbia pagati 43752, ch' è il *sottraendo*. Le dette somme si scrivono, come vedesi nell' esempio soprapposto; di poi tirasi una linea di sotto, ed incominciando sempre a man destra, perchè quest' è l'uso in qualunque operazione coi numeri ebraici, si dice: chi di 4 ne paga 2, resta 2: si segna 2 sotto la detta linea, e poi di man in mano così: chi di 8 ne paga 5, resta 3: chi di 9 ne paga 7, resta 2: chi di 5 ne paga 3, resta 2: chi di 7 ne paga 4, resta 3. E segnandosi tutti gli avanzi per fila sotto la linea, ne resteran di debito 32232, che dicesi *differenza*.

Deesi ora far la prova, se la sottrazione sia ben fatta. Per far la detta prova, è necessario sommar la differenza colla quantità sottratta, e se la somma vien eguale al sottraente, cioè alla somma maggiore, da cui s'è fatta la sottrazione, la prova sarà ben fatta, come nell' esempio seguente.

75942 Sot-

	75942	*Sottraente.*
	42231	*Sottraendo.*
Differenza	33711.	
Prova	75942.	

La prova dunque della ſottrazione ſi fa così. Trovata la differenza, tiraſi ſotto una linea; di poi ſi ſomma la differenza colla quantità ſottratta in queſto modo: 1 e 1 fanno 2, ſi ſegna 2; di poi 3 e 1 fanno 4, ſi ſegna 4 ſotto la linea; e così di mano in mano inſin al fine, e ſarà fatta la prova.

Se la ſottrazione ſarà ben fatta, il ſottraendo ſommato inſieme colla differenza, cioè la ſomma della prova dev' eſſer eguale al ſottraente: come nel ſoprappoſto eſempio, dove perchè la ſomma della prova è 75942, e tal ancor la ſomma del ſottraente, è ſegno certo, che la ſottrazione è ben fatta. Che ſe la ſomma della prova non foſs' eguale alla ſomma del ſottraente, ſarebbe ſegno, che la ſottrazione è malfatta; ed in tal caſo biſognerebbe tornar da capo a far di nuovo la ſottrazione.

Fin quì la ſottrazione è riuſcita facile, perchè le note del numero da ſottrarſi ſon di quantità inferiore all' altre note della ſomma maggiore. Diam dunque ora un eſempio, in cui alcune note del ſottraendo ſon maggiori delle note del ſottraente.

	75482	*Sottraente.*
	41653	*Sottraendo.*
Differenza	33829.	
Prova	75482.	

La ſopraddetta ſottrazione ſi fa così. Chi di 2 ne paga 3, non ſi può dire, perciò ſi prenderà 1, cioè una diecina dall' 8 vicino, e ſi dirà: chi di 12 ne paga 3, reſta 9, ſi ſegna 9 ſotto la linea; di poi non ſi dice: chi di 8,

 perchè

perchè 1 fu già levato, ma si dirà: chi di 7 ne paga 5, resta 2; ovvero quell' 1, levato all' 8, s' aggiugne al 5, e si dirà: chi di 8 ne paga 6, resta 2, perchè, come si vede in ciascun dei due modi, sempre avanza il 2 per differenza; di poi si dirà: chi di 4 ne paga 6, non si può dire; onde si toglierà 1 dal 5, cioè una diecina, e si dirà: chi di 14 ne paga 6, resta 8; il 5 non è più 5, perchè ne fu levato 1, ma sarà 4; perciò si dirà: chi di 4 ne paga 1, resta 3; ovvero quell' 1 s' aggiugne all' 1, che fanno 2, e si dice: chi di 5 ne paga 2, resta 3; finalmente chi di 7 ne paga 4, resta 3. Così si procede in qualunque altra operazione: e notisi la prova, che va bene.

Altr' esempio di Sottrazione.

	500356.
	236523.
Differenza	263833.
Prova	500356.

Così leggesi la soprapposta sottrazione: chi di 6 ne paga 3, resta 3: chi di 5 ne paga 2, resta 3: chi di 3 ne paga 5, non si può dire; onde si toglierà 1 dal 5 addietro, e si dirà: chi di 13 ne paga 5, resta 8. Quì deesi avvertire, che levato 1 al 5, che non è prossimo al 3, ma vi son di mezzo due zeri, ne segue, che quei due o o sieno due 9 9; onde in avvenire si dirà: chi di 9 ne paga 6, resta 3: chi di 9 ne paga 3, resta 6; al 5 fu levato 1, perciò si dirà: chi di 4 ne paga 2, resta 2.

Perchè poi i due o o di mezzo tra 5 e 3 sien due 9 9, la ragione è chiara; poichè, se noi da 10 leviam 1, il zero non è più o, ma 9. Così, se da 100 leviam 1, i due o o son due 9 9. Da ciò ne segue, che, avendo tolto 1 dal 5 per unirlo al numero 3, i due o o di mezzo sien due 9 9; perchè levare 1 da quel 5, a cui seguon due o o, è il medesimo che levare 1 da 100, che restano 99.

Altr'

Altr' esempio.
3050406.
1413227.

Differenza 1637179.

Prova 3050406.

Farassi dunque così la suddetta sottrazione: chi di 6 ne paga 7, non si può dire, perchè il sottraendo è maggior del sottraente; onde dovrem togliere una diecina dal numero prossimo antecedente; e perchè quest'è 0, ne toglieremo 1 dall' altro prossimo, cioè 4, e diremo: chi di 16 ne paga 7, resta 9. Di poi non si dice, chi di 0, ma chi di 9, perchè il 0 è divenuto 9 col togliere 1 dal numero antecedente 4; onde diremo: chi di 9 paga 2, resta 7. Di poi, chi di 3, perchè dal 4 è stato levato 1, ne paga 2, resta 1. Chi di 0 paga 3, non può dirsi; perciò prenderemo 1 dal 5, ed unito col 0, diremo: chi di 10 paga 3, resta 7. Poscia non diremo, chi di 5, perch'è stato tolto 1, ma chi di 4 paga 1, resta 3. Chi di 0 paga 4, non si può dire; laonde prenderemo 1 dal 3, che unito col 0, diremo: chi di 10 paga 4, resta 6. Finalmente diremo: chi di 2, perchè dal 3 fu levato 1, ne paga 1, resta 1. Così sarà formata tutta la sottrazione. Conforme poi s'è operato nei soprapposti esempj, dovrassi operare ancora in qualunque altra sottrazione, come meglio la pratica lo farà palese.

CAPITOLO IV.

§. I.

DELLA MULTIPLICAZIONE.

LA *Multiplicazione* è un prender tante volte una somma, quante sono le unità, che si contengono nell'altra: come, se si dovesse multiplicar 3 via 4, vuol dire, prendere il 3 quattro volte, che farà 12. Il numero, che sta di sopra nella prima linea, si dice il *multiplicato*, o *multiplicando*; quello della

della ſeconda linea, che ſta di ſotto, diceſi *multiplicatore*. Per chiarezza eccone l'eſempio di più numeri nella prima linea, e di uno nella ſeconda.

Multiplicato 375.
Multiplicatore 6.

Prodotto 2250.

La ſoprappoſta multiplicazione ſi fa così. Poſto il multiplicando 375, ed il multiplicatore 6, ſi tira una linea di ſotto, e diceſi: 6 via 5 fa 30; ſotto la linea a man deſtra ſi ſegna 0, e ſi porta 3, cioè tre diecine: di poi 6 via 7 fa 42, e 3, che ſi porta, fanno 45; ſi ſegna 5, e portaſi addietro 4. Finalmente 6 via 3 fa 18, e 4 portato fanno 22, che per eſſer l'ultimo multiplicato, ſi ſegna tutto il 22 ſotto la linea, come ſi vede nell' eſempio, e così ſarà fatta la multiplicazione.

Giudico coſa neceſſaria il por quì la tavola aritmetica di Pittagora per render facile il multiplicare, quando però ſia imparata a mente.

1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	2	4	6	8	10	12	14	16	18
		3	9	12	15	18	21	24	27
			4	16	20	24	28	32	36
				5	25	30	35	40	45
					6	36	42	48	54
						7	49	56	63
							8	64	72
								9	81

Nella

Nella soprapposta tavola Pittagorica si prendono i numeri così. Supponiamo, che s' abbia a multiplicare 7 per 8, prendesi la linea, dove sta il 7 a man sinistra, e quella dell' 8 di sopra, e dove queste linee s' uniscono insieme, s' osserva qual somma sia in quella casella, e troveremo, che sarà 56, che appunto è 'l prodotto di 7 multiplicato per 8. Così operisi per prender qualunque altro numero da multiplicarsi con un altro. S' avverte solamente di prender sempre il numero maggiore di sopra, e l'altro a man sinistra.

§. II.

MODO DI MULTIPLICARE, QUANDO NEL MULTIPLICATORE VI SIENO PIÙ FIGURE.

	759
	43
	2277
	3036
Prodotto	32637.

Il soprapposto esempio si multiplica così. Si prende il primo multiplicatore a man destra, ch' è 3, e si dice: 3 via 9 fa 27, si segna 7, e si portan due diecine addietro; dipoi 3 via 5 fa 15, e 2 portato, che fanno 17, si segna 7, e si porta una diecina; finalmente 3 via 7 fa 21, ed 1 portato, che fanno 22, che per esser l'ultimo multiplicato, si segna tutto il 22. Ciò fatto, si multiplica nell' istessa guisa l' altro multiplicatore, ch' è 4; ma con quest' avvertenza, che si segni 'l prodotto sotto la prima linea dei numeri già multiplicati, lasciandone sempre uno a man destra della prima linea, come 4 via 9 fa 36, si segna 6 non sotto il primo 7, ma sotto il secondo, e si porta 3. Poi si multiplica 4 per 5, e fa 20, e 3, che si portava, fanno 23; si segna 3, e si porta addietro 2. Finalmente si multiplica 4 per 7, e fa 28, e 2, che si portava, fanno 30, che

30, che per esser l'ultimo multiplicato, si segna tutto il 30. Così ancora, se vi fosse un altro multiplicatore, non si dee segnare il prodotto sotto il 6 della seconda linea, ma sotto il 3. Fattasi la detta multiplicazione, si dee sommare insieme colonna per colonna; perciò, data sotto la multiplicazione una linea, si dirà 7, e si segna 7; di poi 7 e 6 fanno 13; si segna 3, e si porta 1; quindi 3 e 2 fanno 5, ed 1 portato fanno 6, si segna 6; poi 2 e 0 fanno 2, si segna 2. Finalmente segnasi il 3; onde la somma 32637 sarà il prodotto di 759 multiplicato per 43.

Avvertasi, che, se nel multiplicatore, o nel multiplicando vi sia un 0, nella multiplicazione dovendosi dire v. g. 3 via 0, non fa 3, ma fa 0: così, 4 via 0 fa 0 ec.; come apparirà meglio a chi considera con riflessione gli esempj seguenti.

```
           65048  Multiplicando.
           30295  Multiplicatore.
          ------
          325240.
         585432.
        130096.
        00000.
      195144.
      ----------
      1970629160  Prodotto.
```

Sia da multiplicarsi 65048 per 30295 incominciando, come sopra, a man destra, si dirà: 5 via 8 fa 40, si segna 0, e si porta 4; di poi 5 via 4 fa 20, e 4, che si portava, fanno 24; si segna 4, e si porta 2, e si dice: 5 via 0 fa 0, e 2, che si portava, fanno 2; si segna 2, e non si porta niente; si multiplica 5 per 5, fa 25; si segna 5, e si porta 2; e multiplicasi 5 per 6, e fa 30, e 2, che si portava, fanno 32, che, per esser l'ultimo multiplicato, si segna tutto il 32. Multiplicato il primo numero, si passa a multiplicare il secondo, ch'è 9, e si dice: 9 via 8 fa 72; si segna 2, e si porta 7; e si multiplica 9 per 4, e fa 36, e 7, che e 7, che si portava, fanno 43; si segna 3, e si porta 4: si multiplica 9 per 0, e fa 0; perciò si segna il solo 4, che si porteva: di poi si multiplica 9 per 5, che fa 45; si segna 5, e si porta 4: si multiplica 9 per 6, e fa 54, e 4, che si portava, che fanno 58, che per esser l'ultimo multiplicato, si segna tutto il 58. Indi si passa a multiplicare il terzo numero, ch' è 2, e dicesi: 2 via 8 fa 16; si segna 6, e portasi 1: di poi si multiplica 2 per 4, che fa 8, ed 1 portato, che fanno 9; si segna 9, e non si porta niente: si multiplica 2 per 0, e fa 0, segnasi 0: di poi si multiplica 2 per 5, e fa 10; si segna 0; e portasi 1: finalmente si multiplica 2 per 6, che fa 12, ed 1 portato, che fanno 13, che per esser l'ultimo multiplicato, si segna tutto il 13. Devesi ora multiplicar 0; ma, perchè 0 non multiplica, si segnerà sempre 0 nel prodotto senza far altra operazione. Deesi finalmente multiplicare il quinto multiplicatore, ch' è 3, e si dice: 3 via 8 fa 24; si segna 4, e si porta 2: di poi si multiplica 3 per 4, che fa 12, e 2, che si portava, e fanno 14; si segna 4, e si porta 1: si multiplica 3 per 0, e fa 0; dunque segnasi 1, che si portava: si multiplica 3 per 5, e fa 15; si segna 5, e portasi 1: in fine si multiplica 3 per 6, e fa 18, ed 1, che si portava, e fanno 19, ch' essendo l'ultimo multiplicato, si segna tutto il 19. Ciò fatto, si somma insieme tutto il prodotto, che sarà 1970629160. Così dovrassi anche regolare in qualunque altra multiplicazione.

§. III.

MODO SPEDITO PER MULTIPLICARE, QUANDO NEL MULTIPLICATORE VI SIENO LE SOLE DIECINE, O LE SOLE CENTINAJA, O LE SOLE MIGLIAJA, EC.

Si multiplica il solo numero indicante la diecina, o il centinajo ec., e poi al prodotto s' aggiugneranno i zeri non multiplicati, come negli esempj seguenti apparisce.

356 *Mul-*

356 *Multiplicando*.
10 *Multiplicatore*.

3560 *Prodotto*.

Nel soprapposto esempio per multiplicare 356 per 10, basta aggiugner 0 al prodotto, ed è fatta la multiplicazione. Se poi il multiplicatore fosse 100, al prodotto s'aggiungon due zeri; e se il multiplicatore fosse 200, allora basta multiplicare il 2 per 356, ed al prodotto aggiugner due zeri, ed è fatta la multiplicazione, come nell'esempio seguente.

356.
200.

71200.

Che se poi tanto nel multiplicatore quanto nel multiplicando vi fossero le sole diecine, allora si lasciano i zeri, che stanno in fine, e si multiplicano gli altri numeri, ed al prodotto s'aggiungon tutt' i zeri lasciati nel multiplicatore, e nel multiplicando, come nel seguente esempio.

350.
750.

175.
245.

262500.

CAPITOLO V.

DELLA DIVISIONE.

IL *Dividere* è un partire una qualche somma per un altro numero minore; come, se si volesse divider 26 per 4, si dirà: quante volte il 4 entra nel 26? Trovasi, che v'entra 6 volte, ed avanza 2. Il numero 26 si dice *dividendo*, il 4 *divisore*, ed il 6 *quoziente*. Quello poi, che avanza, za, che nel caso nostro è 2, dicesi *rotto del quoziente*. I rotti poi si segnano così.

$\frac{1}{2}$	*Mezzo.*	$\frac{7}{12}$	*Sette dodicesimi:*
$\frac{1}{4}$	*Quarto.*	$\frac{8}{18}$	*Otto dicidottesimi.*
$\frac{1}{15}$	*Quindicesimo.*	$\frac{26}{50}$	*Ventisei cinquantesimi.*

Il modo di dividere è questo. Si segni prima il dividendo, e il divisore nella forma seguente.

Dividendo.

Divisore 16.) 396. (24. $\frac{12}{16}$ *Quoziente.*
76.
12.

Segnato dunque il dividendo, e sia 396, avanti a questo si tiri una linea, dietro a cui si segna il divisore, che sia 16. Dopo il dividendo si tiri un'altra linea; e ciò fattosi, si dica: quante volte il 16 entra nel 39? Trovatosi, che v'entra due volte, si segna 2 dopo il dividendo. E perchè n'avanza 7, segnasi 7 sotto il dividendo: e s'abbassa il 6 vicino al 7, che faranno 76; e si dice: quante volte il 16 entra nel 76? Trovasi, che v'entra quattro volte; onde si segna 4 dopo il dividendo, vicino al 2, e n'avanzano 12, che saranno dodici sedicesimi; perciò segnasi $\frac{12}{16}$ dopo il dividendo nel quoziente. Sicchè il 16 in 396 v'entra 24 volte, e n'avanzan 12. Questa parte dell'Aritmetica è alquanto difficile; perciò merita tutta l'attenzione.

Altr' esempio.

Dividendo.

Divisore 2.) 416. (208 *Quoziente.*
16.

Dovendosi divider 416 per 2, dicasi: quante volte il 2 entra nel 4? Trovo, che v'entra due volte, e non avanza cos'alcuna; onde segno 2 dopo il dividendo per quoziente;

 e perchè

e perchè niente avanza, niente ancora ſegno ſotto il 4. Laonde abbaſſo l'1, e dico: quante volte il 2 entra nell'1? Ritrovo, che non v'entra giammai; perciò ſegno o dopo il dividendo vicino al 2. (Queſto modo di ſegnare il o nel quoziente ſi tien ſempre, quando il diviſore non entra nel dividendo.) Dopo s'abbaſſa il 6 vicino all'1, che ſaranno 16, e dico: quante volte il 2 entra nel 16? Trovo, che v'entra otto volte; onde ſegno 8 dopo il dividendo vicino al o, e ſarà fatta la diviſione; e perciò avremo di quoziente 208.

Avvertaſi, che dal dividendo la prima volta debbonſi prender tante note, o numeri, quante ſono neceſſarie, affinchè v'entri almeno una volta il diviſore; e di poi di mano in mano dal dividendo ſi calano le note una per volta, e s'aggiungono al reſiduo paſſato, ſe vi reſtò. Se poi, calata una nota, o numero, il diviſore non entra nel dividendo, allora nel quoziente ſi ſegna o, affinchè ſi mantenga la proporzione delle diecine, centinaja ec. nel quoziente, come appariſce nell'eſempio ſoprappoſto, ove, perchè il 2 non entrò nell'1, fu ſegnato o nel quoziente.

Altr' eſempio.

26. (1.	26.) 785416. (30208. $\frac{8}{26}$.	
52. (2.	54.	
78. (3.	21.	
104. (4.	216.	
130. (5.	8.	
156. (6.		
182. (7.		
208. (8.		
234. (9.		

Perchè la diviſione ſuol riuſcire a' Principianti aſſai difficile, ed alle volte ancora a quei, che verſati ſono in queſta ſcienza, quando il diviſore ſia di più note; perciò io porrò quì una regola faciliſſima, che ajuterà di molto la mente nella ſua faticoſa applicazione ſul dividere. Si raddoppia il diviſore nove volte, prima di dividere, nella ſeguente

guente

guente maniera. Sia il divisore 26, come nel soprapposto esempio; si raddoppia il 26, e fa 52; indi si sommano 26, e 52, che fanno 78: 26, e 78, che fanno 104: 26, e 104, che fanno 130: 26, e 130, che fanno 156: 26, e 156, che fanno 182: 26, e 182, che fanno 208: 26, e 208, che fanno 234. Ciascuna delle suddette somme si pone sotto il 26 divisore di mano in mano, che in tutte sono nove, compresovi il detto divisore 26, come indicano i numeri posti a mano destra, separati dal divisore con una picciola linea. Il motivo poi, per cui dette somme abbiano ad essere insino a nove, e non più, si è, perchè nel quoziente non si può mettere un numero maggior di 9, poichè non si dà; e se mai avvenisse, che il divisore entrasse nel dividendo più di nove volte, sarebbe segno di errore nella divisione dei numeri antecedenti; onde converrebbe tornar da capo. Questa multiplicazione del divisore insino a 9 io la dico *Scala per dividere*. Vi sono altri modi da dividere, come il *partire a danda: partire a danda alla breve: partir per colonna: partire a testa* ec.; come si può veder nell' Aritmetica di Niccolò Tartaglia, e di altri celebri Autori, ove han sudato, e sudano tutt' i Principianti, molti de' quali atterriti dalla difficoltà han lasciato di più proseguire un tale Studio sì necessario. Parmi peraltro, che, avendo io insegnata la soprapposta scala per dividere, abbia tolto ogni ostacolo a' Principianti, ed agevolata, quanto più potevasi, la divisione; e perchè la suddetta scala contiene in se tutt' i diversi modi di dividere, per non confonder la mente de' Principianti medesimi, a' quali solamente è diretta la presente Operetta, ho pensato di non voler toccarne altro.

Formata dunque la sopraddetta scala divisoria, e dato che sia da dividersi la somma 785416, dimando: quante volte il 26 entra nel 78? Guardo nel divisore multiplicato al numero 2, e trovo il 52 meno del 78. Guardo nel numero 3, e trovo il 78 in punto; onde segno 3 nel quoziente. Di poi abbasso il 5, e dimando: quante volte il 26 entta nel 5? Trovo, che non v'entra; onde segno o nel quoziente. Vicino

cino al 5 calo il 4, che fanno 54; e dico: quante volte il 26 entra nel 52? Guardo nel divisore multiplicato al numero 2, e trovo 52 meno del 54. Guardo nel numero 3, e trovo 78 più del 54. Allora deesi prendere il numero prossimo minore, ch'è 52; si segna 2 nel quoziente, e n'avanza 2, il qual 2 segnasi sotto al suo prossimo numero superiore, ch'è 4. Vicino al 2 si cala 1 dal dividendo, e fanno 21, e si dice: quante volte il 26 entra nel 21? Trovo, che non v'entra; perciò segno o nel quoziente. Finalmente s'abbassa il 6 vicino al 21, che fanno 216, e si dice: quante volte il 26 entra nel 216? Guardo nel divisore multiplicato al numero 9, e trovo il 234 superiore al 216. Guardo nell'8, e trovo 208 inferiore a 216; onde segno 8 nel quoziente, e n'avanza 8, cioè otto ventiseiesimi.

Altr' esempio.

7. (1.	7.)	35964.	(5137 : 71 : 2 $\frac{1}{7}$.
14. (2.		9.	
21. (3.		26.	
28. (4.		54.	
35. (5.		———	
42. (6.		500.	
49. (7.		10.	
56. (8.		——	
63. (9.		3.	
		5.	
		——	
		15.	
		1.	

Sieno da dividersi 35964 scudi per 7. Già multiplicato il divisore, come nell'esempio passato insino a 9, si dice: quante volte il 7 entra nel 35? Guardando nel divisore multiplicato trovo, che v'entra cinque volte; perciò segno 5 nel quoziente senz' avanzar niente. Abbasso il 9, e dico: quante volte il 7 entra nel 9? Trovo, che v'entra una volta, e n'avanza 2; segno 1 nel quoziente, ed abbasso il 6 vicino al 2, al 2, che fanno 26, e dico: quante volte il 7 entra nel 26? Trovo, che v' entra tre volte, e n' avanza 5; segno 3 nel quoziente. Abbasso il 4 vicino al 5, che fanno 54, e dico: quante volte il 7 entra nel 54? Trovo, che v' entra sette volte, e n' avanza 5; laonde segno 7 nel quoziente. Quì essendo l' ultimo numero del dividendo, quel 5 abbassato importa cinque settimi di scudi; onde, per non segnar questi rotti, quei cinque scudi si riducono a bajocchi: il che si fa coll' aggiugnervi due zeri, che dappoi saranno bajocchi 500. Questi bajocchi 500 devonsi dividere anch' essi per 7, come gli scudi; perciò, fatti due puntini nel quoziente per separare i bajocchi dagli scudi, si dirà: quante volte il 7 entra nel 50? Trovo, che v' entra sette volte, e n' avanza 1; onde segno 7 nel quoziente dopo i puntini, e calo o vicino all' 1, che fanno 10, e dico: quante volte il 7 entra nel 10? Trovo, che v' entra una volta, e n' avanza 3; segno 1 nel quoziente. Il 3, che quì avanza, sono tre settimi di bajocchi; onde, essendo tre bajocchi, ancor questi si possono ridurre in quattrini colla multiplicazione per 5, quanti sono i quattrini, che fanno un bajocco. Multiplicato perciò il 3 per 5 fa 15; e fatti due punti nel quoziente per separare i bajocchi dai quattrini, si dirà: quante volte il 7 entra nel 15? Trovo, che v' entra due volte, e n' avanza 1; onde segno 2 nel quoziente. Quell' 1, che avanza, è un settimo di quattrino; e perchè nella nostra moneta il quattrino non si divide in altra moneta inferiore, perciò non fassi altra divisione. In alcuni Luoghi il quattrino si divide in 12 denari; ma a noi ciò poco importa. Ci basti solo il saperlo per intender le scritture de' Mercadanti, i quali dopo i quattrini, invece di segnar $\frac{1}{2}$, segnano un 6, che significa *6 denari*, ch' è l' istesso di *mezzo quattrino*. Sarà dunque il quoziente scudi 5137, bajocchi 71, quattrini 2 $\frac{1}{7}$. Si noti ben quest' esempio, perchè in pratica è utilissimo; perciò pongo un

Altr' esem-

Altr' esempio.

Scudi.

6.) 834739. (139123: 16: 3 $\frac{2}{6}$.

23.

54.

07.

13.

19.

100.

40.

4.

5.

20.

2.

CAPITOLO VI.

DELLA PROVA DELLA MULTIPLICAZIONE.

DOvendosi far la prova della multiplicazione, se sia ben fatta, deesi dividere il prodotto pel multiplicatore; e qualora il quoziente sarà uguale al multiplicando, la multiplicazione sarà ben fatta. Eccone l' esempio.

526.

34.

2104.

1578.

Prodotto 17884.

Dividasi dunque il prodotto 17884 pel multiplicatore 34.

34.) 17884. (526 *Quoziente.*

88.

204.

Tro-

Trovatosi il quoziente uguale al multiplicato, ne segue, che la multiplicazione è ben fatta.

Ciò addiviene ancora, se il prodotto dividasi pel multiplicato; ma allora il quoziente dev' essere uguale al multiplicatore. Vediamolo nel soprapposto esempio.

526.) 17884. (34 *Quoziente*.
2104.

Ritrovato dunque il quoziente uguale al multiplicatore, la divisione è ben fatta. Questa è la miglior prova della multiplicazione, che non può mai fallare. Da ciò ne segue, che la multiplicazione si prova colla divisione; poichè la multiplicazione è un prender tante volte una somma, quante sono le unità di un' altra somma: e la divisione è un vedere, quante volte una somma entra in un' altra somma maggiore. Perciò la multiplicazione si prova colla divisione, come suo opposto: e viceversa la divisione si prova colla multiplicazione, come vedrassi. Per questa ragione la prova della multiplicazione non è stata posta dopo il suo Capitolo IV., ma dopo il Capitolo V.

Benchè la prova della multiplicazione già assegnata possa essere sufficientissima: nondimeno mancar non voglio di porre ancora quì le prove del 9, e del 7, ambedue bellissime, e facilissime. Prima però di venire alla loro descrizione, porrò la multiplicazione seguente.

```
 374.
  26.
 ————          5. | 4.
 2244.        ————+————
 748.          8. | 4.
 ————
 9724.
```

Per far la prova di detta multiplicazione, si levano primieramente tutt' i 9 dal multiplicando; il che si fa colla divisione per 9; ed il 5, che avanza, si colloca sopra un lato della croce. Di poi si levano tutt' i 9 dal multiplicatore; e l' 8, che avanza, si pone sotto la croce a dirittura del 5.

Ciò fatto, si multiplicano insieme questi due avanzi 5 per 8 fanno 40. Dal 40 levati i 9, resta 4, che segnasi sopra la croce dall' altro lato. Finalmente si levano i 9 dal prodotto, ed il residuo si pone sotto la croce. Trovandosi questi ultimi due avanzi uguali, è segno dell' ottima operazione nel multiplicare. Nell' istessa maniera si fa la prova del 7, o di altra nota. Vediamolo nell' esempio soprapposto.

3.	1.
5.	1.

Levati i 7 dal multiplicando, avanza 3. Levati dal multiplicatore, avanza 5. Multiplicando questi due avanzi, cioè 3 per 5, fanno 15. Levati i 7 dal 15, n' avanza 1. Finalmente, levati i 7 dal prodotto, n' avanza 1. Il segno certo della perfetta multiplicazione sono quei due ultimi avanzi uguali. La ragione dell' operato è manifesta per se medesima, poichè tanto nella prova del 9, quanto del 7 gli avanzi del multiplicando, e del multiplicatore dovendosi multiplicare insieme, e poi levarne i 9, oppure i 7, il residuo ha la proporzione al residuo del prodotto; perchè levando tutt' i 9, o i 7 dal multiplicando, e dal multiplicatore, e multiplicati insieme, il prodotto avrebbe dati tanti 9, o 7 corrispondenti alla prova, i quali 9, o 7 trovansi tutti nel total prodotto. Laonde la prova del 9, o del 7 altro non è, che una multiplicazione abbreviata, da cui sono tolti i 9, oppure i 7; e perciò, essendo la medesima multiplicazione, quello, che avanza in una, avanzar deve ancora nell' altra, come vedesi nei due esempj soprapposti.

Insegnar quì voglio un bel privilegio per la prova del 9, il quale non ottiene la regola del 7, o di altra nota, come sarebbe 8, 6, 5, 4, e 3, coll' indicare il modo di levar tutt' i 9 con somma facilità. Accadendo di doversi levar tutt' i 9 dalla somma seguente 357249, si sommano insieme tutte le note così: 3 e 5 fanno 8: 8 e 7 fanno 15: 15 e 2 fanno 17: 17, e 4 fanno 21: 21 e 9 fanno 30. E perchè ven-

gono

gono due note nell' ultima ſomma. Queſte ſi ſommano di nuovo, e diceſi: 3, e o fanno 3. Dunque, levati tutt' i 9 dal propoſto numero, n'avanza 3. Queſto ripiego ſerve ſolamente, come diſſi, per la regola del 9, e non per alcun' altra.

CAPITOLO VII.

DELLA PROVA DELLA DIVISIONE.

SIccome la multiplicazione provaſi colla diviſione, così la diviſione ſi prova colla multiplicazione, come ſi è detto nel Capitolo antecedente. Queſta dunque ſi fa nel multiplicare il diviſore col quoziente, ed al prodotto aggiugnere i rotti del quoziente, ſeppur vi ſono. Se la diviſione sarà ben fatta, il prodotto ſarà uguale alla ſomma del dividendo. Diamone l'eſempio chiaro prima colla diviſione.

$$
\begin{array}{rrl}
7.\ ) & 3489. & (\ 498\ \frac{3.}{7.} \\
& 68. & \\
& 59. & \\
& 3. &
\end{array}
$$

Ora, per farne la prova, deeſi multiplicare il diviſore 7 per 498 quoziente.

$$
\begin{array}{rr}
 & 498. \\
 & 7. \\
\hline
\textit{Prodotto} & 3486. \\
 & 3. \\
\hline
 & 3489.
\end{array}
$$

Al prodotto devonſi aggiugnere i 3 ſettimi, che ſono nel quoziente della diviſione; ed allora il prodotto aſcenderà a 3489, che appunto era la ſomma da dividerſi. Queſto Capitolo ſi doveva porre dopo il quinto, ed il Capitolo paſſato dopo il quarto; ma ſono ſtati così traſportati, perchè, provandoſi l'uno coll' altro, non ſi potevano porre nei luoghi accennati.

Appendice per la Diviſione.

MODI SPEDITISSIMI PER FORMARE LA SCALA DIVISORIA, QUANDO NEL DIVISORE VI SONO MOLTE NOTE; E MANIERA FACILISSIMA PER SERVIRSI DI LEI.

Prima di ſpedirci dalla diviſione, in grazia de' Principianti voglio inſegnar due modi ſpeditiſſimi per formar la ſcala diviſoria addietro nominata al Cap. v., ed un modo faciliſſimo per ſervirſi di lei ſenza pericolo di fallare.

Supponiamo, che il diviſore ſia 2325, e il dividendo ſia 75245383194. In primo luogo ſi forma la ſcala diviſoria in queſta guiſa. Pongo per primo grado il diviſore, com'è in ſe ſteſſo, e come vedeſi quì al lato ſiniſtro. Di poi per formare il ſecondo grado multiplico il diviſore per 2 nel modo ſeguente.

Scala diviſoria.		
2325. (1.		2325 *Diviſore.*
4650. (2.		2.
6975. (3.		———
9300. (4.	*Prodotto*	4650. (2.
11625. (5.		
13950. (6.		
16275. (7.		
18600. (8.		
20925. (9.		

Ne viene 4650, e queſto prodotto poneſi per ſecondo grado. In oltre per formare il terzo grado multiplico il diviſore per 3 così.

$$\begin{array}{r} 2325. \\ 3. \\ \hline 6975.\ (\ 3. \end{array}$$

Ne viene 6975; e queſto prodotto ſi pone per terzo grado. Facciaſi in queſta guiſa di mano in mano inſino al nono grado, e ſarà formata con tutta ſpeditezza, e ſenza errore la ſuddetta ſcala diviſoria.

Se

Se anche in queſto modo di formar la ſcala diviſoria s'incontraſſe qualche difficoltà, eccone un'altra maniera. Dopo ſegnato il diviſore ſemplice nel primo grado della ſcala, raddoppiaſi detto grado in altro luogo a parte; indi ſi ſomma inſieme, e la ſomma poneſi per ſecondo grado nella ſcala. Di poi la ſomma poſta per ſecondo grado nella ſcala ſommaſi di nuovo col diviſore; e la ſomma, che ne viene, ſi pone per terzo grado nella ſcala. Così faſſi inſino al nono grado. Eccone l'eſempio.

2325.	(1.
4650.	(2.
6975.	(3.
9300.	(4.
11625.	(5.
13950.	(6.
16275.	(7.
18600.	(8.
20925.	(9.

2325.	(1.
2325.	
4650.	(2.
2325.	
6975.	(3.
2325.	
9300.	(4.
2325.	
11625.	(5.
2325.	
13950.	(6.
2325.	
16275.	(7.
2325.	
18600.	(8.
2325.	
20925.	(9.

Volendoſi far la prova per vedere, ſe nel formar la ſcala ſiaſi fallato, faraſſi così. Si prenda il ſecondo grado della ſcala, e poi dividaſi pel numero corriſpondente al ſuo

grado

grado al lato destro, ch'è 2. Ciò fatto, se il grado è giusto, il quoziente dev' essere uguale al primo grado della scala, cioè al divisore della somma maggiore. Eccone due esempj.

Esempio primo.

Secondo grado della scala.

Divisore 2.) 4650. (2325 *Quoziente*.
6.
5.
10.

Esempio secondo.

Terzo grado.

Divisore 3.) 6975. (2325 *Quoziente*.
9.
7.
15.

Il dividendo nel primo esempio è il secondo grado della scala; il divisore è il numero 2 corrispondente al lato destro della scala, separato col segno (, cioè con una parentesi; ed il quoziente è il primo grado della scala, cioè il divisore della somma maggiore, che trovandosi uguale al primo grado, è segno di non esservi errore.

Il dividendo nel secondo esempio è il terzo grado della scala; il divisore è il numero 3 corrispondente al lato destro della scala; ed il quoziente è il primo grado della scala; ond' è segno, che detto grado è giusto. Così può farsi insino al nono grado, dividendosi sempre il grado col numero corrispondente al lato destro. Facciasi detta scala divisoria con tutta l' attenzione, poichè, come vedrassi, formata la medesima, si può dir d' essersi fatta tutta la divisione, perchè ella è la principal cosa, e la maggior fatica.

For-

Formatasi la scala divisoria in uno de' modi insegnati, applichiamola col divider la soprapposta somma. Ma prima stendiamo tutta l'operazione.

```
2325. ) 75245383194. ( 32363605. 1569/2325.
         5495.
          8453.                Luogo a parte per dividere.
          14788.                 7524.
            8383.             1.) 6975.
            14081.               ——————
              13194.             05495.
               1569.          2.) 4650.
                                 ——————
                                  08453.
                               3.) 6975.
                                  ——————
                                   14788.
                               6.) 13950.
                                  ——————
                                   008383.
                                3.) 6975.
                                    ——————
                                     14081.
                                 6.) 13950.
                                    ——————
                          0.) 5.) 0013194.
                                    11625.
                                    ——————
                                     1569.
```

Spieghiamo ora la maniera facilissima di servirsi della scala divisoria. Primieramente prendo quattro note dal dividendo, che sono 7524, essendo queste sufficienti, perchè, come vedesi, già v'entra il divisore. Di poi osservo nella scala divisoria, e vedo il grado secondo meno del suddetto dividendo 7524. Rimiro il grado terzo meno del dividendo. Osservo il quarto grado, e trovo 9300 maggiore del dividendo

dendo 7524; dunque prendo il terzo grado 6975. E per sapere senza pericolo di fallare, quanto il dividendo 7524 superi il terzo grado 6975, si sottrae in un luogo a parte il detto grado terzo 6975 dal menzionato dividendo 7524, come vedesi fatto nella soprapposta regola a parte. Trovatosi, che il dividendo supera il terzo grado della scala di 549, questo segnasi sotto il diviso 7524, e si nota 3 nel quoziente; di poi si cala il 5, e si avrà il dividendo 5495. Per sapere quante volte il divisore entri in questo dividendo, osservo nella scala, e di primo lancio miro il terzo grado 6975 maggiore del dividendo; e nel grado secondo trovo 4650 prossimo minore del dividendo 5495. Ora volendo sapere quanto il dividendo sia superiore al grado secondo, sottraggo questo grado 4650 dal suddetto dividendo 5495, e lo segno nel luogo a parte, come si è indicato dissopra. Trovato, che detto dividendo è superiore al secondo grado della scala nella somma di 845, perciò segno l'avanzo, ossia rotto a mano destra sotto il diviso 5495. Segno 2 nel quoziente, e calo il 3, che farà la somma di 8453. Di poi opero, come sopra, e così fo insino all'ultima nota con tutta la speditezza, e facilità, e colla sicurezza di non errare. Sappiasi per maggior chiarezza, che, se calata una nota, o numero, ed unitosi all'avanzo, ossia rotto del prossimo passato diviso, non v'entrasse il divisore, segnasi o nel quoziente, e si cala un'altra nota, o numero alla stessa dirittura; e se neppur v'entrasse il divisore, si segna parimente o nel quoziente, e calasi un'altra nota. Così fassi, fintantochè non v'entri il detto divisore almeno una volta, come vedesi fatto nel 131, avanzo del diviso 14081, a cui fu calata, ed aggiunta la nota 9; e perchè fece 1319, minore del divisore 2325, fu segnato o nel quoziente, e fu calata, ed aggiunta alla medesima dirittura la nota 4, e formò la somma 13194. Se neppure anche in questa somma entrato fosse almeno una volta il divisore, sarebbesi calata un' altra nota; e se non fosse stata sufficiente neppur questa, sarebbesi segnato o nel quoziente, col calare un'altra nota, purchè

purchè vi fosse stata. In questa guisa dunque si operi, fintantochè il divisore entri almeno una volta nel dividendo. Il numero picciolo al lato destro della soprapposta regola a parte indica il numero calato dal dividendo. Il numero poi al lato sinistro, diviso con questo segno), indica il grado della scala, e, come vedesi, forma tutto il quoziente disteso a colonna, incominciando dal primo numero da capo, ch'è 3, insino all'ultimo da piedi, ch'è 5.

CAPITOLO VIII.

§. I.

DEI ROTTI.

Rotto non vuol significare altro, che una parte di un numero, come sarebbe $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, ec., siccome ancora è stato accennato nel Capitolo quinto. Si dee solamente avvertire, che i rotti si pongono sempre di sopra, e diconsi *numeratori*; e di sotto si pone il numero, detto *denominatore*. Dei rotti altri sono uguali, ed altri disuguali. Quei rotti diconsi uguali, i cui respettivi denominatori contengono nella medesima maniera i loro respettivi numeratori, come apparisce nelle frazioni seguenti.

$$\frac{1}{2} : \frac{3}{6} : \frac{4}{8} : \frac{6}{12} : \frac{8}{16} .$$

Imperocchè, siccome l'1 entra due volte nel 2, così il 3 entra due volte nel 6: il 4 entra parimente due volte nell 8 ec. Ancora le susseguenti frazioni saranno uguali;

$$\frac{2}{3} : \frac{4}{6} .$$

perchè ciascuna delle frazioni è 2 terzi; poichè, se si dividerà per metà $\frac{4}{6}$, sarà $\frac{2}{3}$. Tutte le altre frazioni si dicono disuguali.

§. II.

DELLO SCHIZZARE LE FRAZIONI.

Lo *schizzare le frazioni*, che vuol dire *ridurre in minor quantità una frazione di più note*, si fa col divider tante volte il denominatore, quante volte si può dividere il numeratore. Il divisore può esser qualunque numero, purchè sia sempre lo stesso nel denominatore, e nel numeratore. Per esempio: sia da ridursi in minor quantità $\frac{12}{15}$; dividerò 12 per 2, e sarà 6; dividerò 15 per 2, vi viene il rotto, onde non posso farlo; perciò farò così: dividerò 12 per 3, e sarà 4: dividerò 15 per 3, e sarà 5. Dunque la sopraddetta frazione si riduce in minor quantità col dividerla per 3, e sarà $\frac{4}{5}$ uguale a $\frac{12}{15}$. Se poi non si potesse fare colla detta facilità, ovvero la divisione fosse impossibile, come $\frac{12}{16}$, allora si raddoppieranno, o triplicheranno, o quadruplicheranno secondo il bisogno il denominatore, ed il numeratore; come, per ridurre in minor quantità la sopraddetta frazione $\frac{12}{16}$, raddoppierò il numeratore, ed il denominatore, e verrà questa frazione $\frac{24}{32}$; e di poi la dividerò per 4, e verranno $\frac{6}{8}$. Si può anche partire di nuovo per 2, e verranno $\frac{3}{4}$. Così farassi in qualunque altra operazione.

§. III.

DELLA FRAZIONE SPURIA.

Frazione spuria è quella, il cui numeratore è uguale, o maggiore del denominatore, come la seguente $\frac{48}{4}$. Si riduce la detta frazione col dividere il numeratore 48 pel denominaminatore 4; onde la frazione suddetta $\frac{48}{4}$ sarà di quoziente 12 sani, e così sarà ridotta. Si opera così in qualunque altra frazione spuria, quando vogliasi ridurre a frazione legittima.

Se si volesse ridurre un intero numero ad una frazione spuria, multiplicherassi il numero intero con quel numero, di cui si vorrà la frazione. Per esempio: io vorrei ridurre 7 sani in rotti, il denominatore de' quali sia 15. Multiplico 15 per 7; il prodotto sarà 105, e la detta frazione spuria si scriverà in questo modo $\frac{105}{15}$. Sempre così operasi in qualunque altra occorrenza di ridurre gl' interi in frazione spuria.

§. IV.

DEL RIDURRE LE FRAZIONI ALLA MEDESIMA DENOMINAZIONE.

Volendosi ridurre più frazioni di diverso denominatore alla medesima denominazione, cioè ad un istesso denominatore, si dee multiplicare il numeratore dell'una col denominatore dell'altra, ed il prodotto sarà il numeratore di quella frazione, il cui numeratore si è multiplicato; poi multiplicasi il denominatore dell'una col denominatore dell'altra, ed il prodotto sarà il comune denominatore. Renderò ciò chiaro con un esempio. Vorrei ridurre le frazioni seguenti alla medesima denominazione.

$$\frac{5}{8} : \frac{4}{6}.$$

$$\frac{30}{48} : \frac{32}{48}.$$

Primieramente multiplico il numeratore 5 pel denominatore 6, e ne viene 30 per primo numeratore: poi multiplico il numeratore 4 pel denominatore 8, e ne viene 32 per secondo numeratore. Ciò fatto, deesi trovare il denominatore comune all' una, ed all' altra frazione. Per trovarlo dunque multiplico il denominatore 8 pel denominatore 6, ed il prodotto 48 ſarà il denominatore comune alle frazioni 30, e 32. Così ſempre ſi ridurranno i rotti alla medeſima denominazione. Queſta riduzione merita oſſervazione, perch' è molto neceſſaria in avvenire, come ancora la regola ſeguente.

Volendoſi ridurre quante frazioni ſi vorranno, deeſi multiplicare il numeratore dell' una frazione pe' denominatori delle altre, ed il prodotto ſarà il numeratore di quella frazione, di cui ſi è multiplicato il numeratore. Per ritrovar poi il denominatore comune, multiplicaſi il denominatore dell' una co' denominatori delle altre. Sia l'eſempio.

$$\frac{2}{3} : \frac{3}{4} : \frac{6}{8}.$$

$$\frac{64}{96} : \frac{72}{96} : \frac{72}{96}.$$

Sieno da ridurſi alla medeſima denominazione le ſuddette frazioni $\frac{2}{3} : \frac{3}{4} : \frac{6}{8}$. Prima ſi multiplica il numeratore 2 col denominatore 4, e fa 8; il prodotto 8 multiplicaſi pel denominatore 8, e fa 64 per primo numeratore. Paſſo di poi alla ſeconda frazione, e multiplico il numeratore 3 pel denominatore 3, e fa 9; multiplico il prodotto 9 pel denominatore 8, e fa 72 per numeratore della ſeconda frazione. Finalmente paſſo alla terza frazione, e multiplico il numeratore 6 pel denominatore 3, e fa 18; multiplico il prodotto 18 col denominatore 4, e fa 72 pel numeratore della terza frazione. Per trovare il comun denominatore delle dette frazioni, prima ſi multiplica il denominatore 3 pel denominatore 4, e fa 12; il prodotto 12 multiplicaſi pel denominatore 8, e fa 96 comune denominatore delle frazioni. Il denominatore non occorre più multiplicarlo pe' denominatori delle altre frazioni, perchè ſempre è il medeſimo. Queſta regola ſi terrà, benchè le frazioni foſſero mille; cioè per trovare il numeratore, ſempre ſi dee multi-

multiplicare il numeratore dell'una col denominatore di tutte le altre; e per ritrovare il comune denominatore, deesi multiplicare il denominatore dell'una col denominatore di tutte le altre frazioni. Si dice comune denominatore, perchè è il medesimo in tutte le frazioni nel dato esempio.

§. V.

DEL SOMMARE LE FRAZIONI.

Sieno da sommarsi le seguenti frazioni $\frac{2}{3}$: $\frac{4}{5}$: $\frac{7}{8}$. Si debbono prima ridurre alla medesima denominazione, come si è detto dissopra.

$$\frac{2}{3} \quad : \quad \frac{4}{5} \quad : \quad \frac{7}{8}.$$

$$\frac{80}{120} \quad : \quad \frac{96}{120} \quad : \quad \frac{105}{120}.$$

Ridotte che sieno le dette frazioni alla medesima denominazione, debbonsi stendere per colonna nella seguente maniera, senza il denominatore, ed alla somma sottoscrivere il comune denominatore.

$$\begin{array}{lr} & 105. \\ & 96. \\ & 80. \\ \hline \textit{Somma} & 281. \end{array}$$

Dunque sarà la detta somma $\frac{281}{120}$, cioè $2\ \frac{41}{120}$. Ciascuno così regolar si dee, quando dovranno sommarsi le frazioni di diverso denominatore: cioè prima ridurle alla medesima denominazione, e poi sommare i numeratori, come si è fatto nell'esempio soprapposto.

§. VI. DEL

§. VI.

DEL SOTTRARRE LE FRAZIONI.

Sia da sottrarsi $\frac{2}{3}$ da $\frac{7}{8}$. Si riducano alla medesima denominazione i detti rotti, ed allora saranno $\frac{16}{24}$: $\frac{21}{24}$. Ciò fatto, deesi sottrarre $\frac{16}{24}$ da $\frac{21}{24}$, e resteranno $\frac{5}{24}$.

Se co' rotti vi saranno ancora gl' interi, si scrivano, come nel seguente esempio.

45 : 24 — 48.
32 : 30 — 48.

12 : 42 — 48.

I primi numeri sono i sani: i secondi sono i rotti: ed i terzi sono i denominatori de' detti rotti. Or volendo sottrarre, incominciando da' rotti, dico: chi di 24 ne paga 30, non si può fare; onde convien togliere 1 dal 45. Quest' 1 è uguale al denominatore de' rotti 48. (Ciò sempre s' intende, qualunque siasi il denominatore, cioè che un sano sia uguale al denominatore de' suoi rotti, perchè 48 quarantottesimi è l' istesso, che un sano nel nostro caso; dunque un sano aggiunto al 24 fa 72). Di poi dico: chi di 72 ne paga 30, resta 42. Poscia non dico: chi di 5, perchè 1 fu levato pe' rotti; ma chi di 4 ne paga 2, resta 2. Finalmente chi di 4 ne paga 3, resta 1. S' intenda bene, che ogni sano fa tanti rotti, quante sono le unità del denominatore, perchè, per fare un sano, vi vogliono tanti rotti, quante sono le unità del medesimo denominatore.

§. VII.

DEL MULTIPLICARE LE FRAZIONI.

Dovendosi multiplicar le due seguenti frazioni $\frac{3}{5}$: $\frac{7}{9}$, si multiplicano i numeratori tra loro, e ne verrà di prodotto 21. Multiplicansi poi i denominatori parimente tra loro, e ne e ne verrà 45, cioè $\frac{21}{45}$, e sarà fatta la multiplicazione, come nell' esempio seguente.

$$\frac{3}{5} : \frac{7}{9}.$$

3	9.
7	5.
21 :	45.

$$\frac{21}{45}.$$

Se co' rotti vi fossero i sani, allora questi sani debbonsi ridurre alla medesima denominazione de' rotti col far due frazioni spurie; come, sia da multiplicarsi $3\frac{2}{5}$ con $6\frac{3}{4}$. Primieramente riduconsi i sani a' rotti secondo il denominatore adjacente, cioè i 3 sani al denominatore 5 della frazione $\frac{2}{5}$ col multiplicar 3 per 5: al prodotto 15 si debbono aggiugnere i 2 quinti, che faranno 17. Di poi si riduce il sano 6 al denominatore 4 della frazione adjacente col multiplicar 6 per 4; al prodotto 24 debbonsi aggiugnere i 3 quarti, che faranno 27.

$$3\frac{2}{5} : 6\frac{3}{4}.$$

$$\frac{17}{5} : \frac{27}{4}.$$

Ridotti i sani a' rotti, e fatta la frazione spuria, si debbono multiplicare i numeratori tra loro, ed al prodotto deesi porre di sotto il prodotto dei denominatori multiplicati parimente tra loro.

5 27

5.	27.
4.	17.
20.	189.
	27.
	459.
	20.

Fatta la multiplicazione de' numeratori, e dei denominatori, il prodotto de' numeratori 459 deesi divider pel prodotto dei denominatori 20.

20.) 459. (22 : $\frac{19}{20}$ *Quoziente*.
59.
19.

Il quoziente sarà la quantità cercata.

Benchè il sopraddetto modo di multiplicare i rotti sia facilissimo, porta nondimeno troppa fatica; onde ne insegnerò un altro più spedito, che useremo nella nostra Geometrìa.

62 :	3 —	4.		A.
5 :	6 —	8.		
310 :				
46 :	4 —	8.		B.
3 :	3 —	4.		
:	18 —	32.		C.
:	24 —	32.		
:	16 —	32.		
:	58 —	32.		D.
360 :	26 —	32.		E.

Il sopraddetto modo di multiplicare i rotti co' sani si fa così. Supponiamo, che sia da multiplicarsi 62 $\frac{3}{4}$ per 5 $\frac{6}{8}$, come

come vedesi in A. Prima si multiplicano i sani, cioè 5 per 62, ed il prodotto sarà 310. Poi si multiplicano i rotti co' sani, cioè i rotti di sotto co' sani di sopra, ed i rotti di sopra co' sani di sotto. Perciò diremo: 6 via 62 fa 372. Il prodotto 372 son tutti ottavi, perchè il denominatore del 6 rotto è 8; onde sarà frazione spuria, che ridotta a frazione vera darà di quoziente 46 sani, e $\frac{4}{8}$, come si vede segnato. Indi multiplicasi la frazione 3 pel sano 5, che fa 15. Questo prodotto 15 son tutti quarti del denominatore 4 della frazione 3; onde detto 15 dovrà dividersi pel denominatore 4, e darà di quoziente 3 sani, e $\frac{3}{4}$, come ivi segnato vedesi in B. Ciò fatto, si tira una linea per quanto prendono i rotti, come si è indicato nel soprapposto esempio, e si multiplica la frazione 3 per la frazione 6 in A, ed il prodotto 18 segnasi sotto la linea tirata in C, a cui s'aggiugne ancora il denominatore cavato dal prodotto dei denominatori 4, ed 8 in A, che sarà 32. Ora questo 18 — 32 in C bisognerebbe sommarlo co' rotti in B 4 — 8 : 3 — 4; ma perchè sono di diversa denominazione questi 4 — 8 : 3 — 4, bisogna ridurli alla medesima denominazione nel modo assegnato al proprio luogo col multiplicar 3 per 8 in B, che fa 24, il qual 24 segnasi in C sotto il 18. Poi si multiplica 4 per 4 parimente in B, che fa 16, e segnasi 16 in C sotto 24. Il denominatore non occorre più trovarlo, perchè sempre è 32. Ciò fatto, tirasi un'altra linea parimente per quanto prendono i soli rotti, sotto la qual linea si sommano gl'indicati rotti 18 : 24 : 16, che faranno $\frac{58}{32}$. Questa frazione spuria deesi render legittima col dividerla pel proprio denominatore, che darà di quoziente un sano $\frac{26}{32}$. Finalmente, tirata una linea per quanto prendono tutt'i numeri, si segneranno prima i rotti, cioè 26 — 32, ed i sani dappoi, come fu insegnato nel Capitolo secondo; cioè 3, e 6 fanno 9, ed 1 ne por-

tiamo

tiamo dai rotti, che ſanno 10. Si ſegna 0. Poi 4, ed 1, che ſanno 5, ed 1 ne portiamo, che ſanno 6. Si ſegna 6, e finalmente 3. Dunque il prodotto aſcenderà a 360 : 26 — 32. Oſſervisi bene queſta regola di multiplicare inſieme i ſani, ed i rotti, perchè ſi pratica quaſi ſempre, ed è la più ſpedita di quante mai ſe ne poſſano inſegnare. Non mi ſono ignote altre regole; ma ſono elleno tanto intrigate, che confondono la mente. Una ſola coſa conviene avvertire, ed è, che i rotti ſon ſegnati col denominatore dopo il numeratore, ſeparato con una linea, come abbiamo indicato nel ſoprappoſto eſempio, per eſſere il modo più ſpedito nel far la multiplicazione; altrimenti ſi potrebbe confondere il numeratore col denominatore.

Altr' eſempio per multiplicare inſieme ſani, e rotti nel modo ora ſpiegato.

9 :	5 — 7.		A.
8 :	3 — 4.		
72 :			
6 :	3 — 4.		B.
5 :	5 — 7.		
	15 — 28.		
	21 — 28.		C.
	20 — 28.		
	56 — 28.		
85 :	00 — 28.		

Sieno da multiplicarſi 9 : 5 — 7 con 8 : 3 — 4. Prima ſi multiplicano i ſani 8 per 9, che ſanno 72; poi la frazione 3 pel ſano 9 fa 27 quarti, che diviſo per 4 dà di quoziente 6 : 3 — 4. Quindi ſi multiplica la frazione 5 pel ſano 8, e fa 40 ſettimi, che diviſo per 7 dà di quoziente 5 : 5 — 7. Ciò fatto, ſi tira una linea, e multiplicaſi la frazione 3 per la frazio-

frazione 5 in A, ed il prodotto 15 si segna sotto la linea. Or si dovrebbero sommar le frazioni 3 — 4, e 5 — 7 in B con la frazione 15 — 28 in C. Ma, siccome sono di diverso denominatore, è necessario ridurle alla medesima denominazione; onde multiplicheremo la frazione 3 pel denominatore 7 in B, ed il prodotto 21 lo segneremo in C sotto la frazione 15. Quindi multiplicheremo la frazione 5 pel denominatore 4 parimente in B, ed il prodotto 20 lo segneremo in C sotto la frazione 21. Ciò fatto, tirata una linea per quanto prendono i rotti, sommeremo detti rotti 15 : 21 : 20, ed avremo di somma 56 — 28 frazione spuria, la quale ridotta a legittima darà 2 sani di quoziente. Finalmente, tirata un'altra linea per quanto prendono tutt'i numeri, si sommeranno i sani, a' quali aggiugnerassi 2 cavato dai rotti, ed avremo di somma 85 : 00 — 28.

Perchè nel nostro Stato Pontificio occorre spessissimo di dover multiplicare le libbre, o le misure per quattrini, (il che potrebbe apportar qualche difficoltà ad un Principiante, se ignorasse il modo di farlo, oppure gli converrebbe fare il conto a guisa delle Donne), ne insegnerò il modo facilissimo con un esempio. Siensi, per così dire, comprate libbre 356 di Carne a quattrini 13 la libbra. Per sapere il costo, si multiplica 356 per 13; dal prodotto si separi l'ultimo numero, ed il rimanente si multiplichi per 2, come nel seguente esempio.

```
 356.
  13.
 ----
1068.
356.
 ----
462:8.
   2
 ----
924.
  1:3.
 ----
9:25:3.
```


Multi-

Multiplicato 356 per 13 dà di prodotto 4628, che appunto son tanti quattrini, quanti valeva la Carne comprata. E perchè nella nostra moneta ogni 10 quattrini fanno 2 bajocchi, perciò si separa l'ultimo numero 8 con due punti, ed il rimanente 462 sarà tante diecine di quattrini. Onde, per ridurre i detti quattrini a bajocchi, conviene raddoppiar le diecine, cioè multiplicarle per 2, ed avremo di prodotto 924. Siccome poi nell'8 separato v'entra il 5 una volta, che fa un bajocco, ed avanza 3, perciò sotto il 4 segneremo 1, e dopo quest'1 segneremo il 3, avanzo dell'8, e sarà la somma di bajocchi 925, e 3 quattrini. I bajocchi si riducono a scudi col separar due numeri a man destra con due punti, che nel nostro caso sarebbero 25; ed il rimanente formerà gli scudi. Sicchè le 356 libbre di Carne, a quattrini 13 la libbra, importano scudi 9, bajocchi 25, e quattrini 3, che si segnano così ₰ 9 : 25 : 3.

La suddetta multiplicazione potrebbe farsi più speditamente in questo modo. Si raddoppiano i 13 quattrini, che fanno 26, e multiplicasi 356 per 26; dal prodotto si separa l'ultimo numero, ch'esser dee diviso per metà; ed il rimanente sarà il costo cercato della Carne. Eccone l'esempio.

```
  356.
   26.
 -----
 2136.
 712.
 -----
 925:6.
 -----
 9:25:3.
```

Multiplicato 356 per 26, il prodotto è 9256. Separato l'ultimo numero 6, restano bajocchi 925. Il 6, come ultimo numero, deesi divider per metà, cioè toglierne 3; onde restano 3 quattrini, e ne viene in tutto la somma ₰ 9 : 25 : 3. In questa guisa dovrà regolarsi ciascuno in qualunque altra multiplicazione de' quattrini, che non potrà errare.

§. VIII. DEL

§. VIII.

DEL DIVIDERE LE FRAZIONI.

Sia da dividersi la frazione $\frac{3}{4}$ per la frazione $\frac{3}{18}$. Si scriva la frazione $\frac{3}{18}$, che serve per divisore; ma scrivasi rovesciata nella seguente maniera $\frac{18}{3}$. Ciò fatto, il numeratore dell'una frazione si multiplichi col numeratore dell' altra, cioè 3 per 18; ed il prodotto sarà 54. Il denominatore dell'una frazione si multiplichi dappoi col denominatore dell'altra, cioè 4 per 3; ed il prodotto, che sarà 12, servirà per denominatore al rotto 54: onde sarà di quoziente $\frac{54}{12}$, cioè $4:\frac{6}{12}$.

Se si avesse a dividere un intero 7 per una frazione $\frac{2}{3}$, si multiplica il denominatore 3 della frazione per l'intero 7; ed al prodotto 21 si sottoscrive il numeratore 2 della frazione dividente, ed avrassi il quoziente cercato $\frac{21}{2}$.

Pare a taluno cosa strana, che il prodotto delle frazioni sia minore del multiplicatore, quando il quoziente è maggiore del diviso, succedendo il contrario negl'interi. Ma si debbono considerar le definizioni della multiplicazione, e della divisione per bene appagar l'intelletto. La multiplicazione importa, che il prodotto contenga il numero multiplicato tante volte, quante il multiplicatore contiene l'unità, come apparisce dalla prova della multiplicazione fatta per la divisione, dove, se il prodotto dividasi pel suo multiplicatore, il quoziente sarà uguale al multiplicato, ed all' opposto. Ma nelle frazioni il multiplicatore contiene l'unità meno di una volta; dunque il prodotto ancora conterrà il multiplicato meno di una volta, e perciò il detto prodotto sarà meno del multiplicato. Similmente la divisione importa, che il quoziente contenga l'unità tante volte, quante

quante il dividendo contiene il divisore. Ma nelle frazioni il dividendo contiene il divisore più volte di quello sieno le unità nel medesimo divisore; dunque ancora il quoziente conterrà più unità di quello sia il dividendo: e per conseguenza il quoziente sarà maggiore del divisore, come apparisce nell'esempio soprapposto.

§. IX.

DEL TRASMUTARE LE FRAZIONI.

Trasmutar le frazioni vuol dire *da un denominatore farle passare in un altro*. Sia dunque da tramutarsi la frazione $\frac{3}{7}$ alla denominazione 12. Si multiplica il 3 numeratore della frazione $\frac{3}{7}$ pel denominatore desiderato 12. Il prodotto 36 si dee dividere per 7 denominatore della frazione $\frac{3}{7}$, ed il quoziente 5 sarà il numeratore della frazione trasmutata, cioè $\frac{5}{12}$. Se il quoziente 5 esprime esattamente il dividendo 36, dicesi trasmutazione *esatta*; ma, se non l'esprime esattamente, si dice *approssimante*, qual è appunto $\frac{5}{12}$. Questa trasmutazione non è assolutamente necessaria; ma serve di molto, quando le denominazioni sono strane, per ridurle alle denominazioni praticate. I Mercadanti sempre segnano i rotti per mezzo quattrino, essendo cosa insensibile; onde questa regola è stata insegnata per le cose di rilievo, e per quando si vuol fare il calcolo esatto.

:(o):

CAPI-

CAPITOLO IX.

§. I.

DELLE FRAZIONI DECIMALI.

Quella frazione si dice *decimale*, la quale ha per denominatore uno di questi numeri, cioè 10, 100, 1000, 10000, 100000, ec.

Nelle frazioni decimali non si scrive il denominatore, ma il solo numeratore: come, se si avesse a scrivere $3\frac{7}{100}$. Si separano gl' interi da' rotti con un punto; poi si segnano i rotti con quest' avvertenza, che ne' rotti vi sieno tante note, quanti zeri ha il denominatore; e se non vi sono dalle frazioni, si aggiungono tanti zeri avanti a' rotti, finchè tra' zeri, e note frazionarie giungasi al numero de' zeri, che sono nel denominatore. Perciò, dovendosi scrivere $3\frac{7}{100}$, fassi 3.07; invece di scriver $3\frac{29}{100}$, scrivesi 3.29; invece di $7\frac{54}{1000}$, si fa 7.054. Così ancora invece di $4\frac{527}{10000}$, fassi 4.0527, ec. Il più delle volte, oltre i zeri, scrivonsi dopo le note frazionarie gli *Apici*, de' quali se ne segnano tanti, quanti sono i zeri del denominatore. Gli apici poi si segnano così. Invece di scrivere 3.75, si fa $3.75''$; invece di far 3.8, fassi $3.8'$; invece di 7.054, scrivesi $7.54'''$. Dunque gli apici sono quelle virgolette formate a guisa d'apostrofe; e quanti sono gli apici dopo le note frazionarie, altrettanti zeri debbono essere nel denominatore. Il numero degli apici aggiunti alla decimale chiamasi *Indice della decimale*. Il tutto è manifesto nel nostro Stato, ch' essendo i bajocchi rotti degli scudi, si segnano col separarli con uno, o due punti. Il che significa, essere i bajocchi tanti centesimi, de' quali ogni cento fa uno scudo. Quindi ne viene, che, dovendosi ridurre i bajocchi agli scudi, basta separar le due ultime note.

§. II.

DEL RIDURRE LE FRAZIONI A DECIMALI.

Sia la frazione 107 — 524 da ridursi ad una decimale, il cui denominatore sia 1000 : si fa così. Prima al numeratore della frazione 107 s' aggiungono tanti zeri, quanti ne ha il dato denominatore 1000, ed avrassi di prodotto in tutto 107000. Questo prodotto poi deesi dividere pel denominatore della frazione 524, ed il quoziente 204 sarà il numeratore del denominatore 1000.

524.) 107000. (204.
2200.
104.

Dunque sarà la frazione 107 — 524 ridotta a decimale 0.204‴. Se la decimale esprime giustamente il valore della frazione, cioè, se nella divisione non rimane alcun rotto, dicesi *esatta*. Quando avanzano de' rotti, che si lasciano, come parti insensibili, chiamasi *approssimante*. S' avverte, quando è approssimante, di prender sempre quel numero, che supera, per divisore, come ora si è fatto nel soprapposto esempio, dove abbiam preso 204, e non 205, quantunque n' avanzino 104, perchè, per fare un sano volendone 524, ne mancano 420. Dove chiaramente si vede, ch' è più quel, che manca, di quello che rimane; perciò è stato preso per numeratore 204, e non 205. Che se fosse stato più quello, che avanzava, di quel che mancava, sarebbe stato preso 205, e non 204.

§. III.

DEL RIDURRE LE DECIMALI ALLA MEDESIMA DENOMINAZIONE.

Se si volessero ridurre alla medesima denominazione le seguenti decimali 3.4, 0.5644, 5.436, ed ancora un intero 45; per far questa riduzione, basta aggiugnere a quelle frazioni, che hanno meno note frazionarie, tanti zeri, quanti bastino, acciocchè tutte abbiano la stessa quantità di note frazio-

frazionarie. Nel soprapposto esempio la frazione maggiore è 0.5644, perchè di quattro note. Dunque alla frazione 3.4 si aggiugneranno tre zeri, e sarà di quattro note. Alla frazione 5:436 aggiugnerassi un zero, e sarà di quattro note. Saranno perciò 3.4000, 0.5644, 5.4360. L'intero 45 ridotto sarà 45.0000. Prima di passar più avanti, deesi avvertire, che, se nelle frazioni decimali non vi sono i sani, prima di scriver le decimali, o l'indice delle decimali, scrivesi un zero in luogo de' sani, e questo si separa con un punto dalle frazioni, come se fosse sano. Questo si fa per togliere ogni errore, che mai potesse accadere nel leggerle.

§. IV.

DEL SOMMARE LE DECIMALI.

Per sommare le decimali, prima si riducono alla medesima denominazione; indi si sommano. Come, se si avessero a sommare le seguenti frazioni 0.03, 0.004, si riducano alla medesima denominazione, e sarà 0.030, 0.004. Or si stendano, come si fa per sommare i sani, e sarà fatto il tutto.

030.
004.

Somma 034.

§. V.

DEL SOTTRARRE LE DECIMALI.

Per sottrarre le decimali, prima si riducono alla medesima denominazione, come si è insegnato dissopra; di poi la decimale minore si sottrae dalla maggiore. Come, se si volesse sottrarre 0.004 da 0.03, si riducono alla medesima denominazione, e ne viene 0.004, e 0.030. Quindi si stendono, come i sani, in modo di sottrarre.

030.
004.

Differenza. 026.

Dunque, ſottratto 0.004 da 0.030, avremo di differenza 0.026. Così operaſi in qualunque altra frazione decimale.

§. VI.

DEL MULTIPLICARE LE DECIMALI.

Dovendo multiplicarſi la decimale 3.475 per la decimale 0.63, ſi fa, come ſi multiplicano i ſani, con queſta ſola eccettuazione, che al prodotto ſi ſeparano tante note a mano deſtra, quante ſono le note frazionarie del multiplicato, e del multiplicatore, come chiaro ſi vede nella preſente figura.

3.475.
0.63.

10425.
20.850.

2.18925.

Dunque il prodotto ſono 2 ſani, e 18925 centomilleſimi. La ſuddetta multiplicazione de' decimali notiſi bene, perchè è utiliſſima nell'Agrimenſura, come ſi dirà nel proprio luogo al Capitolo terzo del ſecondo Trattato, dove più chiaramente verrà ſpiegata.

§. VII.

DEL DIVIDERE LE DECIMALI.

Sia da dividerſi 0.3 per 5.608. Per far detta diviſione operaſi, come negl' interi, ma con queſta cautela, che il quoziente aver dee tante note frazionarie, quante il dividendo ne ha più del diviſore. Perciò, quando il dividendo ne do ne ha meno, s'accresce coll'aggiunta degli zeri, i quali debbono esser tanti, che il dividendo nelle sue note sia superiore al divisore, come nel soprapposto esempio, dove il divisore è composto di quattro note, cioè 5.608. Perciò nel dividendo si metteranno cinque zeri, ed allora sarà il dividendo 0.300000. Se ne possono aggiugnere ancora quattro, sei, sette, ec., purchè, come si diceva, quante note ha il dividendo più del divisore, tante sieno nel quoziente, e non più, giacchè più non possono esser giustamente, se non rarissime volte. Ciò fatto, sarà dunque il dividendo 0.300000, e'l divisore 5.608. Dividiamo.

5608.) 300000. (53 *Quoziente*.
19600.
2776.

E' dunque il quoziente cercato 0.053, perchè il dividendo era 3, e coll'aggiunta degli zeri nella divisione, abbiamo per quoziente 53 più del dovere. Per dare al denominatore il giusto valore, si segnerà un zero ancora avanti, e farassi 0.053. Se poi al dividendo fosse stato aggiunto un altro zero, perchè allora il quoziente sarebbe stato 534, bisognava porre avanti due zeri, e scrivere 0.00534. Quest'ordine di aggiugner gli zeri si tenga sempre, quando nel quoziente vi saranno più note di quelle avesse il dividendo prima della divisione. Ma, perchè in questa maniera di dividere i rotti decimali non mai, oppure rarissime volte occorre, che non vi sieno rotti, i quali non s'abbiano da lasciare inconsiderati; però sarebbe meglio far la divisione de' rotti, com'è stato insegnato nel Capitolo VIII., perchè allora la divisione verrà esatta ancora nelle parti minime. Se poi fosse necessario il rotto decimale, e non altro, allora operasi, come dissopra fu indicato. Avvertasi, che i sani si dividono, e multiplicansi, come se anch'essi fossero decimali, senz'alcun riguardo, conforme vedesi fatto nel soprapposto esempio.

Ho voluto dar questa breve cognizione delle frazioni decimali, non solo perchè le troveremo utili nel decorso di cotesta Operetta, ma inoltre perchè sono necessarie per intendere alcuni Libri de' Filosofi moderni; dove *passim* leggonsi queste frazioni.

CAPITOLO X.

DELLA REGOLA AUREA, DETTA *DEL TRE*.

LA presente regola *del Tre* dovrebb' esser posta dopo aver trattato delle *proporzioni Geometriche*, altro ella non essendo, che regola di proporzione. Ma, siccome di questa regola in Aritmetica, ed in pratica se ne fa un uso speciale per la sua utilità, e necessità, così ho giudicato spediente trattarne a parte in questo Capitolo, e diffondermi a spiegarne tutti gli accidenti, che in essa occorrer possono, in questa guisa recando a' Principianti, che bramano saperla, maggior lume, e chiarezza.

Regola dunque *del Tre* altro ella non è, che cercare la proporzione, che passa tra uno, ed un altro numero, essendone già dati due della medesima uguaglianza; cioè cercare quella differenza, che passa tra due numeri già posti, ed un altro numero posto, ed uno nò. Come, dati questi due numeri 3, 6, dove già sappiamo la proporzione, che passa tra il 3, ed il 6, sono perciò noti, che numeri sieno. Ma, posto un altro numero 5 parimente noto, di questo 5 cercasi qual ne sia il corrispondente a proporzione del 3 al 6, che sarebbe il 10; perchè, siccome il 3 entra due volte nel 6, così il 5 entra due volte nel 10. Dicesi *regola del Tre*, perchè si pongono tre proporzionali, come 3 : 6 : : 5? che si leggono così. Se 3 mi dà 6, quanto mi darà 5? Trovatosi poi, che dà 10, si scrivono così 3 : 6 : : 5 ? 10. Onde colla regola del Tre non altro si fa, che ritrovare il quarto proporzionale da' tre numeri dati.

Ciò presupposto, insegnar deesi 'l modo di ritrovare il quarto proporzionale. Prima debbo indicare il nome de' proporzionali, dandone l'esempio. Sieno i proporzionali 3 : 6 : : 4 : 8. I Filosofi, ed i Matematici dicono il 3 *primo antecedente*: il 6

primo

primo conseguente: il 4 *secondo antecedente*: e l'8 *secondo conseguente*: il 3, e l'8 *estremi proporzionali*: il 6, ed il 4 *mezzi proporzionali*. Noi per non far confusione diremo il 3 *primo proporzionale*: il 6 *secondo proporzionale*: il 4 *terzo proporzionale*: l'8 *quarto proporzionale*. Per trovar dunque il quarto proporzionale, ove consiste la regola del Tre, si multiplica il terzo proporzionale pel secondo, il prodotto si parte pel primo proporzionale, ed il quoziente sarà il quarto proporzionale cercato. Diamone l'esempio. Sieno dati i tre seguenti proporzionali 7 : 16 : : 13? Per ritrovare il quarto proporzionale si multiplicheranno i due ultimi proporzionali, cioè 13 per 16.

	13.
	16.
	78.
	13.
Prodotto	208.

Ora il prodotto de' due ultimi proporzionali 208 deesi partire pel primo proporzionale, ch'è 7, ed il quoziente sarà il quarto proporzionale cercato.

7.) 208. ($29\frac{5}{7}$ *Quoziente*.
68.
5.

Dunque il quarto proporzionale de' dati proporzionali 7:16::13? sarà il quoziente $29\frac{5}{7}$.

Poniamo un altr'esempio per maggior chiarezza. Sieno i tre dati proporzionali 8 : 13 : : 18? Deesi ritrovare ora il quarto proporzionale. Si multiplichino i due ultimi proporzionali, cioè 18 per 13.

$$\begin{array}{r} 18. \\ 13. \\ \hline 54. \\ 18. \\ \hline \end{array}$$

Prodotto 234.

Il prodotto 234 si divida pel primo proporzionale, ch'è 8.

$$8.\ )\ 234.\ (\ 29\tfrac{2}{8}$$
$$74.$$
$$2.$$

Dunque il quarto proporzionale degli 8 : 13 :: 18 sarà il quoziente $29\frac{2}{8}$. Detti proporzionali si scrivono nella seguente maniera.

$$8 : 13 :: 18 ? 29\tfrac{2}{8}.$$

Parmi avere a sufficienza spiegato, come s'abbia a ritrovare il quarto proporzionale, ch'è lo stesso di formare la regola del Tre. Discendiamo dunque ad applicar detta regola del Tre in varie sperienze. Ma prima d'ogni altra cosa sappiasi, che detta regola del Tre è di varie specie. Prima si divide in *semplice*, e *composta*: la semplice in *diretta*, e *rovescia*: la composta in *diretta composta*, e *rovescia composta*. Secondo la varietà di detta regola si dividerà il nostro discorso in differenti Capitoli, in ciascuno de' quali daremo diversi esempj. In fine aggiugneremo la regola *delle Compagnie*, ch'è una certa specie della regola del Tre diretta composta.

CAPI-

CAPITOLO XI.

DELLA REGOLA DEL TRE SEMPLICE DIRETTA.

Esempio.

PIETRO ha tenuto per lo spazio di 3 mesi 9 scudi a negozio, e v'ha guadagnati 16 scudi. Ora cerca, quanto avrebbe guadagnato, se teneva a negozio i detti 9 scudi per un anno, cioè 12 mesi?

PEr far detta sperienza, debbonsi prima scrivere i 3 mesi: appresso si segnano i 16 scudi di guadagno: e finalmente i 12 mesi. Ciò fatto, si cerchi il quarto proporzionale, ch'è il fruttato di un anno. Il numero 9 ponesi prima dei proporzionali, unicamente per sapere, quanto sia il Capitale; onde non entrando nella proporzione, si separa con una, o due lineette, affinchè non confonda i proporzionali medesimi.

Proporzionali 9 — 3 : 16 : : 12?

Ora deesi multiplicare il terzo proporzionale 12 pel secondo proporzionale 16, come si è insegnato dissopra.

$$\begin{array}{r} 12. \\ 16. \\ \hline 72. \\ 12. \\ \hline \textit{Prodotto}\ 192. \end{array}$$

Il prodotto de' due ultimi proporzionali 192 deesi partire pel primo proporzionale 3, come già fu indicato.

3.) 192. (64 *Quoziente.*
12.

Il quoziente 64 è il quarto proporzionale cercato. Dunque ne siegue, che, se *Pietro* in 3 mesi con 9 scudi ne guada-

gnò

gnò 16, co' medesimi 9 scudi in un anno ne avrebbe guadagnati 64. Così poi scrivansi i detti proporzionali.

9 — 3 : 16 : : 12 ? 64.

Ciascuna delle soprannomate regole del Tre suole apportare qualche difficoltà ai Principianti, perchè non sanno, come s'abbiano a disporre i proporzionali. Sappiasi dunque, che quel numero proporzionale, di cui si cerca qualche cosa; o, per meglio dire, muovesi il dubbio, o si fa questione, sempre esser dee il terzo proporzionale. Come se si dicesse; 5 scudi m' hanno fruttato scudi 30; quanto mi frutteranno 50 scudi? Ove chiaramente si vede, che non già nel 5, e nemmeno nel 30 sta la lite, ma bensì nel 50. Dunque il 50 esser dee il terzo proporzionale. Il primo proporzionale debb'esser quel numero, che produce un effetto simile al terzo proporzionale, come nel soprapposto esempio, dove il 5 produce un effetto simile al 50; perchè, siccome del 50 si cerca quanto frutterebbe, così del 5 si suppone quanto abbia fruttato. Dunque il 5 dovrà essere il primo proporzionale. Da ciò ne segue, che il 30 debba essere il secondo proporzionale. V'è ancora la regola per sapere, qual sia il secondo proporzionale. Imperocchè, siccome quella cosa, che si cerca dal terzo proporzionale, è il quarto proporzionale; così quella cosa, che fu prodotta da un altro numero, secondo che produrrà dal quarto proporzionale, sarà il secondo proporzionale. Come nel citato esempio, il 5 ha guadagnato 30; però 30 sarà stato fatto dal 5, siccome il quarto proporzionale sarà fatto dal 50. Dunque il 30 sarà il secondo proporzionale. Potrebbe un Principiante incorrere in un'altra difficoltà intorno al primo proporzionale, e sarebbe. Se per esempio si cercasse: 8 scudi in 3 mesi m' hanno fruttato 15 scudi, quanto mi avrebbero fruttato in 12 mesi? Potrebbe quì confondersi il Principiante dubitando, se il numero 8, ovvero il 3 debba essere il primo proporzionale? Ma, se ben s' avverte, il numero 8 non produce un effetto simile al terzo proporzionale 12, cioè i mesi, di cui fassi il quesito; o domanda. Dunque 8 non può essere il primo proporzionale, confor-

conforme alla regola data dissopra, ma sarà il 3, che produce un effetto simile al 12, perchè, siccome il 12 dee dare il guadagno, così il 3 già lo ha dato. Il numero 8 mettesi prima de' proporzionali, separato da essi con nna, o due lineette, come si è insegnato nel primo esempio. Il detto numero non conta cosa alcuna, ma solamente indica la quantità del Capitale. Diamone un

Altr' esempio.

GIOVANNI ha tenuti per lo spazio di mesi 3 scudi 9 a negozio, e v' ha guadagnati 16 scudi. Ora cerca, quanto v'avrebbe guadagnato in un anno, cioè in 12 mesi?

Scrivansi prima i mesi 3: poi gli scudi 16 di guadagno: finalmente i 12 mesi. Ciò fatto, si cerchi il quarto proporzionale, perchè il quarto proporzionale sarebbe stato il guadagno di detto *Giovanni*. Scriviamo dunque i

Proporzionali 9 ⫶ 3 : 16 : : 12?

Debbonsi ora multiplicare i due ultimi proporzionali, cioè 12 per 16, com'è stato insegnato dissopra.

12.
16.
———
72.
12.
———
Prodotto 192.

Ciò fatto, deesi partire il prodotto 192 pel primo proporzionale, ch'è 3.

3.) 192. (64 *Quoziente*.
12.

Il quoziente 64 è il quarto proporzionale cercato. Dunque ne segue, che, se *Giovanni* in 3 mesi con 9 scudi ne guadagnò 16, co' medesimi 9 scudi in un anno ne avrebbe guadagnati 64. I detti proporzionali dopo fatta l'operazione si scrivono così. 9 ⫶ 3 : 16 : : 12? 64.

CAPITOLO XII.

DELLA REGOLA DEL TRE ROVESCIA SEMPLICE.

Esempio.

Il Fornajo, quando il Grano vendesi scudi 5 il rubbio, dà 9 once di Pane a baiocco. Cercasi ora, quante once dar ne dee, quando il Grano si vende 7 scudi il rubbio?

Ognuno ben comprende, che, crescendo il prezzo del Grano, dee calare il peso del Pane. Così ancora, calando il prezzo del Grano, cresce il peso del Pane. Quindi è, che in questo Capitolo la regola del Tre procede diversamente dalla passata; onde, se quella dicevasi *diretta*, questa si dice *rovescia*, perchè o si hanno a rovesciare i numeri proporzionali, collocando il primo in terzo luogo, ed il terzo nel primo luogo, ovvero col multiplicare i primi due proporzionali, e partire il prodotto pel primo proporzionale, giacchè, in qualunque di queste due maniere si operi, il quoziente sempre sarà il medesimo. Ma noi, per non mutar l'ordine tenuto nelle sperienze passate, e che terremo in avvenire, useremo questa regola del Tre *rovescia* col mutare il primo proporzionale in terzo luogo, ed il terzo nel primo; e poi multiplicheremo i due ultimi proporzionali, cioè il terzo pel secondo, e divideremo il prodotto pel primo proporzionale. Scriviamo dunque così i

Proporzionali 7 : 9 : : 5?

Si multiplichino i due ultimi proporzionali.

9.
5.

Prodotto 45.

Il prodotto si divida pel primo proporzionale.

7.) 45. ($6\frac{3}{7}$ *Quoziente.*
3.

Il

Il quoziente ſarà il quarto proporzionale cercato, e la quantità delle once del Pane, che dee dare il *Fornaio* a bajocco, pagando il Grano 7 ſcudi il rubbio, ſe, quando il Grano ſi vende 5 ſcudi, ne dà once 9; dunque

$$5 : 9 : : 7 ? 6 \frac{3}{7} .$$

Altr' eſempio.

Un Capitano con 357 ſcudi mantiene 150 Uomini 3 meſi. Quanto tempo col medeſimo denaro manterrà 38 Uomini?

Ancor quì la regola del Tre è roveſcia, perchè, calando il numero degli Uomini, dee creſcere il tempo. Dunque dovranno ſcriverſi i proporzionali così.

$$357 = 38 : 3 : : 150 ?$$

Si multiplichino i due ultimi proporzionali.

	150.
	3.
Prodotto	450.

Il prodotto ſi divida pel primo proporzionale.

38.) 450. (11 $\frac{32}{38}$ *Quoziente.*
70.
32.

Il quoziente ſarà il quarto proporzionale cercato, ed il tempo, che un *Capitano* potrebbe mantenere 38 Uomini con 357 ſcudi, ſe colla medeſima ſomma manteneva 150 Perſone 3 meſi; dunque

$$357 = 150 : 3 : : 38 ? 11 \frac{32}{38} .$$

Una ſola coſa s'avverta per queſto Capitolo. Arrivatoſi a far tutta l'operazione, i proporzionali non ſi debbono più ſcrivere roveſciati, ma diretti, come propriamente vanno ſcritti, affinchè uno non reſti ingannato in leggerli, leggendoli per diretti, quando in realtà ſono roveſciati, come vedesi essere stato praticato ne' soprapposti esempj. Si osservi anche il denaro 357 posto avanti i proporzionali, separato con due lineette, perchè il denaro non entra nel quesito, se non per accidente, mentre tutto il quesito ravvolgesi nel tempo, e nella diversa quantità degli Uomini.

CAPITOLO XIII.

DELLA REGOLA DEL TRE DIRETTA COMPOSTA.

Esempio.

Pietro con 40 scudi in 3 mesi ne ha guadagnati 57. Ora cerca, quanti scudi avrebbe guadagnati con 174 scudi in un anno?

Questo quesito dee risolversi in due parti. Si dee prima cercare, quanto guadagnerebbe con 40 scudi in un anno, e poi cercare, quanto guadagnerebbe con 174 scudi parimente in un anno? Ovvero all'opposto si dee prima cercare, quanto guadagnerebbe con 174 scudi in mesi 3, se con 40 scudi ne guadagna 57, e poi cercare, quanto guadagnerebbe in un anno, se in 3 mesi guadagna tanti scudi? La ragione è chiara, perchè detto quesito s'abbia a risolvere in due parti; poichè altro è cercare, quanto avrebbe guadagnato in un anno, se tanto guadagna in 3 mesi, ed altro è cercare, quanto avrebbe guadagnato con 174 scudi, se con 40 scudi ha guadagnato tanto. Perciò detta regola del Tre dicesi *composta*, e perchè ambi i quesiti sono diretti, chiamasi *diretta composta*. Dunque prima cercheremo, quanto guadagnerebbe con 40 scudi in un anno, se in 3 mesi guadagna scudi 57? Facciasi dunque il quesito così.

$$40 = 3 : 57 :: 12?$$

Si multiplichino i due ultimi proporzionali.

12.
57.

84.
60.

Prodotto 684.

Il prodotto ſi divida pel primo proporzionale.

3.) 684. (228 *Quoziente*.
8.
24.

Il quoziente è il quarto proporzionale cercato; dunque ſi ſcriva così detta proporzione.

40 ⩵ 3 : 57 : : 12? 228.

Nel primo queſito v'erano due difficoltà. Una circa il tempo di 3 in 12 meſi. L'altra nella diverſità della ſomma di 40 in 174 ſcudi. La difficoltà del tempo è ſtata ſpianata col ridurre il guadagno di 3 in 12 meſi. Reſta ora a ſoddisfare all'altra parte del queſito della diverſità della ſomma, il quale al preſente formaſi così. Se 40 ſcudi in un anno mi fruttano 228 ſcudi, quanto mi frutteranno 174 ſcudi? Si formi il queſito, e poi ſi trovi il quarto proporzionale.

12 ⩵ 40 : 228 : : 174?

Si multiplichino i due ultimi proporzionali.

174.
228.

1392.
348.
348.

Prodotto 39672.

Il prodotto ſi divida pel primo proporzionale.

40.)

$$\begin{array}{l} 40.\ )\ 39672.\ (\ 991\ \frac{32}{40}\ \textit{Quoziente}. \\ \quad\quad 367. \\ \quad\quad\quad 72. \\ \quad\quad\quad 32. \end{array}$$

Il quoziente è il quarto proporzionale cercato. Dunque

$$12 = 40 : 228 :: 174 ?\ 991\ \frac{32}{40}.$$

Fatto tutto il calcolo, ſarebbe molto ben fatto lo ſcrivere i proporzionali così.

$$3 = 40 : 57 :: 12 = 174 ?\ 991\ \frac{32}{40},\ \text{ovvero}\ \frac{4}{5}.$$

Dunque, ſe *Pietro* in 3 meſi con 40 ſcudi ne ha guadagnati 57, in 12 meſi con 174 ſcudi avrebbe guadagnati ſcudi 991 $\frac{32}{40}$, cioè ſcudi 991, baj. 80. Dapprincipio del queſito doveanſi ſcrivere i proporzionali, come ſi è fatto quì in ultimo; ma è ſtato tralaſciato per non far confuſione.

CAPITOLO XIV.

DELLA REGOLA DEL TRE ROVESCIA COMPOSTA.

Eſempio.

Un CAPITANO mantiene 135 Uomini per meſi 5 con 380 ſcudi. Ora cerca, quanto tempo manterrà 75 Uomini con 456 ſcudi?

QUeſto è un queſito, che contiene due difficoltà: l'una in quanto al tempo, l'altra in quanto al denaro. Primieramente ſi cerca, ſe 380 ſcudi mantengono per 5 meſi 135 Uomini, quanto tempo ſi manterranno detti Uomini con 476 ſcudi? In ſecondo luogo cercaſi, ſe 135 Uomini ſi mantengono tanto tempo, quanto altro tempo ſi manterranno 75 Uomini? Queſta regola del Tre diceſi *compoſta*, perchè contiene due queſiti in uno. Si dice poi *roveſcia*, perchè il ſecondo queſito eſſer dee roveſciato; mentre, calando gli Uomi-

Uomini, non cala il tempo, ma cresce. E non importa, che il primo quesito sia *diretto*, poichè, per dirsi regola del Tre *composta rovescia*, basta, che una parte sia rovescia. Spianeremo dunque in primo luogo la difficoltà in quanto al tempo, che è della regola del Tre *diretta*, perchè, quando cresce il denaro, cresce ancora il tempo. Diremo perciò così.

380 : 5 : : 456?

Si multiplichino i due ultimi proporzionali.

456.
5.

Prodotto 2280.

Il prodotto dividasi pel primo proporzionale.

380.) 2280. (6 *Quoziente*.
0.

Il quoziente sarà il quarto proporzionale cercato, ed il tempo, in cui un *Capitano* potrebbe mantenere 135 Persone con 456 scudi, se con 380 scudi mantiene dette Persone 5 mesi.

Trovata la differenza del tempo col denaro, per cui si è soddisfatto alla prima parte del quesito, resta ora a soddisfare alla seconda parte circa la differenza degli Uomini col tempo. Questo quesito si formerà così. Se un *Capitano* mantiene 135 Uomini per 6 mesi, quanto tempo manterrà 75 Uomini? Quì chiaramente vedesi, che la regola del Tre è *rovescia*, perchè, calando gli Uomini, non cala il tempo, ma cresce. Dunque si stenderanno così i proporzionali.

75 : 6 : : 135?

Si multiplichino i due ultimi proporzionali.

135.
6.

Prodotto 810.

Il prodotto si divida pel primo proporzionale.

75.) 810. (10 $\frac{60}{75}$ *Quoziente*.
60.

Il quo-

Il quoziente ſarà il quarto proporzionale cercato, ed il tempo, che un *Capitano* manterrà 75 Soldati con 456 ſcudi, ſe con 380 ſcudi manteneva 135 Soldati 5 meſi; onde ridotta la frazione ſarà di tempo meſi 10, giorni 24.

E' ſtato detto, che la frazione $\frac{60}{75}$ de' meſi, ridotta a' giorni, porta giorni 24. Affinchè ciò non reſti mai oſcuro a' Principianti, avvertaſi, che, ſiccome la frazione degli ſcudi ſi riduce a' bajocchi col multiplicarla per 100, cioè coll' aggiugnere due zeri, e la frazione de' bajocchi riduceſi a' quattrini col multiplicarla per 5, conforme è ſtato inſegnato nel Capitolo v., così la frazione de' meſi dovraſſi multiplicar per 30, perchè ogni meſe porta 30 giorni: imperciocchè ogni ſcudo porta 100 bajocchi, ed ogni bajocco 5 quattrini. Multiplicando dunque 60, frazione de' meſi, nel ſoprappoſto eſempio per 30, avremo di prodotto 1800, che diviſo per 75 porta appunto di quoziente 24, il quale, perchè il dividendo fu ridotto a' giorni, formerà 24 giorni.

CAPITOLO XV.

§. I.

REGOLE DA OSSERVARSI, QUANDO NE' PROPORZIONALI VI SONO I ROTTI.

Eſempio.

Tizio ha comprate libbre $45\frac{1}{3}$ *di ferro a baj.* 8, *e quattrini* 2 *per libbra. Cerca, quanto debba pagare in tutto?*

SI ſcrivano in primo luogo i proporzionali.

$$1 : 8\frac{2}{5} :: 45\frac{1}{3}\ ?$$

Si multiplichino i due ultimi proporzionali nel modo inſegnato al Capitolo VIII. *Del multiplicare i rotti, e ſani inſieme.*

8:2_5.

```
  8 :  2 —  5.
 45 :  1 —  3.
--------------
 40 :
32  :
 18 :  = —  5.
  2 :  2 —  3.
     ---------
    :  2 — 15.
    : 10 — 15.
--------------
380 : 12 — 15.
```

Il prodotto ricavato di baj. 380 : 12 — 15, cioè 4 — 5, sarà il costo di libbre $45\frac{1}{3}$ di ferro a bajocchi 8, e quattrini 2 la libbra, che sarebbero scudi 3, baj. 80, e quat. 4. Il prodotto 380 : 12 — 15 nel presente caso non occorre dividerlo pel primo proporzionale, perchè, il primo proporzionale essendo 1, non fa divisione, com'è manifesto per se stesso.

Benchè la detta regola di multiplicare i rotti, quando questi si trovino ne' proporzionali, sia buonissima, può cagionar tuttavia confusione alle volte, e molta fatica. Insegneremo perciò altre regole adattate a questo proposito; e perchè i rotti ne' proporzionali si possono ritrovare in sei diverse situazioni, cioè nel primo solamente, o nel secondo solamente, o nel terzo solamente, oppure nel terzo, e nel primo, o nel terzo, e secondo, o nel primo, e secondo, o in tutti tre i proporzionali: perciò porremo in questo Capitolo sei regole speciali pe' rotti della regola del Tre. Sia dunque

§. II.

REGOLA PRIMA.

QUANDO I ROTTI SONO SOLAMENTE NEL PRIMO, O NEL SECONDO PROPORZIONALE.

Esempio.

Tizio vuol comprare 17 braccia di Tela a baj. 6., e quat. 3. il braccio. Cerca, quanto importeranno?

Questa è la prima regola de' rotti, che si trovano nella regola del Tre. Per render dunque facile in tal caso la regola del Tre, bisogna toglier via i rotti. I rotti, che stanno nel primo, o nel secondo proporzionale solamente, si tolgono col multiplicare i sani del primo, e del secondo proporzionale col denominatore de' rotti, ed al prodotto di quel proporzionale, a cui è annesso il rotto, bisogna aggiugnere il numeratore de' rotti. Scriviamo i

Proporzionali $1 : 6\frac{3}{5} :: 17?$

Nel caso presente bisogna multiplicare il sano 6 del secondo proporzionale col denominatore della frazione, ch'è 5, ed avrassi di prodotto 30; unitosi a questo prodotto il numeratore della frazione, ch'è 3, avremo 33 per secondo proporzionale. Ciò fatto, bisogna multiplicare il primo proporzionale col denominatore della frazione annessa al secondo proporzionale, cioè 1 per 5, ed avremo di prodotto 5. Fattosi tutto ciò, così si scriveranno i

Proporzionali $5 : 33 :: 17?$

Ridotti a tal termine i proporzionali, debbonsi multiplicare insieme i due ultimi, cioè 17 per 33.

$$\begin{array}{r} 17. \\ 33. \\ \hline 51. \\ 51. \\ \hline \end{array}$$

Prodotto 561.

II

Il prodotto si divida pel primo proporzionale, come si è fatto sempre pel passato.

5.) 561. (112 $\frac{1}{5}$ *Quoziente.*
6.
11.
1.

Il quoziente sarà il quarto proporzionale cercato, ed il prezzo, che Tizio dovrà pagare per 17 braccia di Tela, cioè scudo 1, baj. 12, quat. 1.

Diamo ora un esempio per quando i rotti sono nel solo primo proporzionale.

Esempio.

Antonio desidera sapere, quanto costeranno braccia 17 di Tela, se braccia 6 $\frac{2}{3}$ gli costano baj. 8?

$6\frac{2}{3} : 8 :: 17?$

Debbonsi togliere i rotti, come nel passato esempio, col multiplicare i sani del primo proporzionale pel denominatore de' rotti, ch' è 3, ed al prodotto 18 si dee aggiugnere il numeratore, che fanno 20. Multiplicasi di poi il secondo proporzionale 8 pel denominatore della frazione, ch'è 3, ed avremo di prodotto 24, al quale non si dee aggiugner cosa alcuna. Il terzo proporzionale si lascia, come ritrovasi, quando i rotti sono solamente nel primo, o nel secondo proporzionale. Dunque così si dovranno scrivere i detti

Proporzionali 20 : 24 :: 17?

Ridotti i sani de' due primi proporzionali alla denominazione de' rotti, debbonsi multiplicare insieme i due ultimi proporzionali.

$$\begin{array}{rr} & 17. \\ & 24. \\ \hline & 68. \\ & 34. \\ \hline \textit{Prodotto} & 408. \end{array}$$

Il prodotto ſi divida pel primo proporzionale.

$$20.\ )\ 408.\ (\ 20\tfrac{8}{20}\ \textit{Quoziente}.$$
$$8.$$

Il quoziente ſarà il quarto proporzionale cercato, ed il prezzo di braccia 17 di Tela. Onde ſi dirà: ſe braccia $6\frac{2}{3}$ coſtano bajocchi 8, braccia 17 coſteranno baj. 20, e quat. 2.

§. III.

REGOLA SECONDA.

QUANDO I ROTTI SONO NEL SOLO TERZO PROPORZIONALE.

Eſempio.

GIOVANNI ha comprate braccia $15\frac{1}{4}$ di Tela a baj. 8 il braccio. Cerca, quanto dovrà sborſare in tutto?

$$1 : 8 :: 15\tfrac{1}{4}\ ?$$

Queſta è la ſeconda regola pe' rotti, che ſi trovano nella regola del Tre, cioè quando i rotti ſono ſolamente nel terzo proporzionale. Per render dunque facile la preſente regola, biſogna ridurre i ſani del primo proporzionale alla denominazione de' rotti. Poſcia alla medeſima denominazione riduconſi ancora i ſani del terzo proporzionale, multiplicando i ſani col denominatore de' rotti; ed al prodotto aggiugneſi il numeratore, come fu inſegnato nel Capitolo VIII. al §. III. *Della frazione ſpuria*. Riduciamo dunque i detti ſani a' rotti così. Multiplichiamo l'intero 15 del terzo proporzionale col deno-

denominatore della frazione, ch'è 4, ed avremo di prodotto 60; a questo prodotto unita la frazione annessa, cioè il numeratore 1, sarà 61 per terzo proporzionale. Poi riduciamo l'intero 1 del primo proporzionale alla denominazione medesima de' rotti, ch'è 4, ed avremo di prodotto 4. Fatto tutto ciò, così si scriveranno i

Proporzionali 4 : 8 : : 61 ?

Si multiplichino i due ultimi proporzionali.

61.
8.
———
Prodotto 488.

Il prodotto si divida pel primo proporzionale.

4.) 488. (122 *Quoziente*.
8.
08.
0.

Il quoziente sarà il quarto proporzionale cercato. Onde *Giovanni* per braccia 15 $\frac{1}{4}$ di Tela dovrà spendere sc. 1. baj. 22, se un braccio costa bajocchi 8.

Altr' esempio.

TIZIO ha dati a censo scudi 5792 $\frac{3}{5}$ *a ragione di* 4 *scudi per* 100. *Cerca, quanto gli frutteranno all' anno?*

100 : 4 : : 5792 $\frac{3}{5}$.

In quest' esempio operar deesi, come nel passato. Riduciamo dunque in primo luogo i sani del terzo proporzionale alla denominazione de' rotti; cioè multiplichiamo 5792 per 5, ed avremo di prodotto 28960; a questo prodotto aggiunto il numeratore della frazione annessa, sarà 28963. Riduciamo ora il primo proporzionale alla denominazione de' rotti

rotti col multiplicar 100 per 5, ed avremo di prodotto 500. Ciò fatto, si dovranno scrivere i

Proporzionali 500 : 4 : : 28963?

Si multiplichino i due ultimi proporzionali.

$$\begin{array}{r} 28963. \\ 4. \\ \hline \end{array}$$

Prodotto 115852.

Il prodotto si divida pel primo proporzionale.

500.) 115852. (231 $\frac{352}{500}$ *Quoziente*.
1585.
852.
352.

Il quoziente sarà il quarto proporzionale cercato, e l'entrata di *Tizio* dà 5792 $\frac{1}{5}$ a ragione di 4 per 100, cioè l'entrata sarà di scudi 231, baj. 70, e quat. 2.

§. IV.

REGOLA TERZA,

QUANDO I ROTTI SONO NEL PRIMO, E SECONDO PROPORZIONALE.

Esempio.

TIZIO cerca sapere, quanto costeranno braccia 17 *di Tela, quando braccia* 2 $\frac{3}{4}$ *costano baj.* 7. $\frac{1}{5}$?

$2\frac{3}{4} : 7\frac{1}{5} : : 17?$

Questa è la terza variazione de' rotti, che si può trovar ne' proporzionali, cioè quando in ambedue i primi proporzionali sonovi i rotti. Per renderla facile, i sani di essi due primi proporzionali debbonsi ridurre alla denominazione della frazione annessa. Come nel soprapposto esempio, si dee multiplicare il sano 2 del primo proporzionale pel denominatore

natore della ſrazione anneſſa, ch' è 4; al prodotto 8 debbeſi aggiugnere il numeratore della frazione anneſſa, ch' è 3, e farà 11 per primo proporzionale. Poſcia deeſi multiplicare il ſano 7 del ſecondo proporzionale pel denominatore della frazione anneſſa, ch' è 5, ed avraſſi di prodotto 35, al qual prodotto aggiunto il numeratore della frazione anneſſa, ch'è 1, farà 36. Dopo di ciò così ſi ſcriveranno i

Proporzionali $\frac{11}{4}$: $\frac{36}{5}$: : 17?

Ridotti a tal ſegno i proporzionali, cioè i primi due, debbonſi ridurre alla medeſima denominazione, come fu inſegnato nel Capitolo VIII. al §. IV. *Del ridurre le frazioni alla medeſima denominazione*, multiplicando il numeratore dell' una col denominatore dell'altra, cioè 11 per 5, e 36 per 4; ed allora avremo i ſeguenti

Proporzionali 55 : 144 : : 17?

Scritti in tal guiſa i proporzionali ſenza il denominatore de' rotti, perchè non occorre più ſcriverlo, ſi dovranno multiplicare inſieme i due ultimi proporzionali.

$$\begin{array}{lr} & 144. \\ & 17. \\ \hline & 1008. \\ & 144, \\ \hline \textit{Prodotto} & 2448. \end{array}$$

Il prodotto ſi divida pel primo proporzionale.

$$\begin{array}{l} 55.\ )\ 2448.\ (\ 44\ \frac{28}{55}. \\ \quad\quad\ \ 248. \\ \quad\quad\quad 28. \end{array}$$

Il quoziente ſarà il quarto proporzionale cercato, ed il coſto di braccia 17 di Tela, quando braccia 2 $\frac{3}{4}$ coſtano baj. 7. e quat. 1: cioè braccia 17 coſtano baj. 44, e quat. 2 $\frac{6}{11}$.

§. V. Re-

§. V.

REGOLA QUARTA.

QUANDO I ROTTI SONO IN TUTTI TRE I PROPORZIONALI.

Esempio.

CAJO desidera sapere, quanto gli costeranno braccia 25 $\frac{1}{3}$ di Panno, mentre braccia 4 $\frac{2}{8}$ gli costano bajocchi 9 $\frac{3}{5}$?

$$4\frac{2}{8} : 9\frac{3}{5} :: 25\frac{1}{3}?$$

Per render facile questa quarta regola, prima si ridurranno i sani de' due primi proporzionali alla denominazione della frazione annessa, e poi si ridurranno alla medesima denominazione, come si è insegnato nella *regola terza* del presente Capitolo. Multiplichiamo dunque l'intero 4 del primo proporzionale col denominatore della frazione annessa, ch'è 8, ed avremo di prodotto 32; a questo prodotto aggiunto il numeratore della frazione annessa, ch'è 2, sarà 34 per primo proporzionale. Poi multiplichiamo l'intero 9 del secondo proporzionale col denominatore della frazione annessa, che è 5, ed avremo di prodotto 45; al qual prodotto aggiunto il numeratore della frazione annessa, ch'è 3, sarà 48. Ciò fatto, si scriveranno i proporzionali col proprio denominatore nella forma seguente.

$$\frac{34}{8} : \frac{48}{5} :: 25\frac{1}{3}?$$

Fatto tutto questo, i primi due proporzionali debbonsi ridurre alla medesima denominazione, multiplicando il numeratore dell'uno col denominatore dell'altro. Multiplichiamo dunque il numeratore 34 pel denominatore 5, ed avremo di prodotto 170 per primo proporzionale. Multiplichiamo poi il numeratore 48 pel denominatore 8, ed avremo di prodotto 384. Ridotti i primi due proporzionali alla medesima

desima denominazione, scrivonsi, come seguono, senza il proprio denominatore.

$$170 : 384 :: 25\tfrac{1}{3} ?$$

Ridotti i proporzionali a tal segno, bisogna operare, com'è stato insegnato nella *regola seconda* di questo Capitolo: cioè bisogna ridurre l'intero 25 del terzo proporziouale alla denominazione della frazione annessa, ch'è 3, ed avremo di prodotto 75; al qual prodotto deesi aggiugnere il numeratore della frazione annessa, ch'è 1, e sarà 76. Poi bisogna multiplicare 170 del primo proporzionale (il quale ora si considera come sano, e non come rotto) pel denominatore medesimo della frazione annessa al terzo proporzionale, ch'è 3, ed avremo di prodotto 510 per primo proporzionale. Ciò fatto, si scrivano in tal modo i

Proporzionali $510 : 384 :: 76 ?$

Ora siamo giunti a segno; onde si opera, come nel Capitolo XI. Multiplichiamo dunque i due ultimi proporzionali.

$$\begin{array}{r} 384. \\ 76. \\ \hline 2304. \\ 2688. \\ \hline 29184. \end{array}$$

Prodotto 29184.

Il prodotto deesi partire pel primo proporzionale, ch'è 510.

$$510.\ )\ 29184.\ (\ 57\tfrac{114}{510}\ \textit{Quoziente}.$$
$$3684.$$
$$114.$$

Il quoziente sarà il quarto proporzionale cercato, ed il costo di braccia $25\tfrac{1}{3}$ di Panno, mentre braccia $4\tfrac{2}{8}$ costano bajocchi 9, quattrini 4: cioè le dette braccia $25\tfrac{1}{3}$ importano baj. 57, quattr. $1\tfrac{2}{17}$.

Altr' esempio.

Antonio vorrebbe comperare un Caldajo di libbre $18\frac{5}{12}$; *ma vorrebbe pagarlo a ragione di bajocchi* $45\frac{1}{2}$ *ogni 3 libbre* $\frac{4}{12}$. *Cerca, quanto dovrebbe spendere pel detto Caldajo?*

$$3\frac{4}{12} : 45\frac{1}{2} :: 18\frac{5}{12}?$$

Quì deesi operare, conforme si è fatto nell'esempio prossimo passato, in questa maniera. Prima bisogna ridurre i sani de' primi due proporzionali alla denominazione della frazione annessa, come fu insegnato nel Capitolo VIII. al §. III. *Della fraziono spuria*, e come si è operato nella *regola terza* di questo Capitolo. Multiplichiamo dunque l'intero 3 primo proporzionale col denominatore della frazione annessa, ch'è 12, ed avremo di prodotto 36; al qual prodotto aggiunto il numeratore della frazione annessa, ch'è 4, fa 40 per primo proporzionale. Multiplichiamo ora l'intero 45 del secondo proporzionale col denominatore della frazione annessa, ch'è 2, ed avremo di prodotto 90; al qual prodotto aggiunto il numeratore della frazione annessa, ch'è 1, fa 91 per secondo proporzionale. Ridotti a tal segno i proporzionali, si scrivano così col proprio denominatore.

$$\frac{40}{12} : \frac{91}{2} :: 18\frac{5}{12}?$$

Debbonsi ora i primi due proporzionali ridurre alla medesima denominazione, secondo che fu insegnato nel citato Capitolo VIII. al §. IV. sotto questo titolo, e conforme si è operato nella *regola terza* del presente Capitolo. Multiplichiamo dunque 40 per 2, ed avremo di prodotto 80 per primo proporzionale; multiplichiamo 91 per 12, ed avremo di prodotto 1092 per secondo proporzionale. Si dovranno poi così scrivere i proporzionali senza il loro denominatore.

$$80 : 1092 :: 18\frac{5}{12}?$$

Biso-

Biſogna ora togliere i rotti dal terzo proporzionale nel modo inſegnato diſſopra nella *regola ſeconda* di queſto Capitolo, cioè multiplicando i ſani del primo, e del terzo proporzionale col denominatore della frazione anneſſa al terzo proporzionale. Multiplichiamo dunque 18 per 12, ed avremo di prodotto 216; al qual prodotto aggiunto il numeratore della frazione anneſſa, ch'è 5, fa 221 per terzo proporzionale. Multiplichiamo adeſſo 80 del primo proporzionale, che ſi conſidera preſentemente come ſano, col denominatore della frazione, ch'è parimente il 12, ed avremo di prodotto 960 per primo proporzionale. Fattaſi tale operazione, ſi ſcriveranno così i detti

Proporzionali 190 : 1092 : : 221 ?

Ridotti a tal ſegno i proporzionali, operaſi, come fu inſegnato nel Capitolo XI., cioè col multiplicare inſieme i due ultimi proporzionali.

```
    1092.
     221.
   ------
    1092.
   2184.
  2184.
  -------
Prodotto  241332.
```

Dividaſi il prodotto pel primo proporzionale.

```
960. ) 241332. ( 251 372/960 Quoziente.
        4933.
         1332.
          372.
```

Il quoziente ſarà il quarto proporzionale cercato, ed il prezzo, che dovrà sborſare *Antonio* per un Caldajo di libbre $18\frac{5}{12}$, mentre libbre $3\frac{4}{12}$ l'ha pagate baj. $45\frac{1}{2}$: cioè dovrà ſpendere ſcudi 2, baj. 51, e quat. $1\frac{15}{16}$.

 §. VI. RE-

§. VI.

REGOLA QUINTA.

QUANDO I ROTTI SONO NEL SECONDO, E TERZO PROPORZIONALE.

Esempio.

PIETRO vorrebbe dare a censo scudi 546 $\frac{3}{4}$ a ragione di 5 $\frac{1}{2}$ per 100. Cerca, quanto gli frutteranno?

$$100 : 5\tfrac{1}{2} :: 546\tfrac{3}{4} ?$$

Per render facile la regola del Tre, quando i rotti sono nel secondo, e nel terzo proporzionale, debbonsi ridurre i sani del primo, e del secondo proporzionale alla denominazione della frazione annessa, come sotto questo titolo sufficientemente su insegnato nel Capitolo VIII., e nella *regola prima* di questo Capitolo su praticato. Si multiplichi dunque l'intero 100 del primo proporzionale col denominatore della frazione annessa al secondo proporzionale, ch'è 2, ed avremo di prodotto 200 per primo proporzionale. Si multiplichi poi l'intero 5 del secondo proporzionale col denominatore della frazione annessa, ch'è similmente 2, ed avremo di prodotto 10; al qual prodotto unito il numeratore della frazione annessa, ch'è 1, farà 11 per secondo proporzionale. Ciò fatto, così si scriveranno i

Proporzionali $200 : 11 :: 546\frac{3}{4} ?$

Ridotti in tal guisa i proporzionali, bisogna multiplicare i sani del primo, e del terzo proporzionale col denominatore della frazione annessa al terzo proporzionale, come si è praticato nella *regola seconda* del presente Capitolo. Multiplichiamo dunque 200 primo proporzionale col denominatore della frazione annessa al terzo proporzionale, che è 4, ed avremo di prodotto 800 per primo proporzionale.

le. Multiplichiamo di poi l' intero 546 del terzo proporzionale col medesimo denominatore della frazione annessa, che è 4, ed avremo di prodotto 2184; al qual prodotto aggiunto il numeratore della frazione annessa, ch' è 3, sarà 2187 per terzo proporzionale. Fatto questo, così si scriveranno i

Proporzionali 800 : 11 : : 2187?

Dopo ciò si opera, secondo che nel Capitolo XI. fu insegnato: cioè si multiplicano insieme gli ultimi due proporzionali.

$$\begin{array}{r} 2187. \\ 11. \\ \hline 2187. \\ 2187. \\ \hline \textit{Prodotto}\ 24057. \end{array}$$

Il prodotto si divida pel primo proporzionale.

$$800.\ )\ 24057.\ (\ 30\ \tfrac{57}{800}\ \textit{Quoziente}.$$
$$57.$$

Il quoziente sarà il quarto proporzionale cercato, e l'utile, che avrà *Pietro* da 546 $\frac{3}{4}$ di scudi, se da 100 ne avea scudi 5 $\frac{1}{2}$: cioè avrà di utile scudi 30, e quattrini 0 $\frac{5}{8}$.

§. VII.

REGOLA SESTA.

QUANDO I ROTTI SONO NEL PRIMO, E TERZO PROPORZIONALE.

Esempio.

PIETRO desidera sapere, quanto costeranno braccia 24 $\frac{1}{2}$ *di Panno, se braccia* 2 $\frac{1}{4}$ *costano baj.* 15?

2 $\frac{1}{4}$:

$$2\frac{1}{4} : 15 :: 24\frac{1}{3}\ ?$$

Quì chiaramente apparisce, che si può operare, come nell'esempio prossimo passato, poichè pe' rotti del primo proporzionale operasi, come nella *prima regola*: pe' rotti del terzo proporzionale, come nella *seconda regola*. Contuttocio non sarà superfluo l'insegnarlo, essendo che sapendo uno molte regole, può operare secondo quella regola, che gli cade più in acconcio. Per la presente regola dunque si opera così. Prima i sani del primo proporzionale si riducono alla denominazione della frazione annessa, e poi ancor quei del terzo proporzionale alla denominazione della frazione annessa. Multiplichiamo dunque l'intero 2 del primo proporzionale col denominatore della frazione annessa, ch'è 4, ed avremo di prodotto 8; al qual prodotto aggiunto il numeratore della frazione annessa, ch'è 1, sarà 9 per primo proporzionale. Poi multiplichiamo l'intero 24 del terzo proporzionale col denominatore della frazione annessa, ch'è 3, ed avremo di prodotto 72: al qual prodotto aggiunto il numeratore della frazione annessa, ch'è 1, sarà 73 per terzo proporzionale. Ciò fatto, si scriveranno così i proporzionali col loro rispettivo denominatore.

$$\frac{9}{4} : 15 :: \frac{73}{3}.$$

Fatto questo, debbonsi ridurre alla medesima denominazione il primo, ed il terzo denominatore nel modo insegnato al Capitolo VIII. sotto questo titolo, cioè multiplicando il numeratore dell'una col denominatore dell'altra frazione. Multiplichiamo dunque il 9 numeratore del primo proporzionale col 3 denominatore del terzo proporzionale, ed avremo di prodotto 27 per primo proporzionale. Poscia multiplichiamo il 73 numeratore del terzo proporzionale col 4 denominatore del primo proporzionale, ed avremo di prodotto 292 per terzo proporzionale. Ciò fatto, si scriveranno i detti proporzionali senza il denominatore così. $27 : 15 :: 292?$

Ri-

Ridotti a tal ſegno i proporzionali, ſi opera ſecondo l'inſegnamento dato nel Capitolo XI., cioè ſi multiplicano inſieme gli ultimi due proporzionali.

292.
15.

1460.
292.

Prodotto 4380.

Il prodotto ſi divida pel primo proporzionale.

27.) 4380.($162\frac{6}{27}$ *Quoziente*.
168.
60.
6.

Il quoziente ſarà il quarto proporzionale cercato, ed il denajo, che dovrà sborſar *Pietro* per braccia $24\frac{1}{3}$ di Panno, cioè ſcudo 1, baj. 62, e quat. $1\frac{1}{9}$.

CAPITOLO XVI.

DELLA PROVA PER LA REGOLA DEL TRE.

PRima di venire alla ſpiegazione della prova per la regola del Tre, è neceſſario premettere un eſempio, affinchè tutto rieſca con chiarezza. Eccolo pertanto.

3 : 5 : : 9?

Multiplichiamo i due ultimi proporzionali.

9.
5.

Prodotto 3.(45.) 15 *Quoziente*.
15.

Il quoziente ſarà il quarto proporzionale cercato; dunque

3 : 5 : : 9? 15.

Ve-

Venendo ora alla ſua prova, in primo luogo può farſi col multiplicare il quoziente pel diviſore, cioè il primo col quarto proporzionale, e partendo il prodotto pel terzo proporzionale, perchè, ſe l'operazione è ben fatta, il quoziente ſarà uguale al ſecondo proporzionale. Facciamone la ſperienza. Multiplichiamo il quarto pel primo proporzionale, cioè 15 per 3, ed avremo di prodotto 45; il prodotto 45 partito pel terzo proporzionale 9, avremo di quoziente 5, quant'è appunto il ſecondo proporzionale.

Oppure il prodotto ſi parte pel ſecondo proporzionale, ed il quoziente in tal caſo ſarà uguale al terzo proporzionale. Per farne la ſperienza, il medeſimo prodotto 45 ſi parta pel ſecondo proporzionale 5, ed avremo di quoziente 9, quant'è appunto il terzo proporzionale.

Ovvero il medeſimo prodotto ſi parte pel quarto proporzionzle, ed il quoziente ſarà uguale al primo proporzionale; oppure ſi parte pel primo proporzionale, ed allora il quoziente ſarà uguale al quarto proporzionale, com'è manifeſto dalla prova della *Multiplicazione* inſegnata nel Cap. VI.

In ſecondo luogo ſi prova, ſe l'operazione ſia ben fatta, col multiplicare il primo pel quarto proporzionale, ed il ſecondo pel terzo, perchè, ſe l'operazione anderà bene, il prodotto di una multiplicazione ſarà uguale al prodotto dell'altra multiplicazione. Facciamone lo ſperimento nel ſoprappoſto eſempio, multiplicando il primo pel quarto proporzionale, cioè 3 per 15, ed avremo di prodotto 45; di poi multiplichiamo il ſecondo pel terzo proporzionale, cioè 5 per 9, ed avremo di prodotto 45; ed eſſendoſi ritrovati i prodotti uguali, diciamo, che nell'operazione non v'è errore. Deeſi ſoltanto avvertire, che, ſe ne' proporzionali vi foſſero i rotti, queſti ſi multiplicano nella maniera inſegnata al Capitolo VIII. ſotto queſto titolo, affinchè, conforme debbono, entrino anch'eſſi nel prodotto, per conſervare la proporzione.

Si prova in terzo luogo l'operazione, ſe ſia ben fatta, col roveſciare i termini proporzionali, cioè col mettere il primo mo in terzo luogo, il terzo in primo luogo, ed il quarto in ſecondo luogo. Facciamone la ſperienza nell' eſempio ſummentovato, ch' era 3 : 5 : : 9 ? 15.

9 : 15 : : 3 ?

Ciò fatto, deeſi formare la regola del Tre *diretta* col multiplicare i due ultimi proporzionali, cioè 3 per 15, ed avremo di prodotto 45. Il prodotto 45 ſi dee partire pel primo proporzionale 9, ed avremo di quoziente 5, il quale era appunto quel che dava il primo proporzionale, ch'era 3; onde ora ſaranno i proporzionali 9 : 15 : : 3 : 5; e tornando uguali, è ſegno della perfetta operazione.

Provaſi finalmente la perfetta operazione colla regola del 9, e del 7. Queſta prova ſi forma col levar prima i 9 dal primo proporzionale, poi dal quarto proporzionale; ed il reſiduo deeſi multiplicare inſieme, ed al prodotto ſi debbono levar di nuovo i 9. Ciò fatto, ſi levano parimente i 9 dal ſecondo proporzionale, e poi dal terzo; ed il reſiduo deeſi multiplicare inſieme, ed al prodotto ſi levano nuovamente i 9. Se l'operazione della regola del Tre è ben fatta, il reſiduo de' prodotti debb' eſſere uguale. Facciamone la ſperienza nel ſoprappoſto eſempio 3 : 5 : : 9 : 15.

3.					5.
	⊕	o.	o.	⊕	
6.					o.

Leviamo i 9 dal primo proporzionale 3, e reſta 3, il quale ſegnaſi da un lato. Levati i 9 dal quarto proporzionale 15, reſta 6, il quale ſi ſegna ſotto il reſiduo 3. Multiplicati ambi queſti reſidui, cioè 3 per 6, avremo di prodotto 18, dal qual prodotto levati i 9, reſta o, il quale ſi ſegna al lato oppoſto de' reſidui 3, e 6. Poſcia levati i 9 dal ſecondo proporzionale 5, reſta 5, il quale ſegnaſi da un lato in diverſo luogo. Levati parimente i 9 dal terzo proporzionale, reſta o, il quale ſi ſegna ſotto il 5. Multlplicando poi ambedue queſti reſidui inſieme , cioè o per 5, avremo di prodotto o, dal quale non ſi poſſono levare i 9, perchè non vi ſono, altrimenti ſi farebbe. Segnaſi dunque o al lato oppoſto de' due reſidui. Incontrandoſi pertanto queſti due ultimi reſidui uguali, cioè o, e o, ſarà ſegno della perfetta operazione. Nell' iſteſſa maniera ſi forma la prova del 7.

3.				5.
	3.		3.	
1.				2.

Levati i 7 dal primo proporzionale 3, reſta 3, il quale ſi ſegna da un lato. Levati i 7 dal quarto proporzionale 15, reſta 1, il quale ſi ſegna ſotto il 3 reſiduo. Multiplicati inſieme ambedue queſti reſidui, cioè 1 per 3, avremo di prodotto 3, dal quale non ſi pòſſono togliere i 7, perchè non vi ſonò; onde ſi ſegna il detto 3, come reſiduo, al lato oppoſto de' reſidui 1, e 3. Di poi levati i 7 dal ſecondo proporzionale 5, reſta 5, il quale ſegnaſi in diſparte da un lato. Levati i 7 dal terzo proporzionale 9, reſta 2, il quale ſi ſegna ſotto il 5. Multiplicati inſieme queſti due reſidui, cioè 2 per 5, avremo di prodotto 10, da cui levati i 7, reſta 3, il quale ſi ſegna al lato oppoſto de' due reſidui 2, e 5. Eſſendoſi così ritrovati ambedue gli ultimi reſidui uguali, cioè 3, e 3, è ſegno della perfetta operazione. Deeſi però avvertire, che, ſe ne' proporzionali vi foſſero i rotti, per adoperare la prova del 9, o del 7, debbonſi togliere i detti rotti nel modo inſegnato nelle *ſei regole* ſpiegate nel Capitolo XV.

CAPI-

CAPITOLO XVII.

DELLA REGOLA DEL TRE, DETTA *DELLE COMPAGNIE*.

Esempio.

Quattro Compagni di società hanno guadagnati in 12 *mesi scudi* 349. *Il primo però ha posto in Fondo, o per Capitale scudi* 25 : *il secondo scudi* 64 : *il terzo scudi* 84 : *ed il quarto scudi* 100. *Si cerca, quanto abbia ciascun guadagnato colla sua porzione?*

QUesta regola del Tre al presente dicesi *Regola delle Compagnie*, perchè praticasi tra' Compagni di società, ove tante volte cercar deesi il quarto proporzionale, quanti sono i Compagni associati. Per farla dunque, si mette per primo proporzionale la somma del Capitale di tutti gli Associati; per secondo proporzionale ponesi tutto il guadagno; per terzo proporzionale si pone il Capitale degli Associati, uno per uno, come nel presente caso, per esser gli Associati quattro; altrettante volte si muta il terzo proporzionale, ed ogni volta operasi, com'è stato insegnato nel Capitolo XI. Sommiamo dunque i Capitali.

$$\begin{array}{r} 25. \\ 64. \\ 84. \\ 100. \\ \hline \end{array}$$

Somma 273 *de' Capitali.*

Ciò fatto, incominciando dal primo Capitale, ch'è 25, deesi fare il quesito così. Se 273, ch'è la somma de' Capitali, mi ha dato 349, ch'è la somma generale del guadagno, quanto mi darà 25, ch'è il primo Capitale? Si stenda dunque il quesito.

$$273 : 349 :: 25 ?$$

Operasi ora, come nel Capitolo XI. *Della regola del Tre semplice diretta* è stato insegnato; cioè si multiplichino insieme gli ultimi due proporzionali.

$$\begin{array}{r} 349. \\ 25. \\ \hline 1745. \\ 698. \\ \hline \textit{Prodotto}\quad 8725. \end{array}$$

Il prodotto si divida pel primo proporzionale.

273.) 8725. (31 : 95 : $4\frac{233.}{273.}$
535.

Ridotto 262 *a' bajocchi.*
273.) 26200. (95.
1630.

Ridotto 265 *a' quattrini.*
5.

273.) 1325. ($4\frac{233.}{273.}$
233.

Il quoziente è il quarto proporzionale cercato, ed anche la porzione, che conviensi a chi pose 25 scudi di Capitale.

Ve-

Vediamo ora ciò, che si compete al secondo, cioè a quello, che pose scudi 64 di Capitale. Il quesito formasi, come il primo, alla riserva che, invece di metter per terzo proporzionale 25, si pone 64. Scriviamo dunque i proporzionali.

273 : 349 : : 64?

Si multiplichino i due ultimi proporzionali.

```
          349.
           64.
         -----
         1396.
        2094.
        ------
Prodotto 22336.
```

Il prodotto dividasi pel primo proporzionale.

```
273. ) 22336.  ( 81 : 81 : 3 116/273.
         496.
        -----
Ridotto  223  a' bajocchi.
273. )   22300. ( 81.
           460.
          -----
Ridotto    187  a' quattrini.
             5.
          -----
273. )     935. ( 3 116/273.
           116.
```

Il quoziente è il quarto proporzionale cercato, e la somma di guadagno, che conviensi a chi pose scudi 64 di Capitale.

Ve-

Vediamo ciò, che competesi al terzo, cioè a chi pose scudi 84 di Capitale. Si formi il quesito, come i passati, col mutar solamente il terzo proporzionale, cioè ponendo per terzo proporzionale gli 84 scudi.

$$273 : 349 :: 84 ?$$

Si multiplichino insieme gli ultimi due proporzionali.

349.
84.
———
1396.
2792.
———
Prodotto 29316.

Il prodotto dividasi pel primo proporzionale.

273.) 29316. (107 : 38 : $2\frac{84.}{273.}$
2016.
———
Ridotto 105 *a' bajocchi.*
273.) 10500. (38.
2310.
———
Ridotto 126 *a' quattrini.*
5.
———
273.) 630. ($2\frac{84.}{273.}$
84.

Il quoziente è il quarto proporzionale cercato, ed anche la somma del guadagno di chi pose scudi 84 di Capitale.

Final-

Finalmente vediamo ciò, che si compete al quarto, cioè a quello, che pose 100 scudi di Capitale. Si formi il quesito, come i passati, mettendo però nel terzo proporzionale i 100 scudi. 273 : 349 : : 100?
Si multiplichino insieme i due ultimi proporzionali.

$$\begin{array}{r} 349. \\ 100. \\ \hline \textit{Prodotto}\quad 34900. \end{array}$$

Il prodotto 34900 dividasi, come ne' passati esempj si è praticato, pel primo proporzionale.

$$273.\ )\ 34900.\ \left(\ 127\ :\ 83\ :\ 4\,\frac{115.}{273.}\right.$$
$$\begin{array}{r} 760. \\ 2140. \\ \hline \end{array}$$

Ridotto 229 *a' bajocchi.*

$$273.\ )\quad 22900.\ (\ 83.$$
$$\begin{array}{r} 1060. \\ \hline \end{array}$$

Ridotto 241 *a' quattrini.*

$$\begin{array}{r} 5. \\ \hline \end{array}$$

$$273.\qquad 1205.\ \left(\ 4\,\frac{113.}{273.}\right.$$
$$113.$$

Il quoziente è il quarto proporzionale cercato, ed anche la somma, che si compete a chi pose 100 scudi di Capitale. Fatto dunque il computo, ne segue, che si debbono

A chi pose 25 scudi	———— ℒ	31 : 95 : 4	$\frac{233.}{273.}$
A chi pose 64 scudi	———— ℒ	81 : 81 : 3	$\frac{116.}{275.}$
A chi pose 84 scudi	———— ℒ	107 : 38 : 2	$\frac{84.}{273.}$
A chi pose 100 scudi	———— ℒ	127 : 83 : 4	$\frac{113.}{273.}$

Ora

Ora deesi vedere, se la partizione sia ben fatta col farne la prova. Provasi la regola delle Compagnie, oltre alle quattro regole assegnate nel Capitolo passato, col far la somma de' quarti proporzionali, o delle porzioni, che spettansi agli Associati, perchè, se la partizione sarà ben fatta, detta somma sarà uguale alla somma di tutto il guadagno. Prima però si sommano i rotti, per non far confusione. Sommiamo dunque i detti rotti.

233.
116.
84.
113.

Somma 546 *de' rotti.*

Detta somma ora deesi dividere pel denominatore 273, di cui essa somma viene ad esserne il rotto. Dividiamo dunque

273.) 546. (2 *Quoziente.*

Trovatosi il quoziente 2, questo unir deesi alla somma de' sani nella colonna de' quattrini così.

31	95	4.
81	81	3.
107	38	2.
127	83	4.
		2.
Somma 349	00	0.

Trovandosi la somma del guadagno di ciascheduno uguale alla somma di tutto il guadagno, è segno della perfetta operazione. Questa regola può servire in qualunque società.

Altr' esempio.

Tre Persone hanno fatta compagnia in un Negozio. Il primo pose di Capitale 95 scudi, il secondo 130, ed il terzo 187. Hanno guadagnati 3745 scudi. Cercasi, quanto competa a ciascheduno di parte pro rata *della sua porzione di Capitale?*

Questo

Questo è un quesito simile al precedente, e perciò ancor quì la regola del Tre dicesi *regola delle Compagnie*. Per risolverlo dunque, debbonsi prima sommare i Capitali, e poi far tre volte la regola del Tre, perchè tre sono i Compagni. Sommiamo pertanto i Capitali.

95.
130.
185.

Somma 410 *de' Capitali.*

Ritrovata la somma de' Capitali, deesi formare il quesito così. Se 410, somma de' Capitali, mi dà 3745, ch'è la somma del guadagno, quanto mi darà 95, somma del Capitale del primo Compagno? Si scrivano dunque nella seguente maniera i proporzionali, com'è stato insegnato nel Capitolo XI. 410 : 3745 : 95?

Si multiplichino insieme i due ultimi proporzionali.

3745.
95.

18725.
33705.

Prodotto 355775.

Il prodotto dividasi pel primo proporzionale.

410.) 355775. (867 : 74 : 1 $\frac{390.}{410.}$
2777.
3175.

Ridotto 305 *a' bajocchi.*
30500.
1800.

Ridotto 160 *a' quattrini.*
5.

800.
390.

Il quoziente ſarà il quarto proporzionale cercato, e la porzione di guadagno, che ſi compete a chi poſe 95 ſcudi di Capitale.

Vediamo ora ciò, che competeſi al ſecondo, cioè a chi poſe ſcudi 130 di Capitale. Il queſito ſi formi, come il paſſato, mutando il terzo proporzionale, cioè in luogo del 95 pongaſi 130.

410 : 3745 : : 130?

Si multiplichino i due ultimi proporzionali.

```
         3745.
          130.
        ------
       112350.
        3745.
      -------
Prodotto 486850.
```

Il prodotto dividaſi ora pel primo proporzionale.

```
410. ) 486850. ( 1187 : 43 : 4 210./410.
         768.
         3585.
          3050.
         -----
Ridotto   180   a' bajocchi.
          18000.
           1600.
          -----
Ridotto    370   a' quattrini.
             5.
           ----
           1850.
            210.
```

Il quoziente ſarà il quarto proporzionale cercato, e la porzione del guadagno di chi poſe 130 ſcudi di Capitale.

Vedia-

Vediamo finalmente ciò, che si compete al terzo, cioè a quello, che pose 185 scudi di Capitale. Si formi il quesito, come i passati, mettendo però nel terzo proporzionale i 185 scudi. 410 : 3745 : : 185?

Si multiplichino insieme i due ultimi proporzionali.

3745.
185.
—————
18725.
29960.
3745.
—————
Prodotto 692825.

Il prodotto dividasi pel primo proporzionale.

410.) 692825. (1689 : 81 : 3 $\frac{220.}{410.}$
2828.
3682.
4025.
—————
Ridotto 335 *a' bajocchi*.
33500.
0700.
—————
Ridotto 290 *a' quattrini*.
5.
—————
1450.
220.

Il quoziente è il quarto proporzionale cercato, ed anche la somma, che si compete a chi pose 185 scudi di Capitale. Fatto dunque il computo, ne segue, che si debbono

A chi pose 95 scudi ———— £ 867 : 74 : 1 $\frac{390.}{410.}$

A chi pose 130 scudi ———— £ 1187 : 43 : 4 $\frac{210.}{410.}$

A chi pose 100 scudi ———— £ 1689 : 81 : 3 $\frac{220.}{410.}$

Vediamo ora, se la partizione sia ben fatta, col farne la prova, conforme fu insegnato nel passato esempio. Si sommino dunque prima i rotti.

390.
210.
220.

Somma 820 *de' rotti.*

La somma deesi dividere pel denominatore 410, di cui essa somma n'è il rotto.

410.) 820. (2.

Trovato il quoziente 2, questo unir deesi alla somma de' sani nella colonna de' quattrini così.

867 :	74 :	1.
1187 :	43 :	4.
1689 :	81 :	3.
		2.
3745 :	00 :	0.

Trovatasi detta somma uguale alla somma di tutto il guadagno, sarà segno della perfetta operazione.

Altr' esempio.

Tre Persone hanno fatto Negozio insieme, ed hanno guadagnati in un anno 359 scudi. Il primo ha posti di Capitale 35 scudi: il secondo 94: ed il terzo 152. Ma il primo dopo mesi 3, e giorni 24, avendo bisogno del denajo posto a Negozio, ha rivoluti gli scudi 35. Cercasi, quanto gli spetti di porzione del guadagno fatto pel tempo, che ha tenuto a Negozio il suo denajo?

Tutto si opera, come negli esempj passati senz'alcuna difficoltà. Non poca peraltro può ritrovarsene da chi non ha pratica nel primo Associato per la differenza del tempo. Senza toccar pertanto gli altri Negozianti, parleremo del

del primo solamente. Per ritrovar dunque, quanto gli spetti di porzione guadagnata, sommeremo prima i Capitali.

35.
94.
152.

Somma 281 *de' Capitali.*

Costituiscasi ora il quesito, come ne' due passati esempj; cioè, se 281 mi dà 359, quanto mi darà 35?

281 : 359 : : 35?

Si multiplichino insieme gli ultimi due proporzionali.

359.
35.

1795.
1077.

Prodotto 12565.

Il prodotto dividasi pel primo proporzionale.

281.) 12565. (44 : 71 : 2 $\frac{183.}{281.}$
1325.

Ridotto 201 *a' bajocchi.*
20100.
430.

Ridotto 149 *a' quattrini.*
5.

745.
183.

Il quoziente sarebbe la porzione di chi pose 35 scudi di Capitale, se avesse proseguito il Negozio per un anno intero; ma, perchè l'ha proseguito solamente mesi 3, e giorni 24, biso-

bisogna perciò vedere, quanto gli si spetti per tal tempo. Convien dunque ora formare il quesito in questa guisa. Se giorni 365, i quali compiscono un anno, mi danno di guadagno scudi 44, bajocchi 71, quattrini 2 $\frac{183}{281}$, quanto mi daranno giorni 114, i quali appunto fanno mesi 3, giorni 24? Il mese sempre si considera di giorni 30, e giammai nè più, nè meno.

$$365 : 44,\ 71,\ 2\frac{183}{281} :: 214?$$

Quì ricorrer conviene alla *prima regola* del Capitolo XV., per togliere i rotti dal secondo proporzionale. Primieramente dunque bisogna ridurre i 44 scudi a' bajocchi, e faranno 4400, a' quali aggiunti i bajocchi 71, faranno 4471. Di poi bisogna ridurre i detti bajocchi a' quattrini, e faranno 22355, a' quali aggiunti i 2 quattrini, faranno 22357. Ciò fatto, tanto questi quattrini, quanto il primo proporzionale convien ridurli alla denominazione della frazione annessa al secondo proporzionale, ch' è 281. Multiplichiamo dunque 365 primo proporzionale col denominatore della frazione annessa al secondo proporzionale, ch' è 281, già detto, ed avremo di prodotto 102565 per primo proporzionale. Multiplichiamo poi i quattrini 22357 del secondo proporzionale col denominatore della frazione annessa, ch' è 281, ed avremo di prodotto 6282317; al qual prodotto aggiunto il numeratore della frazione annessa, ch' è 183, farà 6282500. Ciò fatto, si scriveranno così i

Proporzionali $102565 : 6282500 :: 114?$

Di poi si opererà, come fu già insegnato nel Capitolo XI., cioè si multiplicheranno insieme gli ultimi due proporzionali

6282500.
114.

25130000.
6282500.
6282500.

Prodotto. 716205000.

Il prodotto dividasi pel primo proporzionale.

$$102565.\ )\ 716205000.\ (\ 6982\,\frac{96170.}{102565.}$$

1008150.
850650.
301300.
96170.

Il quoziente sarà il quarto proporzionale cercato, e la porzione di chi pose a Negozio 35 scudi per mesi 3, e giorni 24, mentre in un anno con 281 scudi ne furon guadagnati 359. Ma quì s'avverta, che il quoziente importa tutti i quattrini. Questi dunque ridotti a' bajocchi, e scudi, come fu insegnato nel Capitolo VIII. al §. VII. *Del multiplicare le frazioni*, sommano scudi 13, bajocchi 96, quattrini 2 $\frac{1}{2}$ circa. Si riducono pertanto a' bajocchi col togliere, o separare il primo numero a mano destra, e col multiplicare il restante per 2. Tutto ciò è chiaro nel soprapposto esempio, dove separato il 2, che indica i soli quattrini, il restante forma le diecine de' quattrini, le quali multiplicate per 2 fanno i bajocchi. Da' bajocchi poi si formano gli scudi col separare a mano destra due numeri, com'è stato insegnato nel sopraccitato Capitolo VIII.

CAPI-

CAPITOLO XVIII.

§. I.

DELL' ESTRAZIONE DELLA RADICE QUADRATA.

Numero *quadrato* diceſi quel prodotto, che deriva da un numero multiplicato per ſe ſteſſo, come 64, ch'è il prodotto di 8 multiplicato per 8. Il numero 64 diceſi *numero quadrato* dagli Aritmetici, e dagli Algebriſti appellaſi *potenza ſeconda*. Il numero 8 poi diceſi da' primi *radice quadrata*, e dagli ultimi *radice ſeconda*. Eſtrarre dunque la radice quadrata altro non è, che trovare un numero, il quale multiplicato in ſe-ſteſſo faccia il prodotto uguale ad una data ſomma, come 8, che multiplicato in ſe ſteſſo ha il prodotto uguale alla data ſomma 64; perciò 8 è radice quadrata del 64, ed il 64 diceſi *numero quadrato*. Per inſegnar dunque ad eſtrarre la radice quadrata da una data ſomma, e per procedere con chiarezza, lo ſpiegherò proponendone un eſempio, perchè coll'eſempio ſi diſcende al più materiale, e adattaſi più all'intelligenza de' Principianti. Sia dunque

Eſempio.

		A.	B.
C.	4.	18,66,24.	(432.
	4.		
	16.	16.	
	83.		
E.	3.	26.6.	
	249.	249.	
	862.	172.4.	
F.	2.	1724.	
	1724.	0000.	

Sia

Sia da estrarsi la radice quadrata dalla potenza 186624 posta in *A*. Dividasi detta somma in due per due numeri, incominciando sempre a mano destra, come apparisce nell' esempio soprapposto, perchè, quante sono le caselle, tante hanno ad esser le figure nella radice; ed all'opposto, quante sono le figure della radice, il doppioppiù hanno ad esser le figure del numero quadro, od una di meno. Ciò vedesi nell' addotto esempio, ove le caselle della potenza essendo tre, parimente tre saranno le note della radice; e perchè tre sono le note della radice, le note della potenza esser non possono nè più di sei, nè meno di cinque. Veniamo ora all' estrazione di essa radice quadrata.

Prima si cerchi la radice prossimamente quadrata della prima casella, ch' è 18, e troveremo, che la sua radice prossimamente quadrata è il 4. Si segni il detto 4 in *B*, luogo, ove debbonsi segnare i numeri quadrati. Di poi si segni l'istesso 4 ancora in *C*, e si multiplichi per se medesimo, ed avremo di prodotto 16, come vedesi in *C*. Detto prodotto 16 si ponga sotto la prima casella 18; e tirata una linea, facciasi la sottrazione, e la differenza 2 si segni sotto la linea medesima. Ciò fatto, vicino al 2 differenza del 16, e 18, calasi la seconda casella 66, che farà 266. Ma avvertasi, che ad ogni casella abbassata, eccettuata la prima, si separa il primo numero a mano destra con un punto, perchè, dovendosi far la divisione, non mai si divide 266, ma 26; e perciò notisi, che si è segnato 26.6, separato l'ultimo 6 con un punto. Deesi dunque ora dividere il 26. A ciò fare, bisogna trovare il divisore. Questo si trova col raddoppiar la radice trovata, ch'è 4. Raddoppiato il 4 fa 8; onde si segna 8 in *E*, e dividesi 26 per 8, ed avremo 3 di quoziente. Segnasi 3 nella radice *B*, e nel divisore *E*, ed avremo nella radice *B* 43, e nel divisore *E* 83. Ciò fatto, si multiplica il divisore per la radice prossimamente trovata, cioè 83 per 3, ed avremo di prodotto 249, come vedesi in *E*. Questo prodotto 249 si segna sotto il dividendo 266 in *A*, e tirata una linea, si farà la sottrazione, e segnerassi

N

gnerassi sotto detta linea la differenza 17. Sappiasi però, che, se il prodotto 249, che serve per numero sottraendo, non si potesse sottrarre dal sottraente, perchè fosse maggiore, allora la radice, ed il divisore dovrebbonsi sminuire di una unità; ed invece di scriver nella radice 43, e nel divisore 83, scriverebbesi 42, ed 82, ed in tal caso il divisore 82 non si dovrebbe multiplicar per 3, perchè non sarebbe più radice, ma per 2; e, se non bastasse calare una unità, se ne calano ancor due, e tre, quando bisogna. Fatta dunque la sottrazione da 266, e segnata la differenza 17, a questa differenza unir deesi la terza casella, ch'è 24, e sarà 1724. Quì, come sopra, si dee separar con un punto il primo numero a mano destra, ch'è 4, (e ciò far deesi per ogni casella, che si cala), perciò dovrassi divider 172, e non 1724. Per trovare il divisore, raddoppiasi la radice trovata 43, e sarà 86 segnato in *F* per divisore. Ora deesi dunque divider 172 per 86, ed avremo di quoziente 2, il qual 2 segnasi nella radice *B*, e nel divisore *F* 86, ed avremo nella radice 432, e nel divisore 862. Fatto ciò, si multiplica il divisore colla radice prossimamente trovata, cioè 862 per 2, ed avremo di prodotto 1724, come vedesi in *F*. Questo prodotto 1724 si segna sotto il dividendo 1724; e tirata una linea, si fa la sottrazione, e segnasi la differenza 0000, e trovandosi, che avanza 0, è segno, che la potenza è veramente quadrata. Se poi il prodotto fosse maggiore del dividendo, e perciò non si potesse far la sottrazione, sminuirebbonsi in tal caso e la radice, e'l divisore di una unità, com'è stato insegnato quì sopra nella seconda divisione. Così parimente operasi in qualunque altra potenza, giacchè non si può errare.

Per far poi la prova, se siasi commesso qualche sbaglio nell'estrazione di tal radice, si multiplica la detta radice per se stessa; e se il prodotto riuscirà uguale alla potenza, sarà segno della perfetta operazione. Avvertasi però, che, se la potenza non fosse perfettamente quadra, onde avanzasse qualche cosa, tale avanzo deesi aggiugnere al pro-

prodotto. Facciamone la prova nel soprapposto esempio, ove la radice è 432, multiplicando detta radice per se stessa.

```
        432.
        432.
        ----
        864.
       1296.
      1728.
      ------
Prodotto 186624.
```

Al prodotto non s'aggiugne cos'alcuna, perchè dalla potenza non rimane avanzo; e trovandosi detto prodotto uguale alla potenza, l'operazione è ben fatta.

Altr' esempio.

		A.	B.
	2.		
C.	2.	6,01,56,25.	(2452.
	4.	4.	
	45.	20.1.	
D.	5.	176.	
	225.	255.6.	
		2425.	
	44.		
E.	4.	1312.5.	
		9804.	
	176.	3321.	
F.	485.		
	5.		
	2425.		
G.	4902.		
	2.		
	9804.		

Per maggior chiarezza pongo un altr'esempio. Sia da estrarsi la radice quadrata dalla potenza 6015625, posta in *A*. Si separino in primo luogo le figure due per due, incominciando sempre a mano destra; e se a mano sinistra ne resta una sola, poco importa, come nel soprapposto esempio, ove resta soltanto il 6. Ciò fatto, cavasi la radice quadrata dalla prima casella a mano sinistra, cioè dal 6, ed avremo per radice 2. Questo 2 segnisi in *B*, luogo, dove si segna la radice, e lo segneremo parimente in *C*. In *C* si multiplichi la radice 2 per se stessa, ed avremo di prodotto 4, come ivi si vede; il qual prodotto 4 lo segneremo sotto la prima casella in *A*, cioè sotto il 6, e tirata una linea, si farà la sottrazione, e sotto detta linea segneremo la differenza 2. Vicino al 2 in *A* caleremo la seconda casella 01, e faranno 201, da cui separar deesi la prima nota a mano destra con un punto, ed allora sarà 20.1, perchè ora deesi divider 20, e non 201. Bisogna poi trovare il divisore per divider la potenza 20. Per ritrovar detto divisore, raddoppiasi la radice già trovata, ch'è 2, e fa 4, e segnasi questo divisore 4 in *B*, e divisa la potenza 20 per 4, avremo di quoziente 5, che segnerassi vicino al divisore 4, e faranno 45. Multiplicasi ora il divisore 45 per la radice prossimamente trovata, ch'è 5, ed avremo di prodotto 225, come vedesi in *D*. Questo prodotto 225 dovrebbesi sottrarre dalla potenza 201; ma, perchè non si può sottrarre, essendo maggiore il sottraente del sottraendo, si sminuisce perciò in tal caso la radice prossimamente trovata, ch'è 5, di una unità, ed avremo per radice 4, e per divisore 44. Segneremo dunque il divisore 44 in *E*, e lo multiplicheremo colla radice prossimamente trovata, sminuita di una unità, che sarà 4, ed avremo di prodotto 176. Questo prodotto 176 pongasi sotto la potenza 201, e tirata una linea, facciasi la sottrazione, e si segni la differenza 25 sotto detta linea. Avendo ora veduto, che il detto prodotto 176 entra nella potenza 201, segnasi nella radice in *B* la radice prossimamente trovata, che è 4, e non si segna 5. Dopo ciò, vicino alla differenza 25

in *A*

in *A* si cala la terza casella 56, e saranno 2556. Da questa somma 2556 deesi separar con un punto la prima nota a mano destra, ch'è 6, e scriverassi 255.6, poichè si dee dividere 255, e non 2556. Per trovar poi il divisore per la potenza 255, raddoppiasi la radice 24, e sarà 48, il qual numero 48 segnasi per divisore in *F*. Di poi si dividerà la potenza 255 per 48, ed avremo di quoziente 5, il quale si dovrà segnar nel divisore 48, e saranno 485. Questo divisore 485 deesi ora multiplicare per la radice trovata, ch'è 5, ed avremo di prodotto 2425, il quale segnar deesi sotto la potenza 2556 in *A*; e tirata una linea, farassi la sottrazione, e si segnerà la differenza 131 sotto detta linea. Ora, perchè il prodotto 2425 si può sottrarre dalla potenza 2556, segnerassi la radice prossimamente trovata, ch'è 5, in *B*, ed avremo per radice in *B* 245. Poscia vicino alla differenza 131 in *A* deesi calar la quarta casella, ch'è 25, e saranno 13125. Da questa somma si dee separare a mano destra con un punto la prima nota, ch'è 5, ed avrassi 1312.5, poichè divider deesi 1312, e non 13125. Bisogna di poi trovare il divisore per la potenza 1312. Per trovar dunque tal divisore, raddoppiasi la radice 245 in *B*, che fa 490, come si vede in *G*. Ciò fatto, convien dividere la detta potenza 1312 per 490, ed avremo di quoziente 2, il qual 2 segnar deesi nel divisore 490 in *G*, e saranno 4902. Questo divisore 4902 multiplicherassi per la radice prossimamente trovata, ch'è 2, ed avremo di prodotto 9804, come vedesi in *G*. Detto prodotto 9804 ponesi sotto tutta la potenza 13125, e tirata una linea, si farà la sottrazione, e segnerassi la differenza sotto detta linea; e, giacchè si può far la sottrazione, segnerassi ancora in *B* la radice, o quoziente trovato prossimamente, ch'è 2. Perchè poi nell'ultima sottrazione rimane di differenza 3321, è segno, che tutta la potenza 6015625 non è veramente quadra. La radice dunque quadrata di essa potenza sarà 2452. Così sempre operasi con ugual proporzione, benchè le caselle fossero mille.

Il

Il modo soprainsegnato di estrarre la radice quadra è facile nel suo genere. Tuttavolta ne voglio quì esporre un altro, il quale forse sarà più sbrigativo; ed eccone primieramente l'

Esempio.

A. B.
10,69,29. (327.

C.	3.		9.		
	3.		—	32.	
	—	H.	16.	32.	F.
	9.		—	—	
	—		1069.	64.	
D.	3.	I.	1024.	96.	
	6.		—	—	
	—	K.	452.	1024.	
E.	32.		—	—	
	64.	L.	106929.	327.	
				327.	G.
				—	
				2289.	
				654.	
				981.	
				—	
				106929.	

Sia da estrarsi la radice quadra dalla potenza 106929. Si separano prima i numeri a due a due, come sopra vedesi fatto in A. Poscia si cava la radice quadra della prima casella a mano sinistra, ch'è 10, la di cui radice è 3, che segnasi in B. Questa radice ponesi ancora in C, dove si multiplica per se stessa, per trovar la giusta sua potenza. Trovatosi il 9, questo deesi sottrarre dalla potenza 10, posta in A; e, perchè avanza 1, segnasi questo sotto il 9. Di poi vicino all' 1 medesimo si cala il primo numero della secon-

seconda casella, ch'è 6, ed avremo 16, posto in *H*. Deesi poi trovare il divisore di 16. Questo si ritrova col raddoppiar la radice trovata, la quale è 3, che raddoppiata sarà 6, come vedesi in *D*. Dunque questo 6 trovato è divisore del 16, dov' entra solamente due volte, e perciò segnasi 2 in *B*. Ora deesi cercar la potenza della radice trovata 32, multiplicandola con se stessa, come vedesi fatto in *F*; ed il prodotto 1024 deesi sottrarre da' numeri delle due prime caselle 1069, come osservasi fatto in *I*, e l'avanzo, o differenza 45 pongasi in *K*. Vicino al 45 calasi il primo numero della terza casella, ch'è 2; laonde in *K* sarà 452, da cui deesi estrarre la radice. Bisogna dunque trovare il divisore di 452. Questo divisore trovasi col raddoppiare la radice trovata 32, che sarà 64, la quale entra in 452 sette volte, perciò segnasi 7 per radice in *B*. Finalmente deesi ritrovare la potenza della radice 327 col multiplicarla per se stessa, conforme vedesi praticato in *G*, e col sottrarre il prodotto 106929 da tutta la potenza posta in *A*, e ripetuta in *L*; e vedutosi, che nulla avanza, è segno, che la potenza 106929 è perfettamente quadra, la cui radice è 327. Questo modo di estrarre la radice quadra, come già si è accennato, è un poco più sbrigativo dell' antecedente, e per conseguenza più facile in pratica; onde si usi da qualsivoglia, che non potrà errare.

§. II.

DELLA PROVA DELL' ESTRAZIONE DELLA RADICE QUADRATA.

Conviene ora far la prova, per veder, se nell' estrazione di tal radice siasi fallato.

$$
\begin{array}{r}
327. \\
\underline{327.} \\
2289. \\
654. \\
981. \\
\hline
106929.
\end{array}
$$

Per

Per far la prova dell'estrazione della radice quadrata, si multiplichi la radice in *B* 327 per se stessa, ed avrassi di prodotto 106929 uguale a tutta la potenza in *A*; onde sarà segno della perfetta operazione.

Così ancora nell' esempio antecedente, ove la radice, posta in *B*, era 2452. Per farne la prova, si multiplica la radice per se stessa, ed avrassi di prodotto 6012304; al qual prodotto aggiunto l'avanzo, o residuo 3321, posto in *A*, (e ciò si dee far sempre, quando saravvi qualche residuo), faranno 6015625, uguale a tutta la potenza posta in *A*; perciò sarà segno della perfetta operazione.

Spessissime volte accade, che la potenza non si ritrova perfettamente quadra, e che perciò la radice non è perfettamente uguale alla sua potenza. In tal caso è impossibile trovar la radice veramente quadra, poichè sempre sarà o scarsa, o abbondante. Nulladimeno insegneremo due modi per accostarsi alla radice quadrata, quando la potenza non sia perfettamente quadra, ed eseguiremo ciò con ugual chiarezza, conforme si è fatto pel passato.

Il primo modo pertanto sarà questo. Supponiamo, che s' abbia a cavare la radice quadrata da 10, il qual numero non è perfettamente quadrato. A questo 10 dunque, per estrargli la radice prossimamente quadrata, aggiungonsi due, o tre, ovvero quattro paja di zeri, e di poi cavaglisi la sua radice, com' è stato insegnato dissopra; con questa avvertenza però, che, finita l'operazione, dalla radice trovata si separano con un punto tante note, quante sono le paja de' zeri, che sono stati uniti alla potenza. Poniamone l' esempio.

Esem-

Esempio.

3.	10,00,00,00 (3162.
3.	9.
—	—
9.	10.0.
—	61.
61.	—
—	390.0.
626.	3756.
6.	—
—	— 14400.
3756.	12644.
—	—
6322.	— 1756.
2.	
—	
12644.	

Sia dà dividersi 10. Aggiugneremo al 10 tre paja di zeri, ed allora faranno 10000000. Cavata la radice quadrata, avremo di radice 3162. E perchè abbiamo aggiunti tre paja di zeri, separeremo tre note dalla radice quadrata a mano sinistra, che saranno 3.162, e significano tre sani, e cento sessantadue millesimi, conforme fu insegnato nel Capitolo IX. *De' rotti decimali*. Fattane la prova, com'è stato indicato dissopra, col multiplicar la radice per se stessa, (e questa multiplichisi nel modo insegnato al Capitolo IX., ovvero al Capitolo VIII., giacchè sempre sarà lo stesso), ne verrà di prodotto 9.998244, che accostasi a' dieci sani, perchè ci manca solamente 0.001756, e a un dipresso ascende la mancanza a $\frac{1}{368}$, cosa veramente insensibile. Quest'è il modo più piano per estrarre le radici quadre da un numero, che non sia veramente quadrato, e dicesi *approssimarsi alla radice quadra*.

Benchè il soprapposto modo di approssimarsi alla radice quadra ad un numero, che non sia perfettamente quadrato, ſia facilliſſimo; ciononoſtante ne porrò quì un altro un poco più difficile, ma ancor più giuſto, per eſercitare l'intelletto di chi brama apprender tale ſcienza.

Sia da eſtrarſi la radice quadrata da 10, numero non perfettamente quadro. Cavaſi la radice quadra proſſima, che è 3, ed avanza 1. Queſt'avanzo 1 ſi riquadra così. Raddoppiaſi la radice trovata 3, e fa 6, il quale ſi pone ſotto l'avanzo, che darà per radice $3\frac{1}{6}$. Queſta radice, multiplicata per ſe ſteſſa, dà di prodotto $10\frac{1}{36}$, onde ſarà radice abbondante. Per venir dunque alla più proſſima, ſi fa così. Raddoppiaſi la ſuddetta radice $3\frac{1}{6}$, che ſarà $6\frac{2}{6}$. Queſta radice così raddoppiata ſi multiplica pel denominatore della frazione $\frac{1}{36}$, che avanzava dalla radice multiplicata in ſe ſteſſa ſopra la potenza 10, ed avraſſi di prodotto 228. Queſto prodotto 228 ſi ponga per denominatore alla frázione $\frac{1}{36}$, che ſarà $\frac{1}{228}$. Ciò fatto, deeſi ſottrarre $\frac{1}{228}$ dalla radice $3\frac{1}{6}$ nel modo inſegnato al Capitolo VIII., che $\frac{1}{6}$ ſarà $\frac{38}{228}$, da cui ſottratto $\frac{1}{228}$, reſterà per radice $3\frac{37}{228}$. Se queſta radice ſi multiplica per ſe ſteſſa, darà di prodotto $10\frac{1}{51884}$, ed allora l'avanzo ſarà coſa affatto inſenſibile. Se poi qualcuno voleſſe accoſtarſi maggiormente alla radice più proſſima, baſta, che proſegua più avanti la medeſima operazione per una, o due volte, e più ancora, cioè col raddoppiar prima la radice proſſima in ultimo trovata, e poi così raddoppiata multiplicandola col denominatore della frazione della radice multiplicata in ſe ſteſſa, che in tal caſo ſarebbe 51984; ed il prodotto pongaſi per denominatore alla frazione del prodotto della radice trovata ſopra la potenza, che nel caſo ſarebbe 1. Queſto rotto ſottraggaſi dalla frazione della radice ce $3\frac{37}{228}$, e la differenza sarà la radice più prossima, ec. Avvertasi però, che, se la radice fosse mancante, invece d'essere abbondante, allora, in luogo di far la sottrazione da' suddetti rotti, bisogna far la somma, come per se stesso è manifesto, poichè altrimenti sempre ci discosteremmo dalla radice prossima, invece d'accostarvisi.

Se si volesse estrarre la radice quadra da una frazione, aggiungonsi al numeratore, ed al denominatore tre, o quattro paja di zeri; e poi dal denominatore, e dal numeratore cavasi la radice quadra. La radice del numeratore dicesi *numeratore*, e si pone per numeratore; e la radice del denominatore ponesi per denominatore. Ma si avverta, che tante paja di zeri sieno aggiunte al denominatore, quante ne sono aggiunte al numeratore. Per esempio, se si volesse estrarre la radice quadrata da $\frac{2}{3}$, aggiugneremo due paja di zeri, e faranno $\frac{20000}{30000}$, di poi cavata la radice quadra dal numeratore, avremo 158, e cavata la radice quadra dal denominatore, avremo 173; dunque la radice quadra di $\frac{2}{3}$ sarà $\frac{158}{173}$.

CAPITOLO XIX.

§. I.

ESTRAZIONE DELLA RADICE CUBA.

PEr *radice cuba* s'intende quel numero, che multiplicato in se stesso due volte, è uguale ad un altro dato numero. Per esempio, il 4 è radice cuba del 64, poichè 4 multiplicato in se stesso fa di prodotto 16, e 16 multiplicato per 4 fa 64. Perciò il 4 dicesi *radice cuba* del 64, e 64 si dice *numero cubo*, ovvero *potenza terza*, siccome il 16 appellasi *potenza seconda*, ed il 4 *potenza prima* considerato in se stesso senza multiplicazione. Il numero 16 nella radice cuba del 4 al 64 dicesi *esponente*. Presupposte dunque le suddette cognizioni, veniamo all'estrazione della radice cuba, e per procedere con chiarezza, diamone un

Esempio.

A. B.
14,886,936. (246.
8.
6886.
5824.
1062936.

C. 2.
2.
4.
2.
8.

D. 20.
20.
00.
40.

E. 400.
3.
1200.
4.

M. 4800.
960.
64.
5824.

H. 240.
240.
000.
960.
480.
57600.
3.
172800.

I. 6.
1036800.
25920.
216.
1062936.

F. 4.
4.
16.
20.
00.
32.
320.
3.
960.

G. 4.
4.
16.
4.
64.

K. 6.
6.
36.
240.
00.
144.
72.
8640.
3.
25920.

L. 6.
6.
36.
6.
216.

Per

Per estrarre la radice cuba dalla potenza 14886936 posta in *A*, debbonsi prima separare i numeri tre per tre, incominciando sempre a mano destra, come nell'estrazione della radice quadrata, e conforme si vede fatto in *A*. Di poi deesi cavar la radice cuba dalla prima casella a mano sinistra, ch'è 14. Cavasi la radice cuba col multiplicare 2 per 2, che fa 4; e poi 4 per 2, che fa 8, come vedesi fatto in *C*. Detto numero cubo 8 dee sottrarsi dalla potenza 14, che resta 6, come osservasi in *A*. Vicino al 6 si cala l'altra casella 886, che faranno 6886. Ciò fattosi, deesi estrarre la radice cuba dal 6886. Per estrarre detta radice, deesi prima trovare il divisore, il quale si trova coll' aggiugnere un zero alla prima radice cuba trovata, ch'è 2, come vedesi fatto in *D*, che sarà 20. Questo 20 si multiplica per se stesso, e fa 400. Questo 400 multiplicasi per 3, regola fissa, (cioè sempre si opera in un medesimo modo;) e fa 1200, come il tutto si vede in *D*, ed in *E*. Per 1200 deesi dividere la potenza 6886, che sarà il quoziente 4, poichè qualunque altro numero sarebbe eccedente, come apparirà dalle operazioni susseguenti. Poscia si multiplichi 1200 per 4, ed avrassi di prodotto 4800, conforme si vede in *M*. Inoltre si multiplica per se stessa la radice trovata 4, e fa 16. Questo prodotto 16 multiplicasi per la prima radice 2 unita col 0, cioè 20, ed avremo di prodotto 320. Finalmente questo prodotto 320 si multiplica per 3, regola fissa, ed avremo di prodotto 960, come vedesi il tutto in *F*, e questo prodotto 960 ponesi sotto il 4800 in *M*. In fine si trova la potenza cuba della radice 4, ch'è 64; come vedesi in *G*, e questo 64 si pone sotto il 960 in *M*. Bisogna ora sommare i tre numeri in *M*, cioè 4800, 960, 64, che fanno di somma 5824. Questa somma 5824 in *M* dee sottrarsi dalla potenza 6886 in *A*, ed avremo di residuo 1062. Le radici si segnano sempre in *B*, come vedesi fatto nel detto esempio. Finalmente vicino all'avanzo 1062 deesi calar la casella 936, che faranno 1062936. Ora convien trovare il divisore della potenza 1062936; il qual divisore si trova

trova coll'aggiugnere alla radice trovata un zero, che sarà 240, come in *H*, che multiplicata per se stessa darà di prodotto 57600, il quale di nuovo deesi multiplicare per 3, regola fissa, e darà di prodotto 172800, come si vede in *I*. Questo prodotto 172800 è il divisore per la potenza 1062936 in *A*, che v'entra 6 volte, il qual 6 segnasi in *B*. Bisogna ora multiplicar detto divisore per la radice trovata 6, che darà di prodotto 1036800. Inoltre deesi multiplicar la radice 6 per se stessa, ed il prodotto 36 multiplicarlo colla prima radice 24 unita al 0, con multiplicar di nuovo il prodotto 8640 per 3, regola fissa, come vedesi in *K*, ed il prodotto 25920 segnar deesi sotto il 1036800 in *I*. Finalmente si dee trovare il cubo della radice ultima 6, ch'è 216, conforme vedesi in *L*; e questo prodotto 216 segnasi sotto il 25920 in *I*. Debbonsi dopo sommare i numeri 1036800, 25920, 216 in *I*, che sarà la somma 1062936, la quale deesi sottrarre dalla potenza 1062936 in *A*; onde, per esser giusta, è segno, che il numero 14886936 è perfettamente cubo.

Benchè il sopraddetto modo di estrarre le radici cube sia uno de' più facili, nulladimeno ne voglio insegnare un altro, che non riuscirà discaro al Dilettante in materia tanto difficile. Poniamone prima però un

Esem-

Esempio.

A. B.
16,194,277. (253.

C. 2.
2.
———
4.
2.
———
8.
———
D. 2.
2.
———
4.
3.
———
12.
———
E. 25.
25.
———
125.
50.
———
625.
3.
———
P. 1875.

8.
———
81.
———
L. 16194.
15625.
———
M. 5692.
———
K. 16194277.

25.
25.
———
F. 125.
50.
———
625.
25.
———
3125.
1250.
———
G. 15625.
———
H. 253.
253.
———
759.
1265.
506.
———
64009.
253.
———
192027.
320045.
128018.
———
16194277.

Divi-

Divisa la somma 16194277, da cui deesi estrarre la radice cuba, a tre per tre, cominciando a mano destra, come vedesi fatto in *A*, bisogna primieramente trovare il cubo della prima casella a mano sinistra, ch'è 16, il cui cubo è 2, conforme osservasi in *C*. Si segna 2 in *B*, e la potenza cuba del 2, ch'è 8, sottraesi dal 16, ed abbiamo d'avanzo, o di differenza 8. Vicino all'8 calasi il primo numero della seconda casella, ch'è 1, e faranno 81. Dopo deesi trovare il divisore dell'81, e troverassi col multiplicar la prima radice 2 per se stessa, ed il prodotto 4 multiplicarlo per 3, regola fissa, come si vede fatto in *D*. Il prodotto 12 è il divisore dell'81, ed il 12 entra nell'81 sei volte; ma perchè, conforme apparirà, è più del giusto, perciò prenderemo il 5 per quoziente, e segneremo 5 in *B*. Ciò fatto, troveremo la potenza cuba della radice 25, come vedesi in *F*, che sarà 15625, siccome è segnato in *G*. Sottraggasi ora 15625 da 16194, che sono le due caselle a mano sinistra, come osservasi in *L*, ed avremo di differenza 569 posta in *M*; alla qual differenza 569 si unisce il primo numero della terza casella, ch'è 2, ed avremo di potenza 5692 posta in *M*. Conviene ora dividere la potenza 5692. Per trovare il divisore si multiplica per se stessa la radice trovata 25, come vedesi fatto in *E*. Il prodotto 625 si multiplichi per 3, regola fissa, ed avremo di prodotto 1875 posto in *P*, che sarà il divisore della potenza 5692 posta in *M*; e trovatosi, che 1875 entra tre volte nel 5692, segnasi 3 in *B* per radice. Finalmente si trova la potenza cuba della radice 253 posta in *B*, come vedesi fatto in *H*, onde la potenza della suddetta radice cuba 253 sarà 16194277, la quale deesi sottrarre da tutta la potenza posta in *A*, e segnata di nuovo in *K*; e trovato, che niente avanza, è segno, che il numero 16194277 è perfettamente cubo, la cui radice è 253.

Se la potenza non fosse perfettamente cuba, alla potenza medesima aggiungonsi tanti zeri a tre a tre, come si è fatto nella radice quadrata a due a due nel Capitolo prece-

precedente, e poi si prosegue ad estrarre la radice cuba nel modo insegnato dissopra, che sempre s' accosterà alla più perfetta, come chiaramente fu veduto negli esempj della *radice quadrata*.

Ma, se non fosse di necessità estrarre la radice, sia la quadrata, o sia la cuba, e bastasse solamente indicarla, massimamente nelle potenze sorde, cioè in quelle, che non sono nè quadrate, nè respettivamente cube, allora basterà prefiggere alla potenza, se sarà quadrata, ℞.[1], che significa *radice prima*, o *quadra*; ed alla potenza cuba prefiggerassi ℞.[2], che significa *radice seconda*, o *cuba*. Avvertasi però, che il numero affisso alla lettera ℞ dee stare un pochetto sopra la linea, per significare, che il detto numero indica la radice, che deesi estrarre dalla potenza, che segue immediatamente.

Per estrarre le radici cubiche da' rotti si fa così. Si esttaggono le medesime radici dal numeratore, e dal denominatore; avvertendosi solamente, che, se per approssimarsi alla radice cubica bisognasse l' aggiunta de' zeri, tanti terni di zeri aggiungansi al numeratore, quanti se ne aggiungono al denominatore, per conservar sempre la debita proporzione.

§. II.

DELLA PROVA DELL' ESTRAZIONE DELLA RADICE CUBA.

La prova dell' estrazione della radice cuba si fa col multiplicar per se stessa la radice cuba, multiplicando di nuovo il prodotto per la radice cuba, giacchè quest' ultimo prodotto dee essere uguale alla potenza cubica, come la sperienza lo farà per se manifesto, e conforme vedesi fatto in *H*, nel soprapposto esempio. Se poi dalla potenza avanza qualche cosa, l' avanzo unir deesi all' ultimo prodotto; onde la somma sarà uguale alla potenza. E ciò basti pel presente Capitolo, dovendo passare a trattar di cose più necessarie.

CAPITOLO XX.

§. I.

DELLE PROGRESSIONI, E PROPORZIONI.

PRogressione è un ordine di numeri, che calano, o crescono ordinatamente. Quell'ordine poi, che un numero ha con un altro numero, dicesi *proporzione*. Le *progressioni* sono di due specie, cioè *aritmetica*, e *geometrica*; e le *proporzioni* sono di tre specie, cioè *aritmetica*, *geometrica*, ed *armonica*. Dell'*armonica*, perchè appartenente alla Musica, e niente adattata al nostro istituto, non ne parleremo; ma tratteremo soltanto dell'altre due proporzioni, e prima

§. II.

DELLA PROPORZIONE, E PROGRESSIONE ARITMETICA, E DELLE SUE PROPRIETA'.

Dicesi *proporzione aritmetica*, allorchè si considera, quanto un numero sia superiore all'altro, come nella seguente figura 3 : 5 : 7 : 9; poichè considerasi, quanto il 5 sia superiore al 3, il 7 al 5, il 9 al 7, dove in ogni luogo avanza il 2. Ciò dicesi a differenza della *proporzione geometrica*, dove si considera, quante volte un numero entra in un altro, come nella seguente figura 2 : 4 : 8 : 16 : poichè considerasi, quante volte il 2 entra nel 4, il 4 nell'8, e l'8 nel 16, ove sempre v'entrano due volte. Le proporzioni aritmetiche poi sono di più specie, come nelle figure seguenti apparisce.

A. 1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6 : 7 : 8 : 9 : 10 : 11 : 12.

B. 1 : 3 : 5 : 7 : 9 : 11 : 13 : 15 : 17 : 19.

C. 2 : 4 : 6 : 8 : 10 : 12 : 14 : 16 : 18 : 20.

D. 2 : 5 : 8 : 11 : 14 : 17 : 20 : 23 : 26.

Le

Le soprapposte proporzioni aritmetiche diconsi *progressioni continue*. La progressione *A* si dice *continua naturale*. La progressione *B* dicesi *progressione de' numeri dispari*. La progressione *C* appellasi *progressione de' numeri pari*. La progressione *D* si chiama *progressione di numeri pari, e dispari*.

Se la progressione non s'avanzerà sempre coll'istess'ordine, ma sarà interrotta, allora dicesi *progressione discontinua*, purchè però si consideri sempre, quanto un numero sia superato dall' altro, come

E. 3 : 5 : : 8 : 10.

F. 4 : 15 : : 32 : 43.

G. 8 : 72 : : 15 : 79.

Dove osservasi in *E*, che il 5 supera il 3 di 2; il 10 supera l'8 parimente di 2. All'opposto l'8 supera il 3 di 5; e 'l 10 supera il 5 di 5; e così ancora apparisce nell'altre figure *F*, e *G*.

Se la progressione continua sarà composta di numeri dispari, cioè di termini dispari, come in *D*, ove i termini proporzionali sono 9, la somma degli estremi contiene due volte il mezzo proporzionale. Vediamolo dunque. Il primo proporzionale è 2, e l'ultimo è 26, che fanno 28; il mezzo proporzionale è 14, cioè la metà di 28. Se poi la proporzione continua sarà composta di termini pari, come in *A*, allora la somma degli estremi sarà uguale alla somma de' due mezzi proporzionali. Vedasi perciò, che il primo termine proporzionale è 1, e l'ultimo è 12, che fanno 13; uno de' mezzi proporzionali è 6, e l'altro è 7, che fanno 13. Ciò, che si dice degli estremi, e mezzi proporzionali, intendesi ancora degli altri termini nella medesima distanza, come i penultimi in *A* sono 2, ed 11, che fanno 13, poscia vicini ai mezzi sono 5, ed 8, che fanno 13; e così ancora degli altri.

Se si volesse sommar tutta una progressione aritmetica continua, fassi così. Si sommano il primo, ed ultimo proporzionale, e la somma multiplicasi colla somma de' termini proporzionali, dividendo il prodotto per 2. Per esempio, in *A* il primo termine è 1, e l'ultimo è 12, che fanno 13; la somma de' termini è 12. Multiplichiamo dunque 12 per 13, ed avremo di prodotto 156. Dividiamo questo prodotto per 2, ed avremo di quoziente 78, ch'è appunto tutta la somma della progressione *A*.

Può farsi ancora in questo modo. La somma degli estremi multiplicasi per la metà della somma de' termini, ed il prodotto sarà la somma di tutta la progressione, come in *A*; la somma degli estremi è 13, e la metà della somma de' termini è 6; onde multiplichiamo 13 per 6, e fa 78.

Inoltre potrebbesi fare ancor così. Tutta la somma de' termini si multiplica per la metà della somma degli estremi, ed il prodotto sarà tutta la somma della progressione. Vedesi in *A*, dove la somma de' termini è 12, e la metà della somma degli estremi è $6\frac{1}{2}$; multiplichiamo 12 per $6\frac{1}{2}$, e fanno 78. Ciocchè dicesi della progressione *A*, si dice ancor di qualunque altra progressione continua. La ragione dell' operato è chiara, perchè, essendo la somma degli estremi uguale ai mezzi, o il doppio del mezzo, come si è detto dissopra, ne segue, che tutte le somme insieme sieno tante, quante sono le unità della metà de' termini.

Se qualcuno trovar volesse l'ultimo termine della progressione aritmetica, si fa nella seguente maniera. Ma facciamo prima il quesito = *Un Cavalicre spende al mese così. Il primo giorno baj.* 1, *il secondo* 3, *il terzo* 5, *ec.*, *e così fino a'* 30 *giorni. Quanto spenderà nel trentesimo giorno?*

Per isciogliere questo quesito, operasi così. Dal numero de' termini, ch'è 30, cavasi l'unità, e resta 29, il quale multiplicasi per 2, differenza della progressione aritmetica. (Nella progressione aritmetica si considera, quanto un numero sia superiore all'altro, e quella superiorità dicesi differenza, come nel soprapposto caso, in cui entrano 1 : 3 : 5, ove sempre avanzano 2, ec.). Multiplicato dunque 29, termine

mine della progressione sminuita dell'unità, per 2, differenza della progressione, fa 58; al qual prodotto aggiugnendo il primo proporzionale 1, fa 59, ch'è la somma dell'ultimo termine della progressione. Dunque nel trentesimo giorno il supposto *Cavaliere* spenderà bajocchi 59.

Ora poi che si è trovato, quanto spende nel trentesimo giorno, se si volesse ancor sapere, quanto spenda in tutto il mese, operasi, come dissopra è stato insegnato. A ciò fare si sommano i due estremi; cioè 1, e 59, e fanno 60. La detta somma 60 multiplicasi per la metà della somma de' termini, che sarà 15, cioè multiplicasi 60 per 15, ed avremo di prodotto 900, ch'è quanto spenderà il riferito *Cavaliere* in un mese.

Altro quesito = *Un Cavaliere ha dato il denajo in 30 Luoghi di Monte, così distribuiti, che, quante volte nel primo Banco sono 3 scudi, tante volte nel secondo sono 5 scudi, nel terzo 7, ec. Ma nel primo Luogo sono 36 scudi.* (Così si è ritrovato, e così deesi supporre). *Ora cercasi, quanto denajo avrà questo Cavaliere nel Monte trentesimo, e quanto in tutt'i Monti?*

Questo quesito sciogliesi nella maniera seguente. Nel primo Banco v'entra il 3 dodici volte, e perciò sono 36 scudi; dunque, perchè nel secondo vi dee entrare il 5 tante volte, quante nel primo entra il 3, perciò nel secondo entreravvi il 5 dodici volte, che saranno 60. Nel terzo dodici volte entrar vi dee il 7; onde sarà 84, dove chiaramente vedesi, che la differenza di tal progressione è 24. Ciò fatto, si multiplichi la somma de' termini proporzionali 30, sminuita dell'unità; onde sarà 29. Si multiplichi, dissi, 29 per la differenza 24, ed avrassi di prodorto 696; al qual prodotto deesi poi aggiugnere il primo termine, ch'è 36, ed allora sarà 732, che appunto sarà la somma del trentesimo Monte. Dopo ciò si ritrova la somma di tutt'i termini nel modo insegnato dissopra; cioè si somma il primo termine 36 col trentesimo termine, ch'è 732, ed avrassi di somma 768. Questa somma di 768 multiplicasi per la metà de' termini, che saranno 15, ed allora s'avrà di prodotto in tutto 11520,

e tanto

e tanto di denajo avrà il *Cavaliere* in Luogo di Monte, cioè in 30 Luoghi. Potrebbonsi quì proporre altre consimili questioni; ma chi ben intende le soprapposte, potrà ancor sciogliere qualunque altra.

CAPITOLO XXI.

DELLA PROPORZIONE, E PROGRESSIONE GEOMETRICA, E DELLE SUE PROPRIETA'.

LA *progressione geometrica* è un ordine di numeri, i quali sempre con ugual multiplicità, e proporzione vanno avvicinandosi, cioè, che un termine si contenga tante volte nel prossimo suo termine seguente, quante volte un altro termine si contiene nel suo prossimo seguente. Dunque distinguesi la proporzione geometrica dall'aritmetica, perchè l'aritmetica considera, quanto un termine sia superiore, o inferiore all'altro termine prossimo antecedente, o susseguente; e la geometrica considera, quante volte un termine contenga, o sia contenuto nel suo prossimo antecedente, o susseguente. Eccone per chiarezza due esempj.

A. 1 : 2 : 4 : 8 : 16 : 32 : 64 : 128.

B. 3 : 9 : 27 : 81 : 243 : 729.

Quì deesi notare, quante volte un numero entri nell'altro; ed il quoziente dicesi denominatore. Nella progressione *A* il denominatore è 2, perchè l'1 entra due volte nel 2, il 2 entra due volte nel 4, il 4 due volte nell'8, ec. Nella progressione *B* il denominatore è 3, perchè il 3 entra tre volte nel 9, il 9 tre volte nel 27, il 27 tre volte nell'81; e così si va seguitando.

Chi volesse tirare avanti la progressione geometrica, potrà multiplicar l'ultimo termine pel denominatore; ed il prodotto sarà il prossimo proporzionale. Per esempio, nella progressione *A* il denominatore è 2, conforme si è detto, e l'ultil'ultimo termine è 128. Multiplichiamo 128 per 2, ed avremo di prodotto 256; e questo prodotto servirà per termine prossimo seguente al 128. Il detto termine 256 multiplicasi per 2, ed il prodotto sarà un altro termine seguente, e così in infinito. Similmente ancora nella progressione *B*, il cui denominatore è 3, come si è detto, multiplicasi l'ultimo termine 729 pel denominatore 3, ed avrassi di prodotto 2187; e questo prodotto servirà per termine proporzionale prossimo seguente al 729. Il termine 2187 si multiplica di nuovo pel denominatore 3, ed avrassi un altro termine, e così pure in infinito.

In ogni progressione geometrica il prodotto degli estremi è uguale al prodotto di due altri termini presi nella medesima distanza, come si disse nel Capitolo passato circa la somma degli estremi; e così quì proporzionatamente dicesi intorno alla multiplicazione degli estremi. Eccone per chiarezza due esempj.

C. 3 : 6 : 12 : 24 : 48 : 96 : 192.

D. 5 : 15 : 12 : 36.

Nella progressione *c* il primo termine è 3, e l'ultimo è 192; onde multiplicati questi due termini tra di loro daranno di prodotto 576. Prendiamo poi il secondo termine, ch'è 6, ed il penultimo, ch'è 96, e multiplicandoli insieme avremo di prodotto 576. Così operasi ancora riguardo a qualunque altro termine, preso però sempre nella medesima distanza. La progressione *c* dicesi *continua*, e l'altra *discontinua*.

Se il numero de' termini sarà disparo, come nella progressione *c*, che sono 7, il prodotto del termine di mezzo multiplicato per se stesso sarà uguale al prodotto degli estremi, ove il termine di mezzo è 24, il quale multiplicato per 24 darà di prodotto 576, che appunto è il prodotto degli estremi.

Se

Se si volesse sommar tutta un'intera progressione geometrica, farassi così. Dall'ultimo termine si sottragga il primo termine, e la differenza, o somma, che rimane, si divida pel denominatore diminuito di una unità, sommando il quoziente coll'ultimo termine, poichè tal somma sarà la somma di tutta la progressione geometrica. Diamone l'esempio.

2 : 8 : 32 : 128 : 512 : 2048.

L'ultimo termine di tal progressione è 2048. Da detto termine sottraggasi il primo, ch'è 2, ed allora resterà 2046. Questa differenza, o somma rimasta dividasi pel denominatore sminuito dell'unità, il qual denominatore della progressione è 4, che sminuito dell'unità resta 3. Dividasi dunque 2046 per 3, ed avremo di quoziente 682. Questo quoziente si somma coll'ultimo termine, ch'è 2048, ed avremo di somma 2730, ch'è appunto la somma di tutta la detta progressione.

Nella progressione geometrica, se un termine si multiplicherà in se stesso, produrrà un termine tanto lontano da se, quanto esso termine è lontano dal primo, purchè peraltro la progressione cominci dall'unità. Per dilucidarne la pratica porrò quì due progressioni, una aritmetica naturale, e l'altra geometrica.

A. 1 : 5 : 25 : 125 : 625 : 3125 : 15625.

C. 0 : 1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6.

I termini della progressione *C* diconsi *logaritmi*; e quei della progressione *A* si chiamano *corrispondenti*. Ai termini della progressione aritmetica naturale anteponesi un zero sotto il primo termine della progressione geometrica; sotto il secondo termine si pone 1; sotto il terzo ponesi 2, ec. Queste due progressioni così disposte diconsi *tavola de' logaritmi*, da cui si ricavano molte bellissime cose.

Pri-

Primieramente multiplicando qualunque numero della progressione geometrica per se stesso, il prodotto sarà un termine tanto lontano da se nella medesima progressione, quanto esso termine è lontano dall' unità della medesima progressione. Per esempio, se si multiplicherà 25 corrispondente del logaritmo 2, darà un termine lontano da se, quanto è il logaritmo. Per ritrovar dunque un tal termine, si raddoppj il logaritmo 2, e sarà 4; il corrispondente del logaritmo 4 sarà il prodotto del 25 multiplicato per se stesso, cioè 625. Così ancora, se multiplicherassi il corrispondente del logaritmo 3, cioè 125, per se stesso, il prodotto sarà il corrispondente del doppio del logaritmo 3, cioè 6; onde il detto prodotto sarà 15625.

Quindi ne segue, che volendosi trovare il termine 24 della detta progressione geometrica A, si farà facilmente così. Multiplicherassi il corrispondente del logaritmo 6 per se stesso, cioè 15625, che darà di prodotto 244140625, e questo prodotto sarà il corrispondente del logaritmo 12. Il detto prodotto, e corrispondente del logaritmo 12 multiplicato per se stesso darà il termine, ovvero il corrispondente del logaritmo 24. In simil guisa opererassi ancora per trovar qualunque altro termine.

Di più, se qualcuno trovar volesse il termine 10 della progressione geometrica, farà, come segue. Egli è già certo, che sotto il decimo termine v'è scritto il logaritmo 9; prenda dunque due logaritmi, cioè due termini della progressione aritmetica naturale, i quali sommati facciano 9; se multiplicherà i corrispondenti de' due logaritmi sommati, il prodotto darà il termine cercato. Per modo di esempio, se prenderà i logaritmi 3, e 6, fanno 9; dunque multiplicherà il corrispondente del logaritmo 3, ch'è 125, pel corrispondente del logaritmo 6, ch'è 15625, e multiplicati insieme daranno di prodotto 1953125; il qual prodotto sarà il corrispondente del logaritmo 9, ed il decimo termine della progressione geometrica. Lo stesso ne sarebbe venuto, se avesse multiplicati i corrispondenti de' logaritmi 4, e 5.

II. Dividendo qualunque termine della progreſsione geometrica per qualſivoglia altro termine, la differenza de' logaritmi ſarà il logaritmo del quoziente. Sia, per eſempio, il termine ſettimo 15625 da dividerſi pel termine terzo 25. Il logaritmo del termine ſettimo è 6, ed il logaritmo del termine terzo è 2; la differenza di queſti due logaritmi è 4: la qual differenza 4 ſarà il logaritmo del quoziente 625 corriſpondente del logaritmo 4. Così faraſsi ancora di qualunque numero.

III. La metà di un logaritmo ſarà il logaritmo della radice quadrata riguardo a' ſuoi corriſpondenti, come nel ſoprappoſto caſo, dove la metà del logaritmo 6 è 3, ed il corriſpondente 125 è del logaritmo 3; onde 125 ſarà la radice quadrata del corriſpondente del logaritmo 6, ch' è 15625. Così ancora all' oppoſto il corriſpondente del logaritmo 6 è il numero quadro del corriſpondente del logaritmo 3. E così diſcorrendo di qualunque altro numero. Dunque per trovar la radice quadra di un numero baſta prender la metà del ſuo logaritmo, poichè il corriſpondente di tal metà ſarà la radice quadrata. Se poi il corriſpondente, di cui ſi cerca la radice quadrata, non troviſi giuſto nella tavola, deeſi prendere il proſsimo minore, conforme è ſtato inſegnato nella *diviſione*.

IV. Il corriſpondente della terza parte di un logaritmo ſarà la radice cuba del corriſpondente del logaritmo diviſo per 3. Siccome la terza parte del logaritmo 6 è 2, così il corriſpondente del logaritmo 2, ch' è 25, ſarà la radice quadrata del corriſpondente al logaritmo 6, ch' è 15625. E così di qualunque altro numero. Avvertaſi però, che tanto nel trovare la radice quadrata, quanto nel trovar la radice cuba nella tavola de' logaritmi, ſe il numero non foſſe perfettamente quadro, o cubo, ſi prende il proſsimo minore; e ſe il logaritmo non ſi poteſſe dividere per 2, o per 3, per ritrovar le dette radici, allora ſarà meglio operare, come nel proprio Capitolo è ſtato inſegnato, tralaſciando il paſſar più oltre nella ſpiegazione de' logaritmi, perchè è coſa molto diffi-

difficile, e niente servibile al presente istituto, e rimettendo perciò il Leggitore a' più eccellenti Autori, che a' giorni nostri non mancano.

Le suddette cose vagliono solamente, quando la progressione geometrica comincia dall' unità; imperciocchè, se non incominciasse dall' unità, allora per trovare un termine qualunque, multiplicasi il corrispondente del logaritmo per se stesso, o due corrispondenti di due logaritmi, come dissopra è stato insegnato, ed il prodotto bisogna dividerlo pel primo termine.

3 : 9 : 27 : 81 : 243 : 729 : 2187.

0 : 1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6.

Se si volesse trovare il termine 7 del logaritmo 6, che è 2187, multiplicasi per se stesso il corrispondente del logaritmo 3; ch' è 81, e darà di prodotto 6561. Questo prodotto, acciocchè sia il corrispondente del logaritmo 6, bisogna dividerlo pel corrispondente del logaritmo 0, cioè pel primo termine, ch' è 3, e darà di quoziente 2187, ch' è appunto il corrispondente del logaritmo 6. In siffatta guisa ancora si operi per trovar qualunque termine, cominciando la progressione da qualsivoglia numero.

CAPITOLO XXII.

§. I.

ALCUNI QUESITI, CHE SI SCIOLGONO COLLE PROPORZIONI, E PROGRESSIONI.

PRIMO. *SI partono per andare a Roma* PIETRO, *e* GIOVANNI *nell' istesso tempo.* PIETRO *dice di voler fare 20 miglia il giorno; e* GIOVANNI *dice, che il primo giorno farà 1 miglio, il secondo 2, il terzo 3, ec. Cercasi, quando si raggiugneranno?* E' cosa certa, che *Giovanni* raggiugnerà *Pietro*, quando avrà

D'un ugual cammino; e perciò il suddetto quesito rimanvesi per la regola delle progressioni aritmetiche nella seguente maniera. Si raddoppia il cammino di *Pietro* in un giorno, ch'è di 20 miglia, e sarà 40; da 40 levasi il cammino, che si fa da *Giovanni* il primo giorno, ch'è 1 miglio, e resta 39. Ciò fatto, io dico, che *Giovanni* raggiugnerà *Pietro* in 39 giorni. Facciamone la prova. Si multiplichino le 20 miglia, che cammina *Pietro*, co' 39 giorni, ed avremo di prodotto 780; il qual prodotto dimostra le miglia, che cammina *Pietro* in 39 giorni. Si sommi ora la progressione delle miglia, che camminerebbe *Giovanni* in 39 giorni, se il primo giorno facesse 1 miglio, il secondo 2, il terzo 3, ec., ed avremo di somma 780. Quando la progressione è naturale continua, si opera sempre nel modo suddetto.

SECONDO. *Partono dal medesimo luogo ANTONIO, e BERTA. ANTONIO fa 7 miglia il giorno; e BERTA il primo giorno fa 1 miglio, il secondo 3, il terzo 5, ec. Quando si raggiugneranno?* Si raddoppiano le miglia, che fa *Antonio* in un giorno, e faranno 14; poi dal 14 si sottrae il cammino, che fa *Berta* il primo giorno, ch'è 1, e resta 13; dal 13 sottraesi l'unità, e resta 12. Si parte poscia il 12 per la differenza della progressione, ch'è 2, ed avremo di quoziente 6; al qual quoziente 6 aggiugnesi il cammino, che fa *Berta* il primo giorno, ch'è 1, e fanno 7. Ciò fatto, dico, che in 7 giorni si raggiugneranno. Facciamone la prova. Multiplichiamo le miglia, che cammina *Antonio*, co' giorni, cioè 7 per 7, ed avremo di prodotto 49. Sommiamo la progressione delle miglia, che cammina *Berta* in 7 giorni, che farà 49. Così sempre si opera, qualunque siasi la progressione, purchè ancora sempre cominci dall'unità.

TERZO. *Partono dal medesimo luogo PIETRO, e GIOVANNI. PIETRO parte 7 giorni prima, e fa 15 miglia il giorno. GIOVANNI parte 7 giorni dopo, e fa 18 miglia il giorno. Cercasi, quando si raggiugneranno?* Questo quesito è facilissimo, qualora si usi attenzione. A risolverlo pertanto si multiplicano prima i giorni, che ha guadagnati *Pietro* coll'esser partito prima, colle

colle miglia, che questi cammina in un giorno, cioè 15, ed avremo di prodotto 105. Dopo deesi trovar la differenza delle miglia, che camminano ambedue, cioè la differenza tra 15, e 18, ch'è 3. Trovata questa differenza 3, con essa si dee partire il 105, ed il quoziente 35 sarà la quantità de' giorni, in cui si raggiugneranno. Facciamone la prova col multiplicar 35 per 18, ed avremo di prodotto 630; e multiplicando 15 con 35, e 7, cioè con 42 giorni, ne' quali cammina *Pietro*, avremo di prodotto 630.

QUARTO. *Un Muratore prende a fare un Pozzo profondo piedi 24 per scudi 60 di fattura; ma avendo scavato piedi 18, trova l'acqua in tanta copia, che non può scavar più profondo. Cercasi, quanto debba aver della cavatura, poichè il Muratore pretende esser pagato a tenore della profondità, ed il Padrone vuol pagarlo a regola della fatica?* Egli è certo, che assai più faticosa riesce la scavatura del rimanente per la maggior profondità, e perciò giudicasi dover esser pagato a tenore della fatica. Si cerca pertanto, quanto dovrà avere? Per risolver detto quesito, sommasi primieramente la progressione naturale 1 : 2 : 3, ec. infino a 24, com'è stato insegnato dissopra, ed avrassi di somma 300. Sommasi di poi la progressione medesima prodotta infino a 18, e ne verrà la somma 171. (Perchè poi abbiasi a sommar sino a 24, ed in seguito sino a 18, è chiaro, accagione de' 24 piedi, che doveasi scavare il Pozzo, e de' 18 piedi già scavati). Ciò fatto, per la regola del Tre semplice diretta si dirà: se 300 mi dà 60 scudi, quanto mi darà 171? E troveremo per quarto proporzionale scudi 34, baj. 20; e questo sarà il prezzo de' 18 piedi scavati. La ragione è chiara, poichè negli altri 6 piedi, che rimangono, richiedesi maggior fatica nella scavatura; onde meritano ancora guadagno maggiore di quello sieno scudi 2, e baj. 50 per piede.

QUINTO. *GIOVANNI vende un Cavallo a PIETRO in questo modo, vale a dire, che il primo giorno gli dia un acino di Grano, il secondo giorno 2, il terzo giorno 4, il quarto giorno 8; e così per progressione geometrica dee raddoppiare infino a' 30 giorni.*

Cerme , *quanto Grano dovrà pagar* PIETRO *pel detto Cavallo?* Ci conviene stender la progressione geometrica insino a 30; e per farlo con più facilità, ci prevaleremo della regola insegnata nel Capitolo XXI.

1 : 2 : 4 : 8 : 16 : 32 : 64 : 128 : 256 : 65536.

0 : 1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6 : 7 : 8 : 16.

16777216 : 536870912.

24 : 29.

Multiplicheremo il corrispondente del logaritmo 8, ed avremo il termine 17 corrispondente del logaritmo 16. Multiplicheremo di nuovo il corrispondente del logaritmo 16 col corrispondente del logaritmo 8, ed avremo il termine 25 corrispondente del logaritmo 24. Multiplicheremo finalmente il corrispondente del logaritmo 24 pel corrispondente del logaritmo 5, ed avremo il termine 30 corrispondente del logaritmo 29. Ciò fatto, deesi sommar tutta la detta progressione, che faremo parimente nel modo insegnato al Capitolo sopraccitato. Leviamo dunque dall' ultimo termine il primo, e resterà 536870911. Poscia, perchè non si può dividere pel denominatore della progressione diminuito di una unità, giacchè sarebbe 1 il cercato divisore, sommeremo la detta somma con tutto l' ultimo termine 536870912; ed allora poi la somma di tutta la progressione sarà 1073741823, e questa sarà la somma degli acini di Grano, che dovrà pagar *Pietro* a *Giovanni* pel Cavallo. Per veder poscia, a quante rubbia ascenda la suddetta somma di Grano, bisogna risolverla in libbre. A ciò fare, convien sapere, che un rubbio è composto di 8 coppe, ovvero quarte; una coppa è di libbre 80; una libbra forma once 12, cioè grani 6912; un' oncia è composta di 24 scrupoli, cioè grani 576; uno scrupolo contiene 24 grani; un grano poi pesa quanto

quanto pesa un acino di Grano. Dunque per formare una libbra vi vogliono once 12, degli scrupoli ve ne abbisognano 288, e de' grani 6912. Ciò presupposto, deesi risolvere detta somma in libbre col dividerla per 6912.

Libbre. Once. Scrupoli. Grani.

6912.) 1073741823. (155344 : 7 : 2 : 15.
38254.
36941.
23818.
30822.
31743.

Once 576.) 4095. (: 7.
0063.

Scrupoli 24) 63. (2.
15.

Sicchè dunque ne vengono libbre 155344, once 7, scrupoli 2, e grani 15. Per vedere, a quante coppe ascenda la detta somma, debbonsi partir le libbre per 80, poichè 80 libbre fanno una coppa.

80.) 155344. ($1941 \frac{64}{80}$.
753.
334.
144.
64.

Ne vengono coppe 1941, e libbre 64. Conviene ora ridurre le dette coppe a rubbia col dividerle per 8, perchè 8 coppe fanno un rubbio.

8.) 1941. $242 \frac{5}{8}$.
34.
21.
5.

Ne vengono pertanto rubbia $242 \frac{5}{8}$, cioè coppe 5. Sicchè dunque,

dunque, fatto il conto, *Pietro* dovrà dare a *Giovanni* pel noto Cavallo di Grano rubbia 242, coppe 5, libbre 64, once 7, ſcrupoli 2, e grani 15.

SESTO. *PIETRO vuol dare un milione di ſcudi a GIOVANNI, ſe per 97 giorni gli dà un acino di Grano raddoppiato, cioè il primo giorno 1 acino, il ſecondo giorno 2 acini, il terzo giorno 4, il quarto giorno 8, ec. Vorrebbe ſapere, ſe gli torna in vantaggio?* Per non faticar molto, ſtendaſi la progreſſione geometrica, ſiccome nel queſito paſſato ſi è fatto.

1 : 2 : 4 : 8 : 16 : 32 : 64 : 128 : 256 : 65536.

0 : 1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6 : 7 : 8 : 16.

4294967296 : 18446744073709551616.

32. 64.

79228162514143337493543950336.

96.

Per trovare il termine 97, multiplicheremo in primo luogo il corriſpondente del logaritmo 8 per ſe ſteſſo, ed il prodotto ſarà il corriſpondente del logaritmo 16. Multiplicheremo di poi per ſe ſteſſo il corriſpondente del logaritmo 16, ed il prodotto ſarà il corriſpondente del logaritmo 32. Inoltre multiplicheremo per ſe ſteſſo il corriſpondente del logaritmo 32, ed il prodotto ſarà il corriſpondente del logaritmo 64. Finalmente multiplicheremo il corriſpondente del logaritmo 64 pel corriſpondente del logaritmo 32, ed il prodotto ſarà il corriſpondente del logaritmo 96, cioè ſarà il termine 97. Dopo ciò dovrà ſommarſi tutta la progreſſione col termine 2 corriſpondente del logaritmo 1, conforme è ſtato inſegnato diſſopra, e la ſomma ſarà

15845632502828667498708790067 1.

Queſta

Questa somma deesi ora divider per 6912, essendo tutti acini di Grano, affin di ridurla a libbre. Eccone la divisione.

(92481554228684533956711 5 : 3 : 2 : 15.

6912.) 1584563250282866749870879006 71.(*Quoziente* 22-
20216.
63923.
17152.
33285.
56370.
10742.
38308.
37482.
29228.
15806.
19826.
60027.
47314.
58429.
31338.
36907.
23470.
27348.
66127.
39199.
46390.
49180.
7966.
10547.
36351.

Once 576.) 1791.(3.

Scrupoli 24.) 63.(2.
15.

R Sicchè.

Sicchè dunque i detti acini di Grano fanno libbre 2292481-5542286845339567115, once 3, scrupoli 2, e grani 15. Bisogna ora divider detta somma di libbre per 80, affin di ridurla a coppe, e poscia a rubbia. Dividiamo dunque la suddetta somma per 80.

(194278585566744588 $\frac{75}{80}$.

80.) 22924815542286845339567115. (*Quoziente* 286560-

692.
524.
448.
481.
155.
754.
342.
222.
628.
686.
468.
684.
445.
453.
533.
539.
595.
356.
367.
471.
711.
715.
75.

Fatto il computo delle soprapposte libbre di Grano divise per 80, affin di ridurle a coppe, ne vengono coppe 2865-601942785855667445 88, e restano di più libbre 75.

Ora deesi partir la detta quantità di coppe di Grano per 8, perchè 8 coppe fanno un rubbio quì nella nostra Mar-

ca,

ca, come dissopra abbiam detto. Dividiamo dunque le suddette coppe di Grano per 8.

(84823195843073 $\frac{4}{8}$: 75 : 3 : 2 : 15.

8.) 286560194278585566744588. (*Quoziente* 358200242-

46.
65.
16019.
34.
22.
67.
38
65
18.
25.
15.
76.
46.
67.
34.
24.
058.
28.
4.

Fatto dunque l'ultimo computo, ne vengono rubbia 358200-2428482319584307 3, coppe 4, libbre 75, once 3, scrupoli 2, e grani 15. Tanto Grano appunto dovrebbe dar *Giovanni* a *Pietro* per un milione di scudi. Se *Pietro* poi abbia fatto male, ognun da se stesso a chius'occhi lo può giudicare.

Vediamo ora, quante Barche vi vorrebbero per caricar tutta la detta somma di Grano in una volta sola. Perciò supponiamo primieramente, che una Barca porti 500 rubbia di Grano; onde partiremo la data somma di Grano per 500, poichè il quoziente sarà la quantità delle Barche, che vi vogliono per portarlo.

(49646391686 $\frac{73}{500}$: 4 : 75 : 3 : 2 . 15.

500 .) 358200242848231958430734 . (*Quoziente* 716400485-
820 .
3200 .
2002 .
2428.
4284.
2848 .
3482 .
4823 .
3231 .
2319 .
3195 .
1958 .
4584 .
843 .
3430 .
4307 .
3073 .
73 .

Fatto il computo, per caricar detta quantità di Grano vi vorrebbero le ſeguenti Barche 71640048549646391686; e di più avanzerebbero rubbia 73, coppe 4, libbre 75, once 3, ſcrupoli 2, e grani 15.

§. II.

SEGUONO ALCUNI GIUOCHI CURIOSI.

PRIMO. *Per indovinare, qual numero siasi pensato da chiunque*, si opera così. Domandasi primieramente, se *vi è mezzo*? Se quegli risponde di *nò*, si fa in questa guisa. Supponiamo, che abbia pensato 4; onde si replica: *aggiugnete la metà al numero pensato*, cioè 2, che fa 6. Poi dimandasi di nuovo: *vi è mezzo*? Se esso risponde di *nò*, si replica nuovamente: *aggiugnete la metà a quest' ultimo numero*, cioè 3, che fa 9. Finalmente dimandasi: *vi è mezzo*? Se vien risposto di *nò*, allora siamo a segno. Per saper dunque, qual numero sia stato pensato, bisogna sapere, quante volte entra il 9 nell' ultimo numero, perchè ogni 9 conta quattro numeri pensati. Sicchè nel caso proposto entrandovi il 9 per una volta sola, avrà pensato il 4. Ma, affinchè il Giuoco riesca più bello, soggiungasi: *getta via* 4 *per la Vecchia*, 5 *per la Zia*, *ec.*, e così sino al fine, cioè fintantochè sieno gettati via tutti, avvertendo però chi fa il Giuoco a dover tenere a mente i 9, che v' entrano, affinchè indovini il numero pensato. Deesi inoltre avvertire, che, se avesse pensato $3\frac{1}{2}$, quel mezzo bisogna farglielo far sano; onde allora sarebbe 4, e di poi, terminata l' operazione, levasi quel *mezzo*.

Deesi dissoprappiù avvertire, che, se nella prima aggiunta vi fosse il *mezzo*, il detto *mezzo* conviene farglielo far sano; e questo primo *mezzo* conta 1 numero pensato. Se nel secondo ingrandimento, ovvero aggiunta, fossevi parimente il *mezzo*, bisogna farglielo far sano; e questo *mezzo* conta 2 numeri pensati. Se poi il *mezzo* fosse nella prima, e nella seconda aggiunta, allora conta 3, uno pel primo, e due pel secondo *mezzo*. Diamone l' esempio. Pensi qualcuno il 7; aggiunta la metà al detto numero, cioè $3\frac{1}{2}$ fa $10\frac{1}{2}$; onde questo *mezzo* fatto sano farà 11. Aggiunta

di

di nuovo la metà al detto numero 11, cioè $5\frac{1}{2}$, fa $16\frac{1}{2}$, e fatto ſano il *mezzo* fa 17. In 17 il 9 v'entra una volta ſola; dunque da 9 abbiamo ſolamente quattro numeri penſati: uno n'abbiamo dal primo *mezzo*, che fa 5, e due dal ſecondo *mezzo*, che fanno 7, che appunto era il numero penſato.

Il detto Giuoco può farſi ancora nella ſeguente maniera. Penſi qualcuno il ſuo numero, e ſia, per eſempio, 5. Si fa triplicare, cioè multiplicar per 3 il medeſimo 5, e farà 15. Poi ſi dice: *gettate via la metà*; e reſta $7\frac{1}{2}$. Ciò fatto, ſi dimanda: *vi è mezzo*? Se riſponde di *sì*, allora diceſi: *fatelo ſano*, che farà 8. Inoltre ſi replica: *triplicate il voſtro numero reſtato*, cioè ſi multiplichi per 3 il numero 8, e fa 24. Poi ſi dice: *gettate via la metà*, e reſta 12. Ciò fatto, ſoggiugneſi: *vi è mezzo?* Se riſponderà di *nò*, allora ſiamo a ſegno; onde ſi dimanda: *quante volte in queſto numero rimaſto v'entra il 9*? Perchè, ſiccome accennoſſi diſſopra, ogni 9 conta quattro numeri penſati. Se riſponderà, che il 9 v'entra una ſola volta, avremo allora 4 numeri penſati, ed 1 pel primo *mezzo*, che fanno 5. Intorno poi a' *mezzi* oſſerviſi ciocchè fu inſegnato diſſopra, giacchè è 'l medeſimo Giuoco, e l'iſteſſa regola.

SECONDO. *Per indovinare in tre Perſone, chi voglia eſſere, per eſempio, Papa, chi Imperadore, e chi Re*, ovvero *chi abbia preſo mezzo bajocco, chi un bajocco, e chi un quattrino*, ovvero altra coſa a piacimento del Giocatore, avvertaſi prima, che le dette tre coſe debbonſi nominare nella mente del medeſimo Giocatore, cioè una *A*, la ſeconda *E*, e la terza *I*. Supponiamo, per eſempio, che le propoſte tre coſe ſieno un bajocco, mezzo bajocco, ed un quattrino. Il bajocco lo nomineremo *A*, il mezzo bajocco *E*, ed il quattrino *I*. Le dette tre coſe ſempre debbono eſſer diverſe, affine di poterle diſtinguere, e non fallare. Inoltre il Giocatore dee notar nella ſua mente, qual ſia la prima delle tre Perſone, qual la ſeconda, e quale la terza. Ciò notato, dia alla prima ma Persona un acino di fave per segno, alla seconda Persona ne dia due acini, ed alla terza Persona tre acini. Finalmente ponendo sopra la tavola le suddette tre cose, e 18 acini di fave, il Giocatore deesi ritirare per non vedere, poichè in tal caso non sarebbe più Giuoco. Allontanato ch'egli siasi, dirà, che *ciascuna delle tre Persone prenda una di quelle cose a piacimento*. Prese di poi le dette tre cose, dirà il Giocatore: *chi ha preso il bajocco*, (da esso nominato *A* nella sua mente), *prenda tanti segni*, *quanti ne ha in mano*. Supponiamo, che il bajocco sia stato preso dalla seconda Persona, la quale ha due segni in mano; e perciò ne dovrà prendere altri due. Poscia dirà di nuovo: *chi ha preso il mezzo bajocco*, (da esso nominato *E* nella sua mente), *prenda due volte tanti segni*, *quanti ne ha in mano*. Suppongasi, che sia stato preso dalla prima Persona, che ha in mano un sol segno; onde ne dovrà prender due. Finalmente dirà: *chi ha preso il quattrino*, (da esso nominato *I* nella mente), *prenda quattro volte tanti segni*, *quanti ne ha in mano*. Supponiamo, che l'abbia preso la terza Persona, che ha in mano tre segni; onde ne dovrà prender 12. Dopo fatto tutto questo, il Giocatore dee domandare: *quanti segni sono avanzati?* Nel caso nostro ne avanzerebbero due, poichè, essendo diciotto, due ne prese la prima Persona, due la seconda, che fanno quattro, e dodici, che ne prese la terza, fanno 16; e perciò, come si è detto, ne restano due.

Fattasi pertanto l'operazione suddetta, deesi notare il seguente Verso.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
Aperi -	*Prelati* -	*Magister* -	*Camille* -	*Perina* -	*Quid habes* -	*Ribera*.

Imperocchè, se avanza 1, la risposta cade sopra la prima parola *Aperi*; se 2, sopra la seconda parola *Prelati*; se 3, sopra la terza parola *Magister*, ec. Sicchè dunque nel caso nostro essendone avanzati 2, la risposta cade sopra la seconda parola *Prelati*, la quale spiegasi così. La prima Persona avrà

avrà preso il mezzo bajocco da noi nominato *E*, perchè nella parola *Prelati* la prima vocale è *E*. La seconda Persona avrà preso il bajocco, che fu nominato *A*, perchè nella parola medesima *Prelati* la seconda vocale è *A*. La terza Persona avrà preso il quattrino nominato *I*, perchè nella parola *Prelati* la terza vocale è *I*. Imperocchè in dette parole del Verso citato sempre la prima vocale corrisponde alla prima Persona, la seconda vocale corrisponde alla seconda Persona, e la terza vocale corrisponde alla terza Persona. Ma, siccome la prima Persona, (e ciò intendasi delle altre Persone ancora), non sempre ha presa la cosa *A*, così nella prima vocale non sempre trovasi la vocale *A*, ec. Il detto Verso potrebbesi imparare a mente, perchè non istà bene fare un Giuoco colla carta in mano.

Chiunque imparar volesse altri bellissimi Giuochi, e più curiosi, legga fra gli altri il *Taumaturgo Matematico* dell'*Ensel*, ed il primo Tomo delle *Ricreazioni Matematiche*, *e Fisiche* del Signore *Ozonam*, mentre a me sembrano anche superflui i quì soprapposti.

CAPITOLO XXIII.

DELLE ALLEGAZIONI.

Allegazione, o *legamento* significa *stabilire a due specie di mercanzie un prezzo di mezzo*. Per esempio, se qualcuno volesse comperar del Pepe, che costa bajocchi 25 la libbra, e volesse inoltre comperar de' Garofani, che costano bajocchi 38 la libbra, ma quel tale volesse spender solamente 29 bajocchi, e ne pretendesse una libbra tra Pepe, e tra Garofani; questa regola dell'allegazione insegnerà, quanto di Pepe, e quanto di Garofani aver dee per 29 bajocchi, e che in tutto sia una libbra. Si fa dunque così.

Prezzi

	Prezzi.	*Differenze.*
	38.	4.
Prezzo mezzano 29.		
	25.	9.
		13.

Prima ſi ſcrive il prezzo de' Garofani, che vagliono bajocchi 38 la libbra, e poi il prezzo del Pepe ſotto quello de' Garofanì, che ſarà il 25, poichè 25 bajocchi vale una libbra il Pepe. Trammezzo à queſti due prezzi ſcriveſi il denajo, che qualcuno vuole ſpendere, e ſi nota a mano ſiniſtra indietro, affinchè non confondaſi co' prezzi. Dopo ciò oſſervaſi qual differenza paſſa tra'l prezzo de' Garofani, cioè 38 bajocchi, ed il denajo, che vuolſi ſpendere, cioè 29 bajocchi, e troveremo, che la differenza è 9; la qual differenza ſi ſegnerà incontro il prezzo del Pepe, ch'è 25. Fatto queſto, ſi oſſerverà la differenza, che paſſa tra 'l prezzo del Pepe, ch'è di 25 bajocchi, ed il denaro, che vuolſi ſpendere, cioè 29 bajocchi, e troveremo, che la detta differenza è 4; e queſta differenza ſi ſegnerà a mano deſtra incontro il 38 prezzo de' Garofani. Finalmente ſommeremo le dette differenze 4, e 9, ed avremo di ſomma 13. Poſcia per la regola del Tre ſemplice diretta così diremo: ſe 13 mi dà 1, che mi darà 4, cioè la differenza poſta dirimpetto al prezzo de' Garofani? Inoltre, che mi darà 9, differenza poſta dirimpetto al prezzo del Pepe? Perchè il quarto proporzionale ſarà la quantità de' Garofani, e del Pepe, che avraſſi co' bajocchi 29.

	4?	$\frac{4}{13}$	Garofani.
13 : 1 : :			
	9?	$\frac{9}{13}$	Pepe.

Dunque co' bajocchi 29 ſi avrà di Garofani $\frac{4}{13}$, e di Pepe $\frac{9}{13}$, che in tutto fanno una libbra.

Ora se ne dee far la prova, se l'operazione sia ben fatta. Per formar detta prova, dicesi così per la regola del Tre semplice diretta: se una libbra di Garofani vale bajocchi 38, quanto valeranno $\frac{4}{13}$? Di poi se una libbra di Pepe vale bajocchi 25, quanto valeranno $\frac{9}{13}$? Onde troverassi subito il prezzo del rotto del Pepe, e de' Garofani; e di poi sommati i detti pezzi faranno il valore di bajocchi 29. Eccone un

Esempio.

$$1 : \begin{cases} 38 : \frac{4}{13} ? & 11\frac{9}{13}. \\ 25 : \frac{9}{13} ? & 17\frac{4}{13}. \end{cases} \qquad \text{cioè} \qquad 13 : \begin{cases} 38 : 4 ? & 11\frac{9}{13}. \\ 25 : 9 ? & 17\frac{4}{13}. \end{cases}$$

$$\overline{29.} \qquad\qquad \overline{29.}$$

Dove avvertasi, che i rotti $\frac{9}{13}$, e $\frac{4}{13}$ sono rotti di bajocchi, che sommati contano per un bajocco, il quale unito all' 11 fa 12, e questo finalmente unito al 17 dà l'intera somma di bajocchi 29. Per far tutta l'operazione, l'intero 1 deesi ridurre alla denominazione del rotto posto nel terzo proporzionale, ch'è 13, come fu insegnato nel Capitolo XV. § VI. e conforme vedesi quì praticato nella seconda operazione posta per maggior chiarezza, che dovrà ciascun praticare nelle seguenti regole di allegazione, la quale per brevità non verrà ripetuta. Essendochè dunque $\frac{4}{13}$ di Garofani, e $\frac{9}{13}$ di Pepe vagliono bajocchi 29, i quali appunto voleansi spendere per una libbra tra' Garofani, e Pepe, è segno della perfetta operazione. Quando sono due cose sole, sempre opererassi nel suddetto modo, che non si potrà errare.

Se poi fossero cinque cose diverse, come Pepe, Cannella, Garofani, Zafferano, e Nocemoscada, supponendo, che

che il Pepe ſi venda bajocchi 25, la Cannella baj. 32, i Garofani bajocchi 38, il Zafferano bajocchi 22, la Nocemoſcada baj. 36; e che il denajo, che uno voglia ſpender per una libbra, in cui v'entrano tutte cinque le ſuddette Droghe, importi 29 bajocchi; avvertaſi, che, per far la legazione, il denajo, che deeſi ſpendere, ſia di mezzo tra'l prezzo ſuperiore, ed inferiore, perchè altrimenti non ſi farebbe legazione, com'è chiaro per ſteſſo. Ciò dunque ſuppoſto, ſtendiamo il queſito.

Pepe.		25 —	7 :	3 :	9	—	19.
Zafferano.		22 —	7 :	3 :	9	—	19.
	29.						
Garofani..		38 —	4 :		7	—	11.
Cannella.		32 —	4 :		7	—	11.
Nocemoſcada.		36 —	4 :		7	—	11.
		Differenza	71.		*ſommata*		71.

Le ſopraddette Droghe ſi legheranno così. Prima trovaſi la differenza tra il denajo da ſpenderſi, cioè baj. 29, ed il prezzo del Pepe, il quale ſi legherà in primo luogo colla Nocemoſcada, e perciò diremo: la differenza tra' bajocchi 29, ed il prezzo del Pepe è 4; onde ſegneremo 4 dirimpetto alla Nocemoſcada. Diremo di poi: la differenza tra il 29, ed il prezzo della Nocemoſcada, cioè 36, è 7; onde ſegneremo 7 dirimpetto al 25. Di nuovo legheremo il 25 prezzo del Pepe col 32 prezzo del Cannella. Troveremo dunque la differenza tra 29, e 25, ch'è 4, e la ſegneremo dirimpetto al 32 prezzo della Cannella. Troveremo ancora la differenza tra 29, e 32, ch'è 3, e ſegneremo 3 dirimpetto al 25 prezzo del Pepe dopo il 7. Finalmente legheremo il medeſimo prezzo del Pepe, cioè 25, col prezzo de' Garofani, ch'è 38. Trovaſi dunque la differenza tra 29, e 25 prezzo del Pepe, la qual differenza è 4, che ſegnaſi dopo il 38 prezzo de' Garofani. Di poi trovaſi la differenza tra

29, e 38, e questa differenza, ch'è 9, segnerassi dirimpetto al 25 prezzo del Pepe dopo il 7, ed il 3. Legato il prezzo del Pepe con quel de' Garofani, della Cannella, e della Nocemoscada, resta a legarsi colle medesime cose il prezzo del Zafferano. Leghiamo dunque prima il prezzo del detto Zafferano col prezzo della Nocemoscada. Troviamo la differenza tra 29, e 22 prezzo del Zafferano, la qual differenza è 7, che segneremo dirimpetto al 36 prezzo della Nocemoscada dopo il 4. Di poi trovata la differenza tra 29, e 36 prezzo della Nocemoscada, la qual differenza è 7, segneremo 7 dopo il 22 prezzo del Zafferano. Legheremo inoltre l'istesso 22 prezzo del Zafferano col 32 prezzo della Cannella. Troviamo perciò tra 'l 29, ed il 22 prezzo del Zafferano la differenza, ch'è 7, e si segna dirimpetto al 32 prezzo della Cannella dopo il 4. Poscia tra 29, e 32 prezzo della Cannella troveremo la differenza 3, che deesi segnar dirimpetto al 22 prezzo del Zafferano dopo il 7. Finalmente legheremo il medesimo prezzo del Zafferano 22 col 38 prezzo de' Garofani. Trovisi pertanto la differenza tra 29, e 22, la quale è 7, e si segnerà dirimpetto al 38 prezzo de' Garofani dopo il 4. Ed in seguito troveremo la differenza tra 29, e 38, ch'è 9, e segneremo il 9 dirimpetto al 22 prezzo del Zafferano dopo il 7, ed il 3. Ecco dunque che abbiamo legati i prezzi delle due Droghe, che vaglion meno del denajo, che si vuole spendere, cogli altri tre prezzi di Droghe, delle quali ciascuna vale più del denajo suddetto. Così pertanto farassi sempre, quando le Droghe, od altre robe sono più di due; cioè sempre la Droga di prezzo inferiore al denajo, che si vuole spendere, legasi co' prezzi delle Droghe superiori al denajo, che vuolsi spendere comperandole una per una. So benissimo, che potrebbonsi legare altrimenti ancora, ma non mai l'operazione verrà con tanta giustezza, come nel modo assegnato. Ciò fatto, si sommeranno tutte le differenze, prima ciascuna da se per linea piana, e poi tutte insieme per colonna; onde la somma totale sarà 71. Finalmente per la regola del

del Tre ſemplice diretta ſi dirà : ſe 71 ſomma di tutte le differenze mi dà 1 libbra, quanto mi darà 19 differenza poſta dirimpetto al 25 prezzo del Pepe? (Poichè le dette differenze ſi ſommano in queſto modo, cioè 7, e 3 fanno 10: 10, e 9 fanno 19; e così dicaſi ancora dell'altre differenze riguardo all'altre Droghe, come vedeſi fatto). Di poi dicaſi ſimilmente: quanto mi darà la differenza 19 poſta dirimpetto al 22 prezzo del Zafferano? Quanto mi darà 11 differenza poſta dirimpetto al 38 prezzo de' Garofani? Quanto mi darà la differenza 11 poſta dirimpetto al 32 prezzo della Cannella? Quanto mi darà la differenza 11 poſta dirimpetto al 36 prezzo della Nocemoſcada? In queſto caſo dunque la regola del Tre ſi ſcriverà così.

	(19 ?)	$\frac{19}{71}$	Pepe.
	(19 ?)	$\frac{19}{71}$	Zafferano.
71 : 1 :	(11 ?)	$\frac{11}{71}$	Garofani.
	(11 ?)	$\frac{11}{71}$	Cannella.
	(11 ?)	$\frac{11}{71}$	Nocemoſcada.

Dal che ne ſegue, che con 29 bajocchi al prezzo già preſuppoſto nel queſito delle Droghe nominate, per averne una libbra, avraſſi di Pepe $\frac{19}{71}$, di Zafferano $\frac{19}{71}$, di Garofani $\frac{11}{71}$, di Cannella $\frac{11}{71}$, di Nocemoſcada $\frac{11}{71}$, che in tutto fanno una libbra, la quale appunto volevaſi comperare con 29 baj.

Conviene ora farne la prova, la quale per la regola del Tre ſemplice diretta ſi fa così: ſe 1 libbra di Pepe mi coſta 25 bajocchi, quanto mi coſteranno $\frac{19}{71}$? Il medeſimo queſito facciaſi ancora per le altre frazioni di Droghe.

1 : 25 :

1 : 25 : :	$\frac{19}{71}$?	6	$\frac{49}{71}$	Pepe.
1 : 22 : :	$\frac{19}{71}$?	5	$\frac{63}{71}$	Zafferano.
1 : 38 : :	$\frac{11}{71}$?	5	$\frac{63}{71}$	Garofani.
1 : 32 : :	$\frac{11}{71}$?	4	$\frac{68}{71}$	Cannella.
1 : 36 : :	$\frac{11}{71}$?	5	$\frac{41}{71}$	Nocemoſcada.

Somma 29 de' prezzi.

Dove chiaramente vedeſi, che per $\frac{19}{71}$ di Pepe vi vogliono baj. 6 $\frac{49}{71}$; per $\frac{19}{71}$ di Zafferano vi vogliono baj. 5 $\frac{63}{71}$, ec.; i quali prezzi tutti ſommati aſcendono a bajocchi 29, e queſta ſomma di denajo appunto fin dal principio eraſi prefiſſa di ſpendere; dunque l'operazione è ben fatta. Così ſempre dovraſſi operare, ſecondochè fu già diſſopra accennato, quando le coſe da legarſi ſono più di due, giacchè non ſi potrà fallare. Sempre dunque deeſi legar la Droga, ovvero altra roba di prezzo inferiore al denajo, che ſi vuole ſpendere, colla Droga di prezzo ſuperiore al denajo medeſimo.

Conſecutivamente ne viene, che, ſe il denajo foſſe inferiore alla Droga di minor valore, oppure foſſe ſuperiore alla Droga di maggior valore, in tal caſo l'allegazione ſarebbe impoſſibile, perchè nel primo caſo non v'entra una libbra della Droga inferiore; e nell'altro caſo una libbra della Droga ſuperiore non uguaglia il denajo. Siccome nel propoſto eſempio, ſe ſi voleſſe ſpendere 18 bajocchi, ovvero 40 bajocchi per una libbra, chiaramente vedeſi, che con 18 bajocchi non ſi può aver neppure una libbra di Zafferano, Droga più inferiore di prezzo, che coſta bajocchi 22; e con 40 bajocchi potrebbeſi prender più di una libbra di Garo-

Garofani, Droga maggiore di prezzo, che vale baj. 38; dunque l'allegazione ſarebbe impoſſibile.

Altro queſito = *Un Mercatante vuol comperare* 400 *libbre tra Pepe, Garofani, Cannella, e Nocemoſcada; ma vuole ſpender ſolamente* 40 *ſcudi. Il Pepe vale baj.* 8 *la libbra, i Garofani bajocchi* 7, *la Cannella baj.* 13, *e la Nocemoſcada baj.* 16. *Addimandaſi, quanto dovrà prender di ciaſcuna Droga?* Prima di paſſar più avanti, convien ricercare, quanto ricada alla libbra la ſomma di 40 ſcudi, ſuppoſte le 400 libbre da comperare. Queſto ſi fa per la regola del Tre ſemplice diretta dicendo così: ſe 400 libbre mi coſtano ſcudi 40, quanto mi coſterà una libbra? Troveraſſi, che il coſto di una libbra ricade a baj. 10, e queſti formano il prezzo mezzano. Ciò fatto, ſtenderaſſi la regola delle allegazioni, come ne' paſſati eſempj, ed è la ſeguente.

	Pepe	8 —	6 :	3	——	9.
	Garofani	7 —	6 :	3	——	9.
Prezzo di mezzo . . . 10 . . .						
	Cannella	13 —	2 :	3	——	5.
	Nocemoſcada . . .	16 —	2 :	3	——	5.
			Somma 28	*delle differenze*		28.

Per legar le ſuddette Droghe faremo così. Prima legheremo il Pepe colla Nocemoſcada. Troviamo dunque la differenza tra' bajocchi 10, che coſta una libbra da comperarſi, e baj. 8 prezzo del Pepe, la qual differenza è 2, che ſegneremo dirimpetto al 16 prezzo della Nocemoſcada. Poi troveremo la differenza tra 'l 10, ed il 16 prezzo della Nocemoſcada, la qual differenza è 6, che ſegneremo dirimpetto all' 8 prezzo del Pepe. Inoltre legheremo il medeſimo mo Pepe colla Cannella. Troviamo dunque la differenza tra 10, ed 8 prezzo del Pepe, la qual differenza è 2, che segneremo dirimpetto al 13 prezzo della Cannella. Poi troveremo la differenza tra 10, e 13 prezzo della Cannella, la qual differenza è 3, che segneremo dirimpetto all'8 dopo il 6. Legato il Pepe colla Cannella, e colla Nocemoscada, rimangono a legarsi i Garofani colla Cannella, e colla Nocemoscada. Prima dunque legheremo i Garofani colla Nocemoscada. Troviamo pertanto la differenza tra 10, e 7 prezzo de' Garofani, la qual differenza è 3, che segneremo dirimpetto al 16 prezzo della Nocemoscada dopo il 2. Poi troveremo la differenza tra 10, e 16 prezzo della Nocemoscada, la qual differenza è 6, che segneremo dirimpetto al 7 prezzo de' Garofani. Finalmente legheremo i medesimi Garofani colla Cannella. Troviamo dunque la differenza tra 10, e 7 prezzo de' Garofani, la qual differenza è 3, che segneremo dirimpetto al 13 prezzo della Cannella dopo il 2. Troveremo di poi la differenza tra 10, e 13 prezzo della Cannella, la qual differenza è 3, che segneremo dirimpetto al 7 dopo il 6. Ecco pertanto legate tutte le Droghe inferiori colle superiori, conforme doveasi fare. Debbonsi ora sommar tutte insieme le differenze, che fanno 28 di somma. Dopo per la regola del Tre semplice diretta diremo: se 28 somma delle differenze mi dà libbre 400, quanto mi darà la differenza 9 posta dirimpetto al Pepe? Così ancora, quanto mi darà la differenza 9 posta dirimpetto a' Garofani? Quanto la differenza 5 posta dirimpetto alla Cannella? Quanto finalmente la differenza 5 posta dirimpetto alla Nocemoscada? Cosicchè nella proporzione tutta la somma delle differenze tenga il primo luogo, la somma delle Droghe, che si hanno a comperare, tenga il secondo luogo, e le differenze particolari abbiano il terzo luogo. Il detto quesito pertanto si stenderà nella seguente forma.

	: : 9 ?	$128 \frac{4}{7}$	Pepe.
	: : 9 ?	$128 \frac{4}{7}$	Garofani.
28 : 400.			
	: : 5 ?	$71 \frac{3}{7}$	Cannella.
	5 ?	$71 \frac{3}{7}$	Nocemoſcada.

Somma 400 *delle Droghe.*

Oſſervisi, che in queſta operazione, affinchè riuſciſſe più facile, il primo, ed il ſecondo proporzionale, cioè tanto il diviſore 28, quanto il dividendo 400, ſono ſtati ridotti a minor quantità coll'eſſere ſtato diviſo ciaſcheduno in quattro parti; laonde il diviſore non è ſtato 28, ma 7; ed il dividendo non è ſtato 400, ma 100. Così è bene a farſi, quando ſi può, poichè l'operazione rieſce più ſpedita.

Operando ſecondo la regola del Tre, troveremo, che di Pepe ſe ne prenderanno libbre $128 \frac{4}{7}$; di Garofani libbre $128 \frac{4}{7}$; di Cannella libbre $71 \frac{3}{7}$; di Nocemoſcada libbre $71 \frac{3}{7}$; che in tutto ſommano libbre 400, le quali appunto ſi deſideravano comperare. Deeſene ora far la prova, ſe l'operazione ſia ben fatta. Si coſtituiſca dunque la regola del Tre tante volte, quante ſono le Droghe, e dicaſi: ſe una libbra di Pepe mi coſta baj. 8, quanto mi coſteranno libbre $128 \frac{4}{7}$? Di poi ſi dirà: ſe una libbra di Garofani mi coſta baj. 7, quanto mi coſteranno libbre $128 \frac{4}{7}$? Così dicaſi ancora dell' altre Droghe. Eccone un

Esempio.

$1 : 8 :: 128\frac{4}{7} ? \quad 10 : 28\frac{4}{7}$ Pepe.

$1 : 7 :: 128\frac{4}{7} ? \quad 9 : 00$ Garofani.

$1 : 13 :: 71\frac{3}{7} ? \quad 9 : 28\frac{4}{7}$ Cannella.

$1 : 16 :: 71\frac{3}{7} ? \quad 11 : 42\frac{6}{7}$ Nocemoscada.

$40 : = : =$

Fatto il computo, troveremo, che le libbre $128\frac{4}{7}$ di Pepe vagliono scudi 10, baj. $28\frac{4}{7}$; le libbre $128\frac{4}{7}$ di Garofani vagliono scudi 9; le libbre $71\frac{3}{7}$ di Cannella vagliono scudi 9, baj. $28\frac{4}{7}$; e le libbre $71\frac{3}{7}$ di Nocemoscada vagliono scudi 11, baj. $42\frac{6}{7}$; che in tutto sommano scudi 40, il qual denajo appunto voleasi spendere. Ciò sarà segno, che l'operazione è ben fatta; e perciò così sempre farassi in qualunque altro simile esempio.

Altro quesito = *Uno Statuario vuol fare una Statua d'Argento del peso di libbre 56. Vorrebb'egli pertanto pagar l'Argento solamente scudi 24 la libbra; ma trova due specie d'Argento: una, che vale scudi 30, e l'altra scudi 20 la libbra. Addimanda perciò, quanto dell'uno, e quanto dell'altro Argento debba prendere, acciocchè fuso insieme vaglia scudi 24 la libbra?* Si stenda il quesito, come nelle passate esperienze.

$$
24. \quad \begin{array}{l} 30 \;\text{———}\; 4. \\ 20 \;\text{———}\; 6. \end{array}
$$

10 *Somma.*

Per

Per legare insieme il prezzo dell' uno col prezzo dell' altro Argento, e per isciogliere il quesito suddetto, si farà così. Troverassi primieramente la differenza tra gli scudi 24, che si vogliono spendere, e gli scudi 30 prezzo dell'Argento più fino, la qual differenza è 6, che si segnerà dirimpetto al 20 prezzo dell'Argento basso. Troveremo di poi la differenza tra gli scudi 24 da spendersi, e gli scudi 20 prezzo dell'Argento basso, la qual differenza è 4, che segneremo dirimpetto al 30 prezzo dell'Argento fino. Finalmente sommeremo ambe le differenze, che saranno 10. Poscia per la regola del Tre semplice diretta diremo: se 10 somma delle differenze mi dà 56 peso della Statua desiderata, quanto mi darà 4 differenza posta dirimpetto al 30 prezzo dell' Argento fino? Così ancora, che mi darà 6 differenza posta dirimpetto al 20 prezzo dell'Argento basso? Eccone l'

Esempio.

$$10 :: 56 :: \begin{cases} 4 \; ? \quad 22\frac{4}{10} & \text{Argento fino.} \\ 6 \; ? \quad 33\frac{6}{10} & \text{Argento basso.} \end{cases}$$

Fatto il computo, si dovranno prender libbre $22\frac{4}{10}$ di Argento fino, e libbre $33\frac{6}{10}$ del basso, che in tutto sommano libbre 56, secondochè si desiderava; onde a scudi 24 la libbra n'ascende la valuta in tutto a scudi 1344.

Conviene ora farne la prova per la regola del Tre semplice diretta, come nelle passate sperienze, e perciò diremo: se 1 libbra d'Argento fino vale scudi 30, quanto valeranno libbre $22\frac{4}{10}$? E poi se 1 libbra d'Argento basso vale scudi 20, quanto valeranno libbre $33\frac{6}{10}$? Eccone l'esempio.

$$1 : 30 : 22\tfrac{4}{10} \; ? \quad 672 \quad \text{Argento fino.}$$

$$1 : 20 : 33\tfrac{6}{10} \; ? \quad 672 \quad \text{Argento basso.}$$

Coſta dunque l'Argento fino ſcudi 672, e l'Argento baſſo ſcudi 672, che in tutto ſommano ſcudi 1344; il qual denajo appunto voleaſi ſpendere per libbre 56 d'Argento.

La legazione di più coſe potrebbeſi far parimente in altra maniera, ed anche con maggior brevità. Diamone un eſempio. Sia da comperarſi una libbra tra Pepe, che vale bajocchi 25, Zafferano, che vale baj. 22, Cannella, che vale bajocchi 24, Garofani, che vagliono baj. 38, e Nocemoſcada, che vale baj. 36; ma ſi voglia ſpender ſolamente baj. 30. Si ſtenda il queſito, come nelle paſſate ſperienze.

	Pepe.		25	— 6.
	Zafferano.		22	— 8.
	Cannella.		24	— 6.
Prezzo	*di mezzo*	30.		
	Garofani.		38	— 8.
	Nocemoſcada.		36	— 5. : 6.

Somma 39 delle differenze.

Per far detta legazione di coſe faremo così. Prima legheremo il Pepe colla Nocemoſcada. Troviamo dunque la differenza tra 30 denajo, che ſi vuole ſpendere, e 25 prezzo del Pepe, la qual differenza è 5, che ſegneremo dirimpetto al 36 prezzo della Nocemoſcada. Poi troveremo la differenza tra 30, e 36 prezzo della Nocemoſcada, la qual differenza è 6, che ſegneremo dirimpetto al 25 prezzo del Pepe. Legheremo inoltre il Zafferano co' Garofani. Troveremo perciò la differenza tra 30, e 22 prezzo del Zafferano, la qual differenza è 8, che ſegneremo dirimpetto al 38 prezzo de' Garofani. Di poi troveremo la differenza tra 30, e 38 prezzo de' Garofani, la qual differenza è 8, che ſegneremo dirimpetto al 22 prezzo del Zafferano. Reſtaci ora a legare la Cannella. Ma, perchè non abbiamo altra coſa di prezzo ſuperiore, che non ſia legata, ſarà pertanto in noſtra libertà il legar la detta Cannella con qualunque altra delle ſud-

detto

dette robe di prezzo ſuperiore. Legheremo dunque la Cannella con la Nocemoſcada. Troviamo perciò la differenza tra 30, e 24 prezzo della Cannella, la qual differenza è 6, che ſegneremo dirimpetto al 36 prezzo della Nocemoſcada dopo il 5. Poi troveremo la differenza tra 30, e 36 prezzo della Nocemoſcada, la qual differenza è 6, che ſegneremo dirimpetto al 24 prezzo della Cannella. Ora abbiamo legati tutt' i prezzi inferiori co' ſuperiori, nè rimane altro da legarſi, poichè baſta per queſta regola, che ciaſcun de' prezzi inferiori ſia legato con un ſolo de' ſuperiori, e che ciaſcun de' ſuperiori ſia legato con un ſolo degl' inferiori; il che già ſi è fatto, come appariſce dall' eſempio propoſto; e così ancora faraſſi in qualunque altra occorrenza. Ciò eſeguito, debbonſi ſommar le differenze, giacchè tutto in avvenire operaſi, ſecondo le ſperienze paſſate. La ſomma dunque delle differenze ſarà 39. Dopo per la regola del Tre ſemplice diretta ſi dirà: ſe 39 ſomma delle differenze mi dà 1 libbra, quanto darammi 6 differenza poſta dirimpetto al 25 prezzo del Zafferano ec.? Perchè il quarto proporzionale è la quantità cercata. Ove deeſi notare, che la differenza 6 del Pepe, venuta dalla Nocemoſcada, non è di eſſa Nocemoſcada, ma del Pepe, perciò dà la quantità del Pepe medeſimo. Così ancora la differenza 8 poſta dirimpetto al Zafferano dà la quantità del Zafferano ſteſſo, e non de' Garofani, ec.

	(6 ?)	$\frac{6}{39}$	Pepe.
	(8 ?)	$\frac{8}{39}$	Zafferano.
39 : 1 ::	(6 ?)	$\frac{6}{39}$	Cannella.
	(8 ?)	$\frac{8}{39}$	Garofani.
	(11 ?)	$\frac{11}{39}$	Nocemoſcada.

Dal

Dal che ne segue, che con 30 bajocchi si prenderanno $\frac{6}{39}$ di Pepe, $\frac{8}{39}$ di Zafferano, ec., che in tutto sommano 1 libbra, la quale appunto desideravasi comperare.

Se ne faccia ora la prova per la regola del Tre semplice diretta, come nelle passate sperienze, dicendo: se 1 libbra di Pepe mi costa 25 bajocchi, quanto mi costeranno $\frac{6}{39}$? Così parimente, se 1 libbra di Zafferano mi costa 22 bajocchi, quanto mi costeranno $\frac{8}{39}$? E così dell'altre Droghe. Eccone un

Esempio.

$1 : 25 :: \frac{6}{39}$?	$3\frac{33}{39}$	Pepe.
$1 : 22 :: \frac{8}{39}$?	$4\frac{20}{39}$	Zafferano.
$1 : 24 :: \frac{6}{39}$?	$3\frac{27}{39}$	Cannella.
$1 : 38 :: \frac{8}{39}$?	$7\frac{31}{39}$	Garofani.
$1 : 36 :: \frac{11}{39}$?	$10\frac{6}{39}$	Nocemoscada.

Fatto il computo, $\frac{6}{39}$ di Pepe costeranno baj. $3\frac{33}{39}$, ec., che in tutto sommano baj. 30, il qual denajo appunto volevasi spendere per 1 libbra tra tutte le suddette Droghe.

Per maggior chiarezza siane un altro esempio. *Vorrei comperare 84 libbre tra Pepe, che vale baj. 14 la libbra, Zafferano, che vale baj. 22, Garofani, che vagliono baj. 16, e Cannella, che vale baj. 27; ma in tutto vorrei spendere scudi 15, e baj. 12. Addimando, quanto debba io prenderne di ciascuna delle suddette Droghe, onde ascenda il tutto a libbre 84, e non oltrepassi la spesa gli scudi 15, baj. 12?* Prima di stendere il quesito per l'allegazione, deesi cercare per la regola del Tre semplice diretta, quanto vengano a ricadere alla libbra, e perciò dirassi: se 84 libbre

libbre mi costano scudi 15, e baj. 12, quanto mi costerà 1 libbra? Troverassi, che ricade appunto a baj. 18; e detti bajocchi 18 servono per prezzo di mezzo, senza di cui non si può operare. Ciò fatto, dunque si stenda il quesito per l'allegazione così.

	Pepe.	14 — 9.
	Garofani.	16 — 4.
Prezzo di mezzo 18.		
	Zafferano.	22 — 2.
	Cannella.	27 — 4.
		Somma 19 *delle differenze*.

Steso il quesito, prima legheremo il Pepe colla Cannella. Troveremo dunque la differenza tra 18 denajo, che si vuole spendere, e 14 prezzo del Pepe, la qual differenza è 4, che segneremo dirimpetto al 27 prezzo della Cannella. Di poi troveremo la differenza tra 18, e 27 prezzo della Cannella, la qual differenza è 9, che segneremo dirimpetto al 14 prezzo del Pepe. Inoltre legheremo i Garofani col Zafferano. Troveremo dunque la differenza tra 18, e 16 prezzo de' Garofani, la qual differenza è 2, che segneremo dirimpetto al 22 prezzo del Zafferano. Poscia troveremo la differenza tra 18, e 22 prezzo del Zafferano, la qual differenza è 4, che segneremo dirimpetto al 16 prezzo de' Garofani. Ciò eseguito, non occorre fare altra legazione, giacchè, conforme si è insegnato nella passata sperienza, ciascuna Droga di prezzo inferiore si è legata con una delle superiori, ed all'opposto ciascuna Droga di prezzo superiore si è legata con una delle inferiori, essendo sufficiente questa sola legazione. Somminsi ora insieme tutte le differenze, e ne verrà la somma 19. Dopo per la regola del Tre semplice diretta dicasi: se 19 somma di tutte le differenze mi dà 84 quantità desiderata delle suddette Droghe, quanto mi darà 9 differenza del Pepe? Quanto 4 differenza de' Garofani, ec.? Eccone l'esempio.

$$19 : 84 :: \begin{cases} (9 ?) & 39\frac{15}{19} & \text{Pepe.} \\ (4 ?) & 17\frac{13}{19} & \text{Garofani.} \\ (2 ?) & 8\frac{16}{19} & \text{Zafferano.} \\ (4 ?) & 17\frac{13}{19} & \text{Cannella.} \end{cases}$$

Somma 84 : =

Fatto il computo, ne ſegue, che del Pepe debbaſene prender libbre $39\frac{15}{19}$, de' Garofani libbre $17\frac{13}{19}$, del Zafferano libbre $8\frac{16}{19}$, e della Cannella libbre $17\frac{13}{19}$, che in tutto ſommano libbre 84, la qual quantità voleaſi appunto comperare. Deeſene poſcia far la prova per la regola del Tre ſemplice diretta, dicendo: ſe 1 libbra di Pepe mi coſta bajocchi 14, quanto mi coſteranno libbre $39\frac{15}{39}$? Similmente diraſſi: ſe 1 libbra di Garofani mi coſta baj. 16, quanto mi coſteranno libbre $17\frac{13}{19}$? E così dicaſi dell' altre Droghe ancora. Eccone l' eſempio.

$1 : 14 :: 39\frac{15}{19}$?	$5 : 57\frac{1}{19}$	Pepe.
$1 : 16 :: 17\frac{13}{19}$?	$2 : 82\frac{18}{19}$	Garofani.
$1 : 22 :: 8\frac{16}{19}$?	$1 : 94\frac{10}{19}$	Zafferano.
$1 : 27 :: 17\frac{13}{19}$?	$4 : 77\frac{9}{19}$	Cannella.

Somma 15 : 12 : =

Laonde

Laonde computato il tutto, libbre $39\frac{15}{39}$ di Pepe, vagliono ſcudi 5, baj. $57\frac{1}{19}$; libbre $17\frac{13}{19}$ di Garofani vagliono ſcudi 2, baj. $82\frac{18}{19}$; e così dell'altre Droghe, la ſomma delle quali aſcende in tutto a ſcudi 15, e baj. 12, il qual denajo appunto impiegar voleaſi per libbre 84 delle ſopprappoſte Droghe. Queſti due modi di legare, inſegnati nel preſente Capitolo, ſono faciliſſimi, e ſi poſſono porre in pratica ſenza timor di fallare.

CAPITOLO XXIV.

REGOLA DI FALSA POSIZIONE SEMPLICE.

Queſta regola diceſi *di falſa poſizione*, non perchè inſegni il falſo, ma perchè in eſſa poneſi un numero ideale, per trovare un numero vero. Siffatta regola è di due ſorte. Una diceſi *di falſa poſizione ſemplice*, perchè ſi pone un ſolo numero ideale. La ſeconda chiamaſi *di falſa poſizione doppia*, perchè ſi pongono due numeri ideali. Differiſce la prima dalla ſeconda; perocchè tutto ciò, che ſciogliesi colla prima, ſi può ſciorre colla ſeconda; ma non tutto quello, che ſciogliesi colla ſeconda, ſi può ſciorre colla prima. Ne ſegue pertanto, che queſta regola di falſa poſizione ſemplice non è aſſolutamente neceſſaria; tuttavolta non ſi dee laſciare, per non aver ſempre ad operare colla ſeconda, la quale è aſſai più lunga, e faticoſa della prima. Colla medeſima regola di falſa poſizione ſemplice ſi ſciolgono tutt'i queſiti, ov'entrano le ſeguenti frazioni $\frac{1}{2}$: $\frac{1}{3}$: $\frac{1}{4}$: $\frac{2}{6}$: $\frac{3}{8}$ ec. Poſta dunque una queſtione, deeſi prendere un numero, e detto numero ſi dee eſaminare ſecondo il tenore del queſito, poichè, ſe in tutto s'accorda, ſarà il numero cercato; ſe poi non s'accorda, coll'ajuto della regola del Tre ſemplice diretta ſi troverà il detto numero cercato. Ma oſſerviſi, che il numero, che ſi prende ideale, ſia di tal na-

tura,

ſura, che in eſaminarlo non vi corrano rotti, non già perchè ciò ſia neceſſario, ma ſoltanto per isfuggire ogni difficoltà, ed intrigo, giacchè meglio ſi multiplicano i ſani, che i rotti. Eccone dunque un

Eſempio.

Tre Perſone s' accordano inſieme di voler comperare un Terreno per ₰ 1404; *ma il ſecondo vuol mettere la metà più del primo, ed il terzo tre volte più del ſecondo. Quanto dovrà dunque porre il primo, quanto il ſecondo, e quanto il terzo?*

Per iſcioglier detto queſito faremo così. Supponiamo, (ecco il falſo ſuppoſto, o ſia numero ideale), che il primo abbia a mettere 2 ſcudi; dunque il ſecondo ne dovrà metter 4, poichè dee porre la metà più del primo; ed il terzo dovrà metterne 12, dovendone metter tre volte più del ſecondo. Ciò fatto, ſi ſommeranno i detti numeri 2 : 4 : 12, che faranno 18. Dopo per la regola del Tre ſemplice diretta diremo: ſe 18 venne dalla falſa poſizione di 2, da quanto verrà 1404? Ecco l'eſempio.

18 : 2 : : 1404? 156.

Il quarto proporzionale ſarà il denajo, che dee porre il primo. Se ne fa la prova così. Raddoppiamo 156, che ſarà la porzione del ſecondo, e ſarà 312. Poi triplichiamo la porzione del ſecondo, che ſarà la porzione del terzo, cioè 936. Dopo ſi ſommano le dette porzioni, e ſe la ſomma aſcenderà all' altra ſomma propoſta di ſcudi 1404, ſarà ſegno della perfetta operazione. Sommiamo dunque.

156.
312.
936.

Somma 1404 *delle Parti.*

Trovata la ſomma delle Parti, che aſcende alla ſomma prefiſſa, è ſegno, come ſi diſſe, che l'operazione è ben fatta.

Altr'

Altr' eſempio = *Troviſi un numero, da cui levato un terzo, ed un quinto, reſti* 42. Per iſciorre il preſente queſito ſupponiamo falſamente, che il numero propoſto a trovarſi ſia 15. Leviamo un terzo da 15, cioè 5, reſta 10. Leviamo inoltre da 10 un quinto di 15, cioè 3, reſta 7. Di poi diremo per la regola del Tre ſemplice diretta: ſe il 7 venne dal numero 15 falſamente ſuppoſto, da quanto verrà il 42? Ecco l' eſempio,

7 : 15 : : 42? 90.

Il quarto proporzionale, cioè 90, ſarà il numero cercato. Per farne la prova, leviamo da 90 un terzo, ch' è 30, reſta 60. Poſcia da 60 leviamo un quinto di 90, cioè 18, reſta 42, il quale appunto era il numero fiſſo propoſto nel queſito.

Abbiaſi peraltro l'avvertenza, che, ſe la quantità da levarſi ecceda l' unità, il queſito ſarà impoſſibile. Per eſempio, ſe ſi diceſſe = *Trovami un numero, da cui levandoſi la metà, e due terzi, reſti* 8 =; in tal caſo il queſito è impoſſibile, perchè $\frac{1}{2}$: $\frac{2}{3}$ è più di 1, e perciò non è poſſibile il darſi detto numero, poichè ſotto l' unità non v'è numero, onde poterſi operare, ſiccom' è manifeſto.

Altro queſito = *Un Cavaliere andando a Roma ſpeſe pel viaggio due terzi, ed un quarto del ſuo denajo, e ritornato a caſa riportò ſcudi* 29. *Addimandaſi, quanto ſeco portaſſe nel partire?* Per lo ſcioglimento di queſto queſito convien ſupporre falſamente, che portaſſe ſcudi 24. Ciò ſuppoſto, facciaſi poi così. Leviamo da 24 due terzi, cioè 16, e reſta 8; da 8 leviamo un quarto di 24, cioè 6, e reſta 2. Ora per la regola del Tre ſemplice diretta dicaſi: ſe 2 venne dal 24 falſamente ſuppoſto, da quanto verrà 29? Ecco l' eſempio.

2 : 24 : : 29? 348.

Il quarto proporzionale è il numero cercato. Facciamone la prova, levando da 348 due terzi, cioè 232; onde reſterà 116; ed inoltre col levar da 116 un quarto di 348, cioè 87, resterà 29, ch'è appunto il numero fisso, il quale erasi proposto nel quesito.

Altro quesito = *Un Mercatante andato alla Fiera guadagnò tre volte più del denajo di quello avea portato. Di poi col denajo, che avea, e con quello guadagnato in un' altra Fiera guadagnò cinque volte più di tutto il denajo. Tornato di nuovo alla Fiera guadagnò sei volte più del denajo, che avea, e che guadagnò nell' altre due Fiere. Dopo essendo tornato a casa, ritrovossi avere scudi 32040. Chiedesi, quanto denajo portasse alla prima Fiera?* Volendo sciorre il detto quesito bisogna falsamente supporre, che portasse scudi 5. A questo 5 conviene aggiugnere 15, cioè le tre volte più guadagnate nella prima Fiera, che saranno 20. A questo 20 deesi aggiugner 100, ch'è il numero delle cinque volte più guadagnate nella seconda Fiera, e saranno 120. A 120 finalmente aggiungasi 720, cioè le sei volte più guadagnate nella terza Fiera, che saranno 840; ma dovea esser 32040. Per trovar dunque il numero chiesto, cioè il denajo, che portò alla prima Fiera, diremo: se 840 venne da 5, numero falsamente supposto, da quanto verrà 32040? Eccone l'esempio.

$$840 : 5 : : 32040 ? \; 190 \frac{600}{840}.$$

Il quarto proporzionale è il numero cercato, ed il denajo, che portò il *Mercatante* alla prima Fiera. Facciasene la prova, come nelle precedenti sperienze.

Altro quesito = *Un Fornajo volendo macinare 700 rubbia di Grano andò al Mulino, e trovò, che v'erano cinque Macini, la prima delle quali macina 9 rubbia l'ora, la seconda 6, la terza 4, la quarta 3, e la quinta 1. Ricercasi, in quante ore macinerà il detto Grano?* Per rispondere a siffatto quesito convien supporre falsamente, che si possa macinare in 2 ore. Diciamo pertanto così. In 2 ore la prima Macine (supposto però, che tutte le Macini girino) dà fuori 18 rubbia di Grano macinato, la seconda 12, la terza 8, la quarta 6, e la quinta 2. Sommando le supposte rubbia macinate in 2 ore, saranno 46 rubbia. Diciamo ora per la solita regola del Tre accennata: se

46 ven-

46 venne da ore 2 falsamente supposte, da quante verrà 700?

$$46 : 2 :: 700 ? \; 30\frac{20}{46}.$$

Il quoziente sarà il tempo desiderato per macinar le suddette rubbia di Grano con tutte cinque le Macini. Se ne faccia la prova, perchè la prima Macine farà rubbia $273\frac{42}{46}$, la seconda rubbia $182\frac{28}{46}$, la terza rubbia $121\frac{34}{46}$, la quarta ne farà rubbia $91\frac{14}{46}$, e la quinta rubbia $30\frac{20}{46}$; che in tutto sommano rubbia 700, la qual quantità di Grano appunto doveasi macinare.

Altro quesito = *Un Vecchio fu interrogato, quanti anni avesse? Rispose, averne tanti, che, se a quelli, che ha, se ne aggiugnesse la metà, e poi dalla somma se ne levasse un quarto della somma medesima, ed inoltre vi s' aggiugnessero* 8 *anni, ne avrebbe* 98. *Cercasi, quanti anni avesse?* Questo quesito non si può sciorre per la regola di falsa posizione semplice, se prima non si levano quegli 8 anni aggiunti in fine. La ragione di ciò è chiara, giacchè i suddetti 8 anni non entrano nè nella metà, nè nel quarto, laonde sono fuori di regola. Leviamo dunque prima gli 8 anni aggiunti, e resteranno 90. Ciò eseguito, supponiamo falsamente, che avesse 16 anni. Aggiuntavi pertanto la metà, cioè 8 al detto 16, ne viene 24. Dalla somma di 24 leviamone un quarto, ch'è 6, e resta 18. Dopo per la più volte citata regola del Tre semplice diretta dicasi: se 18 venne dal numero falsamente supposto 16, da quanto verrà 90? Stendiamone l'esempio.

$$18 : 16 :: 90 ? \; 80.$$

Il quarto proporzionale sarà la quantità degli anni, che avea il *Vecchio*. Per farne la prova, aggiungasi all' 80 la metà, cioè 40, e sarà 120; levando dal medesimo 120 un quarto, cioè 30, resta 90; a cui aggiunto il numero 8 levato, fa 98, ch'era appunto il numero fisso proposto nel quesito.

Altro

Altro quesito = *Un Mercatante ha spesi scudi 12, baj. 72 nella compera di Pepe forte libbre 45, e di Pepe garofanato libbre 69. Il Pepe forte lo ha pagato per ogni libbra la metà più del Pepe garofanato. Cercasi, quanto costò una libbra di Pepe forte, e quanto una libbra di Pepe garofanato?* Per isciorre detto quesito supponiamo falsamente, che una libbra di Pepe garofanato costi baj. 3, e per conseguenza una libbra di Pepe forte costi baj. 6. Ne segue perciò, che 45 libbre di Pepe forte costino scudi 2, baj. 70; e che 69 libbre di Pepe garofanato costino scudi 2, baj. 7, che in tutto sommano scudi 4, baj. 77. Ma si è detto dissopra, che costano scudi 12, baj. 72. Dunque per la regola del Tre semplice diretta dicasi: se bajocchi 477 vennero dal numero 3 falsamente supposto, da quanto verranno bajocchi 1272? Ecco pertanto l'esempio.

477 : 3 : : 1272? 8.

Il quarto proporzionale 8 sarà il prezzo del Pepe garofanato; e per conseguenza bajocchi 16 saranno il prezzo del Pepe forte per ogni libbra. Facciasene la prova, come nelle passate sperienze; e si operi pur così, poichè non si può giammai errare. Quì intanto si dà fine al presente Capitolo, credendo, che ognuno coll'esercizio potrà imparare assai più di quello si è insegnato, e specialmente coll'ajuto del Capitolo seguente, in cui ritrovansi delle belle cose, e si sciolgono dubbj oscurissimi.

CAPITOLO XXV.

DELLA REGOLA DI FALSA POSIZIONE COMPOSTA.

Questa regola *di falsa posizione doppia*, o *composta*, sembrami, che più facilmente possa spiegarsi con un esempio, e meglio che in altro modo; laonde prima di tutto sarà bene quì porre il seguente quesito = *V'è una quantità di denajo, cioè 544 scudi, da partirsi in tre Persone. Il secondo ne dee avere il doppio del primo, e poi 2 di più. Il terzo dee averne il triplo del primo, e del secondo insieme, e poi 8 di più. Quanti*

Quanti scudi dunque dovrà avere il primo, quanti il secondo, e quanti il terzo? In questo quesito ciascuno chiaramente vede, doversi cercar tre numeri, il secondo de' quali contenga il primo due volte, e poi 2 di più, ed il terzo contenga il primo, ed il secondo tre volte, e poi 8 di più. Supponiamo pertanto, (ecco il primo falso supposto), che il primo debba prender 4 scudi; dunque il secondo dee prenderne 10, perchè gli tocca prenderne due volte di più del primo, cioè 8, e poi 2 di più, che fanno 10. Il primo, ed il secondo in tutto ne prendono 14; dunque il terzo ne dee prender 50, perchè gli convien prendere il triplo del primo, e del secondo, cioè 42, e poi 8 di più, che fanno 50; onde in tutti tre ne prenderanno 64. Segneremo il termine del primo, ch'è 4, in *A* nella figura seguente; di poi sotto 10 : 50 : 64. Quì però non dovea restar 64, ma bensì 544; dunque abbiam noi errato di 480. Quest'errore perciò di 480 lo segneremo sotto il 64; e, siccome l'errore è di *meno*, segnasi colla lettera *M*. Poi di nuovo supporremo falsamente, (ecco

544.

		A.	B.		
		4.	10.		
		10.	22.		
		50.	104.		
	Somma	64.	136	*Somma*.	
M.	480.			408.	*M.*
	10.	*Differenza* 72 *di M.*		4.	
Prodotto	4800.			1632	*Prodotto*.
	1632.				
Differenza	3168.				

72.) 3168. (44.
288.
0.

il

il secondo falso supposto), che il primo debba prender 10, e questo 10 lo segneremo sotto il *B*. Il secondo ne dovrà prender 22, perchè dee prendere il doppio del primo, che è 20, e poi 2 di più, che fanno 22, e si segnerà 22 sotto il 10. Il terzo ne dovrà prender 104, perchè dee prendere il triplo del primo, e del secondo, cioè 96, e poi 8 di più, che fanno 104; onde si segnerà 104 sotto il 22. Si sommeranno poscia questi tre Capitali, cioè 10 : 22 : 104, che in tutto fanno 136. Ma dovea esser 544; dunque abbiamo errato di 408. Quest'errore 408 lo segneremo sotto il 136 da parte; e perchè l'errore è di *meno*, segnasi colla lettera *M*, siccome colla medesima lettera *M* si è segnato ancora 480, ch'era il primo errore. Se poi fosse di più, allora segnasi colla lettera *P*, poichè siccome *M* per nostra intelligenza significa *Meno*, così *P* dovrà significar *Più*. Imperocchè, se tutti due gli errori sono *meno*, o sono *più*, usasi una regola; se poi uno è *più*, e l'altro è *meno*, vi vuole un' altra regola, come si dirà in appresso. Segnati pertanto i due errori suddetti, deesi trovar la differenza, che passa tra l'uno, e l'altro errore, (e ciò si fa colla sottrazione); la qual differenza nel caso presente è 72, che segnasi in mezzo. Dopo conviene multiplicar l'errore 480 posto in *M* sotto l'*A* col numero falsamente supposto in *B*, ch'è 10, ed avremo di prodotto 4800. Di poi bisogna multiplicar l'altro errore 408 posto in *M* sotto il *B* col numero falsamente supposto in *A*, ch'è 4, ed avremo di prodotto 1632. Avuti questi due prodotti, deesi sottrarre il minore dal maggiore, cioè 1632 da 4800, ed avremo di differenza 3168. Questa differenza 3168 convien dividerla per la prima differenza degli errori, che fu 72; onde il quoziente 44 è il denajo, che competesi al primo. La prova si fa, come nel Capitolo passato, e perciò non v'è quì bisogno di spiegarla.

Coll'istesso metodo potrebbesi trovare ancora ciocchè si compete al secondo, multiplicando l'errore posto in *B* col secondo numero falsamente supposto in *A*, che fu 10; e multiplicando parimente l'altro errore posto in *A* col secondo

numero

numero falsamente supposto in *B*, che fu 22. Operando di poi senza mutar cos'alcuna, come si è praticato dissopra, avrassi per secondo termine ciocchè competesi alla seconda Persona, cioè 90.

Inoltre, se si multiplicheranno nell' istess' ordine i terzi numeri falsamente supposti con gli errori, operando, come in addietro, troverassi il denajo, che competesi al terzo, cioè 410, che in tutto sommano scudi 544, i quali compongono il denajo da partirsi nel quesito proposto.

Porrò quì un altro esempio per maggior dilucidazione, ed affinchè possa esser meglio intesa questa regola tanto necessaria per isciorre i dubbj. *Sieno da dividersi 93 scudi in tre Persone col seguente ordine. Il secondo prenda il quadruplo del primo, e poi 2 di più. Il terzo prenda il triplo del primo, e del secondo, e poi 5 di più. Cercasi, quanto dovrà aver ciascuno?* Nello scioglimento del presente quesito supponiamo falsamente, (ecco il primo falso supposto), che il primo debba prendere 8 scudi; dunque il secondo ne dovrà prender 34, perchè gli si dee il quadruplo del primo, ch'è 32, e poi 2 di più, che fanno 34; il terzo poi dovrà prenderne 131, perchè dee avere il triplo del primo, e del secondo, cioè 126, e poi 5 di più, che fanno 131. Ciò fatto, secondochè vedesi nella seguente figura, si segnerà in *A* 8, e sotto porrassi 34, e di poi 131. Tirata in appresso una lineetta, farassene la somma; e di poi confrontata la somma 173 col numero fisso 93, troveremo l'errore di 80. Quest' errore si segnerà in disparte vicino al 173; e perchè l'errore medesimo è superiore al numero fisso 93, lo segneremo colla lettera *P*. Di nuovo supporremo falsamente, (ecco il secondo falso supposto), che il primo debba prender 6 scudi; dunque il secondo dovrà prenderne 26, perchè aver dee il quadruplo del primo, cioè 24, e poi 2 di più, che fanno 26; e conseguentemente il terzo ne dovrà prender 101, perchè dee avere il triplo del primo, e del secondo, cioè 96, e poi 5 di più, che fanno 101. Ciò fatto, segneremo in *B* il 6 numero falsamente supposto, e di

93.

A.	*B.*
8.	6.
34.	26.
131.	101.
173.	133.

P. 80. —— Differenza 40 del *P.* —— 40. *P.*

6. 8.

480. 320.

320.

Differenza 160. 40.) 160. (4 *Quoziente.*

ſotto 26, indi 101. Finalmente, tirata una lineetta, faremo la ſomma de' tre numeri falſamente ſuppoſti, cioè di 6 : 26 : 101, che faranno 133. Secondo però il numero fiſſo propoſto, dovea reſtar 93; dunque abbiamo errato di 40. Segneremo perciò queſt'errore ſotto il 133 da parte; e ſiccome il numero dell'errore è ſuperiore al 93, così lo noteremo colla lettera *P*. Ciò eſeguito, troveremo, conforme nella ſperienza paſſata, la differenza tra' due errori, cioè tra 80, e 40, la qual differenza è 40, che ſi ſegnerà in mezzo, come vedeſi nella ſoprappoſta figura. Ora deeſi multiplicare il primo errore 80 col ſecondo falſo ſuppoſto in *B*, ch'è 6, ed avremo di prodotto 480, come notato ſi vede nella figura ſuddetta. Deeſi poſcia multiplicare il ſecondo errore 40 col primo falſo ſuppoſto, ch'è 8 ſegnato in *A*, ed avremo di prodotto 320, come nella figura medeſima. Inoltre il prodotto minore de' ſuddetti due errori così multiplicati deeſi ſottrarre dal prodotto maggiore dell' altro errore; cioè biſogna ſottrarre 320 da 480, e la differenza 160 dividerla per 40 differenza degli errori, ed avremo mo di quoziente 4. Questo quoziente 4 è la porzione del primo. Se ne faccia la prova, e troverassi, che il secondo dee aver 18 scudi, ed il terzo 71, che in tutto sommano 93, qual era appunto il numero fisso proposto nel quesito.

Potrebbesi trovare ancora la quantità del secondo, e del terzo, operando, conforme fu insegnato nella sperienza passata, cioè col multiplicar l'errore 80 pel secondo falso supposto in *B*, che competesi al secondo, ch'è 26, ed avremmo di prodotto 2080. E di poi multiplicando il secondo errore 40 col secondo falso supposto in *A*, cioè 34, che competesi al secondo, avrebbesi di prodotto 1360. Questo prodotto minore deesi sottrarre dal maggiore, e resterà di differenza 720, e questa divisa per l'altra differenza degli errori, ch'è 40, darà di quoziente 18, il qual quoziente sarà la porzione del secondo. Coll'istess'ordine parimente trovasi la porzione del terzo. Si multiplica il primo errore 80 pel terzo falso supposto in *B*, cioè 101, che competesi al terzo, ed avrassi di prodotto 8080. Multiplicasi di poi il secondo errore 40 col terzo falso supposto in *A*, cioè 131, che competesi al terzo, e si avrà il prodotto 5240. Questo prodotto minore deesi sottrarre dal maggiore 8080, e ne verrà la differenza 2840, la qual differenza convien dividersi per la differenza degli errori, ch'è 40, ed avrassi di quoziente 71; e questo quoziente 71 sarà la porzione dovuta al terzo. In siffatta guisa sempre si opererà, quando per questa via vorrà trovarsi la porzione, che competesi al secondo, ed al terzo, senza poter errare; e così ancora bisogna operare, allorchè ambedue gli errori sono di *più*, o di *meno* del numero fisso. Quando poi uno degli errori è *più*, e l'altro è *meno*, opererassi, come nel seguente

Quesito = *Trovinsi tre numeri, il secondo de' quali contenga il primo due volte, e poi 4 di più, il terzo contenga una volta il primo, ed il secondo, e poi 6 di più; ma in tutto sommino 56.* Per isciorre detto quesito, prima supponiamo falsamente, che il primo numero sia 8; dunque il secondo sarà 20, perchè dee contenere il primo due volte, cioè 16, e poi 4 di

X 2 più,

	A.	56.	B.	
	8.		5.	
	20.		14.	
	34.		25.	
	62.		44.	

P.	6.		12.	M.
	5.	Somma 18 di P. M.	8.	
	30.		96.	
	96.			
Somma	126.	18.) 126. (7 Quoziente.		

più, che fanno 20; il terzo poi dovrà esser 34, perchè dee contenere il primo, ed il secondo, cioè 28, e poi 6 di più, che fanno 34. Si segnerà in *A* il numero falsamente supposto 8, sotto cui segnerassi 20, ed inoltre 34. Di poi tirata una lineetta, si sommeranno i detti tre numeri, che faranno 62. Dovea però restar 56; dunque abbiamo errato di 6; onde segneremo 6 sotto il 62 in disparte, e perchè l'errore è stato di *più*, si segnerà il detto 6 colla lettera *P*, come osservasi nella soprapposta figura. Supporremo falsamente inoltre, che il primo numero sia 5; dunque il secondo sarà 14, perchè dee contener due volte il primo numero, che fanno 10, e coll'aggiunta del 4 di più sono 14; il terzo numero poi sarà 25, dovendo contenere una volta il primo, ed il secondo numero, che fanno 19, e poi col 6 di più sono 25. Dopo ciò segneremo sotto il *B* i detti tre numeri, cioè prima il 5, poscia il 14, e finalmente il 25; e fattavi sotto una lineetta, si sommeranno, e ne verrà di somma 44. Dovea però la detta somma esser 56; onde abbiamo

biamo errato di 12. Segneremo pertanto quest'errore sotto il 44 da parte, e perchè l'errore è *meno* del numero proposto, lo noteremo colla lettera *M*. Finora abbiamo operato, come nelle passate sperienze. Nel rimanente però l'operazione è diversa, perchè gli errori non sono ambedue superiori, o inferiori al numero fisso; ma uno è superiore, e l'altro è inferiore. Laonde in tal caso farassi così. Si sommino insieme gli errori 12, e 6, che fanno 18, conforme vedesi notato nella figura. Ciò fatto, si multiplicherà il primo errore posto in *A* segnato nella lettera *P*, ch'è 6, col secondo falso supposto in *B*, ch'è 5, ed avremo di prodotto 30. Multiplicheremo di poi il secondo errore posto in *B*, e segnato nella lettera *M*, ch'è 12, coll'8 primo numero falsamente supposto in *A*, ed avremo di prodotto 96. Ora i prodotti di questi due errori, cioè 96, e 30, debbonsi sommare insieme, e faranno 126. Vedasi la soprapposta figura. Detta somma 126 deesi finalmente divider per 18 somma degli errori, ed avremo di quoziente 7, il quale sarà il primo numero. Se ne faccia le prova, perchè in tal caso il secondo dee averne 18, ed il terzo 31, che in tutto sommano 56, ch'era appunto il numero fisso proposto nel quesito. Così sempre dovrassi operare, allorchè degli errori uno è *più*, e l'altro è *meno*.

Abbiamo spiegati tutt'i modi d'usar la regola di falsa posizione composta. Ora porremo quì alcuni quesiti particolari, per far veder la sua grande utilità.

QUESITO I. *Trovinsi tre numeri, il primo de' quali aggiunto al 15 faccia il doppio degli altri due; il secondo aggiunto al medesimo 15 faccia il triplo degli altri due, cioè del primo, e del terzo; e finalmente il terzo aggiunto al suddetto 15 faccia il quintuplo degli altri due, cioè del primo, e del secondo.* Questa è una questione intrigatissima, nè vi vogliono meno di tre operazioni per iscioglierla. Supponiamo dunque, che il primo numero sia 3, che unito al 15 faccia 18. Questo 18 dee essere il doppio degli altri due numeri, cioè del secondo, e del terzo;

terzo; dunque queſti due numeri, cioè ſecondo, e terzo, in tutto debbono ſommar 9, ch' è la metà di 18.

Eſempio 3. | *principale.*

In queſt'eſempio principale poniamo per ora ſolamente il primo falſo ſuppoſto, e ſecondochè vi ſi porranno i numeri, lo richiameremo. Porremo ancora altri eſempj meno principali, per proſeguir l'operazione. Suppoſto dunque, che il primo numero ſia 3, che unito al 15 fa 18, la cui metà è 9, ne viene, che la ſomma del ſecondo, e del terzo debba eſſer 9. Ora deeſi ſupporre di queſto 9 qual ſia il ſecondo numero, e quale il terzo. Supponiamo pertanto, che il ſecondo ſia 4, ed il terzo 5; onde quì deeſi far la figura, che chiameremo *eſempio meno principale.*

Eſempio meno 4. | 5. *principale.*
5. | 4.

P. 5. ——✠—— 1. *P.*
4.

5.   4.
—   —
25.   4.
4.
———
4.) 21. ($5\frac{1.}{4.}$

Segneremo 4 a capo della figura, e quello ſarà il ſecondo numero, ſotto cui dovraſſi ſegnare il terzo numero, ch'è 5. Poi diremo: 4 ſecondo numero aggiunto al 15 fa 19. Queſto 19 eſſer dee il triplo del primo, e del terzo numero, ch'è 3, ſiccome fu ſuppoſto dapprincipio. Il terzo numero è 5 è 5 posto nell' addotta figura sotto il 4. Ma 5, e 3 fanno 8, il triplo del quale è 24, e noi ne abbiamo 19; dunque abbiamo errato di 5, e questo errore si segnerà sotto il 5 medesimo. Supponendo perciò, che il secondo numero sia 5, per conseguenza il terzo sarà 4, poichè tra tutti due debbono far 9. Ciò presupposto, il secondo numero, ch' è 5, unito col 15 fa 20, il qual 20 dee esser triplo del primo, e del terzo numero, cioè del 3, ch' è il primo supposto principale, e del 4, che fanno 7. Ma il triplo di 7 è 21, ed il numero è 20; dunque abbiamo errato di 1, e quest' errore segnerassi sotto il 4. Dopo si opererà nel modo insegnato nelle passate sperienze. Troveremo la differenza degli errori, ch' è 4. Multiplicheremo l' errore 1 col primo supposto 4; di poi multiplicheremo l' errore 5 col secondo supposto 5, ed avremo di prodotto 25; dal qual prodotto levato il primo prodotto 4, resterà di differenza 21. Questa differenza 21 divisa per la differenza degli errori, ch' è 4, darà di quoziente $5\frac{1}{4}$, il qual quoziente $5\frac{1}{4}$ è il secondo numero. Ora per andare a 9, ch' è la metà del supposto principale di 3, che unito al 15 fa 18, ne mancano $3\frac{3}{4}$. Questa mancanza di $3\frac{3}{4}$ è il terzo numero da scriversi nell' esempio principale; e perciò così scriveremo detti numeri.

	A.	*B.*	
Esempio	3.	5.	*principale.*
	$5\frac{1}{4}$.		
	$3\frac{3}{4}$.		
$22\frac{2}{4}$.			

Nell'

Nell'eſempio principale ora ſcritto, come chiaramente vedeſi, il ſecondo numero, cioè $5\frac{1}{4}$, che unito al 15 fa $20\frac{1}{4}$, è il triplo del primo, e del terzo numero, cioè del 3, e del $3\frac{3}{4}$, che fanno $6\frac{3}{4}$, perchè tal numero prodotto per 3 fa $20\frac{1}{4}$. Ma il terzo numero, cioè $3\frac{3}{4}$, che unito al 15 fa $18\frac{3}{4}$, non è quintuplo del primo, e del ſecondo, cioè di 3, e di $5\frac{1}{4}$, che in tutto ſommano $8\frac{1}{4}$, perchè multiplicato $8\frac{1}{4}$ per 5 fa $41\frac{1}{4}$, da cui ſottratto $18\frac{3}{4}$, troveremo eſſer l'errore $22\frac{2}{4}$; il qual errore ſegneremo da parte ſotto il $3\frac{3}{4}$, come vedeſi in *A* della figura principale retroſcritta.

Ciò fatto, di nuovo ſupporremo, che il primo numero ſia 5, che aggiunto al 15 fa 20; dunque il ſecondo, ed il terzo ſommati inſieme debbono far 10; perocchè il 20, cioè il primo unito al 15, dee eſſere il doppio del ſecondo, e del terzo. Ciò preſuppoſto, principalmente ſupporremo, che il ſecondo numero ſia 4, e per conſeguenza il terzo ſia 6, perchè il ſecondo, ed il terzo numero debbono far 10, ch'è la metà di 20, come ſcorgeſi nel ſeguente

Eſempio meno		4.	3.		*principale.*
		6.	7.		
P.	14.	✠		18.	*P.*
	3.	4.		4.	
	42.			72.	
				42.	
			4.)	30.	($7\frac{2}{4}$.

Ora

Ora deesi vedere, se il secondo numero, che unito al 15 fa 19, sia il triplo del primo, e del terzo, cioè del 5 secondo falso supposto principale, e del 6 terzo numero, che fanno 11. Ma il triplo di 11, cioè 3 via 11, fa 33, e noi abbiamo, che 4 unito al 15 fa 19; dunque abbiamo errato di 14. Quest'errore 14 pertanto si segnerà sotto il 6 in disparte. Supposto dunque, che il secondo numero sia 3, per conseguenza il terzo numero sarà 7, poichè il secondo, ed il terzo numero sommati insieme debbono far 10 metà di 20. Ciò fatto, il 3 secondo numero, che unito al 15 fa 18, dee essere il triplo del primo, ch'è 5, e del terzo, ch'è 7. Ma il triplo del primo, e del terzo numero, che sommati insieme fanno 12, non è 18, bensì è 36; dunque abbiamo errato di 18. Segneremo perciò 18 sotto il 7 da parte. In avvenire si opererà, come nelle passate sperienze. Primieramente troverassi la differenza tra' due errori, ch'è 4. Di poi multiplicheremo l'errore 18 pel secondo numero falsamente supposto in primo luogo, ch'è 4, ed avremo di prodotto 72. Inoltre multiplicherassi l'errore 14 pel secondo numero falsamente supposto in secondo luogo, cioè 3, e si avrà di prodotto 42. Di questi due prodotti si sottrerrà il minore dal maggiore, cioè 42 da 72, ed avremo di differenza 30; la qual differenza 30 dee esser divisa per l'altra differenza degli errori, ch'è 4; onde avremo di quoziente $7\frac{1}{2}$. E perchè questo quoziente $7\frac{1}{2}$ sarà il secondo numero, per conseguenza il terzo numero sarà $2\frac{1}{2}$, poichè il secondo, ed il terzo numero sommati insieme debbono far 10 metà di 20. Ora questo secondo numero $7\frac{1}{2}$ unito al 15 fa $22\frac{1}{2}$, ch'è il triplo del primo, e del terzo numero, cioè di 5, e di $2\frac{1}{2}$, che fanno $7\frac{1}{2}$, che multiplicato per 3 fa $22\frac{1}{2}$. Segneremo dunque nell'esempio principale in B sotto 5 il secondo numero $7\frac{1}{2}$, e sotto il secondo numero segneremo ancora il terzo numero $2\frac{1}{2}$. Il primo numero pertanto, cioè 5, unito al 15 è il doppio del secondo, e del terzo numero; il secondo numero, cioè $7\frac{1}{2}$, unito al 15 è il triplo del primo, e del terzo numero. Deesi ora vedere, se il terzo numero, cioè $2\frac{1}{2}$, che unito al 15 fa $17\frac{1}{2}$, sia il quintuplo del primo, e del secondo numero, che sommati insieme fanno $12\frac{1}{2}$. Ma $12\frac{1}{2}$ multiplicato per 5 fa $62\frac{1}{2}$; dunque $62\frac{1}{2}$ è il quintuplo di $12\frac{1}{2}$, e non il $17\frac{1}{2}$; onde noi abbiamo errato di 45. Segneremo perciò quest' errore 45 sotto il $2\frac{1}{2}$ da parte, come vedesi nel seguente esempio principale.

			A.	B.		
		Esempio	3.	5.	*principale.*	
			$5\frac{1}{4}$.	$7\frac{1}{2}$.		
			$3\frac{3}{4}$.	$2\frac{1}{2}$.		
P.	$22\frac{1}{2}$.				45.	P.
	5.		$22\frac{1}{2}$.		3.	
	110.				135.	
	$2\frac{1}{2}$.				$112\frac{1}{2}$.	
E.	$112\frac{1}{2}$.			$22\frac{1}{2}$.)	$22\frac{1}{2}$. (1 *Quoziente.*	

$22\frac{1}{2}$		45
$7\frac{1}{2}$	*F.*	$5\frac{1}{4}$
154		225
11		$11\frac{1}{4}$
$3\frac{1}{2}\ \frac{1}{4}$		$236\frac{1}{4}$
$168\ \frac{3}{4}$		$168\frac{3}{4}$

$22\frac{1}{2}$) $67\frac{2}{4}$ (3 *Quoziente.*

$22\frac{1}{2}$		45
$2\frac{1}{2}$	*G.*	$3\frac{3}{4}$
44		135
11		$33\frac{3}{4}$
$1\frac{1}{4}$		$168\frac{3}{4}$
$56\frac{1}{4}$		$56\frac{1}{4}$

$22\frac{1}{2}$) $112\frac{2}{4}$ (5 *Quoziente.*

Tutto il restante operasi nell'esempio principale, come nelle passate sperienze. Trovasi prima la differenza tra' due errori, cioè tra 45, e $22\frac{1}{2}$; la qual differenza sarà $22\frac{1}{2}$. Poi multiplicasi l'errore 45 pel primo falso supposto, cioè 3, ed avrassi di prodotto 135. Multiplicasi inoltre l'errore $22\frac{1}{2}$ pel secondo falso supposto 5, e si avrà di prodotto $112\frac{1}{2}$. Finalmente, trovatasi la differenza tra questi due prodotti, si avrà $22\frac{1}{2}$; la qual differenza de' prodotti divisa per la differenza degli errori, avrassi di quoziente 1, e questo sarà il primo numero. Il tutto vedesi in *E*.

Conviene ora trovare il secondo numero, il quale potrebbesi trovar colla prova; ma siccome questa recherebbe troppo stordimento, così lo ritroveremo coll'ordine medesimo, con cui si è trovato il primo, conforme osservasi in *F*. Multiplicherassi dunque l'errore 45 pel secondo numero in *A*, cioè $5\frac{1}{4}$, ed avrassi di prodotto $236\frac{1}{4}$. Poi multiplicheremo l'errore $22\frac{1}{2}$ pel secondo numero in *B*, cioè $7\frac{1}{2}$, ed avrassi di prodotto $168\frac{3}{4}$. Inoltre trovata la differenza tra questi due prodotti, ch'è $67\frac{1}{2}$, dividesi la medesima differenza per la differenza degli errori $22\frac{1}{2}$, ed avrassi di quoziente 3, il quale sarà il secondo numero.

Deesi trovar finalmente il terzo numero, di cui si fa l'operazione in *G*. Multiplicheremo dunque l'errore 45 pel terzo numero in *A* $3\frac{3}{4}$, ed avremo di prodotto $168\frac{3}{4}$. Di poi multiplicheremo l'errore $22\frac{1}{2}$ pel terzo numero $2\frac{1}{2}$ posto in *B*, ed avremo di prodotto $56\frac{1}{4}$. Dopo trovata la differenza tra questi due prodotti, ch'è $112\frac{1}{2}$, la divideremo per la differenza degli errori $22\frac{1}{2}$, ed avremo di quoziente

ziente

ziente 5, il quale ſarà il terzo numero. Dunque il primo numero ſarà 1, il ſecondo 3, il terzo 5.

Facciamone la prova. Il primo numero unito al 15, conforme dice la queſtione, fa 16 doppio del ſecondo, e del terzo. Il ſecondo numero unito al 15 fa 18 triplo del primo, e del terzo. Il terzo finalmente unito al 15 fa 20 quintuplo del primo, e del ſecondo. Con queſt'ordine ſempre dovranſi ſciorre conſimili queſiti. Vi vuole, è vero, della fatica; ma non ſi può fare altrimenti.

Quesito II. *Un Maeſtro di Scuola ha tanti Scolari, che, ſe ciaſcuno pagherà ſcudi 5, gli mancheranno ſcudi 30 per comperar la Caſa d' abitare; ma, ſe ciaſcuno di eſſi pagherà ſcudi 6, gli avanzeranno ſcudi 40 oltre il prezzo di detta Caſa. Si cerca ora, quanti ſieno gli Scolari, e quale ſia il prezzo della Caſa?* Per iſciogliere il detto queſito, non s' ha a fare altro, ſennonſe trovare un numero, che multiplicato per 5, coll' aggiugner 30 al prodotto, faccia la medeſima ſomma, che farebbe l' iſteſſo numero trovato, ſe multiplicato per 6 ſi leverà 40 dal prodotto. Supponiamo, che gli Scolari ſieno 10. Multiplicheremo 10 per 5, ed avremo di prodotto 50, al qual prodotto aggiunto 30, fa 80. Vediamo ora, ſe avanzino 40, cioè ſe multiplicando il medeſimo 10 per 6 faccia 120. Ma il 10 multiplicato per 6 fa 60, e non 120; dunque abbiamo errato di 60. Segneremo perciò l' errore 60 ſotto il 10 da parte.

10. | 15.

M. 60. —+— 55. *M.*

15. 5. 10.

300. 550.

60.

900.

550.

5.) 350. (70.

00.

Suppo-

Supponiamo di nuovo, che gli Scolari sieno 15. Multiplicheremo 15 per 5, che fa 75, al qual prodotto aggiunto 30, sarà 105. Vediamo ora, se il medesimo 15 multiplicato per 6 faccia 105, con 40 di più, cioè 145. Ma siccome il 15 multiplicato per 6 fa 90, e non 145; così si è errato di 55. Quest'errore 55 si segnerà sotto il 15 da parte. Poi si troverà la differenza degli errori, ch'è 5, ed il tutto opererassi secondo la regola *di falsa posizione doppia*; onde si troverà, che gli Scolari erano 50, e che la Casa costava scudi 380; perocchè 70 multiplicato per 5 fa 350, ed aggiuntovi 30, fa 380. Inoltre 70 multiplicato per 6 fa 420, e da 420 levato 40, resta 380. Il tutto vedesi nella figura.

Quì lascio di proporre alcun altro quesito per maggior dilucidazione delle regole sopraddette, parendomi, che possano bastare gli addotti. Chi poi bramasse sapere altre molte cose spettanti non solamente al presente Capitolo, ma che versano sovra tutta l'Aritmetica, potrà legger *Cristoforo Claudj*, ed altri celebri Autori, i quali nel nostro Secolo non mancano, e che eccellentemente, e diffusamente hanno trattato d'Aritmetica, e fra questi l'*Alberti* di Bologna, ec.

CAPITOLO XXVI.

DELLA FORMAZIONE DE' LIBRI PE' MINISTRI, FATTORI, ED ALTRI, CHE HANNO L'AGENZIA D'UNA CASA.

PErchè il più delle volte accade, che una Persona pongasi allo studio dell'Aritmetica non per solo piacere, ma per poi, dopo d'averla ben imparata, poter col mezzo di questa scienza procacciarsi onestamente il vitto. Il solo saper l'Aritmetica poco, o nulla rileva, quando poscia non sappiasi passar dalla teorica alla pratica di essa senza timor di errare, cioè applicar ne' bisogni, e specialmente nelle cose utili, e necessarie la già imparata Aritmetica. Essendomi dunque per unico mio scopo propostomi fin dal principio di questa mia Opera di recar quel giovamento, che per me me sia possibile, a tutte quelle Persone, che vorranno approfittarsene, non voglio mancare in questo Capitolo d'insegnar la pratica di que' Libri, che dovrà tenere un Ministro, o Fattore, od altre Persone, che amministrano l'Entrata, e l'Esito d'una Casa. Quanto dovrò insegnare nel presente Capitolo è, a mio parere, la materia più necessaria di quante finora abbia io trattate. Imperciocchè, per esser malamente piantati i Libri dell'Amministrazione, i poveri Ministri benespesso commettono qualch'errore, o almeno pare, che lo commettano, essendo talora tali, e tante le confusioni, ch'essi medesimi non se ne sanno disbrigare. Laonde vengono tacciati da' rispettivi Padroni per defraudatori, e discacciati dal loro servizio con danno notabile sì della fama, e riputazione, come ancora della Famiglia, che sostentano col dovuto salario; e talvolta di più vengono costretti a pagar del proprio le confusioni innocentemente, e senza danno veruno commesse. Per ajutar dunque i Ministri, o Fattori, ed anche gli stessi Padroni, in compimento della mia *Aritmetica* ho voluto quì porre una breve pratica intorno alla formazione de' loro Libri, la quale toglierà non solo la confusione, e gli errori, che possono accadere, ma darà ancora tutta la chiarezza per l'Entrata, e per l'Esito, che dovrà passar per le lor mani, quando però saranno diligenti in iscriver tutto. Che anzi, se mai accadesse qualch'errore, a cui ognuno è non di rado soggetto, potrà facilmente avvedersene, ed emendarlo.

Per venir dunque al proposto intento, convien riflettere, che quattro sono le cose, che passano per mano de' Ministri, o Fattori, cioè *Bestiame* per le Possessioni, *Raccolto* delle Possessioni, *Spese giornali* per la Casa de' loro Padronì, ed il *Debito*, e *Credito*, che hanno i loro Padroni. Quindi è, che di quattro Libri appunto abbisogna principalmente, ed indispensabilmente un Fattore; nel primo de' quali dovrassi segnare il *Bestiame*, nel secondo il *Raccolto*, nel terzo le *Spese giornali*, e nel quarto i *Debiti*, e *Crediti*, come si spiegherà in appresso.

Oltre

Oltre i quattro nominati Libri, ve ne vogliono altri due, in uno de' quali riporteraffi tutta l'Entrata a denajo, e nell'altro tutto l'Esito parimente a denajo. A quest'uffizio però potrebbe bastare un sol Libro, il quale diviso in mezzo con un cartello nel margine formerà due parti. In una di queste si riporterà, come sopra, tutta l'Entrata a denajo, e nell'altra tutto l'Esito similmente a denajo. Le Partite di questo Libro segneransi così. Nel margine a mano sinistra fatto il Numero dell'ordine della Partita, si dirà: *Addì .... 1774. Entrano per Rubbia 7 di Grano venduto, come al suo Libro a.c. 38. n.° 5.* ⧺ = : = : = . Quell'*a.* denota a quante, e *c.* carte del Libro del Grano è stata presa questa Partita. Il *n.°* 5. poi indica, qual Partita sia di quella carta. Questo Numero in tutte le Partite sarà segnato nel margine, come si è detto, a mano sinistra, siccome a mano destra dee sempre esser segnato il denajo, conforme si spiegherà meglio nella pratica. Detto Libro lo chiameremo *Esito*, o *Entrata maggiore*, o *generale.*

Sia dunque preparato un Libro, in cui abbiasi a segnare il *Bestiame* delle Possessioni, le quali supporremo, che sieno tre, nominate *A*, *B*, *C*. Questo Bestiame non deesi segnar confusamente, ma separatamente Possessione per Possessione. Per esempio, il Bestiame della Possessione *A* dee esser separato dal Bestiame delle Possessioni *B*, e *C*. Il Bestiame della Possessione *A*, quando si compera, dee esser segnato nella prima facciata del Foglio; e quando si vende, dee esser segnato nella dicontro facciata; cosicchè aprendo il Libro, nella prima facciata siavi il Bestiame comperato, e nella seconda il Bestiame venduto. A capo della facciata si scriverà = *Bestiame esistente nella Possessione A.* 1774 =. Nell'altra facciata poi a capo parimente scriveraffi = *Esito del Bestiame della dicontro Possessione A.* 1774 =. In ciascuna delle facciate a mano sinistra dee restare il margine grande, per potervi scrivere il Numero marginale; perocchè ad ogni Partita nel margine convien premettersi il suo Numero per ordine numerico, cioè alla prima 1., alla seconda 2., alla

alla terza 3., e così di mano in mano, fintantochè sia piena la facciata; e dovendosi scrivere in un'altra facciata, sempre ricominciasi dal Numero 1. nel margine. Quando si compera il Bestiame, dovrassi segnar così. Nel margine prima si scriverà il Numero, che supponiamo sia 3, per esser la terza Partita, di poi proseguesi con quest'ordine =
Addì 5. Agosto 1774. fu comperato un pajo di Buoi alla Fiera di Fermo pel prezzo di ₰ 56., *come all' Esito a. c. . . . . . n.° . . . .*
Dico — — — — — — — — — ₰ 56 : = : = .
Se nella suddetta compera il Colono avesse posta la sua porzione per la metà, dovrebbesi così segnar la detta Partita =
Addì 5. Agosto 1754. fu comperato un pajo di Buoi alla Fiera di Fermo pel prezzo di ₰ 56.; P. D. ₰ 28., *come all' Esito a. c. . . . n.° . . . Dico* — — — — — — — ₰ 28 : = : = .
Quelle due lettere P. D. significano, cioè P. *Parte*, e D. *Domenicale*. Osservisi la pratica nel decorso di questo Capitolo, per ben intendere quanto quì s'insegna. Affinchè poi il Libro venga pulito, si tireranno a mano destra di ciascuna facciata tre linee col Piombo, oppure col *Lapis*; onde formerannosi tre colonne, la prima per segnarvi gli scudi, la seconda i bajocchi, e la terza i quattrini. Si tirerà ancora un'altra linea nel margine a mano sinistra per segnarvi i Numeri marginali, come il tutto vedrassi in pratica dentro il presente Capitolo.

Allorchè poi vendesi il Bestiame, si dee scrivere nella facciata dicontro alla compera. Per esempio, se venduto si fosse il suddetto pajo di Buoi, scriverassi nel margine il numero (supponiamo, che sia 5.), cioè *N.° 5.* Di poi segnasi = *Addì 25. Settembre 1774. fu venduto il dicontro pajo di Buoi al n.° 3. pel prezzo di* ₰ 68 *alla Fiera di Jesi, Capitale, e lucro di* P. D., *come all'Entrata a. c. . . . n.° . . . Dico* — ₰ 58 : = : = .

Siccome per ogni volta che si compera il Bestiame, potrebbesi riportare il suo prezzo all' *Esito generale*, così ancora per ogni volta che si vende, il prezzo ritrattone potrebbesi riportare all' *Entrata generale*. Ma, perchè non costumasi riportare il Bestiame al Libro dell'*Entrata*, ed *Esito generale*, sen-

nonſe nel fine dell'Anno, perciò nel medeſimo Libro del *Beſtiame* dovranno eſſervi altre due Partite, in una delle quali ſi riporterà tutto il Beſtiame comperato, e nell'altra tutto il Beſtiame venduto di tutte le Poſſeſſioni; e nel fine dell'Anno fatta la ſomma dell'Eſito, e dell'Entrata del Beſtiame, il di più in Entrata, o in Eſito dovraſſi riportare al Libro generale, conforme ſi vedrà nella prima pratica *del Beſtiame*. Queſto Piano patiſce qualche difficoltà. Ciò ſi dimoſtrerà nella ſuddetta prima pratica *del Beſtiame*, dopo la quale darò un altro Piano più giuſto, ed eſatto. Intanto però non ho voluto tralaſciar queſto Piano, per eſſere da non pochi praticato, come il più facile ad intenderſi, e ad eſeguirſi. Nella pratica dell'*Entrata generale in Beſtiame* dovraſſi riportare il Beſtiame venduto, e ſi ſcriverà così = *N.° 6. Addì 25. Settembre 1774. entrano per vendita d'un pajo di Buoi, che ſi tenevano dal Colono* A., *come in queſto Libro a.c. .... n.° ... Dico* — — — — — — — ₤ 58 : = : =.
In queſta guiſa ancora nella medeſima Partita ſi riporteranno tutte le altre Partite del Beſtiame venduto da tutt'i Coloni.

Finita una delle due facciate del Beſtiame della Poſſeſſione *A*, deeſi traſportare il Beſtiame eſiſtente in altra facciata non impedita; ma dovraſſi traſportar ſolamente quel Beſtiame eſiſtente in detta Poſſeſſione, e non il Beſtiame, che già ſarà ſtato eſitato. Col Beſtiame medeſimo traſporteraſſi ancora il prezzo di quanto fu pagato, ſecondochè ſi vedrà nella prima pratica *del Beſtiame*. Nella facciata dunque, ove ſi traſporta il ſuddetto Beſtiame, ſcrivaſi da capo = *Beſtiame eſiſtente nella Poſſeſſione* A. 1774. = E poi ſotto = *N.° 1. Un pajo di Buoi tolto in queſto a.c. .... n.°* ... ₤ = : = : =.
Accadendo poi, che il Libro foſſe nuovo, perchè nel Libro vecchio non vi foſſe più carta bianca, dovraſſi ſcriver così = *N.° 1. Un pajo di Buoi tolto al Libro del vecchio Beſtiame a.c. .... n.°* .... ₤ = : = : =.

Talora addiviene, che nelle Poſſeſſioni non v'è il Beſtiame a frutto, ma a ſtima; e ciò accade, allorchè un Colono sono novellamente entra nella Possessione già piena di Bestiame lasciato dal Colono, che antecedentemente partì da detta Possessione. Nel qual caso il Bestiame si stima, per poterlo far passare da un Colono all'altro. E perchè in alcuni luoghi calasi qualche cosa dalla stima fatta, ovvero succede, che il nuovo Colono nel partire, che farà una volta, dovrà lasciare altrettanto Bestiame in istima, e non altrimenti, perciò in tal caso nelle Partite *del Bestiame* in istima dovrassi espressamente nominare, che detto Bestiame si trova in istima, scrivendo così = *N.° 5. Un pajo di Buoi in istima tolto in questo*, (cioè in questo Libro), *a.c.... n.°* ... ₤ = :=: =.

Vi vuole inoltre il Libro per segnar tutto il Raccolto delle Possessioni. Questo Raccolto consiste in Grano, Vino, Olio, Granturco, detto *Formentone*, Fave, Orzo, ec. E perchè sarebbe male il segnar tutto confusamente, perciò detto Libro dee esser diviso in tante parti, quanti saranno i generi de' Raccolti nelle Possessioni. Con che avremo in un sol Libro altrettanti Libri, quanti son necessarj per segnar separatamente ciascun genere di Raccolto. Per poter dunque ben dividere detto Libro, sarà necessario porre nel suo margine dalla parte di fuori tanti cartelli, quanti sono i generi de' Raccolti, esprimenti i loro nomi.

Per segnare i generi de' Raccolti si farà così. A capo della facciata segnerassi = *Entrata a Grano del* 1774. = Nel margine a mano sinistra vi vuole lo spazio pe' Numeri marginali, come nelle Partite del Libro del *Bestiame*. Nel margine poi a mano destra vi vogliono tre colonne per segnare le *Rubbia*, le *Coppe*, o *Quarte*, ed i *Quartucci*, detti volgarmente *Provende*, o *Provenne*, del Raccolto, contando nella somma così. Ogni 4 *Provenne* fanno 1 *Coppa*: ogni 8 *Coppe* fanno 1 *Rubbio*, avvertendosi però, che in alcuni luoghi ogni 5 *Provenne* fanno 1 *Coppa*; onde sempre si sommi, conforme il costume di ciascun luogo, e non altrimenti. Per prima Partita sempre dovrassi mettere il residuo del vecchio Raccolto, se vi sarà, e poscia il Raccolto di ciascuna Possessione separatamente, segnando prima tutto il Raccolto in

Z 2 gene-

generale, poi la *Parte Domenicale* nel margine a mano destra. La *Parte Domenicale*, senza scriver tanto distesamente, segnasi con queste due lettere sole *P. D.*, conforme si è detto dissopra; siccome ancora la *Parte Rusticale* segnasi colle due lettere *P. R.* Se sarà la Partita a Grano, si segneranno anche le Cavallette così = *N.° ... Colono A., Cavallette n.° ... in tutto Rubbia n.° ... P. D.* — — — — *Rubbia* = : = : =. avvertendo di far sempre cader la somma delle Cavallette, come anche quella delle Rubbia, l'una sotto l'altra per colonna, affinchè nel fine si possa comodamente sommare. Le *Rubbia* parimente potranno scriversi accorciatamente, bastando segnarle con *R.* Le *Coppe* non occorre esprimerle, neppur le *Provenne*, perchè già si sa, che dopo le *Rubbia* vengono le *Coppe*, e dopo queste le *Provenne*. Compitosi di segnar tutto il Raccolto, in fine si dee fare la somma del Grano vecchio, e del nuovo. Fattasi la detta somma, si tira una linea attraverso di tutta la facciata; e di poi scriverassi in mezzo = *Esito del suddetto Grano* =, (o *Vino*, secondo la Partita, che sarà). Di sotto poi si scrive il Mese, e l'Anno, come sarebbe a dirsi = *Agosto* 1774.

Nelle Partite della Vendita del Raccolto nel margine a mano destra non deesi tirar fuori il denajo, ma la quantità del Raccolto venduto; ed il denajo si segna in mezzo alla linea. La ragione è chiara. Imperciocchè in questo Libro deesi considerar solamente l'Entrata, e l'Esito del Grano, Vino, Olio, ec., e non già del denajo. Laonde nel margine segnasi la quantità della roba venduta, per poterne poi far la somma in fine della facciata. Il denajo poi, come si disse, segnasi in mezzo alla linea, per poterlo portare ad *Entrata generale*, ove dovrassi segnare il Genere venduto in mezzo alla linea, ed il denajo nel margine, giacchè nell'*Entrata*, ed *Esito generale* deesi considerare il denajo, e non il Genere venduto. Si potrà riportare ad *Entrata generale* Partita per Partita di ciascun Genere venduto, segnando però sempre in ciascuna Partita del Genere venduto le carte, ed il Numero marginale del Libro dell'*Entrata*

gene-

generale, dove vien riportata detta Partita per l'Entrata a denajo. Oppure il denajo di ciascun Raccolto venduto deesi segnar per colonna nella propria sua Partita, e poi nel fine del Mese riportarlo in una sola Partita ad *Entrata generale*, segnando però nella somma del Genere esitato il numero delle carte, ed il Numero marginale del Libro dell'*Entrata generale*, in cui vien riportata detta somma. In qualunque de' suddetti due modi si operi, sempre è ben fatto. In ogni Partita del Raccolto, quando nell'esitarlo sarà finita la facciata, in fine dovrassi far la somma della quantità esitata, e nella nuova facciata la prima Partita dovrà esser la somma riportata. E siccome il Grano sempre cresce dalla misura, che si fa nel Raccolto, alla misura, che fassi nell'Esito, per la ragione che allora il Grano era ben secco, e poi rifatto; così questo crescimento nel fine dell'Anno dovrassi segnare; perciocchè in tal tempo misurato il Grano avanzato, (supponendo, che tutto il Raccolto fosse di Rubbia 36, e l'Esito di Rubbia 34), ne doveano restar Rubbia 2. Ma, trovandosene in Magazzino Rubbia 7, dovranno segnarsi 2 Rubbia residuali del Grano vecchio, e Rubbia 5 di crescimento, che in tutto sono Rubbia 7. Così ancora dell'altre Partite, perchè, invece di crescere, calano, nel fine dell'Esito si dovrà segnare il calo. Il tutto apparirà in appresso nella pratica del presente Capitolo.

E' necessario inoltre un Libro per le *Spese giornali*. In detto Libro v'abbisognano tanti distinti cartelli nel margine, quante sono le diverse Spese giornali, che soglion farsi, come appunto il Libro del Raccolto. Le Spese giornali ordinariamente sono di *Carne*, *Pesce*, *Salumi*, *Uova*, *Frutti*, ed *Erbaggi*; siccome ancora *Fabbriche*, *Buonificamenti di Campagna*, *Droghe*, *Liti*, e *Salariati*. Poscia si mette in fine un'altra Partita sotto nome di *Spese diverse*, ove si dovranno segnar tutti que' Capi di Spese, che non hanno Partita separata. In questo Libro dovrassi tirar la somma Mese per Mese, cioè segnar nel mezzo della facciata il Mese, e l'Anno, e poi, com-

compito il Mese, far la somma della Spesa Partita per Partita separatamente, e così ancora separatamente riportarla al Libro dell'*Esito generale*. Nella somma del medesimo Libro si dovrà in margine fare il Numero, come negli altri Libri, e poi appresso segnar le carte, ed il Numero marginale dell'*Esito generale*, ove riportata vien la detta Partita, come ≕ *N.° 5. Portato ad Esito generale a. c. .... n.° ...... Somma* ≕ : ≕ : ≕. Nel Libro poi dell'*Esito generale* dovrà segnarsi così ≕ *N.° .... Escono in Carne*, (o *in Pesce*), *come al Giornale a. c. .... n.°* .... ≕ : ≕ : ≕. Così in un'occhiata si vedrà tutta la Spesa del Mese, siccome ancora vedrassi l'Entrata in denajo colata in mano del Ministro, o Fattore.

Vi vuol per ultimo un Libro, in cui scrivansi i Debiti, ed i Crediti della Casa. Detto Libro si suole citar con queste due lettere solamente *D. C.*, per non iscriver sempre *Debito*, *e Credito*. Nel medesimo Libro debbonsi segnare tutt'i Censi attivi, e passivi, (se vi sono), con notar l'Anno della Fondazione, il Notajo, che si rogò, il Capitale del Censo, il Fondo, in cui è ipotecato, e l'annuo Frutto. Quindi in appresso conviene lasciar della carta bianca per potervi scriver sopra la Risposta Anno per Anno, la quale dovrassi così registrare ≕ *N.° ... Addì ...* 1774. *Andrea di Niccolò pagò per saldo de' Frutti del dicontro Censo maturato addì 7. Febbrajo 1774., come all'Entrata generale a. c. ..... n.° ....* ≕ : ≕ : ≕. Nel Libro poi dell'*Entrata generale* segnasi così ≕ *N.° .... Entrano da Andrea di Niccolò per Frutti di Censo*, *come al D. C. a. c. ... n.° ...* ≕ : ≕ : ≕. In questo stesso Libro si dovranno segnare ancora le *Terze Generazioni*, ponendo nella medesima carta, come ne' Censi, il Sito, il Notajo, che si rogò, l'Anno, il Canone, o Risposta, ed anche la quantità, e la qualità del Terreno, gli Alberi, ec., lasciandovi di poi la carta bianca per iscriver, come sopra, le Risposte del Censo. Nell'istesso modo debbonsi segnar parimente gli Affitti di Terreni, e di Case. Ed affinchè non si erri nel piantar le suddette Partite, voglio quì porre alcuni materiali esempj,

eſempj, e primieramente pe' Cenſi. Scritto che ſiaſi pertanto in mezzo della facciata il Giorno, il Meſe, e l'Anno, ſi ſcriverà, come ſegue.

Nel giorno, ed Anno ſuddetto furono dati a Cenſo a ragione del 4 per cento ₤ 175. a Pietro, e Giovanni di Franceſco Fratelli Carnali di queſta Città di N.... colla Sicurtà in ſolidum di Paolo di Giorgio parimente di queſta Città, e fondarono detto Cenſo in un loro comune Terreno poſto in queſto Territorio, Contrada vocabolo il Vallone, terminato da capo la Strada pubblica, da piedi il Foſſo, da un lato Giorgio Benedettoni, dall'altro lato Giovanni di Pietro; Terreno in parte alberato, in parte lavorativo nudo, in tutto Coppe cinque, come per gli Atti di Simone Michelini pubblico Notajo.

Sorte principale — — ₤ 175 : = : =.
Annuo Frutto — — — ₤ 007 : = : =.

Per le Terze Generazioni poi, e per gli Affitti ſi dovrà ſcriver così. Poſto prima in mezzo il Giorno, il Meſe, e l'Anno, ſcrivaſi, come ſegue.

Nell'Anno, e giorno ſuddetto fu data in Terza Generazione a Michele d'Antonio la Poſſeſſione ſituata in Contrada vocabolo Neviera, in tutto Coppe 13, terminata da capo, e da un lato la Strada pubblica, da piedi il Sig. Marco Spada, e dall'altro lato il Sig. Gaſparo Tranquilli, cogl'infraſcritti patti, e condizioni, cioè

I. Che per primo chiamato a detta Terza Generazione ſia il detto Michele, per ſecondo i di lui Figli, e per terzo i di lui Nipoti, cioè i Figli de' Figli, e ciò ſolamente nella linea maſcolina, ad eſcluſione delle Femmine, tantochè mancando i Maſchj nella Diſcendenza di detto Michele prima di terminare il tempo della Terza Generazione, e reſtando ſolamente le Femmine, ſubito queſte s'intendano decadute dalla medeſima Terza Generazione, come non aveſſero alcun jus ſopra di eſſa.

II. Che

II. Che sia tenuto farvi una Casa dalla parte dissopra nel sito vicino alla Strada, larga palmi 28, lunga palmi 40, ed alta palmi 22, e ciò tutto a spese di esso Michele, e sua Casa.

III. Che sia tenuto farvi sei filoni di Viti a due ordini cogli Oppj secondo l'arte, e 'l costume del luogo.

IV. Che, finita la Terza Generazione, abbia tutto a lasciare liberamente, e senza poter pretendere cos' alcuna, come anche rilasciare esistenti, e vivide le 200 Piante d'Olive, le 30 Piante di Fichi, le 50 Querce, ed altro, che vi si trova; altrimenti sia tenuto nel fine della Terza Generazione, essendo mancanti i detti Alberi, pagarne il danno.

V. Che puntualmente pel primo di Settembre in ogni Anno, durante la detta Terza Generazione, debba pagar di Risposta ₤ *25, come meglio all'Istrumento degli Atti di Pasquale Ambrosini.*

A norma de' suddetti due esempj dovrassi piantar qualunque altra Partita di Censo, di Affitto, oppure di Terza Generazione.

In detto Libro si dovranno segnare ancora i Debiti de' Coloni; cioè in una facciata si segnerà il loro Debito, e nell'altra il lor Credito, notando nella Partita del Debito del Colono i Pesi della Possessione, cioè le Regalie. Quando poi soddisfanno, segnerassi nella dicontro facciata la soddisfazione, come per esempio = *Addì* 1. *Maggio* 1774. *portò il dicontro Colono Uova n.º* 50., *che dee in Pasqua* =, e così di qualunque altro Peso. Si potranno segnare ancora i Debiti, ed i Crediti de' Particolari, affinchè non se ne perda la memoria.

Se tutte le Partite dell' Entrata, e dell' Esito saranno registrate su' Libri nel modo fin'ora insegnato, tutte le dette Partite appariranno chiare, e nette senz' alcuna confusione. Di più si lasceranno tutte le memorie a' Posteri di quanto s'è fatto in questi tempi, cioè quanta è stata l'Entrata, in che esitata, ec.; e tali cognizioni peravventura potranno anche un giorno esser necessarie, siccome noi talora abbisognamo di saper l'operato da' nostri Maggiori.

Quan-

Quantunque il detto fin quì mi ſembri ſufficiente, perchè ciaſcuno poſſa piantare i Libri da ſe ſolo, ſenz' altra ſpiegazione; tuttavolta, giacchè mi preme, che ognuno lo pratichi con eſattezza, non voglio mancar di darne una norma materiale, almeno delle coſe più uſuali, dalle quali facilmente potraſſi apprendere, come ſi dovranno ſegnar le altre. Prima pianterò la Partita del *Beſtiame* con tutti gli accidenti, che in eſſa poſſono occorrere. Ma perchè in due maniere ſi può piantare il Libro del *Beſtiame*, come diſſi nel principio, perciò ſi daranno due Piani, conforme ſpiegheraſſi in appreſſo. Ecco dunque il primo Piano del ſuddetto Libro del *Beſtiame*, figurato nella Poſſeſſione *A*.

Bestiame, che si tiene dal Colono A. 1774.

N.o 1.	Addì 8. Maggio 1774. fu comperato un pajo di Buoi da lavoro alla Fiera d'Ascoli, come in questo a.c. 190. n.o 1. —	58	75
N.o 2.	Addì 8. Maggio 1774. furono comperate Pecore 18 da frutto alla medesima Fiera d'Ascoli, come in questo a.c. 190. n.o 2.	25	10
N.o 3.	Addì 7. Giugno 1774. fu comperata una Vacca alla Fiera di Cingoli, come in questo a.c. 190. n.o 3. — — — —	17	80
N.o 4.	Addì 25. Giugno 1774. fu comperato un Bue, (detto volgarmente Marrone), da ingrassare, alla Fiera d'Osimo, come in questo a.c. 190. n.o 4. — — — —	15	50
N.o 5.	Addì 16. Luglio 1774. fu comperata una Scrofa, o Troja, con 7 Porchetti alla Fiera di Macerata, come in questo a.c. 190. n.o 5. — — — — — —	07	90
N.o 6.	Addì 30. Luglio 1774. la Vacca soprapposta al n.o 3. fece una Vitella.		
N.o 7.	Addì 10. Agosto 1774. furono comperati 12 Majali da Giuseppe Forti, come in questo a.c. 190. n.o 6. *P.D.* - — —	09	60
N.o 8.	Addì 26. Agosto 1774. fu comperata una Vitella di sopranno alla Fiera d'Ancona, come in questo a.c. 190. n.o 7. —	12	50
N.o 9.	Addì 3. Settembre 1774. la Troja soprapposta al n.o 5. fece Porchetti n.o 9.		
N.o 10.	Addì 28. Settembre 1774. fu comperato un Bue da ingrassare alla Fiera di Jesi, come in questo a.c. 190. n.o 8. — —	14	90
N.o 11.	Addì 12. Nov. 1774. furono comperati Majali n.o 8. da ingrassare alla Fiera di Morro, come in questo a.c. 191. n.o 1.	15	90
	Portato in questo a.c. 188.		

Esito

Esito del dicontro Beſtiame del Colono A. 1774.

N.o	1. Addì 10. Agoſto 1774. fu venduta la dicontro Vacca al n.o 3. per prezzo di ₤ 22 : 70., come in queſto a.c. 192. n.o 1. Capitale, e lucro — — —	₤	20	25
N.o	2. Addì 26. Agoſto 1774. uno de' dicontro 7 Porchetti al n.o 5. morì.			
N.o	3. Addì 1. Settembre 1774. furono venduti i 6 Porchetti del dicontro n.o 5. per prezzo di ₤ 7., come in queſto a.c. 192. n.o 2., reſtando la Troja per prezzo di ₤ 2 : 90. Capitale. — — — —	₤	07	=
N.o	4. Addì 9. Settembre 1774. fu venduto il dicontro Bue al n.o 4. per prezzo di ₤ 19 : 50., come in queſto a.c. 192. n.o 3 Capitale, e lucro — — —	₤	17	50
N.o	5. Addì 4. Ottobre 1774. fu venduta la dicontro Vitella al n.o 8. per prezzo di ₤ 16., come in queſto a.c. 192. n.o 4. Capitale, e lucro — — — —	₤	14	25
N.o	6. Addì 28. Ottobre 1774. furono venduti 5 de' dicontro Porchetti al n.o 9. per prezzo di ₤ 6., come in queſto a.c. 192. n.o 5. *P.D.* — — — — —	₤	03	=
N.o	7. Addì 30. Ottobre 1774. uno de' dicontro Porchetti al n.o 9. morì.			
N.o	8. Addì 10. Novembre 1774. fu venduto il dicontro Bue al n.o 10. per prezzo di ₤ 20 : 30., come in queſto a.c. 192. n.o 6. Capitale, e lucro — — —	₤	17	60
N.o	9. Addì 6. Dicembre 1774. furono uccisi 2 de' dicontro Majali al n.o 11., uno di *P.D.*, e l' altro di *P.R.*			

Bestiame, che si tiene dal Colono A. 1774.

N.°	1.	Un pajo di Buoi, tolto in questo a.c. 186. n.° 1. — — — — — —	₤ 58	75
N.°	2.	Pecore 18, tolte in questo a.c. 186. n.° 2.	₤ 25	10
N.°	3.	Una Troja, tolta in questo a.c. 186. n.° 5.	₤ 02	90
N.°	4.	Una Vitella nata, tolta in questo a.c. 186. n.° 6. — — — — — —		
N.°	5.	Tre Porchetti nati, tolti in questo a.c. 186. n.° 9. — — — — —		
N.°	6.	Sei Majali, tolti in questo a. c. 186. n.° 11. — — — — — —	₤ 18	95

Quì chiaramente apparisce, come debbasi riportare il Bestiame in una nuova facciata, piena che sia la prima, cioè col riportar solamente il Bestiame esistente. Se si dovesse comperare altro Bestiame, dovrebbesi segnar sotto il N.° 6., ma col medesim' ordine, che si è tenuto nella prima facciata, cioè segnare il denajo speso, e riportarlo poi all' *Esito generale del Bestiame*, per renderne conto al fine dell'Anno, siccome meglio vedrassi in appresso. Quel Bestiame, che nasce, dee esser segnato, per poter sapere, quanto Bestiame esista nella Possessione, conforme vedesi praticato in questa Partita.

Se non si tenesse molto Bestiame, tantochè dentro l'Anno non occorresse segnar più di quattro, o cinque Partite, in tal caso ogni Partita potrebbesi riportare immediatamente al Libro dell' *Entrata, ed Esito generale*, per non dover per sì poco tener tante Partite aperte.

Esito

Esito del dicontro Bestiame del Colono A. 1774.

In questa facciata deesi segnar l'Esito del dicontro Bestiame, conforme si è operato nella facciata a.c. 187., col riportare il denajo all'*Entrata generale del Bestiame*. Quegli Animali poi, che s'ammazzano per uso di Casa, o che muojono da se stessi, segnansi soltanto per dare sfogo a tutto il Bestiame, giacchè altrimenti non si potrebbe mai sapere, quanto Bestiame in realtà esista. Ciocchè s'è praticato per la Possessione *A.*, si pratichi ancora per qualunque altra Possessione separatamente, poichè il metodo è pianissimo; laonde non mi dilungo a ripetere il *Bestiame* d'altra Possessione, stimandolo superfluo, mentre ognuno dal fin quì detto potrà apprendere il regolamento di tutte le altre Possessioni.

Esito

Esito generale in Bestiame 1774.

	Maggio 1774.			
N.° 1.	Escono in compera d' un pajo di Buoi da lavoro, che si tengono dal Colono *A.*, come in questo a.c. 186. n.° 1. —	₤	58	75
N.° 2.	Escono in compera di Pecore 18 da frutto, che si tengono dal Colono *A.*, come in questo a.c. 186. n.° 2. — —	₤	25	10
	Giugno 1774.			
N.° 3.	Escono in compera d'una Vacca, che si tiene dal Colono *A.*, come in questo a.c. 186. n.° 3. — — — —	₤	17	80
N.° 4.	Escono in compera d' un Bue, che si tiene dal Colono *A.*, come in questo a.c. 186. n.° 4. — — — — —	₤	15	50
	Luglio 1774.			
N.° 5.	Escono in compera di una Troja con 7 Porchetti, che si tiene dal Colono *A.*, come in questo a.c. 186. n.° 5. —	₤	07	90
	Agosto 1774.			
N.° 6.	Escono in compera di 12 Majali, che si tengono dal Colono *A.*, come in questo a.c. 186. n.° 7. *P.D.* — — —	₤	09	60
N.° 7.	Escono in compera d' una Vitella, che si tiene dal Colono *A.*, come in questo a.c. 186. n.° 8. — — — —	₤	12	50
	Settembre 1774.			
N.° 8.	Escono in compera d' un Bue, che si tiene dal Colono *A.*, come in questo a.c. 186. n.° 10. — — — —	₤	14	90
		₤	162	05

Som-

		Somma riportata	₤ 162	05
		Novembre 1774.		
N.°	1.	Escono in compera di 8 Majali, che si tengono dal Colono *A.*, come in questo a.c. 186. n.° 11. — — — —	₤ 15	90
N.°	2.	Portato in questo a.c. 192. n.° 8.		
		Somma — — — — —	₤ 177	95

Entrata generale in Bestiame 1774.

		Agosto 1774.		
N.°	1.	Entrano per vendita di una Vacca, che tenevasi dal Colono *A.*, come in questo a.c. 187. n.° 1. — — — — ₤	20	25
		Settembre 1774.		
N.°	2.	Entrano per vendita di 6 Porchetti, che tenevansi dal Colono *A.*, come in questo a.c. 187. n.° 3. — — — — ₤	07	=
N.°	3.	Entrano per vendita di un Bue, che tenevasi dal Colono *A.*, come in questo a. c. 187. n.° 4. — — — — - ₤	17	50
		Ottobre 1774.		
N.°	4.	Entrano per vendita di una Vitella, che si teneva dal Colono *A.*, come in questo a.c. 187. n.° 5. — — — — ₤	14	25
N.°	5.	Entrano per vendita di 5 Porchetti del Colono *A.*, come in q.° a.c. 187. n.° 6. ₤	03	=
		Novembre 1774.		
N.°	6.	Entrano per vendita di un Bue, che si teneva dal Colono *A.*, come in questo a.c. 187. n.° 8. — — — — — ₤	17	60
N.°	7.	— — — — — — — — ₤	79	60
N.°	8.	Somma dell'Esito generale in Bestiame, tolto in questo a.c. 191. n.° 2. — — ₤	177	95
N.°	9.	Somma dell'Entrata generale in Bestiame, tolta in questo a.c. 192. n.° 7. — ₤	79	60
N.°	10.	Resta più di Esito in Bestiame, portato ad Esito generale a.c. . . . n.° . . . . — ₤	98	35

Essendo

Essendo giunti finalmente al compimento dell'Anno, si riporteranno le due Partite dell' Entrata, e dell'Esito generale del Bestiame al Libro dell'*Entrata*, e dell'*Esito generale*, citando sempre il Numero marginale, e le carte, donde è stato tolto; siccome nell'Entrata, ed Esito generale del Bestiame deesi citare il Numero marginale, e le carte del detto Libro dell'*Entrata*, *ed Esito generale*. Ma perchè col riportare amendue le Partite intere al Libro suddetto, s'accrescerebbe senza proposito l'Entrata, e l'Esito generale, giacchè replicherebbesi il denajo applicato, e ritratto più volte in Bestiame, perciò sarà migliore il sommare ambedue le Partite dell'Entrata, e dell'Esito generale in Bestiame, e dopo aver sottratta la minor Partita dalla maggiore, bisogna riportarne la differenza, o avanzo al Libro generale, cioè, se è più l'Esito, riportarlo ad *Esito generale*, e, se è più l'Entrata, riportarla ad *Entrata generale*, citando sempre il Numero marginale, e le carte, dond'è tolto, ed anche dove si riporterà, come vedesi praticato quì sopra. Con questo metodo in fine dell'Anno così il Fattore, come il Padrone chiaramente vedranno, quanto siasi impiegato nella compera, e quanto ritratto dalla vendita del Bestiame.

Benchè il detto metodo sia da molti praticato, tuttavolta due difficoltà ritrovo in esso, le quali sembranmi, che sieno non senza gran fatica superabili. La prima difficoltà pertanto si è, che non si può capire in esso, se l'Entrata, e l'Esito sieno veramente reali. Imperciocchè segnandosi ad Entrata e Frutto, e Capitale, vendendosi più Bestiame, più ancora comparisce l'Entrata medesima, la quale non deesi prender dal Capitale ritratto, ma solamente dal lucro del Capitale impiegato, o multiplicato. Così parimente accade nell'Esito, il quale non dee essere considerato nel Capitale impiegato, ma bensì nel Capitale deteriorato, oppur morto. La seconda difficoltà consiste, che nel fine dell' Anno non si può rilevare, quanto di Capitale in Bestiame resti esistente sì pel Capitale venduto, come ancora pel Capitale morto, o impiegato in uso della propria Casa.

Per isfuggir dunque le dette difficoltà, e qualunque altra, che potesse mai insorgere, porrò quì il secondo Piano, il quale sarà esattissimo in tutte le sue parti. Piantata pertanto che sarà la Partita del *Bestiame* separatamente per ciascun Colono nella maniera praticata nel primo Piano, si dovranno formare altre quattro Partite pel medesimo Bestiame. Nella prima delle quali dovrassi segnar solamente il Frutto, ossia lucro del Bestiame. Per esempio, un Bue è stato pagato ℔ 10, e venduto ℔ 14; essendone perciò il lucro ℔ 4, la metà de' quali, com'è chiaro, è di Parte Domenicale, e l'altra metà pel Colono, in detta Partita si segneranno solamente ℔ 2, i quali in realtà sono il vero lucro, e non gli ℔ 10, non essendo questi il lucro, ma Fondo, o Capitale ritratto, che non mai viene alienato, sennonse per impiegarlo di nuovo. In detta Partita segnerassi ancora tutto il ritratto dal Bestiame nato, e venduto, essendo questo tutto lucro. Nella seconda Partita si dovrà segnar tutto il Capitale ritratto, come sarebbero i suddetti ℔ 10 di Capitale ritratto. Nella terza Partita si segnerà tutto il Capitale impiegato; per esempio, essendosi comperato un Bue pel prezzo di ℔ 10, i detti 10 scudi si segneranno in questa Partita. Nella quarta Partita finalmente si segnerà il Capitale perduto, o deteriorato; come, essendosi pagato il suddetto Bue ℔ 10, e rivenduto ℔ 8, segnerassi nella Partita del Capitale perduto ℔ 1, essendo l'altro scudo di perdita appartenente alla Porzione Colonica. In questa Partita si segnerà ancora il Capitale di quel Bestiame, che ammazzasi per uso di Casa.

Nel fine dell'Anno si dovrà segnare ad *Entrata generale* tutto il lucro del Bestiame, e ad *Esito generale* la perdita del Capitale. Di poi sommate insieme le due Partite, cioè del Capitale trovato nel principio dell'Anno, e del Capitale impiegato dentro l'Anno, e dalla somma sottratto il Capitale ritratto, apparirà chiaro, quanto di Capitale abbia di più impiegato, e ritratto nel decorso dell'Anno. E se poi si sottrerrà ancora da questo Capitale il Capitale perduto,

duto, apparirà, quanto di Capitale reſti impiegato in Beſtiame per l'Anno ſuſſeguente. Si vedrà ancora, quanto reſti di vero lucro, ſe ſottrerraſſi da eſſo la ſomma del Capitale perduto. In queſto luogo reſti ben avvertito il Fattore, oſſia Miniſtro, che avendo impiegati £ 100 di più in Capitale di Beſtiame, giacchè nel principio dell'Anno erano £ 500, e nel fine del medeſimo ſono £ 600, di ſegnar gli £ 100 ad *Eſito generale*, come impiegati in Beſtiame; così ancora di ſegnare ad *Entrata generale*, ſe aveſſe ritratto qualche poco di Capitale del Beſtiame, per non laſciar le Partite confuſe nell'Anno ſuſſeguente. Porrò intanto quì in appreſſo una norma materiale di queſto ſecondo Piano, affinchè ſia inteſo in ciaſcuna ſua parte, e praticato da tutti, eſſendo belliſſimo.

Bestiame, che si tiene dal Colono B. 1774.

N.° 1.	Un pajo di Buoi, tolto in questo a.c. .... n.°	58	50
N.° 2.	Una Vacca col Vitello, tolto in questo a.c. ... n.° ...	17	50
N.° 3.	Un Manzo, tolto in questo a.c. ... n.° ...	15	60
N.° 4.	Un Bue ad ingrassare, tolto in questo a.c. ... n.° ...	12	80
N.° 5.	Pecore 26 da frutto, tolte in questo a.c. ... n.° ...	32	20
N.° 6.	Una Cavalla, tolta in questo a.c. ... n.° ...	17	=
N.° 7.	Majali n.° 6, tolti in questo a.c. ... n.° ...	07	50
N.° 8.	Portato in questo a.c. 202. n.° 1. Somma	161	10
N.° 9.	Addì 5. Luglio 1774. fu comperato un pajo di Buoi da lavoro alla Fiera d'Ancona, come in questo a.c. 202. n.° 2.	62	=
N.° 10.	Addì 10. Agosto 1774. furono comperati 8 Majali alla Fiera di Recanati, come in questo a.c. 202. n.° 3.	09	=
N.° 11.	Addì 9. Settembre 1774. fu comperato un Bue da ingrassare alla Fiera di Loreto, come in questo a.c. 202. n.° 4.	16	50
N.° 12.	Addì 5. Ottobre 1774. la Vacca al n.° 2. fece una Vitella.		
N.° 13.	Addì 4. Novembre 1774. fu comperata una Vitella alla Fiera d'Osimo, come in questo a.c. 202. n.° 5.	06	50
N.° 14.	Addì 7. Dicembre 1774. furono comperati Porchetti n.° 7. al Mercato di Jesi, come in questo a.c. 202. n.° 6.	08	90
N.° 15.	Addì 12. Dicembre 1774. dalle Pecore al n.° 5. nacquero 6 Agnelli.		

Conforme

Eſito del dicontro Beſtiame del Colono B. 1774.

N.° 1.	Addì 8. Luglio 1774. furono venduti i dicontro Buoi al n.° 1. per prezzo di ₶ 66. Capitale ₶ 58 : 50 in queſto a.c. 200. n.° 1. Lucro di *P. D.* ₶ 3 : 75 in queſto a.c. 198. n.° 1. In tutto —	₶	62	25
N.° 2.	Addì 9. Settembre 1774. fu venduto il dicontro Manzo al n.° 3. per prezzo di ₶ 22 : 60. Capitale ₶ 15 : 60 in queſto a. c. 200. n.° 2. Lucro di *P. D.* ₶ 3 : 50 in queſto a.c. 198. n.° 2. In tutto — — — — — —	₶	19	10
N.° 3.	Addì 4. Novembre 1774. fu venduta la dicontro Cavalla al n.° 6. per prezzo di ₶ 8 : 60. Capitale perduto di *P. D.* ₶ 4 : 20 in queſto a.c. 202. n.° 1. Capitale ₶ 12 : 80 in queſto a.c. 200. n.° 3. In tutto — — — — —	₶	12	80
N.° 4.	Addì 11. Dicembre 1774. furono venduti i dicontro 6 Majali al n.° 7. per prezzo di ₶ 18:40. Capitale ₶ 7:50 in queſto a.c. 200. n.° 4. Lucro ₶ 5:45 in queſto a.c. 198. n.° 3. In tutto —		12	80

Conforme è ſtato ſegnato il Beſtiame del Colono *B.*, ſegniſi ancora il Beſtiame di qualunque altro Colono; cioè prima ſi ſegnerà il Beſtiame eſiſtente al principio dell'Anno, ed in fine fatta la ſomma, queſta ſi riporterà alla Partita del *Capitale* impiegato, come diraſſi in appreſſo. Nella Partita poi dell'*Eſito* prima ſi ſegnerà quanto è ſtato venduto in tutto, e poi il Capitale, citando la Partita, dove ſi dovrà traſportare. Quindi ſegneraſſi il lucro, o la perdita, riportandola alla propria ſua Partita; ed in fine ſi tirerà fuori nel margine la ſomma del Capitale, e del lucro.

Notiſi nella ſoprappoſta quarta Partita, ove tutta la perdita

Lucro generale in Beſtiame 1774.

N.o 1.	Addì 8. Luglio 1774. entrano di lucro nella vendita d'un pajo di Buoi, che ſi teneano dal Colono *B.*, come in queſto a.c. 197. n.o 1. — — — — —	₤	03	75
N.o 2.	Addì 9. Settembre 1774. entrano di lucro nella vendita di un Manzo, che ſi teneva dal Colono *B.*, come in queſto a.c. 197. n.o 2. — — — —	₤	03	50
N.o 3.	Addì 11. Dicembre 1774. entrano di lucro nella vendita di 6 Majali, che ſi tenevano dal Colono *B.*, come in queſto a.c. 197. n.o 4. — — — —	₤	05	45
N.o 4.	Lucro generale di tutto il Beſtiame portato ad Entrata generale a.c.... n.o ...	₤	12	70
N.o 5.	Somma il lucro generale del Beſtiame, come quì ſopra al n.o 4. — — —	₤	12	70
N.o 6.	Somma la perdita del Capitale del Beſtiame, come in queſto a.c. 204. n.o 2.	₤	04	20
N.o 7.	Reſta di puro lucro portato ad Entrata generale a.c.... n.o ... — — —	₤	08	50

perdita del Capitale conſiſte in ₤ 8:40, de'quali una metà ſpetta al Colono, e l'altra metà al Padrone; onde non deeſi ſegnar di Capitale ritratto ₤ 8:60 ſolamente, come fu venduta quella Cavalla, ma ₤ 12:80; perciocchè il Colono dee dare al Padrone ₤ 4:20 di ſua porzione per la perdita. E perchè tal ſomma appartiene al Capitale, perciò uniti al ritratto di ₤ 8:60 dovranſi ſegnar nel *Capitale ritratto* ₤ 12:80; altrimenti facendoſi, o ſi calerebbe il Capitale, o laſcerebbeſi una porzione d'Entrata. Laonde qualunque Partita deteriorata dovrà ſegnarſi, com'è ſtata poſta la terza Partita.

Tutta la dicontro ſomma di ₤ 12 : 70 di lucro generale di tutto il Beſtiame deeſi riportare ad *Entrata generale*, ſegnando in quel Libro il Numero marginale, e le carte della dicontro Partita. In queſta guiſa ſapraſſi, qual poſitivamente ſia in fine dell'Anno il lucro vero, e reale del Beſtiame, ſiccome per ſe medeſimo è manifeſto. Ovvero ſi potrebbe prima ſottrarre dal medeſimo lucro la ſomma del Capitale perduto, e portarne il reſiduo ad *Entrata generale*, per non duplicar le Partite nel Libro generale, cioè una pel lucro, e l'altra pel Capitale perduto, poichè ſarebbe più ben fatto, come vedeſi eſeguito quì dicontro parimente a' Numeri 5., *6.*, e 7.

Capitale

Capitale ritratto del Bestiame 1774.

N.° 1.	Addì 8. Luglio 1774. ritratto di Capitale nella vendita d'un pajo di Buoi, che si tenevano dal Colono *B.*, come in questo a.c. 197. n.° 1. — — —	₤	58	50
N.° 2.	Addì 9. Settembre 1774. ritratto di Capitale nella vendita d'un Manzo, che tenevasi dal Colono *B.*, come in questo a.c. 197. n.° 2. — — — —	₤	15	60
N.° 3.	Addì 4. Novembre 1774. ritratto di Capitale nella vendita di una Cavalla, che si teneva dal Colono *B.*, come in questo a.c. 197. n.° 3. — — —	₤	12	80
N.° 4.	Addì 11. Dicembre 1774. ritratto di Capitale nella vendita di 6 Majali, che si tenevano dal Colono *B.*, come in questo a.c. 187. n.° 4. — — —	₤	07	50
N.° 5.	Somma il Capitale ritratto, portato in questo a.c. 202. n.° 8. — — —	₤	94	40

La suddetta somma di ₤ 94:40 di Capitale del Bestiame ritratto deesi portar sotto la Partita del Capitale impiegato in Bestiame per farne la sottrazione, e quindi vedere, quanto finalmente resti di Capitale impiegato in Bestiame per l'Anno susseguente, come meglio si noterà in appresso.

Capitale

Capitale impiegato in Beſtiame 1774.

N.º 1.	Capitale di Beſtiame eſiſtente appreſſo il Colono *B.*, come in queſto a.c. 196. n.º 8. — — — — — —	₤	161	10
	Luglio 1774.			
N.º 2.	Impiegati in compera d'un pajo di Buoi da lavoro, che ſi tengono dal Colono *B.*, come in queſto a.c. 196. n.º 9. —	₤	62	=
	Agoſto 1774.			
N.º 3.	Impiegati in compera di 8 Majali, che ſi tengono dal Colono *B.*, come in queſto a.c. 196. n.º 10. — — —	₤	09	=
	Settembre 1774.			
N.º 4.	Impiegati in compera d'un Bue, che ſi tiene dal Colono *B.*, come in queſto a.c. 196. n.º 11. — — — —	₤	16	50
	Novembre 1774.			
N.º 5.	Impiegati in compera d'una Vitella, che ſi tiene dal Colono *B.*, come in queſto a.c. 196. n.º 13. — — —	₤	06	50
	Dicembre 1774.			
N.º 6.	Impiegati in compera di 7 Porchetti, che ſi tengono dal Colono *B.*, come in queſto a.c. 196. n.º 14. — — —	₤	08	90
N.º 7.	Somma tutto il Capitale impiegato in Beſtiame — — — — —	₤	264	00
N.º 8.	Somma tutto il ritratto di Capitale dal Beſtiame in queſto a.c. 200. n.º 5. —	₤	94	40
N.º 9.	— — — — — — — —	₤	169	60
N.º 10.	Somma tutto il Capitale perduto in Beſtiame in queſto a.c. 204. n.º 2. —	₤	04	20
N.º 11.	Reſta di Capitale in Beſtiame per l'Anno venturo in queſto a.c. .... n.º	₤	165	40

N.º 1

N.°	1.	Tutto il Capitale ora esistente in Bestiame, come al dicontro n.° 11. —	£ 165	40
N.°	2.	Tutto il Capitale esistente nel principio dell'Anno, come dicontro n.° 1. —	£ 161	10
N.°	3.	Resta più Esito di Capitale di Bestiame, portato ad Esito generale a.c... n.° ...	£ 004	30

Quì chiaramente vedesi non solo, quanto resti di Capitale in Bestiame nel fine dell'Anno, ma ancora quanto di più è stato impiegato, che dovrassi riportare ad *Esito generale*, affinchè tutte le Partite vadano piane, e chiare. Imperciocchè, se fosse stato più ritratto, doveasi riportare ad *Entrata generale*, siccome il più impiegato è stato riportato ad *Esito generale*.

In questa Partita al principio dell'Anno dovrassi segnare in generale tutto il Capitale in Bestiame esistente iu tutte le Possessioni in una sola Partita, ovvero separatamente Possessione per Possessione, come vedesi fatto della Possessione *B*. Poscia di mano in mano si segnerà tutto il Bestiame, che vien comperato dentro l'Anno, con fare in fine la sottrazione del Capitale ritratto, e perduto; onde resterà chiaro il Capitale esistente, che si riporterà al principio dell' *Entrata generale in Bestiame* dell'Anno susseguente.

Capitale di Bestiame perduto 1774.

N.°	1.	Addì 4. Novembre 1774. fu perduto di Capitale nella vendita d'una Cavalla, che si teneva dal Colono *B.*, come in questo a.c. 197. n.° 3. — — — ₤	04	20
N.°	2.	Somma tutto il Capitale perduto, portato in questo a. c. 202. n.° 10., ed a.c. 198. n.° 6. — — — — ₤	04	20

Anche quì dovrà segnarsi tutto il Capitale perduto in tutte le Possessioni, siccome altresì quel Bestiame, che viene ucciso per uso di Casa, qualora fosse stato comperato. In fine poi fatta tutta la somma, dovrassi sottrarre dalla somma del Capitale impiegato, conforme si è praticato in detta Partita a.c. 202. n.° 10., per vedere, qual sia il vero Capitale rimanente. Detta somma di Capitale perduto potrebbesi riportare ad *Esito generale* addirittura; ma, per non multiplicar Partite nel Libro maggiore, si sottrerrà dalla somma del lucro del Bestiame, secondochè s'è fatto a.c. 198. n.i 5, 6, 7, e riportarne il residuo al Libro maggiore nel modo che si riportano le altre Partite. Da questa sottrazione di Capitale perduto vedrassi con realtà, se vi sia stato lucro in Bestiame, parlandosi in generale, conforme ognuno può da se stesso intenderlo.

Chiunque seguirà siffatto metodo nella formazione del Libro del *Bestiame*, dovendo lasciar l'Agenzia d'una Casa, non sospirerà in render conto, anzi ne proverà piacere, vedendo tutte le sue Partite chiare. Ho voluto in questo prolungarmi più del dovere, acciocchè resti ben impresso nella mente de' miei Leggitori, giudicandolo molto necessario a prati-

praticarsi. Esorto frattanto i rispettivi Padroni ad inculcarne la pratica a' medesimi loro Fattori, se bramano viver quieti, e senza timore, non dico d'esser defraudati, giacchè nessuno stimo capace di frode, ma d'esser soggetti a faticare oltre il dovere nella rivista de' lor conti. Tutto il rimanente poi pongasi in opera, secondochè è stato insegnato nel primo Piano.

Avendo dimostrato, come debbasi formare il Libro del *Bestiame*, passerò ora alla pratica del Libro, in cui debbonsi segnar separatamente i Generi del Raccolto nelle Possessioni.

Entrata

Entrata a Grano

N.° 1. Restato in Magazzino di Grano vecchio, come in questo a.c.... n.° ... — — — — — — —

			Cavallette.	Grano tutto.
N.° 2.	Colono *A.* —	n.°	70 —	R. 26 — — —
N.° 3.	Colono *B.* —	n.°	120 —	R. 56 . 3 — —
N.° 4.	Colono *C.* —	n.°	322 —	R. 194 . 7 — —
N.° 5.	— — —	n.°	512 —	R. 277 . 2 — —

N.° 6. Somma tutto il Raccolto in Grano di P.D. — — —

N.° 7. Il Colono *B.* pagò il Cottimo de' Buoi, come al D.C. a.c. ... n.° ... — — — — — — — —

N.° 8. Somma tutto il Grano esistente in Magazzino addì 1. Agosto 1774. — — — — — — — —

Esito del suddetto

Agosto 1774.

N.° 9. Addì 5. detto, macinato per uso di Casa — — —

N.° 10. Addì 7. detto, fatto crivellare tutto il Grano, perchè pativa, uscì tra polvere, terra, e Grano minuto da darsi a' Polli di Casa — — — — — — —

N.° 11. Addì 12. detto, venduto a ragione di ₤ 5. al Rubbio —

N.° 12. Addì 25. detto, venduto a ragione di ₤ 5 : 20 al Rubbio — — — — — — — — —

N.° 13. Addì 30. detto, macinato per uso di Casa — — —

N.° 14. Portato ad Entrata generale a.c.... n.° ... — —

1774.

	R.	12	5	2

Grano di P.D.

R.	13	—	—
R.	28	1	2
R.	97	3	2
R.	138	5	—

R.	138	5	—
D.	3	—	—
R.	154	2	2

Grano.

			R.	002	—	—
			R.	004	7	2
D. 25	=	=	R.	005	—	—
D. 23	40	=	R.	004	4	
			R.	001	4	—
D. 48	40	=		017	7	2

Settem-

N.° 1. — — — — — — — — — — — —

Settembre 1774.

N.° 2. Addì 6. detto, venduto a ragione di 5 : 50 al Rub. —

N.° 3. Addì 17. detto, macinato per uſo di Caſa — — —

N.° 4. Addì 22. detto, dato per limoſina a' PP. NN. — —

N.° 5. Addì 28. detto, incredenzato al Colono *B.* per ſeminare, alla ragione di 6 al Rubbio, come al D.C. a.c. ... n.° ... — — — — — — — —

N.° 6. Addì 30. detto, venduto alla ragione di 6 al Rub.

N.° 7. Portato ad Entrata generale a.c. ... n.° ... — — —

Dicembre 1774.

N.° 8. Addì 5. detto, macinato per uſo di Caſa — — —

N.° 9. Addì 9. detto, venduto alla ragione di 6 al Rubbio

N.° 10. Addì 16. detto, venduto alla ragione di 6 : 20 al R.

N.° 11. Addì 22. detto, incredenzato al Colono *A.* per mangiare, alla ragione di 6 : 20 al Rubbio, come al D.C. a.c. 214. n.° 3. — — — — — — — —

N.° 12. Portato ad Entrata generale a.c. ... n° .... — — —

Giugno 1775.

N.° 13. Addì 5. detto, macinato per uſo di Caſa — — —

N.° 14. Addì 28. detto, macinato per uſo di Caſa — — —

N.° 15. Addì 31. Giugno 1775. ſomma tutto l' Eſito del Grano raccolto nel 1774. — — — — — — — —

N.° 16. Reſtano in Magazzino — — — — — — —

N.° 17. — — — — — — — — — — — —

N.° 18. Somma tutto il Grano eſitato, e da eſitarſi al n.° 17. —

N.° 19. Somma tutto il Raccolto del Grano, come in queſto a.c. 206. n.° 8. — — — — — — — —

N.° 20. Sicchè v' è di creſcimento — — — — — —

— — — Somma riportata — R. .017 . 7 . 2

— — ℔ 55 : = : = — R. ·010 · — · —
— — — — — — — R. :002 : 4 : —
— — — — — — — R. ·000 · 2 · —

— — — — — — — R. :002 : 4 : —
— — ℔ 36 : = : = — R. ·006 · — · —

— — ℔ 91 : = : =

— — — — — — — R. :005 : — : —
— — ℔ 150 : = : = — R. ·025 · — · —
— — ℔ 062 : = : = — R. :010 : — : —

— — — — — — — R. ·004 · — · —

— — ℔ 212 : = : =

— — — — — — — R. ·004 · 4 : —
— — — — — — — R. :005 : — · —

— — — — — — — R. :092 : 5 : 2
— — — — — — — R. . 73 : 2 : 1

— — — — — — — R. ·165 · 7 · 3
— — R. 165 : 7 : 3

— — R. 154 : 2 : 2

— — R. 011 : 5 : 1

Dd Nel

Nel sopraddetto modo si dovrà segnare ogni Anno la Partita del Grano nel Raccolto, e nell'Esito, e in un'occhiata vedrassi subito, come sia andato il Grano, quanto ne rimanga al nuovo Raccolto, e quanto siavene stato di crescimento. Nel segnar poi la Partita del futuro Raccolto a Grano, la prima Partita sarà quella del Grano vecchio, conforme vedesi fatto dissopra a.c.206. n.° 1., citando sempre la pagina, ed il Numero marginale, donde è stato preso, e finalmente si operi in tutto nella maniera già praticata. L'istess'ordine, che s'è tenuto nel segnare il Grano, terrassi ancora nel segnar qualunque altro Genere di Raccolto. E giacchè il finora esposto sembrami bastantemente chiaro, per non più prolungarmi, tralascio di parlarne.

Ma perchè potrebbesi incontrar qualche difficoltà nella Raccolta del Mosto, non essendo questa in tutto simile alle altre, perciò detta Partita porrassi nelle seguenti pagine.

Entrata

Entrata a Mosto 1774.

N.°		Tutto	P. D.	
N.° 1.	Addì 1. Novembre 1774. restato in Cantina Vino vecchio, come in questo a.c. .... n.° ... — — — — — —			Barili 060 —
N.° 2.	Colono *A.* - - -	B. 123.12. -	B. 061.18.	
N.° 3.	Colono *B.* - - -	B. 215. —. -	B. 107.12.	
N.° 4.	Colono *C.* - - -	B. 360. —. -	B. 180.	
N.° 5.	Somma il Raccolto — — —	B. 698.12. -	B. 349.06.	
N.° 6.	Il Colono *A.* lasciò a conto del suo debito, come al *D.C.* a.c. 215. n.° 2. — — — —		B. 17.	
N.° 7.	Somma di tutto il Mosto —		B. 366.06.	
N.° 8.	Del suddetto Mosto ne fu riposto crudo in Cantina — — — — — —		B.	300
N.° 9.	Ne fu cotto B. n.° 66. per far la conserva alle Botti, e ritornò — — — —		B.	47
N.° 10.	Somma tutto il Vino esistente in Cantina tra nuovo, e vecchio — — — —		B.	407

Esito del suddetto Vino.

Novembre 1774.

N.°			
N.° 11.	Addì 27. detto si pone ad Esito una Botte di Vino consumato per uso di Casa da' 5. Ottobre insino al presente giorno — —	B.	25 —
N.° 12.	Addì 30.d. tramutato tutto il Vino nuovo, vi fu di calo alla ragione di un 15 per 100.	B.	50
		B.	75 —

Somma riportata - - - B. 75 . —

Gennajo 1775.

N.° 1. Addì 30. detto, si pone ad Esito una Botte di Vino, consumato per uso di Casa, e 4 Barili in limosina a' Poveri pel S. Natale, cominciata detta Botte addì 27. Novembre, e terminata nel presente giorno — B. 28 . —

Col medesim'ordine si proseguirà l'Esito del Vino a tutto l'Anno; onde nel fine chiaramente vedrassi, senz'andare in Cantina, quanto Vino vi resti. Avvertasi però di segnare il Vino, che si vende, nell'istesso modo, con cui è stato segnato il Grano, cioè col segnare il denajo in mezzo alla linea, e nel fine del Mese, fatta la somma, di riportarla ad *Entrata generale*. Finita che sarà di vendersi una Botte di Vino, bisogna ricordarsi di metter fuori ad *Esito* il Vino nel margine a mano destra, col calo in Fecce, se vi sono; altrimenti non darebbesi il giusto sfogo all'Entrata in Vino.

Parmi d'avere spiegato a sufficienza il modo di segnare i Raccolti delle Possessioni co'due passati esempj materiali di Grano, e di Vino. Passerò dunque ora a dare un esempio parimente materiale del Libro de' *Debiti*, *e Crediti*, citato colle lettere *D. C.* nelle Partite de' Coloni.

Quì però debbo avvisare, che dovendo un Fattore partir dal servizio del suo rispettivo Padrone, dovrà primieramente nel suo Libro tirare il conto di quanto resta in Magazzino, ed in Cantina separatamente, come se fosse al nuovo Raccolto, e dar distintamente a tenor del Libro la consegna di tutto l'esistente al nuovo Ministro, o Fattore; che subentrerà, col far sottoscrivere i Libri dell'Amministrazione dal proprio Padrone, secondochè vedrassi praticato nelle Partite dell'*Entrata*, e dell'*Esito generale*; e ciò si farà per giustificazione dell'Amministrazione passata insino à quel giorno. Passiamo intanto alla pratica del menzionato Libro de' *Debiti*, *e Crediti*.

Debito

Debito del Colono A. 1774.

		Il suddetto Colono dee dare ogni Anno per Pesi, e Regalie della sua Possessione paja 3 di Pollastri in Agosto, paja 2 di Capponi pel S. Natale: paja 2 di Galline per Carnovale: e Uova 300 per Pasqua.		
N.o	1.	Addì 15. Maggio 1774. fatti i conti, restò a dare, come in questo a.c.... n.o ... — — — — — —	15	27
N.o	2.	Addì 27. Agosto 1774. ebbe in prestito, come all' Esito generale a.c. ... n.o ... -	10	50
N.o	3.	Addì 21. Dicembre 1774. ebbe in Grano, come al Libro de' Raccolti a.c. 208—209. n.o 11. — — — —	24	
N.o	4.	— — — — — — *D. D.* -	50	57
N.o	5.	— — — — — — *D. A.* -	34	30
N.o	6.	Addì 24. Dicembre 1774. fatt' i conti, — — — — — — *R. D.* -	16	27

Nella sopraddetta forma dovrassi ognun regolare nelle Partite del Debito, e Credito de' Coloni, dove ancora apparisce il modo di fare i conti finali co' medesimi almeno una volta l'Anno, per far ad essi sapere, quanto in fine resti il loro Dare, e quanto sia il loro Avere. Le due lettere *D. D.* voglion dire *Dee dare*. Le due altre *D. A.* significano *Dee avere*. Le due ultime poi *R. D.* importano *Resta a dare*. Se fossero *R. A.*, direbbero *Resta ad avere*.

Riempita che sia una facciata sì del *Dare*, come dell' *Avere*, si fa una specie di conti finali, conforme vedesi fatto dissopra al n.o *6.*, e trasportasi altrove il Debito, o Credito, che resta, ripiantando sempre a capo i Pesi, o Regalie, che paga il Colono, per poter poscia nella dicontro facciata segnar la soddisfazione, come chiaramente quì vedesi.

Se

Avere del dicontro Colono A. 1774.

N.° 1.	Addì 28. Luglio 1774. portò paja 3 di Pollaſtri di ſuo Peſo.		
N.° 2.	In Ottobre 1774. diede a conto di ſuo Debito Barili 17 di Moſto, come al Libro de' Raccolti a.c. 212. n.° 6. a baj. 40. il Barile — — — —	06	80
N.° 3.	Addì 20. Novembre 1774. diede a conto di ſuo Debito, come all' Entrata a.c. ... n.° ... — — — — —	27	50
N.° 4.	Addì 27. Dicembre 1774. portò paja 2 di Capponi di ſuo Peſo.		
N.° 5.	— — — — — — *D A.* —	34	30

Se fra le Regalie vi foſſe il Peſo di portare i Frutti, o gli Erbaggi una volta la ſettimana, e, non portandoli, doveſſe il Colono pagar qualche coſa, in tal caſo vi vorrà un Libretto a parte per ſimil Peſo, ove ſi ſegneranno le riſpettive ſoddisfazioni de' Coloni, e nel fine del Meſe riporteraſſi quì al *D. C.* la ſoddisfazione, ſe è ſtata compita; altrimenti, eſſendo mancante, ſi dovrà ſegnar la mancanza a *Debito*, e la ſoddisfazione a *Credito*.

Accadendo poi, che vi foſſero Debitori particolari, a queſti nella dicontro facciata baſta laſciar tanto di ſpazio, quanto ſia ſufficiente per ſegnarvi la lor ſoddisfazione, giacchè, eſſendo Debitori avventizj, e non ordinarj, come ſono i Coloni, non vengono sì ſpeſſo a far de' debiti colla ſteſſa Caſa. Pei detti Debitori avventizj però ſarebbe meglio ſtabilir tante pagine, ed iſcriverle per ordine alfabetico, cioè nella prima pagina ſegnar tutt' i Debitori, il nome de' quali comincia per *A*; nella ſeconda pagina ſegnar quei, il cui nome incomincia per *B*, ec., giacchè in tal guiſa più facilmente ſi potranno trovare i nomi de' medeſimi; altrimenti ſarà uno ſtordimento il ritrovarli, ſiccome ognuno potrà reſtar perſuaſo, ed avvertito colla propria ſperienza.

Addì 1. Gennajo 1774.

Nel giorno, ed Anno ſuddetto fu affittata ad Antonio Badioli la Caſa ſituata nella Cura *N*... dentro la Città, confinata d'avanti, e da un lato la Strada, di dietro la Caſa di *N*...., dall' altro lato il Palazzo del Sig. *N*.... per l'annua riſpoſta di ₤ 6, con patto eſpreſſo, che abbia a pagare il Nolo in ogni Semeſtre pro rata.

N.° 1. Addì 13. Agoſto 1774. il ſuddetto Antonio Badioli pagò la rata di ſei Meſi pel Nolo della ſuddetta Caſa, maturato addì 1. Luglio 1774., portato all' Entrata a.c. .... n.° .... --- --- --- ₤ 03 : = : =

Nel modo ſoprappoſto ſi ſegneranno tutte le Partite degli Affitti di Caſe, Terreni, ed altro; e riſpettivamente ſegneraſſi la ſoddisfazione, col riportarla ad *Entrata generale*. Nella ſeguente pagina ſi propone il Libro delle *Speſe giornali*.

Eſito

Esito in Carne.

	Dicembre 1774.			
	Addì 4. detto, pagati al Macellajo per libbre 38 di Manzo a quattr. 12., e per libbre 24 di Vitella a quattr. 15., consumate nella settimana scaduta, in tutto	1	63	1
	Addì 11. detto, pagati al Macellajo per libbre 50 di Vitella a quattr. 14., consumate nella settimana scad.	1	40	
	Addì 14. detto, pagati per due Capretti	=	70	
	Addì 18. detto, pagati al Macellajo per libbre 23 di Manzo a quattr. 12., e per libbre 26 di Castrato a quattrini 16., consumate nella settimana scaduta, in tutto	1	38	2
	Addì 21. detto, pagati per un Agnello	=	30	
	Addì 22. detto, pagati per tre libbre di Coratella d'Agnello	=	09	
	Addì 23. d.° , pagati per un Capretto	=	45	
	Addì 25 detto, pagati al Macellajo per libbre 32 di Manzo a quattr. 12., consumate nella settimana scaduta	=	76	4
	Addì 28. detto, pagati per 2 Agnelli	=	95	
	Addì 29. detto, pagati per un Cervello di Castrato	=	04	
N.° 1.	Portato ad Esito generale a.c. ... n.° ... Somma	07	71	

Nella medesima maniera, colla quale si è segnato l'*Esito in Carne* del Mese di Dicembre, dovrassi segnare il medesimo *Esito* di qualunque altro Mese; cioè dopo compito il Mese, bisogna tirar la somma della Spesa in denajo, e poi riportarla ad *Esito generale*, citando in amendue i luoghi le carte, e 'l Numero marginale. Finito un Mese, s'incomincia l'altro immediatamente sotto, col segnare in mezzo soltanto il Mese, e l'Anno. Coll'istess'ordine parimente si dovranno segnar tutte le altre Partite delle *Spese giornaliere* in denajo, cioè nel *Giornale* alla Partita della *Carne* si assegneranno dieci, o dodici carte più, o meno, secondochè sarà grosso il Libro, altrettante alla Partita del *Pesce*, ec., e così dividere ordinatamente il Libro, che sarà una cosa comoda, chiara, e pulita. Nelle susseguenti pagine si darà la norma del Libro dell' *Esito generale*.

Esito

Esito generale.

	Novembre 1774.				
N.° 1.	Escono in compera di Carne, Giornale a.c. . . . n.° . . . — — —	₤	09	30	
N.° 2.	Escono in compera di Pesce, Giornale a.c. . . . n.° . . . — — —	₤	01	22	
N.° 3.	Escono imprestati al Colono *A.*, D.C. a.c. ... n.° ... — — —	₤	05	50	
N.° 4.	Escono imprestati al Colono *B.*, D.C. a.c. ... n.° ... — — —	₤	08		
N.° 5.	Somma l'Esito — — — —	₤	24	02	
N.° 6.	Somma l'Entrata, in questo a.c. 220. n.° 5. — — — — — —	₤	55	05	
N.° 7.	Resta più Entrata — — —	₤	31	03	

Io N. vidi, ed esaminate le suddette Partite, le trovai giuste, ed esatte.

	Dicembre 1774.				
N.° 8.	Escono in Carne, Giornale a.c. 217. n.° 1. — — — — —	₤	07	71	2
N.° 9.	Escono in Liti, Giornale a.c. ... n.° ...	₤	18	40	
N.° 10.	Escono in Limosine, Giornale a.c. ... n.° ... — — — — —	₤	10	=	
N.° 11.	Escono in più Esito di Bestiame, Capitale in Bestiame a.c. 202. n.° 3.	₤	04	30	
N.° 12.	Somma l'Esito — — — —	₤	40	41	2
N.° 13.	Somma l'Entrata, in questo a.c. 220. n.° 11. — — — — —	₤	241	53	
N.° 14.	Resta più Entrata — — —	₤	201	11	3

Io N. vidi, ed esaminate le suddette Partite, le trovai giuste, ed esatte.

Entrata generale.

Novembre 1774.

N.° 1.	Entrano da Grano venduto, Minuti a.c. ... n.° ...	23	50	
N.° 2.	Entrano da Cece venduto, Minuti a.c. ... n.° ...	=	85	
N.° 3.	Entrano dal Colono *A.* a conto di ſuo Debito, D.C. a.c. 215. n.° 3.	27	50	
N.° 4.	Entrano da Carlo Stefanucci per Nolo di Caſa, D.C. a.c. ... n.° ...	03	20	
N.° 5.	Somma l'Entrata	55	05	
N.° 6.	Somma l'Eſito, in queſto a.c. 219. n.° 5.	24	02	
N.° 7.	Reſta più Entrata	31	03	

Io N. vidi, ed eſaminate le ſuddette Partite, le trovai giuſte, ed eſatte.

Dicembre 1774.

N.° 8.	Prima pongo ad Entrata la più Entrata del Meſe ſcaduto, in queſto a.c. 220. n.° 7.	31	03	
N.° 9.	Entrano da Grano venduto, Minuti a.c. ...... n.°	212	=	
N.° 10.	Entrato da lucro di Beſtiame, Beſtiame a.c. 198. n.° 7.	08	50	
N.° 11.	Somma l'Entrata	241	53	
N.° 12.	Somma l'Eſito, in queſto a.c. 220. n.° 12.	040	41	2
	Reſta più Entrata	201	11	3

Io N. vidi, ed eſaminate le ſuddette Partite, le trovai giuſte, ed eſatte.

La

La suddetta, o consimile sottoscrizione si dovrà far dal Padrone in ogni Mese tanto all'*Entrata*, quanto all'*Esito* per giustificazione di chi amministra.

Il Ministro dovrà dunque nel fine di ciascun Mese comparare insieme le due Partite dell'*Entrata*, e dell'*Esito*, col notare esattamente quel, che resta di più Entrata, od Esito, e quel più di Entrata, o di Esito riportarlo nel principio del Mese susseguente.

Ma perchè vi son de' Padroni, che non voglion prendersi l'incomodo di rivedere i Libri, sennonse al più una volta l'Anno, in tal caso il Ministro farà in ogni Mese la somma dell'*Entrata*, e dell'*Esito* nel modo quì dissopra praticato, ed unicamente lascerà lo spazio da potervi il Padrone passare i suddetti Libri per ciascun Mese. Se però il Padrone fosse solito di non rivedere i Libri, sennonse una volta l'Anno, giacchè in tal guisa crede di soddisfare al suo obbligo, potrebbe allora il Ministro, per non apportar tanta fatica al rispettivo Padrone, tirare in ogni Mese solamente la somma, e null'altro. Nel fine poi dell'Anno dovrebbe formar come uno Specchio dell'Esito, e dell'Entrata di tutto l'Anno, e farlo sottoscrivere dall'istesso Padrone, avvertendo solamente di non mettere in tal caso per prima Partita la più Entrata, o il più Esito del Mese scaduto, ma lasciarlo liberamente, poichè il tutto apparirà nello Specchio suddetto, il quale dovrà chiamarsi *Summa Summarum*. Siffatto Specchio dovrà formarsi in due facciate di carta, l'una contro l'altra. Nella prima si segnerà tutto l'*Esito* Mese per Mese, e nella seconda porrassi tutta l'*Entrata* parimente coll'istess' ordine; perciocchè così in fine ad un'apertura d'occhio, e di Libro vedrassi tutto l'Esito, e tutta l'Entrata. Per chiarezza ne darò quì in appresso una norma materiale ad istruzione de' Principianti.

Summa

Summa Summarum di tutto l'Esito 1774.

N.° 1.	Escono in Gennajo -- in questo a.c.... n.° ...	₤	57.	82	
N.° 2.	Escono in Febbrajo -- in questo a.c.... n.° ...	₤	74.	15	3
N.° 3.	Escono in Marzo --- in questo a.c.... n.° ...	₤	62.	34	
N.° 4.	Escono in Aprile --- in questo a.c.... n.° ...	₤	73.	96	2
N.° 5.	Escono in Maggio --- in questo a.c.... n.° ...	₤	82.	13	1
N.° 6.	Escono in Giugno --- in questo a.c.... n.° ...	₤	76.	49	4
N.° 7.	Escono in Luglio --- in questo a.c.... n.° ...	₤	59.	86	3
N.° 8.	Escono in Agosto --- in questo a.c.... n.° ...	₤	66.	38	2
N.° 9.	Escono in Settembre - in questo a.c.... n.° ...	₤	82.	15	
N.° 10.	Escono in Ottobre -- in questo a.c.... n.° ...	₤	57.	82	
N.° 11.	Escono in Novembre - in questo a.c.... n.° ...	₤	48.	97	4
N.° 12.	Escono in Dicembre - in questo a.c.... n.° ...	₤	64.	38	
N.° 13.	Somma l'Esito -	₤	806.	48	4
N.° 14.	Somma l'Entrata -	₤	1208.	43	3
N.° 15.	Resta più Entrata nell'Anno scaduto 1774.	₤	401.	94	3

Io N. vidi, ed esaminate le suddette Partite, le trovai giuste, ed esatte.

Summa

Summa Summarum di tutta l' Entrata 1774.

N.° 1.	Entrano in Gennajo -- in questo a.c. ... n.° ... ------------	₤	096.	58	4
N.° 2.	Entrano' in Febbrajo -- in questo a.c. ... n.° ... ------------	₤	105.	13	1
N.° 3.	Entrano in Marzo ---- in questo a.c. ... n.° ... ------------	₤	084.	29	3
N.° 4.	Entrano in Aprile ---- in questo a.c. ... n.° ... ------------	₤	126.	92	1
N.° 5.	Entrano in Maggio --- in questo a.c. ... n.° ... ------------	₤	088.	57	
N.° 6.	Entrano in Giugno --- in questo a.c. ... n.° ... ------------	₤	016.	=	
N.° 7.	Entrano in Luglio --- in questo a.c. ... n.° ... ------------	₤	048.	19	
N.° 8.	Entrano in Agosto --- in questo a.c. ... n.° ... ------------	₤	112.	30	2
N.° 9.	Entrano in Settembre - in questo a.c. ... n.° ... ------------	₤	096.	03	1
N.° 10.	Entrano in Ottobre --- in questo a.c. ... n.° ... ------------	₤	059.	82	
N.° 11.	Entrano in Novembre - in questo a.c. ... n.° ... ------------	₤	117.	32	
N.° 12.	Entrano in Dicembre - in questo a.c. ... n.° ... ------------	₤	257.	26	1
N.° 13.	Somma l' Entrata --------	₤	1208.	43	3
N.° 14.	Somma l' Esito -----------	₤	0806.	48	4
N.° 15.	Resta più Entrata nell'Anno scaduto 1774. -----------	₤	401.	94	4

Io N. vidi, ed esaminate le suddette Partite, le trovai giuste, ed esatte.

Nel

Nel soprapposto Specchio vedrà il Padrone, siccome si è detto dissopra, ad un batter d'occhio tutta l'Entrata, e tutto l'Esito generale, e col sottoscrivere due sole Partite avrà saldati i conti al suo Ministro. Avverta soltanto il Ministro stesso di segnare esattamente in ciascun Mese tutto il denajo, ch'entra, ed esce dalle sue mani, ed in fine farne una diligente somma, e non riportar mai niente del Mese scaduto nel Mese seguente, allorchè abbiasi a formare lo Specchio. Ma perchè, secondo il citato Specchio, resterebbe la più Entrata di ₰ 401 : 94 : 4, detta somma si porterà ad *Entrata generale* nella prima Partita dell'Anno susseguente, oppure consegnandola al suo rispettivo Padrone, dovrà il Padrone medesimo farne la *Riccevuta* nel sottoscrivere il Libro. Se poi esso Ministro consegnerà denajo in mano del suo Padrone dentro l'Anno, dovrà segnarlo ad *Esito* in quel Mese, in cui glielo consegna; e così tutte le Partite riusciranno pulite, e chiare, ed il Ministro con questo Piano non avrà alcuna difficoltà di far esaminare i Libri, benchè fossero passati anche venti anni.

CAPITOLO XXVII.

DELLA FORMAZIONE DE' LIBRI PER COMODO D'UN SOPRINTENDENTE AD UNA FABBRICA.

PArmi d'avere abbastanza istruito il mio benigno Leggitore circa quanto porta l Agenzia d'una Casa, per porre in chiaro tutte le Partite dell'Entrata, e dell'Esito sì in denajo, come in roba, che passa per le mani di un Ministro. Restami ora soltanto di dare un picciol lume intorno la Deputazione, o Sopraintendenza a qualche Fabbrica, alla cui testa supponiamo, che dovesse stare qualcuno de' miei Leggitori. La formazione de'Libri per le Spese d'una Fabbrica in poco differisce da quella de'Libri per le Spese giornali di una Casa. Per tale impiego due Libri v'abbisogneranno: uno per le Spese giornali, e l'altro per l'Esito generale.

rale. Il Libro delle Spese giornali dovrà esser diviso in tante parti, quanti saranno i Capi diversi da comperarsi per la Fabbrica, che ordinariamente sono i seguenti, cioè *Giornate*, *Travi*, *Tavole*, *Quadretti*, ossieno *Regoli*, *Mattoni*, *Coppi*, *Pianchette*, *Calce*, *Arena*, *Gesso*, *Ferro*, *Chiodi*, *Falegname*, *Fabbro*, e *Diversi*. Questi, ed altri simili sono i Capi, ne'quali dee esser diviso il Libro con tanti cartelli, per operar con pulizia, e con chiarezza. Nell'ultimo, segnato colla parola *Diversi*, debbonsi riportar tutte quelle Spese, che non hanno Partita separata nel Libro. Per gli Operaj, giacchè ordinariamente pagansi nel fine della Settimana, prima di riportarsi al Libro del *Giornale*, se ne formerà la Lista. Questa Lista degli Operaj potrebbesi fare separatamente ogni giorno col segnar tutte le Persone, che stanno ad operare, ed in fine della linea per colonna notare il rispettivo pagamento. La Lista così formata va benissimo, quando si dovesse pagare ogni sera, poichè in essa vedesi, quanti sieno stati gli Operaj, quanto sia il loro assegnamento, e quanto finalmente siasi speso in quel giorno per la loro mercede. Ma dovendosi pagar solamente nel fine della Settimana, s'incontra troppa difficoltà in dovere scorrere, per fare il pagamento di ciascuna Persona, tutte le Liste della Settimana con evidente pericolo di commetter degli errori; perciò ho creduto cosa più spedita il formare una tal Lista a guisa di *Specchio*, per maggior chiarezza del quale ne darò un esempio materiale.

Supponiamo, che debba farsi detto *Specchio* = *Addì* 10. *Luglio* 1773., principio della terza Settimana. Si farà dunque così.

Addì 10. Luglio 1773. detto Lunedì.	Addì 10. Lunedì.	Addì 11. Mart.
Muratori.		
Maſtro Antonio Politi — — — ₤	=: 30	₤ =: 30
M.° Franceſco Canali — — — ₤	=: 25	₤ =: 25
M.° Paolo Antinori — — — ₤	=: 20	₤ =: 20
M.° Carlo Palazzi — — — ₤	=: 18	
₤	=: 93	₤ =: 75
	n.° 4.	n.° 3.
Ammannitori.		
Giorgio Paſquali — — — ₤	=: 15	₤ =: 15
Paolo Calimici — — — ₤	=: 14	₤ =: 14
₤	=: 29	₤ =: 29
	n.° 2.	n.° 2.
Facchini.		
Niccola Roſati — — — ₤	=: 12	₤ =: 12
Domenico Bruni — — — ₤	=: 10	₤ =: 10
Bartolommeo Galla — — — ₤	=: 10	₤ =: 10
Giovanni Spaventa — — — ₤	=: 10	₤ =: 10
₤	=: 42	₤ =: 42
	n.° 4.	n.° 4.

Addì 12. Merc.	Addì 13. Giov.	Addì 14. Vener.	Addì 15. Sab.	(*Lista* 3.)		
ꝉ = : 30	ꝉ = : 30	ꝉ = : 30	ꝉ = : 30	ꝉ	01	80
ꝉ = : 25		ꝉ = : 25	ꝉ = : 25	ꝉ	01	25
	ꝉ = : 20	ꝉ = : 20		ꝉ	=	80
ꝉ = : 18	ꝉ = : 18		ꝉ = : 18	ꝉ	=	72
ꝉ = : 73	ꝉ = : 68	ꝉ = : 75	ꝉ = : 73			
n.° 3.	n.° 3.	n.° 3.	n.° 3.			
ꝉ = : 15	ꝉ = : 15	ꝉ = : 15	ꝉ = : 15	ꝉ	=	90
ꝉ = : 14	ꝉ = : 14	ꝉ = : 14	ꝉ = : 14	ꝉ	=	84
ꝉ = : 29	ꝉ = : 29	ꝉ = : 29	ꝉ = : 29			
n.° 2.	n.° 2.	n.° 2.	n.° 2.			
	ꝉ = : 12	ꝉ = : 12	ꝉ = : 12	ꝉ	=	60
ꝉ = : 10	ꝉ = : 10	ꝉ = : 10	ꝉ = : 10	ꝉ	=	60
ꝉ = : 10		ꝉ = : 10	ꝉ = : 10	ꝉ	=	50
ꝉ = : 10	ꝉ = : 10	ꝉ = : 10	ꝉ = : 10	ꝉ	=	60
ꝉ = : 30	ꝉ = : 32	ꝉ = : 42	ꝉ = : 42			
n.° 3.	n.° 3.	n.° 4.	n.° 4.	ꝉ	08	61

Donne.	Addì 10. Lunedì.	Addì 11. Mart.
Anna Curzj — — — — —	₤ = : 07	₤ = : 07
Maria Sordi — — — — —	₤ = : 05	₤ = : 05
Maddalena Orazj — — — —	₤ = : 06	₤ = : 06
Lucia Buontempi — — — —	₤ = : 06	
Antonia Limani — — — — —	₤ = : 05	₤ = : 05
Francesca Lucilli — — — — —	₤ = : 07	₤ = : 07
Cecilia Fileti — — — — —	₤ = : 05	₤ = : 05
Paola Cagnini — — — — —	₤ = : 06	₤ = : 06
	₤ = : 47	₤ = : 41
	n.° 8.	n.° 7.

Addì 12. Merc.	Addì 13. Giov.	Addì 14. Vener.	Addì 15. Sab.			
		Somma riportata —		₤	08	61
₤ = : 07	₤ = : 07	₤ = : 07	₤ = : 07	₤	=	42
	₤ = : 05	₤ = : 05		₤	=	20
₤ = : 06	₤ = : 06	₤ = : 06	₤ = : 06	₤	=	36
₤ = : 06	₤ = : 06		₤ = : 06	₤	=	24
₤ = : 05	₤ = : 05	₤ = : 05	₤ = : 05	₤	=	30
₤ = : 07	₤ = : 07	₤ = : 07		₤	=	35
₤ = : 05		₤ = : 05	₤ = : 05	₤	=	25
₤ = : 06	₤ = : 06	₤ = : 06	₤ = : 06	₤	=	36
₤ = : 42	₤ = : 42	₤ = : 41	₤ = : 35			
n.º 7.	n.º 7.	n.º 7.	n. 06.			
				₤	11	09

For-

Formata dunque la Liſta nel modo indicato, e per ognidì ſegnate le riſpettive giornate, come ivi ſcorgeſi fatto, per ciaſcuna Perſona ſi tirerà in margine la riſpettiva ſomma di denajo, che dee aver nel fine della Settimana, conforme ſi è praticato nella ſuddetta Liſta. Così in fine della Settimana ſi potranno pagar le giornate ſenza tanto ricercare le Liſte de' giorni ſcaduti, cioè ſenza vedere, ſe ciaſcuno ſia ſtato per ogni giorno a lavoro. Si vedrà ancora in fine, quanto ſiaſi ſpeſo in giornate per ogni Settimana. Laonde nella ſuddetta Liſta ſarebbonſi ſpeſi ₤ 11 : 09.

Ora non rimane altro, ſennonſe riportarne la detta Liſta al Libro del *Giornale* nella Partita delle *Giornate*. Ciò ſi potrebbe far brevemente col riportare l'intera ſomma di ₤ 11 : 09; ma ſarebbe troppo generale, e perciò è meglio riportarla giorno per giorno, e Partita per Partita, ſiccome coll'eſempio della ſuddetta Liſta voglio quì render ciò chiaro, e manifeſto.

Addì 10. Luglio 1773. detto Lunedì.
Muratori n.° 4. - - - ₤ 〃 : 93.
Ammannitori n.° 2. - ₤ 〃 : 29.
Facchini n.° 4. - - - ₤ 〃 : 42.
Donne n.° 8. - - - - ₤ 〃 : 47.

₤ 02 : 11.
Il tutto ſi vede alla Liſta 3. - - - ₤ 02 : 11 : 〃.
ſotto il giorno di Lunedì.

Addì 11. Luglio, detto Martedì.
Muratori n.° 3. - - - ₤ 〃 : 75.
Ammannitori n.° 2. - ₤ 〃 : 29.
Facchini n.° 4. - - - ₤ 〃 : 42.
Donne n.° 7. - - - - ₤ 〃 : 41.

₤ 01 : 87.
Il tutto ſi vede alla Liſta 3. - - - ₤ 01 : 87 : 〃.
ſotto il giorno di Martedì.

Nella

Nella medeſima maniera ſi dovranno riportare al Libro del *Giornale* tutte le Liſte degli Operaj giorno per giorno ſeparatamente, col ſegnar prima le Opere Partita per Partita nel mezzo, e poi fatta la ſomma ſi tirerà fuori nel margine, come vedeſi fatto quì ſopra. Sotto ad ogni giorno dovraſſi ſegnare il numero della Liſta col giorno, affinchè non confondaſi coll'altre Liſte, e cogli altri giorni. Le Liſte dovranno eſſer numerate, cominciando da 1., 2., 3., 4, ec. inſino al fine dell'Anno, per quante Settimane ſi ſarà lavorato. Incominciando poi l'Anno, ſi dovrà ancora ricominciar da capo il numero delle Liſte.

Nel fine del Meſe dovraſſi riportar tutta la ſomma al Libro dell'*Eſito generale* con tutte le altre Partite, ſegnando prima in mezzo alla pagina tutte le Partite, e poi ſommate riportarle in margine, come s'è fatto delle giornate, affinchè ſpeditamente veggaſi la Speſa fatta in ciaſcun Meſe; onde ſarà una coſa aſſai pulita, e bella. Per poter riportare all'*Eſito generale* tutte le Speſe ſegnate nel *Giornale* ſenza confuſione, nel fine di ciaſcun Meſe nel *Giornale* fatta la ſomma della Speſa, a quella dirittura nel margine a mano ſiniſtra ſi formerà un numero per ordine, e poi immediatamente ſcriveraſſi = *Portato ad Eſito generale a.c.... n.° ....* — — = : = : =. Ciocchè diceſi delle giornate, ſi dica ancora di qualunque altra Partita del *Giornale*. Nel Libro dell'*Eſito generale* ſi dovrà poi dire = *N.° 1. Eſcono in giornate, come al Giornale a.c. ... n.° ...* — = : = : =. E così intendaſi dell'altre Partite.

Nelle Partite del Giornale delle coſe, che o ſi contano, o ſi miſurano, o ſi peſano, dovendoſi ſegnare al *Giornale*, ſi dovranno far due colonne, una in mezzo alla pagina, e l'altra in margine. Nel margine ſi ſegnerà il prezzo, nel mezzo il quantitativo della coſa comperata, come ſe foſſero *Mattoni*, i quali ſi ſegneranno così =

Addì 15. detto pagati a Franceſco Cori, come da Ricevuta in filza n.° 7. alla ragione di 2 : 80 *al* 1000 *per Mattoni n.°* — 12000 — 33 : 60.

La

La ſomma del prezzo de' Mattoni per ogni Meſe ſi dovrà riportare ad *Eſito generale*, come ſi è detto; ma la ſomma del numero de' Mattoni dovraſſi proſeguire inſino al fine della Fabbrica, per poter ſubito ſapere non ſolamente nel fine, ma anche in mezzo al proſeguimento della Fabbrica, quanti Mattoni ſienvi ſtati impiegati. Il detto finora circa i Mattoni ſi può intendere ancora circa i Travi, Tavole, Ferro, Chiodi, ec.

Poichè ſuole accadere, ſiccom'è di dovere, che nelle Fabbriche, ſpecialmente groſſe, il Soprintendente, o Deputato debba render conto eſatto del denajo colato nelle di lui mani, e ad ogni cattivo incontro ſia ſoggetto a giuſtificar le ſue Speſe; perciò in ogni Speſa particolarmente alquanto groſſa dovrà farſi fare la Ricevuta del pagamento da lui fatto, e formando al difuori di detta Ricevuta l'occhio con un numero dovrà citar la Ricevuta medeſima nel riportare al *Giornale* detta Partita, col porre poſcia in filza la Ricevuta per ordine di numero fatto all'occhio, e parimente infilzar tutte le Liſte giornali. In vigore delle Liſte, e Ricevute ſuddette potrà ſempre il Deputato giuſtificar qualunque Speſa fatta per la Fabbrica, non per allora ſoltanto, ma per ogni tempo avvenire.

Nelle Fabbriche groſſe il Deputato non ſolamente dee render conto del denajo a lui conſegnato, e far chiaramente coſtare, come da eſſo fu impiegato per la Fabbrica; ma dee ancora render conto di tutt'i Materiali impiegati, onde appariſca la ſua pulizìa, ed onoratezza. Quindi è neceſſario, che nel Libro del *Giornale*, oppure in altro Libro tenuto a queſt'effetto, ſi facciano altri partimenti, ove deeſi riportare il quantitativo de' Materiali comperati ſeparatamente, e poi dargli il ſuo Eſito. Prendiamo, per eſempio, la Partita delle *Tavole* comperate, o fatte col legname di Caſa, ec., e ſegnate al *Giornale*, dove ſi vede bensì il numero delle Tavole, ed il lor prezzo, ma non vedeſi poi, in che ſieno ſtate impiegate le Tavole medeſime; perciò riportata la Partita del numero delle Tavole in altra Partita ſeta separata dal *Giornale*, oppure in altro Libro con questo titolo = *Esito delle Tavole* =, nella prima facciata si segnerà il numero delle Tavole entrate; nella dicontro facciata poi si noterà l'Esito delle dette Tavole. Eccone l'esempio.

Addì ..... consegnate al Falegname N. per far le cinque tali Porte, e le sette tali Finestre, Tavole — — n.° ....

Addì .... consegnate al Capo-Mastro, per far l'Armatura della Fabbrica, Tavole — — — — — n.° ....

Il numero delle Tavole consegnate dovrassi riportare nel margine, per poterle in fine sommare. Così in un'occhiata non solo si vedrà, come sieno state impiegate le Tavole; in prova, ed in giustificazione di che apparirà il lavoro, ma ancora si rileverà il quantitativo delle Tavole consumate, e quindi fatto il confronto colle Tavole entrate, apparirà anche subito il numero delle Tavole rimanenti. Questa Partita parmi necessaria a porsi in Libro non solo per le dette ragioni, e per far sì, che il Deputato ne abbia una buona custodia, ma ancora per far costare tutto quel Materiale, che non apparisce nella Fabbrica, siccome sarebbero le Tavole, che si spezzano, o che servono pe' Volti, Travi, che si consumano per Sottoscali, ec., conforme dalla sperienza rendesi manifesto; altrimenti, come necessariamente accade, d'alcuna specie di Materiali appena apparendo la metà nella Fabbrica, in fine non potrà mai il Deputato render conto de' Materiali impiegati. Quello, che si è detto delle Tavole, dicasi parimente di qualunque altro Materiale, che o si pesa, o si numera, o si misura.

Il Libro generale, detto anche *Libro Mastro*, dee esser diviso in due parti, in una delle quali si riporteranno tutte le Spese giornali nel modo finora insegnato, tanto in questo Libro, quanto in quello per un'Agenzìa; nell'altra parte poi di detto Libro si dovranno segnar tutte le Partite del denajo, che riceve il Deputato per le Spese della Fabbrica, ove si esprimerà non solo il giorno della ricevuta del denajo col suo quantitativo; ma si dovrà ancora esprimere la qualità della Moneta, cioè se è in Rame, in Oro, in Ar-

 gento,

gento, in Cedole, ec. La prima parte di questo Libro dirassi *Esito generale*, e l'altra si nominerà *Entrata generale*.

La ragione poi, perchè debbasi esprimere la qualità del denajo ricevuto, si è, che ricevendosi in Rame, o, come volgarmente dicesi, in *Cartocci*, ciascuno de' quali forma il numero di bajocchi 100 meno un quattrino, e perciò passando per le mani del Deputato una grossa somma di siffatta Moneta, potrebbe quindi nascer qualche divario, ed il Deputato medesimo trovarsene al disotto. Inoltre, essendo i detti *Cartocci* benespesso mancanti, come lo dimostra la cotidiana sperienza, dovrà almeno nel fine farsi il diffalco della Moneta mancante. Non potrebbe però il Deputato sapere, quanti quattrini dovrà diffalcare, se non saprà la quantità de' *Cartocci*, che ha ricevuti, ed in conseguenza non potrà dare un ragguaglio della mancanza ne' *Cartocci*, non sapendone il numero; perciocchè più facilmente potrà il Deputato giustificar la mancanza di bajocchi 10 in ℒ 25, di quello che possa farlo in ℒ 10. Finalmente dovendosi pagare i Giornalieri con Monete di Rame, può facilmente trascorrere qualche cosa di più, e non mai di meno, giacchè il Giornaliere, se riceve di più, sta quieto, ed all'opposto riclama, se riceve di meno. Difficilmente però potrà scorrere qualche cosa nelle Monete d'Argento, e molto meno in quelle di Oro, o nelle Cedole. Per questa ragione sarà bene esprimere ancora la qualità della Moneta.

Se il mio benigno Leggitore si prevalerà de' precetti finora propostigli nella formazione de' Libri tanto per le Agenzìe, quanto per l'assistenza, o Deputazione a Fabbriche, e cose simili, sia pur certo, che potrà non solo render minutissimo conto delle Spese, robe, e denajo, e di qualunque altro Genere, di cui abbia presa l'Amministrazione, ma ne ritrarrà eziandio onore, e stima presso le Persone intendenti, e dabbene, ch'è la vita civile, con sicura speranza di trovar sempre in che impiegare il suo talento, affine di guadagnar quanto basti all'onesto sostentamento della propria Casa.

Benchè

Benchè io mi ſia sforzato finora d'iſtruire il mio Leggitore, per renderlo capace a guadagnarſi, come diſſi, con onore, e ſtima il ſuo vitto cotidiano, circa quanto può dare l'Aritmetica, s'egli bramaſſe anche di maggiormente approfittare, voglio ſoddisfare alle di lui brame col proporgli nel ſeguente Secondo Trattato l'*Agrimenſura* in tutte le ſue parti, eſſendo coſa aſſai più utile sì al commercio umano, che al proprio intereſſe. Intanto lo prego a darne gloria a DIO, ſe ritrovò alcuna coſa di buono nel decorſo Primo Trattato *Aritmetico*; ſe poi s'incontrò in coſa men degna, gradiſca almeno l'affetto, ed il buon animo, che l'Autore verſo tutti proteſta.

FINE

DEL TRATTATO DI ARITMETICA.

INDICE
DE' CAPITOLI, E DE' PARAGRAFI
DEL
TRATTATO ARITMETICO.

§. III. Della

§ IV. Re-

FINE DEL TOMO PRIMO.