RECREAT
MATHEMA
ET
PHYSIQ
QUI CONTIE

Plusieurs problêmes d'arithm
trie, de musique, d'optique
de cosmographie, de méc
technie, & de physique.
horloges élémentaires.

Par feu M. OZANAM, de
des Sciences, & Professeur

NOUVELLE É

Revue, corrigée & au

TOME SEC

A PARI

Chez CHARLES-ANTOINE
Dauphine, à l'Image No

M. DCC.

AVEC PRIVILEGE

Remarques sur les crépuscules à Paris.

I.

LE soleil entrant en ♑, sa distance au méridien au commencement du crepuscule du matin est de 89 d. 8′ 31″, lesquels réduits en tems, font 5 h. 56′ 34″ 4‴. Cela étant, le crépuscule commence en caper à cinq heures 56′ 34″ 4‴. Cette distance ôtée de l'arc semi nocturne, qui est de 119 d. 47′ 36″, il reste 30 d. 29′ 5″, lesquels réduits en tems, font 2 h. 2′ 56″ pour la durée du crépuscule en ♑. Ainsi le soleil devroit se lever à 7 h. 59′ 10″ 24‴; mais à cause de la réfraction, qui avance de 4′ 5″ 36‴ l'heure de son lever, cet astre se leve à 7 h. 55′ 4″ 48‴.

II.

Le seleil entrant dans ♈, sa distance au méridien au commencement du crépuscule du matin est de 62 d. 0′ 4″, lesquels réduits en tems, font 4 h. 8′ 0″ 16‴. Cela étant, le crépuscule du matin en aries commence à quatre heures 8′ 0′ 16′′. Cette distance ôtée de l'arc semi-nocturne, qui est alors de 6 heures ou 90 d. il reste 27 d. 59′. 56″, lesquels réduits en tems, font 1 h. 51′ 59″ 44‴ pour la durée du crépuscule en ♈. Ainsi le soleil devroit paroître à l'horison à 6 heures; mais à cause de la réfraction, qui avance son lever de 3′ 18″ 32‴, on le voit se lever à 5 heures 36′ 41″ 28‴.

III.

Le soleil entrant en ♋, le crépuscule dure toute la nuit, parceque sous la latitude de Paris (48 d. 50′) la dépression méridienne du soleil, qui est de 17 d. 41′, est moindre que l'arc crépusculaire, qui est de 18 d. L'arc semi-diurne vrai est de 119 d. 47′ 35″, l'arc semi-nocturne est de 60 d. 12′ 25″, lesquels réduits en tems font 4 h. 0′ 49″ 40‴, qui est la vraie heure à laquelle le soleil se leve à son entrée en cancer; mais la réfraction avance le lever de cet astre de 4′ 8″ 12‴

de tems; car elle fait l'arc semi-diurne apparent de 120 d. 49′ 38″, qui surpasse l'arc semi-diurne vrai de 1 d. 2′ 3″, comme on le connoîtra en ôtant 119 d. 47′ 55″, de 120 d. 49′ 38″. Ainsi le lever apparent du soleil est à 3 h. 56′, 41″, 28‴. L'amplitude orientale vraie du soleil en cancer est de 37 d. 15′ 18″; l'amplitude apparente est de 38 d. 24′ 17″.

IV.

Le plus court crépuscule de l'année arrive au 17e d. 24′ 20″ de ♎, & au 12 d. 35′ 40″ de ♓ (ces deux points de l'écliptique ayant même déclinaison australe de 6 d. 50′ 45″) ce qui arrive vers le 11 d'octobre, & vers le 3 de mars; la distance du soleil méridien au commencement du crépuscule du matin est de 70 d. 23′ 38″, lesquels réduits en tems font 4 h. 41′ 34″ 31‴, qui est l'heure que commence le crépuscule; l'arc semi-nocturne est de 97 d. 53′ 44″; lesquels réduits en tems font 6 h. 31′ 34″ 56‴, partant si on ôte 4 h. 41′ 34″ 32‴, de 6 h. 31′ 34″ 56‴, il restera 1 h. 50′ 0″ 24‴ pour la durée du plus court crépuscule, qui sera encore raccourci par la réfraction.

V.

Le crépuscule égal à celui des équinoxes arrive au 6e d. 47′ 48″ du ♏, & au 23e d. 12′ 12″ de ♒ (ces deux points de l'ecliptique ayant même déclinaison australe de 13 d. 48″ 32‴) ce qui arrive environ le 30 octobre, & environ le 12 février; la distance au méridien au commencement du crépuscule du matin est de 78 d. 19′ 36″, l'arc semi-nocturne est de 106 d. 17′ 54″; leur différence 27 d. 58′ 18″ étant réduite en tems, donne 1 h. 51′ 53″ 12‴ pour la durée du crépuscule égal à celui des équinoxes, ou du moins qui n'en est différent que de 6″ 32‴; comme on le connoîtra, en ôtant 1 h. 51′ 53″ 12‴; de 1 h. 51′ 59″ 44‴, qui est la quantité du crépuscule équinoctial, déterminée en la II. remarque.

RECREATIONS
MATHÊMATIQUES
ET PHYSIQUES.

Problêmes de Gnomonique.

LA Gnomonique est la partie la plus agréable des mathématiques. Comme j'en ai assez amplement traité dans mon cours de mathématique, & qu'elle dépend d'une théorie profonde, quand on veut la posseder à fond, ce qui ne convient pas à des récréations mathématiques, je me suis proposé de mettre seulement ici les problêmes qui me sembleront les plus divertissans & les plus faciles à pratiquer & à comprendre.

PROBLEME I.

Tracer une ligne méridienne.

SUr un plan horisontal fermement arrêté, piquez une éguille ou une pointe de fer, de maniere qu'elle soit oblique à ce plan. Prenez une équerre, qui peut être faite d'un quarré de papier plié en plusieurs doubles à angles droits : cherchez avec cette équerre sur le plan horisontal le point qui répondra à l'extrêmité de l'éguille. Vous prendrez ce point pour le centre de quelques cercles, que vous décrirez sur le plan horisontal. Remarquez quelques heures avant midi, comme vers les dix heures, & dans quelque intervalle de tems, les points d'ombre de l'extrémité de l'éguille qui tomberont sur la circonférence des cercles ; observez encore quelques heures après midi, comme vers les deux heures, le point d'ombre de l'extrêmité de l'éguille qui tombera sur la circonférence d'un de ces cercles. Divisez l'arc compris entre ces deux points trouvés avant & après midi, en deux parties égales, par une ligne qui passera par le centre du cercle. Cette ligne sera la méridienne.

REMARQUE.

On a soin de décrire plusieurs cercles, & d'observer avant midi les points d'ombre sur chacun, afin de pouvoir remarquer un point d'ombre sur un de ces cercles après midi ; car les nuages pourroient empêcher de l'observer, si on ne faisoit qu'un cercle.

PROBLEME II.

Construire des cadrans réguliers par deux ouvertures de compas.

I.

Pl. 1, fig. 1. ON mene la méridienne SM, & du point C pris vers le milieu, comme centre, on décrit à discrétion le cercle ETOP, qui sera la premiere ouverture de compas ; puis on décrira quatre grands cercles d'une même grandeur EO, qui sera la seconde ouverture de compas ; sçavoir, du point O, & de l'intervalle OE, on décrira le cercle EAMB ; ensuite du point E, & du même intervalle EO, on décrira le cercle AOBS. Ces deux cercles se couperont aux points A & B. De ces points comme centre, & de la même ouverture de compas, on fait les deux derniers cercles, sçavoir, du point A le cercle XIEF, & du point B le cercle ZLEG. Observez les intersections F, G, afin de tirer les lignes EG, EF. Cela étant fait, par les intersections A, B, des deux premiers cercles, vous menerez la ligne XACEZ, qui sera l'équinoctiale, laquelle se trouvera coupée aux points des heures requises. C'est pourquoi on y marquera les heures 7, 8, 9, 10, 11, 12, 1, 2, 3, 4, 5, aux points des sections faites par les cercles, & par les lignes menées du point E aux points F & G.

II.

Pour avoir le centre de chaque cadran en particulier, & premierement de l'horisontal, on divisera CO en trois parties égales, pour en transporter une de O en H, qui sera le centre du cadran horisontal.

III.

Pour avoir le centre du cadran vertical, divisez CE en deux parties, & portant une de ces parties en V, on aura le centre du cadran vertical.

IV.

Le point E est le centre du cadran équinoctial.

V.

On achevera le cadran horiſontal en menant du point H, ſon centre, des lignes aux points des heures qui ſont marquées ſur la ligne XCZ ; la ligne de 6 heures paſſera par le centre H ; on la fera parallele à l'équinoctiale XCZ. Les 7 & 8 heures du matin, prolongées au-delà du centre H, donneront les 7 & 8 heures du ſoir, comme les 4 & 5 heures du ſoir, prolongées par le centre, donneront les 4 & 5 heures du matin. Du point H, ou de quelqu'autre point pris à diſcrétion, on décrira une ou deux circonférences de cercles, qui ſerviront à terminer les lignes horaires.

Voyez les Remarques.

On aura la hauteur du ſtile du cadran horiſontal, en portant CV ſur l'équinoctiale de C en R, & l'on tracera HR, qui ſera l'axe ; de ſorte que HRC ſera l'éguille du cadran horiſontal, qu'il faut élever ſur la ligne de 12 heures : on la prolongera ſi l'on veut.

VI.

On achevera le cadran vertical, en décrivant du point V, ou de quelque autre point, une ou deux circonférences, pour terminer les lignes horaires menées du centre V par les points des heures marquées ſur la ligne XCZ. La ligne de 6 heures ſe tracera par le centre V paralelle à la ligne XCZ.

On aura l'éguille en prenant la diſtance CH, que l'on tranſportera de C en Q ſur la ligne XCZ, afin de tracer l'éguille VQC, que l'on pourra prolonger à diſcrétion, & on élevera à plomb cette éguille VQC ſur la ligne de 12 heures.

VII.

Pour faire un cadran équinoctial, décrivez de son centre E une ou deux circonférences pour terminer les lignes horaires, que vous menerez du point E par les points des heures marquées sur la ligne XCZ. Vous tracerez la ligne de 6 heures, & les autres heures qui sont au-dessus en la maniere que nous avons dit ci-devant.

L'éguille est un stile ou bâton placé à plomb sur le plan au point E.

VIII.

Pour faire un cadran polaire, faites tomber à l'équerre des lignes horaires à tous les points marqués sur la ligne XCZ. Ces lignes doivent être paralleles entr'elles & à la méridienne SM. On les prolonge de part & d'autre de l'équinoctiale, & on les termine haut & bas par deux autres lignes, entre lesquelles on trace les heures.

L'éguille s'éleve à plomb sur le plan du cadran, de la grandeur de 12 à 3 heures, on la place au point C.

IX.

Pour les cadrans orientaux & occidentaux, voici de quelle maniere on s'y prend. On mene, pour l'oriental à main droite, & pour l'occidental à main gauche du plan, une ligne verticale AB, par le moyen d'un fil chargé de plomb, en prenant vers le bas le point I. On décrit une circonférence sur laquelle on prend de la ligne AB l'élevation du pole, qui est ici à Paris de 49 degrés, pour y faire passer la ligne IL. On la coupe vers le haut à l'équerre de la ligne SFM; puis

Pl. 2 & 3, fig. 2.

on applique sur IFL du cadran, tous les points des heures prises à la figure 1, mais seulement deux au-dessus de F. Ensuite on fait tomber des lignes à l'équerre de tous ces points des heures, qui seront paralleles entr'elles, & on les prolongera autant d'une part que d'autre. On terminera ces lignes haut & bas de deux lignes, pour y renfermer le nombre des heures qui sont changées en ces cadrans; car la ligne qui passe par F, est 6 heures, les deux au-dessus de F dans l'oriental sont 5 & 4; & au-dessous vers le bas sont 7, 8. 9. 10, 11. Aux occidentaux, les deux, au-dessus de F, sont 7, 8, & au dessous vers le bas, sont 5, 4, 3. 2, 1.

L'éguille ou le stile s'y fait de la hauteur de 6 à 5 ou 9 heures, élevée précisément sur la ligne de 6 heures.

REMARQUES.

On remarquera que ces centres & axes ne sont
Pl. 4. que pour les élevations du pole de 49 degrés, comme Paris : mais pour les avoir pour tout pays, on comptera au quart de cercle EP, qu'on sçait être de 90 degrés de E vers P en K, pareil nombre de degrés qui sera l'élevation du pole du lieu; afin qu'en menant du centre C à ce point déterminé K la ligne CKD, on la coupe perpendiculairement en K, point d'interfection en la circonférence Cette perpendiculaire, prolongée jusqu'à la méridienne, y déterminera le centre du cadran vertical en V, dont elle sera l'axe: elle déterminera encore sur l'équinoctiale le centre du cadran horisontal en A; mais il faudra transporter CA de C en H, qui sera le vrai centre du cadran horisontal. Pour avoir l'axe du cadran

horiſontal, on tranſportera ſur l'équinoctiale la diſtance CV de C en R, & l'on tirera HR, qui ſera l'axe du cadran horiſontal.

Le point K ſera le centre du cadran équinoctial, mais au lieu du point K, on ſe ſervira du centre E.

Exemple.

Si l'élevation du pole étoit de 55 degrés, faites l'arc EK de 55 degrés. Au point K élevez la perpendiculaire VKA qui coupera la méridienne & l'équinoctiale : V ſera le centre du cadran vertical, & A le centre du cadran horiſontal, &c. Pl. 4, fig. 4.

PROBLEME III.

Conſtruire les mêmes cadrans par une ſeule ouverture de compas.

MEnez par un point C deux lignes SM, 75, perpendiculaires l'une à l'autre; de ce même point C, décrivez le cercle ETOP de quelque ouverture de compas que ce ſoit; puis l'ouverture de compas étant la même, portez une pointe ſur O, l'autre ſur Q; de Q détournez au point 4, & de 4 par deux tours ſur 5; de 5 revenez par quatre tours ſur 11. Pl. 4, fig. 3.

Mettez encore le compas ſur O & ſur N; de N détournez ſur 8, & de 8 par deux tours ſur 7; de 7 revenez par quatre tours ſur 1. Enſuite vous tirerez les lignes EN, EQ, qui donneront ſur la ligne 75, 2 heures & 10 heures, & le cadran ſera fait. Le centre de ces cadrans ſe trouvera, comme on a dit dans le probleme précédent.

REMARQUE.

Pl. 4, fig. 3. Si vous ne voulez pas mener perpendiculairement les deux lignes SM, 75, tirez seulement la ligne VH, & faites le cercle ETOP; divisez ce cercle en six parties égales aux points, O, Q, G, E, F, N. Du point Q faites l'arc 4 de la même ouverture de compas, & du point G vous couperez cet arc; puis faisant de même des points F & N, vous aurez le point 8. Enfin par ces deux intersections 4, 8, vous menerez la ligne RA qui sera perpendiculaire à la ligne VH.

PROBLEME IV.

Décrire un cadran horisontal par le moyen d'une ellipse, sans avoir besoin de trouver les points horaires sur la ligne équinoctiale.

De quelque méthode qu'on se serve pour décrire un cadran horisontal, on tombera toujours dans un inconvénient, qui est, qu'on ne peut tirer avec justesse les lignes horaires qui sont proche la ligne de 6 heures, à cause qu'elles coupent l'équinoctiale en des points très-éloignés. La pratique que l'on va enseigner paroît la meilleure de toutes. Voici ce qu'il faut faire.

Pl. 5, fig. 5. Tracez sur un plan horisontal la méridienne AB, & la ligne de 6 heures DE, qui se coupent à angles droits en C, qui est le centre du cadran, la ligne de l'axe CH, faisant avec la méridienne AB l'angle GCH de 49 degrés, & la ligne IH perpendiculaire sur GH, qui donne le point I sur la méridienne, par lequel l'équinoctiale doit passer perpendiculairement, qu'il n'eſt pas néceſſaire de décrire, lorſque la ligne CI a une longueur conſidérable; ce qui arrivera toutes les fois que le point H pris ſur l'axe eſt aſſez éloigné du centre C du cadran, ou que le ſtile GH a été donné ou pris d'une bonne grandeur. Décrivez du centre C deux cercles, l'un avec le rayon CI, & l'autre avec le rayon HI, qui ſeront diviſés chacun en quatre arcs égaux par la méridienne AB, & par la ligne de 6 heures DE.

Mais ſi le point I ſe trouve trop proche du centre du cadran, comme dans cette figure, pour avoir pris le ſtile GH trop petit, ou bien pour avoir pris le point H trop proche du même centre; prenez à volonté dans l'axe prolongé CH un point F, le plus éloigné que vous pourrez du centre C, afin que le cadran en ſoit plus juſte, & menez FB perpendiculaire à l'axe; puis décrivez du centre C deux cercles, l'un comme AD BE, avec le rayon CB, & l'autre comme NPMQ, avec le rayon CM, égal à la perpendiculaire FB, qui ſeront diviſés chacun en quatre quarts égaux par la méridienne AB, & par la ligne de 6 heures DE.

Diviſez chacun de ces quarts de cercle en ſix arcs égaux, comme ceux du cercle extérieur ADBE aux points O, O, O, & ceux du cercle intérieur, NPMQ aux points R, R, R; mais les diviſions du cercle extérieur ſuffiſent pour avoir celles de l'intérieur, que l'on trouve en tirant des lignes droites du centre du cadran par les diviſions du cercle extérieur, qui donneront celles de l'intérieur.

Il faut enſuite joindre tous les points O, O par des lignes qui ſeront paralleles entr'elles & à la ligne de 6 heures DE, & qui par conséquent seront toutes perpendiculaires à la méridienne AB. Il en est de même des points R, R, que l'on joint par des lignes paralleles entr'elles & à la méridienne AB, qui sont toutes perpendiculaires sur la ligne de 6 heures DE. Ces dernieres paralleles couperont les premieres dans les points S, S, S, qui seront tous dans la circonférence d'une ellipse, dont le grand axe est le diametre AB du grand cercle extérieur, & le petit axe est le diametre NM du petit cercle intérieur. Il ne reste présentement qu'à tirer des lignes droites du centre C du cadran par tous les points de l'ellipse S, S; ce seront les lignes horaires qu'il falloit décrire sur le cadran horisontal, dont l'axe du monde est CF, que l'on dresse perpendiculairement sur la méridienne AB du plan horisontal.

REMARQUES.

I.

On vient de décrire un cadran horisontal, mais on peut décrire le vertical en faisant l'angle ICH de 41 degrés.

II.

Le grand axe AB, & le petit axe NM de l'ovale étant donnés, on peut décrire l'ovale selon la méthode qu'on a enseignée dans le probleme XLVI de géometrie, tome I. page 329.

III.

Il n'est pas nécessaire de marquer sur le cadran les points des heures marquées au-dessus de la courbe 8, 4.

IV.

On marquera les heures entre la circonférence du grand cercle & un autre, qu'on décrira au delà à volonté.

V.

Il eſt inutile d'avertir qu'on fera l'angle ICH pour telle élevation de pole qu'on voudra.

PROBLEME V.

Tracer un cadran équinoctial.

D'Un point C comme centre, décrivez un cercle AEDB; menez les deux diametres AD, EB, qui ſe coupent à angles droits au centre C; diviſez enſuite chaque quart de cercle en ſix parties égales, & menez les rayons C 1, C 2, C 3, & les autres que vous voyez dans la figure. Ces rayons ſeront les lignes qui marqueront les heures par le moyen d'un ſtile que l'on plantera à plomb ſur le plan du cadran qui ſera placé dans le plan de l'équateur. La ligne AD doit concourir avec le plan de la méridienne, & le point A doit être tourné du côté du midi. Pl. 6, fig. 6.

REMARQUES.

I.

Ce cadran équinoctial étant placé, ſi les lignes horaires regardent le ciel, il eſt appellé *ſupérieur*; mais ſi elles regardent la terre, il eſt nommé *inférieur*.

II.

Le cadran équinoctial ſupérieur ne montre les heures du jour que dans le printems & l'été ; & le cadran inférieur ne les montre que pendant l'automne & l'hyver ; mais dans les équinoxes, lorsque le soleil est dans l'équateur, ou qu'il en est fort prés, les cadrans équinoctiaux ne sont d'aucun usage, puisqu'ils ne sont point éclairés du soleil.

III.

On sçait qu'à Paris l'élevation du plan de l'équateur est de 41 degrés, qui est le complement de l'élevation du pole.

IV.

D'où l'on voit qu'il est aisé de construire un cadran équinoctial universel, que l'on ajustera à telle élevation de pole que l'on voudra. Il ne faut que joindre deux pieces d'yvoire ou de cuivre ABCD, & CDEF, qui s'ouvriront à discrétion par une charniere mise en CD, décrire sur les deux surfaces de la piece ABCD deux cadrans équinoctiaux, dont l'un sera supérieur sur la surface inférieure, & mettre un stile qui traversera à plomb par le centre I la piece ABCD. On ménagera au milieu G de la piece CDEF une petite boîte pour y placer une éguille aimantée, que l'on couvrira d'un verre. On attachera à cette même piece un quart de cercle HL divisé en degrés, que l'on fera passer par une ouverture faite en H dans la piece ABCD. Les degrés & minutes doivent commencer à se compter en L.

Pl. 6, fig. 7.

Quand on voudra se servir de ce cadran pour quelque lieu que ce soit, on mettra l'éguille aimantée dans la méridienne, ayant pourtant égard à sa déclinaison dans ce lieu, & l'on fera faire aux deux pieces ABCD, & CDEF un angle BCF, qui ſoit égal à l'élevation de l'équateur du lieu où l'on ſe trouve. On obſervera de tourner le quart de cercle du côté du midi. L'un & l'autre des cadrans équinoctiaux montrera l'heure de ce lieu.

PROBLEME VI.

Tracer un cadran ſur quelque plan vertical que ce ſoit ſans bouſſole, pendant la nuit, avec une bougie.

APrès avoir échafaudé, s'il eſt néceſſaire, tracez une méridienne ſur une table, de la maniere qu'on l'a enſeigné dans le probleme premier. Poſez le long de cette méridienne un cadran horiſontal, qu'il eſt aiſé de faire. Ajuſtez le long de l'axe un fil ou ficelle, qui étant tendue aille rencontrer le plan ſur lequel on a propoſé de conſtruire le cadran. Le point où la ficelle rencontrera le plan, ſera l'endroit où il faudra mettre l'axe, de maniere qu'il ſoit en ligne droite avec la ficelle, ou plutôt qu'il ne faſſe qu'une ligne avec elle. La méridienne ſe tracera en laiſſant tomber un plomb du centre du cadran. *

Pour tracer les lignes des autres heures, comme celle d'une heure, par exemple, ayant arrêté la ficelle, ſuivant l'axe des deux cadrans, ſervez-vous d'une bougie, avec laquelle vous ferez enſorte que l'ombre de l'axe du cadran horiſontal tombe ſur la ligne d'une heure de ce cadran. La ficelle jettera une ombre ſur le point vertical. Vous

* Le centre du cadran eſt le point où l'axe eſt planté dans le plan du cadran, lorſque l'axe rencontre ce plan.

prendrez un point ſur cette ombre. Par ce point & par le centre du cadran, vous menerez une ligne droite, qui marquera la ligne d'une heure ſur le plan vertical. Vous ferez la même choſe pour les autres heures, & vous aurez un cadran exactement tracé ſans l'embarras qu'on a ordinairement.

REMARQUES.

I.

Si vous le voulez tracer pendant le jour, il faut attendre que le ſoleil luiſe, & vous ſervir d'un miroir avec lequel vous ferez la même choſe que vous avez faite avec la bougie.

II.

Si le plan vertical étoit tellement ſitué que la ficelle ne pût le rencontrer, alors vous attacherez au plan deux ſoutiens, pour arrêter une verge de fer, qui fera une même ligne avec la ficelle, & vous opérerez le reſte de la même maniere qu'on vient de dire.

III.

Comme le cadran équinoctial eſt le plus aiſé de tous à conſtruire, on pourra s'en ſervir utilement à tracer toutes ſortes de cadrans par le moyen de ſon ſtile, qu'on prolongera autant qu'on le jugera à propos.

PROBLEME VII.

Connoître l'heure qu'il eſt par le moyen de la main gauche.

QUoique cette maniere ne ſoit point préciſe, elle peut néanmoins être de quelque utilité, lorſqu'on ſe trouve à la campagne, ou qu'on eſt en voyage.

Il faut d'abord étendre la main gauche, & la poser horisontalement, ensorte que le dedans soit tourné vers le ciel, puis on prendra un brin de paille ou de bois, qu'on placera à angles droits à la jointure, entre le pouce & le doigt index, & qu'on tiendra élevé au-dessus de la main de la longueur qui est depuis cette jointure jusqu'à l'extrêmité du doigt index, comme on le voit représenté dans la figure en A : ce brin de paille sert de stile. Ensuite on tournera la racine du pouce vers le soleil, la main étant toujours étendue, jusqu'à ce que l'ombre du muscle qui est au-dessous du pouce se termine à la ligne de vie marquée C. Alors l'extrêmité de l'ombre du brin de paille montrera l'heure, en tournant le poignet ou la racine de la main vers le soleil, & tenant les doigts également étendus. L'ombre tombant au bout du doigt index marquera 5 heures du matin ou 7 heures du soir : au bout du doigt du milieu, 6 heures du matin & du soir : au bout du doigt suivant, 7 heures du matin & 5 heures du soir : au bout du petit doigt, 8 heures avant midi & 4 heures du soir : à la jointure prochaine du même petit doigt, 9 heures du matin & 3 heures après midi : à la jointure suivante du petit doigt, 10 heures avant midi, & 2 heures après midi : à la racine du même doigt, 11 heures du matin & 1 heure après midi : enfin l'ombre tombant sur la ligne de la main marquée D, dite *ligne de la table*, marquera 12 heures ou midi. Pl. 6, fig. 8.

PROBLEME VIII.

Décrire dans un parterre un cadran horisontal avec des herbes.

On peut décrire par les méthodes ordinaires un cadran horisontal dans un parterre, en marquant les lignes des heures avec du buis, ou autrement, & en faiſant ſervir de ſtile quelque arbre planté bien droit ſur la ligne méridienne, qui par l'extrêmité de ſon ombre marquera les heures au ſoleil, comme dans les cadrans ordinaires qui ſe font ſur les murailles. Mais au lieu d'un arbre une perſonne pourra ſe ſervir de ſa propre hauteur pour ſtile, en ſe plaçant bien droit au pied du ſtile, qui doit avoir été marqué ſur la méridienne conformément à cette hauteur; ce qui ſera facile à celui qui entendra la Gnomonique.

On peut auſſi tracer un ſemblable cadran par le moyen d'une table des hauteurs du ſoleil, ou bien par le moyen d'une table des verticaux du ſoleil, comme nous avons enſeigné dans notre gnomonique, ou bien encore de cette ſorte.

Pl. 7, fig. 90. Ayant tiré, par le point A, pris à diſcrétion ſur le plan horiſontal, la ligne méridienne BC, & ayant décrit à volonté du même point A, le cercle 6 B 6 C, diviſez ſa circonférence en 24 parties égales, ou de 15 degrés en 15 degrés, pour les 24 heures du jour naturel, en commençant depuis la méridienne BC. Joignez les deux points oppoſés & également éloignés de la méridienne BC, par des lignes droites, qui ſeront paralelles entr'elles & à la méridienne BC, ou perpendiculaires au diametre 6, 6, qui détermine ſur le cercle les points de 6 heures du matin, & de 6 heures du ſoir.

On marquera ſur chacune de ces lignes paralleles les points des heures, qui ſe trouveront ſur la circonférence d'une ellipſe en cette ſorte. Ayant fait au centre A, avec la ligne A 6, l'angle 6 AD égal à l'élevation du pole, qui eſt de 49 degrés à Paris, portez la diſtance perpendiculaire du point 6 à la ligne AD ſur la méridienne BC, de part &

d'autr

depuis le centre A, aux points 12, 12, la distance perpendiculaire du point I à la même ligne AD, sur chacune des deux paralleles les plus proches de la ligne BC, depuis E & K de part & d'autre aux points 1, 11; la distance perpendiculaire du point H à la même ligne AD, sur chacune des deux paralleles suivantes également éloignées, & plus proches des deux précédentes, depuis F, & L, de part & d'autre, aux points 2, 10, & ainsi des autres. Pl. 7, fig. 9.

Il faut ensuite marquer le commencement de chaque signe du zodiaque, qui répond environ au 20e jour de chaque mois, deçà & delà depuis le centre A, qui représente le commencement de ♈ & de ♎, sur la ligne méridienne BC, en cette sorte.

Ayant fait au centre A, avec la méridienne AB, l'angle BAM égal à l'élevation du pole, par la ligne AM perpendiculaire à la ligne AD, & ayant pris l'arc DN égal à la déclinaison du signe que vous voulez marquer, comme de 23 degrés & demi pour ♋ & ♑, de 20 degrés & un quart pour ♊, ♌, & pour ♒, ♐, & de 11 degrés & demi pour ♉, ♍, & pour ♓, ♏, tirez par le point N, la ligne NP parallele à la ligne AD, & la ligne NQ parallele à la ligne A 6. Portez la partie A 12 de P sur la ligne NQ en R, de sorte que la ligne PR soit égale à la partie A 12, ou à la distance perpendiculaire du point 6 à la ligne AD. La partie OP, terminée par les deux lignes A 6, AM, sera la distance du signe proposé depuis le centre A qui représente les deux points équinoctiaux.

Ce cadran étant ainsi décrit avec ses ornemens, on pourra connoître les heures aux rayons du soleil comme dans les précédens, pourvu qu'on se place environ au degré du signe courant du soleil, avec cette différence, qu'au lieu que dans l'horisontal le stile ne peut être que d'une certaine grandeur, ici il peut être de telle grandeur que l'on voudra. Il est bon même de le faire un peu long, parce que s'il étoit bien petit, son ombre pourroit en été devenir si petite, qu'elle ne parviendroit pas aux points horaires marqués sur les paralleles, & ne pourroit par conséquent faire connoître les heures. Ainsi quand on voudra se servir de sa propre hauteur pour connoître les heures dans un semblable cadran, il ne faudra pas décrire du centre A un cercle d'une grandeur énorme, de peur que les points des heures ne s'éloignent trop de ce centre.

PROBLEME IX.

Décrire un cadran horisontal, dont on a le centre & la ligne équinoctiale.

Pl. 7, fig. 91. SI le centre donné est A, & la ligne équinoctiale BC, tirez à cette ligne BC, par le centre A la perpendiculaire AD, qui sera la ligne méridienne. Ayant décrit autour de la ligne AE le demi-cercle AFE, prenez l'arc EF, égal au double de l'élevation du pole, comme de 98 degrés à Paris, où le pole est élevé sur l'horison à peu près de 49 degrés. Décrivez du point E par le point F, une circonférence de cercle qui donnera sur l'équinoctiale BC, les points G, H, de 3 & de 9 heures, & sur la méridienne AD les deux points I, D, dont chacun peut être pris pour le centre diviseur de l'équinoctiale BC, sur laquelle on marquera les points des autres heures en cette sorte.

Portez la même ouverture de compas EF sur la circonférence du cercle décrit du centre E, de G & H aux points K, L, & de I, de part & d'autre, aux points M, N. Tirez du point D, par les points K, L, M, N, des lignes droites qui donneront sur l'équinoctiale BC les points O, P, Q, R, de 1, 11, 2, & 10 heures. Si vous portez la même ouverture de compas EF, de M & N, sur l'équinoctiale BC, aux points S, T, vous aurez en S le point de 4 heures, & en T le point de 8 heures. Enfin si vous portez la même ouverture de compas EF, deux fois à droite & à gauche, des points S, T, sur la même ligne équinoctiale B C, vous aurez les points de 5 & de 7 heures qui se rencontreront ici au dehors du plan du cadran, &c.

PROBLEME X.

Décrire un cadran horisontal par le moyen d'un quart de cercle.

JE suppose que le quart de cercle est divisé en ses 90 degrés, comme ABC, au dedans duquel il faudra tirer la ligne DE perpendiculaire au demi-diametre AB, ou parallele à l'autre demi-diametre AC, plus ou moins éloigné du centre A du quart de cercle, selon que l'on voudra faire un cadran plus grand ou plus petit. Cette ligne DE sera divisée inégalement par les lignes droites tirées du centre A de 15 en 15 degrés en des points qui représenteront les points horaires de la ligne équinoctiale du cadran horisontal, que l'on décrira en cette sorte. Pl. 8, fig. 92.

Pl. 8, fig. 92. Ayant tiré sur le plan horisontal la ligne méridienne FG, & y ayant pris à volonté le point F pour le centre du cadran, prenez depuis ce centre sur la méridienne FG, la partie FH, égale à la partie AI, terminée par la ligne DE sur la ligne de l'élevation du pole, que nous avons ici supposé de 30 degrés, en la comptant depuis C. Menez par le point H la ligne HL perpendiculaire à la méridienne FG, cette ligne HL sera prise pour la ligne équinoctiale sur laquelle on transportera depuis H de part & d'autre les divisions de la ligne DE, en les prenant depuis D, pour avoir les points des heures, par lesquels on tirera du centre F les lignes horaires, &c.

Si vous voulêz trouver le pied & la longueur du stile, tirez dans le quart de cercle, du point D, qui représente le bout du stile, la ligne DO, perpendiculaire à la ligne AI de l'élevation du pôle, qui représente la ligne méridienne du cadran horisontal, & faites HM égale à AO, ou FM égale à IO, pour avoir en M le pied du stile, dont la longueur est égale à la perpendiculaire DO; parce que le point I représente le centre du cadran, comme il est évident à ceux qui entendent la gnomonique.

PROBLEME XI.

Décrire un cadran horisontal & un cadran vertical méridional, par le moyen d'un cadran polaire.

Pl. 9, fig. 93. SI le cadran polaire est supposé dans un plan parallele au cercle de six heures, ensorte que la ligne équinoctiale AB soit perpendiculaire à la ligne méridienne CD, & à toutes les autres lignes horaires qui sont paralleles entr'elles & à la méridienne: faites au point E de 9 heures sur l'équinoctiale, avec la même équinoctiale AE, l'angle AEF égal au complément de l'élevation du pole. Par le point F, où la ligne EF coupe la méridienne CD, tirez à cette méridienne CD la perpendiculaire GH, qui se trouvera coupée par les lignes horaires du cadran polaire en des points, par où vous tirerez au centre C les lignes horaires du cadran horisontal. On trouvera ce centre C sur la méridienne CD, en prenant la ligne FC égale à la ligne EF. Pl. 9. fig. 93.

Si par le même point E vous tirez la ligne EI, perpendiculaire à la ligne EF, ou, ce qui est la même chose, si au point E on fait l'angle AEI égal à la hauteur du pole sur l'horison, & que par le point I, où la ligne EI coupe la méridienne CD, on tire la ligne KL perpendiculaire à la méridienne, ou parallele à l'équinoctiale; cette ligne KL, qui représente le premier vertical, sera coupée par les lignes horaires du cadran polaire en des points, par où on tirera au centre D les lignes horaires du cadran vertical méridional. Ce centre D se trouvera sur la méridienne CD en faisant la ligne ID égale à la ligne IE.

REMARQUE.

L'axe CM du cadran horisontal est parallele à la ligne EF, & l'axe DN du cadran vertical est parallele à la ligne EI.

PROBLEME XII.

Décrire un cadran horisontal & un cadran vertical méridional, par le moyen d'un cadran équinoctial.

Pl. 9, fig. 94. SI le cadran équinoctial est supposé décrit sur un plan parallele à l'équateur, ensorte que la ligne de six heures AB soit perpendiculaire à la ligne méridienne CD, faites au point E, pris à discretion sur la ligne de six heures AB, l'angle AEF égal à l'élevation du pole. Par le point F, où la ligne EF coupe la méridienne CD, tirez à cette méridienne CD, la perpendiculaire GH, qui se trouvera coupée par les lignes horaires du cadran équinoctial, en des points par où vous tirerez les lignes horaires du cadran horisontal de son centre C, que vous trouverez en portant la ligne EF sur la méridienne CD, de F en C.

Pour le cadran vertical, il faut tirer par le même point E, la ligne EI perpendiculaire à la ligne EF, ou bien, ce qui est la même chose, il faut faire au point E l'angle AEI, égal au complément de la hauteur du pole sur l'horison. Par le point I, où la ligne EI coupe la méridienne CD, tirez à la ligne de six heures AB, la parallele KL, qui se trouvera coupée par les lignes horaires du cadran équinoctial, qui partent du centre O, en des points, par où l'on tirera les lignes horaires du cadran vertical de son centre D, qu'on trouvera en portant sur la méridienne CD la longueur de la ligne EI, de I en D.

REMARQUE.

L'axe CM du cadran horisontal est parallele à la ligne EI, & l'axe DN du cadran vertical, est parallele à la ligne EF.

PROBLEME XIII.

Décrire un cadran vertical sur un carreau de vitre, où l'on puisse connoître les heures aux rayons du soleil, sans aucun stile.

Je fis autrefois un cadran vertical déclinant sur un carreau de vitre d'une fenêtre, où l'on pouvoit sans aucun stile connoître facilement les heures au soleil. Je m'y pris de cette sorte.

Je détachai un carreau de vitre qui étoit collé en dehors contre le chassis de la fenêtre : j'y traçai un cadran vertical, selon la déclinaison de la fenêtre & la hauteur du pole sur l'horison, ayant pris pour longueur du stile l'épaisseur du chassis de la même fenêtre. Je fis ensuite recoller ce carreau de vitre en dedans contre le chassis, ayant donné à la ligne méridienne une situation perpendiculaire à l'horison, telle qu'elle doit être dans les cadrans verticaux. Je fis coller en dehors contre le même chassis, vis-à-vis du cadran, un papier fort, qui n'étoit point huilé, afin que les rayons du soleil le pénétrant moins, la surface du cadran en fût plus obscure. Et pour pouvoir connoître les heures au soleil sans l'ombre d'un stile, je fis un petit trou avec une épingle dans le papier, vis-à-vis le pied du stile, que j'avois marqué dans le cadran. Le trou représentant le bout du stile, & les rayons du soleil passant au travers, faisoient sur la vitre une petite lumiere, qui montroit agréablement les heures dans l'obscurité du cadran.

PROBLEME XIV.

Décrire trois cadrans sur trois plans différens, où l'on pourra connoître les heures au soleil par l'ombre d'un seul axe.

Pl. 10, fig. 95. PRéparez deux plans rectangulaires ABCD, BEFC, d'une largeur égale BC. Joignez-les ensemble selon cette ligne BC, qui representera leur commune section, ensorte qu'ils fassent un angle droit; ce qui fera que l'un, comme ABCD, étant pris pour un plan horisontal, l'autre BEFC sera pris pour un plan vertical.

Cette préparation étant faite, ou plutôt avant que de joindre ensemble ces deux plans, divisez leur commune largeur BC en deux également au point I, & tirez par ce point I, dans le plan ABCD, la ligne GI perpendiculaire à la ligne BC, & dans le plan BEFC, la ligne HI perpendiculaire à la même ligne BC. Chacune des deux lignes HI, GI sera prise pour la méridienne de son plan.

Si on prend le plan ABCD pour horisontal, on y fera un cadran horisontal, dont le centre G sera pris à volonté sur la méridienne GI: & sur l'autre plan BEFC, on fera un cadran vertical méridional, dont le centre H se trouvera sur la méridienne HI, par le moyen du triangle rectangle GIH, dont l'angle IGH doit être égal à l'élevation du pole. Ce triangle GHI, rectangle en I, doit être d'une matiere forte, pour pouvoir être appliqué contre ces deux plans, & les maintenir dans l'angle droit, comme vous voyez dans la figure. Alors l'hypotenuse GH servira d'axe pour le cadran horiſontal du plan ABCD, & pour le vertical du plan BEFC. Pl. 10. fig. 95.

Ces deux plans ABCD, BEFC, étant ainſi attachés & arrêtés par le troiſieme plan triangulaire GIH, tirez dans ce troiſieme plan GIH, du ſommet I de ſon angle droit, la ligne IO perpendiculaire à l'axe GH, & vous ſervant de cette ligne IO, comme du rayon, faites un quatrieme plan coupé en rond KLMN, dont le demi-diametre ſoit égal à là ligne IO, & dont la circonférence KLMN ſoit diviſée en 24 parties égales, pour y faire un cadran équinoctial, tant le ſupérieur que l'inférieur, enſorte que les lignes hotaires de l'un répondent aux lignes horaires de l'autre.

Ce plan KLMN doit être coupé en dedans comme un cercle de ſphere, & il doit être fendu le long de la méridienne, afin qu'il puiſſe s'ajuſter par cette fente au plan triangulaire GIH, ſelon la ligne IO, enſorte que le point K du midi touche le point I. En ce cas l'axe GH paſſera par le centre P du cadran équinoctial, & ſera perpendiculaire à ſon plan; ce qui fait qu'il ſera auſſi l'axe de ce cadran, dont le plan étant tourné droit au midi, enſorte que le centre G regarde directement le midi, ſera parallele à l'équateur. Alors l'ombre de cet axe commun GH montrera les heures aux rayons du ſoleil ſur chacun de ces trois cadrans, excepté au tems des équinoxes, où il ne montrera les heures que dans le cadran horiſontal & dans le vertical.

Pour tourner le centre G du cadran horiſontal directement au midi, en ſorte que la ligne méridienne de chacun de ces trois cadrans ſoit dans le plan du méridien, & que l'axe GH convienne avec l'axe du monde, on ſe ſervira d'une bouſſole où la déclinaison de l'aiman soit marquée, laquelle est présentement à Paris * d'environ 13 degrés nord-ouest. Ou bien on marquera les points du commencement de chaque signe du zodiaque qui répond environ au 20 de chaque mois, sur l'axe GH de part & d'autre depuis le point O, qui représente les points équinoctiaux, ou les commencemens de ♈ & de ♎, selon la déclinaison des signes, en faisant au point I, avec la ligne IO, de côté & d'autre des angles égaux à cette déclinaison. En donnant ainsi au plan ABCD une situation horisontale, & en le tournant jusqu'à ce que l'ombre de la circonférence KLMN tombe sur le degré du signe courant du soleil, le centre G se trouvera tourné directement au midi, & chaque ligne méridienne se trouvera dans le plan du cercle méridien. Je ne dis pas que les signes septentrionaux se doivent marquer depuis O vers G, parce que ceux qui entendent la sphere, sçavent bien que dans cette zone que nous habitons, le point G représente le pole septentrional.

* 1722.

PROBLEME XV.

Tracer un cadran sur un plan horisontal par le moyen des deux points d'ombre marqués sur ce plan au tems des équinoxes.

Pl. 10, fig. 96. SI les deux points d'ombre sont B, C, on les joindra par la ligne droite BC, qui représentera la ligne équinoctiale. Afin que l'erreur soit moins sensible, il ne faudra pas que les deux points d'ombre B, C, soient beaucoup éloignés entre eux, parce qu'autour des équinoxes la déclinaison du soleil change sensiblement, mais ils ne doivent pas aussi être trop proches, parce qu'il est difficile de tirer exactement une ligne droite par deux points extrêmement proches. Pl. 10. fig. 96.

Ayant ainsi tiré la ligne équinoctiale BC, menez par le pied du stile A la perpendiculaire GD qui sera la ligne méridienne sur laquelle on marquera le centre D de l'équateur, & le centre G du cadran, en cette sorte. Ayant tiré par le même pied du stile A, la ligne AF perpendiculaire à la ligne méridienne, ou parallele à la ligne équinoctiale, & égale au stile, joignez le rayon de l'équateur EF. Portez-en la longueur de E pris sur la méridienne au point D, qui sera le centre de l'équateur. Si vous tirez au même rayon l'équateur EF, par le point F, la perpendiculaire FG, vous aurez en G sur la méridienne le centre du cadran.

Il ne reste plus qu'à marquer les points horaires sur l'équinoctiale BC, ce qui pourra se faire *par le Probl. IX*, ou bien en cette sorte. Ayant décrit du centre de l'équateur D, avec une ouverture de compas prise à volonté, le demi-cercle HEI, & ayant divisé sa circonférence en 12 parties égales ou de 15 degrés en 15 degrés, tirez du même centre D par les points de division, autant de lignes droites, qui étant prolongées, donneront sur la ligne équinoctiale BC, les points des heures qu'on cherche.

Ou bien plus facilement, portez la longueur du rayon de l'équateur EF, depuis E de part & d'autre sur la ligne équinoctiale BC, pour avoir les points de 3 & de 9 heures. Du centre D, & de la distance de ces deux points trouvés de 3 & 9 heures prise sur l'équinoctiale, faites un arc de cercle qui coupera l'équinoctiale en deux points, Pl. 10, fig. 96. qui feront les points de 4 & de 8 heures. De chacun de ces points de 4 & de 8 heures fur l'équinoctiale, portez de côté & d'autre la même diftance de 3 & de 9 heures, pour avoir d'une part les points de 5 & de 11 heures, & de l'autre les points de 1 & de 7 heures. De cette maniere, vous aurez tous les points horaires fur l'équinoctiale, excepté ceux de 2 & de 10 heures, que vous trouverez en divifant en trois parties égales la diftance des points de 4 & de 8 heures.

REMARQUES.

Vous remarquerez que la diftance du point E de midi au point de 4 & de 8 heures fur la ligne équinoctiale, eft la moitié de la diftance des points de 1 à 5 heures, ou des points de 11 à 7 heures; que la diftance des points de 2 à 9 heures, ou de 10 à 3 heures eft égale à la moitié de la diftance du point de 2 à 5 heures, ou du point de 10 à 7 heures, & que par conféquent la diftance des points de 2 & de 9 heures, ou de 10 & de 3 heures eft égale au tiers de la diftance des points de 5 & de 9 heures, ou de 3 & de 7 heures. D'où il fuit qu'on peut trouver autrement qu'auparavant, les points de 2 & de 10 heures, fçavoir, en divifant en trois parties égales la diftance des points de 5 & de 9 heures, & la diftance des points de 3 & de 7 heures.

Si outre les points horaires de la ligne équinoctiale BC, vous voulez avoir les points des demi-heures, il faut divifer le demi-cercle HEI en deux fois plus de parties égales, c'eft-à-dire, en 24 parties égales, & en 48 parties égales, fi vous vouavoir les quarts d'heures, & ainfi de fuite. Ou bien pour avoir les points des demi-heures, on mettra une des pointes du compas sur les points horaires de la ligne équinoctiale BC, qui sont en nombre impair, sçavoir sur les points de 1, 11, 3, 9, 5 & 7 heures, & on étendra l'autre pointe jusqu'au centre de l'équateur D, pour avoir des ouvertures, qui étant portées depuis les mêmes points horaires de part & d'autre sur l'équinoctiale, donneront les points des demi-heures, par le moyen desquels on trouvera de la même façon les points des quarts d'heures, & ainsi de suite.

PROBLEME XVI.

Tracer un cadran sur un plan horisontal, où les points de 5 & de 7 heures sont donnés sur la ligne équinoctiale.

COmme il arrive souvent que les points de 5 & de 7 heures de la ligne équinoctiale se trouvent hors du plan, pour avoir pris un stile trop long par rapport à la largeur du plan, ce qui empêche de marquer ces deux points de 5 & de 7 heures sur la ligne équinoctiale, & d'achever le cadran : il sera bon de déterminer ces deux points sur l'équinoctiale, comme A, B, dont le milieu O sera le point de midi, & l'on achevera le cadran en cette sorte. Pl. 11. fig. 97.

Ayant tiré par le point de midi O, la ligne méridienne DE perpendiculaire à l'équinoctiale BC, on trouvera en premier lieu sur cette méridienne DE, le centre de l'équateur D, & par son moyen le centre du cadran I, d'où l'on tirera les lignes horaires par les points des heures, qu'on marquera sur la ligne équinoctiale AB, comme il a été en-

enseigné au problême précédent, par le moyen du centre de l'équateur D, que nous trouverons ici en trois manieres différentes, comme vous allez voir.

Premiere méthode.

Ayant décrit du point de midi O, par les points A, B, de 5 & de 7 heures, le demi-cercle AFB, & ayant décrit du point A, par le même point O l'arc de cercle OF, divisez en deux également l'arc AF au point G, & menez la droite BG, qui donnera sur la ligne méridienne DE le centre de l'équateur D.

Seconde méthode.

Ayant décrit, comme auparavant, le demi-cercle AFB, & l'arc de cercle OF, décrivez du point B, par le point F, l'arc de cercle FH, & faites la ligne OD égale à la partie AH, pour avoir en D le centre de l'équateur qu'on cherche.

Troisieme méthode.

Décrivez des deux points A, B, de 5 & de 7 heures, avec une ouverture de compas égale à la distance AB, deux arcs de cercle qui se coupent ici sur la méridienne au point E. Décrivez de ce point E avec la même ouverture de compas, l'arc de cercle ADB, qui donnera sur la méridienne DE le centre de l'équateur D.

Pour trouver le centre du cadran, faites au centre de l'équateur l'angle ODC égal au complément de la hauteur du pole sur l'horison, & portez la longueur de la ligne CD sur la méridienne DE, & de O en I. Le point I sera le centre du cadran où toutes les lignes horaires iront aboutir.

Si vous voulez trouver le pied & la longueur du ſtile, ayant décrit autour de la ligne IO le demi-cercle OKI, portez ſur ſa circonférence la longueur de la ligne OD, de O en K, & tirez du point K, la ligne KL perpendiculaire au diametre OI, pour avoir en L le pied du ſtile, dont la longueur ſera la perpendiculaire KL.

Il eſt évident que la ligne OK eſt le rayon de l'équateur, & que la ligne IK repréſente l'axe du cadran, de ſorte que l'angle LIK eſt égal à l'élevation du pole.

PROBLEME XVII.

Un cadran horiſontal ou vertical étant donné, trouver pour quelle latitude il a été fait, lorſque l'on connoît la longueur & le pied du ſtile.

I.

SI le cadran eſt horiſontal, on tirera par le pied du ſtile A, la ligne AF égale au ſtile, & perpendiculaire à la méridienne, & l'on tirera du centre G du cadran par le point F, la droite FG, qui repréſentera l'axe du cadran, & qui fera avec la méridienne l'angle FGA égal à la latitude qu'on cherche. Pl. 10. fig. 96.

II.

On travaillera de la même façon pour un cadran vertical méridional, ou ſeptentrional, qui ne déclinera point, ce que l'on connoîtra lorſque la ligne méridienne paſſera par le pied du ſtile. Alors l'angle que fera l'axe du cadran avec la méridienne ſera le complément, ou le reſte à 90 degrés de l'élevation du pole pour laquelle le cadran aura été fait.

III.

Si le cadran vertical regarde directement l'orient ou l'occident, en sorte qu'il soit méridien, ce que l'on connoîtra, lorsque les lignes horaires seront paralleles entr'elles, on mesurera l'angle que fait l'une de ces lignes horaires avec la ligne horisontale, ou avec quelqu'autre ligne parallele à l'horisontale, & cet angle sera l'élevation du pole qu'on cherche.

IV.

Pl. 12, fig. 98. Si le cadran vertical est déclinant, ce que l'on connoîtra lorsque la ligne méridienne ne passera pas par le pied du stile, comme AH, qui ne passe pas le pied du stile C; tirez par ce point C, la ligne horisontale FD perpendiculaire à la méridienne AH, qui se tire à plomb dans tous les cadrans verticaux, & la ligne CE parallele à la médienne AH, ou perpendiculaire à l'horisontale FD, & égale au stile. Portez la longueur de l'hypotenuse EB (qu'on peut appeller *ligne de déclinaison*, parce que l'angle CEB est la déclinaison du plan) sur l'horisontale de B en D. Par ce point D, & par le centre du cadran A, menez la droite DA, qui fera au point D, avec l'horisontale FD, l'angle BDA, dont la quantité fera connoître la latitude qu'on cherche, c'est-à-dire, l'élevation du pole sur l'horison, pour laquelle le cadran a été fait.

REMARQUES.

Si vous voulez sçavoir l'élevation du pole sur le plan du cadran, c'est-à-dire, de combien de degrés est élevé le pole sur l'horison, auquel le plan du

du cadran est parallele, tirez la soustilaire AC. Pl. 11, fig. 98.
Du pied du stile C, & du rayon CE, décrivez vers G un arc de cercle. Du centre du cadran A & du rayon AD, décrivez un autre arc qui coupera le premier en G. Par ce point G, menez au centre A l'axe du cadran AG, qui fera avec la soustilaire AC l'angle CAG, égal à la hauteur du pole sur le plan.

Si vous voulez aussi sçavoir la différence des méridiens de l'horison du lieu & de l'horison du plan, c'est-à-dire la différence des longitudes entre celle de l'horison pour lequel le cadran a été fait, & celle de l'horison parallele au plan du cadran; prolongez la ligne soustilaire AC vers L. Du point F, section de la ligne de six heures & de l'horisontale, menez à AC la perpendiculaire FK, qui sera la ligne équinoctiale. Portez la longueur du rayon de l'équateur IG sous la soustilaire, de I en L, où sera le centre de l'équateur. Par ce point L, & par le point M, section de la méridienne & de l'équinoctiale, tirez la droite LM, qui fera avec la soustilaire AL l'angle CLM, dont la quantité fera connoître la différence des longitudes qu'on cherche.

Parce que le centre du cadran A se trouve ici au-dessus de la ligne horisontale, on connoît, 1°. que le plan du cadran décline du midi; 2° qu'il décline à l'orient, parce que le pied du stile C se trouve entre la ligne méridienne & les lignes des heures du matin ou avant midi. On connoît aussi qu'au tems des équinoxes, le cadran ne sera pas éclairé du soleil à trois heures après midi, parce que la ligne de trois heures étant prolongée, ne coupe point la ligne équinoctiale du côté des heures après midi. Enfin on connoît qu'en tout tems le plan du cadran n'eſt point éclairé des rayons du ſoleil aux heures dont les lignes dans le cadran ne coupent point du côté des mêmes heures la ligne horiſontale.

PROBLEME XVIII.

Trouver le pied & la longueur du ſtile dans un cadran vertical déclinant.

Pl. 12, fig. 98. S'Il arrive qu'un cadran vertical déclinant ſe trouve décrit ſur une muraille ſans aucun ſtile, & ſans aucune marque du lieu où il avoit été planté, ou du point où l'on a ſuppoſé ſon pied, quand on a tracé le cadran, on pourra trouver ce pied, & déterminer la longueur du ſtile en cette ſorte.

Si ayant prolongé la méridienne AH, on prolonge quelqu'autre ligne horaire, elles ſe couperont en un point A, qui ſera le centre du cadran. De ce point A menez une ligne indéfinie AD, qui doit faire avec la méridienne AH un angle BAD, égal au complement de l'élevation du pole. Par quelque point D pris à diſcrétion ſur la ligne AD, menez à la meridienne AH une perpendiculaire DF, qui ſera la ligne horiſontale.

Cela étant fait, tirez par le point D à la ligne AD la perpendiculaire DM, qui donnera ſur la méridienne AH, le point M. Par ce point M, & par le point F de ſix heures pris ſur l'horiſontale, vous tirerez la ligne équinoctiale FK, à laquelle vous menerez du centre A la perpendiculaire AL, qui repréſentera la ligne ſouſtilaire, & donnera par conſéquent ſur l'horiſontale FD, le pied du ſtile au point C.

Pour trouver la longueur du ſtile, tirez de ſon pied trouvé C, la ligne indéfinie CE perpendiculaire à l'horisontale FD. Du point B & du rayon BD, décrivez un arc de cercle qui déterminera sur la perpendiculaire CE la longueur du stile qu'on cherche. Cette ligne CE servira à faire connoître la déclinaison du plan, qui est représenté par l'angle CEB, l'élevation du pole sur le plan, que l'angle CAG représente, & la différence des longitudes, qui est représentée par l'angle ILM, comme il a été enseigné au problême précédent. Pl. 12, fig. 98.

REMARQUE.

Quand la déclinaison du plan est fort petite, on ne peut avoir le point F de six heures sur l'horisontale, parce qu'il est trop éloigné. Alors ne pouvant mener la ligne équinoctiale FK par le point F, on la menera par le point M, en lui faisant faire avec la méridienne AH, l'angle BMF, qu'on trouvera par le moyen de la déclinaison du plan & de l'elevation du pole, en faisant cette analogie.

Comme le sinus total,
Au sinus de la declinaison du plan;
Ainsi la tangente du complément de l'élevation du pole,
A la tangente du complément de l'angle qu'on cherche.

Je parle à ceux qui entendent la trigonométrie, & qui par le moyen de la même déclinaison du plan & de l'élevation du pole, pourront trouver l'angle de la ligne de six heures avec la méridienne, la différence des longitudes, & l'élevation

Pl. 12, fig. 98. du pole sur le plan, par ces trois analogies :

1.

Comme le sinus total,
Au sinus de la declinaison du plan ;
Ainsi la tangente de l'élevation du pole sur l'horison,
A la tangente du complément de l'angle de la ligne de six heures avec la méridienne.

2.

Comme le sinus total,
Au sinus de la hauteur du pole sur l'horison,
Ainsi la tangente du complément de la déclinaison du plan,
A la tangente du complément de la différence des longitudes.

3.

Comme le sinus total,
Au sinus du complément de la déclinaison du plan ;
Ainsi le sinus du complément de l'élevation du pole sur l'horison,
Au sinus de la hauteur du pole sur le plan.

Il arrive qu'on ne peut avoir le centre du cadran, lorsque l'élevation du pole est fort grande, ou que le plan décline beaucoup ; comme on ne peut alors ni connoître la déclinaison du plan, ni déterminer le pied & la longueur du stile par la méthode précedente, on mesurera l'angle de la ligne de six heures avec l'horisontale. Par le moyen de cet angle, & de l'élevation du pole, on connoîtra la déclinaison du plan, en faisant cette analogie.

Comme le sinus total,

A la tangente du complement de l'élevation du pole ; Pl. 12, fig. 98.

Ainsi la tangente de l'angle de la ligne de six heures avec l'horisontale,

Au sinus de la déclinaison du plan.

La déclinaison du plan ayant été ainsi connue, on décrira autour de la partie FB, terminée par la ligne de six heures & la méridienne, le demi-cercle FEB. On prendra depuis F, l'arc EF égal au double du complément de la déclinaison du plan, & l'on tirera du point E, à l'horisontale FD, la perpendiculaire EC, qui donnera la longueur du stile, & déterminera son pied au point C.

Si vous voulez tirer par le pied du stile trouvé C, la ligne soustilaire, tirez auparavant la ligne équinoctiale FK, par le point de six heures F, en lui faisant faire à ce point F, avec l'horisontale FD, un angle qu'on trouvera par cette analogie :

Comme le sinus total,

Au sinus de la déclinaison du plan ;

Ainsi la tangente du complément de l'élevation du pole,

A la tangente de l'angle qu'on cherche.

Si à la ligne équinoctiale FK, on tire par le pied du stile C, la perpendiculaire CL, elle représentera la ligne soustilaire, qu'on pourra aussi tirer, en lui faisant faire au point C avec l'horisontale FD, un angle qu'on trouvera par cette analogie :

Comme le sinus total,

Au sinus de la déclinaison du plan ;

Ainsi la tangente du complément de l'élevation du pole,
A la tangente du complement de l'angle qu'on cherche.

Ou bien portez la distance BE sur l'horisontale FD de B en D. Faites au point D l'angle BDM égal au complément de la hauteur du pole sur l'horison, pour avoir le point M sur la méridienne. Par ce point M, & par le point F de six heures, on tirera la ligne équinoctiale FM, à laquelle on menera par le point C la ligne perpendiculaire CL, qui sera la ligne soustilaire qu'on cherche.

PROBLEME XIX.

Décrire un cadran portatif dans un quart de cercle.

Pl. 12, fig. 99. POur décrire un cadran portatif dans le quart de cercle ABC, dont le centre est A, & dont la circonférence BC est divisée en ses 90 degrés, décrivez autour du demi-diametre AC, une demi-circonférence de cercle, qui sera prise pour la ligne méridienne. Par le moyen de cette méridienne A 12 C, & de la table suivante, qui montre la hauteur du soleil à chaque heure du jour, de 10 degrés en 10 degrés des signes du zodiaque, pour la latitude de 49 degrés, telle qu'est à peu près celle de Paris, vous décrirez premierement les paralleles des signes, & par leur moyen les autres lignes horaires par des cercles, en cette sorte.

Pour décrire, par exemple, le tropique de ♋, connoissant par la table suivante que le soleil étant en ♋ est à midi élevé sur l'horison de 64 degrés & demi, vous appliquerez une regle sur le centre A & sur le 64^e degré & demi du quart de

Table des hauteurs du soleil.

Heur.	XII.	XI.	X.	IX.	VIII.	VII.	VI	V	*du Mi.*
Sign.	D.M	D.M	D.M	D.M	D.M	D.M	D.M	D.M	*Sign.*
♋	64.52	61.56	55.19	46.36	37. 1	27.12	17.32	8.22	♋
10	64. 9	61.33	55. 1	46.18	36.44	26.36	17.22	8. 4	20
20	63. 2	60.31	54. 4	45.28	35.39	26. 8	16.22	7.12	10
♌	61.13	58.49	52.54	44. 7	34. 0	24.51	15. 7	5.50	♊
10	58.48	56.30	50.29	42.14	32.54	23. 7	13.21	3.57	20
20	55.52	53.42	47.57	39.55	30.42	20.58	11.12	1.40	10
♍	52.31	50.30	45. 1	37.14	28.10	18.29	8.40		♉
10	48.51	46.58	41.44	34.13	25.19	15.43	5.54		20
20	44.58	43.12	38.15	31. 0	22.18	12.48	2.59		10
♎	41. 0	39.20	34.37	27.28	19. 9	9.47			♈
10	37. 2	35.26	30.58	24.12	15.58	6.42			20
20	33. 9	31.40	27.24	20.55	12.51	3.41			10
♏	29.29	28. 4	23.58	17.42	9.10	0.54			♓
10	26. 8	24.46	20.51	14.45	7. 5				20
20	23.12	21.52	18. 5	12.12	4.42				10
♐	20.47	19.30	15.48	10. 3	2.42				♒
10	18.58	17.42	14. 6	8.27	1.12				20
20	17.51	16.30	13. 3	7.27	0.18				10
♑	17.29	16.19	12.44	7. 8	0. 2				♑
Heur.	XII.	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	*du S.*

cercle BC, en comptant depuis B vers C. Par le point où la regle coupera la ligne méridienne, vous décrirez du centre A un quart de cercle, qui représentera le tropique de ♋. Ainsi des autres.

Pl. 12, fig. 99. Pour décrire les autres lignes horaires, on en trouvera trois points, en marquant un point de chacun sur trois paralleles de signes differens, tels que l'on voudra, pour faire passer par ces trois points une circonférence de cercle qui représentera la ligne horaire qu'on cherche. Ces points horaires se trouveront dans l'intersection du parallele du signe proposé & d'une ligne droite tirée du centre A par le degré de la hauteur que le soleil doit avoir sur l'horison à l'heure proposée, lorsqu'il est dans ce signe, telle qu'on la trouve dans la table précédente.

Pour connoître l'heure aux rayons du soleil par le moyen de ce cadran, ajustez au centre A un petit stile bien droit, avec un filet pendant librement par la pesanteur d'un plomb qu'il doit avoir à son extrêmité. Tournez ce centre A vers le soleil, ensorte que la ligne AC regarde directement le soleil, ce que vous connoîtrez lorsque l'ombre du stile élevé au point A couvrira cette ligne AC. Alors le filet pendant librement du centre A, marquera sur le parallele du signe courant du soleil, l'heure qu'on cherche, & de plus sur le quart de cercle BC, les degrés de la hauteur du soleil.

REMARQUES.

I.

Cette maniere de représenter les lignes horaires par des circonférences de cercle, n'est pas bonne dans la rigueur géométrique; mais comme l'erreur est petite, on peut s'en servir très-utilement. Mais au lieu de cercles, on peut avoir des lignes droites, sans que l'erreur soit aussi beaucoup considérable. Ce sera en décrivant du centre A, avec une ouverture de compas prise à volonté, les deux quarts de cercle ♋, ♑, ♈ ♎, dont le premier sera pris pour l'un des tropiques, & l'autre pour l'équateur. Après quoi on trouvera sur chacun de ces deux quarts de cercle un point de chaque heure, pour joindre deux points d'une même heure par une ligne droite, en cette sorte. Pl. 13. fig. 100.

Pour trouver, par exemple, le point de midi sur l'équateur ♈ ♎, où le soleil étant, il est élevé sur l'horison de 41 degrés, appliqués au centre A, & au quarante-unieme degré du quart de cercle BC, une regle bien droite, qui donnera sur l'équateur ♈ ♎, le point 12 de midi. De même parce que le soleil étant dans ♋, est élevé à midi sur l'horison de 64 degrés & demi, vous appliquerez sur le centre A & sur les 64 degrés & demi du quart de cercle BC, la même regle qui donnera sur le quart de cercle ♋ ♑, consideré comme le tropique de ♋, un second point de midi, lequel étant joint avec le premier, donnera la ligne méridienne, qui servira pour les six signes septentrionaux, sçavoir, depuis l'équinoxe du printems, jusqu'à l'équinoxe d'automne.

Si l'on considere le même quart de cercle ♋ ♑, comme le tropique du ♑, on y trouvera de la même façon le point de midi, par lequel & par le premier point de midi qui a été trouvé sur l'équateur ♈ ♎, tirant une ligne droite, on aura une seconde ligne méridienne qui servira pour les six signes méridionaux, sçavoir, depuis l'équinoxe d'automne jusqu'à l'équinoxe du printems.

C'est de la même maniere qu'on marquera les autres lignes horaires, tant pour les six signes sep-

Pl. 13, fig. 100. tentrionaux, que pour les six méridionaux, & il ne faut que regarder la figure pour la comprendre. Les paralleles des autres signes se décriront par le moyen de la ligne méridienne, comme il a été enseigné auparavant, sans qu'il soit besoin de le répéter ici. On connoît aussi les heures sur ce cadran, comme sur le précédent; c'est pourquoi nous n'en parlerons pas davantage.

II.

Fig. 101. Nous dirons cependant que la maniere la plus exacte de faire ce cadran, est la suivante. Décrivez à volonté du centre A sept quarts de cercle, qui soient, si vous voulez, également éloignés entr'eux. Vous les prendrez pour les commencemens des douze signes du zodiaque, le premier & le dernier étant pris pour les deux tropiques, & celui du milieu par conséquent pour l'équateur. Vous marquerez sur chacun de ces paralleles des signes les points des heures selon la hauteur que le soleil doit avoir à ces heures au commencement de chaque signe; ce que vous connoîtrez par la table précédente, comme il a été enseigné auparavant. Après quoi il n'y aura plus qu'à joindre par des lignes courbes tous les points d'une même heure, pour avoir le cadran achevé, sur lequel on connoîtra les heures, comme il a été dit auparavant. Nous avons dit qu'il falloit se servir d'un petit stile élevé droit au centre A: mais au lieu de stile, on pourra se servir de deux pinnules, dont les trous répondent perpendiculairement & à une hauteur égale sur la ligne AC, ou sur une autre qui lui soit parallele. De cette maniere, au lieu de l'ombre du stile, qui doit couvrir la ligne AC, on fera passer les rayons du soleil par les trous de

chaque pinnule. Et pour connoître l'heure plus facilement, on pourra ajouter au filet qui pend du centre A, une petite perle enfilée, qu'on avancera sur le signe & degré du soleil marqué sur la ligne AC, lorsqu'on voudra connoître l'heure. Cette perle montrera l'heure qu'on cherche, lorsque les rayons du soleil passeront par les trous des deux pinnules, & que le filet avec son plomb pendra librement du centre A, sans qu'il soit besoin de remarquer où le filet coupe le degré du signe courant du soleil. Pl. 13. fig. 101.

On voit aisément que par le moyen d'un semblable cadran, on peut connoître l'heure sans soleil, pourvu que l'on sache le lieu du soleil dans le zodiaque, & sa hauteur au-dessus de l'horison. Comme si le soleil étant au commencement de ♈ ou de ♎, est élevé sur l'horison de 27 degrés & demi, en appliquant une regle bien droite sur le centre A & sur le 27 degré & demi du quart de cercle BC, elle coupera le parallele de ♈ & de ♎, au point de 9 heures du matin, ou de 3 heures du soir. Ce qui fera connoître qu'il est 9 heures du matin, si la hauteur du soleil a été observée avant midi, ou trois heures du soir, si la hauteur du soleil a été prise après midi.

III.

On peut *connoître l'heure sans cadran par le moyen de la hauteur du soleil & de la table précédente*, en cherchant dans cette table la hauteur trouvée du soleil, ou sa plus proche dans la colonne du signe courant du soleil, ou de 10 degrés le plus proche; car on trouvera vis-à-vis de cette hauteur l'heure en haut, si l'observation a été faite le matin, ou en bas, si la hauteur du soleil a été observée après midi.

IV.

Pl. 14, fig. 102. On peut aussi connoître l'heure sans cadran par la géometrie, & par la trigonométrie, comme nous enseignerons après avoir dit que la hauteur du soleil se peut prendre par le moyen d'un simple quart de cercle, comme vous avez vu, ou bien par le moyen de l'ombre d'un stile élevé à angles droits sur le plan horisontal ou vertical, en cette sorte.

Premierement, si l'ombre du stile AB, élevé à plomb sur un plan horisontal, est AC, menez à cette ombre AC par le pied du stile A, la perpendiculaire AD que vous ferez égale au stile AB, & tirez du point D, par l'extrémité C de l'ombre AC, la droite CD, & l'angle ACD sera l'élévation du soleil qu'on cherche.

Fig. 103. Mais si vous travaillez sur un plan vertical, tirez par l'extrémité C de l'ombre AC, la ligne à plomb CD, & par le pied du stile A, la ligne horisontale EF, perpendiculaire à cette ligne CD. Tirez encore par le pied du stile A la ligne à plomb AG, que vous ferez égale au stile AB; & ayant porté la longeur de la ligne DG sur l'horisontale EF, de D en F, joignez la ligne CF; l'angle DFC donnera la hauteur du soleil sur l'horison.

V.

Fig. 104. La hauteur du soleil étant ainsi connue, ou autrement, on *connoîtra l'heure du jour par la géométrie*, en cette sorte. Décrivez à discrétion le demi-cercle ABCD, dont le centre est E, & le diametre AD: prenez d'un côté l'arc DC égal à l'élevation du pole, & de l'autre côté l'arc AB égal au complément de la même élevation du pole; joi-

gnez les droites EB, EC, qui feront perpendiculaires l'une à l'autre : la premiere EB représentera l'équateur, & la seconde EC, l'axe du monde; parce que le point E représente le centre du monde, le point C le pole élevé sur l'horison, représenté par le diametre AD, & le cercle ABCD représente tout ensemble le méridien, & le colure des solstices, en supposant que ce colure convient avec le méridien. Pl. 14. fig. 104.

Dans cette supposition, on prendra l'arc BL, égal à la plus grande déclinaison du soleil, ou de 23 degrés & demi, depuis B vers C, si le soleil est dans les signes septentrionaux, ou de l'autre côté vers A, si le soleil est dans les signes méridionaux; on tirera du centre E par le point L, la droite EL, qui représentera l'écliptique, selon les loix de la projection ortographique de la sphere. Après cela on fera l'arc LM égal à la distance du soleil au solstice le plus proche. On menera du point M la ligne MI perpendiculaire à l'écliptique EL, qui se trouve ici coupée par cette perpendiculaire MI au point I, par où l'on tirera à l'équateur EB, la parallele FG, qui représentera le parallele du soleil, & qui coupe ici l'axe EC en G. De ce point G, comme centre, on décrira par le point F l'arc de cercle FOK.

Enfin ayant pris l'arc AH égal à la hauteur du soleil, menez par le point H à l'horison AD, la parallele HN, qui représentera l'almicantarat du soleil, & donnera sur le parallele FG, son lieu en N, d'où l'on tirera la ligne NO perpendiculaire à la ligne FG. L'arc FO étant converti en tems, en prenant 15 degrés pour une heure, donnera l'heure qu'on cherche, avant ou après midi.

VI.

Pl. 14, fig. 104. L'axe BF fait connoître la déclinaison du soleil, que l'on peut avoir plus exactement par le moyen de sa plus grande déclinaison, qui est de 23 degrés & demi, & de sa distance au plus proche équinoxe, en faisant cette analogie :

Comme le sinus total,
Au sinus de la plus grande déclinaison du soleil:
Ainsi le sinus de sa distance au plus proche équinoxe,
A la déclinaison qu'on cherche.

VII.

Il est évident que quand le soleil n'aura point de déclinaison, ce qui arrivera au tems des équinoxes, au lieu de tirer la perpendiculaire NO du point N, il faudra la tirer du point P, où l'équateur EB se trouve coupé par l'almicantarat HI, pour avoir en ce jour des équinoxes l'heure qu'on cherche. Mais on pourra la trouver dans ce cas plus exactement par cette analogie :

Comme le sinus du complément de l'élevation du pole,
Au sinus de la hauteur du soleil;
Ainsi le sinus total,
Au sinus de la distance du soleil à six heures.

VIII.

Lorsque le soleil aura une déclinaison, on l'ôtera de 90 degrés, si elle est septentrionale; ou on l'ajoutera à 90 degrés, si elle est méridionale, pour avoir la distance du soleil au pole, par le moyen de laquelle, & de l'élevation du pole avec la hauteur du soleil, on trouvera par la trigonometrie l'heure du jour en cette sorte.

Ajoutez ensemble ces trois choses, le complément de la hauteur du soleil, le complément de l'élevation du pole, & la distance du soleil au pole. Otez séparément de la moitié de leur somme le complément de l'élevation du pole, & la distance du soleil au pole, pour avoir deux différences, qui, avec le complément de l'élevation du pole, & la distance du soleil au pole, serviront à faire ces deux analogies.

1.

Comme le sinus de la distance du soleil au pole,
Au sinus de l'une des deux différences;
Ainsi le sinus de l'autre différence,
A un quatrieme sinus.

2.

Comme le sinus du complément de l'élevation du pole,
Au quatrieme sinus trouvé;
Ainsi le sinus total,
A un septieme sinus.

Lequel, étant multiplié par le sinus total, donnera un produit, dont la racine quarrée sera le sinus de la moitié de la distance du soleil au méridien.

PROBLEME XX.

Décrire un cadran portatif sur une carte.

LE cadran que nous allons décrire est ordinairement appellé *le capucin*, parce qu'il ressemble à la tête d'un capucin, qui a son capuchon renversé. Il se peut décrire sur une petite piece de carton, ou bien sur une carte en cette sorte.

Pl. 14, fig. 105. Ayant décrit à volonté une circonférence de cercle, dont le centre est A, & le diametre B 12, divisez cette circonférence en 24 parties égales, ou de 15 degrés en 15 degrés, en commençant depuis le diametre B 12. Joignez les deux points de division également éloignés du diametre B 12 par des lignes droites paralleles entr'elles, & perpendiculaires à ce diametre B 12. Ces paralleles seront les lignes horaires, dont celle qui passe par le centre A, sera la ligne de six heures.

Après cela faites au point 12, avec le diametre B 12, l'angle B 12 ♈, égal à l'élevation du pole, & ayant mené par le point ♈, où la ligne 12 ♈ coupe la ligne de six heures, la ligne indéfinie ♋ ♑, perpendiculaire à la ligne 12 ♈, vous terminerez cette ligne ♋ ♑ aux points ♋ ♑ par les lignes 12 ♋, 12 ♑, qui feront avec la ligne 12 ♈, chacune un angle de 23 degrés & demi, telle qu'est la plus grande déclinaison du soleil.

On trouvera sur cette perpendiculaire ♋ ♑ les points des autres signes, en décrivant du point ♈, comme centre, par les points ♋, ♑, une circonférence de cercle, & en la divisant en douze parties égales, ou de 30 degrés en 30 degrés, pour les commencemens des douze signes du zodiaque

diaque. Joignez deux points de division opposés & également éloignés des points ♋, ♑, par des lignes paralleles entr'elles & perpendiculaires au diametre ♋ ♑, qui donneront sur ce diametre les commencemens des signes, d'où comme centres on décrira par le point 12 des arcs de cercle, qui représenteront les paralleles des signes, ausquels par conséquent on ajoutera les mêmes caracteres, comme vous voyez dans la figure. Pl. 14 fig. 105.

Ces arcs des signes serviront à connoître les heures aux rayons du soleil, en cette sorte. Ayant tiré à volonté la ligne C ♑, parallele au diametre B 12, élevez à son extrêmité C un petit stile bien droit, & tournez le plan du cadran en sorte que le point C regardant obliquement le soleil, l'ombre du stile couvre la ligne C ♑. Alors un filet pendant librement avec son plomb du point du degré du signe courant du soleil, marqué sur la ligne ♋ ♑, montrera en bas sur l'arc du même signe l'heure qu'on cherche.

REMARQUES.

I.

Afin que le filet se puisse mettre facilement sur le degré du signe courant du soleil, il faut que le plan du cadran soit fendu le long de la ligne ♋ ♑. De cette maniere on pourra facilement avancer le filet à tel point que l'on voudra de cette ligne, & l'arrêter à ce point. Si l'on enfile à ce filet une petite perle, on pourra se passer des arcs des signes pour connoître l'heure du jour, en avançant la perle au point 12, lorsque le filet aura été arrêté au degré du signe courant du soleil. Cette perle montrera l'heure qu'on cherche, lors-

Pl. 14, fig. 105. que le point C aura été tourné droit vers le soleil, ensorte que, comme nous avons dit, l'ombre du stile couvre la ligne C ♑.

II.

On auroit pu marquer les signes plus exactement sur la ligne ♋ ♑, en faisant au point 12 avec la ligne 12 ♈ de part & d'autre des angles égaux à la déclinaison de ces signes: mais comme l'erreur n'est pas considérable lorsque le cadran est petit, comme il arrive ordinairement, on aura plutôt fait de suivre la méthode précédente.

III.

Ce cadran tire son origine d'un certain cadran rectiligne universel, qui a été autrefois publié par le P. de Saint-Rigaud, jésuite, sous ce titre: *Analemma novum*. Voici la maniere qu'il nous a enseigné pour sa construction & pour son usage.

Pl. 15, fig. 106. Décrivez, comme auparavant, les lignes horaires par le moyen d'un cercle divisé en 24 parties égales, qui a le point A pour centre, & la ligne ♈ ♎ pour diametre, à laquelle toutes les lignes horaires sont perpendiculaires, dont celle qui passe par l'extrêmité ♈, représente la ligne de midi, & celle qui passe par l'autre extrêmité ♎, représente la ligne de minuit. Prenez le diametre ♈ ♎ pour l'équateur, & décrivez les paralleles des autres signes par des lignes droites, en cette sorte.

Prenant le diametre ♈ ♎ pour l'équateur, faites avec cette ligne au centre A un angle égal à la plus grande déclinaison du soleil, ou de 23 degrés & demi, par la ligne droite ♋ ♑, qui sera prise pour l'écliptique, & qui se trouvera coupée par les lignes horaires de 15 degrés en 15 degrés, en des points, par lesquels on tirera des lignes droites paralleles entr'elles & à l'équateur ♈ ♎, qui représenteront les commencemens des signes & de leurs moitiés. Pl. 15, fig. 106.

Enfin tirez du centre A, par les degrés du demi-cercle d'en bas, des lignes droites de cinq en cinq, ou de dix en dix degrés. Prolongez-les jusqu'à ce qu'elles rencontrent chacune des deux lignes méridiennes ♋ 70, ♋ 20 où vous ajouterez des chiffres, de maniere que les chiffres d'une ligne méridienne fassent avec les chiffres correspondans de l'autre 90 degrés, pour avoir ainsi les degrés de latitude marqués sur chaque ligne méridienne, qui serviront à connoître l'heure en cette sorte.

Tirez du centre A au degré de la latitude du lieu où vous êtes, qui est marqué sur la ligne de minuit ♋ 20, comme au degré 50, si le pole est élevé sur votre horison de 50 degrés, la droite A 50, qui représentant cet horison, fera connoître l'heure du lever & du coucher du soleil, au point où elle coupera le parallele du degré du signe où le soleil sera pour lors. Attachez à ce point un filet pendant avec son plomb, ayant une petite perle enfilée, afin que le filet étant étendu depuis le même point, sur le degré de la même latitude marqué sur la ligne de midi ♋ 70, cette perle se puisse avancer sur ce degré de latitude; après quoi la perle demeurant immobile à l'endroit du filet où elle se trouvera, on laissera pendre ce filet librement avec son plomb & sa perle immobile, pour pouvoir connoître l'heure du jour aux rayons du soleil, par une méthode semblable à la précédente, comme vous allez voir.

Pl. 15, fig. 106. Elevez un petit ſtile bien droit à l'extrêmité ♎ de la ligne ♈ ♎, ou de quelqu'autre qui lui ſoit parallele, & le point ♎ étant tourné obliquement vers le ſoleil, en ſorte que le filet pendant librement avec ſon plomb, l'ombre du ſtile couvre ſa ligne: la perle fera connoitre l'heure qu'on cherche.

IV.

Voilà ce que nous avons appris du P. de S. Rigaud, & voici ce que nous avons ajouté à ſon analemme. On peut le faire ſervir de cadran horiſontal univerſel, en prenant la ligne de ſix heures pour la méridienne, & le centre A pour le centre du cadran; auquel cas la ligne ♈ ♎ ſera la ligne de ſix heures, & en portant ſur les lignes horaires depuis la ligne de ſix heures ♈ ♎ les parties des horiſons terminées par les lignes horaires, en les prenant depuis le centre A. De cette maniere on aura des points ſur les lignes horaires, qui étant joints par des lignes courbes, formeront des ellipſes qui repréſenteront les cercles de latitude, ſur leſquelles on connoîtra les heures aux rayons du ſoleil par l'ombre de l'axe qui doit faire avec la méridienne au centre A, un angle égal à l'élevation du pole.

V.

Mais on peut décrire autrement & très-facilement un cadran horiſontal elliptique univerſel, comme nous enſeignerons après vous avoir enſeigné dans le problême ſuivant deux manieres différentes de décrire un cadran horiſontal rectiligne univerſel.

PROBLEME XXI.

Décrire un cadran horisontal rectiligne universel.

I.

AYant tiré par le centre du cadran A, pris à volonté sur un plan horisontal, les deux lignes perpendiculaires AB, CD, prenez la premiere AB pour la méridienne, & la deuxieme CD pour la ligne de six heures; puis décrivez à discrétion du centre A, le quart de cercle EF: menez par le point E, la ligne GH perpendiculaire à la méridienne, qui représentera le 90^{e} degré de latitude, & par le point F, la ligne FK parallele à la même méridienne, qui représentera la ligne de 9 heures, & le 30^{e} cercle de latitude à l'égard des lignes horaires qui lui sont perpendiculaires. Divisez le quart de cercle EF en six parties égales, ou de 15 degrés en 15 degrés. Tirez du centre A par les points de division des lignes droites, qui donneront sur la ligne GH, les points des autres heures, par où l'on tirera les autres lignes horaires, paralleles à la méridienne. On omettra les lignes de 5 & de 7 heures, pour ne pas donner une trop grande largeur au cadran. Pour le faire encore moins large, on pourroit aussi omettre les lignes de 4 & de 8 heures, qui représentent le 60^{e} degré de latitude, à l'égard des lignes horaires qui leur sont perpendiculaires, & qui suppléeront au défaut des lignes horaires qui auront été négligées; je parle de celles qui sont paralleles à la méridienne AB. Pl. 16. fig. 108.

Ces mêmes lignes droites qui partent du centre A, étant prolongées, donneront sur la ligne FK de 9 heures, des points par où l'on décrira du cen-

Pl. 16, fig. 108. tre A, des arcs de cercle qui donneront sur la méridienne AB les points 15, 30, 45, 60, 75. Par ces points on menera autant de lignes droites paralleles entr'elles & à la ligne GH, ou perpendiculaires à la méridienne AB, qui représenteront les cercles de latitude de 15 degrés en 15 degrés, à l'égard des lignes horaires paralleles à la méridienne A B.

Pour avoir d'autres cercles de latitude & d'autres lignes horaires, qui serviront au défaut de celles qui ont été négligées, décrivez du point E par le centre A, le demi-cercle AIB, & divisez sa circonférence en six parties égales, ou de 30 degrés en 30 degrés. Du centre A, & par les points de division, décrivez des arcs de cercle, qui donneront sur la ligne de six heures des points par où l'on tirera des lignes paralleles à la méridienne AB, qui représenteront des cercles de latitude de 15 degrés en 15 degrés.

Pour décrire les lignes horaires qui conviennent à ces cercles de latitude, & qui doivent être paralleles à la ligne de six heures, telle qu'est la ligne de 3 & de 9 heures, qui passe par le point B, & qui représente le 30^e cercle de latitude à l'égard des premieres lignes horaires, tirez du point B, par les points de division du demi-cercle AIB, des lignes droites qui étant prolongées donneront sur la ligne de six heures les points L, M, C. Les distances AL, AM, AC, étant portées de part & d'autre du centre A, sur la ligne méridienne AB, donneront des points par lesquels on tirera des lignes paralleles à la ligne de six heures.

On connoîtra les heures dans ce cadran universel, comme dans le précédent, en tournant le centre A droit au midi, comme aux cadrans horisontaux ordinaires, & en mettant au même centre A un axe élevé sur la méridienne à un angle de la latitude du lieu où l'on est. L'ombre de cet axe donnera sur la ligne de la même latitude l'heure qu'on cherche.

II.

On peut autrement & plus facilement décrire un cadran rectiligne universel sur un plan horisontal, en cette sorte. Ayant mené, comme auparavant par le centre du cadran A, les deux perpendiculaires AB, CD, & par le point 90 pris à discrétion sur la méridienne AB, la ligne EF perpendiculaire à la même méridienne, décrivez du centre A, par le point 90, le demi-cercle C90D, qui coupe ici la ligne de six heures CD en C & D. Par ces points C, D, & par le point 90, tirez les droites C 90, D 90. Divisez la circonférence de ce demi-cercle en douze parties égales, ou de 15 degrés en 15 degrés, & tirez du centre A par les points de division des lignes droites qui donneront sur chacune des deux lignes C 90, D 90, des points par où l'on tirera les lignes horaires paralleles à la méridienne. Ces mêmes lignes, qui partent du centre A, étant prolongées, rencontreront la ligne EF, en des points par où l'on décrira du centre A des arcs de cercle qui donneront sur la méridienne les points 30, 45, 60, 75. Par ces points on tirera aux deux points C, D, autant de lignes droites, qui représenteront les cercles de latitude de 15 degrés en 15 degrés. Le cadran sera achevé, & l'on connoîtra les heures aux rayons du soleil, comme dans le précédent. Pl. 17, N°. 1, fig. 109.

REMARQUES.

On peut *rendre universel un cadran horisontal décrit pour quelque latitude particuliere que ce soit*, en deux manieres; l'une par le moyen des lignes horaires, l'autre seulement par le moyen de la ligne équinoctiale divisée en heures, comme vous allez voir.

I.

Pl. 11, fig. 97. La premiere maniere se pratique en élevant le plan du cadran horisontal au-dessus de l'horison du lieu où l'on est, vers le septentrion, si la latitude de ce lieu est plus grande que celle pour laquelle le cadran a été fait, ou vers le midi si elle est plus petite, des degrés de la différence de ces deux latitudes. Alors l'axe de l'ombre IK montrera les heures aux rayons du soleil, lorsque le centre I sera tourné droit au midi.

II.

La seconde maniere se pratique en mettant au point O, section de la méridienne DI & de l'équinoctiale AB, un petit plan perpendiculaire semblable au triangle rectangle OKI, qui soit mobile autour de ce point O, en telle sorte que le côté OK fasse avec la méridienne OL, qui doit être fendue en cet endroit, un angle égal au complément de l'élevation du pole sur l'horison du lieu où l'on est. Alors l'ombre de l'axe KI montrera sur l'équinoctiale AB l'heure qu'on cherche, lorsque le centre I sera tourné directement vers le midi.

PROBLEME XXII.

Décrire un cadran horisontal elliptique universel.

AYant mené, comme dans le problême précédent, par le centre du cadran A pris à discrétion sur un plan horisontal, les deux perpendiculaires AB, CD, & décrit du même centre A le demi-cercle CBD d'une grandeur prise à volonté, divisez sa circonférence en douze parties égales, ou de 15 degrés en 15 degrés. Joignez deux points de division opposés & également éloignés de la ligne de six heures CD, par des lignes droites perpendiculaires à la méridienne AB, ou paralleles à la ligne de six heures CD, qui représenteront les autres lignes horaires, sur lesquelles on marquera les points de latitude, en cette sorte. Pl. 15. fig. 107.

Pour marquer sur chaque ligne horaire le point, par exemple, du 60ᵉ degré de latitude, faites au centre A, avec la méridienne AB, un angle de 60 degrés par la ligne AE. Portez les distances perpendiculaires des points où la méridienne se trouve coupée par les lignes horaires à la ligne A E, sur les lignes horaires opposées, depuis la méridienne AB de part & d'autre en des points que vous joindrez par une ligne courbe, qui sera la circonférence d'une demi-ellipse, & qui représentera le 60ᵉ cercle de latitude. C'est ainsi que nous avons représenté les autres cercles de latitude de 15 degrés en 15 degrés, par le moyen desquels on connoîtra les heures aux rayons du soleil, comme il a été enseigné au problême précédent.

PROBLEME XXIII.

Décrire un cadran horisontal hyperbolique universel.

Pl. 17, N°. 1, fig. 110.

AYant mené, comme auparavant, par le centre du cadran A, les deux lignes perpendiculaires AB, CD, & décrit à volonté du même centre A, le demi-cercle EFG divisé en douze parties égales, ou de 15 degrés en 15 degrés; tirez de centre A, par les points de division, des lignes indéfinies, au-dedans desquelles, comme entre des asymptotes, vous décrirez par le point F pris à discrétion sur la méridienne AB, des hyperboles, qui représenteront les lignes horaires.

Après cela, menez par le même point F, à la méridienne AB, la perpendiculaire HI, qui représentera le 90e cercle de latitude, & qui se trouvera coupée par les asymptotes tirées du centre A en des points par où vous décrirez, du même centre A, des arcs de cercle qui donneront sur la méridienne AB les points 75, 60, 45, 30, 15. Par ces points vous menerez à la même méridienne AB, autant de perpendiculaires, qui représenteront les cercles de latitude de 15 degrés en 15 degrés, par le moyen desquels on connoîtra les heures au soleil, comme dans le cadran précédent.

REMARQUE.

Ceux qui entendent les sections coniques, sçavent que pour décrire une hyperbole par le point F, entre les asymptotes AK, AL, par exemple, il faut tirer à discrétion par le point F, la ligne

MN, terminée en M & en N, par les deux aſymptotes AK, AL, & porter la longueur de la partie FN ſur la ligne MN de M en O, qui ſera un point de l'hyperbole qu'on veut décrire, &c.

Ceux qui n'entendent pas les ſections coniques, pourront marquer les points des lignes horaires ſur chaque cercle de latitude, comme nous enſeignerons dans le problême ſuivant, pour joindre les points qui appartiendront à une même heure, par des lignes courbes, qui ſeront néceſſairement des hyperboles.

PROBLEME XXIV.

Décrire un cadran horiſontal parabolique univerſel.

AYant mené, comme auparavant, par le centre du cadran A, les deux perpendiculaires AB, CD, tirez du point B, pris à diſcrétion ſur la méridienne AB, la ligne EF, perpendiculaire à la même méridienne AB, qui repréſentera le 90^e degré de latitude. Décrivez, comme dans le problême précédent, du centre A, par le même point B, le demi-cercle CBD, qui doit être diviſé en douze parties égales, pour joindre les points de diviſion oppoſés & également éloignés de la ligne de ſix heures CD, par des lignes droites, qui repréſenteront les cercles de latitude de 15 degrés en 15 degrés. Pl. 17, N°. 2, fig. 111.

On marquera ſur chacun de ces cercles de latitude, par exemple ſur la ligne GH, qui repréſente le 60^e cercle de latitude, les points horaires, en cette ſorte. Du point 60, ſection de la méridienne AB & de la ligne GH, menez une perpendiculaire à la ligne AI, qui fait au centre A, Pl. 17, N°. 2. fig. 111. avec la méridienne AB, un angle de 60 degrés. Portez cette perpendiculaire sur la méridienne AB, du centre A en K. Par ce point K vous menerez la ligne KL perpendiculaire à la méridienne AB. Cette perpendiculaire KL se trouvera coupée par les lignes droites qui sont tirées du centre A par les douze divisions du demi-cercle CBD en des points, dont les distances prises depuis K, & portées sur la ligne GH, de part & d'autre depuis le point 60, donneront sur cette ligne GH (qui dans ce cas est considérée comme une ligne équinoctiale, à l'égard de l'axe AI) les points horaires qu'on cherche.

C'est de la même façon que l'on marquera sur les autres lignes de latitude, considérées comme autant de lignes équinoctiales, les points horaires, dont ceux qui appartiendront à la même heure seront joints par des lignes courbes, qui représenteront les lignes horaires, & qui seront des paraboles, ayant le centre A pour sommet commun, & la ligne de six heures CD pour axe commun. On connoîtra les heures dans ce cadran comme dans le précédent.

PROBLEME XXV.

Décrire un cadran sur un plan horisontal, où l'on puisse connoître les heures au soleil sans l'ombre d'aucun stile.

CE cadran se fait ordinairement en deux manieres, par la table des verticaux du soleil, telle qu'est la suivante, qui montre le vertical du soleil depuis le méridien à chaque heure du jour au commencement de chaque signe du zodiaque, pour la latitude de 49 degrés ; ou bien sans aucune table, par la projection stéréographique de la sphere, comme vous allez voir.

Table des verticaux du soleil depuis le méridien, à chaque heure du jour, pour la latitude de 49 degrés.

A.	XI.	X.	IX.	VIII.	VII.	VI.	V.	IV.
S.	D.M	D.M	D.M.	D. M.	D.M.	D. M.	D. M.	D. M.
♋	30.17	53.40	70.30	83.57	95.20	105.56	116.28	127.26
♌ ♊	27.58	50.33	67.34	81. 6	92.45	105.35	114.56	
♍ ♉	23.30	43.52	60.29	74.17	86.21	97.36		
♎ ♈	19.33	37.25	52.58	66.57	78.34			
♏ ♓	16.42	32.25	46.30	59.28	71.12			
♐ ♒	14.56	29.11	42.23	54.56				
♑	13.19	28. 2	40.48					
H.	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.

I.

Pour décrire premierement ce cadran par le moyen de la table précédente, qui l'a fait appeller *cadran azimutal*, décrivez sur le plan horisontal, que je suppose mobile, le parallelogramme rectangle ABCD. Divisez chacun des deux côtés opposés AB, CD, en deux également aux points E, F. Joignez ces points par la droite EF, qui sera prise pour la méridienne. Prenez à discrétion sur cette ligne EF le point G pour le pied du stile, & les deux points F, H, pour les points solstitiaux de ♋ & de ♑, par lesquels vous décrirez du point G, comme centre, deux circonféren-

Pl. 18, fig. 112.

Pl. 18, fig. 112. ces de cercle, qui représenteront les tropiques, ou les commencemens du ♋ & du ♑.

Pour représenter les paralleles du commencement des autres signes, divisez l'espace FH en six parties égales. Décrivez du même point G, par les points de division, d'autres arcs de cercle, qui représenteront les commencemens des signes. Vous marquerez les points des heures, en prenant de part & d'autre depuis la méridienne EF sur ces arcs, les degrés du vertical du soleil, tels qu'on les trouve dans la table précédente à chaque heure du jour, pour le commencement de chaque signe, & en joignant les points qui appartiendront à une même heure, par des lignes courbes, qui seront les lignes horaires. Le cadran sera achevé, & l'on pourra connoître l'heure sans stile, en cette sorte.

Appliquez au centre G des arcs des signes une aiguille aimantée élevée sur un petit pivot, autour duquel elle puisse tourner librement, comme dans les boussoles ordinaires. Tournez le point E directement vers le soleil, en sorte que chacun des deux côtés AD, BC, qui sont paralleles à la ligne méridienne EF, cessant d'être éclairé du soleil, ne fasse aucune ombre. Alors l'aiguille aimantée montrera sur le signe courant du soleil l'heure qu'on cherche.

II.

Pl. 18, fig. 133. Pour décrire ce cadran par le moyen de la projection stéréographique de la sphere (lequel dans ce cas prend le nom d'*astrolabe horisontal*) tirez par le centre I du quarré ABCD, les deux lignes perpendiculaires EF, GH, dont l'une, comme EF, qui est parallele au côté AD, étant prise pour la méridienne, l'autre GH, qui est parallele au côté AB, représentera le premier vertical, parce que le point I représente le zenit. De ce point I, comme centre, décrivez à discrétion le cercle E ♈ F ♎, qui représentera l'horison. Pl. 18. fig. 113.

Prenez sur la circonférence de ce cercle, d'un côté l'arc EO égal à l'élevation du pole sur l'horison, & de l'autre côté l'arc FL égal au complément de la même élevation du pole. Tirez du point ♎, par le point O, la droite ♎ O, qui donnera sur la méridienne le pole en P, par lequel & par les deux points ♈ ♎, vous ferez passer une circonférence de cercle qui représentera le cercle de six heures. Tirez encore du même point ♎ par le point L, la droite ♎ L, qui donnera sur la méridienne le point M, par lequel, & par les deux mêmes points ♈, ♎, vous décrirez une circonférence de cercle ♈ M ♎, qui sera l'équateur.

On pourroit diviser ce cercle, ou équateur, ♈ M ♎, en heures, ou de 15 degrés en 15 degrés, par les regles de la projection stéréographique, pour décrire par chaque deux points diamétralement opposés, & par le pole P, des circonferences de cercle, qui seroient les lignes horaires. Mais on aura plutôt fait de prendre sur l'horison E ♈ F ♎, de part & d'autre, depuis les deux points E, F, les arcs de l'horison compris entre le cercle méridien & les cercles horaires, qui sont égaux aux angles que font les lignes horaires avec la méridienne au centre d'un cadran horisontal, & qui dans la latitude de 49 degrés doivent être de 11° 26′ pour 1 & 11 heures, de 23° 33′. pour 2 & 10 heures, de 37° 3′. pour 3 & 9 heures, de 52° 35′ pour 4 & 8 heures, & de 70° 27′ pour 5 & 7 heures. Pour décrire les

Pl. 18, fig. 113. lignes, ou cercles horaires, comme auparavant, il suffira de marquer ces lignes horaires entre les deux tropiques, que l'on décrira avec les paralleles des autres signes du zodiaque, en cette sorte.

Pour décrire les paralleles des signes, on se servira de leur déclinaison, qui est de 23° 30' pour ♋, ♑, de 20° 12'. pour ♊, ♌, ♒, ♐, & de 11° 30'. pour ♉, ♍, ♓, ♏, par le moyen de laquelle on trouvera trois points de chaque signe, un sur la méridienne EF, & deux sur l'horison E ♈ F ♎. On décrira par ces trois points une circonférence de cercle, qui sera le parallele du signe qu'on cherche.

Mais pour trouver ces trois points, par exemple, pour le tropique du ♑, prenez depuis L, qui répond au point équinoctial M vers F (parce que ce signe est méridional; car s'il étoit septentrional, il faudroit prendre depuis L vers ♈) l'arc LQ, de 23° 30', telle qu'est la déclinaison du ♑. Tirez du point ♎, par le point Q, la droite ♎ Q, qui donnera sur la méridienne EF le point 12 du ♑. Si par le point Q on tire à la ligne LI, la parallele QN, & par le point N, où cette ligne QN coupe la méridienne, la ligne ♑ N ♑ perpendiculaire à la même méridienne, on aura sur l'horison E ♈ F, ♎ les deux points ♑, ♑, par lesquels, & par le point 12, on décrira l'arc de cercle ♑ 12 ♑, qui représentera le tropique du ♑.

C'est de la même façon que l'on représentera les paralleles des autres signes, & le cadran sera achevé, où l'on connoîtra les heures, comme dans le précédent: ou bien en élevant au point I un stile bien droit d'une longueur prise à discrétion, & en tournant le point E directement vers le soleil; alors l'ombre de ce stile montrera sur le signe courant du soleil l'heure qu'on cherche: ou bien encore de la maniere qui suit.

Décrivez sur la même méridienne EF un cadran horisontal ordinaire, dont le centre soit, par exemple, R, où vous ajouterez un axe qui s'appuye sur le stile droit élevé en I. Tournez le plan du cadran, en sorte que l'ombre de l'axe montre dans son cadran la même heure que l'ombre du stile dans le sien. Alors cette heure sera celle qu'on cherche.

PROBLEME XXVI.

Décrire un cadran à la lune.

QUoique nous ayons déja parlé de ce cadran, du suivant, & des précédens, dans notre traité de gnomonique, qui fait la seconde partie du cinquieme & dernier volume de notre cours de mathématique; néanmoins comme ces cadrans m'ont semblé curieux & agréables, j'ai cru que je devois les ajouter ici, pour ceux qui se contenteront d'avoir ce traité de récréations mathématiques & physiques.

Pour décrire un cadran à la lune sur quelque plan que ce soit, par exemple, sur un plan horisontal, tracez sur ce plan un cadran horisontal au soleil pour la latitude du lieu où vous serez, comme nous avons enseigné au problême IX. Tirez à volonté les deux lignes 57, 39, paralleles entr'elles, & perpendiculaires à la méridienne A 12, dont la premiere 57 étant prise pour le jour de la pleine-lune, la deuxieme 39 représentera le jour de la nouvelle-lune, où les heures Pl. 19, fig. 114.

Pl. 19, fig. 114 lunaires conviennent avec les ſolaires : ce qui fait que les points horaires marqués ſur ces deux paralleles par les lignes horaires qui partent du centre du cadran A, ſont communs au ſoleil & à la lune.

Cette préparation étant faite, diviſez l'eſpace terminé par les deux lignes paralleles 39, 57, en douze parties égales. Menez à ces deux mêmes lignes par les points de diviſion autant de lignes paralleles, qui repréſenteront les jours de la lune auxquels elle s'éloigne ſucceſſivement par ſon mouvement propre vers l'orient d'une heure, auxquels par conſéquent elle ſe leve plus tard d'une heure chaque jour. De ſorte que la premiere parallele 4, 10, ſera le jour auquel la lune ſe leve d'une heure plus tard que le ſoleil, auquel cas le point B, par exemple, de 11 heures à la lune ſera le point de midi au ſoleil ; & la ſuivante 5, 11, repréſentera le jour auquel la lune ſe leve deux heures plus tard que le ſoleil : auquel cas le point C, par exemple, de 10 heures à la lune, ſera le point de midi au ſoleil, & ainſi des autres.

Il eſt évident que ſi l'on joint les points 12, B, C, & tous les autres qui appartiendront à midi, & que l'on peut trouver par un raiſonnement ſemblable au précédent par une ligne courbe ; cette ligne courbe ſera la ligne méridienne lunaire. C'eſt de la même façon qu'on tracera les autres lignes horaires à la lune, & il ne faut que regarder la figure pour le comprendre.

Parce que la lune employe environ quinze jours depuis ſa conjonction avec le ſoleil juſqu'à ſon oppoſition, c'eſt-à-dire, depuis qu'elle eſt nouvelle juſqu'à ce qu'elle ſoit pleine, ou diamétralement opposée au soleil, en sorte qu'elle se leve quand le soleil se couche; on effacera toutes les paralleles précédentes, excepté les deux premieres, 57, 39; & au lieu de diviser leur intervalle en douze parties égales, on le divisera en quinze, pour tirer par les points de division d'autres paralleles, qui représenteront les jours de la lune, ausquels par conséquent on ajoutera les chiffres convenables, comme nous avons ici fait le long de la ligne méridienne, par le moyen desquels on connoîtra de nuit l'heure du soleil aux rayons de la lune, en cette sorte. Pl. 19, fig. 114

Appliquez au centre du cadran A un axe, c'est-à-dire, une verge qui fasse à ce centre A, avec la soustilaire A 12, un angle égal à l'élevation du pole sur le plan du cadran, qui est la même que la hauteur du pole sur l'horison dans un cadran horisontal. Cet axe montrera par son ombre sur le jour courant de la lune l'heure qu'on cherche.

REMARQUES.

I.

Parce que la lune par son mouvement propre s'éloigne du soleil à chaque jour d'environ trois quarts d'heure vers l'orient, ce qui fait qu'à chaque jour elle se leve de trois quarts d'heure plus tard que le jour précédent, il est évident qu'en sçachant l'âge de la lune, on peut, par le moyen d'un simple cadran au soleil, connoître l'heure de nuit aux rayons de la lune, en ajoutant à l'heure que la lune marquera sur ce cadran, autant de fois trois quarts-d'heure que la lune aura de jours entiers. L'âge de la lune se trouvera, comme nous l'enſeignerons dans la coſmographie.

Si le 4^{e} jour de la lune, par exemple, le ſtile du cadran ſolaire marque aux rayons de la lune ſix heures, multipliez les trois jours entiers de l'âge de la lune par $\frac{3}{4}$, il viendra au quotient $2\frac{1}{4}$, que vous ajouterez à 6, & vous connoîtrez qu'il eſt 8 heures & $\frac{1}{4}$ du ſoir.

II.

Si vous voulez avoir plus préciſément l'heure du ſoleil, ayant obſervé l'heure marquée par les rayons de la lune, comptez le nombre des jours entiers écoulés depuis la nouvelle-lune: ajoutez autant de fois $\frac{4}{5}$ d'heure à l'heure obſervée à la lune, la ſomme ſera l'heure du ſoleil.

Ayant trouvé, par exemple, que l'ombre de la lune marque ſix heures du ſoir le ſixieme jour de la lune, ajoutez à 6 heures du ſoir 5 fois $\frac{4}{5}$, qui valent 4 heures, la ſomme 10 fait connoître qu'il eſt dix heures du ſoir ſelon le ſoleil.

III.

Obſervez qu'au ſeizieme de la lune, il faut recommencer à compter pour le ſecond, au dix-ſeptieme pour le troiſieme, & ainſi de ſuite juſqu'à la fin. Quand on aura trouvé un nombre plus grand que 12, on aura ſoin de retrancher les 12, & le reſte ſera l'heure qu'on cherche.

IV.

Lorſque la lune eſt nouvelle, l'heure de la lune eſt la même que l'heure du ſoleil ; & le jour de la pleine lune, ſon ombre marque préciſément la même heure que marqueroit le ſoleil, puiſque la lune ſe trouve dans le même point où s'eſt trouvé le ſoleil douze heures auparavant.

PROBLEME XXVII.

Conſtruire une machine pour trouver avec juſteſſe & préciſion l'heure au clair de la lune.

CEtte machine eſt compoſée de deux plaques faites de cuivre, de leton, ou de carton. L'une AHGI, eſt fixe & immobile ; l'autre *befl* eſt mobile, Sur la plaque immobile il y a un cercle *ahgi*, diviſé en 24 parties égales, qui ſervent à repréſenter les 24 heures du jour, dont chacune doit être diviſée en demies & quarts d'heure. Sur le centre C de ce cercle on applique l'autre plaque ronde & mobile *befl*, dont le bord eſt diviſé en parties qui repréſentent les heures que la lune fait par ſon ombre ſur un cadran au ſoleil. Ces heures ne ſont pas égales à celles du ſoleil, décrites ſur le cercle immobile ; mais elles doivent être plus grandes de la valeur de deux minutes par heure ; car la lune retarde d'environ 48 minutes par jour & de 12 minutes en ſix heures. Ainſi puiſqu'un degré de ſigne vaut 4 minutes de tems, il eſt clair que 3 degrés valent 12 minutes de tems. C'eſt pourquoi ayant tiré la ligne de midi ACG, il faut prendre pour ſix heures 93 degrés de part & d'autre, depuis le point *b*, juſqu'aux points *e*, *l*, & diviſer chacun de ces eſpaces en ſix parties égales pour 6 heures, puis en demies & en quarts, comme on le voit dans la figure. Pl. 20, fig. 9.

Usage.

Placez l'index *nb* de la plaque mobile sur l'heure du passage par le méridien du jour auquel vous voulez trouver l'heure. La machine étant ainsi disposée, observez quelle heure marque l'ombre de la lune sur un cadran horisontal, la même heure sur la plaque mobile vous montrera vis-à-vis sur la plaque immobile la vraie heure au soleil.

REMARQUE.

Pour connoître le passage de la lune par le méridien, il faut consulter le livre de la connoissance des tems, calculé par M. *Lieutaud*, membre de l'académie royale des sciences.

PROBLEME XXVIII.

Décrire un cadran par réflexion.

On peut décrire sur une muraille obscure, ou bien sur une voûte un cadran, où l'on puisse connoître les heures par réflexion en cette sorte. Décrivez un cadran sur un plan horisontal qui puisse être éclairé des rayons du soleil, par exemple, sur une fenêtre, ensorte que le centre du cadran regarde directement le septentrion, & que les lignes horaires ayent une situation contraire à celle qu'on leur donne dans les cadrans horisontaux ordinaires. Ce cadran étant ainsi construit, avec son petit stile droit, appliquez un filet sur quelque point que ce soit de chaque ligne horaire, & l'étendez fermement jusqu'à ce que passant par le bout du stile, il rencontre la muraille ou la voûte en un point qui appartiendra à l'heure sur laquelle le filet aura été appliqué. On trouvera de cette maniere autant d'autres points qu'on voudra de chaque ligne horaire, qu'on joindra par une ligne droite ou courbe. Le cadran sera achevé, & l'on connoîtra les heures par réflexion, en appliquant au bout du stile du cadran horisontal une petite piece de miroir plat, qui doit être posée bien horisontalement. Au lieu d'un miroir plat, on peut se servir d'eau, qui se met naturellement dans une situation horisontale: cette eau par son mouvement fera mieux distinguer la réflexion sur la muraille ou sur le plancher où l'on a tracé le cadran, lorsque la lumiere du soleil est foible.

PROBLEME XXIX.

Décrire un cadran par réfraction.

ON peut décrire très-facilement un cadran horisontal par réfraction dans le fond d'un vase rempli d'eau, par le moyen de la table des verticaux du soleil, qui est à la page 61; de la table des hauteurs du soleil, qu'on trouve à la page 39, & de la table suivante, dont la premiere colonne vers la gauche contient les angles d'inclinaison des rayons du soleil; c'est-à-dire, les degrés du complément de la hauteur du soleil sur l'horison, ou de la distance du soleil au zenit, ausquels répondent dans la seconde colonne vers la droite les degrés & les minutes des angles brisés qui se font dans l'eau, c'est-à-dire, la diminution des angles d'inclinaison, qui se fait dans l'eau, lorsque le soleil est éloigné du zenit d'autant de degrés. Ce qui fait racourcir l'ombre du stile, qui doit être couvert d'eau, quand on veut connoître les heures aux rayons du soleil par le moyen de ce cadran, dont la construction est telle.

Ayant tiré par le pied du ſtile A, la ligne méri-

Table des angles briſés dans l'eau, pour tous les degrés des angles d'inclinaiſon.

A	D.M.	A	D.M.	A	D.M.
1	0.46	31	23.38	61	42.52
2	1.33	32	24.21	62	43.23
3	2.20	33	25. 4	63	43.53
4	3. 7	34	25.47	64	44.21
5	3.54	35	26.30	65	44.50
6	4.40	36	27.13	66	45.17
7	5.27	37	27.85	67	45.44
8	6.13	38	28.37	68	46.10
9	7. 0	39	29,19	69	46.34
10	7.46	40	30. 0	70	46.58
11	8.30	41	30.41	71	47.21
12	9. 8	42	31.22	72	47.43
13	10. 4	43	32. 2	73	48. 3
14	10.50	44	32.42	74	48.23
15	11,36	45	33.22	75	48.43
16	12.22	46	34. 2	76	49. 1
17	13. 9	47	34 41	77	49.17
18	13.55	48	35.19	78	49.33
19	14.40	49	35.57	79	49.47
20	15.25	50	36.35	80	50. 0
21	16.11	51	37.12	81	50.12
22	16.57	52	37.47	82	50.23
23	17.42	53	38.24	83	50.32
24	18.27	54	39. 0	84	50.41
25	19.12	55	39.25	85	50.48
26	19.56	56	40. 9	86	50.54
27	20.40	57	40.43	87	50.58
28	21.25	58	41.17	88	51. 1
29	22.10	59	41.49	89	51. 3
30	22.54	60	42.21	90	0. 0

dienne AB, vous marquerez ſur cette méridienne

AB, les points des signes, par exemple, le point du commencement de ♑, par le moyen de la table précédente des angles brisés, & de la table des hauteurs du soleil sur l'horison, en menant à la méridienne AB, par le pied du stile A, la perpendiculaire AD, égale au stile AC, & en faisant au point D, l'angle ADB de la distance brisée au zenit, qui au commencement du ♑ se trouve à midi d'environ 48 degrés, par la ligne DB, qui donnera sur la méridienne AB, le point B de ♑; ainsi des autres. Pl. 19. fig. 115.

Pour trouver la distance brisée du soleil au zenit, on regardera premierement la table des hauteurs du soleil, où l'on connoît que le soleil étant au commencement de ♑, il est élevé à midi sur l'horison de 17 d. 29′, qu'il est par conséquent éloigné du zenit de 72 d. 31′, qui sont le reste de la hauteur méridienne à 90 degrés. Puis considérant cette distance comme un angle d'inclinaison, on connoîtra par la table des angles brisés, que cet angle d'inclinaison se change en un angle d'environ 48 degrés pour la distance brisée du soleil au zenit.

C'est de la même façon que l'on trouvera par le moyen de ces deux tables la distance brisée du soleil au zenit au commencement de quelqu'autre signe, non-seulement à midi, mais encore aux autres heures du jour. Ce qui servira pour en trouver les points, & en même tems les points des signes par le moyen de la table des verticaux du soleil, en cette sorte.

Pour trouver, par exemple, le point du commencement de ♑, & de 1 heure, auquel tems le soleil est dans un vertical éloigné du méridien de 14 d. 19′, faites au pied du stile A, avec la méri-

dienne AB, l'angle BAF de 14 d. 19′, par l
ligne AF, qui repréſentera le vertical du ſolei
Ayant mené à cette ligne AF, par le même pie
du ſtile A, la perpendiculaire AE, égale au ſtil
AC, faites au point E l'angle AEF égal à la di
tance briſée du ſoleil au zenit, qui ſe trouver
de 48. d. 18′, pour avoir en F ſur le vertical A
F, le point de 1 heure & du ♑.

On trouvera de la même façon les autres point
des ſignes & des autres heures; & ſi l'on join
ceux qui appartiendront à une même heure par
une ligne courbe, & pareillement ceux qui appar-
tiendront au même ſigne par une ligne courbe, le
cadran ſera achevé. On y connoîtra les heures par
réfraction, lorſque tout le ſtile AC ſera couvert
d'eau, & que le pied de ce ſtile A ſera tourné di-
rectement vers le midi, enſorte que le point B
regarde le ſeptentrion. Le bout de l'ombre du ſtile
AC montrera en même-tems le ſigne du ſoleil.

PROBLEME XXX.

Conſtruire un cadran ſur la ſurface convexe d'un cylindre perpendiculaire à l'horiſon.

LE P. Kircher, qui donne la maniere de conſtruire un cadran ſur un cylindre fixe, poſé perpendiculairement à l'horiſon, obmet de parler du ſtile: ce qui a échappé à ce Pere, ſe trouve dans une des lettres de Benedictus, où il enſeigne la façon de ce cadran, & preſcrit la longueur du ſtile, ou de trois ſtiles égaux, dont il ſe ſert. Le P. Quenet, à qui cette pluralité de ſtiles a paru incommode, les ſupprime tout-à-fait, & ſubſtitue ingénieuſement à leur place un cercle, dont il environne le cylindre : ce cercle tient lieu de tous les ſtiles qu'on peut imaginer autour de ce cylindre. On le place au haut du cylindre, à l'extrêmité ſupérieure du cadran. Voyez la figure 13, planche 21. Le P. Quenet étoit religieux bénédictin conventuel de l'abbaye de ſaint Denis ; il a fait l'ouvrage dont on donne ici la deſcription ; il l'a exécuté en marbre & en pierre, & placé dans le jardin des PP. Benedictins de l'abbaye de ſaint Germain des Prez à Paris. C'eſt un ouvrage digne de la curioſité des connoiſſeurs.

Soit AB le diametre du cylindre, ſur lequel on veut décrire le cadran. De l'une de ſes extrêmités, comme A, ayant mené la tangente AE, égale au demi diametre AC, on tirera la ſecante CE, qui rencontrera la tangente au point E, & coupera la circonférence du cylindre au point D : la diſtance DE ſera la longueur du ſtile. Enſuite du centre C, on décrira un cercle par le point E : ce cercle, qui eſt concentrique au premier, repréſentera l'extrêmité du ſtile ou des ſtiles qu'on peut imaginer, comme nous avons dit, autour du cylindre, dont il eſt par-tout également éloigné de la quantité DE : ſur la grandeur de ce cercle on en fait un de fer, que l'on ſoutient par des tenons, qui l'entretiennent à égale diſtance du cylindre ; il ſert à marquer les heures ſur le cadran qui y eſt tracé. Pl. 21, fig. 10.

Il eſt bon d'avertir que quoiqu'on ait fait la tangente AE égale au demi-diametre du cylindre, pour établir une regle fixe & générale, qui donne en ce cas au ſtile DE le plus de longueur qu'il puiſſe avoir, cela n'empêche pas qu'on ne puiſſe prendre cette tangente plus petite, d'où il reſulteroit néceſſairement une moindre longueur du

Pl. 21, fig. 11. stile, mais sans préjudice du succès de l'opératio

Cela étant fait, sur KF égale à la tangente AE ayant décrit le quart de cercle FN, & l'ayant di visé en ses degrés, on comptera depuis F vers N la plus grande hauteur du soleil sur l'horison d lieu, laquelle étant à Paris de 64 degrés 39' donnera l'arc FM d'autant de degrés & minute On tirera par le point M la secante KI, laquell rencontrant le cylindre au point I, on aura FI tangente de 64 degrés 39', pour la hauteur du cadran. Remarquez que le cylindre doit être pris de telle grosseur, que les heures puissent être marquées très-distinctement sur sa surface.

Comme l'opération sur le corps cylindrique se fait de même que sur le plan, nous développerons ici la surface du cylindre sous la figure du rectangle FHLI, qui lui sera égale, en faisant sa longueur FH égale à la circonférence ADB du cylindre, & sa hauteur FI égale à la tangente de 64 degrés 39', qui est, comme nous l'avons déja dit, la hauteur du cadran.

Ayant divisé FH par le milieu en G, tirez-lui par ce point la perpendiculaire G, XII, après quoi divisez chacun des deux espaces HG, GF en 180 parties ou degrés, la numération commençant de part & d'autre du point G, qui est le point de midi. Les points de 90 degrés, qui partagent en deux également chacun des intervalles HG, GF, sont les points de 6 heures du matin & du soir, qui se trouvent diamétralement opposés sur le cylindre, comme aussi la ligne G, XII de midi y est diamétralement opposée à la ligne FI, ou HL, si on imagine que ces deux lignes, qui sont séparées sur le plan HFLI, se réunissent, & n'en font qu'une sur le cylindre.

Ensuite par les divisions du quart de cercle FN, tirez des secantes, qui marqueront sur FI les tangentes des hauteurs du soleil à chaque heure du jour pendant toute l'année. Pour plus de certitude & de facilité, lorsque vous voudrez travailler sur le corps cylindrique, où il faudra vous servir de regles pliantes, faites de plomb, de carte, de baleine, ou de ressort de montre, il sera bon de diviser, comme on a divisé FI, quelque ligne qui lui soit parallele, comme la ligne HL, ou la ligne GXII, ou bien quelque ligne occulte, que vous tirerez entre GXII & FI, sur laquelle vous porterez les divisions qui sont sur FI. Vous pourrez aussi porter les divisions de FH sur IL.

Ces préparation faites, il faut avoir une table des verticaux & des hauteurs du soleil à toutes les heures du jour pour le commencement de chaque signe, comme celle que l'on donne ici pour la latitude ou hauteur du pole de Paris, qui est de 48 degrés 50′, où l'on trouve ensemble le vertical & la hauteur du soleil pour une même heure & un même parallele. Le parallele de ♋ & celui de ♑, * l'un le premier, & l'autre le dernier dans la table, n'ont chacun qu'un seul signe, parce qu'étant les termes de la course du soleil, il ne peut y avoir que les paralleles entre-moyens, qui ayent chacun deux signes, comme on voit que le parallele qui suit immédiatement celui de ♋, appartient aux deux signes de ♊ & de ♌, qui sont également distans de ce même signe, l'un en montant, l'autre en descendant, les heures y sont marquées en double rang, celles du matin avec celles du soir, qui leur correspondent en égale Pl. 21, fig. 12.

* Voyez la signification de ces figures dans le problême XXIX de la cosmographie.

Pl. 21, fig. 12. diſtance de midi dans cet ordre, XII $\frac{\text{XI}}{\text{I}}$ $\frac{\text{X}}{\text{II}}$ &c. (les heures du matin & du ſoir qui ſont éga lement diſtantes du midi, ayant même vertical & même hauteur du ſoleil) les verticaux & les hau teurs du ſoleil pour les demi-heures ſont marqué par une étoile placée entre les heures.

Maintenant pour avoir les heures ſur ce cadran par le moyen de cette table, & y marquer, par exemple, le point de X heures du matin, ou de II heures du ſoir pour le tems de l'entrée du ſoleil en ♋, vous trouvez en la colonne de la table ſous $\frac{\text{X}}{\text{II}}$ heures le nombre 53 degrés 49′, pour le vertical du ſoleil à $\frac{\text{X}}{\text{II}}$ heures en ♋, c'eſt-à-dire, pour la diſtance du ſoleil au méridien du lieu, meſurée par un arc de l'horiſon : car les verticaux du ſoleil ſe comptent ſur l'horiſon repré-

Pl. 21, fig. 11. ſenté par l'horiſontale FK, & les hauteurs du ſoleil ſur un cercle perpendiculaire à l'horiſon, repréſenté par la ligne FI, qui eſt porpendiculaire à l'horiſontale FH. Continuant enſuite dans la même colonne, vous trouverez que la hauteur du ſoleil pour la même heure & le même parallele, eſt de 55 degrés 22′. Avec ces deux nombres vous irez au cadran, où vous compterez ſur l'horiſontale FH, depuis le point G de XII heures vers F, 53 degrés 49′, pour le vertical du ſoleil, & ſur FI vous compterez depuis F 55 degrés 22′, pour la hauteur de cet aſtre. Puis poſant la regle ſur le nombre 53 degrés 49′ de la ligne FH perpendiculairement à la même ligne, ou pour le mieux, comme j'en ai déja averti, étendant votre regle juſques ſur le même nombre 53 degrés 49′ que vous devez avoir marqué ſur la ligne LI, vous tracerez un trait léger.

Appliquant enſuite la regle ſur le nombre 55 degrés 22′ de la ligne FI perpendiculairement à la même ligne, ou encore mieux, comme je l'ai déja dit, poſant l'autre bout de la regle ſur le nombre 55 degrés 22′, que vous aurez dû avoir marqué ſur la ligne HL, ou ſur quelqu'autre que vous aurez tiré parallele à la ligne FI, vous tracerez un autre trait, & vous aurez, dans l'interſection des deux traits, le point de X heures, qui ſera auſſi un point par lequel doit paſſer le parallele de ♋. La même opération vous donnera auſſi le point de II heures après midi, en prenant de l'autre part du point G le même nombre 53 degrés 49′, pour le vertical du ſoleil à deux heures, & avec la même hauteur 55 degrés 22′ comptée ſur FI ou ſur LH, agiſſant de même que vous avez fait pour avoir le point de X heures.

Remarquez que les heures du ſoir doivent être à la droite de la ligne de midi entre cette ligne de midi GXII, & la ligne HL, celles du matin à la gauche, entre la ligne de midi GXII, & la ligne FI.

Je ſuppoſe encore, pour inſtruire le lecteur par plus d'un exemple, que l'on veuille marquer le point de VII heures du matin & de V heures du ſoir pour le temps de l'entrée du ſoleil aux ſignes de ♉ & de ♍; on conſultera la table, & l'on trouvera en la colonne ſous $\frac{\text{VII}}{\text{V}}$ heures, que le nombre vis-à-vis le vertical du ſoleil en ♉ & ♍ eſt de 86 degrés 23′; & continuant dans la même colonne, on trouvera que la hauteur du ſoleil pour la même heure & le même parallele, eſt de 18 degrés 29′. Avec ces deux nombres on viendra au cadran, & l'on comptera ſur FH depuis G 86 degrés 23′ pour le vertical du ſoleil, & ſur la ligne FI, on comptera depuis F 18 degrés 29′ pour la hauteur du même aſtre. L'interſection des deux lignes que l'on tirera par ces nombres, donnera le point de VII heures du matin & de V heures du ſoir, par une opération ſemblable à celle de l'exemple précédent.

Par ces points ainſi trouvés, on menera une courbe, qui ſera la repréſentation ou projection du parallele pour lequel ces heures ont été marquées. On aura de la même façon la projection des autres paralleles, & enſemble les points des lignes des heures. On placera les caracteres des ſignes à ces paralleles, donnant à celui qui eſt le plus bas le ſigne de ♋, & à celui qui eſt le plus haut & le plus près de l'horiſontale le ſigne de ♑.

Pour connoître l'heure ſur ce cadran, il faut ſçavoir premierement que le ſoleil éclairant un cylindre poſé perpendiculairement à l'horiſon, l'ombre de ce cylindre eſt marquée ſur lui-même par une ligne droite, qui eſt auſſi perpendiculaire à l'horiſon; & c'eſt cette ligne que nous appellerons la ligne de l'ombre du cylindre; ſecondement, qu'une moitié d'un cylindre eſt toujours éclairée, & l'autre moitié ombrée; ce qui lui eſt commun avec les corps ſphériques. Cela étant ainſi, je dis que l'heure eſt marquée & connue ſur ce cadran par l'interſection de ces trois lignes enſemble; ſçavoir, de l'ombre du cercle, qui ſert de ſtile (que nous appellerons ſimplement dans la ſuite ombre du ſtile) qui eſt une ligne courbe; du parallele du ſoleil, qui eſt auſſi une ligne courbe; & de l'ombre du cylindre, qui eſt une ligne droite.

On

On peut cependant, ſans avoir égard à ces trois lignes enſemble, n'obſerver que l'interſection de deux, ce qui ſuffira pour connoître l'heure; par exemple, l'interſection de l'ombre du ſtile avec l'ombre du cylindre, ou bien l'interſection de l'ombre du cylindre avec le parallele du ſoleil, ou bien encore l'interſection du parallele du ſoleil avec l'ombre du ſtile, ſelon que le point de ſection des deux lignes ſe rencontrera ſur une ligne horaire, ou eſpace horaire: ce qui ſera confirmé par le concours de la troiſieme ligne en ce même point de ſection.

Pour me faire entendre je ſuppoſe que la ligne que l'on a tracé dans ce cadran par le nombre 53 degrés 49′, qui a ſervi dans le premier exemple à marquer II heures après midi; je ſuppoſe, dis-je, que cette ligne ſoit celle de l'ombre du cylindre, & que l'on veuille connoître alors l'heure qu'il eſt. Pour cela il faut ſçavoir quel parallele le ſoleil parcourt, & ſçachant, par exemple, que c'eſt celui de ♒ & de ♐, on connoîtra, lorſque la ligne de l'ombre du cylindre coupe la ligne de ce parallele au point du milieu entre la ligne de III heures & $\frac{1}{2}$, & la ligne de IV heures, qu'il doit être trois heures trois quarts. Si le ſoleil dans le tems qu'on demande l'heure, ſe trouvoit dans le commencement de ♓ & de ♏ (la ligne de l'ombre du cylindre étant au même endroit) on connoîtroit qu'il ſeroit près de trois heures & demie, parce que cette ligne coupe le parallele de ces ſignes un peu avant la demie de trois heures. Si le ſoleil étoit au commencement d'♈ & de ♎, on connoîtroit qu'il ſeroit près de trois heures, parce que la ligne de l'ombre du cylindre coupe ce parallele un peu avant III heures. Le ſoleil entrant dans les ſignes de ♉ & ♍, il ſeroit preſque deux heures & demie. Le ſoleil parcourant le parallele de ſon entrée aux ſignes de ♊ & de ♌, il ſeroit près de deux heures & un quart. Enfin le ſoleil entrant au ſigne de ♋ on connoîtroit qu'il ſeroit deux heures, parce que l'ombre du cylindre coupe ce parallele au point où il eſt rencontré par la ligne de deux heures.

Je ſuppoſe encore que le ſoleil ſoit au dixieme degré de ♈, ou au vingtiéme de ♍; en ce cas il faudroit imaginer comme décrit le parallele qui paſſeroit par le dixieme degré de ♈, & qui n'a pas été tracé, pour ne point embarraſſer la figure par la multitude des lignes (la ligne de l'ombre du cylindre coupant ce parallele imaginaire en un point comme θ, qui fait juſtement le milieu entre la demi de deux heures & la ligne de trois heures) on connoîtroit qu'il ſeroit deux heures trois quarts.

J'ajoute encore que le ſoleil étant au quinzieme degré du ♉ ou du ♌, ſi on imagine un parallele décrit par ce degré, lequel ſe trouve coupé par la ligne de l'ombre du cylindre en un point, comme ω, qui fait juſtement le milieu entre la ligne de II heures & la ligne de II heures & demie, on connoîtra qu'il eſt deux heures & un quart, & ainſi des autres.

REMARQUES.

On doit faire attention que ces courbes, qu'on imaginera décrites, ne pouvant être paralleles à celles qui ſont déja décrites, ſont au moins conçues ſuivre leur forme & figure. Il faut obſerver que quand même aucun des paralleles ne seroit décrit, on ne laisseroit pas d'avoir l'heure marquée, puisqu'on a toujours la section de l'ombre du stile avec l'ombre du cylindre, qui marque non-seulement l'heure, mais encore la trace du parallele qui n'est pas décrit, selon ce qui a déja été dit, que des trois lignes qui concourent toujours à nous indiquer l'heure, si l'une manque, la section des deux autres peut suffire. Les exemples rapportés ci-dessus suffisent pour apprendre à connoître l'heure, lorsque la ligne de l'ombre du cylindre se trouvera en quelqu'autre endroit du cadran.

PROBLEME XXXI.

Construire un cadran sur un globe.

On a parlé dans le problême précédent du cadran tracé sur le cylindre; nous allons maintenant parler du cadran décrit sur la surface d'un globe qu'on peut poser sur le cylindre. Ce cadran qui est le plus simple & le plus naturel de tous consiste en la division du cercle de l'équateur en 24 parties égales pour les 24 heures du jour naturel. Le point de XII heures du globe répondant à la ligne de XII heures du cylindre, l'un & l'autre étant tournés directement à l'occident, l'heure y est marquée par l'ombre du globe, laquelle coupant le cercle de l'équateur dans l'une ou l'autre de ses divisions, fait connoître l'heure ou la partie d'heure qu'il est. Ces cadrans, ainsi dirigés, doivent, s'il sont bien construits, marquer une même heure.

La raison pour laquelle on dirige le point de XII heures de ces cadrans vers l'occident, vient de ce que le soleil éclairant toujours la moitié, tant du globe que du cylindre, l'ombre est toujours éloignée de 90 degrés de l'aspect perpendiculaire de cet astre, ou du cercle horaire, où il est alors. Ainsi, par exemple, quand cet astre arrive au méridien, faisant le midi du lieu, l'ombre marque XII heures en un point qui regarde l'occident : or l'occident est éloigné du midi d'un quart de cercle, ou de 90 degrés.

Quand ce cadran auroit de la part de l'ouvrier toute la perfection possible, il a toutefois le défaut de ne pouvoir marquer assez précisement l'heure, à cause de la *penombre* qui se forme sur les corps sphériques. On appelle *penombre* la rencontre indécise de la lumiere & de l'ombre qui partagent également le globe ; ou bien c'est le mêlange confus de l'une & de l'autre : elle s'étend en une zone ou ceinture qui, pour être ordinairement trop dilatée, fait que le vrai point de séparation de l'hémisphere illuminé d'avec l'ombre, est toujours équivoque & douteux. Or ce point manquant, il suit qu'on ne peut avoir qu'imparfaitement la vraie heure, qui seroit marquée par ce point.

Construction des cadrans polaires.

Pour remédier à ce défaut, on décrit sur le même globe deux autres cercles pour en faire des cadrans : ces cercles sont les deux polaires arctiques & antarctiques, que l'on divise en 24 parties égales, comme on a divisé l'équateur qui y est tracé. On prend huit de ces divisions dans le polaire antarctique, pour les huit heures dont est composé le plus court jour à Paris ; & on en prend seize dans le polaire arctique, pour les seize heures du plus grand jour. Les heures sont marquées dans ces deux cadrans distinctement & sans équivoque, par l'ombre de l'axe du monde : elles y sont dans leurs places naturelles, le point de XII heures convenant avec le méridien du lieu, au lieu que dans le cadran de l'équateur, c'est le point de VI heures, qui est dans le plan de ce méridien.

Comme il arrive le plus souvent que l'ombre du globe couvre en partie ces cadrans, & que par conséquent l'ombre de l'axe du monde ne peut marquer l'heure, on y supplée par le moyen d'un index mobile autour de cet axe. Cet index porte deux verges droites attachées près de ses extrêmités. On observe dans la position de ces verges, qu'elles soient dans le plan que l'on conçoit passer par l'axe du monde, & par les extrêmités de l'index. Or ce plan étant celui d'un méridien, il suit que ces verges sont successivement par le mouvement de l'index dans le plan de chacun des méridiens, & font ainsi connoître l'heure dénommée du méridien dans lequel elles se trouvent avec le soleil. On doit avoir soin de faire ces verges assez longues pour qu'elles puissent recevoir les rayons du soleil dans sa moindre élevation sur l'horison.

Pour connoître l'heure par le moyen de cet index, on dirige une de ses extrêmités vers le soleil, ensorte que les deux verges fassent ensemble une seule ombre, ou, pour mieux dire, que les trois ombres des trois verges n'en fassent qu'une ; car il ne se peut faire autrement que l'ombre de l'axe ne s'unisse avec celles-ci ; & alors l'autre extrêmité de l'index marque l'heure sur le cercle polaire. L'usage de cet index a lieu presque durant toute l'année ; il n'y a que le tems des solstices, où l'on peut s'en passer, à cause qu'alors l'ombre de l'axe marque l'heure sur l'un ou l'autre de ces cadrans. Je dis l'un ou l'autre, parce qu'en un jour de solstice l'un des cadrans est tout entier dans l'hémisphere illuminé, pendant que l'autre est nécessairement tout entier dans l'hémisphere ombré ; & réciproquement, celui qui est alors dans l'hemisphere ombré, se trouve au jour du solstice suivant tout entier dans l'hémisphere illuminé. J'ajouterai qu'on doit faire cet index, de telle longueur que ses extrêmités puissent aborder la circonférence du cercle polaire. On le fait ordinairement de cuivre, aussi bien que les verges ; il doit être recourbé de façon qu'il puisse s'ajuster à la sphericité du globe. Le même index que l'on applique ordinairement au cadran du cercle polaire arctique, pourroit avoir également sa place au polaire antarctique.

Pl. 21, fig. 13. La figure 13 représente le globe disposé selon l'élevation du pole du lieu, élevé sur son pied posé au milieu de la coupe supérieure du cylindre.

Le cercle FBDC représente dans cette position du globe le méridien du lieu sur lequel est le point B de VI heures du cadran de l'équateur.

CAB est le cercle de l'équateur servant de cadran divisé en heures marquées seulement par des points sans aucun cercle, n'étant pas besoin d'en tracer d'autres que celui-ci, dont la section avec l'ombre du globe, marque l'heure. Le point A de XII heures est tourné à l'occident ; le point B de VI heures, qui est sur la partie élevée du globe, est tourné au midi : l'autre point C de VI heures, qui est sur la partie déprimée du globe, est dirigé au nord.

MNK est le cercle polaire arctique, LYT le polaire antarctique; l'un & l'autre sont divisés en heures, de même que l'équateur, pour servir, comme lui, de cadran.

F est le pole arctique boréal ou septentrional, élevé sur l'horison.

D est le pole antarctique austral ou méridional, abaissé sous l'horison.

g e est l'axe du monde.

F g, D e, sont les portions de l'axe du monde excédant le globe.

MFK est l'index, dont les extrêmités pointues M & K abordent la circonférence du cercle polaire MNK; cet index est mobile en F autour de l'axe F g, & peut parcourir librement le cercle polaire.

t i, s h, sont des verges droites attachées sur l'index près de ses extrêmités; elles peuvent être d'une longueur prise à volonté, ou du moins telles qu'elles puissent recevoir les rayons du soleil dans sa moindre hauteur sur l'horison.

Le cercle ponctué KAL représente le bord de l'illumination, qu'on appelle aussi l'horison du soleil, qui sépare l'hémisphere éclairé KBL de l'hémisphere ombré KCL: en quoi l'on voit que dans le solstice d'hyver, comme on le suppose dans l'exemple de cette figure, le polaire arctique MNK est tout entier dans l'hémisphere ombré, pendant que son opposé le polaire antarctique LYT est tout entier dans l'hémisphere illuminé KBL. Et il arrivera le contraire quand le soleil parviendra au solstice d'été.

OQP est la circonférence de la coupe supérieure du cylindre, le plan de laquelle eſt parallele à l'horiſon, & au milieu de laquelle eſt poſé le pied qui porte le globe.

m m eſt la ligne horiſontale du cadran.

n n n n eſt le cercle de fer environnant le cylindre, ſervant de ſtile au cadran qui y eſt tracé, & éloigné du même cylindre de la longueur du ſtile, ſoutenu par des tenons n, n de fer, qui l'entretiennent à égale diſtance du cylindre.

R O P S eſt le profil du cylindre.

On remarquera qu'il faut que la ligne horiſontale m m du cadran réponde au bord inférieur du cercle n n n, qui ſert de ſtile.

Le ſoleil eſt ici repréſenté dans ſa moindre élevation ſur l'horiſon ; ſon image eſt de grandeur égale à la figure du globe, pour faire entendre que par l'effet de ſes rayons paralleles, le bord de ce qui eſt éclairé eſt toujours un grand cercle.

Remarques ſur les cadrans cylindriques & ſphériques.

I.

Juſqu'ici nous avons conſideré le cadran cylindrique comme fixe & immobile : mais ſi on veut le rendre portatif, on ſe ſervira, pour l'orienter, d'une bouſſole que l'on placera ſur la coupe ſupérieure du cylindre (le pied qui porte le globe poſé au centre du verre qui couvre la bouſſole) on ſuppoſe en ce cas le globe & le cylindre faits de quelque matiere légere & flexible, comme de lames d'argent ou de cuivre mince, ou de carte. Ou bien, on fait faire par quelque bon tourneur un cylindre en bois, ſur lequel on trace le cadran. Ou plus facilement, on trace le cadran à part ſur du carton ou fort papier, après avoir développé sa surface, comme on a déja dit, sous la figure du rectangle FHLI; la largeur de ce rectangle doit être égale au contour du cylindre, selon la raison du diametre à la circonférence. On se souviendra d'avoir égard à l'épaisseur du carton ou du papier pour avoir plus exactement ce rapport. Pl. 21, fig. 11.

II.

Pour avoir une ligne égale à la circonférence d'un cercle, il faut par-dessus le diametre triplé ajouter 16 des 113 parties égales dans lesquelles doit être divisé le diametre. Ainsi le diametre étant supposé des 113 parties, on aura 339 des mêmes parties pour le triple, ausquelles ajoutant 16 des mêmes parties, on aura 355 parties pour la circonférence. Pour la pratique, on prend avec un compas sur une ligne divisée en parties égales 113 de ces parties pour le diametre du cylindre, & on porte en ligne droite trois fois de suite cette ouverture de compas; & ajoutant 16 des mêmes parties à cette longueur on diametre triplé, on aura une ligne égale à la circonférence du cercle.

III.

La maniere de faire un cadran dans un cylindre creux ne sera pas différente de celle qu'on a proposée. On opérera sur la surface concave, comme nous venons de faire sur la convexe, donnant à la longueur du stile le demi-diametre du cylindre, la pointe du stile étant au centre de la cavité du cylindre marquera sur le cadran l'heure & ensemble le parallele du soleil. On ne peut faire servir que la moitié d'un cylindre creux pour un cadran.

I V.

Les niches, que l'on fait dans les bâtimens pour mettre des figures de sculpture, sont des demi-cylindres, dans lesquels on trace quelquefois des cadrans, comme on en voit dans la cour du vieux louvre, & dans la cour de l'hôtel de Condé. On fait le cadran déclinant selon que le mur, dans lequel est la niche, a de déclinaison, de même qu'on le pratique à l'égard des cadrans ordinaires, marquant exactement la déclinaison pour avoir exactement la ligne méridienne. Si le mur regarde en face le midi, le cadran aura 12 heures, sçavoir, 6 heures avant & 6 heures après midi, comme aux cadrans verticaux qui n'ont point de déclinaison.

Ces deux problêmes 30 & 31, les remarques & les figures sont de la façon de M. de R** qui nous a encore communiqué quelques autres problêmes de même caractere.

PROBLEME XXXII.

Tailler une pierre à plusieurs faces, sur lesquelles on puisse decrire tous les cadrans réguliers.

Pl. 22, fig. 14. SOit le quarré ABCD le plan de la pierre, qu'il faut préparer & disposer pour recevoir tous les cadrans réguliers. Supposant que cette pierre représente un cube imparfait, ou quelqu'autre solide, il la faut bien unir dans toutes ses faces, la mettre d'équerre, & lui donner une égale épaisseur par-tout. Ensuite ayant décrit sur le plan de la pierre ABCD le cercle HELF aussi grand que la pierre le pourra permettre, tirez les deux diametres FE, HL à angles droits; puis faites l'angle FOI de 41 degrés, & menez le diametre IOM. Faites ensuite l'angle EOG de 49 degrés,

& tirez le diametre GOK. Par les points I, G, M, K, menez des tangentes au cercle HELF, qui détermineront les autres tangentes qui passent par les points H, E, L, F, & qui font partie des côtés du quarré ABCD, qui répréfente le plan de la pierre. Coupez quarrément la pierre à l'uni de ces tangentes, afin d'avoir des plans, ou des faces perpendiculaires au plan de la pierre ABCD, & la pierre sera préparée pour recevoir dans tous ses plans les cadrans qui leur conviennent.

Sur la face ou sur le plan qui passe par la ligne VX, on décrira un cadran horisontal; sur le plan qui passe par XN, on décrira l'équinoctial supérieur; & sur le plan opposé qui passe par SR, on aura l'équinoctial inférieur; le polaire supérieur se fera sur le plan qui passe par VT, & le polaire inférieur sur le plan qui passe par QP. Sur le plan passant par TS, on aura le vertical austral, & sur le plan NP, qui est son opposé, on aura le vertical boréal. Sur le côté de la pierre IM, on aura le méridional oriental, & sur le côté opposé on décrira le méridional occidental.

Si on veut que la pierre soit creuse, ou plutôt percée à jour, on n'aura qu'à tirer des lignes paralleles à ces tangentes, & couper quarrément la pierre à l'uni de ces lignes, afin d'avoir en dedans de la pierre des surfaces paralleles à celles qui sont tracées par dehors, & sur les surfaces intérieures de la pierre, vous décrirez les cadrans que vous avez décrits sur les faces extérieures de la pierre qui sont paralleles & opposées de tout le diametre de la pierre.

Remarquez que creusant la pierre, vous n'y sçauriez décrire le cadran oriental, ni l'occidental, mais en faisant un piédestal à cette pierre dont la base seroit un octogone régulier, vous les pourrez tracer sur la base de ce piédestal, & même y tracer à l'entour des cadrans déclinans du midi ou du septentrion, à l'orient & à l'occident, dont la déclinaison seroit connue par cet octogone régulier. De cette maniere vous pouvez avoir sur cette pierre 20 ou 25 cadrans, que vous décrirez par quelques-unes des pratiques ordinaires. Ce que vous avez pratiqué sur cette pierre, vous le pouvez faire sur du bois, ou sur quelqu'autre matiere semblable.

Si vous exposez directement vers le midi le cadran vertical méridional, & que l'horisontal soit bien à niveau, c'est-à-dire, bien parallele à l'horison, alors tous ces cadrans marqueront précisément l'heure.

PROBLEME XXXIII.

Connoître quelle heure il est du jour & de la nuit dans tous les lieux de la terre.

Pl. 23, fig. 15. CE problême s'exécute par le moyen d'un cadran, que l'on peut faire avec du gros papier ou du carton, & qui est composé de trois pieces. La plus grande contient 48 méridiens disposés autour du pole septentrional, selon la projection de la terre, qui est sur la plus petite piéce placée au centre du cadran; on a mis sur chacun de ces méridiens quelques-uns des principaux lieux qui y sont situés. La seconde piéce est un carton en forme de roue, sur la circonférence duquel on a marqué 24 heures, c'est-à-dire, les 12 heures du jour, & les 12 heures de la nuit, avec les demi-heures, qui correspondent aux 48 méridiens de la plus grande piece; ce carton eſt percé en rond dans ſon milieu, & on le fait tourner autour d'une poulie de bois, qu'on a collé au centre de la grande piece. Enfin la plus petite piece cache la poulie ſur laquelle elle eſt collée; on y a deſſiné la projection de la terre, de maniere que le pole ſeptentrional eſt au centre. On a obſervé de faire paſſer le méridien de Paris par le haut de ce cadran, qu'on peut appeller *univerſel*. La vue de ce cadran éclaircira beaucoup ce qu'on vient de dire.

I.

Lorſqu'on eſt ſous le méridien qui paſſe par Paris, comme à Londres, à Amiens, à Orléans, à Toulouſe, &c. & qu'on veut ſçavoir à quelque heure du jour que ce ſoit quelle heure il eſt dans tous les principaux endroits du monde, il faut rapporter ſous la fleur de lys l'heure ou la demi-heure qui coule dans le lieu où l'on eſt. Par exemple, ſi l'on veut, étant à Paris, ſçavoir à cinq heures du ſoir quelle heure il eſt à Jeruſalem, à Batavia, à Quebec, &c. il faut rapporter cette même heure (5 heures du ſoir) ſous la fleur de lys en tournant la ſeconde piece, qui eſt le carton qui contient les heures, & l'on verra qu'il eſt pour lors ſept heures & demie du ſoir à Jeruſalem, minuit à Batavia, & midi à Quebec, &c.

II.

De plus on pourra remarquer que lorſqu'il eſt huit heures du matin à Goa, par exemple, un dimanche, il n'eſt encore que huit heures du ſoir du ſamedi à Mexico dans la nouvelle Eſpagne. Ainſi quand deux vaiſſeaux viennent à ſe rencontrer dans la mer du ſud, l'un venant de l'Aſie ; & l'autre de l'Amérique, il arrive néceſſairement que s'il eſt lundi pour le premier, il ne ſera encore que dimanche pour le dernier. La raiſon de cela eſt que celui qui va vers l'orient gagne une heure de 15 degrés en 15 degrés ſur celui qui va vers l'occident, lequel au contraire perd une heure en parcourant la même quantité de degrés. On ſuppoſe que ces deux vaiſſeaux, auſſi bien que les deux voyageurs dont il eſt parlé dans le problême II de la coſmographie, ſont partis enſemble au même jour d'un même lieu, & que l'un a pris ſa route vers l'orient, & l'autre vers l'occident.

III.

Il eſt à remarquer que ſi l'on ſe ſert de ce cadran dans les lieux qui ſont éloignés du méridien de Paris, il faudra rapporter l'heure qui coule ſous la ville la plus proche du lieu où l'on eſt, & non pas ſous la fleur de lys. De ſorte que ſi on eſt en baſſe Bretagne, on rapportera ſous Breſt l'heure qui coule, ou ſous Milan, ſi on eſt en Piémont. D'où il ſuit que quand on eſt en France, en Angleterre, en Flandre, il faut rapporter l'heure qui coule ſous le méridien de Paris, c'eſt-à-dire ſous la fleur de lys. Quand on eſt en Allemagne, il faut voir ſi l'on eſt plus proche de Vienne ou de Hambourg ; ſi on eſt plus proche de Vienne, on rapportera l'heure qui coule ſous le méridien de Vienne, mais ſi l'on eſt plus près de Hambourg, on la rapportera ſous le méridien de Hambourg, &c.

REMARQUES.

En quelque endroit que l'on soit, si on veut se servir utilement de ce cadran, il faut le placer de telle sorte que l'orient soit tourné du côté du lever du soleil, & l'occident du côté de son coucher; parce qu'alors le soleil, qui est sous le midi de la roue des heures, suivra en quelque maniere le cours du soleil, pourvu que l'on panche le cadran vers le midi à la hauteur du soleil du jour présent. Le globe qui est au centre du cadran ayant alors du rapport avec la terre, on connoîtra par ce moyen de quel côté du monde sont tous les lieux marqués sur le cadran. Et si on trouve que quelques-uns ne se rencontrent pas précisement sous leurs propres méridiens, & que ce cadran ne soit pas tout-à-fait juste à leur égard, on considérera que si on eût observé avec la derniere exactitude, il ne s'y seroit trouvé que des lieux peu considérables & inconnus, que l'erreur qui peut se rencontrer ne va jamais à un quart d'heure de plus ou de moins.

Ce cadran a été dressé suivant les nouvelles observations de Messieurs de l'academie royale des sciences, & inventé par Eustache Pecourt, prêtre, & M. D. M. de l'église cathédrale de Cahors: il se vend à Paris chez Gerard Jollain, rue saint Jacques, à l'enfant Jesus.

AVERTISSEMENT.

Ceux qui ne voudront point se charger la mémoire de la multiplicité des lignes qu'il faut tirer pour tracer des cadrans de toute espece, peuvent avoir recours à un instrument de gnomonique, qui a été inventé par le sieur le Maire, ingénieur pour les instrumens de mathématique, assez connu par la justesse de ceux qu'il construit & qu'il débite. Avec cet instrument, qui n'a rien de commun avec tous les autres, on sçait faire en une demi-heure des cadrans sur toutes sortes de murailles, en tout pays, & cela sans compas, sans boussole, sans attacher cet instrument à la muraille, sans prolonger ni bornoyer. Cependant on peut y tracer les arcs des signes, les heures Judaïques, les Babyloniques, les Italiques, les maisons célestes, & quelque section que ce soit de la sphere. On peut encore décrire avec cet instrument toutes sortes de cadrans portatifs.

L'occasion qui a donné lieu à cet instrument est fort simple; l'opération que l'on fait en se servant de cet instrument est aussi très-simple, puisque pour opérer, il ne faut que serrer une vis. Le sieur le Maire, qui l'a inventé, considéra qu'un cadran horisontal bien posé, sert quelquefois à faire un cadran vertical, & que pour cet effet on enfonce dans la muraille un morceau de fil de fer assez long, & de grosseur raisonnable; puis faisant attention aux heures que donne le cadran horisontal, on marque d'un point à chaque heure l'extrêmité de l'ombre du fil de fer, mettant un chiffre à chaque point, pour ne se pas tromper: on recommence la même opération cinq ou six mois après, & l'on mene des lignes droites par les points de même dénomination dans les deux opérations différentes, comme du point de 6 heures au point de 6 heures, du point de 7 heures au point de 7 heures, & ainsi des autres. Cela étant observé, on a un cadran au soleil parfaitement juste.

Le

Le sieur le Maire, en faisant ses réflexions sur l'opération qu'on vient d'exposer, inventa un instrument par le moyen duquel on fait la même opération; avec cette différence cependant, que ce qui ne s'acheve qu'en six mois, se fait en une demi heure, parce que l'opération qu'on fait avec l'instrument, est, pour ainsi dire, la converse de celle qu'on vient d'expliquer, & qui dure six mois; puisqu'il faut attendre que le soleil fasse des ombres courtes & longues pour avoir différens points; c'est-à-dire, que le soleil soit tantôt élevé, tantôt abaissé aux mêmes heures: au lieu qu'en se servant de l'instrument, on ose dire qu'on prend la muraille, & qu'on la met en un moment dans toutes les situations où elle se trouveroit dans une année à l'égard du soleil.

Pour opérer, on place l'instrument bien droit avec un plomb contre la muraille; on le tient en cet état, puis on tourne, & l'on met sur l'heure courante que le soleil donne, un cadran concave qui y est attaché; on le retire, & on serre une vis qui fixe le cadran sur l'instrument. On a une planche qui sert toujours, sur laquelle on attache un carton, ou un papier blanc; on enfonce vers le milieu de ce carton un fil de fer de grandeur raisonnable; on met ensuite cette planche dans une rainure faite à l'instrument, & on l'y serre avec deux vis. On remue ensuite le cadran au soleil conjointement avec la planche, en faisant marcher au soleil l'ombre de ce cadran sur deux extrémités de chaque ligne horaire qui y sont tracées, & l'on marque en même tems avec un crayon l'ombre que donne le fil de fer qui est enfoncé sur le carton dans la planche; on y marque

& l'on y joint de même les arcs des ſignes, ſi on le déſire.

Il ne faut enſuite qu'une regle pour joindre par une ſeule ligne les deux points de chaque même heure, & l'on trouve le cadran tout fait; il ne faut que l'attacher à la muraille (la ligne de midi toujours à plomb) enfonçant un fil de fer dans le mur, & obſervant que la diſtance de ſon pied à ſon extrêmité, ſoit de même longueur & en même ſituation que lorſqu'il étoit enfoncé dans la planche.

Si l'on veut que le cadran ſoit grand, on prolonge les heures avec une ficelle frottée d'un charbon doux: on met une longue verge de fer qui, partant du centre du cadran, paſſe par l'extrêmité du premier fil de fer qu'on a enfoncé dans le mur, obſervant que la pointe du premier fil de fer planté ſe termine dans le milieu de l'épaiſſeur de la ſeconde verge. Cette opération eſt très-facile, & peut être pratiquée en une demi-heure.

On peut faire avec le même inſtrument des cadrans ſur des cylindres portatifs, ou autres que l'on ſuſpend pour connoître l'heure, ſur des coquillages même tels qu'ils ſoient; mais pour ſçavoir bien faire ces dernieres ſortes de cadrans, il faut avoir pris deux ou trois leçons: au reſte, comme on n'y employe point de compas, rien n'eſt plus aiſé. Un ſeul inſtrument peut être univerſel, & ſervir pour toute la terre.

Démonstration de l'horloge ou analemme rectiligne universel, qui marque les heures par les hauteurs du soleil, par le R. P. Millet Deschalles.

NOus avons jugé qu'il ne pourroit être que profitable aux amateurs de la gnomonique, de leur communiquer la démonstration de l'horloge appellée analemme rectiligne universel, donné par le R. P. Deschalles. Plusieurs mathématiciens qui ont écrit sur cette matiere, entre lesquels est Oronce, & après lui Clavius, se sont contentés d'en donner la construction, sans descendre à la démonstration; de quoi on ne doit point être surpris, vu qu'elle est fondée sur des principes très-cachés, & une théorie profonde, ensorte qu'il semble qu'il étoit réservé aux seules lumieres de notre auteur d'en pouvoir pénétrer l'obscurité. C'est à la faveur de ces mêmes lumieres que le lecteur pourra être conduit à de nouvelles découvertes, dont ce grand homme lui ouvre la voie. Ce petit traité est tout rempli de choses très-utiles & curieuses à sçavoir, comme quand il nous apprend, par exemple, que dans l'analemme rectiligne, les rayons du grand trigone des signes sont autant d'horisons du soleil, dont cet astre en son parallele est le zenith; que l'on voit d'un coup d'œil & tout à la fois la longueur du jour de chaque pays de la terre en chaque différente déclinaison du soleil; que par le moyen de ladite déclinaison, connoissant le signe, on peut sçavoir le jour du mois qui lui convient, & autres belles connoissances, dont le fruit qu'on en pourra retirer, doit inspirer des sentimens de reconnoissance pour les sçavans qui nous laissent de si excellens écrits.

Les opérations que l'on fait avec l'analemme rectiligne sont si communes à l'analemme commun, vulgairement appellé astrolabe de Royas, que l'on pourroit dire qu'ils sont tirés l'un de l'autre, & qu'ils sont, à fort peu de différence près, une même chose; cette différence empêche si peu le rapport qui est entr'eux, que l'on les fait toujours servir de preuve l'un à l'autre. Il est donc vrai de dire que cet instrument, sous la figure du seul analemme rectiligne, les comprend tous les deux.

La différence dont nous avons parlé est que dans l'analemme commun les cercles horaires y sont projettés par des ellipses; la projection, qui s'y fait sur le plan du colure des solstices remplit entierement son cercle : au lieu que dans l'analemme rectiligne, les cercles horaires y sont projettés par des lignes droites. La projection qui s'y fait sur le même plan du colure des solstices est renfermée dans un espace borné en sa longueur par les diametres des cercles polaires, & dont la largeur n'outrepasse point les extrêmités des mêmes diametres, comme on le peut voir dans le rectangle MHIL de la figure 19, planche 25.

PROPOSITION I.

La division de l'équateur en heures dans cet analemme est semblable à la description des paralleles.

Soient décrits dans l'analemme les paralleles des signes AB, CD, &c. & les autres à la maniere accoutumée; sçavoir, en divisant l'écliptique comme on divise l'équateur; ce qui se fait en divisant le demi-cercle EHF en ses degrés de 15 en 15, & abaissant de chacune de ses divisions des perpendiculaires, telle qu'est IK: de cette maniere l'écliptique sera divisée comme l'équateur en douze heures, faisant servir les mêmes pour le jour & pour la nuit. Vous remarquerez que cette division en 12 détermine les lieux & les espaces des signes & de leurs moitiés. Le parallele du milieu, qui est celui de ♈, est la ligne de 6 heures, & les deux tropiques sont le midi ou le minuit. Les paralleles étant ainsi décrits par la division de l'écliptique, soit mené FG, qui est la corde de l'arc de la distance entre les deux tropiques, sur laquelle on décrira le demi cercle FLG; je dis que si on divise ce demi-cercle en ses degrés, on pourra décrire les mêmes paralleles comme par l'autre maniere. Pl. 14, fig. 16.

Démonstration.

Soit supposé l'arc GM d'un certain nombre de degrés, comme de 60 d. & soit mené MD perpendiculaire à FG, coupant l'écliptique EF au point K; sur ce point K soit élevée la perpendículaire KI, je prouverai que l'arc EI eſt de 60 d. comme l'arc GM ; car comme dans le triangle FEG la droite DK eſt parallele à la baſe EG, (par 4, 6) FG ſera à DG comme FE eſt à EK ; or GD eſt le ſinus verſe de l'arc GM de 60 d. (FG étant ſuppoſé le diametre) donc KE ſera le ſinus verſe de l'arc EI de 60 d. (étant diametre) ce qu'il falloit démontrer.

REMARQUE.

La maniere la plus ordinaire de décrire les paralleles des ſignes, eſt de tracer un demi-cerle, comme FLG, & de mener par ſes diviſions des perpendiculaires à ſon diametre FG : or parce que l'on agit comme pour diviſer l'équateur en heures, & que pour avoir les mêmes paralleles décrits par une autre méthode, qui eſt par la diviſion de l'écliptique, il faut qu'elle ſoit diviſée comme l'équateur ; il ſuit que la diviſion de l'équateur en heures eſt en toute façon ſemblable à la deſcription des paralleles.

PROPOSITION II.

Les lignes qui repréſentent les paralleles dans l'analemme, ſont coupées en parties ſemblables ou proportionnelles par les points d'une même heure.

Pl. 24, fig. 17. SOient dans l'analemme les deux lignes FG, EL, repréſentant des cercles paralleles, & ſoit le cercle OAB de 3 heures repréſenté par une ellipſe ; je dis que ces lignes ſont coupées en ſemblables parties en O & en A, c'eſt-à-dire, que EA eſt à AL, comme GO eſt à OK. Soit sur GK & sur EL, décrit un demi-cercle, chacune de ces lignes sera le diametre de son cercle.

Démonstration.

Ces lignes GK, EL, représentant des cercles paralleles, ou leurs diametres, sont (par prop. 10. 1. théor.) coupées proportionnellement par les cercles horaires; soit supposé que par les intersections de ces paralleles avec le cercle horaire OAB, on mene des perpendiculaires ou sinus sur leurs diametres GK, EL; OK sera le sinus verse d'un arc de 45 d. dans son cercle, comme AL sera le sinus verse d'un arc d'autant de degrés dans le sien. C'est pourquoi GK est à KO comme EL est à LA, & en divisant, GO sera à OK comme EA est à AL.

PROPOSITION III.

Si dans l'analemme on fait tous les paralleles égaux à l'équateur, & leur distance égale à la tangente de leur déclinaison, la même proportion sera observée.

Dans la description de l'analemme les lignes qui représentent les paralleles diminuent à mesure qu'elles s'éloignent de l'équateur; mais parce que les lignes horaires doivent être des ellipses qui divisent proportionnellement ces lignes des paralleles, & qu'il est difficile de tracer ces ellipses, on peut faire ces paralleles égaux à l'équateur; pour lors les cercles horaires seront représentés par des lignes perpendiculaires. Ce changement de construction ne changera ni l'effet ni la proportion qui sera toujours observée, si l'on Pl. 24. fig. 18.

fait la distance, dont chacun de ces paralleles est éloigné de l'équateur, (laquelle dans l'analemme commun est égale au sinus de la déclinaison) égale à la tangente de la même déclinaison.

Soit proposé le parallele AB, dont la distance à l'équateur ED est égale au sinus AC de l'arc de la déclinaison AE; soit menée la tangente FE du même arc, & soit substituée la ligne FI pour la ligne AB; je dis pour lors qu'il y a même raison de ce parallele ainsi augmenté, (c'est-à-dire, fait égal à l'équateur ED) à la tangente EF, qu'il y en a du parallele AB au sinus AC, & cela fondé sur ce théorême de la trigonométrie, qui est que le sinus de complément est au sinus de l'arc, comme le sinus total à la tangente du même arc. Soit mené HAF.

Démonstration.

Comme dans le triangle HEF les lignes CA, EF, sont paralleles, étant perpendiculaires à la même ligne ED; HC, c'est-à-dire KA est à CK, comme HE, c'est-à-dire, GF est à EF. Ce qu'il falloit démontrer.

REMARQUE.

On tire particulierement de cette proposition la construction de l'analemme rectiligne, dans lequel tous les cercles horaires sont représentés par des lignes perpendiculaires à l'équateur de l'analemme commun, & tous les paralleles représentés par des lignes paralleles au même équateur; en quoi on a cet avantage, que les mêmes lignes horaires peuvent servir de paralleles, quand on veut que l'analemme rectiligne serve d'analemme commun.

PROPOSITION IV.

Construction de l'horloge ou analemme rectiligne universel.

SOit fait le rectangle HMLI, & soient décrits sur les lignes LM, HI, les demi cercles MXL, HNI, qu'on divisera en douze parties égales. Ensuite soient tirées, par les points opposés des divisions, les lignes DE, 48, 93, & autres qui seront les lignes horaires, HM sera la ligne de minuit, & LI celle de midi. Les autres lignes auront chacune deux des heures également distantes de XII, comme c'est l'ordinaire dans tous les cadrans décrits par les élevations du soleil. Cette construction convient également à l'analemme commun comme au rectiligne, c'est-à-dire, que si l'on prend la ligne CD pour l'équateur, ces mêmes lignes horaires pourront être les paralleles des signes dans l'analemme commun, qui sera beaucoup plus grand, étant décrit du rayon CH. Pour avoir cet analemme commun, on décrira du point C l'arc des signes HDI, qui sera coupé par les lignes horaires selon la déclinaison des signes, & on menera du centre C à ces sections les rayons HC, 6C, 4 C, PC, YC, IC; la ligne FH sera le sinus de l'angle DCH de 23 d. $\frac{1}{2}$, qui est la plus grande déclinaison du soleil : la ligne FI sera pareillement le sinus de l'angle DCI de 25 d. $\frac{1}{2}$, c'est-à-dire, que si de quelque point, comme C, on eût commencé d'abord à décrire le trigone des signes terminé à droite & à gauche de D par des arcs de 23 d. 30′, & que des points de l'entrée des signes Pl. 25, fig. 19.

Pl. 25, fig. 19. & de leurs moitiés on eût tiré des lignes paralleles à la ligne DC, on auroit eu les mêmes 12 heures dans l'analemme commun, comme sa premiere construction les a donné dans l'analemme rectiligne.

Soit décrit maintenant du centre C le quart de cercle AS à volonté, que l'on divisera en ses degrés de 5 en 5, ou de 10 en 10, comme l'on voudra. Après quoi on tirera du centre C par toutes ces divisions les lignes occultes C 10, C 20, C 30, &c. lesquelles couperont la ligne TH aux points O, K, R, &c. Je dis que les lignes TO, TK, TR, sont tangentes par rapport au cercle qui seroit décrit de l'intervalle CT, selon la proposition précédente. Ensuite soient menées par les points O, K, R, &c, des lignes paralleles à l'équateur BT, lesquelles dans cet analemme rectiligne, où BT est l'équateur, & où les lignes HM, EF, LI sont horaires, seront les paralleles des latitudes, auxquels on apposera les chifres des degrés, selon les différentes élevations du pole. Ensuite du point C soit décrit un petit arc des signes ou zodiaque sur la ligne LI de midi, dans lequel CB sera le rayon de l'équateur, & les autres rayons tirés occultement du point C jusqu'à la ligne LI; il est évident que si par les points auxquels la ligne LI est coupée par les rayons des signes, on menoit des paralleles à la ligne BC, on auroit les paralleles des signes pour le petit analemme rectiligne, qui a BC ou BT pour équateur. La division de ce petit zodiaque se trouve toute faite dans la division de la ligne du parallele de 45 d. de latitude qui est coupée par les rayons du grand zodiaque, parce que tant la ligne LI, que cette ligne du 45^{e} parallele sont tangentes égales, étant distantes d'un même centre C par des rayons d'un même cercle.

PROPOSITION V.

Usage de l'analemme.

Trouver la longueur du jour : ou, ce qui est la même chose, trouver l'heure du lever & du coucher du soleil dans la sphere droite.

Pl. 25, fig. 19.

DAns la figure précédente soit suspendu un perpendicule au point C, auquel perpendicule, qui est ordinairement un fil ou soie, on ajoute outre le poids une perle mobile, que l'on arrête sur le signe où est le soleil marqué au petit zodiaque en la ligne LI, & l'instrument soit tenu de façon que le fil pendant librement, le rayon du soleil levant passe par les trous des pinnules : vous verrez que ce perpendicule, avec la perle, demeurera parallele aux lignes horaires, & arrêté sur la ligne CD de 6 heures. Or il est évident qu'en la sphere droite le soleil se leve à six heures, & partant l'heure a été justement marquée.

Depuis le perpendicule pendant du point C, la perle soit coulée sur le point B de ♈, ou de l'équateur du petit zodiaque, & l'instrument présenté au soleil à quelque heure du jour, vous verrez que le rayon solaire passant par les trous des pinnules, la perle s'arrêtera sur la vraie heure qu'il est dans la sphere droite ; supposé donc qu'elle s'arrête au point & de neuf heures, je prouve qu'il doit être neuf heures.

Démonstration.

Il est clair premierement que l'angle EC & est la hauteur du ſoleil ſur l'horiſon, & que la perle décrit le cercle dont BC eſt le demi-diametre; ſoit ſuppoſé que ce cercle eſt déja décrit, & que dans ce cercle eſt décrit l'analemme commun, où la ligne EC, repréſentant l'horiſon de la ſphere droite, eſt coupée à angles droits par l'équateur BT. Comme dans ce jour le ſoleil parcourt l'équateur, qui dans cette poſition de ſphere eſt auſſi le premier vertical, il fera dans ce cercle un mouvement d'autant de degrés qu'il en a fait en ſe levant ſur l'horiſon; enſorte que s'il eſt élevé de 45 degrés, il ſera au point &, duquel point ayant mené ſur l'équateur la perpendiculaire & Y, le point Y ſera ſon lieu. Et comme l'équateur eſt diviſé dans cet analemme rectiligne comme dans l'analemme commun (par prop. 1re) ſi le point Y eſt le point de neuf heures, il ſera véritablement neuf heures. En un mot, comme la perle parcourt l'équateur, ſi de l'endroit où elle s'arrête on tire une perpendiculaire au diametre BT, elle indiquera l'heure.

PROPOSITION VI.

Trouver l'heure aſtronomique dans la ſphere droite, le ſoleil parcourant quelque parallele que ce ſoit.

Pl. 27, fig. 20. SOit le fil pareillement arrêté au point C comme dans tous les uſages de l'analemme en la ſphere droite, ſoit la perle tranſportée ſur le parallele du ſoleil au petit zodiaque, par exemple, au point D, en ſorte que la perle décrive par ſon mouvement le cercle DE beaucoup plus grand que le cercle MH, dans lequel nous ſuppoſons que soit décrit l'analemme commun. Le rayon du soleil passant par les pinnules, & la perle s'arrêtant sur la ligne horaire OK de 9 heures, je dis qu'il est véritablement 9 heures. Pour le prouver, soient menés OC & CD, coupant le cercle HM aux points S & R. Dans l'analemme commun la ligne CE est l'horison de la sphere droite, CM l'équateur, MR l'arc de la déclinaison du soleil, RA le parallele que le soleil décrit ce jour-là, & ANR le même parallele représenté par son cercle, l'angle HCS, ou l'arc HS, est la hauteur du soleil sur l'horison. Or c'est cette hauteur qui détermine l'heure en déterminant l'endroit du parallele où se trouve le soleil dans le tems de l'opération; car si on tire par le point S l'almicantarath SF, il marquera en B le lieu du soleil dans son parallele RA; & si à ce point B on mene la perpendiculaire BG, c'est-à-dire, si on prolonge l'almicantarath jusqu'au cercle représentant le parallele, le point G sera le vrai lieu du soleil, l'arc NG sera sa distance à 6 heures, & GR la distance jusqu'à midi. Cela posé, il me reste à faire voir que l'arc GR est semblable à l'arc IM, & par conséquent que les segmens PB, CK représentent des arcs semblables, c'est-à-dire, qu'il y a même raison de PR à PB, que de CM à CK, les segmens BR, KM étant sinus verses d'arcs semblables.

Démonstration.

Dans le triangle COK, SF, OC, étant paralleles, CK sera à CF (par 4, 6) comme CO à CS, ou CD à CR, ou encore comme CM à CL dans le triangle CMD: or CL & PR sont égales: donc CK est à CF, ou PB son égale, comme

CM eſt à PR, & en changeant & diviſant, CM ſera à KM, comme PR eſt à BR. Donc la perle montre la même heure ſur la ligne CM, qu'elle auroit montré dans l'analemme commun ſur la ligne PR. Donc elle montre la vraie heure.

PROPOSITION VII.

Dans une latitude donnée déterminer l'heure du lever & du coucher du ſoleil dans quelque parallele que ce ſoit.

Pl. 27, fig. 21. NOus avons dit, dans la quatrieme propoſition, que la ligne RZ, & les autres lignes paralleles à l'équateur, qui traverſent le grand trigone des ſignes, repréſentent des cercles de latitude. Suppoſons donc que cette ligne RZ ſoit le parallele de la latitude de 49 degrés, telle qu'eſt celle de Paris, & que dans le tems de la perquiſition de l'heure, le ſoleil ſoit dans l'équateur, CI eſt le rayon de ♑, CF de l'équateur, CH de ♋; il eſt évident que ſi le perpendicule eſt attaché au point V, le ſoleil étant dans l'équateur, & que la perle ſoit tranſportée ſur le point *h* de ♈, ou de l'équateur du petit zodiaque, qui eſt ſur la ligne LI, lorſqu'au lever du ſoleil ſon rayon paſſera par les pinnules (la ligne HI demeurant parallele à l'horiſon) le fil & la perle tomberont ſur la ligne CF de 6 heures, qui eſt l'heure du lever du ſoleil dans l'équinoxe. Je dois prouver qu'en pratiquant la même choſe dans quelque parallele des ſignes que le ſoleil ſe trouve, le fil & la perle marqueront la vraie heure de ſon lever.

Soit l'équateur AB; la parallele de la latitude de la région RZ, ſoit ſuppoſé le ſoleil au tropique de ♑ ; il eſt évident, ſuivant ce que j'ai démontré en mon traité de géographie, touchant la maniere dont la terre eſt éclairée, que le cercle ou bord d'illumination, qu'on appelle auſſi horiſon du ſoleil, décline autant des poles que le ſoleil a de déclinaiſon. Cela étant, le cercle d'illumination ſera CI, comptant le parallele de la latitude RZ au point Y de la ligne horaire YO. Or, ſelon ce que j'ai fait remarquer en parlant du globe terreſtre, l'arc ſemi-diurne eſt moindre que 6 heures de la quantité de la ligne VY : c'eſt pourquoi ſi la ligne VY eſt le ſinus d'une heure, le ſoleil ſe leve à 7 heures ; mais comme nous avons la latitude de 49 degrés, où le ſoleil en ♑ ſe leve à 8 heures, la ligne VY ſera le ſinus de deux heures ; donc l'arc ſemi-diurne ſera moindre de deux heures de ce qu'il étoit quand le ſoleil étant dans l'équateur, ſe levoit à 6 heures.

Voyez les problêmes de coſmographie.

Je ferai voir pareillement que le ſoleil étant en ♋, la même ligne YO ſera celle de 4 heures, (cet aſtre ſe levant dans ce ſigne deux heures devant ſix). Soit décrit pour cela un cercle de l'intervalle CH, dans lequel on ſuppoſe que ſoit décrit l'analemme commun ; FC ſoit l'équateur, IL le tropique de cancer, & le midi ſoit du côté de MH, l'horiſon oblique ſoit TCS, ſoit RZ le parallele de la région dans l'analemme rectiligne, lequel parallele ſoit coupé par le rayon de ♋, c'eſt-à-dire, par la ligne CI au point Y. En ce point ſoit attaché le perpendicule, & l'inſtrument tenu de façon que le rayon du ſoleil levant paſſe par les pinnules. Je dis que ce perpendicule, qui dans ce cas ſera parallele aux lignes horaires, tombera le long de la ligne YO, qui ſe trouve être celle de 4 heures : d'où l'on connoît que l'heure du lever du soleil en ♋ est à 4 heures; & que l'arc PbH est l'arc semi-diurne. Pour le prouver, soit décrit sur le tropique IL de l'analemme commun le demi-cercle LeI, & du point, où la ligne LI coupe l'horison oblique TCS, soit élevée la perpendiculaire EK, l'arc KeI sera l'arc semi diurne, selon l'analemme commun. Je m'en vais démontrer que l'arc PbH de l'analemme rectiligne lui est semblable.

Démonstration.

Il est premierement constant que les lignes hE, R & sont égales, parce que les triangles RVC, ChE, sont équiangles, & ont les côtés Ch, RV, égaux. De plus, dans le triangle LIH, EX étant parallele à la base HI (par 4, 6) HI sera à LI, comme XE, c'est-à-dire, BI, est à EL. Par conséquent les arcs LK, PI (qui sont la distance de l'heure du lever du soleil en ♑ jusqu'à midi) seront semblables; la ligne LI étant le midi, comme dans l'analemme rectiligne, ou bien cette ligne LI sera celle de minuit, lorsque le soleil étant en cancer, ces mêmes arcs seront la distance depuis minuit jusqu'au lever de cet astre. Donc les arcs restans KeI, PbH seront semblables; & comme ils sont les arcs semi-diurnes de cancer, la ligne Md sera le midi dans cette démonstration de l'analemme commun; c'est-à-dire que si l'on imagine l'analemme commun décrit dans le petit cercle HbPI, le point H sera le midi en ♋, comme dans l'analemme rectiligne, & le point I, qui dans ce cas est celui de minuit, sera le point de midi pour ♑.

PROP.

PROPOSITION VIII.

En quelque latitude que ce soit, connoître les heures astronomiques au tems de l'équinoxe.

Soit la ligne de la latitude donnée RZ, en laquelle soit attaché le fil au point O du rayon de l'équateur, & la perle soit transportée sur le point *h* du signe de ♈ du petit zodiaque, laquelle par son mouvement décrira le cercle Y*h*, le rayon solaire passant par les pinnules, l'heure où elle s'arrêtera sera la vraie heure. Ce qui est vraisemblable; car si c'est dans le tems que le soleil se leve, la perle s'arrêtera sur la ligne OY, c'est-à-dire à 6 heures. En second lieu, que la perle s'arrête sur la ligne IL au point *h*, je dis qu'il est midi, & je le prouve en faisant voir que le soleil est pour lors à sa hauteur méridienne, c'est-à-dire, que l'angle YO*h* est égal à l'angle de la hauteur que le soleil doit avoir à midi dans l'équinoxe. Soit décrit pour cet effet l'analemme commun; sçavoir, un cercle dont le rayon est CH, & soit mené l'horison oblique TRS; dans cet analemme CD, sera l'équateur, TD la hauteur méridiene, ou l'angle TCD, que je dois faire voir semblable à l'angle YO*h*. Pl. 27. fig. 22.

Démonstration.

Les triangles ROC, OZ*h*, sont rectangles, par construction, & ont les côtés RO, OZ, OC, Z*h*, égaux; donc (par 4, 1) l'angle OCR sera égal à l'angle Z*h*O, ou à son alterne *h*OY; ce qu'il falloit démontrer.

En troisieme lieu, que la perle s'arrête au point

V sur la ligne horaire VPb, je dis qu'elle montrera la vraie heure qu'il est; & que l'arc bI sera la vraie distance de cette heure à midi; ensorte que si bI est de 60 degrés, je prouverai que l'angle YOV (qui est son complement de 30 degrés, ou de deux heures, sçavoir, la distance depuis six que le soleil s'est levé) est l'angle d'élevation que le soleil doit avoir à huit heures; car dans l'analemme commun où CD est l'équateur, & DKW son demi-cercle, soit fait l'angle TCX, égal à l'angle d'élevation YOV, & soit mené par ce point X l'almicantarath XG, le soleil sera au point E de l'équateur; soit mené EK perpendiculaire à l'équateur CD: pour lors la vraie distance de cette heure indiquée par la perle jusqu'à midi, sera l'arc KD, selon l'analemme commun. Je démontrerai que par l'analemme rectiligne la distance se trouve la même dans l'arc bI, que je ferai voir être toute semblable à KD.

Démonstration.

Les triangles rectangles ORC, OC*h*, ont les côtés RO, C*h* égaux, & le côté OC commun, donc (par 4, 1) les angles *h*OC, OCR sont égaux; & comme ils sont alternes, les lignes O*h*, RC, sont paralleles; OC, NV, sont aussi paralleles, & partant les angles ONV, XEC égaux. Or l'angle NVO, avec son alterne VOY, ont été faits égaux aux angles XCT, CXE, donc les triangles XEC, ONV, sont équiangles; donc (par 3, 6) CX ou CD, est à CE, comme OV, ou O*h*, est à ON: or O*h* est à ON comme C*k* est à CP: c'est pourquoi si CE est le sinus de l'arc KB de deux heures (CD étant posé sinus total) CP sera le sinus de l'arc 6, 8, de deux heures (le sinus total étant Ch ou FI) d'où il s'ensuit que les arcs restans, hI, KD demeurent semblables : ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION IX.

Dans une latitude donnée, connoître l'heure astronomique en quelque lieu du zodiaque que le soleil soit.

Soit RZ la ligne de la latitude de la région, coupant, par exemple, le rayon CK de cancer au point A, où soit suspendu le perpendicule, & soit coulée en même tems la perle jusqu'au point B de ♋ au petit zodiaque ; pour lors si ayant tourné le point K vers le soleil, & son rayon passant par les pinnules, la perle s'arrête sur le point O de la ligne OD de 11 heures, distante de la ligne E 12 de midi d'un espace horaire, c'est-à-dire, que l'arc ED soit de 15 degrés, je dis qu'il est onze heures. L'angle FAO étant l'élevation du soleil, je prouverai que dans l'analemme commun, le soleil ayant une pareille hauteur, il doit être absolument onze heures. Pl. 16, fig. 2.

Soit donc décrit l'analemme commun de l'intervalle CK ; selon cet analemme, la ligne KL sera le tropique de cancer : soit mené après cela la ligne TRCS représentant l'horison oblique sur laquelle soit fait l'arc TG ou l'angle TCG égal à l'angle d'élevation FAO ; soit tiré ensuite l'almicantarath GM, coupant le tropique LK au point N, & ayant décrit le demi-cercle KPL, qui représente ce tropique, soit élevé au point N la perpendiculaire NP. Je démontrerai que l'arc KP est de 15 degrés, c'est-à-dire, que les arcs ED, KP sont semblables. La sixieme proposition nous doit avoir appris que l'arc semidiurne XDE est semblable à l'arc YPK de l'analemme commun; d'où il suit que LS est à SK comme KQ est à QE.

Démonstration.

Dans le triangle SKC, GN étant parallele à la base, c'est-à-dire à l'horison oblique CS (par 4, 6) SK sera à SN comme CK, c'est-à-dire, CG, à CV. De plus dans le triangle θAO l'angle AOθ est égal à son alterne OAF, qui est l'angle de l'élevation du soleil égal par construction à l'angle TCG, ou à son alterne CGπ. Cela étant, les angles AOθ, CGπ, sont égaux: & comme les angles π & θ sont égaux, l'un & l'autre étant droits, les triangles AOθ, CGπ, seront semblables. Soit considéré ensuite le quadrilatere RBCA, dans lequel l'angle R est droit, l'angle ACB est aussi droit (le rayon BC de ♋ du petit zodiaque étant par construction perpendiculaire au rayon CK de ♋ du grand zodiaque, & les angles ♋CA, BC♈ de 23 degrés 30′ chacun) donc on peut décrire un cercle autour du quadrilatere ARBC, (par la converse de 22 du 3) partant les angles RBA, RCA, insistans sur la même base AR seront égaux. Or est-il que les angles RBA, θIA, sont égaux; & à ceux-ci sont égaux les deux alternes RCA, CVπ, donc les angles AIθ, CVπ, sont égaux, & par conséquent les angles de suite AIO, AVG sont aussi égaux. Or nous venons de voir que CGV, AOI, ont été faits égaux; donc les triangles AIO, CGV sont équiangles & semblables; donc CG, c'est-à-dire, CK est à CV, ou SK est à SN, comme AO, c'est-à-dire, AB est à AI; mais comme AB est à AI, ainsi AR est à Aθ, c'est-à-dire, QE est à QH, donc SK est à SN comme QE est à QH, mais nous avons vu que LK est à SK comme KE est à QE: donc en divisant, LK sera à NK comme KE à HE: donc HE & NK seront sinus verses d'arcs semblables; ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION X.

Trouver l'heure du lever & du coucher du soleil dans un pays dont la latitude soit de plus de 66 degrés 30′.

QUoiqu'on ne fasse gueres servir ce cadran ou horloge pour une latitude plus grande que 66 d. 30′, j'enseignerai cependant en peu de mots le moyen de s'en servir dans les pays voisins des poles. Pl. 26, fig. 24.

Soit donc la ligne de latitude RZ, que nous avons tiré à l'ordinaire par le point d'intersection R de l'horison oblique RS de l'analemme commun, avec la ligne de midi PH prolongée, si l'on suppose que DC soit l'équateur, IL le tropique de ♋, PH le tropique de ♑: que le pole soit élevé sur l'horison TS du complément de l'arc TD; T*m* soit un parallele tiré par le point d'intersection T de l'horison avec la circonférence de l'analemme (ce point T est celui qui sépare la partie éclairée d'avec celle qui est dans la nuit) soit encore *u*S un autre parallele tiré par le point d'intersection S du même horison avec la même circonférence de l'analemme, & qui est diamétralement opposé au point T: cela posé, je dis que le parallele T*m*, avec ceux qui sont au-dessous jusqu'au tropique PH de ♑, ne se leveront point sur l'horison RS, mais seront totalement cachés; que les paralleles au-dessus de T, c'est-à-dire ceux qui sont compris depuis T*m* jusqu'au parallele *u*S seront cachés à moitié ou en en partie, sçavoir celui du milieu CD sera coupé par la moitié, & les autres en parties inégales, & par conséquent le soleil s'y levera & couchera chaque jour, & qu'enfin les autres paralleles, depuis *u*S jusqu'au parallele O, seront tous entiers sur l'horison, & par conséquent le soleil sera plusieurs jours, & même des mois entiers sans se coucher, ainsi que nous avons vu qu'aux paralleles correspondans qui sont sous T*m*, cet astre est autant de tems sans se lever; ce qui n'a pas besoin de démonstration, après l'évidence qu'en donne la figure.

PROPOSITION XI.

Trouver l'heure astronomique dans une latitude de plus de 66 degrés 30′.

Pl. 26, fig. 25. Soit proposé de trouver l'heure astronomique dans un pays dont la latitude soit de plus de 66 d. 30, soit RZ la ligne de cette latitude. Le soleil soit dans le tropique de cancer, dont le rayon soit CI : soit suspendu le perpendicule au point O, où la ligne RZ de la latitude concourt avec le rayon de cancer CI; soit aussi transportée la perle sur le point M du cancer du petit zodiaque, la perle décrira le cercle *h*VM, & ayant tiré la ligne *h*CM, l'angle OCM sera droit. Supposé donc que le rayon du soleil passant par les pinnules, la perle s'arrête au point V de la ligne V*r* de dix heures, je prouverai qu'il doit être dix heures; car ayant décrit, comme ci-devant, l'analemme commun, en traçant un cercle du point C comme centre, IL sera le tropique de cancer. Soit décrit ensuite le demi-cercle IKL représentant ce tropique, & soit pris en ce demi cercle l'arc IK de deux heures, ayant mené la perpendiculaire KE, le point E sera le vrai lieu du soleil dans ce tropique; ayant fait l'angle XCT égal à l'angle VOY de l'élevation du soleil à dix heures, & tiré l'almicantarath XEG parallele à l'horison oblique T$ſ$, je vais démontrer que ces angles VOY, XCT de dix heures répondent dans l'analemme commun à la même élevation qui répond aux mêmes dix heures dans l'analemme rectiligne.

Démonstration.

Premierement dans le triangle IC$ſ$, l'almicantarath XlE parallele à la base, c'est-à dire, à l'horison C$ſ$, coupe les côté CI, I$ſ$ proportionnellement en l & en E, donc (par 4, 6,) $ſ$I, sera à $ſ$E comme CI, c'est-à-dire, CX est à Cl. Secondement; dans le triangle POV, l'angle PVO est égal à son alterne VOY, & celui-ci, qui est l'angle de l'élevation du soleil, égal par construction à l'angle XCT, ou à son alterne CXN; voilà donc quatre angles PVO, VOY, XCT, CXN, égaux; & comme les angles CNX, OPV, sont égaux, l'un & l'autre étant droits, les triangles POV, XCN, seront semblables, De plus, comme dans le quadrilatere RMCO, les angles opposés ORM, OCM, sont droits (par construction) il suit qu'on peut décrire un cercle autour d'eux, & partant les angles RCO, RMO, appuyés sur la même base OR, seront égaux. Or les angles égaux RMO, PSO, sont encore égaux aux deux alternes RCO, C*l*N : donc les angles PSO, C*l*N, étant égaux, les angles de suite C*l*X, OSV le seront aussi. Mais nous venons de voir que les angles CX*l*, OVS, sont égaux : donc les triangles VSO, XC*l*, sont équiangles & semblables : donc CX, c'est-à-dire, CI, est à C*l*, ou *f*I est à *f*E, comme OV, c'est-à-dire OM, est à OS, mais comme OM à OS, ainsi OR à OP, c'est-à-dire BH à B*r*. Derechef, dans les triangles semblables C*l*N, SOP, comme C*l* est à CN, ainsi OS à OP, & comme OS à OP, c'est-à-dire, B*r*, ainsi C*l* est à *f*E, dans le triangle CI*f*, les segmens B*r*, *f*E, seront donc semblables, & comme *f*I à IE, ainsi OR est à PR, c'est-à-dire, BH à H*r* ; donc les segmens restans IE, H*r* seront semblables, comme étant sinus verses d'arcs semblables.

PROBLÈME XXXIII.

Construire un anneau qui marque l'heure pendant toute l'année.

NOus ajouterons ici la construction d'un anneau où l'heure est marquée exactement pendant toute l'année, après que par même occasion nous aurons fait connoître démonstrativement l'erreur qu'il y a à se servir de ces anneaux vulgaires, où le trou (par lequel le rayon solaire entre pour marquer l'heure) est mobile. Premierement, nous ferons voir qu'en rendant ce trou commun à tous les signes marqués dans un zodiaque décrit sur la circonférence de l'anneau, on ne peut avoir que l'heure de midi marquée fidelement ; car pour les autres heures, on ne les peut avoir que très-imparfaitement, en se servant des mêmes points marqués pour le signe de ♈. Nous disons ceci pour désabuser ceux qui croyent que les mêmes points de hauteur du soleil marqués pour le signe de ♈, c'est-à-dire, pour le tems des équinoxes, peuvent servir pour d'autres tems, en transportant ce trou sur celui des signes que le soleil parcourt, ce qui est absolument faux dans son principe, comme nous allons voir. Il faudroit au lieu de cela décrire dans la concavité de l'anneau sept cercles séparés pour autant de paralleles de l'entrée du soleil dans les signes, sur chacun desquels cercles on marqueroit séparément les hauteurs du soleil à son entrée dans le signe qui appartient au parallele pour lequel le cercle a été tracé ; ces points ainsi notés, doivent être joints par des lignes qui seront les lignes horaires. Ceci est tiré du R. P. Deschalles.

Soit préparé un anneau, ou plutôt soit décrit un cercle de la grandeur de l'anneau que l'on veut faire. Ensuite ayant choisi le lieu du suspensoir B, soient pris à droite & à gauche de B 49 degrés pour la latitude de Paris, c'est-à-dire, pour la distance du zenith de Paris à l'équateur ; & par la fin de la numération soit tiré AO ; soit mené à la ligne AO la perpendiculaire AD, l'une & l'autre se terminant au point A, attribué à l'équateur. De ce point A, & par le centre de l'anneau soit mené A 12 pour la hauteur de l'équateur, ou, ce qui est la même chose, pour la hauteur du soleil à midi, lorsqu'il est dans l'équateur. On auroit pu autrement avoir cette même hauteur, si ayant décrit d'abord du point A le quart OPD, Pl. 28, fig. 26.

Pl. 28, fig. 27. on l'eût compté de O vers P, ou bien encore en tirant par le centre la ligne MN parallele à AO, sur laquelle on eût compté de N vers A cette élevation ; tout cela revient au même. L'arc NA est la distance de l'horison à l'équateur, qui est le complément de l'arc AB, distance du même équateur au zenit, égal à l'élevation du pole. On voit que les angles OA 12, A 12 D, AMN, sont alternes & égaux, puisqu'ils sont formés par l'inclinaison de la ligne de midi sur les trois lignes paralleles OA, MN, 12 D. Ayant la ligne de midi, on comptera sur le quart OPD les hauteurs du soleil pour les heures de devant & après midi au jour des équinoxes, lesquels on tirera du point A, & par ces divisions jusqu'à la concavité de l'anneau, fig. 28. Ce qui étant ainsi préparé, on fera un trou au point A, par où le rayon solaire passant, marquera exactement les heures le jour de l'équinoxe seulement pour lequel il a été fait : quoique quelques artisans veulent que ces mêmes heures servent pour les autres tems, en rendant le point A mobile ; mais cette prétendue modification-là n'exempte d'erreur que le seul midi qu'elle rend commun à tous les paralleles.

Pl. 28, fig. 28.

On rend le point A mobile, en faisant un trou dans un cercle ou bande de cuivre mince, qui ayant son mouvement autour de l'anneau, transporte ce trou A sur tous les paralleles d'un zodiaque, qu'il faut décrire sur la circonférence en cette sorte. Soit prise à droite & à gauche du point A la double déclinaison des signes, sçavoir, les arcs AE, AI, chacun de 23 degrés pour le taureau & le scorpion, AF, AK de 40 degrés 26', & AG, AL, de 47 degrés. Nous avons pris du centre ces arcs doubles, parce que les angles à la circonférence sont la moitié des angles au centre, comme si du point 12 on mesuroit l'arc AE, on trouveroit que l'angle E 12 A seroit de 12 degrés 30′ pour la vraie déclinaison de taurus.

Pour faire entendre comment en rendant le point A mobile, le même point de midi, marqué pour le tems des équinoxes, peut servir pour les autres paralleles. Soit décrit du point 12, comme centre, & pour rayon le diametre de l'anneau, le cercle SAT touchant la circonférence de l'anneau au point A, & soient tirés du point 12 jusqu'en la circonférence de ce dernier grand cercle, les rayons 12E, 12I, 12F, &c. par les divisions du zodiaque. Pour lors ce point 12, étant le centre d'un grand cercle de la sphere comme ici du méridien, peut être pris pour la terre d'où l'on observeroit en différens tems la hauteur du soleil à midi sur l'horison 12 D; en ce cas les rayons solaires étant rayons d'un cercle, doivent aboutir à son centre, & ne peuvent tomber autre part. Disons encore de plus, que le soleil étant monté en E, signe de taurus, éloigné de l'équateur de 11 degrés 30′, cette hauteur surpasse l'équinoctiale de 11 degrés 30′: c'est pourquoi en ajoutant l'angle E12A, mesure de cet excès, à l'angle A 12D, hauteur méridienne de l'équateur, qui est de 41 degrés; tout l'angle E12D sera de 52 degrés 30′, qui est la véritable hauteur du soleil à midi en taurus. Il est donc évident que le rayon solaire passant par le trou A transporté en E doit tomber sur le même point 12. La même chose arrivera en gemini, &c.

Pl. 28, fig. 27.

Pl. 29, fig. 29.

Pour une plus claire intelligence de ceci, soit décrit du point A en dehors de l'anneau, une

Pl. 28, fig. 27. circonférence CR de grandeur prise à volonté; ou bien soit achevé, si l'on veut, le cercle OPD, & ayant prolongé OA jusqu'en R, soit comptée de R vers C la hauteur de l'équateur, si on n'aime mieux, pour abréger, continuer 12A directement en C. Pour lors l'angle extérieur CAR sera égal à l'angle A12D, son intérieur opposé du même côté; ils sont l'un & l'autre à la circonférence, l'un en dedans, l'autre en dehors de l'anneau; ils sont aussi angles au centre, puisque nous avons décrit de leur sommet deux cercles. De plus, OA12 sera égal à CAR, qui lui est opposé au sommet; enfin c'est par des angles au même sommet A, que les différentes élevations du soleil sur l'horison AR, sont mesurées par un effet contraire sur le quart OPD; car à proportion que le soleil s'éleve de 6 vers C dans le ciel C6, fig. 28, le rayon solaire passant par le trou A, s'abaisse d'un même nombre de degrés sous l'horison OA6, & marque les heures.

Pl. 29, fig. 30. Passons maintenant à la démonstration que les mêmes heures équinoctiales ne peuvent pas servir sans erreur en d'autres tems. Soit le soleil en gemini, & soit tiré FO. Je raisonne ainsi: La ligne horisontale OA est la ligne de six heures équinoctiale, c'est-à-dire, qui a été tirée pour le point de ♈, pour servir lorsque le soleil seroit dans l'équateur: or le soleil se levant à 6 heures en aries, il est à cette heure-là dans l'horison. La ligne FO représente le rayon du soleil passant par le trou A transporté en F, il doit donc être six heures, puisque ce rayon touche ce point O. Soit continué ce rayon OF en Q, lieu du soleil, & soit mesuré l'angle QFR, il sera trouvé environ de 20 degrés; mais la véritable hauteur du soleil en gemini à six heures est de 15 degrés 6'; donc il y a 5 degrés & plus d'erreur. On trouvera pareillement pour trois heures plus de quatre degrés d'erreur ; car sur l'instrument la ligne 3 F de 3 heures fait avec l'horisontale OA un angle d'environ 49 degrés, au lieu qu'il devoit être de 44 degrés 10', qui est la vraie hauteur du soleil à trois heures à son entrée dans le signe du ♊ ; partant il y a 4 degrés 40' de différence ou d'erreur: donc le trou que l'on a fait au point A de ♈, ne peut marquer la vraie heure, étant transporté sur le autres signes, en se servant des mêmes points de hauteur marqués pour le signe de ♈. Mais le moyen de rendre cet instrument ou horloge bon pour tous les paralleles, est de décrire des points E, I F, K, &c. autant de quarts de cercle, sur chacun desquels seront marqués les points des heures par les élevations du soleil ; ces cercles, au nombre de sept, se décriront dans la concavité de l'anneau, celui pour aries sera au milieu. On comptera ces élevations de O descendant vers P, l'angle à la circonférence de l'anneau, au point d'où les quarts auront été décrits ; ou bien on comptera ces élevations depuis midi vers O dans la concavité de l'anneau, l'angle au centre de l'anneau, ce qui se fait en prenant la différence de la hauteur du soleil à midi dans un certain signe, avec la hauteur du même astre en une autre heure le même jour & doublant cette différence ; comme, par exemple, soit le soleil au commencement de taurus, je trouve dans une table des hauteurs du soleil, ou bien en mesurant l'angle OE12, que sa hauteur méridienne est de 52 degrés 30', je trouve pareillement qu'à onze heures le même jour il est élevé de 50 degrés 30', la

Pl. 29, fig. 32.

différence est de deux degrés, que je double; & j'ai quatre degrés que je compte depuis le midi en sus, & j'y marque le point de 11 heures. On prend 5 selon cette derniere maniere, les angles au centre de l'anneau, & leur différence double pour avoir les arcs doubles, afin que les angles qui les mesurent, ayant leur sommet au point A, ou E, ou I, &c. de la circonférence opposée, reviennent à leur juste mesure, comme ici l'arc 12, 11 de quatre degrés, mesuré du centre de l'anneau, n'est que de deux degrés mesurés du point E de la circonférence; ainsi on aura aussi bien par cette derniere méthode l'angle OE 11 de 50 degrés 30′ pour la hauteur du soleil en taurus à onze heures, comme si l'on eût compté sur le quart OPD depuis O vers P, le centre étant au point E. On fera autant de trous pour faire passer le rayon solaire, qu'il y aura de cercles décrits : ou bien on pourra les percer l'un à côté de l'autre sur une ligne horisontale, chacun vis-à-vis le cercle qui lui appartient, moyennant la position de ces trous à une même hauteur; on doit leur commencer la division des quarts de cercle qui correspondent à une même hauteur ou ligne horisontale; vous ferez passer par tous ces points de division des lignes qui seront les lignes horaires. Lorsque vous vous servirez de l'un des trous pour faire marquer l'heure, vous aurez soin de boucher les autres avec de la cire, pour éviter la confusion de tant de rayons solaires à la fois, & vous aurez bien soin de diriger le rayon de celui que vous laisserez ouvert à tomber sur le quart auquel il appartient.

REMARQUES.

I.

On voit dans la figure 19 l'erreur de ceux qui veulent que les mêmes heures équinoctiales servent également dans les différentes déclinaisons. Soit ici le soleil en ♉ ; le rayon solaire passant par E, & tombant sur le point de 3 heures marqué dans l'équinoxe, il doit être 3 heures ; mais je trouve en mesurant l'angle OE 3, ou son opposé QER, environ 40 degrés, & la véritable hauteur du soleil en taurus à 3 heures étant de 37 degrés 14 minutes, il y a environ 3 degrés d'erreur. Pl. 29, fig. 29.

II.

On voit de même dans la figure 30 qu'il s'en faut 5 degrés & plus que la même ligne équinoctiale de 6 heures ne serve, le soleil étant en ♊. Pl. 29, fig. 30.

III.

On doit encore à M. de R*** la démonstration de l'*analemme rectiligne universel*, & la construction de l'*anneau* qui marque exactement l'heure pendant toute l'année.

PROBLEMES DE COSMOGRAPHIE.

LA cosmographie, selon son étymologie, est la description du monde, c'est-à-dire, du ciel & de la terre, elle se divise en *générale* & en *particuliere*.

La cosmographie générale considere généralement tout l'univers; elle recherche & fournit plusieurs manieres de le décrire & de le représenter selon les divers sentimens des philosophes & des mathématiciens.

La cosmographie particuliere est proprement ce qu'on appelle *géographie*, parce qu'elle représente en détail chaque partie du monde, & particulierement la terre, tant par les globes, que par les planispheres & mappemondes. Je ne prétends pas traiter ici en particulier de ces deux parties, mais seulement donner quelques problêmes utiles & agréables qui en dépendent.

PROBLEME I.

Trouver en tous tems & en tous lieux les quatre points principaux du monde.

LEs quatre points principaux du monde, qui sont l'orient, l'occident, le midi, & le septentrion, peuvent aisément être connus par le moyen de la boussole, dont l'aiguille qui est aimantée,

mantée tourne toujours une de ses deux pointes vers le midi & l'autre vers le septentrion : ce qui suffit pour connoître l'orient & l'occident ; parce que l'orient est à la droite, & l'occident à la gauche de celui qui regarde le septentrion.

On peut aussi très-facilement connoître le septentrion la nuit, en regardant l'étoile polaire, qui n'est éloignée du pole arctique que d'environ deux degrés. Les astronomes tracent de jour la ligne méridienne sur un plan horisontal, par le moyen de deux points d'ombre marqués devant & après midi sur la circonférence d'un cercle décrit du pied du stile, dont l'ombre a servi par son extrêmité à marquer sur cette circonférence ces deux points également éloignés du midi. Voyez la gnomonique, p. 11

Mais sans toutes ces choses on peut en tout tems & en tous lieux marquer la ligne méridienne, en cette sorte.

Ayant mis de l'eau dans un vase, comme dans un plat, ou dans un bassin, mettez tout doucement dans cette eau, lorsqu'elle sera bien tranquille, une aiguille de fer, ou d'acier, semblable à celle dont les tailleurs & les femmes se servent ordinairement pour coudre. Si cette aiguille est seche, & qu'on la mette tout de son long sur la surface de l'eau, elle ne s'enfoncera point. Après avoir fait plusieurs tours, elle s'arrêtera enfin, & demeurera dans le plan du méridien, de sorte qu'elle représentera la ligne méridienne ; l'une de ses extrêmités sera tournée par conséquent vers le midi, & l'autre vers le septentrion. Mais lorsqu'on ne voit ni le soleil, ni les étoiles, on ne peut pas aisément connoître laquelle des deux extrêmités regarde le midi ou le septentrion.

Observez que pour poser cette aiguille sur la superficie de l'eau, on peut se servir d'une fourchette de fil de fer, & que pour l'empêcher de tomber au fond de l'eau, on peut la frotter de quelque matiere graisseuse.

Le pere Kircher donne un moyen facile pour connoître le midi & le septentrion. Il veut que l'on coupe horisontalement le tronc d'un arbre bien droit, qui soit au milieu d'une plaine, sans le voisinage d'aucune hauteur, ni d'aucune muraille, qui l'ait pu tenir de ce côté à l'abri du vent, ou des rayons du soleil. On verra dans la section de ce tronc plusieurs lignes courbes autour de la seve, qui seront plus serrées d'un côté que de l'autre. Il dit que le septentrion sera du côté où ces lignes courbes seront plus serrées; peut-être parce que le froid qui vient du septentrion resserre, & que le chaud qui vient du midi élargit & raréfie les humeurs & la matiere dont se forment ces lignes courbes, qui, suivant le même auteur, sont comme des circonférences de cercles concentriques dans l'ébene & dans le bois de bresil.

PROBLEME II.

Trouver la longitude d'un lieu proposé de la terre.

On appelle *longitude* d'un lieu de la terre la distance du méridien de ce lieu au premier méridien qui passe par l'isle de Fer, la plus occidentale des Canaries. Cette distance se compte sur l'équateur d'occident en orient.

On voit dans les *mappemondes*, ou cartes générales, les degrés de longitudes marqués sur l'équateur, de dix degrés en dix degrés, depuis le premier méridien vers l'orient tous le long de la terre jusqu'à 360 degrés, de sorte que le premier méridien est le 360^e méridien. Il a plû aux géographes de compter ainsi les longitudes terrestres: il a plû aux astronomes de compter les longitudes des étoiles fixes sur l'écliptique depuis la *section vernale*, c'est-à-dire depuis le commencement de la constellation du bélier, où l'équateur & l'écliptique s'entrecoupent.

Il est évident que ceux qui sont situés sous un même méridien, ont une même longitude: que tous ceux qui sont sous le premier méridien, n'ont aucune longitude: qu'enfin ceux qui sont plus orientaux ont des longitudes différentes, c'est-à-dire, qu'ils sont sous des méridiens différens. La distance d'un méridien à l'autre s'appelle *différence des longitudes*: c'est cette différence qui fait connoître de combien de tems il est plutôt midi en un lieu qu'en un autre qui est plus occidental. Car il est certain qu'il sera midi, une heure plutôt au lieu plus oriental qu'à l'autre, lorsque la différence des longitudes sera de 15 degrés, c'est-à-dire, quand ce lieu sera plus oriental que l'autre de 15 degrés*, parce que 15 degrés de l'équateur font une heure, puisque 360 degrés font 24 heures, qui est une révolution entiere du premier mobile.

Ainsi on voit que, pour connoître la longitude d'un lieu de la terre, il ne faut que sçavoir l'heure que l'on compte en ce lieu, lorsqu'on en compte une certaine en un autre lieu situé sous le premier

* Le soleil emploie une heure à parcourir 15 degrés de l'équateur, puisqu'il met 24 heures à parcourir 360 degrés, c'est à-dire à faire sa revolution entiere sur un parallele.

méridien ; car si l'on convertit cette différence des heures en degrés, en prenant 15 degrés pour une heure, 1 degré pour 4 minutes de tems, & 1 minute de degrés, pour 4 secondes de tems, on aura la longitude du lieu proposé.

Pour connoître cette différence des heures, on se servira de quelque signe visible dans le ciel, qui se puisse remarquer en même tems par deux mathématiciens, dont l'un soit sous le premier méridien, & l'autre au lieu dont on cherche la longitude. Les anciens se sont servis des éclipses de lune. On se sert à présent des éclipses du premier satellite de jupiter, qui arrivent plus souvent, & dont les immersions ou émersions se peuvent connoître plus facilement par le moyen des lunettes de longue vue.

Quand on a une fois connu la longitude d'un lieu de la terre, on n'a plus que faire du premier méridien pour connoître la longitude de quelqu'autre lieu que ce soit, parce qu'il suffit de connoître de combien ce lieu est plus oriental, ou plus occidental que le premier ; ce qui se peut connoître comme nous avons dit. Mais il ne sera pas nécessaire d'employer deux mathématiciens, un seul peut connoître la longitude du lieu où il sera, en observant en ce lieu l'heure de l'immersion ou de l'émersion du satellite, & en comparant cette heure avec celle du lieu dont on connoît la longitude, parce que par les tables de Monsieur Cassini, qu'il a supputées pour le méridien de Paris, dont je suppose que la longitude est connue, on peut sçavoir à quelle heure doit arriver à Paris cette immersion ou émersion. L'immersion d'un satellite est l'entrée de ce satellite dans l'ombre de jupiter en cessant de paroître,

& l'émersion d'un satellite est la sortie de ce satellite hors de l'ombre de jupiter, en commençant à reparoître.

REMARQUES.

On voit, par ce qui a été dit, la vérité de ce paradoxe: *quâlibet horâ est omnis hora*, c'est-à-dire, qu'en tout tems il est toute heure: ce qui se doit entendre des lieux de la terre qui sont sous des méridiens différens: car il est certain que quand il est midi, par exemple, à Paris, il est une heure après midi à Vienne en Autriche, & dans tous les autres lieux qui sont plus orientaux que Paris de 15 degrés, & qu'il est deux heures après midi à Constantinople, & dans tous les autres lieux qui sont plus orientaux que Paris de 30 degrés. Ainsi des autres.

D'où il suit que de deux voyageurs, dont l'un va vers l'occident en suivant le cours du soleil, & l'autre vers l'orient en allant contre le cours du soleil, le premier doit avoir les jours plus longs que le second. Au contraire au bout d'un certain tems, le second, qui va vers l'orient, comptera plus de jours que le premier qui va vers l'occident. Ce qui fait dire que si deux jumeaux voyagent, l'un vers l'orient, & l'autre vers l'occident, & qu'ils viennent à mourir en même tems, le premier aura vécu plus de jours que l'autre.

Comme on divise la latitude en septentrionale & en méridionale, en l'étendant jusqu'à 90 degrés vers les deux poles deçà & delà l'équateur, on auroit aussi pu diviser la longitude en orientale & en occidentale, en ne l'étendant que jusqu'à 180 degrés de part & d'autre depuis le premier méridien. Ce qui seroit très-commode pour nous faire connoître que quand il est, par exemple, midi sous le premier méridien, il n'est que 8 heures du matin dans l'isle du Cuba, dont la longitude occidentale est de 60 degrés. Voyez le XXXIII problême de la gnomonique, p. 92.

PROBLEME III.

Trouver la latitude d'un lieu proposé de la terre.

ON appelle *latitude* d'un lieu de la terre la distance de ce lieu à l'équateur : cette distance est mesurée par l'arc du méridien de ce lieu entre son zenit & l'équateur. Cet arc est toujours égal à l'élevation du pole qui est l'arc du même méridien entre le pole & l'horison. Ce qui fait que l'on confond ordinairement la latitude avec l'élevation du pole, de sorte que ceux qui n'ont point de latitude, c'est-à-dire, qui sont sous l'équateur, n'ont aussi aucune élevation du pole, ayant les deux poles du monde à l'horison.

Voyez le problême XXXI.

La latitude d'un lieu de la terre se peut connoître de jour à midi par le moyen de la hauteur méridienne du soleil & de sa déclinaison, & de nuit en tout tems par le moyen de la hauteur méridienne de quelque étoile fixe & de sa déclinaison, & aussi sans déclinaison, lorsque l'étoile ne se couche point, & que la nuit a plus de douze heures, comme vous allez voir.

Pour trouver la latitude de quelque lieu de la terre que ce soit, par le moyen de la hauteur méridienne du soleil, on ajoutera à cette hauteur méridienne la délinaison du soleil, si cette déclinaison est méridionale; ce qui arrivera depuis l'équinoxe d'automne jusqu'à l'équinoxe du printems: ou bien on ôtera de la hauteur méridienne la déclinaison, si cette déclinaison est septentrionale; ce qui arrivera depuis l'équinoxe du printems jusqu'à l'équinoxe d'automne. De cette maniere on aura la hauteur de l'équateur, laquelle étant ôtée de 90 degrés, le reste sera la latitude qu'on cherche.

On travaillera de la même façon la nuit à l'égard des étoiles qui seront vers le midi: mais à l'égard de celles qui sont vers le septentrion, & qui ne se couchent point, voici ce qu'il faut faire. Dès que la nuit sera venue, on prendra la hauteur méridienne d'une de ces étoiles, & le matin, douze heures, après la hauteur méridienne de la même étoile; on ajoutera ensemble ces deux hauteurs trouvées. La moitié de la somme donnera la hauteur du pole sur l'horison.

PROBLEME IV.

Connoître la quantité du plus grand jour d'été en un lieu proposé de la terre, dont on connoît la latitude.

Pour connoître, par exemple, à Paris, où le pole est élevé sur l'horison d'environ 49 degrés, le plus grand jour d'été, qui est de même longueur que la plus grande nuit d'hyver; décrivez à volonté du centre D, le demi-cercle ABC. Prenez d'un côté l'arc CE égal à l'élevation du pole sur l'horison, qui a été ici supposée de 49 degrés, & de l'autre côté l'arc AF égal au complément de Pl. 30, fig. 116.

Pl. 30, fig 116. l'élevation du pole, qui dans cette supposition est de 41 degrés. Tirez du centre D, par les points E, F, les lignes DE, DF; dont la premiere DE représentera le cercle de six heures, & la seconde DF l'équateur, en prenant le cercle ABC pour le méridien du lieu proposé, & le diametre AC pour l'horison, selon les regles de la projection ortographique de la sphere.

Après cela prenez l'arc FB, égal à la plus grande déclinaison du soleil, qui est d'environ 23 degrés & demi. Par le point B menez à la ligne DF la parallele BH, qui coupe ici le cercle de six heures au point G, & l'horison au point H. Décrivez du point G, comme centre, par le point B, l'arc de cercle BI, qui sera terminé en I, par la ligne HI, parallele à la ligne DE, ou perpendiculaire à la ligne BH. Cet arc BI se trouve ici de 120 degrés, ou de 8 heures, en prenant 1 heure pour 15 degrés, dont le double fait connoître qu'à Paris, & en tout autre lieu où le pole est élevé sur l'horison de 49 degrés, le plus grand jour d'été, ou la plus grande nuit d'hyver, est de 16 heures. On connoîtra la quantité de l'arc BI par le moyen d'un rapporteur.

L'arc BI étant de 120 degrés, ou de 8 heures, fait connoître que le soleil se couche au plus grand jour d'été, ou se leve au plus court jour d'hyver, à 8 heures, & que par conséquent il se leve au plus grand jour d'été, ou se couche au plus court jour d'hyver à 4 heures: ce qui arrive lorsque le soleil est dans le tropique d'été, ou dans le tropique d'hyver. On pourra de la même façon trouver l'heure du lever & du coucher du soleil, lorsqu'il est dans quelqu'autre signe du zodiaque, par exemple au commencement de ♉ & de ♍, pourvu que l'on ſçache décrire le parallele de ce ſigne; ce qui ſe fera en cette ſorte. Pl. 30. fig. 116

Tirez du centre D, qui repréſente le point de l'orient & de l'occident équinoctial, par le point B, qui repréſente le point ſolſtitial de ♋, ou de ♑, la ligne DB, qui repréſentera par conſéquent un quart de l'écliptique. Prenez ſur le méridien, ou ſur le colure des ſolſtices ABC, l'arc BK de 60 degrés, tel qu'eſt la diſtance du ſigne propoſé au commencement de ♋, qui eſt repréſenté par le point B, parce qu'on ſuppoſe que le colure des ſolſtices convient avec le méridien. Menez du point K la ligne KL perpendiculaire à la ligne DB, & par le point L, à la ligne DF, la parallele MN, qui repréſentera le parallele de ♉, & coupera l'horiſon AC au point N, & l'axe du monde DE en O. De ce point O, comme centre, vous décrirez par le point M l'arc MP, qui ſera terminé en P, par la ligne NP parallele à la ligne DE, ou perpendiculaire à la ligne MN. Cet arc MP étant réduit en heures, lorſqu'on en aura connu les degrés & les minutes avec un rapporteur, donnera l'heure qu'on cherche.

REMARQUES.

L'arc FM eſt la déclinaiſon du ſigne propoſé, dont la diſtance au plus proche équinoxe eſt ſuppoſée de 30 degrés: l'arc DN eſt l'amplitude orientale ou occidentale du même ſigne à l'égard de l'horiſon AC, que nous avons ſuppoſé oblique de 49 degrés: & l'arc ON eſt la différence aſcenſionnelle, qui montre de combien le ſoleil, étant au ſigne propoſé, ſe leve ou ſe couche devant ou après ſix heures ſous le même hori-

Pl. 30, fig. 116. son. Ces arcs se peuvent connoître géométriquement dans la figure ; mais on les peut connoître beaucoup plus exactement par la trigonométrie, en cette sorte.

I.

Pour connoître l'arc FM, en supposant l'arc FB, ou l'angle FDB, c'est-à-dire, l'obliquité de l'écliptique de 23 d. 30′, on fera cette analogie, où nous nous sommes servis de logarithmes qui sont très-commodes dans la trigonométrie sphérique.

Comme le sinus total, 100000000
Au sinus de la distance du signe proposé au plus proche équinoxe 96989700
Ainsi le sinus de l'obliquité de l'écliptique 96006997
Au sinus de la déclinaison qu'on cherche 92996697

qui se trouvera de 11 degrés & d'environ 30 minutes.

II.

Pour l'*amplitude* DN, on se servira de la déclinaison trouvée pour faire l'analogie suivante :

Comme le sinus du complément de la hauteur du pole, 98169429
Au sinus de la déclin. trouvée 92996697
Ainsi le sinus total 100000000
Au sinus de l'amplitude qu'on cherche 94827268

qui se trouvera de 17 degrés, & d'environ 41 minutes.

III.

Pour trouver la *différence ascensionnelle* NO, on se servira pareillement de la déclinaison trouvée, pour faire cette analogie,

Comme le sinus total, 100000000
A la tangente de la déclinaison trouvée, 93084626
Ainsi la tangente de l'élevation du pole, 100608369
Au sinus de la différence ascensionnelle, 93692995

qui se trouvera de 13 degrés & 32 minutes, lesquels étant réduits en tems par cette regle de trois: si 15 degrés donnent 1 heure ou 60 minutes, combien donneront 13 d. 32′, ou 812′, on connoîtra que le soleil étant au commencement de ♉, ou de ♍, se couche à 6 heures & 54 minutes, & que par conséquent il se leve à 5 heures & 6 minutes, &c.

PROBLEME V.

Trouver le climat d'un lieu proposé, dont la latitude est connue.

On appelle *climat*, un espace de terre compris entre deux cercles paralleles à la ligne équinoctiale, tellement éloignés l'un de l'autre, qu'il y ait la différence d'une demi-heure entre le plus long jour d'été de l'un de ces cercles, & le plus long jour d'été de l'autre.

Comme les climats se comptent vers l'un des deux poles du monde, en commençant depuis l'équateur, sous lequel en tout tems le jour est de douze heures, & la nuit d'autant: & que ceux qui sont éloignés de l'équateur ont le plus grand jour d'été plus long que douze heures, & d'autant plus long qu'ils en sont plus éloignés; il s'ensuit que la fin du premier climat est le lieu où le plus grand jour d'été est de douze heures & demie; la fin du second, le lieu où le plus grand jour d'été est de treize heures; & ainsi de suite, jusqu'à la fin du 24^e climat, où le plus grand jour d'été est de 24 heures. Ce qui arrive sous le cercle polaire arctique ou antarctique, où l'élevation du pole est de 66 d. 30′, au-delà duquel on ne sçauroit plus compter de climats, parce que pour peu qu'on s'en éloigne en s'avancant vers le pole le plus proche, le plus grand jour d'été croîtra de plus en plus d'une demi-heure. Ce qui a fait que les modernes ont ajouté six autres climats depuis le cercle polaire jusqu'au pole, en faisant croître le plus grand jour d'été d'un mois entier.

Ainsi pour sçavoir en quel climat est situé un lieu proposé de la terre, dont on connoît la latitude, il n'y a qu'à chercher par le problême précédent la quantité du plus grand jour d'été, & en ôter douze heures. Le double du reste fera connoître le nombre du climat qu'on cherche. Ainsi ayant connu qu'à Paris, où le pole est élevé sur l'horison d'environ 49 degrés, le plus grand jour d'été est de 16 heures: si l'on en ôte 12, il restera 4, dont le double 8 fait connoître que Paris est dans le huitieme climat. Ainsi des autres.

REMARQUES.

I.

Comme les longitudes font connoître les pays les plus orientaux ou les plus occidentaux; & les latitudes, les pays les plus méridionaux, ou les plus septentrionaux: de même les climats font connoître les pays où les jours sont plus longs ou plus courts. Or par la connoissance du climat on peut aisément trouver le plus long jour d'été, par une opération contraire à la précédente, sçavoir, en ajoutant douze à la moitié du nombre du climat; car la somme donnera la quantité du plus long jour d'été. Ainsi sachant que Paris est dans le huitieme climat, en ajoutant 4 moitié de 8, à 12, la somme 16 fait connoître qu'à Paris le plus grand jour d'été est de 16 heures.

II.

Mais pour n'avoir point la peine de faire tant de calculs, on va donner une table des 24 climats divisés en quatre colonnes. La premiere à gauche contiendra ces XXIV climats: on verra dans la seconde le commencement, le milieu & la fin de chaque climat, que l'on marquera en heures & minutes dans la troisieme colonne, pour faire connoître la longueur des jours dans ces trois différences d'un climat; enfin la quatrieme colonne contiendra la latitude ou élevation du pole pour le commencement, le milieu & la fin de chaque climat. Il n'est point nécessaire d'avertir que le commencement d'un climat est la fin du précédent.

Table des 24 climats, dont chacun est d'une demi-heure.

Clim.	*Paral-leles.*	*Long. du jour.*		*Latit. du lieu.*	
	Com.	12h.	0′	0°.	0′
I.	Milieu	12	15	4	15
	Fin	12	30	8	25
II.	Milieu	12	45	12	30
	Fin	13	0	16	25
III.	Milieu	13	15	20	15
	Fin	13	30	23	50
IV.	Milieu	13	45	27	40
	Fin	14	0	30	20
V.	Milieu	14	15	33	40
	Fin	14	30	36	28
VI.	Milieu	14	45	39	2
	Fin	15	0	41	22
VII.	Milieu	15	15	43	32
	Fin	15	30	45	29
VIII.	Milieu	15	45	47	20
	Fin	16	0	49	1
IX.	Milieu	16	15	50	33
	Fin	16	30	51	58
X.	Milieu	16	45	53	17
	Fin	17	0	54	27
XI.	Milieu	17	15	55	34
	Fin	17	30	56	37

Clim.	Paral-leles.	Long. du jour.		Latit. du jour.	
XII.	Milieu	17h.	45′	57°	32′
	Fin	18	0	58	29
XIII.	Milieu	18	15	59	14
	Fin	18	30	59	58
XIV.	Milieu	18	45	60	40
	Fin	19	0	61	18
XV.	Milieu	19	15	61	55
	Fin	19	30	62	25
XVI.	Milieu	19	45	62	54
	Fin	20	0	63	22
XVII.	Milieu	20.	15	63	40
	Fin	20	30	64	6
XVIII.	Milieu	20	45	64	30
	Fin	21	0	64	49
XIX.	Milieu	21	15	65	6
	Fin	21	30	65	21
XX.	Milieu	21	45	65	35
	Fin	22	0	65	47
XXI.	Milieu	22	15	65	57
	Fin	22	30	66	6
XXII.	Milieu	22	45	66	14
	Fin	23	0	66	20
XXIII.	Milieu	23	15	66	25
	Fin	23	30	66	28
XXIV.	Milieu	23	45	66	30
	Fin	24	0	66	31

III.

Les 24 climats de la table précédente sont compris entre l'équateur & l'un des cercles polaires, & ils ne different entr'eux que d'une demi-heure ; c'est à dire, que les habitans de la fin d'un climat terminé par le parallele qui est vers le pole, ont leur plus grand jour d'été plus long d'une demi-heure que les habitans du commencement de ce même climat, terminé par le parallele qui est vers l'équateur.

Les climats qui sont renfermés dans l'un des cercles polaires, ont une différence plus considérable, puisqu'elle est d'un mois. C'est ce qu'on remarquera dans la table suivante, où l'on n'a mis dans la troisieme colonne que les degrés de latitude où finit chaque climat.

Table des six climats, dont chacun est d'un mois.

Climat.	*Longueur du jour.*	*Latitude du lieu.*	
XXV.	1 mois.	67°.	30′
XXVI.	2	69	30
XXVII.	3	73	20
XXVIII.	4	78	20
XXIX.	5	84	0
XXX.	6	90	0

IV.

IV.

On voit par ces deux tables que l'on compte à présent soixante climats, sçavoir, trente dans la partie méridionale de la sphere, & trente dans la partie septentrionale. Il faut observer qu'on n'a eu aucun égard aux réfractions du soleil, lorsqu'on a calculé ces climats; d'où il pourroit arriver quelque différence dans la longueur des jours aux lieux où l'on observeroit cette longueur : mais cette différence n'est point assez sensible pour mériter quelque attention dans une matiere où il ne faut point demander une précision géométrique.

PROBLEME VI.

Trouver en lieues la valeur d'un degré d'un grand cercle de la terre.

EN supposant que la terre est ronde, & que son centre est le même que celui du monde, un degré de l'un de ses cercles répondra à un degré d'un semblable cercle correspondant dans le ciel. De sorte que si une personne parcourt un degré de la terre sur un même méridien terrestre, en allant directement vers le midi, ou vers le septentrion, son zénit s'éloignera aussi d'un degré dans le ciel sous le méridien céleste correspondant, & l'élevation du pole sur l'horison changera par conséquent d'un degré. Pareillement si une personne parcourt un degré de la terre sur l'équateur terrestre, en allant directement vers l'orient ou vers l'occident, son zénit s'éloignera aussi d'un degré dans le ciel sous l'équateur céleste, & sa longitude changera par conséquent d'un degré.

Ce changement ayant été remarqué par quantité d'expériences faites par plusieurs astronomes en des lieux différens de la terre, nous pouvons conclure de-là que la terre est ronde du midi au septentrion, & de l'orient à l'occident, & qu'elle est au centre du monde, ou pour le moins au milieu des circonvolutions célestes. On en tire aussi la maniere de trouver en lieues, ou en quelqu'autre mesure que ce soit la quantité d'un degré d'un de ses grands cercles, qui sont tous égaux. C'est en choisissant sur la terre deux lieux situés sous un même grand cercle, par exemple, sous un même méridien, dont on connoît exactement la distance & les latitudes; car en ôtant la plus petite de ces deux latitudes de la plus grande, on aura l'arc du méridien compris entre ces deux lieux de la terre. Ainsi l'on sçaura qu'à un certain nombre de degrés & de minutes d'un grand cercle de la terre, il répond un certain nombre de lieues; ce qui suffit pour connoître la valeur d'un degré du même grand cercle, & même de toute la circonférence de la terre, en disant par la regle de trois directe, si à tant de degrés & de minutes (s'il y en a) il répond tant de lieues, combien de lieues répondront à un degré, si l'on ne veut connoître qu'un degré, ou à 360 degrés, si l'on veut connoître le contour de la terre.

Supposons que les deux lieux de la terre soient Paris & Dunkerque, qui sont situés sous un même méridien, & éloignés l'un de l'autre d'environ 62 lieues parisiennes de 2000 toises chacune. La latitude de Paris est de 48 degrés 51′, laquelle étant ôtée de celle de Dunkerque, qui est de 51 degrés 1', il reste 2 degrés 10', ou 130 minutes pour l'arc du méridien compris entre Paris & Dunkerque. Sçachant donc qu'un arc d'un grand cercle de la terre de 130 minutes est de 62 lieues, on sçaura de combien de lieues doit être un degré ou 60 minutes du même cercle, en multipliant ces 60 minutes par 62, qui est la distance de Paris à Dunkerque, & en divisant le produit 3720 par 130, qui est le nombre des minutes de l'arc du méridien commun à ces deux villes. Le quotient donnera environ 28 lieues parisiennes pour la valeur d'un degré d'un grand cercle de la terre.

J'ai dit environ 28 lieues, parce que Messieurs de l'academie royale des sciences ont trouvé qu'un degré de la terre vaut 57060 toises, mesure du châtelet de Paris: ces 57060 toises font un peu plus de 28 lieues Parisiennes de 2000 toises chacune, comme on le connoît en divisant 57060 par 2000; car le quotient est 28, & il reste encore 1060 à diviser par 2000; ce qui fait environ une demi-lieue.

Voyez la premiere obs. du probl. suivant.

La toise du châtelet de Paris se divise en 6 pieds, & si l'on divise ce pied en 1440 parties, le pied rheinlandique, ou de Leyde, en comprendra 1390, le pied de Londres 1350, le pied de Boulogne 1686, & la brasse de Florence 2580.

PROBLEME VII.

Connoître la circonférence, le diametre, la surface & la solidité de la terre.

I.

QUoiqu'on ne puiſſe pas meſurer actuellement la circonférence de la terre, à cauſe des hautes montagnes & des vaſtes mers, qu'on ne ſçauroit parcourir en ligne droite; on peut néanmoins aiſément la déterminer par les regles de l'aſtronomie; enſuite ſon diametre, ſa ſurface, & ſa ſolidité par les principes de la géométrie, comme vous allez voir.

II.

Premierement, pour connoître la circonférence de la terre, ayant trouvé par le problême précédent, qu'un degré de cette circonférence eſt de 28 lieues pariſiennes, ſi l'on multiplie ces 28 lieues par 360, c'eſt-à-dire, par le nombre des degrés du contour de la terre, le produit donnera 10080 lieues pariſiennes pour la circonférence de la terre.

III.

Secondement, pour trouver le diametre de la terre, ou la diſtance qu'il y a d'ici à nos antipodes, on conſidérera que le diametre d'un cercle étant à ſa circonférence, comme 100 eſt à 314, ou comme 50 eſt à 157, & que la circonférence de terre ayant été trouvée de 10080 lieues pariſiennes, il n'y a qu'à multiplier ces 10080 par 50, & diviſer le produit 504000 par

157, le quotient donnera 3210 lieues pour le diametre de la terre.

IV.

Troisiemement, pour trouver en lieues quarrées la surface de la terre, il n'y a qu'à multiplier sa circonférence, qui a été trouvée de 10080 lieues, par son diametre que nous avons trouvé de 3210 lieues. Le produit donnera 32356800 lieues quarrées pour la surface de la terre.

V.

Enfin pour trouver en lieues cubiques la solidité de la terre, il n'y a qu'à multiplier sa surface qui a été trouvée de 32356800 lieues quarrées par la sixieme partie 535 de son diametre, qui a été trouvé de 3210 lieues. Le produit donnera 17310888000 lieues cubiques pour la solidité de la terre.

VI.

Parce que dans le diametre de la terre nous avons négligé les fractions, cela nous a donné sa surface un peu imparfaite, & sa solidité encore plus imparfaite. Si vous voulez trouver plus exactement cette surface & cette solidité, sans vous servir du diametre de la terre, mais seulement de sa circonférence qui a été trouvée précisément de 10080 lieues parisiennes, suivez cette méthode.

VII.

Pour trouver en premier lieu la surface de la terre, dont le contour a été trouvé de 10080 lieues, multipliez ce contour 10080 lieues par luimême, pour avoir son quarré 101606400, que vous multiplierez par 50. Vous diviserez le produit 508032000 par 157. Le quotient donnera 3235872 6 lieues quarrées pour la surface de la terre.

VIII.

Pour trouver maintenant la solidité de la terre, dont le contour a été trouvé de 10080 lieues, multipliez ce contour 10080 par lui-même, pour avoir son quarré 101606400, qu'il faudra multiplier encore par le même contour 10080, pour avoir son cybe 1024192512000. Ce nombre cubique étant multiplié par 1250, & le produit 1280240640000000 étant divisé par 73947, le quotient donnera 17312949004 lieues cubiques pour la solidité de la terre.

COROLLAIRE I.

De ce que la circonférence de la terre est de 10080 lieues parisiennes, on conclud aisément, que si la terre se meut autour de son axe d'occident en orient, en sorte que dans l'espace de 24 heures elle acheve une circonvolution, un lieu de la terre situé dans l'équateur, qui est un grand cercle, doit parcourir en une heure 420 lieues par le mouvement de la terre; parce que divisant son contour 10080 par 24, le quotient est 420. Ce même lieu en une minute de tems doit faire sept lieues, comme on le connoît en divisant 420 par 60.

COROLLAIRE II.

De ce que le diametre de la terre est de 3210 lieues, on conclud que son demi diametre, ou la distance qu'il y a de sa surface à son centre, est de

1605 lieues, comme on le connoît en prenant la moitié de 3210. D'où il est aisé de tirer cette conséquence, que si l'on pouvoit faire un puits qui pénétrât jusqu'au centre de la terre, la profondeur de ce puits seroit de 1605 lieues, ou de 3210000 toises, comme on le connoît en multipliant 1605, qui est le demi-diametre de la terre par 2000, qui est le nombre des toises d'un lieue parisienne, suivant ce qui est dit au problême VI.

COROLLAIRE III.

Sçachant que la profondeur d'un puits est de 3210000 toises, il n'est pas difficile de connoître le tems qu'un corps pesant jetté de la surface de la terre, doit employer pour aller jusqu'au fond de ce puits, que je suppose être vuide. Il suffit de sçavoir par quelque expérience bien faite, le tems que ce corps pesant employeroit à parcourir un espace connu en tombant librement dans l'air.

Supposons qu'en une minute de tems un corps pesant soit descendu de 100 toises. Pour trouver le tems qu'il doit employer à descendre dans le même milieu de 3210000 toises, multipliez ce nombre 3210000 par le quarré du tems, c'est-à-dire, de 1 minute: divisez le produit 3210000 par 100, qui est l'espace parcouru pendant 1 minute. Le quotient sera 32100, dont la racine quarrée donnera 179 minutes, qui font presque 3 heures, pour le tems que le même corps pesant doit employer à descendre jusqu'au centre de la terre.

REMARQUES.

I.

Nous remarquerons que si ce puits étoit continué jusqu'aux antipodes, ensorte que la terre fût percée à jour, le corps pesant qui y seroit jetté de la surface de la terre, ne s'arrêteroit pas tout court au centre de la terre, quoique ce soit le lieu le plus bas. Car étant parvenu au centre de la terre par un mouvement fort accéléré, il s'éloigneroit, & remonteroit vers les antipodes par un mouvement qui diminueroit peu à peu, & se détruiroit entierement proche la surface de la terre vers les antipodes, d'où il retomberoit, & reviendroit en deçà du centre de la terre vers nous. De sorte que pendant quelque tems, en faisant abstraction de la résistance de l'air, ce corps pesant continueroit à aller & à revenir par plusieurs vibrations, qui seroient à peu près d'une égale durée, quoique toujours plus petites de plus en plus, jusqu'à ce qu'enfin il s'arrêtat au centre de la terre.

II.

Tout ce que avons dit touchant les mesures de la terre, suppose qu'elle est parfaitement ronde, quoiqu'elle ne le soit pas en parlant à la rigueur, à cause de la hauteur des montagnes, qui n'est considérable qu'à l'égard de nous. Car à l'égard de la terre, c'est peu de chose, comme vous voyez dans la table suivante, que nous avons tirée du P. Kircher, & qui montre en pas geométriques la hauteur des plus considérables montagnes du monde, autant qu'on a pu en juger par la longueur de leurs ombres.

Table de la hauteur de quelques montagnes considérables de la terre.

Pelion, montagne de la Thessalie.	1250

Le mont Olympe en Thessalie	1269
Catalyrium	1680
Cyllenon	1875
Le mont Ætna, ou mont Gibel en Sicilie	4000
Les montagnes de Norvege	6000
Le Pic des Canaries	10000
Hemus, montagne de la Thrace	10000
Le mont Caucase dans les Indes	15000
Le mont Atlas dans la Mauritanie	15000
Les montagnes de la Lune	15000
Le mont Athos entre la Macedoine & la Thrace	20000
Stolp, le plus haut des monts Riphées en la Scythie	25000
Le mont Cassius	28000

Observations.

I.

On ne convient pas qu'il faille donner 28 lieues à un degré d'un grand cercle de la terre; on ne lui en donne ordinairement que 25 : mais aussi on compte la lieue commune de France de 2100 toises, ou plutôt de 2282 toises 2 pieds & près de 9 pouces; car on compte au degré d'un grand cercle 57060 toises, mesure du Châtelet de Paris. Cela supposé, il n'est point difficile de connoître que la circonférence d'un grand cercle de la terre est de 9000 lieues, en multipliant 360 par 25, ou de 20541600 toises.

On n'a point encore déterminé précisément la proportion qu'il y a entre la circonférence & le diametre d'un même cercle, on peut en approcher de plus en plus; mais dans l'usage il est bon de s'en tenir à celle qui a été enseignée par Archimede, & qui est à peu près de 22 à 7. Ainsi pour connoître le diametre d'un grand cercle de la terre dont la circonférence est de 9000 lieues, il faut multiplier 9000 par 7, & diviser le produit 63000 par 22. Le quotient 2863 lieues & $\frac{7}{11}$ de lieues sera le diametre d'un grand cercle de la terre, & le rayon par conséquent sera d'environ 1431 ou 1432 lieues.

Si l'on vouloit avoir la surface d'un grand cercle de la terre, il faudroit multiplier 4500 lieues, moitié de la circonférence de ce grand cercle par 1432, moitié du diametre de ce cercle, le produit 6444000 lieues quarrées sera la surface d'un grand cercle de la terre. Voyez le problême XLV de geométrie, tome I, p. 325.

Présentement si l'on multiplie 9000 lieues, circonference d'un grand cercle de la terre, par 2863, son diametre, il viendra au produit 25767000 lieues quarrées pour la surface du globe terrestre.

Enfin pour avoir la solidité de la terre, on multipliera 6444000 lieues, surface d'un grand cercle de la terre, par 2863 lieues, qui en est le diametre, le produit donnera 18449172000 lieues cubiques. Ensuite on prendra les deux tiers de ce produit, qui sont 12299448000 lieues cubiques, & c'est la solidité de la terre, en supposant que le degré d'un grand cercle ne contient que 25 lieues communes de France.

I I.

Le calcul, qu'on vient de faire, est fondé sur la grandeur du degré d'un méridien, que M. Picard a trouvé être de 57060 toises, lorsque dans sa mesure de la terre il a déterminé l'intervalle qui est entre le parallele d'Amiens & celui de

Malvoisine Mais M. Cassini rapporte dans la suite des mémoires de l'académie royale des sciences 1718, * que le degré d'un méridien du côté du midi, par rapport à l'observatoire, doit avoir 57097 toises. D'où il conclud que la circonférence de la terre, en la supposant sphérique, est de 2055492o toises, qui valent 8999 lieues, & son diametre de 6542840 toises, qui valent 2864 lieues, dont 25 font un degré; chacune de ces lieues est de 2284 toises de Paris.

* Premiere partie, p. 148, & 149.

Il dit aussi dans les mêmes mémoires * que la grandeur du degré d'un méridien du côté du septentrion, par rapport à l'observatoire, a été trouvée de 56960 toises. D'où l'on auroit, en multipliant ce nombre par 360, une circonférence moindre que celle qu'on vient de trouver, & par conséquent un diametre différent des précédens, en observant la proportion qui est entre la circonférence d'un cercle & son diametre. D'où il résulte vraisemblement que la terre n'a pas une figure sphérique.

* Seconde part. p. 237.

III.

Ce qu'on a dit dans les articles précédens, suppose que la terre est un corps sphérique, tel que l'a conjecturé Aristote, qui a entrepris de le prouver dans le chapitre 14 de son second livre *de cœlo*. Mais d'autres philosophes célebres ont cru que la terre avoit une figure elliptique. Quelques-uns ont pensé qu'elle étoit applatie vers les poles, & plus élevée vers l'équateur. Messieurs Huyghens & Newton ont prétendu que la terre étoit semblable à un sphéroïde, dont le plus grand diametre sous l'équateur, selon le premier, étoit au plus petit diametre d'un pole à l'autre, come 578 à 577, & selon le second, comme 230 à 229. Quelques autres philosopes au contraire ont cru que la terre étoit allongée vers les poles.

IV.

M. Cassini nous permettra de le mettre à la tête de ces derniers philosophes, puisqu'ayant trouvé que les degrés d'un méridien sont plus grands, plus ils sont près de l'équateur, & qu'ils diminuent à mesure qu'ils s'approchent du pole, il dit qu'on peut conclure que la circonférence de la terre n'est pas de figure sphérique. Pour appuyer ce sentiment, & lui donner tous les éclaircissemens possibles, il propose une ellipse, dont la propriété est telle, qu'étant divisée en degrés par des perpendiculaires élevées sur sa surface, chacun de ces degrés diminue en s'approchant des poles, & augmente en s'en écartant. Après quelques démonstrations, il trouve que supposant l'excentricité de la terre de 14400 parties, dont le rayon est 100000, c'est-à-dire, environ comme 1 à 7, cette ellipse représente assez exactement la figure d'un méridien de la terre, tel qu'il résulte des dimensions observées dans les voyages de Messieurs de l'observatoire, tant en 1700 vers le midi, qu'en 1718 vers le septentrion.

V.

La distance entre le parallele de la face méridionale de l'observatoire de Paris, & celui de Collioure, prise sur la méridienne, est de 360604 toises, & l'arc compris entre ces deux paralleles est de 6 d. 18′, 56″, 20‴. De même la distance entre le parallele de la même face de l'observatoire & celui de Dunkerque, prise sur la méridienne, est de 125454 toises, & l'arc compris entre ces deux paralleles est de 2 d. 12′ 15″ 30‴. Par conséquent la distance entre les paralleles de Collioure & de Dunkerque sur la méridienne, est de 486058 toises, & l'arc de ce méridien est de 8 d. 31′ 11″ 50‴.

V I.

Cela supposé, on trouve, selon M. Cassini, que le degré compris entre la hauteur du pole de 48 & de 49 degrés, tel qu'il est aux environs de Paris, est de 57005 toises; que dans l'étendue de la France la grandeur du degré diminue d'environ 31 toises en s'approchant du pole, & augmente à peu près de la même quantité en s'en éloignant; en sorte que le degré compris entre les paralleles de 50 & 51 degrés, est de 56944 toises 2 pieds; & le degré compris entre les paralleles de 42 & 43 degrés, est de 57192 toises & 4 pieds.

La longueur du grand axe de ce méridien elliptique sera de 6579368 toises, la distance entre les foyers de 947434 toises, & le petit axe de 6510796 toises. La difference du petit axe au grand sera de 68572 toises. Le petit axe, diametre de l'équateur, étant connu, on aura sa circonference de 20454274 toises, qui étant divisées par 360, donnent la grandeur des degrés de l'équateur, égaux entr'eux dans cette hypothese de 57817 toises, à peu près de même que le degré du méridien qui est à la distance du pole de 36 degrés. La circonférence du méridien elliptique sera de 20563100 toises, & sa difference à la circonférence de l'équateur sera de 108826 toises.

VII.

Si on divise toutes ces dimensions par 2000, on aura leur valeur en lieues telles qu'elles sont aux environs de Paris. Ainsi l'axe du méridien elliptique sera de 3289 de ces lieues, la distance entre les foyers de 474 lieues, le petit axe de 3255 lieues, & la différence du petit axe au grand de 34 lieues, la circonférence de l'équateur sera de 10227 lieues; celui d'un méridien elliptique de 10282 lieues, & leur différence d'environ 55 lieues.

VIII.

Il faut consulter les mémoires mêmes pour voir avec quelle facilité M. Cassini déduit toutes ces dimensions dans la figure elliptique qu'il suppose à un méridien. On y verra aussi comment on peut déterminer, suivant cette hypothese, la grandeur de chaque degré du méridien, le diametre, la circonférence & les degrés de chaque parallele. Toutes ces dimensions étant déterminées, il sera aisé de les employer pour la construction des globes terrestres, & pour les cartes géographiques.

IX.

Les lieues dans les provinces de France sont différentes, cependant on peut les rapporter à trois sortes. La lieue des environs de Paris est de 2000 toises: la lieue commune, dont il y a 25 au degré, sera de 2282 toises; & la lieue marine, dont il y a 20 au degré, est de 2853 toises. La toise contient 6 pieds, le pied 12 pouces, & le pouce 12 lignes.

X.

Supposant toujours la terre sphérique, jusqu'à ce que les observations de Messieurs de l'observatoire ayent été confirmées par d'autres, on s'en tiendra pour la grandeur d'un degré, à celle qui a été trouvée par M. Picard, de 57060 toises; une minute d'un tel degré contiendra 951 toises, & une seconde de cette minute aura quinze toises, 5 pieds, 1 pouce. Il ne sera point difficile, en multipliant ces nombres par les nombres naturels, de construire une table qui contienne la grandeur des minutes & secondes d'un degré d'un méridien.

XI.

On donnera ici une table où l'on a marqué les lieux par le voisinage desquels passe la méridienne de la France, qui traverse l'observatoire de Paris. On y a aussi marqué quelques villes qui n'en sont pas fort éloignées. Cette table a trois colonnes; la premiere contient les lieux dont on vient de parler; la seconde contient en toises de Paris la distance de ces différens lieux à la méridienne de l'observatoire, c'est-à-dire, la perpendiculaire menée de chacun de ces lieux à cette méridienne; enfin dans la troisieme colonne on a mis ces lettres Or. Occ. qui signifient que la méridienne passe à l'orient des lieux où l'on a marqué Or. & qu'elle passe à l'occident des lieux où l'on a marqué Occ.

XII.

Table des lieux les plus voisins de la méridienne de l'observatoire.

	Toises.	
Fort de Revers,	1206	Orientale.
Dunkerque,	1414	Or.
Saint Omer,	3011	Occidentale.

	Toiſes.	
Fiefe,	668	Occ.
Dourlens,		Occ.
Villers Bocage,	580	Occ.
Amiens,	1252	Occ.
Sourdon,	2341	Or.
Clermont,		Or.
Saint Denis,		Or.
Montmartre,	0	
Paris,	0	
L'Haï,	0	
Moulin de Villejuive,	1116	Or.
Juviſy,	1350	Or.
Boiſcommun,	1820	Or.
Orleans,	16396	Occ.
Prely,	834	Or.
Rourges,	2358	Or.
Morlac,	1176	Occ.
Saint Sauvier,	345	Occ.
Arbre de Saint Michel,	645	Occ.
Hermant,	9146	Or.
Mauriac,	382	Occ.
Marcoulés,	351	Or.
Saint Antoine,	278	Occ.
Rodés,	9528	Or.
Naucelle,	21	Occ.
Sommet du Puy de Rouet,	1247	Or.
Alby,	8316	Occ.
Chapelle de Saint Pierre,	248	Occ.
Caſtres,	3911	Occ.
Carcaſſonne,	246	Or.
Sommet de Bugarach,	1420	Or.
Perpignan,	23461	Or.
Pointe noire du Mouſſet,	5545	Occ.
Sommet du Canigou,	4664	Or.

Il est bon de remarquer qu'on a placé un pilier dans l'endroit où la perpendiculaire tirée de la tour de la cathédrale de Bourges sur la méridienne la rencontre.

XIV.

Ce qu'on a dit sur la fin du problême VI, nous donne occasion de rapporter ici la proportion du pied de roi, qui compose la toise de Paris, à différentes mesures étrangeres. Le pied de Paris se divise en douze pouces, & chaque pouce en douze lignes. Si on suppose chaque ligne divisée en dix parties, on aura les proportions de diverses mesures contenues dans la table suivante.

XV.

Rapport des mesures de divers pays.

Le pied de Paris	1440 parties.
Le pied de Bologne de	1682
Le pied de Danemarck de	1404
Le pied du Rhin ou de Leyde de	1390
Le pied de Londres de	1350
Le pied de Suede de	1316
Le pied romain du capitole de	1306
Le pied de Dantzik de	1272
Le pied d'Amsterdam de	1258
Le palme de Naples de	1169
Le palme de Genes de	1113
Le palme de Palerme de	1073
Le palme romain de	990
La brasse de Bologne de	2640
La brasse de Florence à terre de	2430
La brasse de Parme de	2423
La brasse de Plaisance de	2423
La brasse de Reggio de	1348 $\frac{1}{2}$

La brasse de Milan de	2166	parties
La brasse de Bresse de	2075	
La brasse de Mantoue de	2062	

XVI.

Table de la hauteur de quelques montagnes de France sur le niveau de la mer.

Montagnes.	*Toises.*	
Canigou,	1441	
Mousset,	1253	
Saint-Barthelemi,	1184	
La Matelote,	336	
Massane,	408	
Saint-Elme,	101	3 pieds.
Puy de Bugarach,	650	
Caroch,	348	
Tautavel,	259	
Mousset,	257	
Monredon,	201	
Montagne Noire,	284	
Saint-Barthelemi,	1195	
Rupeyroux,	407	
Plomb de Cantal,	993	
Puy Mary,	956	
Puy de Violent,	860	
Tour de la cathédrale de Rodés,	318	
Mont-Salvy,	373	
La Bastide,	432	
Mondor,	1048	
Courlande,	846	
La Coste,	856	
Lage-Chevalier,	332	
Tour de Sermur,	428	
Puy de Dome,	817	
Mont-Cassel,	96	

Cette table est extraite de la suite des mémoires de l'académie 1718. On voit que le Canigou est la plus haute de toutes ces montagnes.

PROBLEME VIII.

Connoître la quantité d'un degré d'un petit cercle proposé de la terre.

I.

AYant connu, par le probl. VII, la valeur d'un degré d'un grand cercle de la terre, il sera facile de connoître la quantité d'un degré d'un petit cercle, par exemple, d'un cercle parallele à l'équateur, qu'on appelle simplement *parallele*, pourvu que sa distance à l'équateur soit connue. Ce qui sert aux géographes pour la description des cartes chorographiques, & pour trouver la distance de deux lieux de la terre situés sous un même parallele, c'est-à-dire, également éloignés de l'équateur.

Si vous voulez sçavoir la valeur d'un degré du parallele de Paris, qui est éloigné de l'équateur d'environ 49 degrés, en supposant que la quantité d'un degré de l'équateur est de 28 lieues, tirez une ligne AB d'une longueur prise à volonté, que vous prendrez pour un degré de l'équateur; Pl. 30, fig. 118. divisez-la en 28 parties égales, dont chacune représentera une lieue. Décrivez de l'extrêmité A, par l'autre extrêmité B, l'arc de cercle BC de 49 degrés. Menez du point C, la ligne CD perpendiculaire à la ligne AB. Et comme cette ligne CD retranche de la ligne AB la partie AD d'environ 18 parties, vous conclurez qu'un degré d'un parallele éloigné de l'équateur de 49 degrés, est de 8 lieues parisiennes.

II.

Cette valeur se peut connoître plus exactement & plus facilement par la trigonométrie, en raisonnant de la sorte.

Pl. 30, fig. 117. Soit l'axe du monde AB, ensorte que A & B soient les deux poles, & ACBD l'un des deux colures. Soit l'équateur CFD, & le parallele de Paris GHI, dont le diametre GI est perpendiculaire à l'axe AB, & dont la distance CG, ou DI à l'équateur est supposée de 49 degrés, auquel cas le complément AG, ou AI, sera de 41 degrés.

Il est évident que CE étant le sinus total, le demi-diametre GK est le sinus de l'arc AG, ou du complément de la distance du parallele. Il est aussi évident que le demi-diametre CE de l'équateur, ou le sinus total, est à sa circonférence, comme le demi-diametre GK du parallele, ou le sinus du complément de la distance de ce parallele, est à sa circonférence. Par conséquent le sinus total est à un degré de l'équateur, comme le sinus du complément de la distance du parallele est à un degré de ce parallele. Et parce qu'un degré de l'équateur est connu, ayant été trouvé de 28 lieues parisiennes, on pourra connoître de combien de semblables lieues, est un degré du parallele proposé, par cette analogie,

Comme le sinus total	100000
A un degré de l'equateur	28
Ainsi le sinus du complément de la distance parallele à l'équateur	65606
A un degré de ce parallele	18

qui se trouvera d'environ 18 lieues parisiennes.

III.

Ayant ainsi connu la quantité d'un degré du parallele de Paris, on pourra connoître, si l'on veut, la circonférence entiere de ce parallele, en multipliant par 360 sa quantité trouvée 18, ou plus exactement par cette analogie,

Comme le sinus total,	100000
A la circonférence de la terre	10080
Ainsi le sinus du complément de la distance du parallele à l'équateur	
A la circonférence du parallele	6613

qui se trouvera d'environ 6613 lieues parisiennes. Ce qui fait connoître que, si la terre se meut, la ville de Paris, ou quelqu'autre point que ce soit de son parallele, fait en 24 heures 6613 lieues d'occident en orient, & par conséquent 275 lieues en une heure, & environ 4 lieues & demie en une minute de tems.

PROBLEME IX.

Trouver en lieues la distance de deux lieux proposés de la terre, dont on connoît les longitudes & les latitudes.

Il peut arriver trois cas différens dans cette question. Le premier, lorsque les deux lieux proposés étant sous le même parallele, ils ont une même latitude, mais des longitudes différentes. Le second, lorsqu'étant sous le même méridien, ils ont une même longitude, mais des latitudes différentes. Le troisieme enfin, lorsqu'étant sous divers paralleles & différens méridiens, ils ont différentes latitudes & différentes longitudes. Nous allons résoudre ces trois cas les uns après les autres, en cette sorte :

Premier cas.

Premierement, soient les deux lieux proposés sous un même parallele, comme Cologne & Maestrick, qui sont sous un parallele éloigné de l'équateur vers le septentrion de 50 d. 50'. Parce que Cologne est plus oriental que Maestrick de 6 minutes de tems, qui valent 1 d. 30' de l'équateur, ou du parallele sous lequel ces deux villes sont situées, comme on le connoît en disant: si 1 heure ou 60 minutes valent 15 degrés, combien vaudront 6 minutes ? De sorte que l'arc de ce parallele compris entre Cologne & Maestrick est de 1 d. 30', qui dans l'équateur valent 42 lieues parisiennes, à raison de 28 lieues pour un degré, comme on le connoît en disant : si 1 degré ou 60 minutes valent 28 lieues, combien vaudront 1 d. 30', ou 90 minutes? Et pour sçavoir de combien de semblables lieues doit être cet arc dans un parallele éloigné de l'équateur de 50 d. 50', ou la distance des deux lieux proposés, on se servira de cette analogie :

Comme le sinus total,	100000
A la valeur de 1 d. 30' de l'équateur	42
Ainsi le sinus du complément de la distance du parallele à l'équateur	63158
A la distance qu'on cherche	$26\frac{1}{2}$

qui se trouvera d'environ 26 lieues parisiennes & demie.

Second cas.

Secondement, soient les deux lieux proposés sous un même méridien, comme Paris, dont la latitude est de 48 d. 51′, & Amiens, dont la latitude est de 49 d. 54′. Otez de cette latitude 49 d. 54′, la latitude de Paris 48 d. 51′, qui est plus petite, pour avoir au reste 1 d. 3′, l'arc du méridien, compris entre Paris & Amiens, que l'on convertira en lieues par la regle de trois, en disant: si un degré ou 60 minutes d'un grand cercle de la terre vaut 28 lieues parisiennes, combien vaudra 1 d. 3′, ou 63 minutes? Multipliant donc 63 par 28, & divisant par 60 le produit 1764, le quotient donnera environ 29 lieues parisiennes pour la distance de Paris à Amiens.

Troisieme cas.

Enfin si les deux lieux proposés sont différens en longitude & latitude, comme Paris & Constantinople, qui est plus oriental que Paris de 29 d. 30′, & plus méridional de 7 d. 45′, on imaginera un grand cercle qui passe par ces deux villes, & l'on trouvera l'arc de ce grand cercle compris entre ces deux mêmes villes, en cette sorte.

Soit le premier méridien ABCD, & l'équateur BD également éloigné des deux poles A, C. Soit le méridien de Paris AEC, & son parallele GHI, ensorte que Paris soit en H. Soit encore le méridien de Constantinople AFC, & son parallele KLM, ensorte que Constantinople soit en L. Soit enfin HL l'arc du grand cercle NHLO, qui passe par les deux lieux proposés H, L. Pl. 31. fig. 119.

Cet arc HL se pourra connoître par la trigonométrie dans le triangle sphérique obliquangle

Pl. 31, fig. 119. HCL, dans lequel on connoît le côté HC de 41 d. 9', complément de la latitude EH de Paris, qui est de 48 d. 51', le côté CL de 48 d. 54', complément de la latitude FL de Constantinople, qui est de 41 d. 6', & l'angle compris HCL, ou la différence des longitudes BCE, BCF, des deux lieux proposés H, L, qui est de 29 d. 30'.

Pour trouver donc le côté ou la distance HL en degrés & en minutes, tirez de l'angle H, l'arc du grand cercle HP perpendiculaire au côté opposé CL, & faites ces deux analogies :

Comme le sinus total 100000000
Au sinus du complément de l'angle HCL 99396968
Ainsi la tangente du côté HC 90414585
A la tangente du segment CP 98811553

qui se trouvera de 37 d. 25', lesquels étant ôtés de la base CL, ou de 48 d. 54', il restera 11 d. 29' pour l'autre segment LP.

Comme le sinus du complément du segment CP 98999506
Au sinus du complément du segment LP 99912184
Ainsi le sinus du complément du côté HC 98767889
Au sinus du complément du côté HL 99680567

qui se trouvera de 21 d. 42', lesquels étant réduits en lieues parisiennes par la regle de trois, en disant : si un degré, ou 60 minutes d'un grand cercle de la terre, vaut 28 lieues parisiennes, combien vaudront 21 d. 42′, ou 1302 minutes? on trouvera 607 lieues parisiennes pour la distance de Paris à Constantinople.

REMARQUES.

I.

Lorsque les deux lieux proposés sont éloignés entr'eux d'une distance considérable, comme dans cet exemple, on pourra sans aucun calcul trouver presque aussi exactement cette distance en degrés & en minutes d'un grand cercle de la terre, par la projection ortographique de la sphere, comme vous allez voir.

Décrivez du centre A, avec une ouverture de compas prise à volonté, le demi cercle BCDE, qui représentera le méridien de Paris. Prenez sur ce demi-cercle l'arc BF de 48 d. 51′, qui est la latitude de Paris, pour avoir le lieu de Paris en F. Par ce point F, & par le centre A, vous menerez le rayon AF. Pl. 31, fig. 120.

Prenez sur le même demi-cercle les arcs BC, ED, chacun de 41 d. 6′, qui est la latitude de Constantinople. Tirez la ligne CD, qui représentera le parallele de Constantinople, sur lequel vous déterminerez le lieu de Constantinople, en cette sorte.

Ayant décrit autour du diametre CD le demi-cercle CGD, prenez sur sa circonférence l'arc CG de 29 d. 30′, qui est la différence des longitudes de Paris & de Constantinople. Menez du point G la ligne GH perpendiculaire au diametre CD, pour avoir en H le lieu de Constantinople. De ce point H vous menerez la ligne HI perpendiculaire à la ligne AF. L'arc FI étant mesuré donnera en degrés & en minutes la distance qu'on

Pl. 31, fig. 120. cherche, qui se trouvera d'environ 22 degrés comme auparavant.

II.

Nous avons pris la latitude BC de Constantinople dans le même hémisphere que la latitude BF de Paris à l'égard de la ligne BE, qui représente l'équateur, c'est-à-dire, depuis l'équateur BE vers le lieu de Paris F, parce que les latitudes de ces deux villes sont septentrionales. Car si l'une avoit été méridionale, comme celle de Fernambouc dans le Bresil, qui est de 7 d. 40', il auroit fallu prendre l'arc BC de 7 d. 40' vers l'autre côté, & achever le reste comme nous avons dit, ensorte que l'arc CG fût de 44 d. 15', qui est la différence des longitudes de Paris & de Fernambouc. Et parce que l'arc FI se trouve d'environ 70 degrés, si l'on réduit ces 70 degrés en lieues, en les multipliant par 28, on aura 1960 lieues parisiennes pour la distance de Paris à Fernambouc.

Pl. 32, fig. 121.

III.

Lorsque la distance des deux lieux proposés n'est pas considérable, comme celle de Lyon à Geneve, qui est plus septentrional que Lyon de 36 minutes * & plus oriental que Lyon de 6 minutes de tems, qui valent 1 d. 30' de l'équateur; la méthode précédente, quoique bonne en elle-même, pourroit ne pas bien réussir. Dans ce cas, on pourra se servir de la suivante, qui n'est pas à la vérité géométrique; mais dans une petite distance l'erreur ne sera pas sensible.

Pl. 32, fig. 122. Ayant mené la ligne AB, divisez-la en autant

* La latitude de Lyon est de 45 d. 46', celle de Geneve est de 46 d. 22.

de parties égales, & de telle grandeur qu'il vous plaira, ces parties repréſenteront des lieuës. A l'extrêmité A de cette ligne AB élevez la perpendiculaire AC, que vous ferez de 17 parties priſes ſur l'échelle AB. On fait la perpendiculaire AC de 17 parties, parce que 36 minutes, différence des latitudes de Lyon & de Geneve, réduites en lieues, font environ 17 lieues de celles dont on donne 28 à un degré d'un grand cercle de la terre. Pl. 32, fig. 122.

Après cela ajoutez enſemble les latitudes des deux lieux propoſés, ſçavoir, 45 d. 46′, & 46 d. 22′. Prenez la moitié de leur ſomme 92 d. 8′ pour avoir une latitude moyenne 46 d. 4′, à l'égard de laquelle vous trouverez, *par probl.* 8, la quantité d'un arc de 1 d. 30′, qui eſt la différence des longitudes des deux villes propoſées. Cette quantité ſe trouvera d'environ 29 lieues pariſiennes. C'eſt pourquoi vous tirerez par le point C, parallelement à la ligne AB, la droite CD de 29 parties priſes ſur l'échelle AB. Vous porterez ſur la même échelle AB, la longueur de la ligne AD, qui ſe trouvant ici d'environ 34 parties, fait connoître que de Lyon à Geneve il y a en ligne droite environ 34 lieues pariſiennes.

Parce que le triangle ACD eſt rectangle en C, & que le côté AC eſt de 17 parties, & l'autre côté CD de 29, on peut trouver par le calcul l'hypoténuſe AD, ou la diſtance qu'on cherche, en ajoutant enſemble le quarré 289 du côté AC, & le quarré 841 du côté CD, & en prenant la racine quarrée de la ſomme 1130, qui donnera preſque 34 lieues pariſiennes pour la ligne AD, qui repréſente la diſtance des deux lieux propoſés. Car le point A étant pris pour le lieu de Lyon, le point D peut être pris pour le lieu de Geneve;

& la ligne AD pour l'arc du grand cercle qui passe par ces deux villes ; parce que la ligne AC représente la différence de leurs latitudes, ou la distance de leurs paralleles, la ligne CD la différence moyenne de leurs longitudes, ou la distance moyenne de leurs méridiens, &c.

PROBLEME X.

Décrire la ligne courbe que feroit un vaisseau sur la mer en faisant sa route par un même rumb marqué dans la boussole.

Pl. 33. fig. 123. SUpposons que l'arc AB, dont le centre est C, soit un quart de la circonférence de l'équateur terrestre, en sorte que le centre C soit la représentation de l'un des deux poles du monde, & que toutes les lignes droites tirées de ce centre C, par les divisions de l'arc AB, comme CD, CE, CF, &c. représentent autant de méridiens.

Supposons encore qu'un navire parte du point A de l'équateur, dont le méridien est AC, pour aller en G, par le rumb ou vent AH, qui fasse avec le méridien AC, un angle CAH, par exemple, de 60. degrés, qu'on appelle *inclinaison de la loxodromie*. Il est évident que si le vaisseau a toujours le cap au même rumb, c'est-à-dire, qu'étant en H sous le méridien CD, il continue son chemin par le rumb ou vertical HI incliné au méridien CD du même angle de 60 degrés, en sorte que l'angle CHI soit aussi de 60 degrés ; les trois points A, H, I, ne sont pas en ligne droite. Pareillement si le même navire continue sa route depuis I, où il a la ligne CE pour méridien, en K, par le rumb IK, qui fait avec le méridien

CE, l'angle CIK aussi de 60 degrés, les trois points H, I, K, ne seront pas en ligne droite, & ainsi de suite, jusqu'en L sur le dernier méridien CB. Pl. 33. fig. 123.

D'où il est aisé de conclure que la ligne AHIKL, que le vaisseau a décrit en suivant le même vent, & qu'on appelle *ligne loxodromique*, ou simplement *loxodromie*, est une ligne courbe qui s'écarte continuellement du lieu G, où l'on s'étoit proposé d'aller, & qui imite la figure d'une ligne spirale, qui, comme vous voyez, s'approche toujours du pole C.

REMARQUES.

I.

Si l'on divise la ligne loxodromique AKL en plusieurs parties égales si petites qu'elles puissent passer pour des lignes droites, comme AH, HI, IK, &c. & que par les points de division H, I, K, &c. on fasse passer autant de paralleles, ou cercles de latitude; tous ces cercles seront également éloignés entr'eux: de sorte que les arcs des méridiens DH, MI, NK, &c. seront égaux entr'eux, aussi-bien que les arcs correspondans AD, HM, IN, &c. non pas en degrés, mais en lieues, à cause de l'égalité des triangles rectilignes rectangles ADH, HMI, INK, &c. Pl. 33. fig. 123.

Quand on sçait le tems qu'on a employé pendant un vent favorable à parcourir une loxodromie très-petite, comme AH, en suivant un même rumb, & qu'ainsi on connoît l'arc AD, qu'il est facile de réduire en lieues, en donnant 20 lieues à un degré, & qu'étant en H, on *a pris hauteur*, c'est-à-dire, qu'on a observé la hauteur du pole, Pl. 33, fig. 123. ou la latitude DH, qu'il eſt auſſi aiſé de réduire en lieues; on peut aiſément connoître le chemin qu'on fait de A juſques en H, ajoutant enſemble les quarrés des lignes AD, DH, & prenant la racine quarrée de la ſomme.

II.

Il eſt viſible que la loxodromie eſt une ligne droite, lorſque ſon angle d'inclinaiſon eſt nul, c'eſt-à-dire, lorſque le vaiſſeau navigue nord & ſud, ou ſuit le rumb nord & ſud marqué par la bouſſole, quand l'aiguille ne décline point, parce que le vaiſſeau, avançant ſelon la ligne méridienne, doit néceſſairement décrire cette ligne, qui eſt droite, puiſqu'elle eſt la commune ſection du méridien & de l'horiſon.

III.

Il arrivera la même choſe, lorſque le navire étant ſous l'équateur céleſte, ou ſous quelqu'un de ſes paralleles, met le cap à l'eſt ou à l'oueſt, c'eſt-à-dire, navigue directement à l'eſt ou à l'oueſt, enſorte que l'inclinaiſon de la loxodromie ſoit de 90 degrés, parce que le vaiſſeau décrit ou l'équateur terreſtre, ou l'un de ſes paralleles qui font avec tous les méridiens des angles droits, ou de 90 degrés.

IV.

Enfin il eſt viſible que, comme nous avons déja dit, un vaiſſeau qui navigue par un même rumb oblique, en ſorte que l'inclinaiſon de la loxodromie ſoit un angle oblique, c'eſt-à-dire, aigu, ou obtus, décrit ſur la ſurface de la mer une ligne courbe, comme AKL, pour aller de A en G, parle rumb oblique AH, parce que les méridiens terrestres CA, CD, CE, CF, &c. ne sont pas paralleles entr'eux. Car s'ils étoient paralleles, au lieu de décrire la ligne courbe AKL, qui fait avec ces méridiens des angles égaux, il décriroit la ligne droite AG, qui feroit avec ces mêmes des angles égaux. Pl. 33. fig. 123.

Cette ligne courbe AKL ressemble à celle que décriroit un corps pesant, comme une pierre qui tomberoit de la surface de la terre jusqu'à son centre, s'il est vrai que la terre se meuve autour de son axe d'occident en orient, comme vous allez voir par la description de cette ligne courbe, dans le problême suivant.

PROBLEME XI.

Représenter la ligne courbe que décriroit par le mouvement de la terre un corps pesant en tombant librement de haut en bas jusqu'au centre de la terre.

SOit A le centre de la terre, BC une partie de sa circonférence & B le lieu de la surface de la terre d'où on laisse tomber le corps pesant. Je suppose que le point B parcourt l'arc BC par le mouvement de la terre en un certain tems, en parcourant en des tems égaux les arcs égaux BD, DF, FH, HK, KC. Pl. 33. fig. 124.

Cela étant supposé, le demi-diametre de la terre AB prendra au premier tems la situation AD, & la pierre qui étoit en B, sera descendue en E; le point B étant parvenu en D. Lorsqu'au second tems ce point B sera parvenu en F, le demi-diametre AB aura pris la situation AF, & la

Pl. 35, fig. 124. pierre sera descendue en G; de sorte que la partie FG sera 4, la partie DE étant 1, par la nature des corps pesans, qui en tombant librement de haut en bas, acquierent en tems égaux des degrés égaux de vîtesse, en parcourant des espaces qui croissent comme les quarrés 1, 4, 9, 16, 25, &c. des nombres naturels 1, 2, 3, 4, 5, &c. ces espaces croissant les uns par-dessus les autres, selon les nombres impairs 1, 3, 5, 7, 9, &c. C'est pourquoi lorsqu'au troisieme tems, le point D sera parvenu en H, le demi-diametre AB aura pris la situation AH, & la pierre sera descendue en I, de sorte que la partie HI sera 9. Lorsqu'au quatrieme tems le point B sera parvenu en K, le demi-diametre AB prendra la situation AK, & la pierre sera descendue en L, de sorte que la partie KL sera 16. Enfin le point B étant parvenu au cinquieme tems en C, le demi-diametre AB aura pris la situation AC, la pierre sera descendue en A, & toute la ligne CA sera 25. Ainsi la pierre, en descendant continuellement, formera la ligne courbe BEGILA, que vous pourrez représenter en cette sorte.

Parce que la somme des cinq premiers nombres impairs 1, 3, 5, 7, 9, est le nombre quarré 25, dont la racine quarrée est 5, marquez sur la ligne droite AB indéfinie 25 parties égales d'une grandeur prise aussi à volonté depuis B jusqu'en A. De ce point A décrivez par le point B, l'arc de cercle BC d'une grandeur prise aussi à volonté. Divisez cet arc BC en cinq parties égales aux points D, F, H, K. Par ces points vous tirerez au centre A les rayons ou demi-diametres AD, AF, AH, AK, sur lesquels vous trouverez les points E, G, I, L, de la ligne courbe que vous voulez décrire, ne en prenant la partie DE d'une partie égale prise sur la ligne AB, FG de quatre parties; HI de neuf parties, & KL de seize parties, &c.

Observations.

On fera ici quelques observations qui seront de quelque utilité pour l'éclaircissement des problêmes qu'on va proposer.

L'année solaire, ou le tems que le soleil employe à parcourir l'écliptique par son mouvement propre, est de trois cens soixante-cinq jours, cinq heures & quarante-neuf minutes.

Les anciens Romains, depuis Numa Pompilius, donnoient trois cens cinquante-cinq jours à leur année; ce qui apporta par la suite des tems, du dérangement dans les saisons. L'empereur Jules César voulut remédier à ce désordre, que le calendrier de Numa avoit causé. Il ordonna que l'année se régleroit sur le mouvement du soleil; qu'on feroit trois années de suite chacune de trois cens soixante-cinq jours, & que la quatrieme seroit de trois cens soixante-six jours: c'est cette quatrieme année qui fut nommée *bissextile*.

Jesus-Christ étant venu au monde dans un tems où tout l'univers étoit soumis à l'Empire Romain, les nations furent obligées de se conformer à l'usage de cet empire dans la distribution des tems. Le calendrier Julien fut suivi de tous les peuples, mais chacun demeura libre dans l'usage de ses coutumes & de ses traditions pour le culte divin. Les Juifs ne changerent rien à leurs cérémonies, ni à leurs fêtes: mais ils les réglerent sur les divers tems qui leur convenoient de l'année Julienne, à laquelle ils assujettissoient leur année lunaire. Les chrétiens firent la même chose. Dans les premiers tems de l'église on ne convint pas facilement du jour où l'on devoit célébrer la pâque des chrétiens. Les uns vouloient que ce fût le jour où Jesus-Christ avoit été crucifié, les autres prétendoient que ce devoit être le jour de sa résurrection.

Le concile général de Nicée, tenu sous l'empire de Constantin le Grand, rendit uniforme l'usage de célébrer cette grande fête parmi les chrétiens. Il ordonna que la solemnité s'en feroit le premier dimanche d'après le quatorzieme de la lune du premier mois, ensorte néanmoins que le 14 de la lune concourant avec un dimanche, on ne célébrât la pâque que le dimanche suivant. Il déclara que ce premier mois étoit celui dont le 14 de la lune tomboit au jour de l'équinoxe du printems, ou immédiatement après. Et comme l'équinoxe répondoit en ce tems-là au 21 mars, le concile déclara que ce jour serviroit dans la suite à régler le premier mois de l'année lunaire.

Comme l'année Julienne surpasse l'astronomique d'environ 11 minutes, * cette différence s'étant multipliée tous les ans depuis le concile de Nicée, il arriva que l'équinoxe du printems ne tomboit plus au 21 mars du tems de Gregoire XIII, mais au 11 du même mois, ce qui troubloit l'église dans la célébration de la pâque.

* L'année julienne commune est de 365 jours, & la bissextile de 366. L'année astronomique de 365 jours 5 heures 49 minutes. Ces 5 heures 49 minutes font presque 6 heures, lesquelles étant prises 4 fois; font un jour en 4 ans: de-là vient que l'anné civile surpasse l'astronomique de 11 minutes.

Cette erreur obligea le pape à faire assembler des astronomes pour réformer le calendrier romain, afin de remettre l'équinoxe du printems au 21 mars, comme il étoit au tems du concile de Nicée, & d'empêcher qu'il n'arrivât dans la suite une pareille erreur. Ce fut pour cela qu'on retrancha tout d'un coup dix jours du calendrier, & que pour fixer perpétuellement l'équinoxe du printems au 21 mars, le pape ordonna que chaque centieme année pendant trois siécles, ne seroit point bissextile, & que la 400 le seroit, afin de retrancher les trois jours qui se trouvent de trop en 400 ans Juliens. Par ce moyen les périodes civiles sont à peu près conformes aux astronomiques.

PROBLEME XII.

Connoître si une année proposée est bissextile, ou de 366 jours.

1°. SI l'année proposée est une des six premieres de l'ere commune, elle n'est point bissextile, parce que les six premieres années de Jesus-Christ furent toutes de 365 jours.

2°. Si l'année proposée est entre la 7 & la 459 de l'ere commune, ôtez 7 de l'année proposée, & divisez le reste par 4. S'il ne reste rien après la division, cette année-là est bissextile; s'il reste quelque chose, ce reste marque la quatrieme année après la derniere bissextile; soit proposée par exemple, la 54^e année de l'ere commune: ôtez 7 de 54, divisez le reste 47 par 4, la division étant faite, il restera 3, qui marque que l'année 54 de l'ere commune ne fut point bissextile, mais qu'elle étoit la troisieme après la bissextile.

3°. Si l'année proposée est entre celles-ci 459 & 464, elle n'est point bissextile, parce qu'entre ces années, il y en eut 4 de suite qui ne furent point bissextiles.

4°. Si on propose une année qui soit entre la 464 de l'ere commune, & 1582, tems de la réformation du calendrier par Gregoire XIII, divisez le nombre donné par 4. La division étant faite, s'il ne reste rien, l'année est bissextile; s'il reste quelque chose, elle ne l'est pas. Soit proposée, par exemple, l'année 1509, divisez 1509 par 4, il restera 1, qui montre que l'année 1509 a été la premiere après la bissextile.

5°. Si dans la question proposée, il s'agit d'une année grégorienne, c'est-à-dire, d'une de celles qui se sont écoulées depuis 1582, jusqu'à présent, & qui s'écouleront dans la suite: la question se réduit à deux cas.

En premier lieu, si l'année proposée n'est pas une des centiemes, la pratique sera la même que la précédente, c'est-à-dire, qu'il faudra diviser le nombre donné par 4. Si après la division il ne reste rien, cette année-là est bissextile; s'il reste quelque chose, ce reste marque la quantieme année après la derniere bissextile. Soit proposée 1692, on peut rejetter les deux premiers chiffres 16; & comme 92 peut être divisé par 4 sans reste, c'est une marque que 1692 est bissextile. Soit encore proposé 1734; ayant rejetté les deux premiers chiffres 17, les autres 34 ne peuvent être exactement divisés par 4, & après la division il reste 2, qui font voir que cette année 1734 est la seconde après la derniere année bissextile 1732.

En second lieu, si l'année proposée est une des années centiemes, comme 1600, 1700, 1800, 1900, &c. il faut diviser par 400, ou, ce qui est la même chose, retrancher deux zeros, & diviser le reste par 4. Si la division est exacte, l'année est bissextile, ou de 366 jours; mais si la division ne peut se faire sans reste, l'année n'est point bissextile, mais de 365 jours. Ainsi on connoît que 1600 a été bissextile; 1700 ne l'a point été; 1800 & 1900 ne le seront point.

REMARQUES.

La réformation du calendrier faite par le pape Gregoire XIII, qui fit retrancher dix jours de l'année 1582 a fait donner le nom de *calendrier gregorien*, & de *calendrier nouveau*, au calendrier dont l'église romaine se sert à présent. On y a marqué les *calendes*, qui sont les premiers jours de chaque mois d'où il a tiré son nom, les *nones* & les *ides*, qui étoient autrefois en usage parmi les Romains.

Avant cette réformation, l'équinoxe du printems anticipoit de dix jours le 21 de mars, car il arrivoit le 11 de ce mois. On les retrancha, afin que cet équinoxe, qui regle le tems auquel les fideles doivent célébrer la fête de pâque, arrivât toujours le 21 de mars, comme il arrivoit au tems du concile de Nicée. Ce qui rend à l'année solaire un siege déterminé, c'est-à-dire, que par cette réformation, les équinoxes & les solstices sont retenus & dans les mêmes jours & dans les mêmes mois. C'est pourquoi les peuples qui n'ont pas voulu recevoir cette réformation, comptent les équinoxes & tous les autres tems de l'année dix jours plus tard que nous; il arrivera que dans la suite ils celébreront la nativité de notre Seigneur Jesus-Christ au solstice d'été, & la fête de saint Jean-Baptiste au solstice d'hyver.

PROBLEME XIII.

Trouver le nombre d'or d'une année proposée.

NOus avons dit que l'année solaire est de 365 jous 5 heures & 49 minutes; nous dirons ici que l'*annee lunaire*, ou la somme de douze révolutions de la lune par son propre mouvement sous le zodiaque est de 354 jours, 8 heures & 49 minutes. D'où l'on voit que l'année lunaire est plus courte que la solaire d'environ 11 jours. Ce qui fait que l'année lunaire finit 11 jours plutôt que l'année solaire, & par conséquent les nouvelles lunes arrivent 11 jours plutôt en une année qu'en la précédente.

Ainsi le soleil & la lune ne finissent pas toujours leurs périodes en même tems, & ils ne repassent pas dans les mêmes dispositions où ils se sont rencontrés auparavant, c'est-à-dire, les nouvelles lunes ne tombent jamais deux fois en un même jour dans l'espace de 19 ans. On doit remarquer que cette période de 19 années est plus courte qu'il ne faudroit d'environ 1 heure 27 minutes, & 32 secondes. D'où il arrive que les nouvelles lunes anticipent d'un jour dans l'espace d'environ 312 années. Ce qui a été l'une des causes de la réformation du calendrier, & qu'au lieu du nombre d'or, qui est une période de 19 années, on a inventé les épactes.

On appelle *nombre d'or* le nombre de 19 années solaires, au bout desquelles le soleil & la lune se retrouvent à peu près dans les mêmes points où ils étoient auparavant ; c'est à-dire que si la lune est nouvelle, & par conséquent en conjonction avec le soleil au premier janvier d'une certaine année, elle sera encore nouvelle au premier janvier après 19 ans accomplis. On a nommé ce nombre *nombre d'or*, parce que les Athéniens reçurent sa découverte avec tant d'applaudissement, qu'ils le firent écrire en gros caracteres d'or au milieu de la place publique. Il a été aussi appellé *cycle lunaire*, parce que c'est une période ou révolution de 19 années solaires, qui font autant de 19 années lunaires, entre lesquelles il y en a douze *communes*, ou de douze mois synodiques chacune, & sept *embolismiques*, c'est-à-dire de treize lunes chacune ; ce qui fait en tout 235 lunaisons, au bout desquelles les nouvelles lunes arrivent les mêmes jours des mêmes mois qu'auparavant.

Pour trouver le nombre d'or d'une année proposée, ajoutez 1 à cette année proposée, & divisez la somme par 19, sans avoir égard au quotient, le reste sera le nombre d'or qu'on cherche. S'il reste 0 ou 19, l'année proposée aura 19 de nombre d'or. Si vous voulez avoir le nombre d'or de l'année 1693, ajoutez 1 à 1693, & divisez la somme 1694 par 19 ; le nombre 3 qui reste après la division, est le nombre d'or de l'année 1693. De même pour trouver le nombre d'or de 1728, ajoutez 1 à 1728, & divisez la somme 1729 par 19. La division étant faite, il reste 0, qui fait voir que le nombre d'or de l'année 1728, sera 19.

On ajoute 1 au nombre de l'année proposée, parce que la premiere année de Jesus-Christ avoit 2 de nombre d'or.

S'il s'agissoit d'une année qui précédât l'époque de l'ere commune, & que ce fut, par exemple, la 25^{e}. avant Jesus-Christ; ôtez 2 de 25, divisez le reste 23 par 19; la division étant faite, il restera 4, qu'il faut ôter de 19, pour avoir le reste 5, qui sera le nombre d'or de la 25^{e} année avant Jesus-Christ.

REMARQUES.

I.

Il est évident que quand on a trouvé le nombre d'or d'une année, on peût par la seule addition avoir le nombre d'or de l'année suivante, en aujoutant 1 au nombre d'or trouvé. On peut aussi par la seule soustraction avoir le nombre d'or de l'année précédente, en ôtant 1 du même nombre d'or trouvé. Ainsi ayant trouvé 3 pour le nombre d'or de l'anné 1693, en ajoutant 1 à ce nombre trouvé 3, on a 4 pour le nombre d'or de l'année 1694, & en ôtant 1 du même nombre trouvé 3, on a 2 pour le nombre d'or de l'année 1692.

II.

Il est aussi évident qu'à toutes les années qui ont même nombre d'or, les nouvelles lunes arrivent les mêmes jours & les mêmes mois. Ainsi parce qu'en l'année 1693, qui eut 3 pour nombre d'or, la lune fut nouvelle les calendes du mois d'août, c'est à-dire le premier jour de ce mois, elle sera aussi nouvelle le premier jour du même mois aux années 1731, 1750, 1769, &c. qui auront aussi 3 pour nombre d'or.

PROBLEME XIV.

Trouver l'épacte pour une année proposée.

NOus avons dit au problême précédent, que l'année solaire surpasse l'année lunaire d'environ 11 jours. Ce qui est vrai précisément si l'on compare l'année solaire commune, qu'on appelle *année égyptienne*, qui n'est que de 365 jours, avec l'année lunaire commune, qui est de 354 jours seulement. Cette différence de 11 jours est ce qu'on appelle *épacte*, laquelle étant ajoutée à l'année lunaire commune, qui est le tems de douze lunaisons ou lunes, ou *mois synodiques*, dont chacun est de 29 jours & demi, la rend égale à l'année solaire commune.

Le *mois synodique* est le tems qui s'écoule depuis une nouvelle lune jusqu'à l'autre nouvelle lune; ce tems est, comme nous avons dit, de 29 jours & demi, ou plus rigoureusement, de 29 jours 12 heures 44 minutes. Le *mois périodique* est la révolution ou période de la lune par son mouvement propre depuis un point du zodiaque jusqu'au même point. Cette période est de 27 jours 5 heures & 44 minutes. Le mois périodique est plus court que le mois synodique de 2 jours & 7 heures, à cause que le soleil par son mouvement propre avance pendant le mois périodique d'environ 27 degrés, que la lune doit parcourir après être retournée au point où elle étoit conjointe avec le soleil, pour le pouvoir atteindre. Ce qu'elle ne fait que dans l'espace d'environ 2 jours & 7 heures, après avoir achevé sa période ou révolution dans le zodiaque.

Avant que d'enseigner la maniere de connoître l'épacte, qui dans chaque année ne commence qu'au mois de mars, nous dirons que les mois synodiques étant chacun d'environ 29 jours & demi, on les trouve marqués dans le calendrier alternativement de 29 & 30 jours; sçavoir, le premier mois de 30 jours, & le second de 29; le troisieme mois de 30 jours, & le quatrieme de 29, & ainsi de suite. Le mois de 29 jours se nomme *mois cave*, & le mois de 30 jours s'appelle *mois plein*. Lorsque l'année est bissextile, le mois de février est de 29 jours, & l'on fait en ce mois le mois périodique de 30 jours.

Le premier mois commence en Europe à la nouvelle lune de janvier. Les Juifs le commencent en septembre vers l'équinoxe, & l'église le commence à la *nouvelle lune de pâques*, qui est celle où la lune se trouve pleine après l'équinoxe du printems, ou le jour même de l'équinoxe, que l'église a fixé au 21 de mars, parce que, comme nous avons déja dit ailleurs, au tems du concile de Nicée, l'équinoxe du printems arrivoit à peu près ce jour-là.

D'où il suit que lorsque la lune se trouve pleine avant le 21 de mars, cette lunaison n'est pas le premier mois de l'année, mais le dernier de l'année précédente, & que pour être le premier, il faut que la *pleine lune*, qui est le quatorzieme jour de la lune, arrive ou le 21 de mars, ou immédiatement après le 21 de mars. Alors les Catholiques Romains célebrent pâques le dimanche qui suit immédiatement cette pleine lune, en mémoire de la glorieuse résurrection de notre Seigneur Jesus-Christ.

D'où il suit encore que toutes les lunes qui commencent depuis le 8 de mars jusqu'au 5 d'avril inclusivement, peuvent être pascales. Par conséquent la pâque ne se peut célébrer avant le 22 de mars, ni après le 25 d'avril. Ainsi pâques peut arriver plus tard de 25 jours en une année qu'en une autre. Elle se célebre le 22 de mars, lorsque la lune se trouve pleine le 21 de ce mois & que ce jour est un samedi, comme il arriva en l'année 1693. Elle se célebre le 25 d'avril, lorsque la lune se trouve pleine le 18 de ce mois, & que ce jour est un dimanche, comme il arriva en l'année 1666.

Pour trouver l'épacte d'une année proposée, il faut faire une distinction entre les années juliennes & les années grégoriennes. On appelle années grégoriennes celles qui sont écoulées depuis 1582, année où Gregoire XIII fit un retranchement de dix jours pour remédier à l'inconvénient dont on a parlé, qui est que l'équinoxe du printems tomboit au 11 de mars, au lieu de tomber au 21 du même mois, selon que l'avoit fixé le concile de Nicée. On appelle années juliennes celles qui se sont écoulées avant 1582, ou même celles qui se sont écoulées ou s'écouleront depuis à l'égard de ceux qui n'ont point reçu la réformation de Gregoire XIII.

I.

S'il s'agit d'une année julienne, cherchez par le problême précédent le nombre d'or qui convient à cette année. Multiplez ce nombre d'or par 11, qui est la différence de l'année solaire & de l'année lunaire. Divisez le produit par 30, qui est le nombre des jours d'un mois synodique. Puis négligeant le quotient de la division, n'ayez égard qu'au reste, ce sera l'épacte qu'on cherche. Qu'on propose 1489, dont on demande l'épacte, le nombre d'or de 1489 est 8. Multipliez 8 par 11, & divisez le produit 88 par 30; le reste 28 sera l'épacte de 1489. De même si on regarde 1626, comme une année julienne; c'est-à-dire, si ceux, qui n'ont point reçu la réformation de Gregoire XIII demandent l'épacte de 1726, après avoir trouvé 17, nombre d'or de 1726, il faut multiplier 17 par 11, & diviser le produit 187 par 30, le reste sera l'épacte de 1726, regardée comme année julienne.

II.

Si l'année proposée est gregorienne, après avoir multiplié le nombre d'or par 11, otez du produit le nombre des jours retranchés par la réformation de Gregoire XIII, & divisez le reste par 30; la division étant faite, on n'aura point d'égard au quotient, & ce qui restera sera l'épacte de l'année gregorienne. Depuis l'année 1582 jusqu'à l'année 1700 exclusivement, il faut ôter 10 à cause de 10 jours qu'on a retranché de 1582 dans la réformation du calendrier. Mais depuis l'année 1700 inclusivement, jusqu'à l'année 1800 exclusivement, il faut ôter 11, parce que l'année 1700 n'a point été bissextile selon la réformation, quoiqu'elle le dût être selon le calendrier julien; ainsi ce jour qu'on a retranché en 1700, & les 10 qu'on avoit retranché en 1582, font 11 jours qu'on doit ôter du produit du nombre d'or trouvé par 11, différence de l'année solaire & de la lunaire, comme il a été dit. Lorsque ce produit diminué de 10 où de 11 ne peut être divisé par 30, le reste est l'épacte même qu'on cherche.

Qu'il soit proposé de trouver l'épacte de l'année gregorienne 1693, dont le nombre d'or est 3. Multipliez 3 par 11, ôtez 10 du produit 33, le reste est 23; & comme ce nombre 23 ne peut être divisé par 30, il s'ensuit que 23 est l'épacte de 1693, suivant la remarque qu'on vient de faire. Si on demande l'épacte de l'année gregorienne 1726, ayant trouvé par le problême précédent le nombre d'or 17, multipliez 17 par 11, puis ôtant 11 du produit 187, divisez le reste 176 par 30: la division étant faite, il restera 26, qui sera l'épacte de l'année 1726.

REMARQUES.

I.

L'épacte qu'on trouve sans ôter 10, 11, &c. au produit du nombre d'or par 11, est appellée *épacte vieille*, parce qu'elle convient particulierement aux années avant la réformation du calendrier, c'est-à-dire, avant l'année 1582.

Cette épacte vieille se peut trouver sans la division, en cette sorte. Faites valoir 10 l'extrêmité d'en haut du pouce de la main gauche, 20 la jointure du milieu, & 30 ou plutôt o, ou rien l'autre extrêmité, ou la racine. Comptez le nombre d'or de l'année proposée sur le même pouce, en commençant à compter 1 à l'extrêmité, 2 à la jointure, 3 à la racine, ensuite 4 à l'extrêmité; 5 à la jointure, 6 à la racine; de même 7 à l'extrêmité; 8 à la jointure, 9 à la racine, ainsi de suite, jusqu'à ce que vous soyez parvenu au nombre d'or trouvé, auquel vous n'ajouterez rien, s'il tombe à la racine, parce que nous lui avons attribué o: mais vous y ajouterez 10 s'il tombe à l'extrêmité; & 20 s'il tombe à la jointure, parce que nous les avons fait valoir autant. La somme sera l'épacte qu'on cherche, pourvu qu'on en ôte 30, quand elle sera plus grande.

Le nombre d'or de 1486 étoit 8. En comptant 8 sur le pouce, comme on vient de dire, & commençant à compter 1 sur l'extrêmité du pouce, 2 sur la jointure, 3 sur la racine, puis 4 sur l'extrêmité, &c. on trouvera que 8 tombe sur la jointure. Ajoutez 20, qui a été attribué à la jointure au nombre d'or 8, vous aurez 28, qui est l'épacte cherchée de l'année 1489. De même si on veut sçavoir l'épacte vieille de 1726, dont le nombre d'or sera 17, commencez à compter 1 sur l'extrêmité du pouce, 2 sur la jointure, &c. jusqu'à ce que vous ayez compté 17, qui tombera sur la jointure, puis ajoutez 20 nombre attribué à la jointure au nombre d'or 17. De la somme 37 ôtez 30, il restera 7 pour l'épacte vieille de 1726.

Par le même artifice on pourra trouver l'épacte pour quelque année que ce soit du dernier siecle, pourvu que l'on fasse valoir 20 l'extrêmité du pouce, 10 la jointure, & 0, ou rien la racine, & que l'on commence à compter 1 sur la racine, 2 à la jointure, &c.

II.

Il est évident, par ce qui a été dit, que pour trouver l'épacte d'une année proposée, lorsqu'on a celle de l'année précédente, il n'y a qu'à ajouter 11 à l'épacte de cette année précédente; & que si à cette épacte trouvée on ajoute pareillement 11, ou aura l'épacte de l'année suivante, ainsi de suite. Mais on aura soin d'ôter 30 de la somme, lorsqu'elle sera plus grande, & d'ajouter 12 au lieu de 11, lorsqu'on aura 19, ou plutôt o pour nombre d'or.

Ainsi ayant trouvé 23 pour l'épacte de l'année 1693, en ajoutant 11 à cette épacte 23, la somme est 34, de laquelle ôtant 30, le reste 4 est l'épacte de l'année 1694. Si à cette épacte 4 on ajoute pareillement 11, ou aura 15 pour l'épacte de l'année 1665, & ainsi de suite.

III.

On peut encore trouver très-facilement l'épacte pour une année proposée depuis l'année 1582 jusqu'à l'année 1699 inclusivement, par le moyen de la table suivante, qui est composée de deux colonnes, dont la premiere vers la gauche contient tous les nombres d'or depuis l'unité jusqu'à 19, & la seconde vers la droite comprend autant de nombres en proportion continue arithmétique, dont l'excès est 2, en commençant par o, qui répond au premier nombre d'or 1, jusqu'à 26, qui répond au dernier nombre d'or 19.

1	0
2	2
3	4
4	6
5	8
6	10
7	12
8	14
9	16
10	18
11	20
12	22
13	24
14	26
15	28
16	30
17	32
18	34
19	36

Ayant trouvé par le problême précédent le nombre d'or d'une année proposée; par exemple, 3 pour l'année 1693, multipliez par 5 le nombre 4, qui répond à la droite dans la seconde colonne, au nombre d'or 3, qui est dans la premiere. Ajoutez au produit 20 le même nombre d'or 3. La somme 23 étoit l'épacte de l'année proposée 1693.

Il peut arriver que cette somme sera plus grande que 30. Dans ce cas il en faut ôter 30 autant de fois qu'il sera possible, & le reste sera l'épacte qu'on cherche, comme pour trouver l'épacte de l'année 1699, qui eut 9 de nombre d'or. Multipliez par 5 le nombre 16, qui se trouve dans la table précédente, vis-à-vis de ce nombre d'or 9. Ajoutant le même nombre d'or 9 au produit 80, vous aurez 89 : d'où ôtant deux fois 30, c'est-à-dire 60, le reste 29 est l'épacte qui convenoit à l'anné 1699.

IV.

On peut aussi trouver les épactes depuis 1700 inclusivement jusqu'à 1900 exclusivement par cette table dans laquelle on a exprimé les nombres d'or par des chiffres arabes, & les épactes par des chiffres romains.

Nombre d'or Epactes	10 IX	11 XX	12 I
Nombre d'or Epactes	13 XII	14 XXIII	15 IV
Nombre d'or Epactes	16 XV	17 XXVI	18 VII
Nombre d'or Epactes	19 XVIII.	1 *	2 XI
Nombre d'or Epactes	3 XXII	4 III	5 XIII
Nombre d'or Epactes	6 XXIV	7 VI	8 XVII.
Nombre d'or Epactes	9 XXVIII		

Qu'il

Qu'il soit proposé de trouver l'épacte de l'année 1726. Premierement cherchez le nombre d'or 17 de cette année 1726. Ensuite prenez dans la table précédente l'épacte XXVI, qui répond au nombre d'or 17. Ce sera l'épacte de l'année 1726.

PROBLEME XV.

Trouver l'âge de la lune en un jour donné d'une année proposée, & si elle est nouvelle.

AVant que de trouver l'âge de la lune dans un jour donné d'un mois proposé, il faut trouver la nouvelle lune de ce mois; ce qu'on va enseigner par cette méthode.

Méthode pour trouver la nouvelle lune d'un mois proposé.

On trouvera d'abord l'épacte de l'année du mois proposé: puis parmi les épactes disposées dans le calendrier du breviaire & des missels, selon l'ordre des jours du mois, cherchez celle de l'année proposée: ce sera le jour de la nouvelle-lune.

Qu'on propose, par exemple, de trouver la nouvelle lune du mois de mars 1726, dont l'épacte est XXVI, je cherche ce nombre XXVI dans les épactes marquées à coté des jours du mois de mars, je trouve que ce nombre XXVI répond au 5 de mars; ce qui me fait connoître que la lune sera nouvelle le 5 de mars de l'année proposée 1726.

Après avoir trouvé la nouvelle lune par la méthode précédente, il ne sera pas difficile de trouver l'âge de la lune d'un mois proposé, comme on le va voir dans la premiere des deux méthodes suivantes.

Premiere méthode de trouver l'âge de la lune dans un jour d'un mois proposé.

Ayant trouvé par le moyen des épactes du calendrier le jour de la nouvelle lune du mois, comme il vient d'être enseigné, comptez inclusivement combien il y a de jours depuis la nouvelle lune jusqu'au jour proposé : ce sera l'âge de la lune.

Qu'on propose de trouver quel sera l'âge de la lune le 15 avril de l'année 1724, dont l'épacte est IV. Ayant trouvé que ce nombre épactal IV répond dans le calendrier au 27 de mars, comptez combien il y a de jours depuis le 27 de mars inclusivement jusqu'au 15 d'avril : ce sera l'âge de la lune, c'est-à-dire, que le 15 d'avril sera le 20 de la lune.

Autre méthode de trouver l'âge de la lune dans un jour d'un mois proposé.

On ajoute ordinairement l'épacte de l'année, le nombre des mois écoulés depuis mars inclusivement, & le nombre des jours du mois dans lequel on est : si ce nombre est moindre que 30, il montre l'âge de la lune ; s'il est plus grand que 30, le surplus de 30 marque l'âge de la lune. Si on veut sçavoir quel fut l'âge de la lune le 18 avril de l'année 1693, dont l'épacte étoit 23 ; à cette épacte 23 ajoutez 2, nombre des mois de mars & avril, & le nombre 18 du jour proposé. De la somme 43 ôtez 30, le reste 13 étoit l'âge de la lune le 18 avril de l'année 1693.

Cette méthode s'éloigne de la vérité, comme on le peut voir en cherchant l'âge de la lune au 15 avril de l'année 1724; car au lieu de trouver 20 qui sera le vrai âge de la lune, on trouveroit 21, en ajoutant ensemble 4 d'épacte, 2 de mois, & 15 de jours de mois. C'est pourquoi il faut la rectifier par la table suivante, dans laquelle les chiffres, qui répondent au mois, montrent combien il faut ajouter de mois.

Janvier	0	Juillet	4
Février	1	Aout	5
Mars	0	Septembre	7
Avril	1	Octobre	7
Mai	2	Novembre	9
Juin	3	Décembre	9

Je veux sçavoir, par exemple, quel sera l'âge de la lune le 18 d'octobre de l'année 1726, dont l'épacte sera 26; je trouve 7 vis-à-vis octobre. J'ajoute 7 à 26, dont la somme est 33, que j'ajoute aux 18 jours du mois d'octobre. De la somme 51, je rejette 30, qui est une lunaison complette; le reste 21 marque que le 18 d'octobre de l'année 1726, la lune aura 21 jours.

REMARQUE.

Si on prétend qu'il ne faille commencer à compter l'épacte d'une année qu'au mois de mars, & qu'on veuille sçavoir l'âge de la lune au jour d'un mois qui précede le mois de mars, par exemple, le 15 de janvier de l'année 1693; au lieu de se servir de l'épacte 23, on se servira de l'épacte 12 de l'année précédente 1692. Ajoutez donc à cette épacte 12, le nombre 11 des mois inclusivement depuis le mois de mars jusqu'au mois proposé de janvier, & de plus le nombre 15 du jour donné; ôtez 30 de la somme 38 : le reste 8 est l'âge de la lune qu'on demande. Ce nombre 8 étant ôté du nombre donné 15, jour du mois, le reste 7 fait connoître que la lune étoit nouvelle le 7 du mois de janvier de l'année 1693.

Ou bien, pour trouver le jour de la nouvelle lune au mois de janvier de la même année 1693, on ajoutera à l'épacte 12 de l'année précédente 1692, le nombre 11 des mois compris inclusivement entre le mois de mars & le mois de janvier. On ôtera de 30 la somme 23. Le reste 7 fait connoître que la lune étoit nouvelle environ le 7 janvier de l'année 1693. Je dis environ, parce que par les épactes on s'éloigne quelquefois d'un jour de la nouvelle lune, comme il arrive dans cet exemple. Car les tables astronomiques font connoître que la lune doit avoir été nouvelle le 6 janvier de l'année 1693. Par conséquent elle doit avoir été pleine le 20 du même mois, comme on le connoît en ajoutant 14 au nombre trouvé 6 du jour de la nouvelle lune.

PROBLEME XVI.

Connoître s'il y a éclipse dans une nouvelle ou pleine lune.

QUoique le calcul des éclipses soit très-pénible dans l'astronomie, on pourra cependant, sans qu'il en coûte beaucoup de peine, connoître les éclipses par le moyen de la pratique suivante. Ce que nous allons dire ne sert que pour le dix-huitieme siecle, c'est-à-dire, depuis 1700 jusqu'à 1800.

I.

1°. Pour les nouvelles-lunes, comptez le nombre des lunaisons complettes, * depuis celle qui commence au 8 janvier 1701, suivant le calendrier Gregorien, jusqu'à la nouvelle lune proposée. Multipliez ce nombre de lunaisons complettes par 7361. Ajoutez 3890 à ce produit. Divisez la somme par 43200. Sans avoir égard au quotient, si ce qui reste de la division, ou la différence entre ce reste & le diviseur, est moindre que 4060, il y a éclipse de soleil.

*Voyez le problême XXXI.

Exemple d'une éclipse de soleil dans une nouvelle-lune.

On demande s'il y eut éclipse de soleil le 22 mai 1705, qui fut le jour de la nouvelle-lune. Depuis le 8 de janvier 1701 jusqu'au 22 mai 1705, il y a 54 lunaisons complettes. Multipliez ce nombre 54 par 7361, & au produit 397494 ajoutez 33890. Divisez la somme 431384 par 43200. Après la division, il restera 42584, qui est plus grand que 4068. Mais ayant retranché 42584 du diviseur 43200, il reste 616, qui est un nombre plus petit que 4060. Il y eut donc éclipse de soleil le 22 mai 1705.

II.

2°. Pour les pleines lunes, comptez le nombre des lunaisons complettes depuis celle qui commence au huitieme de janvier 1701 jusqu'à la conjonction qui précede la pleine lune proposée. Multipliez ce nombre de lunaisons complettes par 7361.

Ajoutez à ce produit 37326. Divisez la somme par le nombre 43200. Si ce qui reste après la division, ou la différence entre le reste & le diviseur est moindre que 2800, il y a éclipse de lune.

Exemple d'une éclipse de lune dans une pleine-lune.

On demande si dans la pleine lune qui arriva le 27 avril de l'année 1706, il y eut éclipse de lune. Depuis le huitieme de janvier 1701 jusqu'à la nouvelle-lune qui précéde immédiatement le 27 avril 1706, il y a 65 lunaisons complettes. Il faut donc multiplier 65 par 7361, & ajoutant 37326 au produit 478465, on aura la somme 515791, qu'il faut ensuite diviser par 43200. On trouvera que la division étant faite sans avoir égard au quotient, il restera le nombre 40591, qui est plus grand que 2800. Mais ayant retranché 40591 du diviseur 43200, on aura après la soustraction un reste 2609, plus petit que 2800. D'où l'on conclura qu'il y eut éclipse de lune dans la pleine lune du 27 avril 1706.

PROBLEME XVII.

Construire une machine qui montre les éclipses tant du soleil que de la lune, les mois, les années lunaires, & les épactes.

Pl. 34, fig. 33. CEtte machine inventée par feu M. de la Hire, est composée de trois platines rondes de cuivre ou de carton, & d'une regle ou alidade qui tourne autour d'un centre commun, comme il paroît par la figure.

Vers le bord de la platine ſupérieure, qui eſt la plus petite, il y a deux bandes circulaires, dans leſquelles on a fait de petites ouvertures, dont les extérieures marquent les nouvelles lunes & l'image du ſoleil, & les intérieures marquent les pleines lunes & l'image de la lune.

Le bord de cette platine eſt diviſé en douze mois lunaires, qui ſont chacun de 29 jours 12 heures 44 minutes, mais de telle ſorte que la fin du douzieme mois, qui fait le commencement de la ſeconde année lunaire, ſurpaſſe la premiere nouvelle lune de la quantité de 4 des 179 diviſions marquées ſur la ſeconde platine, qui eſt au milieu des deux autres.

Au bord de cette platine il y a un index attaché, dont l'un des côtés, qui en eſt la ligne de foi, fait partie d'une ligne droite qui tend au centre de la machine; cette ligne paſſe auſſi par le milieu de l'une des ouvertures exterieures, qui montre la premiere nouvelle lune de l'année lunaire. Le diametre des ouvertures eſt égal à l'étendue de quatre degrés ou environ.

Le bord de cette ſeconde platine eſt diviſé en 179 parties égales, qui ſervent pour autant d'années lunaires, dont chacune eſt de 354 jours & 9 heures ou environ. La premiere année commence au nombre 179, auquel finit la derniere.

Les années accomplies ſont marquées chacune par leurs chiffres 1, 2, 3, 4, &c. qui vont de quatre en quatre diviſions, & qui font quatre fois le tour pour achever le nombre 179, comme on le voit en la figure de cette platine. Chacune des années lunaires comprend quatre de ces diviſions, de ſorte que dans cette figure elles anticipent l'une ſur l'autre de quatre des 179 diviſions du bord.

Sur cette même platine, au-dessous des ouvertures de la premiere, il y a aux deux extrêmités d'un même diametre une espace coloré de noir, qui répond aux ouvertures extérieures, & qui marque les éclipses du soleil, & un autre espace rouge, qui répond aux ouvertures intérieures, & qui marque les éclipses de la lune. La quantité de chaque couleur qui paroît par les ouvertures, fait voir la grandeur de l'éclipse. Le milieu des deux couleurs, qui est le lieu du nœud de la lune, répond d'un côté à la division marquée 4, & $\frac{2}{3}$ de degrés de plus, & d'autre côté il répond au nombre opposé La figure de l'espace coloré se voit sur cette seconde platine, & son amplitude ou étendue marque les termes des éclipses.

La troisieme & la plus grande des platines qui est au dessous des autres, contient les jours & les mois des années communes. La division commence au premier jour de mars, afin de pouvoir ajouter un jour au mois de février, quand l'année est bissextile. Les jours de l'année sont décrits en forme de spirale, & le mois de février passe au-delà du mois de mars, à cause que l'année lunaire est plus courte que l'année solaire. De sorte que la quinzieme heure du dixieme jour de février répond au commencement du mois de mars. Mais après avoir compté le dernier jour de février, il faut rétrograder avec les deux platines supérieures dans l'état où elles se trouvent, pour reprendre le premier jour de mars.

Il y a 30 jours marqués au-devant du mois de mars, qui servent à trouver les épactes.

Il faut remarquer que les jours, comme nous les prenons ici, ne sont point accomplis suivant l'usage des astronomes, mais comme le vulgaire les compte, commençant à une minuit, & finissant à minuit du jour suivant. C'est pourquoi toutes les fois qu'il s'agit du premier jour d'un mois, ou de tout autre, nous entendons l'espace de ce jour marqué dans la division; car nous comptons ici les jours courans suivant l'usage vulgaire, comme nous venons de le dire.

Dans le milieu de la platine supérieure, on a décrit des époques qui marquent le commencement des années lunaires par rapport aux années solaires, selon le calendrier Gregorien, & pour le méridien de Paris. Le commencement de la premiere année, dont la marque doit être 0, & qui répond à la division 179, est arrivé à Paris le 29 février à 14 heures & demie de l'année 1680. La fin de la premiere année lunaire, qui est le commencement de la seconde, répond à la division marquée 1, & elle est arrivée à Paris l'an 1681, le 17 février, à 23 heures $\frac{1}{4}$, en comptant, comme nous avons dit, 24 heures de suite d'une minuit à l'autre. Et de crainte qu'il n'y eût quelque erreur en rapportant les divisions du bord de la seconde platine avec celles des époques des années lunaires qui leur correspondent, nous avons mis les mêmes nombres aux unes & aux autres.

Nous avons marqué les époques de suite de toutes les années lunaires depuis 1700 jusqu'à l'année 1750, afin que l'usage de cette machine fût plus facile pour accorder ensemble chacune des années lunaires & solaires. Quant aux autres années de notre cycle de 179 ans, il ne sera pas difficile de le rendre complet, en ajoutant 354 jours 8 heures 48 minutes, & deux tiers pour chaque année lunaire.

La regle ou alidade qui s'étend du centre de l'inſtrument juſqu'au bord de la plus grande platine, ſert à rapporter les diviſions d'une platine avec celle des deux autres. Si l'on applique cette machine à un horloge, on aura un inſtrument parfait & accompli en toutes ſes parties.

La table des époques qui eſt dreſſée pour le méridien de Paris, pourra facilement ſe réduire aux autres méridiens, ſi pour les plus orientaux que Paris on ajoute le tems de la différence des méridiens, & au contraire, ſi on l'ôte pour les lieux plus occidentaux.

Il eſt à propos de mettre la table des époques au milieu de la platine ſupérieure, afin qu'elle puiſſe être vue avec cette machine.

Epoques des années lunaires, rapportées aux années civiles pour le méridien de Paris.

Ann. Lun.	Années Civiles.		Mois.	J.	H.	M.
179.	1680.	B.	Février,	29	14	24
1.	1681.		Février,	17	23	13
2.	1682.		Février,	7	8	1
10.	1689.		Novembre,	12	6	30
20.	1699.		Juillet,	26	22	37
21.	1700.		Juillet,	16	7	26
22.	1701.		Juillet,	5	16	14
23.	1702.		Juin,	25	1	3
24.	1703.		Juin,	14	9	52
25.	1704.	B.	Juin,	2	18	40
26.	1705.		Mai,	23	3	29
27.	1706.		Mai,	12	12	17

Ann. lun.	Années civiles.		Mois.	J.	H.	M.
28.	1707.		Mai,	1	21	6
29.	1708.	B.	Avril,	20	5	55
30.	1709.		Avril,	9	14	43
31.	1710.		Mars,	20	23	32
32.	1711.		Mars,	19	8	21
33.	1712.	B.	Mars,	7	17	9
34.	1713.		Février,	25	1	58
35.	1714.		Février,	14	10	47
36.	1715.		Février,	3	19	35
37.	1716.	B.	Janvier,	24	4	24
38.	1717.		Janvier,	12	13	12
39.	1718.		Janvier,	1	22	1
40.	1718.		Décembre,	22	6	50
41.	1719.		Décembre,	11	15	38
42.	1720.	B.	Novembre,	30	0	27
43.	1721.		Novembre,	19	9	16
44.	1722.		Novembre,	8	18	4
45.	1723.		Octobre,	29	2	53
46.	1724.	B.	Octobre,	17	11	41
47.	1725.		Octobre,	6	20	30
48.	1726.		Septembre,	26	5	19
49.	1727.		Septembre,	15	14	7
50.	1728.	B.	Septembre,	3	22	55
51.	1729.		Août,	24	7	44
52.	1730.		Août,	13	16	32
53.	1731.		Août,	3	1	21
54.	1732.	B.	Juillet,	22	10	9
55.	1733.		Juillet,	11	18	58
56.	1734.		Juillet,	1	3	46
57.	1735.		Juin,	20	12	35
58.	1736.	B.	Juin,	8	21	23
59.	1737.		Mai,	29	6	12

Ann. lun.	Années civiles.		Mois	J.	H.	M.
60.	1738.		Mai,	18	15	1
61.	1739.		Mai,	7	23	49
62.	1740.	B.	Avril,	26	8	38
63.	1741.		Avril,	15	17	27
64.	1742.		Avril,	5	2	15
65.	1743.		Mars,	25	11	4
66.	1744.	B.	Mars,	13	19	53
67.	1745.		Mars,	3	4	41
68.	1746.		Février,	20	13	30
69.	1747.		Février,	9	22	18
70.	1748.	B.	Janvier,	30	7	7
71.	1749.		Janvier,	18	15	56
72.	1750.		Janvier,	8	0	44
80.	1757.		Octobre,	12	23	15
90.	1767.		Juin,	26	15	20
100.	1777.		Mars,	9	7	26
110.	1786.		Novembre,	20	23	53
120.	1796.	B.	Août,	3	15	39
130.	1806.		Avril,	17	7	45
140.	1815.		Décembre,	29	23	52
150.	1825.		Septembre,	11	15	8
160.	1835.		Mai,	26	8	4
170.	1845.		Février,	6	0	11
1.	1854.		Octobre,	20	16	17

Maniere de faire les divisions sur les platines.

Le cercle de la plus grande platine est divisé de telle façon que 368 degrés 2 minutes 42 secondes comprennent 354 jours 9 heures un peu moins, d'où il suit que ce cercle doit contenir 346 jours 15 heures, lesquels on peut prendre sans erreur sensible pour deux tiers de jour. Or pour diviser un cercle en 346 parties égales & deux tiers, réduisez le tout en tiers, qui font en cet exemple 1040 tiers, cherchez ensuite le plus grand nombre multiple de 3, qui se puisse facilement diviser par moitié, & qui soit contenu en 1040. Ce nombre se trouvera dans cette progression géométrique double, dont le premier & moindre terme est 3, comme, par exemple, 3, 6, 12, 24, 48, 96, 192, 384, 768.

Le neuvieme nombre de cette progression est celui qu'on cherche : il faut donc soustraire 768 de 1040, restera 272, & chercher combien ce nombre restant fait de degrés, minutes & secondes par la regle de trois, en disant : 1040 tiers : 360 degrés :: 272 tiers : 94 degrés 9 minutes 23 secondes.

C'est pourquoi retranchez de ce cercle un angle de 94 d. 9 m. 23 sec. & divisez le reste du cercle toujours par moitié, après avoir fait huit sousdivisions, vous parviendrez au nombre 3, qui sera l'arc d'un jour, par lequel divisant aussi l'arc de 94 d. 9 m. 23 sec. tout le cercle se trouvera divisé en 346 jours & 2 tiers : car y il aura 256 jours dans le plus grand arc, & 90 jours 2 tiers dans l'autre. Chacun de ces espaces répond à 1 d. 2 m. 18 sec. comme on voit en divisant 360 par 346, 2 tiers ; & 10 jours répondent à 10 d. 23 m. Par ce moyen on pourroit faire une table qui serviroit à diviser cette platine.

Ces jours seront ensuite distribués à chacun des mois de l'année, suivant le nombre qui leur convient, en commençant par le mois de mars, & continuant jusqu'à la quinzieme heure du dixieme de février, qui répond au commencement de mars, & le reste du mois de février passe au-delà & par-dessus.

Le cercle la seconde platine doit être divisé en 179 parties égales. Pour cet effet cherchez le plus grand nombre qui se puisse toujours diviser par moitié jusqu'à l'unité, & qui soit contenu en 179, vous trouverez 128; lequel ôté de 179 reste 51. Cherchez quelle partie de la circonférence du cercle fait ce reste par la regle de trois, en disant: 179 parties: 360 degrés:: 51 parties: 102 d. 34 m. 11 sec.

C'est pourquoi ayant retranché du cercle un arc de 102 d. 34 m. 11 sec. divisez le reste du cercle toujours par moitié, & après avoir fait sept sousdivisions, vous parviendrez à l'unité. Ainsi cette partie du cercle sera divisée en 128 parties égales; puis avec la même derniere ouverture de compas vous diviserez l'arc restant en 51 parties, & tout le cercle se trouvera divisé en 179 parties égales, dont chacune répond à 2 degrés & 40 secondes, comme il est aisé de voir en divisant 360 par 179. C'est un second moyen pour diviser cette même platine.

Enfin pour diviser le cercle de la platine supérieure, prenez le quart de sa circonférence, & ajoutez-y une des 179 parties ou divisions du bord de la platine du milieu: le compas ouvert du quart ainsi augmenté, ayant tourné quatre fois divisera ce cercle de la maniere qu'il doit être; car en sousdivisant chacun de ces quarts en trois parties égales, on aura 12 espaces pour les 12 mois lunaires, de telle sorte que la fin du douzieme mois, qui fait le commencement de la douzieme année lunaire, surpasse la premiere nouvelle-lune de 4 des 179 divisions marquées sur la platine du milieu.

Usage de cette machine.

PROBLEME XVIII.

Une année lunaire étant proposée, trouver les jours de l'année solaire qui lui répondent, dans lesquels doivent arriver les nouvelles & pleines lunes & les éclipses.

SOit proposée, par exemple, la vingt-quatrieme année lunaire de la table des époques, qui répond à la division de la platine du milieu marquée 24. Arrêtez la ligne de foi de l'index de la platine supérieure sur la division marquée 24 en la platine du milieu, où est le commencement de la vingt-cinquieme année lunaire. Et voyant par la table des époques que ce commencement tombe sur le quatorzieme jour de juin de l'année 1703 à 9 heures 52 minutes, tournez ensemble les deux platines supérieures en cet état jusqu'à ce que la ligne de foi de l'index attaché à la platine supérieure convienne avec la dixieme heure, ou environ, du quatorzieme de juin, marquée sur la platine inférieure, auquel tems arrive la premiere nouvelle lune de l'année lunaire proposée; car la ligne de foi de l'index passe par le milieu de l'ouverture de la premiere nouvelle lune de cette année lunaire.

Ensuite, sans changer la situation des trois platines, étendez depuis le centre de l'instrument un fil, ou la regle mobile, la faisant passer par le milieu de l'ouverture de la premiere pleine-lune, la ligne de foi de cette regle répondra au commencement du vingt-neuvieme jour du mois de juin à

4 heures $\frac{1}{4}$, qui eſt le tems de cette pleine lune, laquelle ſera totalement éclipſée comme il paroît par la couleur rouge qui remplit toute l'ouverture de cette pleine lune.

Nous connoîtrons par un ſemblable moyen qu'à la nouvelle lune qui doit arriver environ les trois heures du matin du quatorzieme de juillet, il y aura une éclipſe partiale du ſoleil. Si l'on pourſuit plus avant, on remarquera les éclipſes qui doivent arriver pendant le mois de décembre de la même année 1703, vers le commencement de l'année ſuivante. Mais comme la dixieme nouvelle lune paſſe au-delà du vingt-huitieme jour de février, ayant conduit l'alidade juſqu'au vingt-huitieme jour de février, faites rétrograder les deux platines ſupérieures conjointement avec l'alidade en l'état où elles ſe trouvent juſqu'à ce que la ligne de foi ſe rencontre ſur le commencement de mars, par où nous avons commencé la diviſion de l'année; d'où conduiſant la regle par toutes les ouvertures des nouvelles & pleines lunes, vous connoîtrez ſur la derniere platine le tems qu'elles doivent arriver.

Mais comme la treizieme nouvelle lune eſt la premiere de l'année ſuivante, laquelle répond au nombre 25 des diviſions de la platine du milieu, on laiſſera les deux platines inférieures en l'état où elles ſe trouvent, & on avancera celles de deſſus juſqu'à ce que la ligne de foi de ſon index convienne avec le nombre 25 de la platine du milieu, auquel point elle marquera ſur la derniere & plus grande platine le tour de la premiere nouvelle lune de la vingt-ſixieme année lunaire, ſelon l'ordre de notre époque, laquelle arrivera le

ſecond

second jour de juin à 18 heures 40 minutes de l'an 704. Ensuite conduisant la regle mobile sur le milieu des ouvertures des nouvelles & pleines lunes, elle marquera sur la derniere platine les jours qu'elles doivent arriver, aussi bien que les éclipses jusqu'à la fin de février; après quoi il faudra faire le même que pour l'année précédente, c'est-à-dire qu'après être parvenu à la fin de février, il faudra rétrograder jusqu'au premier jour de mars.

On pourroit ainsi trouver les commencemens de toutes les années lunaires, sans se servir de la table des époques: mais d'autant qu'il n'est pas possible d'ajuster si exactement les platines & l'alidade les unes sur les autres, qu'il ne se glisse quelque erreur, qui s'augmente d'année en année, la table des époques servira pour rectifier l'usage de cette machine.

En posant la ligne de foi de la regle mobile sur l'âge de la lune entre les jours des mois lunaires marqués sur le bord de la platine supérieure, on verra les jours des mois communs correspondans, & à peu près les heures sur le bord de la platine inférieure.

Il est à remarquer que les calculs de la table des époques sont faits pour les tems moyens des nouvelles lunes, qui supposent les mouvemens du soleil & de la lune toujours égaux: c'est pourquoi il se trouve quelque différence d'avec les tems apparens des nouvelles & pleines lunes, & des éclipses, telles que nous les voyons de la terre, comme elles sont marquées dans les éphémérides.

Les mouvemens propres du soleil & de la lune, aussi bien que ceux des autres planetes, nous jours 8 heures 48 minutes, & deux tiers pour chaque année lunaire.

La regle ou alidade qui s'étend du centre de l'instrument jusqu'au bord de la plus grande platine, sert à rapporter les divisions d'une platine avec celle des deux autres. Si l'on applique cette machine à un horloge, on aura un instrument parfait & accompli en toutes ses parties.

La table des époques qui est dressée pour le méridien de Paris, pourra facilement se réduire aux autres méridiens, si pour les plus orientaux que Paris on ajoute le tems de la différence des méridiens, & au contraire, si on l'ôte pour les lieux plus occidentaux.

Il est à propos de mettre la table des époques au milieu de la platine supérieure, afin qu'elle puisse être vue avec cette machine.

Epoques des années lunaires, rapportées aux années civiles pour le méridien de Paris.

Ann. Lun.	Années Civiles.		Mois.	J.	H.	M.
179.	1680.	B.	Février,	29	14	24
1.	1681.		Février,	17	23	13
2.	1682.		Février,	7	8	1
10.	1689.		Novembre,	12	6	30
20.	1699.		Juillet,	26	22	37
21.	1700.		Juillet,	16	7	26
22.	1701.		Juillet,	5	16	14
23.	1702.		Juin,	25	1	3
24.	1703.		Juin,	14	9	52
25.	1704.	B.	Juin,	2	18	40
26.	1705.		Mai,	23	3	29
27.	1706.		Mai,	12	12	17

Ann. lun.	Années civiles.		Mois.	J.	H.	M.
28.	1707.		Mai,	1	21	6
29.	1708.	B.	Avril,	20	5	55
30.	1709.		Avril,	9	14	43
31.	1710.		Mars,	20	23	32
32.	1711.		Mars,	19	8	21
33.	1712.	B.	Mars,	7	17	9
34.	1713.		Février,	25	1	58
35.	1714.		Février,	14	10	47
36.	1715.		Février,	3	19	35
37.	1716.	B.	Janvier,	24	4	24
38.	1717.		Janvier,	12	13	12
39.	1718.		Janvier,	1	22	1
40.	1718.		Décembre,	22	6	50
41.	1719.		Décembre,	11	15	38
42.	1720.	B.	Novembre,	30	0	27
43.	1721.		Novembre,	19	9	16
44.	1722.		Novembre,	8	18	4
45.	1723.		Octobre,	29	2	53
46.	1724.	B.	Octobre,	17	11	41
47.	1725.		Octobre,	6	20	30
48.	1726.		Septembre,	26	5	19
49.	1727.		Septembre,	15	14	7
50.	1728.	B.	Septembre,	3	22	55
51.	1729.		Août,	24	7	44
52.	1730.		Août,	13	16	32
53.	1731.		Août,	3	1	21
54.	1732.	B.	Juillet,	22	10	9
55.	1733.		Juillet,	11	18	58
56.	1734.		Juillet,	1	3	46
57.	1735.		Juin,	20	12	35
58.	1736.	B.	Juin,	8	21	23
59.	1737.		Mai,	29	6	12

Ann. lun.	Années civiles.		Mois	J.	H.	M.
60.	1738.		Mai,	18	15	1
61.	1739.		Mai,	7	23	49
62.	1740.	B.	Avril,	26	8	38
63.	1741.		Avril,	15	17	27
64.	1742.		Avril,	5	2	15
65.	1743.		Mars,	25	11	4
66.	1744.	B.	Mars,	13	19	53
67.	1745.		Mars,	3	4	41
68.	1746.		Février,	20	13	30
69.	1747.		Février,	9	22	18
70.	1748.	B.	Janvier,	30	7	7
71.	1749.		Janvier,	18	15	56
72.	1750.		Janvier,	8	0	44
80.	1757.		Octobre,	12	23	15
90.	1767.		Juin,	26	15	20
100.	1777.		Mars,	9	7	26
110.	1786.		Novembre,	20	23	33
120.	1796.	B.	Août,	3	15	39
130.	1806.		Avril,	17	7	45
140.	1815.		Décembre,	29	23	52
150.	1825.		Septembre,	11	15	8
160.	1835.		Mai,	26	8	4
170.	1845.		Février,	6	0	11
1.	1854.		Octobre,	20	16	17

Maniere de faire les divisions sur les platines.

Le cercle de la plus grande platine est divisé de telle façon que 368 degrés 2 minutes 42 secondes comprennent 354 jours 9 heures un peu moins, d'où il suit que ce cercle doit contenir 346 jours 15 heures, lesquels on peut prendre sans erreur sensible pour deux tiers de jour. Or pour diviser un cercle en 346 parties égales & deux tiers, réduisez le tout en tiers, qui font en cet exemple 1040 tiers, cherchez ensuite le plus grand nombre multiple de 3, qui se puisse facilement diviser par moitié, & qui soit contenu en 1040. Ce nombre se trouvera dans cette progression géométrique double, dont le premier & moindre terme est 3, comme, par exemple, 3, 6, 12, 24, 48, 96, 192, 384, 768.

Le neuvieme nombre de cette progression est celui qu'on cherche : il faut donc soustraire 768 de 1040, restera 272, & chercher combien ce nombre restant fait de degrés, minutes & secondes par la regle de trois, en disant : 1040 tiers : 360 degrés :: 272 tiers : 94 degrés 9 minutes 23 secondes.

C'est pourquoi retranchez de ce cercle un angle de 94 d. 9 m. 23 sec. & divisez le reste du cercle toujours par moitié, après avoir fait huit soufdivisions, vous parviendrez au nombre 3, qui sera l'arc d'un jour, par lequel divisant aussi l'arc de 94 d. 9 m. 23 sec. tout le cercle se trouvera divisé en 346 jours & 2 tiers : car y il aura 256 jours dans le plus grand arc, & 90 jours 2 tiers dans l'autre. Chacun de ces espaces répond à 1 d. 2 m. 18 sec. comme on voit en divisant 360 par 346, 2 tiers; & 10 jours répondent à 10 d. 23 m. Par ce moyen on pourroit faire une table qui serviroit à diviser cette platine.

Ces jours seront ensuite distribués à chacun des mois de l'année, suivant le nombre qui leur convient, en commençant par le mois de mars, & continuant jusqu'à la quinzieme heure du dixieme de février, qui répond au commencement de mars, & le reste du mois de février passe au-delà & par-dessus.

Le cercle la seconde platine doit être divisé en 179 parties égales. Pour cet effet cherchez le plus grand nombre qui se puisse toujours diviser par moitié jusqu'à l'unité, & qui soit contenu en 179, vous trouverez 128; lequel ôté de 179 reste 51. Cherchez quelle partie de la circonférence du cercle fait ce reste par la regle de trois, en disant: 179 parties: 360 degrés:: 51 parties: 102 d. 34 m. 11 sec.

C'est pourquoi ayant retranché du cercle un arc de 102 d. 34 m. 11 sec. divisez le reste du cercle toujours par moitié, & après avoir fait sept sousdivisions, vous parviendrez à l'unité. Ainsi cette partie du cercle sera divisée en 128 parties égales; puis avec la même derniere ouverture de compas vous diviserez l'arc restant en 51 parties, & tout le cercle se trouvera divisé en 179 parties égales, dont chacune répond à 2 degrés & 40 secondes, comme il est aisé de voir en divisant 360 par 179. C'est un second moyen pour diviser cette même platine.

Enfin pour diviser le cercle de la platine supérieure, prenez le quart de sa circonférence, & ajoutez-y une des 179 parties ou divisions du bord de la platine du milieu: le compas ouvert du quart ainsi augmenté, ayant tourné quatre fois divisera ce cercle de la maniere qu'il doit être; car en sousdivisant chacun de ces quarts en trois parties égales, on aura 12 espaces pour les 12 mois lunaires, de telle sorte que la fin du douzieme mois, qui fait le commencement de la douzieme année lunaire, surpasse la premiere nouvelle-lune de 4 des 179 divisions marquées sur la platine du milieu.

Usage de cette machine.

PROBLEME XVIII.

Une année lunaire étant proposée, trouver les jours de l'année solaire qui lui répondent, dans lesquels doivent arriver les nouvelles & pleines lunes & les éclipses.

SOit proposée, par exemple, la vingt-quatrieme année lunaire de la table des époques, qui répond à la division de la platine du milieu marquée 24. Arrêtez la ligne de foi de l'index de la platine supérieure sur la division marquée 24 en la platine du milieu, où est le commencement de la vingt-cinquieme année lunaire. Et voyant par la table des époques que ce commencement tombe sur le quatorzieme jour de juin de l'année 1703 à 9 heures 52 minutes, tournez ensemble les deux platines supérieures en cet état jusqu'à ce que la ligne de foi de l'index attaché à la platine supérieure convienne avec la dixieme heure, ou environ, du quatorzieme de juin, marquée sur la platine inférieure, auquel tems arrive la premiere nouvelle lune de l'année lunaire proposée; car la ligne de foi de l'index passe par le milieu de l'ouverture de la premiere nouvelle lune de cette année lunaire.

Ensuite, sans changer la situation des trois platines, étendez depuis le centre de l'instrument un fil, ou la regle mobile, la faisant passer par le milieu de l'ouverture de la premiere pleine-lune, la ligne de foi de cette regle répondra au commencement du vingt-neuvieme jour du mois de juin à

4 heures $\frac{1}{4}$, qui eſt le tems de cette pleine lune, laquelle ſera totalement éclipſée comme il paroît par la couleur rouge qui remplit toute l'ouverture de cette pleine lune.

Nous connoîtrons par un ſemblable moyen qu'à la nouvelle lune qui doit arriver environ les trois heures du matin du quatorzieme de juillet, il y aura une éclipſe partiale du ſoleil. Si l'on pourſuit plus avant, on remarquera les éclipſes qui doivent arriver pendant le mois de décembre de la même année 1703, vers le commencement de l'année ſuivante. Mais comme la dixieme nouvelle lune paſſe au-delà du vingt-huitieme jour de février, ayant conduit l'alidade juſqu'au vingt-huitieme jour de février, faites rétrograder les deux platines ſupérieures conjointement avec l'alidade en l'état où elles ſe trouvent juſqu'à ce que la ligne de foi ſe rencontre ſur le commencement de mars, par où nous avons commencé la diviſion de l'année; d'où conduiſant la regle par toutes les ouvertures des nouvelles & pleines lunes, vous connoîtrez ſur la derniere platine le tems qu'elles doivent arriver.

Mais comme la treizieme nouvelle lune eſt la premiere de l'année ſuivante, laquelle répond au nombre 25 des diviſions de la platine du milieu, on laiſſera les deux platines inférieures en l'état où elles ſe trouvent, & on avancera celles de deſſus juſqu'à ce que la ligne de foi de ſon index convienne avec le nombre 25 de la platine du milieu, auquel point elle marquera ſur la derniere & plus grande platine le tour de la premiere nouvelle lune de la vingt-ſixieme année lunaire, ſelon l'ordre de notre époque, laquelle arrivera le

ſecond

second jour de juin à 18 heures 40 minutes de l'an 704. Ensuite conduisant la regle mobile sur le milieu des ouvertures des nouvelles & pleines lunes, elle marquera sur la derniere platine les jours qu'elles doivent arriver, aussi bien que les éclipses jusqu'à la fin de février; après quoi il faudra faire le même que pour l'année précédente, c'est-à-dire qu'après être parvenu à la fin de février, il faudra rétrograder jusqu'au premier jour de mars.

On pourroit ainsi trouver les commencemens de toutes les années lunaires, sans se servir de la table des époques: mais d'autant qu'il n'est pas possible d'ajuster si exactement les platines & l'alidade les unes sur les autres, qu'il ne se glisse quelque erreur, qui s'augmente d'année en année, la table des époques servira pour rectifier l'usage de cette machine.

En posant la ligne de foi de la regle mobile sur l'âge de la lune entre les jours des mois lunaires marqués sur le bord de la platine supérieure, on verra les jours des mois communs correspondans, & à peu près les heures sur le bord de la platine inférieure.

Il est à remarquer que les calculs de la table des époques sont faits pour les tems moyens des nouvelles lunes, qui supposent les mouvemens du soleil & de la lune toujours égaux: c'est pourquoi il se trouve quelque différence d'avec les tems apparens des nouvelles & pleines lunes, & des éclipses, telles que nous les voyons de la terre, comme elles sont marquées dans les éphémérides.

Les mouvemens propres du soleil & de la lune, aussi bien que ceux des autres planetes, nous paroissent tantôt plus vîtes, tantot plus lents. Cette inégalité apparente vient en partie de ce que leurs orbites ne sont pas concentriques à la terre, & en partie de ce que les arcs égaux de l'écliptique, qui est oblique à l'équateur, ne passent pas toujours par le méridien avec des parties égales de l'équateur. Les astronomes, pour la facilité de leurs calculs, ont imaginé un mouvement qu'ils appellent moyen ou égal, supposant que les planetes décrivent en des tems égaux, des arcs égaux de leurs orbites. Le tems qu'ils appellent vrai ou apparent, est la mesure du mouvement vrai ou apparent, & le tems moyen est la mesure du moyen mouvement. Ils ont aussi inventé des regles pour réduire les tems moyens en tems vrais ou apparens (ces deux mots signifiant en cette occasion la même chose) & au contraire pour réduire les tems vrais ou apparens en tems moyens.

Voyez la connoissance des tems.

Des Epactes.

Les jours des épactes, qui sont marquées avant le mois de mars dans la platine supérieure, donnent les épactes de chaque année, qu'il faut compter du premier de mars en rétrogradant. Car après avoir fait rétrograder les deux platines supérieures depuis le dernier de février jusqu'au premier de mars, comme nous l'avons dit ci-dessus, cherchez avec la regle mobile le jour des épactes, qui répond à la nouvelle lune qui précede immédiatement le premier de mars. De cette maniere vous trouverez qu'en l'année 1704, au commencement de mars, la nouvelle lune répond à 22 jours $\frac{1}{3}$ de l'épacte.

Consultez les tables astronomiques de M. de la

Hire, & le traité de la construction & des principaux usages des instrumens de mathématique par le sieur Bion.

PROBLEME XIX.

Trouver la lettre dominicale, & le cycle solaire d'une année proposée.

On appelle *cycle solaire* une révolution perpétuelle de 28 années. Pour bien entendre la nature & l'origine de ce cycle, il faut faire les remarques suivantes.

1. On a disposé dans le calendrier les sept premieres lettres de l'alphabet ABCDEFG, en sorte que A réponde au premier janvier, B au 2, C au 3, D au 4, E au 5, F au 6, G au 7, A au 8, B au 9, & ainsi de suite par plusieurs révolutions de sept. Les sept jours de la semaine, qu'on nomme aussi féries, sont représentés par ces sept premieres lettres.

2. Parce que dans une année de 365 jours il y a 52 semaines & un jour, & que ce jour de reste est le premier d'une 53^e^ révolution, une année commune de 365 jours doit commencer & finir par un même jour de la semaine.

3. Dans cette disposition, une même lettre de l'alphabet répond toujours à une même férie de la semaine pendant le cours d'une année commune de 365 jours.

4. Ces lettres servant toutes alternativement à marquer le dimanche dans une suite de plusieurs années, sont pour cela appellées *lettres dominicales*.

5. Il suit de-là que si une année commence par un dimanche, elle finira aussi par un dimanche;

ainſi le premier Janvier de l'année ſuivante ſera un lundi, qui répondra à la lettre A, & le ſeptieme ſera un dimanche, qui répondra à la lettre G. Cette lettre G ſera la lettre dominicale de cette année-là. Par la même raiſon l'année d'après aura F pour lettre dominicale. Celle qui ſuivra aura E, & ainſi de ſuite, en circulant dans un ordre rétrograde de celui de l'alphabet. C'eſt de cette circulation des lettres qu'eſt venu le nom de *cycle ſolaire*, parce que le dimanche chez les payens étoit appellé *dies ſolis*, jour du ſoleil.

6. S'il n'y avoit point d'années biſſextiles à ajouter, tous les différens changemens de lettres dominicales ſe feroient dans l'eſpace de 7 ans. Mais cet ordre eſt interrompu par les années biſſextiles, dans leſquelles le 24 février répond à deux différentes féries de la ſemaine. Ainſi la lettre F, qui auroit marqué un ſamedi dans une année commune, marquera un ſamedi & un dimanche dans une année biſſextile: ou ſi elle eût marqué un dimanche dans une année commune, elle marqueroit un dimanche & un lundi dans une année biſſextile, &c. D'où il ſuit que la lettre dominicale change dans cette année, & que celle qui marquoit un dimanche dans le commencement de l'année, marquera un lundi après l'addition du biſſextile. On voit par-là la raiſon pour quoi on donne deux lettres dominicales à chaque année biſſextile, l'une qui ſert depuis le premier janvier juſqu'au 24 février, & l'autre depuis le 24 février juſqu'à la fin de l'année. De ſorte que la deuxieme lettre dominicale ſeroit naturellement celle de l'année ſuivante, ſi on n'y avoit point ajouté de biſſextile.

7. Enfin toutes les variétés poſſibles qui arri-

vent aux lettres dominicales, tant dans les années communes que dans les bissextiles, se font dans l'espace de 4 fois 7, qui font 28 ans. Car après sept bissextes, le même ordre des lettres dominicales revient & circule comme auparavant. C'est cette révolution de 28 ans qu'on appelle *cycle solaire*, ou *cycle de la lettre dominicale*.

Ce cycle a été inventé pour connoître facilement les dimanches d'une année proposée, en connoissant la lettre dominicale de cette année.

I.

Pour trouver la *lettre dominicale* d'une année proposée depuis Jesus-Christ, selon le calendrier nouveau, ajoutez au nombre de l'année proposée sa quatrieme partie, ou sa plus prochainement moindre, si ce nombre ne se peut exactement diviser par 4. Otez 5 de la somme pour le siecle 1600, 6 pour le siecle suivant 1700, 7 pour le siecle 1800, & 8 pour les siecles 1900, 2000, parce que les années 1700, 1800, 1900, ne seront point bissextiles; 9 pour le siecle 2100, 10 pour le siecle 2200, & 11 pour les siecles 2300 & 2400, parce que les trois années 2100, 2200, 2300, ne seront point bissextiles; & ainsi de suite. Divisez le reste par 7; & sans avoir égard au quotient, le reste de la division vous fera connoître la lettre dominicale qu'on cherche, en la comptant depuis la derniere G vers la premiere A. De sorte que s'il ne reste rien, la lettre dominicale sera A; s'il reste 1, la lettre dominicale sera G; s'il reste 2, la lettre dominicale sera F, & ainsi des autres.

Ainsi pour trouver la lettre dominicale de l'année 1693, ajoutez à ce nombre 1693 sa quatrieme partie 423. Après avoir ôté 5 de la somme 2116, divisez le reste 211 par 7. Puis sans avoir égard au quotient 301, le reste 4 fait connoître qu'en l'année 1693 on eut D pour lettre dominicale, puisqu'elle est la quatrieme, en commençant à compter depuis la derniere lettre G, par un ordre rétrogade. Voyez la table qui est sur la fin du problême XXII. Elle servira à trouver avec facilité la lettre dominicale pour quelque année que ce soit depuis Jesus-Christ, sans aucun calcul.

Observez que pour avoir sûrement par cette pratique la lettre dominicale d'une année bissextile, il faut d'abord trouver la lettre dominicale de l'année qui la précede, puis prendre la lettre précédente, qui servira jusqu'au 24 février de l'année bissextile, ensuite la lettre qui précede, pour la faire servir le reste de l'année.

Si je veux trouver la lettre dominicale de 1724, je cherche d'abord celle de 1723, en lui ajoutant sa quatrieme partie prochainement moindre 430, ôtant 6 de leur somme 2153, & divisant le reste 2147 par 7. Sans avoir égard au quotient, le reste 5 après la division me fait voir que la lettre dominicale de cette année 1723 est C, qui est la cinquieme des 7 premieres lettres de l'alphabet, en les comptant par ordre rétrograde. Connoissant que C est la lettre dominicale de 1723, il sera aisé de connoître que B doit être la lettre dominicale de l'année suivante 1724. Mais comme 1724 est bissextile, B ne servira que jusqu'au 24 février, & on prendra A qui précede B, pour le faire servir depuis le 24 février jusqu'à la fin de l'année. D'où l'on voit que B & A sont les deux lettres dominicales de l'année bissextile 1724.

II.

Pour trouver le *cycle solaire* d'une année proposée, ajoutez 9 à l'année proposée, & divisez la somme par 28; s'il ne reste rien, 28 est le nombre du cycle solaire; s'il reste quelque chose, ce reste est le nombre qu'on cherche. Si on demande, par exemple, quel étoit le cycle solaire de 1693, ajoutez 9 à 1693. Divisez la somme 1702 par 28; & sans avoir égard au quotient 60, le reste de la division vous fera connoître que le cycle solaire pour cette année 1693 est 22.

REMARQUES.

I.

Il est évident que quand on a une fois connu le nombre du cycle solaire pour une année depuis Jesus-Christ, on a, en ajoutant 1 à ce nombre, le cycle solaire de l'année suivante, & qu'en ôtant 1 du même nombre, on a le cycle solaire de l'année précédente. Ainsi ayant trouvé 22 pour le cycle solaire de l'année 1693, ajoutant 1 à 22, on a 23 pour le cycle solaire de l'année suivante 1694, & ôtant 1 du même nombre 22, on a 21 pour le cycle solaire de l'année précédente 1692.

II.

Il est évident aussi que quand on a une fois la lettre dominicale d'une année depuis Jesus-Christ, on a facilement la lettre dominicale pour l'année suivante, ou pour la précédente. On prendra pour cette lettre dominicale la lettre qui suit dans l'ordre de l'alphabet, pour l'année précédente; & réciproquement pour l'année suivante,

O iv

on prendra la lettre précédente qui servira pour toute l'année, si cette année n'est pas bissextile; mais si elle est bissextile, cette lettre ne servira que jusqu'au 24 de février; & la lettre qui précédera en l'ordre de l'alphabet, servira pour le reste de l'année, parce que l'année bissextile ayant un jour de plus que la commune, a deux lettres dominicales.

Ainsi ayant connu que la lettre dominicale de l'année 1693 est D, on connoîtra que la lettre dominicale de l'année suivante 1694 est C, & que l'année précédente 1692, qui étoit bissextile, avoit ces deux lettres dominicales F, E, dont la premiere F ayant servi jusqu'au 24 de février, l'autre lettre E a servi le reste de l'année.

III.

On peut sans division trouver immédiatement le cycle solaire d'une année proposée depuis Jesus-Christ, par le moyen de la table suivante, qui est composée de deux colonnes, dont celle qui est à gauche contient les années de Jesus-Christ depuis 1 jusqu'à 10, & depuis 10 jusqu'à 100, de dixaine en dixaine; depuis 100 jusqu'à 1000, de centaine en centaine; depuis 1000 jusqu'à 9000, de mille en mille. Il est facile de la continuer à l'infini, si l'on sçait la maniere de mettre dans la colonne qui est à droite, vis-à-vis de ces années, les nombres du cycle solaire; ce qui se fait ainsi.

Ayant mis vis-à-vis des dix premieres années, les mêmes nombres pour les cycles solaires de ces mêmes années, & aussi 20 pour le cycle solaire de la 20^{e} année, au lieu de mettre 30 pour le cycle solaire de la 30^{e} année, mettez seulement 2, qui est l'excès de 30 sur 28, ou sur la période du cyle ſolaire : pour la 40e année, qui eſt la ſomme des années 10 & 30, mettez la ſomme 12

1	1	100	16
2	2	200	4
3	3	300	20
4	4	400	8
5	5	500	24
6	6	600	12
7	7	700	0
8	8	800	16
9	9	900	4
10	10	1000	20
20	20	2000	12
30	2	3000	4
40	12	4000	24
50	22	5000	16
60	4	6000	8
70	14	7000	0
80	24	8000	20
90	6	9000	12

des cycles ſolaires 10 & 2, qui conviennent à ces années, & ainſi des autres, en ôtant toujours 28 de la ſomme des cycles ſolaires, quand elle ſera plus grande. Voilà pour la conſtruction de la table; venons maintenant à ſon uſage.

IV.

Premierement, ſi l'année propoſée, dont on cherche le cycle ſolaire, ſe trouve dans la table précédente, on aura ce cycle ſolaire, en ajoutant 9 au nombre qui lui répond dans la colonne qui eſt à droite. Ainsi ajoutant 9 au nombre 12, qui répond à l'année 2000 dans la table précédente, on a 21 pour cycle solaire de l'année proposée.

V.

Mais si l'année donnée ne se trouve pas exactement dans la table précédente, on la divisera en plusieurs années qui s'y puissent trouver. On ajoutera ensemble tous les nombres qui se trouveront dans la colonne à droite vis-à-vis de ces années qui sont à gauche. La somme de tous ces nombres étant augmentée de 9 donnera le cycle solaire de l'année proposée, pourvu qu'on ôte 28 de cette somme autant de fois qu'il sera possible, quand elle sera plus grande.

Comme pour trouver le cycle solaire de l'année 1693, on réduira ce nombre d'années 1693 en ces autres quatre 1000, 600, 90, 3, ausquels répondent dans la table précédente ces quatre nombres 20, 12, 6, 3, dont la somme 41 étant augmentée de 9, donne cette seconde somme 50; d'où ôtant 28, il restera 22 pour le nombre du cycle solaire de l'année 1693.

VI.

On ajoute 9 à la somme de tous ces nombres, parce que le cycle solaire avant la premiere année de Jesus-Christ étoit 9. Par conséquent ce cycle avoit commencé dix ans avant la naissance de Jesus-Christ; ce qu'on peut connoître en cette sorte.

Sçachant par tradition, ou autrement, le cycle solaire d'une année, par exemple, que 22 est le cycle solaire de l'année 1693, ôtez 22 de 1693. Divisez le reste 1671 par 28. Enfin ôtez de 28 le reste 19 de la division. Le nombre restant 9 est le cycle solaire avant la premiere année de Jesus-Christ.

VII.

On pourra de la même façon construire une table propre pour connoître le nombre d'or d'une année proposée, avec cette différence, qu'au lieu d'ôter 28, il faut ôter 19, parce que la période de ce cycle est 19; & qu'au lieu d'ajouter 9, il faut ajouter seulement 1, parce que le nombre d'or avant la premiere année de Jesus-Christ étoit 1. Par conséquent ce cycle avoit commencé deux ans avant la naissance de Jesus-Christ, c'est-à-dire, que la premiere année de Jesus-Christ avoit 2 de nombre d'or, &c.

VIII.

On peut encore trouver la lettre dominicale d'une année proposée d'une autre maniere que celle que nous venons de donner. Cette lettre dominicale étant trouvée servira à faire connoître la lettre qui convient à chaque jour de la même année, comme vous allez voir.

Divisez le nombre des jours qui se sont écoulés inclusivement depuis le premier de janvier jusqu'au jour proposé, qui doit être un dimanche, quand on veut trouver la lettre dominicale de l'année: autrement on trouvera seulement la lettre qui convient au jour proposé. Divisez, dis-je, ce nombre de jours par 7; s'il ne reste rien de la division, la lettre qu'on cherche sera G; s'il reste quelque chose, ce nombre restant fera connoître le nombre de la lettre qu'on demande, en la comptant selon l'ordre de l'alphabet depuis la premiere lettre A.

Ainsi pour connoître la lettre qui convient au 26 d'avril de l'année 1693, en divisant par 7 le nombre 116 des jours compris inclusivement entre le 1 de janvier & le 26 d'avril, le reste de la division est 4, qui fait connoître que la quatrieme lettre D convient au jour proposé, lequel étant un dimanche, on conclut que la lettre dominicale de l'année 1693 est D.

PROBLEME XX.

Trouver à quel jour de la semaine tombe un jour donné d'une année proposée.

NOus avons déja dit que les jours de la semaine sont appellés *féries*, & nous dirons ici que la premier férie est le dimanche, que la seconde férie est le lundi, que la troisieme est le mardi, & ainsi de suite jusqu'au samedi, qui est la septieme férie, & qui a été appellé *samedi*, ou *jour du sabat*, c'est-à-dire, jour du repos, parce que c'est ce jour-là que Dieu se reposa dans la création du monde.

Pour trouver en quelle férie tombe un jour proposé de quelque année depuis Jesus-Christ, ajoutez au nombre donné des années sa quatrieme partie, ou sa plus proche, qui soit moindre, quand il n'en a pas une juste. Ajoutez encore à la somme le nombre des jours compris inclusivement entre le 1 de février & le jour proposé. Vous aurez une seconde somme, de laquelle il faut ôter 12, & diviser le reste par 7. Le nombre qui restera après la division, sera le nombre de la férie qu'on cherche, sçavoir, dimanche, s'il reste 1; lundi, s'il reste 2; mardi, s'il reste 3,

& ainsi de suite; s'il ne reste rien, le jour proposé sera un samedi.

Ainsi pour sçavoir à quel jour de la semaine tomboit, par exemple, le 27 d'avril de l'année 1693, ajoutez à 1693 sa quatrieme partie 423, & de plus 117, nombre des jours qui se sont écoulés depuis le premier de janvier jusqu'au 27 d'avril inclusivement. Ayant ôté 12 de la somme 2233, divisez le reste 2221 par 7, & sans avoir égard au quotient 317, le reste 2 après la division fait connoître que le 27 d'avril de l'année 1693 étoit la seconde férie, c'est-à-dire un lundi.

REMARQUES.

I.

Cette méthode suppose que l'on suit le calendrier nouveau; car en suivant le calendrier julien, au lieu d'ôter 12 de la somme, il ne faut ôter que 2, sçavoir, 10 de moins, à cause des dix jours qui ont été retranchés en 1582. Ainsi avant cette année 1582, il ne faut ôter que 2 de la somme, & achever le reste, comme il a été dit. Mais il faut ôter 13 de la même somme, à présent que nous sommes dans le dix-huitieme siecle, parce qu'en l'année 1700 on a omis un jour en ne la faisant point bissextile, comme elle auroit dû l'être selon le calendrier julien. Voyez le probl. XXII.

II.

Nous remarquerons que les noms des jours de la semaine viennent des idolâtres, qui ont marqué chaque jour de la semaine par le nom particulier d'une planete. Néanmoins au lieu de dire *jour du soleil*, nous disons *dimanche*, mot qui vient du latin *dies dominica*, c'est-à-dire, *jour du seigneur*, parce que Jesus-Christ voulut ressusciter un tel jour ; & au lieu de dire *jour de Saturne*, nous disons *samedi*, c'est-à-dire, *jour du sabat*, ou *jour du repos*, parce que, comme nous avons déja dit auparavant, Dieu se reposa le septieme jour dans la création du monde.

PROBLEME XXI.

Trouver la fête de pâques, & les autres fêtes mobiles en une année proposée.

I.

NOus avons remarqué au problême XIV que la pâque se peut célébrer depuis le 22 de mars, lorsque la lune étant nouvelle le 8 mars, son 14^{e} jour tombe au 21 de mars, & que ce jour est un samedi, jusqu'au 25 d'avril inclusivement, lorsque la lune étant nouvelle le 5 d'avril, le 14^{e} jour tombe au 18 de ce mois, & que ce jour est un dimanche. Car dans ce cas, on remet à célébrer la pâque au dimanche suivant, c'est-à-dire, sept jours après, pour ne la pas célébrer avec les Juifs. Cela ayant été ainsi arrêté par les conciles, & sur-tout par celui de Nicée, qui a été tenu au commencement du quatrieme siecle en la présence du grand Constantin. Ainsi vous voyez que le commencement de la lune paschale est entre le huitieme de mars & le cinquieme d'avril inclusivement.

I I.

Nous avons dit aussi au même probl. XIV, qu'on appelle *épactes* les 11 jours par lesquels l'année solaire surpasse l'année lunaire. Ce qui a fait donner le même nom d'épactes à ces trente nombres qui sont placés vis-à-vis des jours de chaque mois dans le calendrier nouveau, par un ordre rétrograde. Les épactes qui sont depuis XIX jusqu'à XXIX inclusivement, sont appellées *épactes embolismiques*, parce qu'en leur ajoutant XI, qui est la véritable épacte, la somme surpasse une lune complette, c'est-à-dire 30, & qu'ainsi il y a treize lunes pleines dans les années où ces épactes embolismiques servent d'épactes.

Ces trente épactes ainsi disposées dans le calendrier gregorien, servent à faire connoître les jours ausquels la lune se trouve nouvelle dans toute une année. Ainsi l'épacte 23 de l'année 1693 répondant dans le calendrier gregorien au 8 de janvier, au 6 de février, au 8 de mars, au 6 d'avril, au 6 de mai, au 4 de juin, au 4 de juillet, au 2 d'août, au 1 & au 30 de septembre, au 30 d'octobre, au 28 de novembre, & au 28 de décembre, fait connoître que les nouvelles lunes ecclésiastiques arrivent ces mêmes jours.

III.

Cela étant supposé, connoissant la lettre dominicale & l'épacte d'une année, on trouvera le jour de pâques de cette maniere. Cherchez dans un calendrier, par le moyen de l'épacte, le jour de la nouvelle lune paschale. Comptez 14 jours inclusivement depuis cette nouvelle lune. La fête de pâques arrivera immédiatement le dimanche d'après le quatorzieme de la lune. Ce dimanche sera facile à trouver par le moyen de la lettre dominicale.

Si vous voulez connoître par le calendrier nouveau le jour auquel on doit célébrer pâques en une année proposée, par exemple, en l'année 1693, dont l'épacte est 23, cherchez cette épacte 23 dans le calendrier, entre le 8 de mars & le 5 avril inclusivement. Vous trouverez qu'elle répond au 8 de mars, qui fut par conséquent le premier jour de la lune paschale. Si vous comptez ensuite 14 jours, en commençant à compter 1 sur 8, 2 sur 9, & ainsi de suite, vous tomberez au 21 du même mois, qui sera par conséquent le jour de la pleine lune paschale. Et comme ce jour étoit un samedi, le dimanche suivant, sçavoir le 22 de mars, fut le jour de pâques en l'année 1693.

Pareillement pour connoître par le moyen du même calendrier le jour auquel on célébra la fête de pâques en l'année 1666, dont l'épacte est 24, cherchez cette épacte 24 dans le calendrier grégorien entre le 8 de mars & le 5 d'avril inclusivement. Ayant trouvé qu'elle répond au 5 d'avril, qui fut par conséquent le premier jour de la lune paschale, comptez 14 jours depuis ce 5, en commençant à compter 1 sur 5, & vous arriverez au 18 d'avril, qui se rencontrant un dimanche, comme on le voit par le problême XX, le dimanche suivant, sçavoir le 25 d'avril, fut le jour de pâques en l'année 1666. Ainsi des autres.

IV.

On peut prendre pour regle dans cette recherche ces deux vers latins.

Post martis nonas ubi sit nova luna require:
Tertia lux domini proxima pascha dabit.

On

Ou bien ces deux vers françois :

De mars après le 7 cherchez lune nouvelle,
Trois dimanches comptez, le 3 pâques s'appelle.

C'est-à dire, qu'il faut chercher dans le calendrier en quel jour tombe le premier jour de la nouvelle-lune d'après le 7 de mars, & compter depuis ce jour-là inclusivement trois dimanches, le troisieme dimanche sera le jour de pâques. Je dis inclusivement, parce que si cette nouvelle-lune tomboit en un jour de dimanche, la fête de pâques arriveroit le troisieme dimanche inclusivement, c'est-à-dire, y compris celui où tomberoit la nouvelle-lune pascale.

V.

Mais comme l'on n'a pas toujours un calendrier entre les mains, on pourra se servir de la table suivante, qui est composée de 9 colonnes de haut en bas. La premiere vers la gauche contient les sept lettres dominicales suivant l'ordre de l'alphabet. La derniere à droite comprend les mois & les jours des mêmes mois, ausquels se doit célébrer la pâque aux années qui ont les mêmes lettres dominicales que l'on voit écrites dans la premiere colonne, & les mêmes épactes que l'on voit marquées par ordre dans les sept autres colonnes d'entre-deux.

Ainsi vous voyez que pour connoître par le moyen de cette table le jour auquel on doit célébrer la fête de pâques en une année proposée depuis Jesus-Christ, on doit sçavoir l'épacte de cette année par le problême XIV, & aussi la lettre dominicale par le problême XIX. Car vis-à-vis de cette lettre dominicale, & de cette épacte, *Table pour trouver la Fête de Pâques.*

	23	22	21	20	19			26 Mars.
	18	17	16	15	14	13	12	2 Avril.
A	11	10	9	8	7	6	5	9 Avril.
	4	3	2	1	*	29	8	16 Avril.
	27	26	25	24				23 Avril.
	23	22	21	20	19	18		7 Mars.
	17	16	15	14	13	12	11	3 Avril.
B	10	9	8	7	6	5	4	10 Avril.
	3	2	1	*	29	28	27	17 Avril.
	26	25	24					24 Avril.
	23	22	21	20	19	18	17	28 Mars.
	16	15	14	13	12	11	10	4 Avril.
C	9	8	7	6	5	4	3	11 Avril.
	2	1*	29	28	27	26	25	18 Avril.
	25	24						25 Avril.
	23							22 Mars.
	22	21	20	19	18	17	16	29 Mars.
D	15	14	13	12	11	10	9	5 Avril.
	8	7	6	5	4	3	2	12 Avril.
	1*	29	28	27	26	25	24	19 Avril.
	23	22						23 Mars.
	21	20	19	18	17	16	15	30 Mars.*
E	14	13	12	11	10	9	8	6 Avril.
	7	6	5	4	3	2	1	13 Avril.
	*	29	28	27	26	25	24	20 Avril.
	23	22	21					24 Mars.
	20	19	18	17	16	15	14	31 Mars.
F	13	12	11	10	9	8	7	7 Avril.
	6	5	4	3	2	1	*	14 Avril.
	29	28	27	26	25	24		21 Avril.
	23	22	21	20				25 Mars.
	19	18	17	16	15	14	13	1 Avril.
G	12	11	10	9	8	7	6	8 Avril.
	5	4	3	2	1	*	9	15 Avril.
	28	27	26	25	24			22 Avril.

on trouvera dans la derniere colonne le jour de la fête de pâques, qui regle toutes les autres fêtes mobiles. Comme pour connoître le jour de pâques en l'année 1693, dont la lettre dominicale étoit D, & l'épacte 23, on trouvera vis-à-vis de cette épacte 23, & de cette lettre dominicale D, que le jour de pâques fut le 22 mars. Pareillement pour connoître le jour de pâques en l'année 1666, dont la lettre dominicale étoit C, & l'épacte 24, on trouvera vis-à-vis de l'épacte 24, & de la lettre dominicale C, le 25 d'avril pour le jour de pâques qu'on cherche.

VI.

Le jour de la pleine lune pascale, qu'on nomme *terme de pâques*, étant connu, le jour de pâques est aisé à connoître, comme vous avez vu. Mais on le peut trouver encore autrement sans table & sans calendrier, en cherchant le terme de pâques, en cette sorte.

Si l'épacte nouvelle de l'année proposée n'excede pas 23, ôtez-la de 44. Le reste donnera le jour de mars pour le terme de pâques, si ce reste ne surpasse pas 31; car s'il excede 31, le surplus donnera le jour d'avril pour le terme de pâques. Mais si l'épacte courante est plus grande que 23, ôtez-la de 43, ou seulement de 42 quand elle sera 24 ou 25, le reste donnera le jour d'avril pour le terme de pâques.

Ainsi pour avoir le terme de pâques en l'année 1693, dont l'épacte étoit 23, ôtez 23 de 44; le reste donne le 21 de mars pour le terme de pâques. De même pour trouver le terme de pâques en l'année 1666, dont l'épacte étoit 24, ôtant 24 de 24, on aura le 18 d'avril pour le terme de pâques. Ainsi des autres.

VII.

Puisque la fête de pâques regle toutes les autres fêtes mobiles, il sera facile de connoître les jours ausquels ces fêtes se doivent célébrer, ayant une fois connu le jour de pâques. Car le lundi après le cinquieme dimanche, c'est-à-dire, 35 jours après pâques, viennent les *rogations*, après lesquelles, sçavoir, le jeudi suivant, suit immédiatement l'*ascension* de notre Seigneur Jesus-Christ, le 40e jour après pâques. Dix jours après, ou le 50e jour après pâques, on célebre la fête de la *pentecôte*. Le dimanche suivant, sçavoir, 56 jours après pâques, on célebre la fête de la *sainte-trinité*. Et le jeudi suivant, ou 11 jours après la pentecôte, c'est-à-dire, 60 jours après pâques, arrive la *fête-Dieu*.

Le neuvieme dimanche avant pâques est la *septuagesime*, qui est éloignée de pâques de 63 jours. Le dimanche suivant, ou le huitieme dimanche avant pâques, est la *sexagesime*, qui est éloignée de pâques de 56 jours. Le dimanche suivant, ou le septieme dimanche avant pâques, est la *quinquagesime*, qui est éloignée de pâques de 49 jours. Enfin le mercredi suivant, qui est éloigné de pâques de 46 jours, est le *jour des cendres*.

Pour le dimanche de l'*avent*, qui ne dépend point de pâques, c'est celui qui arrive ou le 30 de novembre, fête de saint André, ou le dimanche qui est le plus proche de cette fête; ce qui est facile à connoître par la lettre dominicale.

L'église appelle *quadragesime* le premier dimanche du carême: *reminiscere* le second dimanche du carême: *oculi* le troisieme dimanche du carême: *lætare* le quatrieme dimanche du carême: *judica* le dimanche de la passion, qui est le cinquieme dimanche du carême: & *hosanna* le dimanche des rameaux, qui est le sixieme dimanche de carême, ou le premier dimanche avant pâques.

Elle appelle *quasimodo* le premier dimanche après pâques: *misericordia* le second dimanche après pâques: *jubilate* le troisieme dimanche après pâques: *cantate* le quatrieme dimanche après pâques: & *vocem jucunditatis* le cinquieme dimanche après pâques, ou le dimanche avant les rogations.

VIII.

On pourra trouver le nombre des dimanches entre la pentecôte & le premier dimanche de l'avent par cette méthode. Comptez combien de fois la lettre dominicale se trouve entre les deux termes exclusivement. E, par exemple, qui sera la lettre dominicale de l'année 1727, est contenu 27 fois entre le 11 mai, jour de la pentecôte, & le 30 novembre, jour du premier dimanche de l'avent. Ce qui montre qu'il y aura 27 dimanches entre la pentecôte & le premier dimanche de l'avent. Il ne peut y en avoir plus de 28, ni moins de 23. Il n'y a dans le breviaire des offices que pour 24 dimanches après la pentecôte.

IX.

On pourra aussi trouver combien il y aura de dimanches entre l'épiphanie & la septuagesime, en comptant combien de fois la lettre dominicale se trouve entre le 14 janvier, qui est l'octave de l'épiphanie, & la septuagesime. Il ne peut y en avoir plus de six; mais il peut y en avoir moins.

Il y a des offices dans le breviaire pour six dimanches après l'épiphanie.

X.

Enfin les *quatre-tems* se trouvent par le moyen de ce petit vers :

Post Pent. Cru. Luc. Cin. sunt tempora quatuor anni.

dont le sens est tel. Les quatre-tems arrivent le mercredi d'après la pentecôte, le mercredi d'après l'exaltation de la sainte croix en septembre, le mercredi d'après la fête de sainte Luce en décembre, & le mercredi d'après les cendres.

REMARQUES.

Nous avons dit que le breviaire ne contenoit des offices que pour 24 dimanches après la pentecôte, & cependant on a vu qu'il pouvoit y avoir 28 dimanches entre la pentecôte & l'avent. Il s'agit donc de trouver l'office qu'on doit faire dans les dimanches qui sont au-dessous ou au-dessus des 24 après la pentecôte. C'est ce que nous allons enseigner dans les remarques suivantes.

L'église s'est fait une loi dans les rubriques de faire toujours tomber l'office du vingt-quatrieme dimanche sur le dernier d'après la pentecôte, afin que l'année ecclésiastique commençât & finît par un même évangile. C'est pour cela que

1°. Si le dernier dimanche étoit le vingt-troisieme après la pentecôte, il faudroit, pour satisfaire à la rubrique, anticiper l'office du vingt-troisieme dimanche dès le samedi précédent, ou quelqu'autre jour qui ne seroit point empêché dans la même semaine, ou du moins en faire mémoire, si tous les jours de la semaine étoient remplis de fêtes, afin que l'office du vingt-quatrieme dimanche tombât sur le dernier d'après la pentecôte.

2°. S'il y avoit plus de 24 dimanches entre la pentecôte & le premier dimanche de l'avent, il faudroit encore transporter l'office du vingt-quatrieme au dernier dimanche. Pour ce qui est des autres dimanches qui sont entre le 23 & le dernier, comme ils n'ont point d'office affecté dans le breviaire, la rubrique de l'église demande qu'on fasse alors l'office des dimanches qui sont restés après l'épiphanie, c'est-à-dire, que lorsqu'il n'y a pas six dimanches entre l'octave des rois & la septuagesime, ceux dont on n'a pas fait l'office entre les rois & la septuagesime, sont remis pour en faire l'office entre le 23 & le dernier dimanche après la pentecôte.

L'année 1727, par exemple, qui aura 27 dimanches après la pentecôte, n'en aura point entre l'octave des rois, qui est le 14 janvier, & la septuagesime, qui arrive le 20 du même mois. Il y a donc 5 offices de dimanches, qu'on ne peut célébrer en leurs jours. Ainsi il faudroit les transporter entre le 23 & le dernier dimanche après la pentecôte, s'il y avoit place. Mais comme il n'y a que 3 dimanches entre le 23 & le 27 d'après la pentecôte, on n'y peut transporter que les 3 derniers dimanches d'après les rois. Les offices des deux autres dimanches se font l'un le samedi de devant l'octave des rois, l'autre dans la premiere férie d'après l'octave.

PROBLEME XXII.

Trouver par quel jour de la ſemaine commence chaque mois de l'année.

I.

Ce problême ſe peut aiſément réſoudre par le moyen de la table ſuivante, en cherchant à la tête la lettre dominicale de l'année propoſée, par exemple D, pour l'année 1693. Car au-deſſous de cette lettre D, on trouve que janvier

Table pour trouver le commencement de

	A	B	C	D	E	E	G
Janvier	Dim.	Samedi	Vendr.	Jeudi	Mercr.	Mardi	Lundi
Février	Mercr.	Mardi	Lundi	Dim.	Samedi	Vendr.	Jeudi
Mars	Mercr.	Mardi	Lundi	Dim.	Samedi	Vendr.	Jeudi
Avril	Samedi	Vendr.	Jeudi	Mercr.	Mardi	Lundi	Dim.
Mai	Lundi	Dim.	Samedi	Vendr.	Jeudi	Mercr.	Mardi
Juin	Jeudi	Mercr.	Mardi	Lundi	Dim.	Samedi	Vendr.
Juillet	Samedi	Vendr.	Jeudi	Mercr.	Mardi	Lundi	Dim.
Août	Mardi	Lundi	Dim.	Samedi	Vendr.	Jeudi	Mercr.
Septembre	Vendr.	Jeudi	Mercr.	Mardi	Lundi	Dim.	Samedi
Octobre	Dim.	Samedi	Vendr.	Jeudi	Mercr.	Mardi	Luudi
Novembre	Mercr.	Mardi	Lundi	Dim.	Samedi	Vendr.	Jeudi
Décembre	Vendr.	Jeudi	Mercr.	Mardi	Lundi	Dim.	Samedi

commence par un jeudi, février par un dimanche, mars auſſi par un dimanche, avril par un mercredi, mai par un vendredi, juin par un lundi, juillet par un mercredi, août par un ſamedi, ſeptembre par un mardi, octobre par un jeudi, novembre par un dimanche, & décembre par un mardi.

Lorsque l'année est bissextile, on fait usage de ses deux lettres dominicales. On se sert de la premiere pour les deux premiers mois, janvier, février; & de la seconde pour les dix autres mois.

II.

Mais quand on connoît * la lettre dominicale d'une année proposée, il est aisé de trouver par quel jour de la semaine commence tel mois qu'on proposera de cette année, sans avoir la peine de recourir au calendrier ou à la table précédente. Ces deux vers françois serviront de regle:

*Probl. XIX.

1 2 3 4 5 6
Au Dieu De Gloire Bien Espere
7 8 9 10 11 12.
Grand Cœur, Faveur Aime De Faire.

Les six mots du premier vers répondent aux six premiers mois de l'année, sçavoir janvier, février, mars, avril, mai, juin. Les six autres mois; sçavoir, juillet, août, septembre, octobre, novembre, décembre, répondent aux six mots du second vers. Chaque lettre capitale de ces 12 mots est celle du premier jour de chaque mois. Je veux dire que A capitale du premier mot, marque le premier jour de janvier; D capitale du second mot, marque le premier jour de février; D capitale du troisieme mot, marque le premier jour de mars, & ainsi des autres.

Si donc je sçais qu'en une année proposée, comme en 1723, la lettre dominicale est C, & que je veuille sçavoir par quel jour de la semaine le mois de mars commencera; je considere que le mois de mars est le troisieme mois de l'année qui répond au mot *De*. D'où je conclus que le D, qui marque le premier de mars, étant la seconde lettre après C, suivant l'ordre de l'alphabet, le premier de mars de l'année 1723 sera un lundi.

De même si dans la même année je veux sçavoir par quel jour de la semaine commencera le mois de mai, je considere que mai étant le cinquieme mois, répond au mot *bien*, dont la premiere lettre B marque le premier jour de mai; & comme B précede la lettre C, dominicale de 1723, je dis que le mois de mai commencera par un samedi en l'année 1723.

Observez que la lettre du premier jour de chaque mois se trouve aussi les 8, 15, 22 & 29 du même mois. Au lieu des vers françois on peut prendre pour regle les deux vers latins qui suivent:

Astra Dabit Dominus, Gratisque Beabit Egenos,
Grata Cristicolæ Feret Aurea Dona Fideli.

PROPOSITION XXIII.

Trouver à quel jour du mois arrive un jour donné de la semaine en une année proposée.

CE problême se peut aussi aisément résoudre par le moyen de la table suivante, qui montre les jours du mois ausquels se rencontre chaque jour de la semaine, lorsque le commencement du mois arrive un certain jour de la semaine. Ce qu'on peut connoître par le problême précédent; après quoi on achevera le reste en cette sorte.

Table pour trouver à quel jour du mois arrive un jour proposé d'une semaine.

DIMANCHE.					
Dimanc.	1	8	15	22	29
Lundi	2	9	16	23	30
Mardi	3	10	17	24	31
Mercredi	4	11	18	25	
Jeudi	5	12	19	26	
Vendredi	6	13	20	27	
Samedi	7	14	21	28	

MERCREDI.					
Mercredi	1	8	15	22	29
Jeudi	2	9	16	23	30
Vendredi	3	10	17	24	31
Samedi	4	11	18	25	
Dimanc.	5	12	19	26	
Lundi	6	13	20	27	
Mardi	7	14	21	28	

LUNDI.					
Lundi	1	8	15	22	29
Mardi	2	9	16	23	30
Mercredi	3	10	17	24	31
Jeudi	4	11	18	25	
Vendredi	5	12	19	26	
Samedi	6	13	20	27	
Dimanc.	7	14	21	28	

JEUDI.					
Jeudi	1	8	15	22	29
Vendredi	2	9	16	23	30
Samedi	3	10	17	24	31
Dimanc.	4	11	18	25	
Lundi	5	12	19	26	
Mardi	6	13	20	27	
Mercredi	7	14	21	28	

MARDI.					
Mardi	1	8	15	22	29
Mercredi	2	9	16	23	30
Jeudi	3	10	17	24	31
Vendredi	4	11	18	25	
Samedi	5	12	19	26	
Dimanc.	6	13	20	27	
Lundi	7	14	21	28	

VENDREDI.					
Vendredi	1	8	15	22	29
Samedi	2	9	16	23	30
Dimanc.	3	10	17	24	31
Lundi	4	11	18	25	
Mardi	5	12	19	26	
Mercredi	6	13	20	27	
Jeudi	7	14	21	28	

SAMEDI					
Samedi	1	8	15	22	29
Dim.	2	9	16	23	30
Lundi	3	10	17	24	31
Mardi	4	11	18	25	
Mercredi	5	12	19	26	
Jeudi	6	13	20	27	
Vendredi	7	14	21	28	

Pour ſçavoir, par exemple, quel quantieme du mois de mai de l'année 1693 arriva le lundi; ayant trouvé par le problême précédent, que le mois de mai commença en cette année 1693 par un vendredi, je cherche dans la table précédente le lundi à la colonne de la main gauche ſous le vendredi qui eſt écrit en lettres capitales. Je trouve vis-à-vis à la droite ces quatre nombres 4, 11, 18, 25, qui ſignifient que le lundi arriva en l'année 1693 le 4, 11, 18 & 25 jour du mois de mai. On connoîtra de la même façon que le dimanche arrive le 3, 10, 17, 24 & 31 jour du mois de mai de la même année 1693. Ainſi des autres.

Pareillement pour ſçavoir quels quantiemes du mois d'avril de l'année 1692 arriva le lundi, ſçachant par le problême précédent que le mois d'avril commença un mardi en l'année 1692, je cherche dans la table précédente ſous mardi, qui eſt écrit en lettres capitales, le lundi à la gauche. Je trouve vis-à-vis à la droite ces quatre nombres 7, 14, 21, 28, qui font connoître qu'en l'année 1692 le lundi arriva le 7, 14, 21 & 28 jour du mois d'avril. On connoîtra de la même façon, que le jeudi arriva le 3, 10, 17 & 24, en laissant 31, parce que le mois d'avril n'a que 30 jours.

REMARQUES.

I.

On peut aussi, par le moyen de la table précédente, & du problême précédent, résoudre le problême XX, c'est-à dire, trouver à quelle férie, ou à quel jour de la semaine tombe un jour proposé de quelque mois que ce soit, & pour quelque année que ce soit depuis Jesus-Christ, comme vous allez voir.

Le château de Namur se rendit au roi le 30 juin 1692, & l'on veut sçavoir à quel jour de la semaine cela arriva. Ayant connu par le problême précédent que le mois de juin commença par un dimanche, je cherche le nombre 30 dans la table précédente sous dimanche en lettres capitales, & je trouve dans la premiere colonne vers la gauche, que le 30 de juin répond à un lundi, & qu'ainsi c'est un lundi que le château de Namur capitula.

II.

Puisque nous avons donné une table pour trouver à quel jour du mois arrive un jour proposé de la semaine, ou réciproquement à quel jour de la semaine tombe un jour proposé du mois, & une autre table pour connoître à quel jour de la semaine commence chaque mois d'une année propoſée depuis Jeſus-Chriſt, & que cela dépend de la lettre dominicale, dont nous avons enſeigné l'invention au problême XIX, nous donnerons auſſi une table pour trouver autrement & plus facilement la même lettre dominicale à perpétuité, ſelon le calendrier nouveau.

Cette table, que vous avez dans les deux pages ſuivantes, a été diviſée, pour une plus grande commodité, en deux parties. La premiere ſert à connoître la lettre dominicale, ſelon le calendrier grégorien, depuis la naiſſance de Notre-Seigneur juſqu'à la fin de ce ſiecle 1600. L'autre partie ſert à connoître la même lettre dominicale pour les ſiecles qui ſuivent, 1700, 1800, 1900, & ainſi de ſuite juſqu'au ſiecle qui ſuit 2700. Il eſt facile de continuer cette table à l'infini.

Cette ſéparation a été faite pour la diſtinction des dernieres années des ſiecles qui ne ſont pas biſſextiles ſelon le calendrier grégorien; ſçavoir, 1700, 1800, 1900, 2100, 2200, 2300, 2500, 2600, 2700, comme elles le devroient être, ſelon le calendrier julien. Ce qui fait qu'à ces années on n'a pas ajouté en deſſous une double lettre dominicale, comme nous avons fait aux années 1600, 2000, 2400, qui ſont biſſextiles; & pareillement aux années 1628, 1656, 1684; ſçavoir, les deux lettres BA, parce que ces années ſont auſſi biſſextiles, & pareillement les deux lettres FG aux années biſſextiles, 1732 1760, 1788, &c.

Table des lettres dominicales pour chaque année, depuis la naissance de Notre-Seigneur jusqu'à l'année 1700.

				0 700 1400	100 800 1500	200 900 1600	300 1000	400 1100	500 1200	600 1300
0	28	56	84	G F	A G	B A	C B	D C	E D	F E
1	29	57	85	E	F	G	A	B	C	D
2	30	58	86	D	E	F	G	A	B	C
3	31	59	87	C	D	E	F	G	A	B
4	32	60	88	B A	C B	D C	E D	F E	G F	A G
5	33	61	89	G	A	B	C	D	E	F
6	34	62	90	F	G	A	B	C	D	E
7	35	63	91	E	F	G	A	B	C	D
8	36	64	92	D C	E D	F E	G F	A G	B A	C B
9	37	65	93	B	C	D	E	F	G	A
10	38	66	94	A	B	C	D	E	F	G
11	39	67	95	G	A	B	C	D	E	F
12	40	68	96	F E	G F	A G	B A	C B	D C	E D
13	41	69	97	D	E	F	G	A	B	C
14	42	70	98	C	D	E	F	G	A	B
15	43	71	99	B	C	D	E	F	G	A
16	44	72		A G	B A	C B	D C	E D	F E	G F
17	45	73		F	G	A	B	C	D	E
18	46	74		E	F	G	A	B	C	D
19	47	75		D	E	F	G	A	B	C
20	48	76		C B	D C	E D	F E	G F	A G	B A
21	49	77		A	B	C	D	E	F	G
22	50	78		G	A	B	C	D	E	F
23	51	79		F	G	A	B	C	D	E
24	52	80		E D	F E	G F	A G	B A	C B	D C
25	53	81		G	D	E	F	G	A	B
26	54	82		B	C	D	E	F	G	A
27	55	83		A	B	C	D	E	F	G

Suite de la Table des lettres dominicales jusqu'à l'année 2800.

				1600 2000 2400	1700 2100 2500	1800 2200 2600	1900 2300 2700
0	28	56	84	B A	C	E	G
1	29	57	85	G	B	D	F
2	30	58	86	F	A	C	E
3	31	59	87	E	G	B	D
4	32	60	88	D C	F E	A G	C B
5	33	61	89	B	D	F	A
6	34	62	90	A	C	E	G
7	35	63	91	G	B	D	F
8	36	64	92	F E	A G	C B	E D
9	37	65	93	D	F	A	C
10	38	66	94	C	E	G	B
11	39	67	95	B	D	F	A
12	40	68	96	A G	C B	E D	G F
13	41	69	97	F	A	C	E
14	42	70	98	E	G	B	D
15	43	71	99	D	F	A	C
16	44	72		C B	E D	G F	B A
17	45	73		A	C	E	G
18	46	74		G	B	D	F
19	47	75		F	A	C	E
20	48	76		E D	G F	B A	D C
21	49	77		C	E	G	B
22	50	78		B	D	F	A
23	51	79		A	C	E	G
24	52	80		G F	B A	D C	F E
25	53	81		E	G	B	D
26	54	82		D	F	A	C
27	55	83		C	E	G	B

Pour

Pour connoître par le moyen de cette table la lettre dominicale d'une année proposée depuis Jesus-Christ, par exemple, de l'année 1693, cherchez dans la table l'année 1600, & à côté vers la gauche le reste des années, 93; vis-à-vis des deux vous trouverez D pour la lettre dominicale de l'année 1693. Ainsi des autres.

PROBLEME XXIV.

Trouver le nombre de l'indiction romaine pour une année proposée.

Les Grecs comptoient autrefois leurs années par *olympiades*, qui est une révolution de quatre années, au bout de laquelle ils célébroient des jeux qu'ils appelloient *olympiques*, parce qu'ils furent autrefois institués par Hercule proche la ville d'Olympe en Arcadie. Mais depuis que Rome eut soumis la Grece à sa domination, on ne compta plus par olympiade, mais par *indiction*, qui contient trois lustres, ou quinze années.

Ainsi l'indiction est un espace de quinze années, au bout duquel on commence de nouveau à compter, par une circulation continuelle. Cette période de quinze années a été appellée *indiction*, parce que, selon quelques auteurs, elle servoit aux Romains à indiquer l'année qu'il falloit payer la taille ou le tribut à la république; ce qui lui fit donner le nom d'*indiction romaine*; on l'appelle aussi *indiction pontificale*, pour les raisons que nous allons dire.

La cour de Rome compte encore par indiction; elle s'en sert dans ses bulles & dans toutes ses expéditions. Cette période a une origine fort auguste parmi les chrétiens, puisqu'elle a pour époque la paix & le triomphe de l'église. L'empereur Constantin s'étant rendu le protecteur de la religion chrétienne, fit publier un édit l'an 312 de l'ere commune, par lequel il permettoit aux chrétiens de faire profession ouverte de leur foi; il fit même arborer la croix de Jesus-Christ, comme la défense du peuple romain & de tout l'empire. Ce prince fit assembler à Nicée en Bitinie le premier concile général l'an 325, où l'hérésie d'Arius fut condamnée. Ce concile dura trois ans, & fut terminé en 328; de sorte que vers la fin de l'année 312 de Jesus-Christ, l'église se vit à l'abri de la persécution, & quinze ans après, sçavoir au commencement de l'année 328, elle se vit victorieuse de l'hérésie d'Arius, ennemie de la divinité de Jesus-Christ.

Les chrétiens regarderent cette durée de 15 années comme un tems précieux, & consacré en faveur de la religion. Pour conserver à la postérité la mémoire de ce tems favorable où l'église triompha de la persécution & de l'hérésie, ils voulurent que dans la suite on mesurât le tems par des périodes de 15 années, que l'on a appellées cycles d'indiction. L'église romaine a mis l'époque de la premiere année des cycles d'indiction au commencement du mois de janvier, la 313[e] année de l'ere commune, afin de commencer l'année d'indiction avec l'année solaire, quoique, selon l'institution de Constantin, confirmée par ses successeurs, l'époque de ce cycle eût été fixée d'abord au mois de septembre de l'année 312 de Jesus-Christ.

Ce fut l'empereur Justinien qui rendit tout-à-fait public cet usage de compter par indiction, lorsqu'il ordonna par un édit qu'on inséreroit les années d'indiction dans les actes publics.

L'indiction pontificale ayant été fixée en l'année 313, il suit que l'an 312 avoit 15 d'indiction, & divisant 312 par 15, il reste 12. Ce reste fait connoître que la douzieme année de Jesus-Christ avoit 15 d'indiction. Par conséquent ce cycle commenceroit trois ans avant la naissance de Jesus-Christ, ou avant l'ere commune.

C'est pourquoi pour trouver le nombre de l'indiction romaine, ou pontificale, qui répond à une année proposée, ajoutez 3 à l'année proposée. Divisez la somme par 15; ce qui restera après la division, sans avoir égard au quotient, sera le nombre de l'indiction cherchée.

Qu'il soit proposé, par exemple, de trouver le nombre de l'indiction romaine qui répond à l'année 1693, ajoutez 3 à 1693, & divisez la somme 1696 par 15; le reste 1 est le nombre de l'indiction de l'année 1693. De même, pour trouver l'indiction de l'année 1700, on ajoutera 3 à 1700, on divisera la somme 1703 par 15; le reste de la division donnera 8 pour le nombre de l'indiction que l'on cherche. Ainsi des autres.

PROBLEME XXV.

Trouver le nombre de la période julienne pour une année proposée.

QUoique l'indiction romaine n'ait aucune connexion avec les mouvemens célestes, néammoins on ne laisse pas de comparer cette révolution de 17 années avec la période du cycle lunaire de 28 années, & la période du nombre d'or de 19 années; en multipliant ensemble ces trois cycles 15, 28, 19, pour avoir en leur produit solide cette fameuse période de 7980 ans. On l'appelle *période julienne*, parce que c'est *Jules Scaliger* qui en a parlé le premier. Les chronologistes modernes l'ont introduite, pour y rapporter toute la différence des tems qui sont marqués par quelque événement dans les histoires. Car ce nombre 7980 contient toutes les combinaisons des trois cycles précédens; de sorte que les mêmes nombres de chaque cycle, qui pris ensemble se rencontrent dans une même année, ne peuvent plus se rencontrer ensemble dans une autre année pendant l'espace de 7980 ans. Je m'explique par un exemple tiré de l'année 1693, où l'on eut 1 d'indiction, 22 de cycle solaire, & 3 de cycle lunaire, & je dis que dans aucune autre année de la période julienne, l'on n'a point eu, & l'on n'aura pas 1 d'indiction, 22 de cycle solaire, & trois de cycle lunaire.

Il sera facile de trouver le nombre de cette période de 7980 ans pour une année proposée depuis Jesus-Christ, si l'on sçait une fois son commencement, c'est-à-dire, le tems qu'elle doit avoir commencé avant la premiere année de Jesus-Christ, & même avant la création du monde; car, comme cette période est grande, sa premiere année, ou le nombre de chacun des 3 cycles dont elle est composée, qui auroit été 1, devance de plusieurs années, nonseulement l'époque des chrétiens, mais encore le terme que l'écriture sainte attribue à la création du monde. Voici donc la maniere de trouver le commencement de cette grande période.

Premiere Méthode.

1°. Parce qu'en la premiere année de Jesus-Christ on eut 4 d'indiction, 10 de cycle solaire, & 1 de cycle lunaire, ou de nombre d'or, multipliez

6916	4845	4200
Indiction 4.	*Cycle sol.* 10.	*Cycle lun.* 2.
27664	48450	8400
		48450
4714		27664
1692		
6406		84514 (10
		7980
		4714

le nombre 4 de l'indiction par 6916, le nombre 10 du cycle solaire par 4845, & le nombre 2 du cycle lunaire par 4200. Ajoutez ensemble les trois produits 27664, 48450, 8400. Divisez leur somme 84514 par 7980, qui est la période julienne; & négligeant le quotient 10, le reste 4714 de la division, fait connoître que le commencement de la période julienne est de 4714 années avant la naissance de Jesus-Christ.

Voyez la quatrième remarque du prob. suivant.

2°. Sçachant donc que le commencement de la période julienne est de 4714 ans avant la naissance de notre Sauveur, si l'on veut sçavoir le nombre de cette période pour une année proposée depuis Jesus-Christ, par exemple, pour l'année 1693, ajoutez au nombre 4714 des années du commencement de la période julienne le nombre 1692 des années qui se sont écoulées depuis la naissance de Notre-Seigneur jusqu'à l'année 1693, & la somme

6406 ſera l'année julienne qu'on cherche.

Seconde Méthode.

Ou bien, vous ſervant de la méthode indiquée dans le premier article précédent, multipliez le nombre 1 de l'indiction pour l'année 1693 par 6916, le nombre 22 du cycle ſolaire par 4845, & le nombre 3 du cycle lunaire par 4200.

6916	4845	4200
Indiction 1.	*Cycle ſol.* 22.	*Cycle lun.* 3.
6916	9690	12600
	9690	106590
		6916
	106590	
		126106 (15
		7980
		46306
		9980
		6406

Ajoutez enſemble les 3 produits 6916, 106590, 12600 : diviſez leur ſomme 126106 par 7980, & ſans vous mettre en peine du quotient 15, le reſte de la diviſion donnera 6406, comme auparavant, pour l'année julienne qu'on cherche. Voyez le problême ſuivant.

D'où l'on voit que la regle générale eſt de multiplier le nombre de l'indiction de l'année propoſée par 6916, le nombre du cycle ſolaire par 4845, & le nombre du cycle lunaire par 2400 ; d'ajouter ensemble les 3 produits, & de diviser la somme par la période julienne. La division faite, on néglige le quotient, & le reste donne l'année qu'on cherche.

REMARQUES.

I.

Comme la période julienne n'a été inventée que pour arriver à l'origine des tems, & qu'elle n'a que deux cycles naturels & astronomiques; sçavoir, le cycle solaire, & le cycle lunaire (le cycle de l'indiction étant arbitraire & politique), il semble qu'au lieu de ce troisieme cycle on devroit plutôt prendre le nombre 30 du cycle naturel des épactes. La période qui se formeroit par la multiplication continuelle de ces trois cycles 28, 19, 30, sçavoir, 15960, seroit plus propre pour la chronologie, non seulement parce qu'elle est composée de trois cycles naturels, qu'il est bon de ne point séparer, mais encore parce qu'elle est plus étendue que la période julienne, qui n'en est que la moitié.

Cette période de 15960 années a été appellée par son auteur Jean Louis d'Amiens Capucin, *période de Louis le Grand*, parce qu'il l'a imaginée sous le regne de Louis le Grand. Nous ne parlerons pas davantage de cette période; car quoiqu'elle soit excellente, les chronologistes ont pourtant donné la préférence à la période julienne, parce qu'elle a paru la premiere.

II.

La seconde méthode supposant que l'on connoisse le cycle solaire, le cycle lunaire, & l'indiction de l'année proposée, il ne sera peut-être pas inutile de rechercher quelle est l'année de la période julienne dont les cycles sont connus; de *trouver*, par exemple, *l'année de la période julienne, dont le cycle solaire est 12, le cycle lunaire est 3, & l'indiction est 1.*

Cette question étant assez difficile à résoudre, on s'est déterminé à en donner la solution par algebre : ce n'est qu'une application de ce qui a été dit dans les problêmes d'arithmétique, tome 1, pag. 194 & suivantes. Cette question dépouillée de ce qu'elle a de chronologique, se réduit à trouver un nombre tel qu'étant divisé par 18, il reste 22 : étant divisé par 19, il reste 3; & étant divisé par 15, il reste 1. On suivra la méthode de M. *de Lagny*, dans ses nouveaux Elémens d'arithmétique & d'algebre, page 430. Consultez encore ce qu'il en a inséré dans les mémoires de l'académie royale des sciences, de l'année 1720.

Soit nommée x l'année cherchée : x doit être un nombre tel qu'étant divisé par 28, il reste 22; étant divisé par 19 il reste 3; & étant divisé par 15, il reste 1. Voici les expressions où se réduiront ces trois rapports 1°. $\frac{x-22}{28}=p$. 2°. $\frac{x-3}{19}=m$. 3°. $\frac{x-1}{15}=n$ Des deux premieres égalités je tire cette quatriéme $x=28p+22=19m+3$. Donc $p=\frac{19m-19}{28}$. Cette équation trouvée, je fais ce raisonnement, suivant M. *de Lagny* : puisque $19m-19$ doit être exactement divisible par 28, toutes les différences de $19m-19$ à 28 ou à $28m$, seront aussi divisibles par 28. J'ôte donc $19m-19$ de $28m$, autant de fois que je le puis, & j'ai pour premier reste $9m+19$, qui doit être divisible par 28. C'est pourquoi j'ôte $27m+57$ triple de ce premier reste, de $28m$, & il reste m 57 divisible par 28; mais en suivant toujours le même raisonnement, il faut ôter 28 de 57, autant de fois qu'on le peut, & l'ayant fait il restera $\frac{m-1}{28}$, où m se trouve seul sans coëfficient, & c'est à quoi on doit faire attention dans cette méthode.

Pour trouver la valeur de m je puis faire $\frac{m-1}{28} = 0 = 1 = 2 = 3$, &c. & essayer laquelle de toutes ces valeurs conviendra dans la troisieme expression $\frac{x-1}{15} = n$. Mais pour abréger, je fais $\frac{m-1}{28} = f$; ce qui me donne $m = 28f + 1$. Je substitue cette valeur d'm dans la quatrieme égalité $x = 19m - 3$, & j'ai une cinquieme expression $x = 532f + 21$. Je substitue cette derniere valeur d'x dans la troisieme expression $\frac{x-1}{15} = n$, & l'on a $\frac{532f + 21}{15} = n$; le numérateur $532f + 21$ doit être exactement divisible par 15, pour avoir un nombre entier n. Ainsi en suivant toujours le même raisonnement, il faut ôter 15 de $532f + 21$ autant de fois que l'on pourra. Le premier reste sera $7f + 6$, divisible par 15. J'ôte donc encore $14f + 12$ de $15f$, & j'ai pour second reste $f - 12$ divisible par 15; f étant ici seule, je fais d'abord $\frac{f-12}{15} = 0$, d'où il vient $f = 12$. Je substitue cette valeur d'f dans la cinquieme expression $x = 532f + 21$; & l'on a 6406, qui est l'année de la période julienne cherchée.

III.

Si au lieu de faire $\frac{f-12}{15} = 0$, on avoit fait $\frac{f-12}{15} = 1$, on auroit eu $f + 27$, qui auroit encore satisfait à la question. Mais alors le nombre trouvé seroit dans une autre période julienne. Il en sereit de même de toutes les valeurs qu'on peut trouver d'f, en supposant $\frac{f-12}{15}=0=1=2=3=4$, &c.

IV.

Lorsque l'année proposée est une des 28 premieres de la période julienne, il ne sera pas besoin de se jetter dans aucun calcul. Voici quelques remarques qui la feront reconnoître. 1°. Si le nombre donné des trois cycles est le même pour chacun, l'année demandée est dans les 15 premieres années. 2°. Si le nombre du cycle solaire est le même que celui du cycle lunaire, celui de l'indiction étant différent, l'année demandée se trouve entre la quinzieme & la vingtieme. 3°. Si le cycle lunaire & l'indiction sont différens, & que le cycle solaire soit entre 19 & 29, l'année demandée est au-dessus de la dix-neuvieme, & au-dessous de la vingt-neuvieme. Dans ces trois cas, on prendra toujours le nombre donné du cycle solaire pour l'année cherchée.

V.

L'année 6406 de la période julienne ayant été trouvée, si on en ôte 4713, qui sont les années de la période julienne avant l'ere commune, on aura 1693 pour l'année de l'ere commune qu'on cherchoit.

PROBLEME XXVI.

Trouver le nombre de la période dionisienne pour une année proposée.

SI l'on multiplie seulement la période 28 du cycle solaire par la période 19 du cycle lunaire, il se formera une période de 532 ans, qu'on appelle *période dionisienne*, du nom de son inventeur. Elle sert à connoître toutes les différences & tous les changemens qui se peuvent rencontrer entre les nouvelles lunes & les lettres dominicales dans le cours de 532 ans, après lesquelles les combinaisons des uns & des autres retournent dans le même ordre, & continuent dans la même suite.

Pour trouver le nombre de cette période de 532 ans, pour une année proposée depuis Jesus-Christ, par exemple, pour l'année 1693, qui eut 22 de

Cycle sol 22.	*Cycle lun.* 3.	2682.
57	476	532 (5
154	1428	22
110	1254	
1254	2682	

cycle solaire & 3 de cycle lunaire, multipliez le nombre 22 du cycle solaire par 57, & le nombre 3 du cycle lunaire par 476. Ajoutez ensemble les deux produits 1254, 1428. Divisez leur somme 2682 par 532, c'est à-dire, par la période dionisienne, & sans vous mettre en peine du quotient 5, arrêtez-vous au reste de la division, qui donnera 22 pour le nombre de la période dionisienne en l'année 1693.

REMARQUES.

I.

Le nombre 57, par lequel on a multiplié le nombre 22 du cycle solaire, est tel qu'étant divisé par la période 28 du cycle solaire, il reste 1, & qu'étant divisé par la période 19 du cycle lunaire, il ne reste rien. Réciproquement le nombre 476, par lequel on a multiplié le nombre 3 du cycle lunaire, est tel qu'étant divisé par la période 19 du cycle lunaire, il reste 1, & qu'étant divisé par la période 28 du cycle solaire, il ne reste rien. Ainsi le premier nombre 57 fait connoître l'année dionisienne à laquelle on a 0, ou 19 de nombre d'or, & 1 de cycle solaire : & le second nombre 476 fait connoître l'année dionisienne à laquelle on a 0 ou 28 de cycle solaire, & 1 de nombre d'or.

II.

Pour trouver le premier nombre 57, qui doit être multiple de 19, afin qu'étant divisé par 19, il ne reste rien, si l'on met, par exemple, le double de 19, sçavoir 38 pour le nombre qu'on cherche, ce nombre 38 étant divisé par 28, il reste 10, au lieu de rester 1, comme porte la question. Et comme ce reste 10 est moindre que le diviseur 28 de 18, il est évident que si l'on ajoute 18 à 38, on aura 56, qui étant divisé par 28, ne laissera aucun reste. C'est pourquoi, si au lieu d'ajouter 18 à 38, on ajoute 19, on aura 57, qui sera le nombre qu'on cherche, parce qu'il se rencontre multiple de 19, sçavoir, le triple.

Si de la période dionisienne 632 on ôte ce premier nombre trouvé 57, & qu'au reste 475 on ajoute 1, on aura le second nombre 476, que l'on peut aussi trouver immédiatement par un raisonnement semblable au précédent, excepté qu'il y a plus de tentative à faire, comme vous allez voir.

III.

Pour trouver le second nombre 476, qui doit être multiple de 28, afin qu'étant divisé par 28, il ne reste rien; si l'on met, par exemple, le double de 28, sçavoir 56: étant divisé par 19, il reste 18, au lieu qu'il devroit rester 1, comme porte la question. Et comme ce reste 18 est moindre que le diviseur 19 de 1, il est évident que si l'on ajoute 1 à 56, on aura 57, qui étant divisé par 19, ne laissera aucun reste. C'est pourquoi, si au lieu d'ajouter 1 à 56, ou ajoute 2, on aura 58, lequel étant divisé par 19, il restera 1. Mais comme ce nombre 58 ne se rencontre pas multiple de 28, il n'est pas le nombre qu'on cherche. Ainsi l'on en cherchera un autre de la même façon, en multipliant 28 par 3, par 4, par 5, & ainsi de suite jusqu'à ce qu'on rencontre un multiple de 28 qui étant divisé par 19, donne pour reste 1. Ce qui arrivera ici en multipliant 28 par 17. Le produit 476 sera le nombre qu'on cherche. Ce nombre étant ôté de la période dionisienne 532, & le reste 56 étant augmenté de l'unité, on aura 57 pour le premier nombre.

IV.

Pareillement le nombre 6916, par lequel on a multiplié dans le problême précédent le nombre de l'indiction, eſt tel qu'étant diviſé par la période 15 de l'indiction, il reſte 1; & qu'étant diviſé par la période 28 du cycle ſolaire, & par la période 19 du cycle lunaire, ou ce qui eſt la même choſe, par le produit 532 de ces deux périodes, il ne reſte rien. Le nombre 4845, par lequel on a multiplié dans le problême précédent le nombre du cycle ſolaire, eſt tel qu'étant diviſé par la période 28 du cycle ſolaire, il reſte 1, & qu'étant diviſé par la période 19 du cycle lunaire, & par la période 15 de l'indiction, ou ce qui eſt la même choſe, par le produit 285 de ces deux périodes, il ne reſte rien. Enfin le nombre 4200, par lequel on a multiplié dans le problême précédent le nombre du cycle lunaire, eſt tel qu'étant diviſé par la période 19 du cycle lunaire, il reſte 1, & qu'étant diviſé par la période 15 de l'indiction, & par la période 28 du cycle ſolaire, ou ce qui eſt la même choſe, par 420, produit de ces deux périodes, il ne reſte rien.

Le premier nombre 6916 fait connoître l'année julienne qui a 1 d'indiction & o de nombre d'or & de cycle ſolaire, ou o de période dionyſienne. Le ſecond nombre 4845 fait connoître l'année julienne qui a 1 de cycle ſolaire, & o de nombre d'or & d'indiction. Le troiſieme nombre 4200 fait connoître l'année julienne qui a 1 de nombre d'or, & o de cycle ſolaire, & d'indiction. Ces trois nombres ont été trouvés comme les deux précédens.

PROBLEME XXVII.

Connoître les mois de l'année qui ont 31 jours, & ceux qui n'en ont que 30.

ELevez le pouce A, le doigt du milieu C, & l'auriculaire E, ou petit doigt de la main gauche. Abaissez les deux autres, sçavoir l'index B, qui suit le pouce, & l'annulaire D, qui est entre le doigt du milieu & l'auriculaire. Après cela commencez à compter mars sur le pouce A, avril sur l'index B, mai sur le doigt du milieu C, juin sur l'annulaire D, juillet sur l'auriculaire E. Continuez à compter août sur le pouce, septembre sur l'index, octobre sur le doigt du milieu, novembre sur l'annulaire, décembre sur l'auriculaire. Enfin en recommençant continuez à compter janvier sur le pouce, & Février sur l'index. Alors tous les mois qui tomberont sur les doigts elevés A, C, E, auront 31 jours, & ceux qui tomberont sur les doigts abaissés B, D, n'en auront que 30, excepté le mois de février, qui a 28 jours dans les années communes, & 29 dans les bissextiles. Planc. 35. fig. 125.

PROBLEME XXVIII.

Trouver le jour de chaque mois, auquel le soleil entre dans un zodiaque.

LE soleil entre dans chaque signe du zodiaque vers le 20 de chaque mois de l'année; sçavoir, au premier degré de ♈ vers le 20 mars, au premier degré de ♉ vers le 20 avril, & ainsi de suite. Pour sçavoir ce jour un peu plus exactement, servez-vous de ces deux vers artificiels,

Inclita Laus Justis Impenditur, Hæresis Horret,
Grandia Gesta Gerens Felici Gaudet Honore.

dont voici l'usage.

Distribuez les douze mots de ces deux vers aux douze mois de l'année, en commençant par mars, que vous attribuerez à *Inclita*; & en finissant par février, qui répondra à *Honore*. Considérez quel est le nombre de la premiere lettre de chaque mot dans l'alphabet; car si de 30 vous ôtez ce nombre, le reste donnera le jour du mois qu'on cherche.

Par exemple, *Inclita* répond au mois de mars, & au signe du bélier : sa premiere lettre I est la 9[e] lettre de l'alphabet; si l'on ôte 9 de 30, le reste 21 fait connoître que le 21 de mars le soleil entre dans aries. Pareillement *Gaudet* répond au mois de janvier & au signe du verseau : sa premiere lettre G est la 7[e] dans l'ordre alphabétique; en ôtant 7 de 30, le reste 23 fait connoître que le 23 janvier le soleil entre au verseau. Il en est ainsi des autres.

PROBLEME XXIX.

Trouver le degré du signe où le soleil se rencontre en un jour proposé de l'année.

I.

POur sçavoir le lieu du soleil dans le zodiaque, c'est-à-dire, en quel degré d'un signe le soleil est à chaque jour de quelque mois que ce soit

ſoit, par exemple, aujourd'hui 18 mai, auquel répond dans les deux vers du problême précédent ce mot *juſtis*, dont la premiere lettre I eſt la 9e de l'alphabet, ajoutez ce nombre 9 au nombre 18 du jour propoſé. La ſomme 27 fera connoître que le 18 de mai eſt dans le 27e degré du taureau, qui répond au mot précédent *laus*, le premier *inclita* répondant au bélier, comme nous avons dit au problême précédent.

I I.

Cela ſe pratique ainſi lorſque la ſomme eſt moindre que 30, comme ici : car quand elle ſera plus grande que 30, on prend le ſigne qui répond au mot latin du mois propoſé, & l'on ôtera 30 de cette ſomme pour avoir au reſte le degré de ce ſigne.

Comme pour ſçavoir le degré du ſigne courant du ſoleil, le 25 du mois d'août, auquel répond dans le premier des deux vers précédens, le mot latin *horret*, qui appartient au ſigne de la vierge, & dont la premiere lettre H eſt la 8e de l'alphabet; ajoutez 8 à 25, & ôtez 30 de la ſomme 33. Le reſte fait connoître que le ſoleil eſt au 3e degré de la vierge le 25 du mois d'août.

R E M A R Q U E S.

Dans ce problême, & dans le précédent, nous avons ſuppoſé que l'on ſçait l'ordre des douze ſignes du zodiaque, & les mois qui leur répondent; ce que peu de perſonnes ignorent : néanmoins nous avons ici ajouté ces deux vers latins en faveur de ceux qui ne le ſçavent pas.

Sunt Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo,
Virgo,
Libraque, Scorpius, Arcitenens, Caper, Amphora, Pifces.

Le premier figne *aries* répond au mois de mars; le fecond *taurus*, au mois d'avril, & ainfi de fuite jufqu'au dernier *pifces*, qui répond au mois de février.

Voici les caracteres ou figures dont les aftronomes & les aftrologues fe fervent pour exprimer les douze fignes.

♈ marque le bélier.
♉ marque le taureau.
♊ marque les gémeaux.
♋ marque l'écreviffe, ou le cancer.
♌ marque le lion.
♍ marque la vierge.
♎ marque la balance.
♏ marque le fcorpion.
♐ marque le fagittaire.
♑ marque le capricorne.
♒ marque le verfeur d'eau.
♓ marque les poiffons.

PROBLEME XXX.

Trouver le lieu de la lune dans le zodiaque en un jour propofé de l'année.

On trouvera premierement le lieu du foleil dans le zodiaque, comme il a été enfeigné au problême précédent, & enfuite la diftance de la lune au foleil, ou l'arc de l'écliptique compris entre le soleil & la lune, comme nous allons enseigner.

Ayant trouvé par le problême XV l'âge de la lune, & l'ayant multiplié par 12, divisez le produit par 30. Le quotient donnera le nombre des signes, & le reste de la division donnera le nombre des degrés de la distance de la lune au soleil. C'est pourquoi si, selon l'ordre des signes, on compte cette distance, dans le zodiaque, en commençant depuis le lieu du soleil, on aura le lieu de la lune qu'on cherche.

Comme si l'on veut sçavoir le lieu où étoit la lune le 8 mai 1693, le soleil étant au 27^{e} degré du taureau, & l'âge de la lune étant 14, multipliez 14 par 12, & divisez le produit 168 par 30. Le quotient 5, & le reste 18 de la division, font connoître que la lune est éloignée du soleil de 5 signes & de 18 degrés Si donc on compte 5 signes & 18 degrés dans le zodiaque depuis le 27^{e} degré du taureau, qui est le lieu du soleil, on tombera sur le 15^{e} degré du scorpion, qui est le lieu de la lune.

PROBLEME XXXI.

Trouver à quel mois de l'année appartient une lunaison.

DAns l'usage du calendrier romain, chaque lunaison est estimée appartenir au mois où elle se termine, suivant cette ancienne maxime des computistes:

In quo completur, mensi lunatio detur.

C'est pourquoi, pour sçavoir si une lunaison appartient à un mois proposé de quelque année que ce soit, par exemple au mois de mai 1693, ayant trouvé par le problême XV que l'âge de la lune au dernier jour de mai est 27. Cet âge 27 fait connoître que la lune finit au mois suivant, c'est-à-dire, au mois de juin, & que par conséquent elle appartient à ce mois. Il fait aussi connoître que la lunaison précédente a fini au mois de mai, & que par conséquent elle appartient à ce mois. Il en est ainsi des autres.

PROBLEME XXXII.

Connoître les années lunaires qui sont communes, & celles qui sont embolismiques.

Ce problême est aisé à résoudre par le moyen du précédent, par lequel on connoît facilement qu'un même mois solaire peut avoir deux lunaisons. Car il se peut faire que deux lunes finissent en un même mois, qui aura 30 ou 31 jours, comme novembre, qui a 30 jours, où une lune peut finir le premier de ce mois, & la suivante le dernier ou le 30 du même mois. Alors cette année aura treize lunes, & sera par conséquent embolismique. En voici un exemple.

En l'année 1712 la premiere lune de janvier étant finie au huitieme de ce mois, la deuxieme de février au sixieme, la troisieme de mars au huitieme, la quatrieme d'avril au sixieme, la cinquieme de mai aussi au sixieme, la sixieme de juin au quatrieme, la septieme de juillet aussi au quatrieme, la huitieme d'août au deuxieme, la neuvieme de septembre au premier, la dixieme d'octobre aussi au premier, l'onzieme aussi d'octobre au trentieme du même mois, la douzieme de novembre au vingt-neuvieme, & la treizieme de décembre au vingt-huitieme ; on connoît que cette année ayant treize lunes, fut embolismique.

On connoît que toutes les années civiles lunaires du calendrier nouveau, qui ont leur commencement au premier de janvier sont embolismiques, quand elles ont pour épacte * 29, 28, 27, 26, 25, 24, 23, 22, 21, 19, & aussi 18, quand le nombre d'or est 19.

Ainsi l'on connoît qu'en l'année 1693, dont l'épacte étoit 3, l'année lunaire civile fut embolismique, c'est-à-dire, qu'elle eut treize lunes : ce qui arriva à cause que le mois d'août eut deux lunaisons, une lunaison étant finie le premier de ce mois, & la suivante étant finie le trentieme du même mois.

PROBLEME XXXIII.

Trouver combien de tems la lune doit éclairer pendant une nuit proposée.

Ayant trouvé par le problême XV l'age de la lune, & l'ayant augmenté d'une unité, multipliez la somme par 4, si cette somme ne passe pas 15 ; car si elle passe 15, il la faut ôter de 30 & multiplier le reste par 4. Après quoi divisez le produit par 5. Le quotient donnera autant de douziemes parties de la nuit, pendant lesquelles la lune luit. Ces douziemes parties sont appellées *heures inégales*. Il faut les compter après le coucher du soleil lorsque la lune croît, & avant le lever du soleil lorsque la lune décroît.

Si l'on veut sçavoir le tems que la lune éclaire pendant la nuit du 21 mai 1693, où l'âge de la lune étoit 17; ajoutez 1 à 17, & ôtez la somme 18 de 30: il restera 12, lequel étant multiplié par 4, & le produit 48 étant divisé par 5, le quotient donnera 9 heures inégales, & $\frac{3}{5}$, pour le tems pendant lequel la lune éclaira la nuit avant le lever du soleil.

Si je veux sçavoir combien de tems la lune éclaira pendant la nuit du 14 au 15 de février de l'année 1730, je trouve d'abord que l'âge de la lune du 14 février est 26, auquel ayant ajouté 1, la somme sera 27. Je retranche cette somme 27 de 30, il reste 3, que je multiplie par 4. Je divise le produit 12 par 5, le quotient est $2\frac{2}{5}$, qui sont des heures inégales, c'est-à-dire, huit douziemes parties de l'arc nocturne, qu'on réduira en heures égales & astronomiques par la remarque suivante.

REMARQUE.

Il est aisé de réduire les heures inégales en heures égales ou astronomiques, qui sont la 24e partie d'un jour naturel, comprenant le jour & la nuit, lorsque l'on sçait la longueur de la nuit au jour proposé. Comme dans ce premier exemple, sçachant qu'à Paris la nuit du 21 mai est de 8 heures 34 minutes, en divisant ces 8 heures & 34 minutes par 12, on aura 42 minutes & 50 secondes pour la valeur d'une heure inégale, laquelle étant multipliée par $9\frac{3}{5}$, qui est le nombre des heures inégales, pendant lesquelles la lune éclaire depuis son lever jusqu'au lever du soleil, on aura 6 heures égales, & environ 51 minutes pour le tems compris entre le lever de la lune & le lever du soleil.

COROLLAIRE.

Par-là on peut *trouver l'heure du lever de la lune*, lorsqu'on sçait l'heure du lever du soleil; car si à l'heure du lever du soleil, qui est 4 heures & 27 minutes, on ajoute 12 heures; & que de la somme 16 heures & 17 minutes, on ôte 6 heures & 51 minutes, qui est le tems compris entre le lever de la lune & le lever du soleil: on aura au reste 9 heures & 26 minutes pour l'heure du lever de la lune.

PROBLEME XXXIV.

Trouver la hauteur du soleil, & tracer la ligne méridienne.

Lorsque dans le problême III nous avons enseigné la maniere de trouver la latitude d'un lieu proposé de la terre, nous avons supposé que l'on sçavoit connoître la hauteur du soleil, & la ligne méridienne, puisque nous nous sommes servis de la hauteur méridienne. Ainsi on trouvera bon que nous ajoutions ici en peu de mots le moyen de connoître la hauteur du soleil en tout tems, & la maniere de tracer la ligne méridienne.

I.

Premierement, pour trouver la hauteur du soleil à quelque heure du jour, élevez à angles droits sur un plan horisontal le stile AB d'une longueur prise à volonté. Marquez un point, comme C, à l'extrêmité de l'ombre du stile AB, dans le tems Pl. 35. fig. 126.

Pl. 35, fig. 126. que vous voudrez connoître l'élevation du soleil sur l'horison. Après cela tirez par le pied du stile A, & par le point d'ombre C, la ligne AC, qui représentera le vertical du soleil. Tirez à AC par le même pied du stile A, la perpendiculaire AD égale au stile AB. Enfin menez par le point D, & par le point d'ombre C, la droite CD, qui représentera le rayon du soleil, tiré de son centre par l'extrêmité B du stile AB, & qui fera au point C, avec le vertical du soleil AC, l'angle ACD. Cet angle ACD étant mesuré avec un rapporteur, ou autrement, donnera les degrés de la hauteur du soleil qu'on cherche.

II.

Secondement, pour trouver la ligne méridienne, marquez sur quelque plan horisontal, environ deux ou trois heures avant midi, le point d'ombre C, comme il vient d'être dit. Décrivez du pied du stile A, qui représente le zenith, par ce point d'ombre C, la circonference de cercle CFE, qui représentera l'almicantarath du soleil. Après cela marquez après midi un second point d'ombre, comme E, lorsque l'extrêmité de l'ombre du stile AB sera retournée sur la circonférence CFE. Ayant divisé l'arc CE en deux également au point F, tirez par ce point de milieu F, & par le pied du stile A, la droite AF, qui sera la ligne méridienne qu'on cherche. Voyez ce qu'on a dit au problême 1 de la gnomonique, tom. II, p. 1; & au problême 7 de la cosmographie, tom. II, p. 159 touchant la ligne méridienne de la France, qui passe par l'observatoire de Paris.

PROBLEME XXXV.

Connoître facilement les calendes, les nones & les ides de chaque mois de l'année.

I.

Les calendes, les nones & les ides, qui étoient autrefois en usage parmi les Romains, se peuvent connoître facilement par le moyen de ces trois vers latins :

Principium mensis cujusque vocato kalendas,
Sex maius nonas, *october, julius & mars,*
Quatuor at reliqui : dabit idus *cuilibet octo.*

dont le premier montre que les *calendes* sont le premier jour de chaque mois, ce premier jour étant chez les Romains le premier jour de l'apparition de la lune sur le soir, auquel ils avoient coutume d'appeller à la ville le peuple de la campagne, pour apprendre ce qu'il avoit à faire pendant le reste du mois.

Le second vers fait connoître que les *nones* sont les septiemes jours des quatre mois, mars, mai, juillet & octobre, & les cinquiemes jours des autres mois; & l'on connoît par le troisieme vers, que les *ides* sont huit jours après les nones, sçavoir, les quinziemes jours de mars, mai, juillet & octobre, & les treiziemes jours des autres mois.

II.

On peut encore prendre pour regle ces vers françois :

A mars, juillet, octobre & mai
Six nones *les gens ont donné:*
Aux autres mois quatre gardé,
Huit ides *à tous accordées.*

Ces quatres vers ont le même sens & la même explication que les deux derniers vers latins.

REMARQUES.

Les Romains comptoient les autres jours à rebours, allant toujours en diminuant; & ils donnoient le nom de nones d'un mois aux jours qui sont entre les calendes & les nones de ce mois; le nom des ides d'un mois aux jours qui sont entre les nones & les ides de ce mois, & le nom des calendes d'un mois aux jours qui restent depuis les ides jusqu'à la fin du mois précédent.

Ainsi dans les quatre mois, par exemple, mars, mai, juillet & octobre, où les nones ont six jours, le deuxieme jour du mois s'appelle VI° *nonas*, c'est-à-dire, le sixieme jour avant les nones, la préposition *ante* étant sous-entendue. De même le troisieme jour se nomme V° *nonas*, pour dire le cinquieme jour des nones, ou avant les nones; & ainsi des autres. Mais au lieu d'appeller le sixieme jour du mois II° *nonas*, on dit, *pridie nonas*, c'est-à-dire, la veille des nones. On dit aussi *postridie calendas*, le jour d'après les calendes; *postridie nonas*, le jour d'après les nones; *postridie idus*, le jour d'après les ides.

PROBLEME XXXVI.

Connoître quel quantieme des calendes des nones & des ides répond à un certain quantieme d'un mois donné.

Il faut faire attention à la remarque qu'on vient de faire, qui est que tous les jours qui sont entre les calendes & les nones, appartiennent aux nones; les jours qui sont entre les nones & les ides portent le nom des ides, & que ceux qui sont entre les ides & les calendes du mois suivant, portent le nom des calendes de ce même mois. Cela supposé;

1°. Si le quantieme du mois appartient aux calendes, ajoutez 2 au nombre des jours du mois, & de la somme retranchez le nombre donné. Le reste sera le quantieme des calendes.

Si vous voulez sçavoir, par exemple, à quel quantieme des calendes le 25 mai répond: ce jour appartient aux calendes, puisqu'il est entre les ides de mai & les calendes de juin. Le mois de mai a 31 jours; auquel nombre ajoutez 2. De la somme 33 retranchez 25, il restera 8, qui marque que le 25 de mai répond au 8e des calendes de juin, c'est-à-dire, que le 25 mai étoit appellé chez les Romains VIII° *calendas junii*.

2°. Si le quantieme du mois appartenoit aux ides ou aux nones, ajoutez 1 au nombre des jours écoulés depuis le premier du mois jusqu'aux ides ou aux nones inclusivement. De cette somme retranchez le nombre donné, qui est le quantieme du mois. Le reste sera précisément le quantieme des nones & des ides.

Je suppose, par exemple, que le quantieme du mois soit le 9 mai; ce jour appartient aux ides parce qu'il se trouve entre le septieme jour des nones & le quinzieme jour des ides. Si on ajoute 1 à 15, & que de la somme 16 on retranche 9, le reste 7 marque que le 9^e^ de mai répond au 7^e^ des ides de ce mois; c'est-à-dire, que le 9^e^ du mois de mai étoit appellé chez les Latins VII^o^ *idus maii*.

De même si le quantieme du mois étoit le cinquieme mai, ce jour appartient aux nones, parce qu'il est entre le 1 & le 7. Ajoutant donc 1 à 7, & de la somme 8 ôtant 5, qui est le quantieme du mois, le reste 3 montre que le cinquieme mai répond au 3^e^ des nones, c'est-à-dire, que ce jour-là étoit appellé chez les Romains III^o^ *nonas maii*.

PROBLEME XXXVII.

Le quantieme des calendes, des ides, ou des nones, étant donné, trouver quel quantieme du mois doit y répondre.

ON satisfera à cette question par une méthode toute semblable à celle qu'on vient de donner dans le problême précédent. Il y a néanmoins cette différence, qu'au lieu de soustraire le quantieme du mois pour avoir le quantieme des calendes, &c. on soustrait le quantieme des calendes, pour avoir celui du mois.

Je cherche, par exemple, à quel quantieme du mois doit répondre VI^o^ *calendas junii*, le 6 des calendes de juin. Puisque les calendes se comptent en rétrogradant depuis le 1 juin vers les ides de mai, il est clair que le 6 des calendes de juin répond à un des jours du mois de mai. Et comme ce mois a 31 jours, j'ajoute 2 à 31. De la somme 33, je retranche 6, qui est le quantieme des calendes. Il reste 27, qui marque que le 6 des calendes de juin répond au 27 mai.

On fera la même chose à l'égard des nones & des ides.

REMARQUE.

Il sera facile de satisfaire aux deux questions précédentes, si on a un calendrier où les jours des calendes, des nones & des ides soient marqués vis-à-vis les quantiemes des mois, comme on les voit dans le calendrier ecclésiastique.

PROBLEME XXXVIII.

Trouver la situation d'un port.

POur bien entendre ce que c'est que la situation d'un port, il faut remarquer: 1° que la pleine mer n'arrive pas sur toutes les côtes en même tems, mais chaque lieu a un tems particulier pour ses marées.

2°. Que le tems des marées n'est pas attaché aux heures du soleil, mais à celles de la lune. De sorte que les heures de la lune retardant tous les jours de 48′ ou $\frac{4}{5}$ d'heure, les marées retardent pareillement de $\frac{4}{5}$ d'heure.

3°. Les marées ne sont rien autre chose que le flux & le reflux de la mer, dont les eaux s'élevent & s'abaissent deux fois chaque jour lunaire. Elles montent pendant six heures, & descendent pendant le même espace de tems. Le mouvement des eaux s'appelle en montant *flux de mer*, ou *flot*; & en descendant, *reflux de la mer*, *ebe*, ou *jusan*. On dit qu'il est *pleine mer*, lorsque la mer étant montée à son plus haut point, est prête à se retirer, & *basse mer*, après qu'elle est retirée.

3°. La situation d'un port est proprement l'heure de la lune, à laquelle la pleine mer arrive dans ce port. Les pilotes marquent les heures de la lune par les airs du vent, dont chacun vaut $\frac{3}{4}$ d'heure.

Pour trouver la situation d'un port, il suffit d'observer une fois à quelle heure de la lune la pleine mer arrive dans le port.

Lors, par exemple, que la pleine mer arrive dans un port, je trouve que l'ombre de la lune monte trois heures sur un cadran qui marque les heures par un axe, comme sont les horisontaux. D'où je conclus que la situation de ce port est 3 heures que les pilotes marqueroient par NE & SO; c'est-à-dire, nord-est & sud-ouest, parce que chaque air de vent vaut $\frac{3}{4}$ d'heure, & que NE & SO sont éloignés de 4 points du méridien, qui valent 4 fois $\frac{3}{4}$ d'heures, ou trois heures.

PROBLEME XXXIX.

Ayant la situation d'un port & l'âge de la lune, trouver l'heure de la pleine mer.

L'Heure de la nouvelle lune ne se peut connoître que par les rayons du soleil, puisque lui étant conjointe, si elle envoyoit quelques rayons, ils se confondroient avec ceux du soleil. Mais lorsque la lune est pleine, & qu'elle est sur notre horison, elle se trouve dans le point de l'écliptique où le soleil se trouvoit douze heures auparavant. Ainsi la nouvelle & la pleine lune ramenent les marées aux heures du soleil : c'est-à-dire que la pleine mer arrivera le jour de la nouvelle ou de la pleine lune, à l'heure qui aura été observée pour connoître la situation du port.

Il ne s'agit donc que de connoître l'heure de la pleine mer dans les autres jours de lune. Mais ces jours peuvent être considerés ou devant la pleine-lune ou après.

Si l'âge de la lune est au-dessous de 15, multipliez cet âge par $\frac{4}{5}$, & vous aurez les heures du retardement. Ayant gardé le quotient, multipliez ce qui restera par 12, pour avoir les minutes. Ajoutez le tout à la situation du port, & vous aurez l'heure de la pleine mer.

Si l'âge de la lune est au-dessus de 15, ôtez 15 de cet âge, & opérez sur le reste de la même maniere qu'on vient d'enseigner.

La situation du port étant 3 heures, & l'âge de la lune ayant été trouvé 18, ôtez 15 de 18, multipliez le reste 3 par $\frac{4}{5}$: il viendra au quotient 2 heures, & il restera 2, que vous multiplierez par 12; le produit donnera 24 minutes. Ajoutant 2 heures 24 minutes à 3 heures qui sont la situation du port, vous trouverez 5 heures 24 minutes pour la pleine mer de ce jour-là.

PROBLEME XL.

Représenter le globe terrestre en plan.

LA carte qui représente toute la surface du globe terrestre sur une surface plate, se nomme *planisphere*, *mappemonde*, & *carte générale du globe terrestre*.

On représente ordinairement cette carte en deux hémispheres, parce que le globe artificiel du globe terrestre, ne pouvant être vu d'un seul aspect, on est contraint de le représenter en plan en deux moitiés, dont chacune est appellée hémisphere. Il y a trois manieres de le décrire ainsi.

La premiere est de le représenter divisé par l'équateur en hémisphere septentrional, & en hémisphere méridional.

La seconde est de le faire voir divisé par l'horison en hémisphere supérieur & en hémisphere inférieur, par rapport à chaque position.

La troisieme est de le décrire divisé par le premier & le 180e méridien, en hémisphere oriental & en hémisphere occidental.

On peut se servir de deux méthodes pour représenter ces sortes d'hémispheres.

La premiere suppose le globe vu par le dehors & en convexe, & tel qu'il paroît à le voir d'une distance infinie.

La seconde considere le globe vu en creux par le concave, & suppose que l'œil de celui qui décrit la carte est à la convexité & surface du globe, d'où il regarde tous les lieux terrestres par leur base.

I.

I.

Lorſqu'on repréſente le globe vu en convexe, diviſé par l'équateur en hémiſphere ſeptentrional & méridional, on ſuppoſe dans la deſcription du ſeptentrional, arctique ou boréal, l'œil vis-à-vis du zenit ou du pole arctique, à diſtance infinie du plan de projection. Tous les méridiens deviennent alors des lignes droites qui s'entrecoupent au pole arctique, & les paralleles deviennent des cercles également diſtans entre eux, mais beaucoup plus ſerrés vers l'horiſon que vers le pole arctique. De même, lorſque l'on décrit le méridional, ou plutôt l'antarctique & auſtral, on ſuppoſe l'œil vis-à-vis du pole antarctique. Tous les méridiens & les paralleles ſont comme dans l'hémiſphere ſeptentrional.

Au contraire, lorſqu'on repréſente en creux, on ſuppoſe que l'œil de celui qui décrit l'hémiſphere ſeptentrional, eſt au pole méridional ou auſtral à la convexité & ſurface du globe terreſtre, d'où il regarde tous les lieux terreſtres par leur baſe à travers l'équateur, qui ſert de plan. Tous les méridiens y ſont repréſentés de même que dans la précédente, par des lignes droites, & les paralleles par des cercles également diſtans entr'eux, mais dont les eſpaces ſont plus petits vers le pole ſeptentrional ou boréal, que vers l'équateur, parce qu'ils ſont plus éloignés de celui qui regarde ou décrit la figure; & pour lors toutes les parties qui ont paru à droite dans la précédente carte, paroîtront à gauche.

Pour y remédier, & rendre cet hémiſphere ſemblable à ce qui ſe voit par la forme convexe, il faut retourner la figure, ce qu'une contr'épreuve fait aiſément, offrant à la vue des parties telles qu'elles ſe voient dans le convexe ; & pour lors, celui qui regarde la carte, ſe doit mettre vis-à-vis du pole oppoſé, & à une diſtance égale au demi-diametre de la figure.

Cette maniere de repréſenter le globe terreſtre, n'a d'autre défaut que de couper les parties des continents, & peut paſſer pour une des meilleures.

II.

Lorſque par la premiere méthode on repréſente le globe en convexe, diviſé par l'horiſon en hémiſphere ſupérieur & en hémiſphere inférieur, par rapport à quelque poſition, comme à Paris, on ſuppoſe d'abord l'œil vis-à-vis du zenith de l'hémiſphere ſupérieur, & à diſtance infinie du plan de projection. Enſuite on le ſuppoſe vis-à-vis du zenith de l'hémiſphere inférieur de l'antipode de Paris, & pour lors tous les méridiens & les paralleles ſont repréſentés par des ellipſes, excepté le méridien qui paſſe par le midi & le minuit du lieu propoſé. Toutes les parties de ces hémiſpheres ſont repréſentées plus ſerrées à proportion qu'elles s'approchent de l'horiſon.

Mais lorſqu'on les repréſente en creux, on ſuppoſe que l'œil de celui qui décrit l'hémiſphere ſupérieur de Paris, eſt au nadir, à la concavité du globe, d'où il regarde tous les lieux terreſtres par leur baſe, à travers le cercle de l'horiſon, qui ſert de plan. De même l'œil de celui qui décrit l'hémiſphere inférieur, eſt à la convexité du globe au nadir, qui eſt le zenith de Paris, & le point oppoſé d'où il regarde de même tous les lieux terreſtres à travers le cercle de l'horiſon. Tous les méridiens & les paralleles y ſont repréſentés par des portions de cercle, excepté le méridien du lieu proposé, mais dont les espaces augmentent en grandeur à proportion qu'ils s'approchent de l'horison, & pour lors toutes les parties qui ont paru à droite dans les précédentes cartes, paroissent à gauche.

On peut rendre cet hémisphere semblable à l'autre par une contr'épreuve, qui fera voir les parties du même côté.

III.

Lorsqu'on représente le globe en convexe, divisé par le premier & le 180^e méridien en hémisphere oriental & occidental; pour l'oriental, on suppose l'œil à une distance infinie du plan de projection vis-à-vis la section du 90^e méridien & de l'équateur. Pour l'occidental, on suppose l'œil vis-à-vis la section du 270^e méridien & de l'équateur, d'où il regarde tous les lieux terrestres par leur base à travers le premier & le 180^e méridien, qui servent de tableau & de plan. Alors les méridiens deviennent des ellipses, excepté le 90^e méridien, & le 270^e qui sont des lignes droites. Le premier méridien & le 180^e sont représentés par des demi-cercles, & les paralleles le sont par des lignes droites. Les parties des terres sont représentées plus étendues vers le milieu, & plus serrées vers les extrêmités, selon les regles de l'optique.

Il arrive le contraire lorsqu'on représente ces hémispheres par la seconde méthode, c'est-à-dire, en creux. On suppose que l'œil de celui qui décrit l'hémisphere oriental est à la convexité & surface du globe vis-à-vis la section du 270^e méridien & de l'équateur, & qu'il est à celle du 90^e méridien & de l'équateur, pour décrire l'hémisphere occidental, d'où il regarde tous les lieux de la terre sur le plan du premier & du 180e méridien, qui servent de tableau, & voit l'Europe à sa droite, & l'Asie à sa gauche, mettant le nord en haut: ainsi les parties paroissent tout autrement que vues par le dehors. Les méridiens & les paralleles sont marqués par des cercles & par des portions de cercles, excepté l'équateur, le 90 & le 270e méridien, qui sont des lignes droites. Les parties de la terre sont plus serrées vers le milieu de la carte, que vers les extrêmités, étant les plus éloignées de l'œil.

Pour y remédier, & rendre ces hémispheres semblables à ce qui se voit par la forme convexe, il faut tourner la carte, ce qu'une contr'épreuve fait aisément, offrant à la vue les parties telles qu'elles se voient dans le convexe; & pour lors celui qui regarde la carte, doit se mettre vis-à-vis l'intersection du 90e méridien & de l'équateur pour l'hémisphere oriental, & vis-à-vis l'intersection du 270e méridien & de l'équateur pour l'occidental, & à une distance égale au demi-diametre de l'équateur de la carte.

AVERTISSEMENT.

Ce qu'on a dit dans ce problême est extrait de l'introduction à la géographie, par M. *Moulart-Sanson*. On y verra les différentes projections rapportées ci-dessus, & d'autres manieres de décrire & de représenter le globe terrestre.

Principes de géographie touchant la maniere dont le soleil éclaire la terre, par le R. P. Deschales.

PROBLEME XLI.

Trouver la durée du plus grand jour dans une latitude moindre que 66 degrés 30 minutes.

LA science de la sphere nous apprend qu'en quelque latitude que ce soit, c'est le tropique du côté du pole apparent, qui est comme la regle du plus grand jour de l'année; & au contraire le tropique du côté du pole caché, qui est la mesure du plus court jour. Cela étant, le plus long jour en ce pays-ci, situé au septentrion, est le 22 juin, & depuis ce terme le jour décroît jusqu'au 23 décembre, & de-là le soleil remontant vers juin, aggrandit les jours. Nous sçavons aussi que plus la latitude est grande, plus les tropiques sont coupés inégalement; c'est là la raison pourquoi le jour est plus long, & la nuit plus courte dans une grande latitude; & réciproquement la nuit plus grande & le jour plus court dans une petite latitude. De-là vient aussi qu'on prend le plus grand jour comme la mesure de l'accroissement & décroissement des jours & des nuits; car étant donnée la durée du plus long jour dans une certaine latitude, on sçaura aisément par les méthodes que nous donnerons ci-après, la durée de quelque jour que ce soit; comme aussi la durée du plus long jour dans chaque latitude : ce que l'on éprouvera, si ayant disposé le globe selon la latitude du pays, on compte les degrés du tropique voisin du pole apparent, qui sont sur l'horison, ce nombre sera la durée du plus long jour.

Ou autrement, en transportant le premier degré de cancer sur l'horison oriental, & marquant le point de l'équateur qui se leve en même tems; soit ensuite tourné le globe jusqu'à ce que ce premier degré de cancer soit à l'horison occidental, & soit marqué derechef le point de l'équateur, qui est à l'horison oriental. Le nombre des degrés de l'équateur compris entre ces deux points, vous donnera l'arc diurne, & s'il est divisé par 15, vous aurez la quantité des heures.

Vous connoîtrez la même chose par les mappemondes, en appliquant l'horison ou regle mobile sur la latitude proposée, & marquant combien de degrés du tropique sont compris entre cette regle & le méridien. Ces degrés contiennent l'arc sémi-diurne, & étant doublés, ils donneront l'arc diurne entier; & si l'on veut avoir les minutes pour agir avec plus de précision, il faut se servir de la trigonométrie en cette sorte.

Soit, par exemple, ABCD le cercle méridien, les poles A & C, l'horison BD, l'élevation du pole AD, l'équateur EF, GH le tropique coupant l'horison en I, & AIC un cercle horaire.

Pl. 36. fig. 35.

Comme dans l'équinoxe le soleil se leve à 6 heures, le cercle AOC sera le cercle de 6 heures, & l'arc OK montrera de combien le soleil, étant en cancer, se leve devant 6 heures; c'est pourquoi il faut connoître la valeur du triangle OIK, dans lequel trois choses sont données: sçavoir, l'angle IOK, dont la mesure est DF, complément de la hauteur du pole AD, l'angle K est aussi connu, étant droit, & la déclinaison du soleil parcourant le tropique ; qui eſt l'arc IK. Soit donc fait cette analogie.

Comme la tangente de l'arc FD du complément de l'élevation du pole,
A la tangente de l'arc KI de déclinaiſon de 23 d. 30'.
Ainſi le ſinus total de l'arc OF,
Au ſinus total de l'arc OK.

& de la ſorte on aura cet arc.

L'arc OK eſt la différence aſcenſionnelle : & l'on a des tables des différences aſcenſionnelles.

THÉOREME I.

Le ſoleil éclaire moins que la moitié de la terre par une illumination centrale, & il en éclaire la moitié ſenſiblement.

QUe le ſoleil ſoit A, la terre B, & que le point C ſoit celui qui ſert de pole ou de centre au ſoleil. Je dis que ce point éclaire moins de la moitié de la terre. Tirez les tangentes CF, CE, & la ligne CB, qui paſſe par le centre de la terre. Menez auſſi les lignes BF, BE. Pl. 36. fig. 36.

Démonſtration.

Dans le triangle CBE, l'angle E eſt droit (par la 18 du 3 d'Euclide): donc l'angle CBE ſera aigu; donc l'arc GE eſt plus petit qu'un quart de cercle, & FGE moindre qu'un demi-cercle; & comme on peut appliquer la même démonſtration à tous les plans qu'on peut imaginer, le ſoleil éclairera moins de la moitié de la terre. Cependant parce que le soleil est si éloigné que BE, demi-diametre de la terre, n'est que la 7000e partie de cette distance BE, ces deux lignes CB, CE, sont aussi physiquement paralleles que le feroient deux lignes éloignées entre elles d'un pied, lesquelles concourroient seulement à la distance de 7000 pieds.

THEOREME II.

Le soleil éclaire 15 minutes plus que la moitié de la terre d'une illumination imparfaite.

Pl. 36. fig. 37. LE soleil A éclaire d'une illumination centrale l'hémisphere de la terre GI. Qu'on tire la tangente AO, l'arc CI sera sensiblement un quart de cercle, par le théorême précédent. Qu'on tire aussi du bord du soleil la tangente EF, à laquelle on menera la perpendiculaire FB par le point d'attouchement F. Je dis que l'arc FI sera de 15 minutes, & qu'il ne sera pas éclairé du centre du soleil. Donc un arc de 15 minutes est éclairé d'une illumination imparfaite.

Démonstration.

Les triangles DBF, DOI, ont les angles F & I droits, par 18, 3; & l'angle BDF est commun. Donc les angles FOE, DBF, sont égaux, & l'angle EOA étant de 15 minutes, ou de la moitié de la grandeur apparente du soleil, l'angle DBF ou l'arc FI est de 15 minutes.

THEOREME III.

Le soleil éclaire par une illumination parfaite 15 minutes moins que la moitié de la terre.

QUe le point A soit un point de la surface du soleil, ou bien son centre. Que la terre soit B; & qu'on tire des deux bords du soleil deux lignes GI, QD, qui touchent la surface de la terre aux points I & D. Je dis que CI est un quart de cercle, moins 15 minutes, & que l'arc DI est de 30 minutes. *Pl. 37. fig. 38.*

Démonstration.

Dans les triangles KBD, KLI, les angles I & D sont droits (par 18, 3) & l'angle K commun. Donc les autres angles DBK, KLI, sont égaux; & l'angle KLI étant de 30 minutes, comme étant celui qui mesure le diametre apparent du soleil, l'angle DBI, qui lui est égal, ou l'arc DI, est par conséquent de 30 minutes. Or l'arc DC, par la précédente, contient un quart de cercle & 15 minutes. Donc l'arc CI, qui contient tout ce que le soleil éclaire de ce côté-là parfaitement, est moindre de 15 minutes qu'un quart de cercle.

COROLLAIRE.

L'illumination de la terre n'est pas précise, mais elle a une pénombre de 30 minutes; car nous venons de voir que le soleil éclaire 15 minutes moins que la moitié de la terre d'une illumination parfaite, & par la précédente il éclaire imparfaitement 15 minutes plus que la moitié de la terre. Le soleil éclaire donc sur la terre d'une illumina-

Plan. 37 fig. 38. tion parfaite un hémisphere moins une zone de 15 minutes ; la pénombre occupe un demi-degré, la moitié de laquelle, sçavoir, celle qui fait partie de l'hémisphere éclairé, tient plus de la lumiere que des ténebres ; & l'autre moitié, qui fait partie de l'hémisphere ombré, a plus de ténebres que de lumiere. Ainsi partageant le différend, nous parlerons dorénavant comme si le soleil éclairoit la moitié de la terre, & que le bord de ce qui est éclairé fût un grand cercle.

REMARQUES.

Dans l'hémisphere CM, c'est-à-dire, dans tout ce qui est éclairé sur la terre d'une illumination centrale, il n'y a d'éclairé parfaitement que la partie ICN, laquelle est éclairée des deux bords & du centre du soleil, c'est-à-dire de tout le diametre apparent du soleil ; & tout ce qui n'est pas éclairé de cette façon, ne l'est qu'imparfaitement. Ainsi nous disons que la partie θCN, éclairée du centre A, & terminée par le rayon ON, ne pouvant être toute éclairée du bord G, comme elle l'est du bord O, ne sera pas toute éclairée parfaitement (le rayon GI étant une tangente, le petit arc Iθ, qui est au-delà du point d'attouchement I, ne peut pas en être éclairé.)

Pareillement dans l'arc MCI, terminé par le rayon IG, il se trouve une portion MN, qui ne peut pas être vue du bord opposé O : & comme elle est égale à la portion θI elle sera privée comme elle d'un nouveau degré de lumiere. Donc le seul espace ICN, qui peut être éclairé du centre & des deux bords du soleil, sera celui qui sera éclairé parfaitement.

DI pénombre dont l'étendue de 30′ est égale au diametre apparent du soleil.

θI moitié de la pénombre déclinante en lumiere.

θD l'autre moitié de la pénombre déclinante en ténebres, c'est cette zone de 15′ que le soleil éclaire, outre la moitié de la terre, mais imparfaitement.

θCM arc de l'illumination centrale, qui est sensiblement un demi-cercle ou un hémisphere, dont le bord θBM peut être pris pour un grand cercle déterminant la moitié de la terre.

THEOREME IV.

Le soleil parcourant l'équateur, éclaire les deux poles d'une illumination centrale.

QUe le cercle BC soit l'équateur de la terre A, dans le plan duquel le soleil se trouve, & que la ligne DA, tirée du centre du soleil à celui de la terre, passe par l'équateur au point B. Je dis que les deux poles F & G seront éclairés par une illumination centrale, c'est à dire, que les deux poles verront le centre du soleil. Pl. 37. fig. 39.

Démonstration.

Le soleil éclaire de tous côtés un quart de cercle de la terre. Donc BF, BG sont chacun un quart de cercle, qui est la distance qu'il y a depuis l'équateur jusques aux poles; par conséquent les points F & G, ausquels se termine l'illumination, sont les poles; & puisque tout ce jour-là le soleil demeure à peu près dans le plan de l'équateur (ses révolutions étant sensiblement des cercles) le bord de l'illumination passera toujours par les poles.

COROLLAIRE.

Quand le ſoleil eſt dans l'équateur, le cercle qui borne l'illumination eſt un méridien, ou cercle horaire qui paſſe par les poles.

THEOREME V.

Un des poles eſt autant dans l'hémiſphere éclairé, & l'autre autant dans la nuit que le ſoleil a de déclinaiſon.

Pl. 37. fig. 40. QUe les points B & C ſoient les poles de la terre BDC, DL l'équateur, l'arc DE la déclinaiſon du ſoleil, par exemple, de 20 degrés. Je dis que le pole C eſt à 20 degrés dans la nuit, c'eſt-à-dire, dans l'hémiſphere qui n'eſt pas éclairé, & que le pole B eſt d'autant de degés dans l'illumination; de ſorte que les arcs BH, CG, ſont de 20 degrés.

Démonſtration.

L'équateur DL eſt éloigné des poles B & C d'un quart de cercle. Donc les arcs DB, DC, ſont des quarts de cercle. Pareillement depuis le point E, qui eſt le milieu de l'illumination juſques à ſon bord, il y a un quart de cercle : donc les arcs EH, EG, ſont auſſi des quarts de cercle égaux aux arcs DB, DC : & ôtant l'arc EB, qui leur eſt commun, reſtent les arcs égaux DE, BH, de 20 degrés chacun. Je démontrerai de la même maniere que les arcs DE, GC, ſont égaux.

COROLLAIRE I.

Parce que le ſoleil a ſenſiblement la même déclinaison pendant tout un jour, le bord de l'illumination demeure tout ce jour-là également éloigné des poles, & parcourt le parallele HK, lequel comprend tous les pays qui voient le soleil pendant tout le jour. Pareillement le parallele GI vers l'autre pole C, contient tous les pays qui ne le voient point. On appelle celui-ci un parallele de nuit continue, & le premier un parallele de jour continu. Pl. 37. fig. 40.

COROLLAIRE II.

Les paralleles autant éloignés des poles que le soleil a de déclinaison, sont ceux de la nuit & du jour continu.

COROLLAIRE III.

Depuis le jour de l'équinoxe jusqu'aux solstices, le bord de l'illumination parcourt les paralleles de jour & de nuit continus, lesquels vont croissant à mesure que la déclinaison du soleil augmente; car nous avons démontré qu'elle est toujours égale à la distance du bord de l'illumination aux poles. Il s'ensuit donc qu'au jour du solstice, qui est celui de la plus grande déclinaison, l'illumination parcourt le plus grand de ces paralleles, éloigné du pole de 23 d. 30′, & le même que le cercle polaire.

PROBLEME XLII.

L'heure étant donnée, montrer sur le globe ou sur la carte le pays auquel le soleil est perpendiculaire.

POur mieux concevoir comment le soleil éclaire la terre, il le faut montrer sur le globe, ou sur la mappemonde; & pour cet effet il est nécessaire de trouver en quelque temps que ce soit le point de la terre, au zenith duquel le soleil se trouve. Cherchez le parallele que le soleil décrit ce jour-là, sous lequel sont tous les pays auxquels le soleil sera perpendiculaire tout ce jour-là. Cherchez aussi le méridien dans lequel il se rencontre à l'heure proposée, car le concours de ce méridien & de ce parallele est le lieu que vous cherchez. Par exemple, pour sçavoir, étant à Paris, le pays auquel le soleil est perpendiculaire le 22 juin à 6 heures du soir, comptez 6 heures depuis le méridien de Paris vers le couchant, & regardez où ce méridien coupe le tropique que le soleil parcourt ce jour-là. Vous trouverez la partie occidentale de l'isle de Cuba.

PROBLEME XLIII.

Montrer sur le globe tous les pays que le soleil éclairé, & qui ont le jour, comme aussi ceux auxquels il est nuit pour une heure donnée.

CHerchez sur le globe le pays auquel le soleil est perpendiculaire, & mettez-le au zenith, c'est-à-dire, disposez le globe selon la latitude de ce lieu, lequel vous mettrez sous le méridien. Je dis que l'horison sera pour lors le bord de l'hémisphere éclairé.

Démonstration.

Il y a de tous côtés 90 degrés depuis le zenith jusqu'à l'horison. Il y en a autant depuis le point auquel le soleil est perpendiculaire, que nous avons mis au zenith, jusqu'au bord de l'hémisphere éclairé. Donc l'horiſon & le bord de l'illumination ſont le même cercle.

COROLLAIRE I.

Dans cette diſpoſition, le ſoleil faiſant le midi de ce pays, & de ceux qui ſont ſous le même méridien, ſe leve à l'égard des pays qui ſont dans la partie occidentale de l'horiſon, & ſe couche à l'égard de ceux qui ſont dans la partie orientale : ceux qui ſont ſur l'horiſon ont le jour, & ceux qui ſont au deſſous ont la nuit.

COROLLAIRE II.

Vous pourrez auſſi remarquer les pays qui ont le ſoleil tout le jour, ſans aucune nuit ; car un des poles ſera toujours ſur l'horiſon, & l'autre deſſous, excepté le jour de l'équinoxe, par le théorême V. Tous ceux qui ſont autour du pole élevé, verront toujours le ſoleil ; & au contraire, vers l'autre pole, les pays qui ne monteront point ſur l'horiſon, quand on fait tourner le globe, auront une nuit continuelle. Enfin on peut dire en général que ſi on éleve ſur l'horiſon un des poles d'autant de degrés que le ſoleil a de déclinaiſon, & ſi on met le pays au méridien, & l'aiguille ſur l'heure de midi, on aura la diſpoſition de l'illumination pour chaque heure, en faiſant tourner le globe juſqu'à ce que l'aiguille la marque.

THEOREME VI.

Quand le soleil est dans le plan d'un grand cercle, le bord de l'hémisphere éclairé passe par son pole; & le soleil étant au pole d'un grand cercle, le bord de l'hémisphere éclairé est la circonférence de ce grand cercle.

Pl. 38. fig. 41. QUe le soleil soit dans le plan d'un grand cercle de la terre, par exemple, de l'horison, c'est-à-dire, que la ligne tirée du centre du soleil à celui de la terre, coupe l'horison AC, au point B, & que les points D & E soient les poles ou zeniths de cette horison : je dis que les points D & E seront éclairés.

Démonstration.

Il y a de tous côtés un quart de cercle depuis le point B, qui est celui auquel le soleil répond perpendiculairement, jusqu'au bord de l'hémisphere éclairé EFD. Il y en a autant depuis un grand cercle jusqu'à son pole. Donc le bord de l'illumination passe par les poles D & E. Pareillement le point B étant celui auquel le soleil répond perpendiculairement, il est évident que le bord de l'hémisphere éclairé sera un grand cercle que l'on décriroit du point B comme pole.

COROLLAIRE I.

Le soleil étant dans le plan de l'horison, le bord de l'hémisphere éclairé sera un cercle vertical distant de 90 degrés du point auquel cet astre répond.

COROLLAIRE II.

Quand le soleil se leve au premier vertical, c'est-à-dire, au point du vrai orient, le bord de l'hémisphere éclairé est le même que le méridien, parce que le point du vrai orient est le pole du méridien : ce qui arrive seulement le jour de l'équinoxe; & pour lors le soleil se leve à l'égard de tous ceux qui sont dans le même méridien, c'est-à-dire à *6* heures pour tous. Pl. 38, fig. 41.

COROLLAIRE III.

Quand le soleil se leve, le vertical, qui est le bord de l'hémisphere éclairé, décline autant du méridien, qu'il y a d'amplitude ortive en ce jour-là. Par exemple, si le soleil se leve en B, & que l'amplitude ortive soit BG, c'est-à-dire, la distance depuis le point d'intersection B du parallele du soleil avec l'horison, jusques au point G du vrai orient. Il est évident que le cercle vertical DFE déclinera du méridien DCE d'autant de degrés qu'il y en a dans l'arc BG, car BF est un quart de cercle, l'arc GC compris depuis le point G de l'orient jusques au vrai méridien est aussi un quart de cercle; ainsi les arcs BF, GC sont égaux, & ôtant l'arc commun GF, les arcs BG, FG resteront égaux.

PROBLEME XLIV.

Déterminer la grandeur de quelque jour que ce soit pour chaque latitude.

QUe le pole du globe terrestre soit autant élevé sur l'horison que le soleil a de déclinaison, c'est-à-dire, que le parallele que le soleil parcourt un certain jour déterminé, passe par le zenith. Imaginez vous que le soleil répond à ce point, & qu'il est immobile selon l'hypothese de Copernic. Cela posé, choisissez quelque cercle de latitude ou pays que ce soit, dont vous voudriez sçavoir la grandeur de ce jour, comptez combien il y a de degrés de ce cercle sur l'horison. Si vous divisez ce nombre par 15, vous aurez celui des heures que durera ce jour-là dans la latitude proposée. Par exemple ayant élevé le pole septentrional de 23 degrés $\frac{1}{2}$ sur l'horison, qui est la déclinaison du soleil au tropique, si vous voulez sçavoir la grandeur du jour sous la latitude de 49 degrés, comptez les degrés de ce cercle de latitude, qui sont sur l'horison, & vous trouverez 240, lesquels étant divisés par 15, vous donneront pour quotient 16, qui sera le nombre des heures pour ce jour-là.

Démonstration.

Transportez la ville de Paris, qui est dans ce cercle de latitude, ou tel autre point qu'il vous plaira, dans la partie occidentale de l'horison, ce sera la disposition qu'a le globe quand le soleil se leve à Paris, & pour lors l'horison est le bord de l'hémisphere éclairé. Qu'on tourne le globe d'occident en orient, jusqu'à ce que Paris vienne en la partie orientale de l'horison, c'est-à-dire, jusqu'à ce que le soleil se couche à Paris. Il est certain que la durée du jour est depuis le lever du soleil jusqu'à son coucher, c'est-à-dire, l'espace de tems que la ville de Paris emploie à aller de la partie occidentale de l'horison, c'est-à-dire, du bord de l'illumination, en l'orientale. Ce tems est encore mesuré par l'arc de ce cercle de latitude qu'a décrit la ville de Paris par le mouvement diurne de la terre, qui est compris entre la partie occidentale & la partie orientale de l'horison. Donc la pratique proposée donne la grandeur du jour.

REMARQUES.

I.

Pour rendre cette pratique plus facile, le globe étant disposé de sorte que le pole soit élevé d'autant de degrés que le soleil a de déclinaison, transportez la ville de Paris au méridien, & l'aiguille à l'heure de midi. Faites rouler le globe jusqu'à ce que Paris vienne s'arrêter en la partie orientale de l'horison, vous aurez l'heure du lever; & transportant la même ville en la partie occidentale, vous aurez l'heure du couchet. Ou bien mettez Paris sur l'horison oriental, & l'aiguille à midi. Faites tourner le globe, en sorte que Paris s'arrête au méridien; l'aiguille marquera le nombre des heures du demi jour, lequel étant doublé, vous aurez le jour entier.

II.

Vous connoîtrez de même la grandeur du jour par la mappemonde. Elevez le pole sur la regle horisontale d'autant de degrés que le soleil a de déclinaison. Alors la regle horisontale représente le bord de l'hémisphere éclairé. Voyez combien de degrés de chaque parallele sont compris entre la regle & le méridien, & vous aurez l'arc semi-diurne, c'est-à-dire, le tems qu'emploie quelque point d'un cercle de latitude depuis qu'il est au bord de l'illumination, & qu'il commence à voir le soleil jusqu'à midi. Cette pratique fait bien entendre l'illumination de la terre, suivant l'opinion de Copernic; & elle a cette commodité, qu'on peut voir à la fois la grandeur du jour pour toutes les latitudes, & connoître la raison pourquoi les cercles de latitude plus proches du pole ont le jour plus grand, chaque point ayant à parcourir une plus grande partie de ces cercles pour venir depuis la partie occidentale de l'horison jusques en l'orientale.

III.

Cette proposition peut aussi servir pour entendre cet horloge universel qu'on nomme analemme rectiligne, dans lequel les rayons des signes représentent le bord de l'illumination pour différens tems.

THEOREME VII.

Les pays sous un même méridien, qui ont une plus grande latitude du côté du pole apparent, sont plutôt éclairés en été.

Pl. 38, fig. 42. QUe les points A & C soient les poles de la terre ABC, & BD l'équateur. Que le soleil parcoure EF un parallele d'été. Que H & G soient deux pays situés sous le même méridien, & que leurs horisons soient IK & NM. Supposons que le soleil est en R, & qu'il répond perpendiculairement au point O de l'horison NM, qui appartient au point G, c'est-à-dire, qui est l'horison du zenith G.

Démonstration.

L'illumination sera GS, & le point H est encore dans l'ombre. Donc le pays, dont la latitude est G, verra plûtôt lever le soleil que celui qui est situé en H, & par conséquent le pays qui a une plus grande latitude sera plutôt éclairé en été. Le contraire arrivera quand le soleil parcourera les paralleles d'hyver.

THEOREME VIII.

Quand le soleil est dans le plan d'un cercle horaire, le bord de l'illumination passe par un point de l'équateur, qui en est éloigné de 6 heures.

QUe le soleil réponde au point B du cercle horaire ABC; je dis que FG, qui est le bord de l'illumination, coupe l'équateur ED dans le point D, éloigné de 6 heures du point E; de sorte que l'arc ED est de 6 heures, ou de 90 degrés. Pl. 38; fig. 43.

Démonstration.

Quand le soleil est dans le plan d'un grand cercle, l'illumination parvient jusqu'à son pole. Or est-il que le pole du cercle horaire ABC est dans l'équateur; car puisqu'il passe par les poles A & C de l'équateur, l'équateur passera aussi par les siens, selon ce qu'a démontré Théodose; & puisque le pole est éloigné de 90 degrés du grand cercle, duquel il est pole, ce ne peut être un autre point que D. Donc le bord de l'illumination passe par le point D.

THEOREME IX.

La différence des heures marquées par le bord de l'illumination dans l'équateur, & dans un cercle de latitude, montre combien le soleil se leve dans cette latitude devant ou après 6 heures.

Pl. 39, fig. 44.

QU'on propose deux pays, l'un dans l'équateur qui soit A, & l'autre dans un cercle de latitude, qui soit B, & tous deux dans le même méridien. Que le soleil étant en C, le bord de l'illumination BFD coupe le cercle de latitude au point B, & l'équateur au point F en deux divers cercles horaires ABE, EFH; de sorte que la distance de ces cercles horaires soit l'arc AF. Je dis qu'elle est égale à l'arc IK, qui montre combien le soleil se leve devant 6 heures dans le cercle de latitude BG: supposé que le point C est un point de l'horison duquel B est le zenith.

Démonstration.

Le soleil étant dans le point C de l'horison, son pole ou zenith B sera éclairé; & parce que nous supposons que le soleil a quelque déclinaison, le bord de l'illumination déclinera du méridien, par théorême 6. Que le cercle HIE soit celui de 6 heures, l'arc IA sera un quart de cercle & l'arc KF sera aussi par la précédente un quart de cercle, & ôtant l'arc IF, qui leur est commun, il restera les arcs IK & FA égaux; ce qui confirme la proposition où nous avons trouvé la grandeur du jour dans chaque cercle de latitude.

THEOREME X.

Si l'on divise un cercle de latitude en 24 parties égales, en commençant à quelque pays, le bord de l'illumination du lever y montrera les heures babyloniennes pour le même pays, & celui du coucher les italiennes.

QU'on popose le cercle de latitude AB, & qu'on le divise en 24 parties égales, à commencer du point A, qui représente le pays qu'on aura déterminé, auquel on pourra donner le chiffre 0, ou 24, & au point suivant vers le couchant, on marquera 1, puis 2, 3, 4, &c. Si l'on met le lieu du soleil au zenith du globe, de sorte que l'horison soit le cercle de l'illumination, je dis que sa partie occidentale (laquelle je devrois nommer du lever, puisqu'elle marque les pays à l'égard desquels le soleil se leve) montrera l'heure babylonienne, & sa partie orientale montrera l'heure italienne à l'egard du lieu A. Pl. 39, fig. 45.

Démonstration.

Le globe étant disposé selon la déclinaison du soleil, quand le point A se trouve en la partie occidentale de l'horison, c'est-à-dire, du bord de l'illumination, le soleil se leve à l'égard de ce même point A: donc il est 24 heures babyloniennes au pays A. Et parce que le bord de l'illumination parcourt uniformément ce parallele, de sorte qu'il retourne au même point dans 24 heures, il se retirera d'une vingt-quatrieme partie. Donc si nous pouvions voir comment la terre est éclairée, le bord de l'illumination montreroit véritablement les heures babyloniennes, & s'éloigneroit du point A de 15 degrés à chaque heure. J'en dis de même du bord du coucher; car le soleil se couche à l'egard du point A, quand ce point A arrive au point oriental de l'illumination, & il est pour lors 24 heures, selon la maniere de compter les heures en Italie. Et parce que le même bord parcourt uniformément le parallele, ils s'éloignera pareillement de 15 degrés par heure.

Nous devons à M. de R** ces principes de géographie.

DES ETOILES.

On distingue deux sortes d'étoiles: les étoiles fixes & les planetes. Les étoiles fixes sont celles qui gardent toujours entr'elles la même situation & la même distance, quoiqu'elles nous paroissent chaque jour tourner autour de la terre d'orient en occident. Les planetes sont des étoiles qui changent à tout moment de situation & de distance, tant à l'égard d'elles-mêmes, qu'à l'égard des étoiles fixes.

DES PLANETES.

On a toujours compté sept planetes, sçavoir, la lune, venus, mercure, le soleil, mars, jupiter & saturne. On leur a donné cet ordre, parce que la lune étant la plus proche de la terre, venus vient après, mercure ensuite, & ainsi des autres, jusqu'à saturne, qui est le plus éloigné.

La plupart des nouveaux philosophes ne reconnoissent point ce même nombre des planetes. Ils prennent le soleil pour une étoile fixe, qui est au centre de ce qu'ils appellent *tourbillon* du ſoleil, & autour duquel tournent les autres planetes. Ils placent mercure auprès du ſoleil, enſuite venus, puis la terre, mars, jupiter & ſaturne. Pour ce qui eſt de la lune, ils la mettent au nombre de ce qu'ils ont nommé *ſatellites*. Par le nom de ſatellite, ils entendent une étoile qui tourne autour d'une planete. Les lunettes de longue vue en ont fait découvrir quatre qui accompagnent jupiter, & cinq qui accompagnent ſaturne. On a encore découvert un anneau autour de ſaturne.

Les planetes font leur mouvement dans le zodiaque, elles s'écartent de l'écliptique, les unes plus, les autres moins, tantôt vers le midi, tantôt vers le ſeptentrion. Il n'y a que le ſoleil, ou plûtôt la terre, qui prenne invariablement ſa route ſur l'écliptique.

DU SOLEIL.

Le ſoleil paroît beaucoup plus grand que les autres étoiles, ſa chaleur eſt très-ſenſible, principalement lorſqu'il donne à plomb ſur quelque lieu, comme il eſt évident dans cette partie ſeptentrionale du monde, où le ſoleil ſe fait beaucoup plus ſentir en été, quand il eſt vers le tropique de l'écreviſſe, qu'en hyver, quand il eſt vers le tropique du capricorne. Cependant le ſoleil en été eſt bien plus éloigné de la terre, qu'en hyver. On prétend que le ſoleil au commencement de l'hyver eſt plus proche de la terre qu'en été, de 748 demi-diametres terreſtres; ce qui feroit plus d'un million de lieues communes de France. Et ſi ſa chaleur eſt plus forte en été, c'eſt qu'elle donne plus à plomb, & que l'atmoſphere détourne moins de rayons.

infraction feroit peut-être encore plus fenfible, fi le globe opaque n'étoit point poli. Voyez les mémoires de l'académie royale des fciences, année 1715.

Pendant l'éclipfe totale, l'obfcurité eft fi grande qu'on voit les étoiles, comme dans une pleine nuit: on ne peut lire fans bougie, on ne fe reconnoît pas même à quelques pas: les oifeaux, & les chauve-fouris cherchent leurs retraites comme au commencement de la nuit; les animaux qui font à la campagne paroiffent épouvantés; les fleurs fe refferrent; la rofée tombe, la chaleur diminue, & l'on fent de la fraîcheur. Quelques-uns de ces phénomenes arrivent lors même que l'éclipfe n'eft point entierement totale.

PROBLEME XLV.

Obferver un éclipfe de foleil.

QUand on veut obferver l'éclipfe, on peut fe fervir commodément d'une lunette de fept, de huit, ou de neuf pieds de longueur; on attache à la lunette du côté de l'oculaire un fupport, qui porte une planchette, qu'on met à la diftance d'environ deux pieds de l'oculaire. * Cette planchette doit être perpendiculaire à l'axe de la lunette, & l'on colle deffus un papier blanc qui regarde l'oculaire. On fe place dans une chambre obfcure, où l'on a laiffé une ouverture pour placer l'objectif de la lunette. On fait paffer au travers de la lunette l'image du foleil, qui va fe peindre fur le papier blanc de la planchette. On

* Cette diftance eft plus ou moins grande; mais l'image du foleil y doit être repréfentée fuffifamment grande, bien éclairée, & nettement terminée en fa circonférence.

divise l'image du soleil en douze cercles concentriques, placés à égale distance l'un de l'autre: le cercle extérieur doit comprendre exactement l'image du soleil, & les intérieurs, divisant le diametre du grand cercle en 24 parties égales, servent à marquer les doigts & demi-doigts. Il est bon d'ajuster un micrometre à cette lunette ou à une autre: ce micrometre sert à observer immédiatement la quantité de la partie du soleil éclipsée.

Avec ces précautions, il faut encore en avoir une autre, qui est de régler une pendule la veille & le jour même de l'éclipse par les hauteurs du soleil, ou de quelque étoile. Toutes ces préparations etant faites, on remarque l'instant où l'éclipse commence, & où elle finit: on observe par ce moyen sa durée & ses différens degrés.

Sans tant d'apprêt on peut se servir d'un verre noirci à la fumée de la chandelle, avec lequel on regarde l'éclipse. Il est à propos que le verre soit également noirci dans sa surface: on peut le faire double, enfermant la surface noircie entre les deux verres, qu'on attachera avec une petite bande de papier collée sur les bords entre les deux verres. On colera ces morceaux de verre avec un mastic fait de mine de plomb rouge, broyé avec de l'huile de lin. Ce mastic séche en peu de tems.

Des taches du soleil.

Les telescopes ont fait découvrir aux astronomes des phénomenes solaires inconnus aux anciens. Scheiner fit le premier cette observation en 1611. Depuis ce tems-là divers astronomes on fait plusieurs observations. Voici à peu près ce qu'ils ont dit de plus curieux sur cette matiere. Ces taches, qui paroissent être for-

DE MERCURE.

Mercure est la plus petite de toutes les planetes; elle paroît se mouvoir autour du soleil, dont elle ne s'éloigne que d'environ 28 degrés: elle est presque toujours perdue dans ses rayons. C'est ce qui fait qu'on ne sçait point la durée de ses jours, quoiqu'on ne puisse douter qu'elle ne tourne sur son centre: on croit cependant qu'elle fait ce mouvement sur elle-même en six heures.

On distingue dans mercure les mêmes phases que dans la lune; mais il a deux sortes de conjonctions, l'une supérieure, l'autre inférieure. Lorsque mercure approche de sa conjonction supérieure, il paroît presque plein; mais lorsqu'il est dans sa conjonction inférieure, il est obscurci & semblable à la lune quand elle est nouvelle. Il paroît en croissant lorsqu'il est occidental, & en décours quand il est oriental.

Mercure acheve son cercle autour du soleil en deux mois & vingt-huit jours; son diametre est à celui de la terre comme 41 à 100, & sa solidité est à peu près à celle de la terre comme 69 à 1000, c'est-à-dire, que le globe de la terre est environ quatorze fois plus gros que celui de mercure. La moyenne distance de mercure à la terre est d'environ 11880 diametres terrestres, la terre étant elle-même dans sa moyenne distance du soleil. Il est éloigné du soleil de 4257 des mêmes diametres terrestres.

DE VENUS.

La planete de venus est fort brillante; c'est elle qui devançant le lever du soleil, porte le nom de de lucifer, & qui paroissant la premiere de toutes les étoiles après le soleil couché, est connu sous le nom d'étoile du berger. Elle s'éloigne du soleil d'environ 48 degrés. Les mêmes phases, que nous avons dit arriver à mercure, & qui sont très-sensibles à l'égard de la lune, arrivent à vénus. Elle paroît être conjointe au soleil, ensorte qu'elle est cachée par le soleil, & qu'elle cache aussi le soleil. Pendant ces deux conjonctions elle se perd dans les rayons du soleil, où elle reste plongée pendant quelque tems. Avant & après ces mêmes conjonctions, on remarque qu'elle a un croissant & qu'elle est en décours. Cette planete est opaque & sphérique, comme celle de mercure, puisqu'elles reflechissent les rayons du soleil, & qu'elles paroissent sous une figure ronde.

On conjecture que vénus tourne sur elle-même, & qu'elle acheve ce tour à peu près en 15 heures. Ainsi les jours seroient chacun d'environ 15 heures, comme ceux de mercure seroient presque de six heures. Elle tourne aussi autour du soleil en sept mois quatorze jours & sept heures. son diametre est à celui de la terre comme 49 à 50, & sa solidité est à la solidité de la terre comme 9411 à 10000, c'est-à-dire, que le globe de vénus seroit quelque peu moindre que celui de la terre, quoique quelques-uns disent qu'il est quarante-trois fois plus gros que la terre, & que d'autres prétendent qu'il est vingt-huit fois, ou même trente-sept fois plus petit que la terre. La plus grande distance de vénus à la terre, lorsqu'elle est aussi dans sa moyenne distance du soleil, est de 19008 diametres terrestres, & sa plus petite distance de 3102 des mêmes diametres. Vénus est éloigné du soleil de 7953 diametres terrestres.

DE LA TERRE.

On dira ici peu de choſes de la terre, on en a beaucoup parlé dans les problêmes précédens : on ajoutera ſeulement qu'elle eſt éloignée du ſoleil dans ſa moyenne diſtançe de 11000 de ſes diametres. Voyez ce qu'on a dit de ſes autres diſtances dans l'article du ſoleil.

Suivant le ſyſtême de Copernic, la terre auroit deux mouvemens, l'un ſur ſon centre en 24 heures, d'occident en orient, & l'autre autour du ſoleil, qu'elle acheveroit en 365 jours & quelques heures. Ces deux mouvemens ſuppléeroient aux mouvemens du ſoleil & des étoiles, qui ſont ſi énormes, s'ils ſont véritables, qu'il faut que le ſoleil faſſe près de deux mille trois cens lieues en une ſeconde, qui eſt le tems d'un battement d'artere, & que les étoiles qui ſont dans l'équateur, parcourent en un jour trois cens millions de lieues.

DE LA LUNE.

La lune accompagne la terre dans ſon tourbillon ; elle paroît de deſſus la terre le plus grand & le plus lumineux de tous les aſtres après le ſoleil. On ſçait pourtant qu'elle n'eſt point lumineuſe par elle-même, & qu'elle emprunte du ſoleil tout ce qu'elle a de lumiere. Ses phaſes ſont apperçues de tout le monde. Etant conjointe au ſoleil, elle eſt cachée dans ſes rayons, & nous ne la voyons point. Quelque temps après ſa conjonction, elle paroît du côté de l'orient avec un croiſſant, dont les cornes ſont oppoſées au ſoleil ;

puis en s'éloignant du ſoleil, ſes cornes s'empliſſent peu à peu, & elle ſe fait voir à demi pleine. Enſuite paſſant inſenſiblement par pluſieurs degrés de lumiere qui vont en augmentant, elle paroît entierement pleine, lorſqu'elle eſt diamétralement oppoſée au ſoleil. Enfin décroiſſant dans le même eſpace de tems qu'elle a mis à croître, elle paſſe par les mêmes phaſes, avec cette différence, que ſes cornes dans ſon décours, étant encore oppoſées au ſoleil, ſon tournées vers l'occident; après quoi elle ſe replonge dans les rayons du ſoleil; d'où ſortant elle paroît ſous les mêmes figures où elle a paru auparavant.

Ces divers changemens, qui s'achevent en moins d'un mois, nous font connoître qu'elle décrit un cercle autour de la terre : ce cercle, ou plutôt cette ellipſe eſt fort irréguliere.

La ſimple vue ſuffit pour nous faire appercevoir ſur le diſque de la lune des taches qui pourroient bien n'être que l'ombre de quelques grandes montagnes, puiſque ces taches ſont plus ou moins apparentes, ſelon que la lune eſt plus près ou plus éloignée du ſoleil; elles diſparoiſſent même dans la pleine lune, principalement vers le milieu du diſque. D'ailleurs elles paroiſſent depuis la nouvelle lune juſqu'à la pleine lune, vers le bord oriental du diſque de la lune, & vers ſon bord occcidental, depuis la pleine lune juſqu'à la nouvelle lune.

Les lunettes d'approche ont fait découvrir d'autres particularités. Lorſque la lune eſt vers ſon premier quartier, ſi on regarde avec une lunette d'approche cette ligne, qui à la vue ſimple ſépare la partie ténébreuſe d'avec la lumineuſe, ce n'eſt pas une ligne droite qu'on apperçoit, c'est une dentelure, où le lumineux s'engraine, pour ainsi dire, avec le ténébreux; ce qui marque assez manifestement qu'il y a des montagnes très-hautes, qui étant éclairées dans la partie ténébreuse, ne renvoyent point assez de lumiere pour être apperçues sans lunette. Quatre jours même après la nouvelle lune, on remarque des endroits éclairés dans la partie orientale, qui est pour lors obscure; & dans le décours de la lune on observe que dans la partie occidentale, qui est pour lors obscure, il y a des endroits qui sont encore éclairés. Il suit de-là qu'il y a sur le disque de la lune des parties plus élevées, qui reçoivent plutôt la lumiere du soleil, & d'autres qui la quittent plus tard.

Quand la lune est dans son plein, on distingue alors sur son disque des endroits qui sont plus lumineux les uns que les autres, & d'autres qui sont plus obscurs: & comme la lune présente toujours à la terre une même face, & que ces endroits ne sont pas sujets à des changemens considérables, les astronomes ont jugé à propos de leur donner des noms, afin de s'entendre sur-tout dans les éclipses de lune. La géographie de la lune, ou plutôt la *senelographie*, est à présent parfaitement connue. Les sçavans y ont leurs seigneuries; on les reconnoîtra dans la description que nous allons donner des endroits les plus considérables de la lune. Les chiffres & les lettres serviront à les faire reconnoître sur la figure du disque de la lune, telle que Messieurs de l'observatoire l'ont décrite.

Pl. 40, fig. 34.

1 Grimaldi.
2 Galilée.
3 Ariſtarque.
4 Kepler.
5 Gaſſendi.
6 Schickard.
7 Harpalus.
8 Heraclides.
9 Landsberge.
10 Rheinoldus.
11 Copernic.
12 Helicon.
13 Capuanus.
14 Bouillaud.
15 Eratoſthenes.
16 Tymocharis.
17 Platon.
18 Archimedes.
19 L'iſle du Sinus moyen.
20 Pitatus.
21 Tycon.
22 Eudoxus.
23 Ariſtote.
24 Manilius.
25 Menelaüs.
26 Hermès.
27 Poſſidonius.
28 Dioniſius.
29 Pline.
30 Catharina, Cyrillus, Theophilus.
31 Fracaſtor.
32 Promontoire aigu.
33 Meſſala.
34 Promontoire du Songe.
35 Proclus.
36 Cleomedes.
37 Snellius & Furnerius.
38 Petau.
39 Langrenus.
40 Taruntius.

A. La mer des humeurs.
B. La mer des nues.
C. La mer des pluies.
D. La mer de nectar.
E. La mer de tranquillité.
F. La mer de ſérénité.
G. La mer de fécondité.
H. La mer des criſes.

On eſt porté à croire que toutes ces taches ſont formés par des montagnes, par des vallées, par des lacs, par des mers, par des puits, par des abimes. Cependant on n'a point encore démontré qu'il y ait un atmosphere autour de la lune. Voyez la pluralité des mondes par M. de Fontenelle, & les mémoires de l'académie royale des sciences, principalement ceux de 1715.

PROBLEME XLVI.

Observer l'éclipse de la lune.

1°. Il faut avoir une pendule que l'on réglera par le moyen du soleil, ou par la hauteur de quelque étoile fixe, comme on a dit pour l'éclipse du soleil.

2°. On aura une lunette garnie d'un bon micrometre : on dirigera cette lunette vers la lune, & on remarquera avec précision l'instant auquel le bord de la lune commencera à perdre sa rondeur ; ce sera le commencement de l'éclipse.

3°. On observera le moment où la section de l'ombre abordera les taches de la lune, que l'on connoîtra par la selenographie qu'on a mise ci-dessus.

4°. On remarquera le moment où l'ombre quittera absolument la lune, ce sera la fin de l'éclipse.

5°. Si on ôte le commencement de la fin de l'éclipse, on aura sa durée ; & l'on connoîtra sa moitié, en prenant la moitié de sa durée.

6°. Enfin le micrometre doit servir à observer la grandeur du diametre obscurci de la lune.

Il est à remarquer qu'il est quelquefois difficile d'avoir avec justesse la fin de l'éclipse, à cause de la pénombre qui est causée par l'atmosphere de la terre. Les rayons du soleil, en passant par cette atmosphere, se brisent, & vont faire une couleur rougeâtre sur les bords de la lune.

La lune tourne autour de la terre en 27 jours 8 heures, & elle met ce même tems à tourner sur son centre. C'est ce qui fait qu'elle ne nous paroît point tourner sur elle-même. Mais elle ne rejoint le soleil que 29 jours 1 heure 44 minutes, après l'avoir quitté. Elle ne s'éloigne de l'écliptique que d'environ cinq degrés. Sa plus grande distance à la terre est de 30 $\frac{15}{19}$ diametres terrestres, sa moyenne est de 28 de ces diametres, & sa plus petite est de 25 & demi des mêmes diametres.

Le diametre de la lune est à celui de la terre comme 27 à 100, & sa solidité est à celle de la terre, à peu près comme 197 à 10000, c'est-à-dire, que la terre est plus de cinquante fois plus grosse que la lune.

DE MARS.

Mars paroît d'une couleur rouge, qui ne peut venir que de la lumiere réfléchie du soleil. On remarque sur son disque une tache considérable, qui change de figure suivant l'aspect qu'elle a avec la terre, & que l'on perd de vue pendant quelque tems. On y voit aussi des endroits qui semblent quelquefois éclairés, & qui sont quelquefois plus obscurs. Cette planete a ses phases comme la lune, elle embrasse la terre dans son orbite : c'est ce qui fait qu'elle se trouve en opposition au soleil; ce qui n'arrive point à mercure, ni à vénus.

On ne doute point que mars ne tourne sur son centre, & l'on croit qu'il acheve ce tour en 24 heures 40 minutes : ses jours par conséquent sont quelque peu plus longs que les nôtres. Il tourne autour du ſoleil en un an dix mois vingt-un jours & dix-huit heures. Son diametre eſt à celui de la terre, comme 27 à 50, & ſa ſolidité eſt à celle de la terre comme 787 eſt à 5000. D'où il ſuit que le globe de mars eſt environ ſept fois plus petit que celui de la terre. Il eſt éloigné du ſoleil de 16764 diametres de la terre. Sa plus grande diſtance de la terre eſt de 29489 diametres terreſtres, & ſa plus petite diſtance de la terre eſt de 4011 des mêmes diametres.

DE JUPITER.

Jupiter, dont le globe paroît un peu ovale, a un brillant aſſez ſemblable à celui de vénus, quoiqu'il ne ſoit pas ſi étincellant : ſa couleur tient du milieu entre la couleur de l'or & celle de l'argent. Il reçoit cette lumiere du ſoleil, comme les autres planetes. On a obſervé deux ſortes de taches ſur jupiter, les unes ſont fixes & permanentes, les autres ſont ſujettes à divers changemens : celles-ci reſſemblent à des bandes qui l'entoureroient; quelquefois on n'en voit qu'une, quelquefois on en remarque deux, quelquefois un plus grand nombre; elles paroiſſent tantôt droites, tantôt recourbées vers un côté ou vers un autre ; mais elles ſont toujours paralleles entr'elles. Ces bandes prennent différentes ſituations ſur la ſurface de jupiter ; elles n'ont pas toujours la même largeur, & ne gardent pas toujours la même diſtance entr'elles. En certain tems elles s'élargiſſent ; en d'autres elles s'étréciſſent, elles ſe ſéparent, puis elles ſe confondent, il s'en forme de nouvelles en divers endroits, & il s'en efface. Ces changemens ſont plus considérables, que si l'océan inondoit toute la terre ferme, & laissoit en sa place de nouveaux continens. Cette planete est encore accompagnée de quatre satellites, dont on parlera dans la suite.

Une tache considérable de jupiter, fixe & passagere tout ensemble, a donné lieu à feu M. Cassini, & depuis à M. Maraldi, de déterminer précisément que la révolution de cette planete sur son axe, est de 9 heures 56 minutes; ce qui nous fait connoître que les jours dans jupiter sont d'environ 10 heures. Il est 11 ans 10 mois & 16 jours à tourner autour du soleil, dont il est éloigné de 57200 diametres terrestres. Son diametre est à celui de la terre comme 259 à 25, & sa solidité est à celle de la terre comme 1111346 à 10000. Le globe de jupiter est par conséquent 1112 fois plus gros que celui de la terre. Sa plus grande distance de la terre est de 71459 diametres terrestres : & sa plus petite distance est de 43540 des mêmes diametres.

DES SATELITES DE JUPITER.

Les quatre satellites de jupiter font des révolutions autour de jupiter en des tems différens. On les trouvera dans la table suivante.

Révolution.		*Jours.*	*Heures.*	*Minutes.*
Du premier	en	1	18	29
Du second		3	13	19
Du troisieme		7	4	0
Du quatrieme		16	18	5

Il eſt vraiſemblable que les ſatellites de jupiter tournent ſur leur axe, par les obſervations qu'on a faites du retour des taches qui y ont été remarquées ; mais on n'en a point déterminé le tems.

Le premier ſatellite de jupiter, c'eſt-à-dire, celui qui en eſt plus proche, eſt éloigné du centre de cette planete de près de trois diametres de jupiter, le ſecond de quatre & demi, le troiſieme de plus de ſept, & le quatrieme en eſt éloigné de quelque peu moins de treize des mêmes diametres de jupiter, & le diametre de cette planete contient environ 29660 de nos lieues communes.

DE SATURNE.

Saturne ſemble avoir une couleur plombée. Il paroît ſphérique & ſous diverſes phaſes, comme les autres planetes. D'où il ſuit qu'il reçoit ſa lumiere du ſoleil, auſſi-bien qu'elles. Il a cinq ſatellites qui l'accompagnent, & de plus un merveilleux anneau, qui eſt une ſingularité unique dans tout le ciel connu. On y remarque auſſi quelques bandes, qui paroiſſent n'être que l'ombre de l'anneau, ou de quelqu'autre corps compris dans l'atmoſphere de ſaturne.

Il eſt très-probable que ſaturne tourne ſur ſon centre ; mais l'on n'a point encore déterminé en combien de temps il fait ce tour. Il a un mouvement autour du ſoleil, qu'il acheve en 29 ans, 5 mois, 5 jours & treize heures : ainſi ſon année eſt près de trente des nôtres, & il a des pays où une ſeule nuit dure quinze ans entiers, pendant que le jour dure dans les pays oppoſés, le même nombre d'années. Il eſt éloigné du ſoleil d'environ

11035 diametres terrestres, c'est-à-dire, qu'il en est éloigné de près de 330 millions de lieues. Son diametre est à celui de la terre presque comme 10 à 1, & par conséquent la solidité est à celle de la terre comme 1000 à 1. D'où il suit que le globe de saturne est au moins mille fois plus grand que le globe de la terre. Sa plus grande distance de la terre est de 121935 diametres terrestres, & sa plus petite distance est de 87901 des mêmes diametres. Saturne ne s'éloige de l'écliptique que de deux degrés trente minutes.

REMARQUE.

Les planetes vues de la terre paroissent avoir des mouvemens fort extraordinaire; car quand on les a vu aller suivant l'ordre des signes, c'est-à-dire, d'occident en orient, on s'apperçoit qu'elles restent pendant quelque tems comme attachées à une même étoile, dont elle ne s'éloignent point; & quelquefois elles paroissent faire un mouvement contraire, & aller d'orient en occident; puis elles sont stationnaires, enfin elles reprennent leur route ordinaire: elles vont d'occident en orient.

DES SATELLITES DE SATURNE.

Le mouvement propre de ces cinq satellites de saturne se fait de même que celui de toutes les planetes, suivant la suite des signes, en sorte qu'ils paroissent dans la partie supérieure de leurs orbes qui est la plus éloignée de nous, aller de l'occident vers l'orient, & dans la partie inférieure qui est la plus proche, aller de l'orient vers l'occident. Chacun de ces satellites fait sa révolution autour de saturne en des tems différens, comme on le peut voir dans la table suivante.

Révolution.		*Jours.*	*Heures.*	*Minutes.*
Du premier	en	1	21	18
Du second		2	17	41
Du troisiéme		4	12	25
Du quatrieme		15	22	41
Du cinquieme		79	7	47

La distance de ces satellites au centre de saturne, qui est très-petite à notre égard, à cause du prodigieux éloignement de cette planete, ne laisse pas d'être réellement fort grande ; car nous trouvons que le premier satellite est éloigné du centre de saturne de 43 demi-diametres de la terre, ou 64500 lieues, en donnant 1500 lieues au demi-diametre terrestre. Le second, de 83000 lieues, à peu près de même que la lune l'est de la terre, lorsqu'elle est près de son périgée. Le troisieme en est éloigné de 116000 lieues. Le quatrieme, de 266000 lieues. Et le cinquieme, de près de 900000 lieues: ce qui surpasse neuf fois la distance de la lune à la terre.

Le quatrieme satellite est beaucoup plus gros en apparence que les autres ; ce qui donne la facilité de l'observer en tous tems, & même avec des lunettes dont le foyer n'excede pas 10 à 12 pieds. Le cinquieme paroît souvent plus gros que le troisieme ; mais dans de certains tems il diminue de grandeur & de clarté, de sorte qu'il cesse entierement de paroître.

REMARQUE.

On ſçait que les planetes qui tournent autour du ſoleil, obſervent entr'elles une certaine proportion découverte par Kepler, qui eſt telle que les quarrés des révolutions ſont comme les cubes de leurs diſtances au ſoleil, c'eſt-à-dire, que prenant le quarré du tems de chaque révolution, & tirant la racine cubique de ces quarrés, ces racines ſont entr'elles dans la même proportion que les diſtances. Ainſi lorſqu'on connoît le tems que les planetes mettent à faire leur révolution autour de leur centre, on connoît les rapports des diſtances qu'elle ont à ce centre. Saturne, par exemple, eſt 30 ans à faire ſon tour autour du ſoleil, & la terre eſt un an à faire ſon tour autour du ſoleil : pour ſçavoir le rapport de diſtance de ces deux planetes au ſoleil, quarrez en premier lieu ce nombre 30, il viendra 900, dont la racine cubique eſt preſque 10. Quarrez en ſecond lieu 1, le quarré eſt 1, & ſa racine cubique eſt auſſi 1 : De-là on connoît que la diſtance de la terre au ſoleil, eſt à la diſtance de ſaturne au ſoleil, à peu près comme 1 eſt à 10, c'eſt-à-dire, que ſaturne eſt dix fois plus éloigné du ſoleil que la terre.

Cette regle eſt générale pour tous les corps qui tournent autour d'un centre dans notre tourbillon, & elle s'eſt vérifiée par les obſervations qu'on a faites ſur les ſatellites de jupiter & ſur ceux de ſaturne. Voyez les mémoires de l'académie royale des ſciences, années 1714, 1715, 1716, & autres.

DE L'ANNEAU DE SATURNE.

Rien n'est plus capable d'exciter la curiosité des philosophes & des astronomes, après la variété & le nombre des satellites de saturne, que cet anneau merveilleux qui environne cette planete. C'est un corps qui est rond, plat & mince; mais il forme diverses apparences, suivant que notre œil est plus ou moins élevé sur son plan.

Quand cet anneau, qui est large & fort mince, ne présente à nos yeux que sa surface étroite, il disparoît, quoiqu'il soit éclairé du soleil. On le voit ensuite reparoître pendant quelques jours, après lesquels on le perd de vue pour la seconde fois. Il reste invisible pendant quatre ou cinq mois. Après ce tems on le voit reparoître de nouveau, & il augmente ensuite presque continuellement pendant l'espace de sept années, au bout desquelles il paroît dans sa plus grande largeur.

Dans le tems que cet anneau paroît le plus large, il a la figure d'une ellipse, dont le grand diamétre est à peu près le double du petit; il se retrécit ensuite pendant l'espace de sept années & demi, après lesquelles il disparoît entierement. Il reprend ensuite sa premiere forme, & renouvelle les mêmes phases deux fois dans l'espace de près de 30 années.

Cet anneau se tient suspendu autour de saturne, dont il est entierement détaché, semblable à un cercle lumineux qui environneroit la terre, & dont le plan passeroit par le centre. Cette apparence, qui n'a point sa pareille dans les corps célestes, a donné lieu de conjecturer que ce pouvoit être un amas de satellites, qui faisoient leurs révolutions autour de saturne, que leur grandeur est si petite, qu'on ne peut les appercevoir chacun séparément ; mais ils sont en même tems si près l'un de l'autre, qu'on ne peut distinguer les intervalles qui sont entr'eux, en sorte qu'ils paroissent former un corps continu. Tous ces satellites doivent être compris dans l'atmosphere de saturne, & entraînés par le mouvement qui fait tourner cette planete autour de son centre. Ils doivent aussi donner à saturne un spectacle singulier & très-agréable. Ceux qui seront sur l'horison, sont pendant une nuit autant de lunes qui représentent des phases différentes ou des phases conduites par tous les degrés possibles, que nous ne voyons ici que successivement dans la lune.

Cette anneau, ou cet amas de satellites, paroît sous la forme d'un demi-cercle d'un bout à l'autre de l'horison, & renvoyant la lumiere du soleil, il fait l'effet d'une lumiere continue.

Il y a des tems où l'on n'apperçoit que deux corps lumineux à côté de saturne, & diamétralement opposés entr'eux. Dans le commencement qu'on les découvrit par la lunette, on les prit pour deux satellites immobiles, mais on reconnut dans la suite que c'étoit deux portions opposées de l'anneau, égales & semblables, qui sont aux extrêmités d'un de ses diametres prolongé ; c'est ce qu'on appelle les anses de saturne, à cause de leur figure ; l'une disparoît quelquefois, tandis que l'autre reste visible ; les deux anses disparoissent aussi en certain tems : pour lors ils laissent voir saturne entierement rond. On les voit quelquefois disparoître deux ou trois fois dans la même année, & on les voit reparoître autant de fois. Elles deviennent invisibles, ou par le défaut de la lumiere du soleil, ou parceque le plan de l'anneau prolongé passant par le centre de la terre, ne réfléchit point la lumiere du soleil vers nos yeux.

La circonférence extérieure de l'annéau est de plus de 18000 lieues au-dessus de la surface de saturne; la largeur de l'anneau est de plus de 8000 lieues, & le vuide qui est entre la circonférence inférieure de l'anneau & la surface de saturne, comprend le même nombre de 8000 lieues. Si on veut avoir ces mesures avec plus de précision, on en fera le calcul, en supposant que le demi-diametre de l'anneau, à compter du centre de saturne, est à celui du globe de saturne, comme 9 est à 4; que l'espace compris entre la surface de saturne & l'extrêmité de l'anneau est 5; que la largeur de l'anneau tient la moitié de cet espace, c'est-à-dire, $2\frac{1}{2}$, qu'enfin le diametre de saturne est près de dix fois plus grand que celui de la terre, que l'on sait être de 3863 lieues communes.

DES COMETES.

On apperçoit de tems en tems dans le ciel entre le cercle de mars & celui de vénus, des corps lumineux, qui après avoir été visibles pendant quelque tems, disparoissent dans la suite, sans qu'on puisse les observer dans l'étendue de leur révolution; on leur a donné le nom de cometes. Elles sont semblables aux planetes, en ce que paroissant tourner autour de la terre, elles sont vues sous une figure sphérique, qui semble être solide & éclairée du soleil, c'est ce qu'on appelle la tête de la comete; mais elles sont différentes des planetes par une sorte d'illumination qui les

accompagne,

accompagne, & à laquelle on les reconnoît. On a donné le nom de queue ou de barbe à cette espece d'illumination, selon que la comete, paroissant après le coucher du soleil ou avant son lever, laisse voir cette trace de lumiere du côté opposé au soleil. Elle occupe quelquefois dans le ciel un espace de plus de 60 degrés, & quelquefois elle se raccourcit de telle maniere qu'elle ressemble à une chevelure qui enveloppe la tête de la comete.

Il y a des cometes, dont le disque, vu par la lunette, paroît aussi rond, aussi net, & aussi clair que celui de Jupiter. Il y en a d'autres, dont le disque paroît mal terminé & sombre, comme les étoiles nébuleuses le paroissent à la vue simple.

Quelques astronomes, comme Herclius, prétendent que les cometes ne sont formées que des exhalaisons sorties du soleil & des planetes, & qu'elles sont entierement semblables aux taches qu'on remarque sur le disque du soleil : ce sentiment ne manque point de probabilité. Cependant on pourroit croire que les cometes ne sont pas des corps formés de nouveau, mais que ce sont des astres réguliers, qui décrivent des cercles prodigieusement excentriques à la terre, & qui le sont à tel point, que nous ne pouvons voir ces astres que dans une très-petite partie de leur révolution. Hors de-là, ils vont se perdre dans des espaces immenses, où ils se dérobent à nos yeux & à nos lunettes, soit qu'ils demeurent dans notre tourbillon, soit qu'ils en sortent, & qu'ils y reviennent ensuite. Quoi qu'il en soit, le mouvement des cometes sera, dans ce sistême, aussi régulier que celui des planetes. Voyez Herclius dans son traité des cometes, M. Cassini dans ses observations sur les cometes, & les mémoires de l'académie royale des sciences, année 1699 & autres.

Le tems de la révolution des cometes autour d'un centre, n'a pu encore être déterminé. Leur vîtesse n'est point tout-à-fait connue, & leur route est encore incertaine. Quelques astronomes cependant pensent qu'il y a des cometes qui se font voir de 46 ans en 46 ans, & d'autres de 34 ans en 34 ans. M. Cassini a cru pouvoir assigner un zodiaque compris dans les constellations énoncées dans ces deux vers latins.

Antinous, Pegasusque, Andromeda, Taurus, Orion,
Procyon, atque Hydrus, Centaurus, Scorpius, Arcus.

Ce zodiaque renfermeroit en sa largeur 10 à 11 degrés, comme celui des planetes; & quoiqu'il y ait eu des cometes qui n'ayent point suivi cette route, cette détermination n'est pourtant pas inutile, comme il paroît par la prédiction heureuse que M. Cassini même a fait du chemin que devoit suivre la comete qui parut sur la fin de 1680, & au commencement de 1681, après la premiere observation, & qu'il jugea être la même qu'avoit observé Tycho-Brahé en 1577, 103 ans auparavant, c'est-à-dire, après trois fois 34 ans.

DES ETOILES FIXES.

La distance qu'il y a de la terre aux étoiles fixes, est prodigieuse; car dans le systême de Copernic, le cercle que la terre décrit autour du soleil n'est compté que pour un point par rapport à l'éloignement des étoiles fixes. La terre, au bout de six mois, est éloignée de tout le diametre de ce cercle, qui est très-considérable. Cependant on n'apperçoit aucune différence de la hauteur du pole dans ces deux situations; ce qui ne manqueroit point d'arriver, si le diametre de l'orbite de la terre avoit quelque rapport avec la distance qu'il y a d'ici aux étoiles fixes. Elles n'empruntent point leur lumiere du soleil; elles trouvent en elles une source féconde de lumiere, & ce sont apparemment autant de soleils qui éclairent peut-être des planetes qui tournent autour d'elles, comme les planetes de notre tourbillon tournent autour de notre soleil, & en sont éclairées.

On remarque dans les étoiles fixes une lumiere tremblante. Oseroit-on dire avec un auteur de réputation, * que ces étoiles ne nous envoyent cette lumiere tremblante, & ne paroissent briller à reprise, que parce que leurs tourbillons poussent perpétuellement le nôtre, & en sont perpétuellement repoussés. Chaque étoile formeroit donc autant de mondes ou de tourbillons, qui s'enflant & se désenflant continuellement, conserveroient presque toujours une égalité de force entr'eux : à mesure qu'un tourbillon s'enfle pour s'étendre, il est aussi-tot repoussé par les tourbillons voisins, qui sont aussi repoussés eux-mêmes, & forcés à se céder les uns aux autres plus ou moins de place, selon les différens degrés de force que l'auteur de la nature conserve dans l'univers. Si cet équilibre vient à manquer par quelque cause que ce soit dans un tourbillon, alors le soleil, qui n'a pu tenir contre les efforts de ses voisins, est contraint d'entrer dans quelques autres tourbillons, d'en suivre les mouvemens, où il se fait voir sous la figure & le nom de comete.

* M. de Fontenelle dans sa pluralité des mondes. V. Soir.

Les anciens n'ont connu que 1022 étoiles fixes, & les ont divisées en 48 constellations : mais les modernes en ont observé à la simple vue jusqu'à 1481, qu'ils ont distribuées en 63 constellations. Ils en comptent 25 dans la partie septentrionale, 26 dans la partie méridionale du ciel ; & les 12 autres, auxquelles on donne le nom de signes, se trouvent sur le zodiaque. Toutes ces étoiles ne paroissent pas d'une même grandeur ; on en distingue de six grandeurs différentes. On donne ici une table des 63 constellations, où l'on a mis le nombre des étoiles que contient chaque constellation, & le nombre des étoiles de chaque grandeur différente, qui entre dans chacune de ces constellations.

TABLE DES CONSTELLATIONS.

Constellations septentrionales.

Nomb. des Constel.	*Nomb. des Etoiles.*	*1e. grandeur.*	*2e. grandeur.*	*3e. grandeur.*	*4e. grandeur.*	*5e. grandeur.*	*6e. grandeur.*
1. La petite Ourse,	10	0	2	1	3	1	3
2. La grande Ourse,	35	0	7	3	12	8	5
3. Le Dragon,	35	0	1	10	14	8	2
4. Céphée,	21	0	0	3	7	7	4
5. Cassiopée,	28	0	0	5	5	3	15
6. Persée,	42	0	2	4	12	12	12
7. Le Charretier,	40	1	2	0	7	3	27
8. Le Bouvier,	32	1	0	6	13	4	8
9. Hercule,	62	0	0	9	21	11	21
10. Le Cygne,	40	0	1	5	16	7	11
11. Andromede,	27	0	3	1	11	10	2
12. Le Triangle,	6	0	0	0	3	1	2
13. La Chevelure de Berenice,	13	0	0	1	11	1	0
14. La Couronne,	21	0	1	0	5	8	7
15. La Lyre,	15	1	0	2	1	7	4
16. Pegase,	23	0	4	3	6	3	7
17. Le petit Cheval,	4	0	0	0	4	0	0
18. Orion,	56	2	4	4	16	11	19
19. Le petit Chien,	10	1	0	1	0	3	5
20. Le Serpentaire,	30	0	1	7	9	10	3
21. Le Serpent.	35	0	1	7	7	2	18

Constellations méridionales.

Nomb. des Constel.		Nomb. des Etoiles.	1e. grandeur.	2e. grandeur.	3e. grandeur.	4e. grandeur.	5e. grandeur.	6e. grandeur.
22.	L'Aigle,	27	0	1	6	1	5	14
23.	Antinoüs,	15	0	0	6	2	1	6
24.	La Fleche,	8	0	0	0	3	1	4
25.	Le Dauphin,	10	0	0	5	0	1	4

Signes du Zodiaque.

26.	Le Bélier,	19	0	0	3	1	2	13
27.	Le Taureau,	48	1	1	5	8	20	13
28.	Les Gémeaux,	34	0	3	4	7	9	11
29.	L'Ecrevisse,	32	0	0	2	4	6	20
30.	Le Lion,	43	2	2	5	13	7	14
31.	La Vierge,	45	1	0	5	6	11	22
32.	La Balance,	14	0	2	1	8	2	1
33.	Le Scorpion,	35	1	1	9	10	11	3
34.	Le Sagittaire,	30	0	2	7	8	8	5
35	Le Capricorne,	28	0	0	4	1	7	16
36.	Le Verseur d'eau,	42	0	0	4	7	23	8
37.	Les Poissons,	36	0	0	1	6	19	10

Constellations méridionales.

38.	La Baleine,	29	0	2	7	14	5	1
39.	L'Eridan,	44	1	0	6	29	5	3
40.	Le Lievre,	13	0	0	4	4	4	1
41.	Le grand Chien,	19	1	1	5	4	8	0

Constellations méridionales.

Nomb. des Constel.	Nomb. des Etoiles.	1e. grandeur.	2e. grandeur.	3e. grandeur.	4e. grandeur.	5e. grandeur.	6e. grandeur.
42. L'Hydre,	29	1	0	2	13	9	4
43. La Tasse,	11	0	0	0	8	1	2
44. Le Corbeau,	8	0	0	4	1	2	1
45. Le Poisson austral,	12	1	0	0	9	2	0
46. Le Phœnix,	14	0	1	3	8	2	0
47. La Colombe,	12	0	2	0	9	0	1
48. Le Navire Argo,	51	1	7	10	23	7	3
49. Le Centaure,	41	2	5	7	16	9	2
50. Le Loup,	20	0	0	2	11	7	0
51. La Couronne australe,	13	0	0	0	4	7	2
52. La Grue,	15	0	3	0	4	2	6
53. Hydrus,	15	0	1	0	4	10	0
54. La Dorade,	6	0	0	0	3	3	0
55. Le Poisson volant,	4	0	0	0	0	1	3
56. La Mouche,	4	0	0	0	4	0	0
57. Le Triangle austral,	4	0	3	0	0	1	0
58. L'Autel,	6	0	0	0	5	1	0
59. Le Paon,	16	0	1	2	1	6	6
60. L'Indien,	15	0	0	0	6	3	0
61. Le Toucan,	8	0	4	0	3	1	0
62. Le Caméléon,	9	0	0	9	0	0	0
63. Apus, ou l'Oiseau d'Inde.	12	0	0	0	1	11	0

Outre toutes ces étoiles, qu'on observe à la vue simple, on remarque encore dans le ciel une blancheur qui s'étend d'un pole à l'autre. C'est ce qu'on appelle la voie lactée, ou la voie de lait, & qui n'est autre chose qu'une infinité de petites étoiles invisibles aux yeux, à cause de leur petitesse, & semées si près les unes des autres, qu'elles paroissent former une lueur continuelle: on ne peut les découvrir qu'avec des lunettes d'approche. Cette voie lactée passe par les constellations de cassiopée, du cigne & de l'aigle; par la fleche du sagittaire, la queue du scorpion, le centaure, le navire argo, les pieds des gémeaux, le charretier & persée Avec le secours des lunettes, on découvre un très-grand nombre d'étoiles répandues parmi les autres, & elles sont en si grande quantité dans quelques constellations, que dans celle d'orion, on en compte plus de mille.

Parmi les étoiles fixes, il y en a qui paroissent & disparoissent pendant certaines périodes. Mais ce qui est très-remarquable, c'est que dans le commencement qu'elles paroissent, leur grandeur augmente jusqu'à ce qu'étant prêtes à disparoître, leur grandeur diminue peu à peu. On les voit même encore avec des lunettes d'approche, quand on ne peut plus les appercevoir avec la vue simple. Ces étoiles feroient-elles semblables à nos planetes, & auroient-elles un mouvement autour de quelque étoile?

On observe au contraire d'autres étoiles, qui ayant paru pendant un certain tems, disparoissent absolument. On les voit d'abord d'une figure ronde, & d'une grandeur qui augmente peu à peu: de sorte qu'elles paroissent plus grandes que les étoiles de la premiere grandeur ; mais elles diminuent insensiblement en passant par tous les différens degrés de grandeur des étoiles, & elles changent en même tems de couleur, à mesure qu'elles approchent de leur fin ; car dans le commencement elles ont une lumiere blanche & agréable, qui ressemble assez à celle de vénus ; ensuite elles prennent une couleur rougeâtre, comme celle de mars : enfin elles deviennent blanchâtres & plombées comme saturne, jusqu'à ce qu'elle disparoissent. Depuis leur commencement jusqu'à leur fin on les voit avec cette lumiere tremblante, qui est commune à toutes les étoiles fixes.

PROBLEME XLVII.

Dresser un thême céleste.

Les astrologues prétendent, par la connoissance de la disposition des astres, pénétrer dans l'obscurité de l'avenir, soit pour prévoir les changemens des tems, soit pour prédire les événemens qui sont attachés à la fortune des hommes. Ils supposent le ciel divisé par des méridiens en douze parties égales, auxquelles ils ont donné le nom de *maisons célestes*. On commence à compter ces maisons à l'orient, en descendant sous l'horison, de telle sorte que les six premieres sont toujours sous l'horison, & les six autres dessus.

La premiere maison est appellée *horoscope*, *maison de la vie*, du *tempérament*, de la *santé*, des *mœurs*, de *l'esprit*, & *angle oriental*. Pl. 39, fig. 46.

La seconde, la *maison des richesses*, de *l'or*, des *meubles*, & des *fonds acquis*.

La troisieme, la *maison des freres* & des *alliés*.

La quatrieme, dans le plus bas du ciel, la *maison des parens*, des *successions*, & *l'angle de la terre*.

La cinquieme, la *maison des enfans* & des *plaisirs*.

La sixieme, la *maison des domestiques*, des *sujets*, & des *animaux apprivoisés*.

La septieme, dessus l'horison, du côté de l'occident, la *maison du mariage*, des *ennemis connus*, & l'*angle d'occident*.

La huitieme, la *maison de la mort*, & *porte supérieure*.

La neuvieme, la *maison de la piété*, & des *voyages*.

La dixieme, au plus haut du ciel, la *maison des offices*, des *actions*, & de la *gloire*.

La onzieme, la *maison des amis*.

La douzieme, la *maison des maladies*, des *prisons*, des *exils*, des *ennemis cachés* & des *afflictions*.

Pl. 39, fig. 46. On dispose ces maisons dans un quarré, de la maniere qu'on le voit dans la figure.

S'il étoit proposé de dresser pour Paris un thême céleste, ou de tirer un horoscope pour le premier janvier 1723, à midi précis, il faudroit chercher dans quelques éphémérides les vrais lieux des planetes. La connoissance des tems calculés par M. *Lieutaud*, de l'académie royale des sciences, les donne tels qu'on les voit dans cette table.

Le Soleil	☉	10 d. 37′ ♑
La Lune	☾	26 d. 55′ ♎
Saturne	♄	23 d. 5′ ♐
Jupiter	♃	22 d. 18′ ♐
Mars	♂	18 d. 2′ ♐
Venus	♀	11 d. 40′ ♒
Mercure	☿	24 d. 59′ ♐

Nous n'entreprendrons point d'expliquer ici toutes les différentes manieres de dresser le thême céleste; celles qui se font par le moyen des tables, sont trop difficiles pour des récréations mathématiques. Nous nous contenterons d'indiquer la méthode qui paroît la plus aisée, & de l'appliquer à la question proposée. Prenez un globe terrestre, dont vous mettrez le pole à la hauteur de 49 degrés, qui est l'élévation du pole de Paris. Mettez ensuite dans le méridien le degré du soleil qui est 10 d. 37′ du ♑. Ayant pris garde à quel point l'horison coupe l'équateur du côté de l'occident, vous verrez qu'il le coupe vers le dixieme degré, partagez en trois les 90 degrés de l'équateur compris entre l'horison & le méridien, ou comptez de ce point 10 trois fois trente dégrés. Faites passer par ces trois divisions de l'équateur du côté de l'occident, le cercle de position attaché aux poles. Remarquez en quel point ce cercle fixé sur chaque division coupera l'écliptique, & vous trouverez que le commencement de la huitieme maison est au 7 degré de ♏; celui de la neuvieme au 27 degré de ♐, & celui de la dixieme au 10 degré 37 minutes du ♑. Faites du coté de l'orient la même chose que vous

Pl. 39, fig. 46. avez fait du côté de l'occident, en passant le cercle de position dans la partie occidentale, & vous trouverez que le commencement de la onzieme maison est au 27^{e} degré de ♑ ; celui de la douzieme au 27 de ♒, & celui de la premiere au 24 degré 32 minutes de ♈. Les commencemens de ces six maisons ayant été ainsi trouvés, il ne sera pas difficile de trouver les commencemens des six autres, puisqu'il n'y a qu'à mettre dans les suivantes, les signes opposés avec les mêmes degrés & minutes, comme on le voit dans cette table, & dans la figure.

Maisons.	*Signes.*	*Maisons.*	*Signes.*
8.	♏ 7 d.	2.	♉ 7 d.
9.	♐ 27 d.	3.	♊ 27 d.
10.	♑ 10 d. 37'	4.	♋ 10 d. 37'
11.	♑ 27 d.	5.	♋ 27 d.
12.	♒ 27 d.	6.	♌ 27 d.
1.	♈ 24 d. 33'	7.	♎ 24 d. 33'

Les positions des signes étant trouvées, & les signes avec leurs degrés ayant été placés dans le thême céleste, on mettra chaque planete avec son lieu ou sa longitude dans la maison qui lui convient, à raison du signe où elle se trouve. Ainsi la ☾ sera placée avec ses degrés & minutes, dans la 7^{e} maison, à cause qu'elle est dans le signe de ♎ ; ♄ sera mis dans la 9^{e} maison, à cause du ♐, où il se trouve, & ainsi des autres; comme on le remarquera aisément dans la figure.

REMARQUES.

I.

S'il étoit proposé de dresser un thême céleste, à une autre heure qu'à midi, comme à 6 heures du soir, il faudroit trouver la vraie heure du soleil, ou des planetes, pour cette heure proposée, suivant ce qui est enseigné dans la connoissance des tems. De plus, après avoir mis le degré du signe dans le méridien, il faudroit mettre l'aiguille des heures sur 12 heures, tourner ensuite le globe du côté de l'occident, jusqu'à ce que cette aiguille marquât l'heure proposée, qui est ici 6 heures du soir. Si l'heure proposée étoit le matin, il faudroit tourner le globe vers l'orient : alors on feroit les mêmes opérations qu'on a enseigné ci-dessus.

II.

Si le thême à dresser est pour un autre lieu que Paris, il faut faire toutes les réductions nécessaires, pour lesquelles on consultera la connoissance des tems, & faire attention à l'élévation du pole du lieu pour lequel on veut tirer l'horoscope.

III.

On n'entreprendra point de rapporter les principes sur lesquels est fondée la science de l'astrologie judiciaire. Ceux qui voudront connoître par eux-mêmes la foiblesse des fondemens qui soutiennent un édifice si peu solide, pourront s'en instruire en lisant les docteurs de cette science; tels que sont Stofler, Magin, Villon, Rantzaw, Pagan, Morin, & les autres. Rantzaw, qui étoit très-versé dans cette matiere, dit dans sa préface, que l'astrologie est fondée sur la conjecture, qu'il avoue être quelquefois trompeuse. Morin, autrefois professeur royal, emploie toute sa philosophie dans son *Astrologia Gallica*, pour prouver la solidité de cette science. Mais après une lecture pénible de ce livre, je ne sçais si on sera frappé de ses preuves. Cependant il ne sera point inutile de lire le poëme astronomique de Manile, sur-tout si on consulte l'habile commentateur Dauphin, dans les endroits difficiles.

Quoi qu'il en soit, on ne peut s'empêcher de rapporter un fait qui convient d'autant plus au sujet qu'on traite ici, qu'il appartient à M. Ozanam même. On le tirera de l'éloge de M. Ozanam, que M. de Fontenelle a donné dans l'histoire de l'académie de l'année 1717. « Il sçavoit trop » d'astronomie, dit M. de Fontenelle, pour don- » ner dans l'astrologie judiciaire, & il refusoit » courageusement tout ce qu'on lui offroit pour » l'engager à tirer des horoscopes; car presque » personne ne sçait combien on gagne à ignorer » l'avenir. Une fois seulement il se rendit à un » comte de l'Empire, qu'il avoit bien averti de ne » le croire pas. Il dressa, par astronomie, le thême » de sa nativité; & ensuite, sans employer les re- » gles de l'astrologie, il lui prédit tous les bon- » heurs qui lui vinrent à l'esprit. En même-tems le » comte fit faire aussi son horoscope par un mé- » decin très-entêté de cet art, qui s'y prétendoit » fort habile, & qui ne manqua pas d'en suivre » exactement & avec scrupule toutes les regles. » Vingt ans après le seigneur Allemand apprit à » M. Ozanam, que toutes ses prédictions étoient » arrivées, & pas une de celles du médecin. Cette » nouvelle lui fit un plaisir tout différent de celui » qu'on prétendoit lui faire. On vouloit l'applau- » dir sur son grand sçavoir en astrologie, & on » le confirmoit seulement dans la pensée qu'il n'y » a point d'astrologie.

PROBLEMES DE MECANIQUE.

La plûpart des problêmes de mécanique sont plus utiles que curieux, parce qu'ils servent ordinairement à l'exécution des choses les plus nécessaires à la vie de l'homme. Ainsi il semble qu'on ne sauroit trop s'étendre sur cette matiere : néanmoins comme il faut nécessairement nous borner, pour ne pas faire un volume trop ample, je ne rapporterai que les problêmes qui me sembleront les plus utiles, les plus agréables, & les plus faciles à comprendre & à exécuter.

PROBLEME I.

Empêcher qu'un corps pesant ne tombe, en lui ajoutant du côté où il tend à tomber, un autre corps plus pesant.

On met sur le bord d'une table AB, une clef CD, de maniere que la partie ED, qui n'est point appuyée sur la table, est plus pesante que la partie CE, qui paroît en être soutenue. On propose de faire en sorte que cette clef demeure dans cette situation sans tomber. Voici ce qu'il faut faire. Ajoutez à l'extrêmité D de la clef, un bâton DFG recourbé vers le dessous de la table. Attachez à l'extrêmité G du bâton un poids H, tellement

Pl. 35 fig. 127.

situé, qu'il réponde perpendiculairement au point E, où la clef touche la table. Alors la clef ne tombera point ; car pour tomber il faudroit que la partie ED s'inclinant, la partie EC fît un mouvement, & que l'extrêmité C décrivît un arc de cercle, dont le point E seroit le centre. Or, on conçoit que cela ne peut arriver, si le poids H ne monte au lieu de descendre : mais il n'y a point de cause pour faire monter le poids H, à moins qu'on n'appuie fortement sur quelque point de la partie EF, ou qu'on n'y suspende un poids perpendiculairement. Il est donc impossible que la clef fasse aucun mouvement. Ainsi elle demeurera dans la situation où on l'a posée, avec toutes les circonstances qu'on a décrites.

REMARQUES.

I.

Il faut regarder le poids H comme attaché à quelque point entre C & E, si le poids H avance dessous la table.

II.

On exécute facilement ce problême avec une plume, à l'extrêmité de laquelle on fiche la pointe d'un canif, ensorte que le canif fasse un angle aigu avec la plume, qu'on pose par son autre extrêmité sur la table.

III.

Pl. 41, fig. 47. On peut encore exécuter ce problême par le moyen d'un bâton CE, posé sur une table, à l'extrêmité duquel on ajuste un sceau CF plein d'eau.

Ce

Ce bâton doit être un peu applati à son extrêmité C, sur laquelle ayant fait passer l'anse du sceau, on met un autre bâton CF, qui appuyant par un de ses bouts sur le fond du sceau F, tienne de l'autre bout fortement serré le premier bâton EC contre l'anse du sceau. Cela étant fait, on met sur la table le bâton CE, comme on le voit dans la figure, & le sceau plein d'eau se trouvera suspendu à l'extrêmité de ce bâton, qui tomberoit, s'il n'avoit pas ce poids. Observez que le bâton EC doit être avancé sur la table de telle maniere que le centre de gravité de tout le poids se trouve sous le bord de la table. Pl. 41, fig. 47.

PROBLEME II.

Faire une boule trompeuse au jeu de quilles.

FAites un trou qui n'aille point jusqu'au centre de la boule. Mettez dans ce trou du plomb, bouchez-le si bien qu'il ne soit pas aisé de le découvrir. Quoiqu'on roule cette boule en la jettant droit vers les quilles, elle ne manquera pas de se détourner, à moins qu'on ne la jette par hasard ou par adresse, de telle sorte que le plomb se trouve dessus ou dessous, en faisant rouler la boule.

PROBLEME III.

Partager une pomme en deux, quatre, huit, &c. sans rompre la peau de la pomme.

AYez une petite aiguille enfilée de soie ou de fil, commencez à percer la pomme à la tête ou à la queue, en ne prenant que très-peu de l'écorce, & passant legerement sous la peau : pratiquez la même chose, en faisant tout le tour de la pomme, & revenez à l'endroit que vous aurez commencé à percer, où vous aurez laissé un bout du fil ; prenez ces deux bouts de fil, & tirez-les doucement, la pomme sera partagée en deux : les trous de l'aiguille étant petits ne paroîtront point, & il ne semblera pas que la pomme soit partagée. Vous ferez la même chose, si vous la voulez diviser en quatre, ou en autant de parties qu'il vous plaira.

PROBLEME IV.

Faire ensorte qu'un homme se tenant droit, il puisse avoir la tête & les pieds en haut.

IL faudroit le mettre au centre de la terre. Si on pouvoit aussi placer une échelle au centre de la terre, il arriveroit que deux hommes monteroient en même tems, & iroient vers deux endroits diamétralement opposés l'un à l'autre.

PROBLEME V.

Par le moyen d'un petit poids, & d'une petite balance, mouvoir un autre poids si grand que l'on voudra.

Pl. 35, fig. 128. JE suppose que la balance AB est attachée en F, au dessus de son centre de mouvement E, par le moyen du crochet immobile EF, & qu'elle a proche de son extrêmité B un petit poids C suspendu en H, par un anneau qui coule le long du bras EB. On propose d'enlever un poids d'une pesanteur énorme, comme D, qui pourroit représenter la terre, si on en connoissoit la pesanteur, & si l'on avoit un point ferme pour arrêter la balance.

Pour trouver la distance EH du poids C au centre du mouvement E, de sorte que le poids D puisse être mû par le petit poids C arrêté en H; cherchez à un poids I, moindre que le poids C, au grand poids D, & à la ligne AE, qui doit être fort petite, une quatrieme proportionnelle EH, pour avoir le point H, où le point I étant suspendu tiendra le poids D en équilibre : comme il est évident, par ce principe général des mécaniques, qui porte que deux poids demeurent en équilibre autour d'un point fixe, lorsqu'ils en sont éloignés par des distances réciproquement proportionnelles à leurs poids. C'est pourquoi si au lieu du poids I on applique en H le poids C, qui est plus grand, ce poids C pourra mouvoir & enlever le poids D.

PROBLEME VI.

Construire une balance trompeuse, qui paroisse juste étant vuide, aussi bien qu'étant chargée de poids inégaux.

FAites une balance dont les deux bassins A, B, soient de pesanteur inégale, en sorte que les longueurs des bras CD, CE, soient aussi inégales, & reciproquement proportionnelles à ces pesanteurs, c'est-à-dire, que le bassin A soit au bassin B, comme la longueur CE est à la longueur CD. Ces deux bassins AB, demeureront en équilibre autour du point fixe C. La même chose arrivera aussi lorsque les deux bras CD, CE seront égaux en longueur, & inégaux en grosseur; en sorte que le bras CD soit plus gros que le bras Pl. 42. fig. 13. 14.

Pl. 42. fig. 131. CE, à proportion que la pesanteur du bassin B est plus grande que celle du bassin A. Cela étant fait, si l'on met dans les deux bassins A, B, des poids inégaux, qui soient en même raison que les pesanteurs de ces deux bassins, en sorte que le poids le plus pesant soit mis dans le bassin le plus pesant, & le poids le moins pesant dans le bassin le moins pesant; ces deux poids avec les pesanteurs de leurs bassins, demeureront en équilibre autour du centre du mouvement C.

Supposons que le bras CD soit de 3 pouces, & le bras CE de 2 pouces, & réciproquement que le bassin B pese 3 onces, & le bassin A deux onces; alors la balance n'étant chargée que de la pesanteur de ces deux bassins, demeurera en équilibre, étant suspendue par le point C. Si l'on met dans le bassin A un poids de 2 livres, & dans le bassin B un poids de 3 livres, ou bien dans le bassin A un poids de 4 livres, & dans le bassin B un poids de 6 livres, ou bien encore dans le bassin A un poids de 6 livres, & dans le bassin B un poids de 9 livres, &c. la balance ainsi chargée paroît encore juste, parce que ces poids avec les pesanteurs de leurs bassins seront réciproquement proportionnels aux longueurs des bras de la balance. Mais on découvre la fausseté de cette balance, en changeant de bassin les poids, qui alors ne demeureront plus en équilibre.

PROBLEME VII.

Construire un nouveau peson propre à porter dans la poche.

ON a inventé depuis peu en Allemagne un nouveau peson, qu'on peut aisément porter à la poche : on s'en sert très-commodément pour peser promptement & facilement un poids d'une grandeur médiocre, comme du foin, des marchandises & autres choses semblables, depuis une livre jusqu'à cinquante.

Cette machine est composée d'un tuyau ou canon de cuivre AB, long d'environ six pouces, & large à peu près de huit lignes : on n'a marqué dans la figure que l'extrêmité BD de ce tuyau, le reste est ouvert, pour laisser voir au dedans un ressort d'acier AD, fait en vis comme un tire-boure d'arquebuse. Il y a au bout d'en haut, c'est-à dire vers A, un trou quarré, par où passe une verge de cuivre CAD, aussi quarrée, qui traverse le ressort. On voit sur une des surfaces de cette verge les divisions des livres qui ont été marquées en appliquant successivement au crochet E un poids d'une livre, de deux livres, de trois livres, &c. & en traçant des lignes sur cette verge, à l'endroit où elle s'est trouvée coupée par le trou quarré A. Pl. 42. fig. 130.

Ces lignes sont inégalement distantes les unes des autres, selon les différens poids attachés au crochet E, qui par leur pesanteur font étendre le ressort, & sortir en dehors une plus grande, ou plus petite partie de la verge, selon que le poids appliqué au crochet E, est plus grand ou plus petit. La verge doit être arrêtée par le bas avec une virole, & avoir en haut un anneau F.

L'usage de ce peson est évident par sa construction, il est aisé de connoître que pour s'en servir il le faut suspendre par l'anneau F, qui tient à la verge CD, & appliquer le poids que l'on veut peser au crochet E. La pesanteur du poids fera descendre le canon AB le long de la verge, sur laquelle on verra en A la pesanteur du poids proposé.

REMARQUE.

Pl. 42, fig. 132. Le Sieur Chapotot, ingénieur du Roi, & fabricateur des instrumens de mathématiques à Paris, a imaginé une autre sorte de peson en forme de montre, où l'on peut connoître la pesanteur d'un poids avec une très-grande facilité.

Ce nouveau peson est composé de deux poulies AB, CD, avec leurs chapes liées ensemble par une corde, comme celles qui servent aux pendules à poids. La poulie qui est en haut, sçavoir AB, est creuse comme un barrillet de montre, & contient un ressort, qui, étant arrêté par l'aissieu de la poulie, fait le même effet que celui d'une montre.

La même poulie AB contient les divisions des livres, qu'on y marque mécaniquement, comme dans le peson précédent, en appliquant successivement au crochet E un poids d'une livre, de deux livres, de trois livres, &c. & en tenant le peson suspendu par son anneau F. La pesanteur du poids fait tourner la poulie AB, de sorte que par les divers poids la pointe I répondra à des points différens de la poulie AB, où l'on marquera par conséquent le nombre des livres qui conviendront aux poids qui auront été appliqués au crochet E; après quoi on pourra se servir de ce peson, comme du précédent, pour peser tout ce que l'on voudra.

Il est aisé de voir par la figure, que la corde BDCA soutient & embrasse par en bas la poulie CD, & qu'elle est attachée fortement au point G par l'un de ses bouts, & par l'autre bout en quelque point de l'autre poulie AB, par exemple, en H;

ce qui contribue à faire tourner cette poulie AB autour de son aissieu, l'orsqu'elle est tirée par la partie AC de la corde, à cause de la pesanteur du poids appliqué au crochet E. Cette pesanteur sera d'abord marquée sur la poulie AB, par la pointe I, quand on tiendra le peson suspendu avec le pouce, ou plutôt avec un bâton appliqué à l'anneau F, &c.

Construction d'un autre peson.

Ce peson * consiste en une verge de fer suspendue par un fléau en son point d'équilibre C, qui partage la verge du peson en deux bras égaux, comme les balances communes. Chacun de ces bras a des divisions égales, & l'ordre de ces divisions commence du point C de l'équilibre, & va vers les extrêmités A & B, comme on le voit dans la figure. Pl. 41, fig. 48.

Cette balance sert à connoître le poids & le prix des marchandises en même tems.

Si vous voulez peser quelque marchandise, suspendez-la par un fil de soie à l'un des bras de la balance, & mettez à l'autre bras un contrepoids marqué D, d'une livre ou d'une once, suivant que la marchandise se pese par livres ou par onces. Ce contrepoids doit couler le long du bras, comme dans les romaines. Pour sçavoir le poids de la marchandise, mettez le fil de soie à la premiere division, qui est la plus proche du point de l'équilibre, & faites couler le contrepoids le long du bras; la division où il sera équilibre marquera le nombre des livres ou des onces de la marchandise.

* Il a été inventé par Jean-Dominique Cassini.

Pl. 41, fig. 48. Si vous voulez sçavoir le prix de toute la marchandise à raison du prix convenu, par exemple, à sept sols l'once ou la livre; mettez le fil qui soutient la marchandise à la septieme division : faites ensuite couler le contrepoids sur l'autre bras jusqu'à ce qu'il soit en équilibre, le nombre des divisions depuis le point de suspension jusqu'au contrepoids, sera le nombre des sols ou la valeur de la marchandise.

A l'égard des marchandises qu'on ne sçauroit peser que dans un bassin, prenez-en un dont le poids avec son crochet soit connu, comme d'une once ou d'une livre. Faites la même chose que vous avez faite avec le fil de soie, & quand vous aurez connu le poids total, ôtez-en le poids du bassin, le reste sera le poids de la marchandise.

REMARQUES.

La livre de Paris est de 16 onces, & se divise en deux marcs chacun de 8 onces. L'once se divise en 8 gros, & le gros en 72 grains; le grain est à peu près le poids d'un grain de froment.

Rapport du poids de Paris à ceux des pays étrangers.

La livre d'Avignon, de Lyon, de Montpellier & de Toulouse, est de 13 onces.

La livre de Marseille & de la Rochelle, est de 19 onces.

La livre de Rouen, de Besançon, de Strasbourg & d'Amsterdam, est de 16 onces.

La livre de Milan, de Naples & de Venise est de 9 onces.

La livre de Messine & de Genes est de 9 onces $\frac{3}{4}$

La livre de Florence, de Ligourne, de Pise, de Sarragoſſe & de Valence eſt de 10 onces.

La livre de Turin & de Modene eſt de 10 onces $\frac{1}{2}$.

La livre de Londres, d'Anvers & de Flandres eſt de 14 onces.

La livre de Baſle, de Berne, de Francfort & de Nuremberg eſt de 16 onces 14 grains.

La livre de Geneve eſt de 17 onces.

PROBLEME VIII.

Trouver le poids d'un nombre donné de livres par le moyen de quelques autres poids différens.

ON réſoudra facilement ce problême par le moyen de pluſieurs poids en progreſſion géométrique double & triple : il faut que l'une & l'autre commence par l'unité.

Pour la progreſſion géométrique double.

Si l'on a des poids qui ſoient en progreſſion géométrique double, tels que ſont ces nombres 1, 2, 4, 8, 16, &c. & qu'on prenne les deux premiers 1, 2, on pourra en les mettant dans le baſſin A d'une balance peſer 3 liv. Avec le poids 1, on peſera une livre ; avec le poids 2, on peſera 2 livres ; avec le poids 1, 2, on peſera 3 livres. Si à ces deux poids 1, 2, on ajoute le 3^e poids 4, on trouvera le moyen de peſer ſept livres, on peſera quatre livres avec le poids 4, cinq livres avec les poids 4, 1 ; ſix livres avec les poids 4, 2 ; ſept livres avec les poids 4, 2, 1. Pl. 42, fig. 131.

De même avec les poids 1, 2, 4, 8, on pourra

Pl. 42, fig. 131. peser 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14 & 15 livres, & avec les poids, 1, 2, 4, 8, 16, on trouvera le moyen de peser toutes les livres qui sont au-dessous de 32 livres.

On connoît, par ce qui vient d'être dit, qu'on peut peser toutes les livres qui sont au dessous du double du dernier des poids qu'on a proposé, lorsqu'on a tous les autres depuis l'unité jusqu'au proposé. Si, par exemple, on a ces poids 1, 2, 4, 8, 16, on ne peut peser que jusqu'à 31 livres, qui est le double de 16, diminué de l'unité.

Pour la progression triple.

Mais la progression triple depuis l'unité, qui s'exprime par ces nombres, 1, 3, 9, 27, 81, &c. a quelque chose de particulier. Avec les deux premiers poids 1, 3, on peut peser 1, 2, 3 & 4 livres; car en mettant le poids 1 dans le bassin B, on pese une livre; en mettant le poids 3 dans le bassin B, on pese 3 livres, & 2 livres pourvu qu'on mette dans le bassin A le poids 1; & avec les poids 1, 3, dans le bassin A, on pese 4 livres.

De même avec les trois premiers poids 1, 3, 9, on peut peser 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13; avec les quatre premiers 1, 3, 9, 27, on peut peser jusqu'à quarante livres.

On connoît par ce qui vient d'être dit, qu'avec des poids en progression triple, commençant par l'unité, on peut peser autant de livres que les poids proposés ajoutés ensemble expriment d'unités. Si, par exemple, on veut sçavoir combien on peut peser avec ces cinq poids 1, 3, 9, 27, 81, ajoutez ces nombres ensemble, & la somme 121 exprime le nombre de livres qu'on peut peser avec les cinq poids proposés, c'est-à-dire, qu'avec tes cinq poids différens, on peut peser toutes les livres qui sont contenues dans 121.

De sorte que si le nombre donné des livres est depuis 1 jusqu'à 40, qui est la somme des quatre premiers termes, 1, 3, 9, 27, vous vous servirez de quatre poids différens, dont l'un pese une livre, l'autre 3 livres, le troisieme 9 livres, & le quatrieme 27 livres, pour trouver par leur moyen un poids de quelqu'autre nombre de livres, par exemple, de 11 livres en cette sorte.

Parce que le nombre donné 11 est moindre de 1 que 12, qui est la somme des poids de 3 & de 9 livres, si vous mettez dans l'un des deux bassins d'une balance, par exemple, dans le bassin A, le poids d'une livre, & dans l'autre bassin B, les poids de 3 & de 9 livres; ces deux poids au lieu de peser 12 livres ne peseront que 11 livres, à cause du poids de 1 livre, qui est dans le bassin A. C'est pourquoi si dans le bassin A on met un corps qui, avec le poids de 1 livre, demeure en équilibre avec les deux poids de 3 & de 9 livres, qui sont dans l'autre bassin B, ce corps aura la pesanteur de 11 livres; ainsi on aura trouvé un poids de 11 livres, comme il étoit proposé. Pl. 42. fig. 131.

On connoîtra par un semblable raisonnement, que pour trouver un poids de 14 livres, il faut mettre dans le bassin A les poids de 1, 3 & 9 livres, & dans le bassin B, le poids de 27 livres, parce que ce poids surpasse les trois précédens de 14 livres, & que pour trouver un poids de 15 livres, il faut mettre dans le bassin A les poids de 3 & de 9 livres, & dans le bassin B le poids de 27 livres, parce que ce poids surpasse les deux précédens de 15 livres. Ainsi des autres.

REMARQUE.

La progreſſion triple, qui commence par l'unité, a une proprieté qui eſt à remarquer. C'eſt que celui des termes qu'on voudra choiſir ſurpaſſe de l'unité le double de la ſomme des termes précédens. Ainſi 27 ſurpaſſe de l'unité 26, double de ſa ſomme 13 des termes précédens 1, 3, 9.

PROBLEME IX.

Obſerver les différens changemens qui arrivent à la peſanteur de l'air.

On ne doute point à préſent que l'air ne ſoit peſant; on prouve ſa peſanteur, parce qu'un balon peſe plus, quand il eſt enflé, que quand il eſt déſenflé. Entre pluſieurs autres preuves qu'on a du poids de l'air, il ſuffira de rapporter l'expérience qui donna occaſion à Toricelli d'attribuer à cette peſanteur tous les effets que les philoſophes avoient juſqu'alors attribué à l'horreur du vuide. Comme cette peſanteur n'eſt pas infinie, parce que la ſphere de l'air eſt bornée, ſon effet eſt auſſi limité, comme on le voit dans une pompe aſpirante, où l'eau ne ſçauroit monter plus haut qu'environ 32 pieds, quand on leve le piſton; parce que la peſanteur de l'air ne ſçauroit la forcer à monter davantage. Il arrive la même choſe en élevant du vif-argent dans une ſeringue, où il ne monte qu'à la hauteur d'environ 27 pouces, qui eſt celle à laquelle il peſe autant que l'eau à la hauteur de 32 pieds, plus ou moins, ſelon que l'air eſt chargé de vapeurs.

Il suit de-là que l'air n'est pas toujours également pesant dans un même lieu : l'expérience nous apprend qu'il pese plus en un tems qu'en un autre. Cette différence de pesanteur se connoît par le moyen d'un instrument qu'on appelle *barometre*, dont il y a deux sortes. L'un est simple, l'autre est composé. Le simple n'est que l'expérience du vuide faite par Toricelli. On n'en parlera qu'après avoir donné la construction du barometre composé.

I.

Il faut avoir un tuyau de verre recourbé, comme ABC, qui ait deux boîtes cylindriques E, D, d'égale capacité, éloignées entr'elles de 27 pouces, qui est, comme nous avons déja dit, à peu près la hauteur à laquelle la pesanteur de l'air peut faire monter le vif-argent, c'est-à-dire, qu'une colonne d'air depuis la terre jusqu'à la plus haute surface de l'air est en équilibre avec environ 27 pouces de mercure dans un canal perpendiculaire à l'horison. Pl. 42, fig. 133.

La capacité de la boîte D doit être beaucoup plus grande que celle du reste du canal CD, pour une raison que vous verrez dans la suite. L'extrêmité A doit être bouchée hermétiquement, c'est-à-dire, de sa propre matiere ; mais l'autre extrêmité C doit être ouverte. On versera du vif-argent autant qu'il en sera besoin pour remplir la capacité du tuyau ABC, depuis le milieu de la boîte D, jusques vers le milieu de l'autre boîte E, & l'on fera en sorte que le reste du tuyau EA soit vuide d'air.

Enfin on remplira en partie l'autre tuyau CD de quelque liqueur qui ne se glace point en hyver, & qui ne puisse pas agir sur le vif-argent, comme

Pl. 42, fig. 33. de l'eau commune où l'on aura mêlé une sixième partie d'eau forte colorée avec du cuivre : c'est ce qu'on appelle *eau seconde*. On peut encore se servir d'eau commune, où l'on aura fait dissoudre du sel de tartre, & que l'on aura colorée avec de la racine d'orcanette ou du tournesol. Ces eaux se dilatent peu en été, & elles ne se glacent point en hyver.

On place ce tuyau ABC ainsi rempli d'eau seconde, & de mercure, dans une chambre perpendiculairement contre la muraille, en un lieu où l'on puisse voir commodément, & où il ne puisse être offensé. Au moindre changement qui arrive à la pesanteur de l'air, le vif-argent monte ou descend dans les deux boîtes D, E, de sorte que quand l'air devient plus pesant, il presse l'eau du tuyau CD, & la fait descendre dans la boîte D; aussi bien que le vif-argent qui remonte d'autant dans l'autre boîte E. Si le mercure descend, par exemple, d'une ligne dans la boîte D, par la pesanteur de l'air, il monte aussi d'une ligne dans la boîte E; & l'eau qui est dans le reste du canal CD, descend dans la boîte D. Et si la capacité de cette boîte D est, par exemple, dix fois plus grande que celle du reste du tuyau CD, il faudra dix lignes d'eau de ce canal pour remplir uue ligne de la boîte D. Ce qui fait voir très-sensiblement le moindre changement de la pesanteur de l'air; & il sera d'autant plus sensible que la capacité des boîtes E, D, sera grande.

Pour distinguer avec plus de facilité ce changement, on a coutume de coller une bande de papier divisée en pouces & en lignes le long du tuyau BC, & l'on remarque la division à laquelle l'eau seconde se trouve arrêtée, comme on le fait dans les *thermometres*, qui servent à connoître les degrés du chaud & du froid.

II.

On peut encore connoître la pesanteur de l'air par le moyen d'un simple tuyau de verre, long de trois ou quatre pieds, fermé par un bout, & rempli entierement de vif argent.

Ayant appliqué le doigt à l'ouverture de ce tuyau, pour empêcher que le vif-argent ne tombe quand on tiendra le tuyau renversé, plongez le bout ouvert dans d'autre vif-argent contenu dans quelque vaisseau. Alors si vous ôtez le doigt, le tuyau ne se vuidera pas entierement, mais il demeurera rempli de mercure jusqu'à la hauteur d'environ 27 pouces, plus ou moins, selon la différente température de l'air. C'est ce qu'on appelle l'*expérience du vuide*, parce qu'il semble que le reste d'en haut du tuyau demeure vuide sans aucun air. On a déja dit que Toricelli en avoit été l'inventeur. Le mercure demeure suspendu à la hauteur de 27 ou 28 pouces, à cause de la pesanteur de toute la masse de l'air, qui pesant sur le mercure qui est dans le vaisseau, la presse, l'empêche de s'élever, & de faire place à celui qui est dans le tuyau, & qui par conséquent ne peut descendre.

III.

Pour rendre ce barometre plus commode, on courbe le tuyau qui contient le vif-argent, comme vous voyez celui du barometre composé. La branche AB est toute unie sans phiole en E; mais l'autre branche, qui est beaucoup plus courte, en a une en D, & l'on retranche le canal CD. Pl. 42, fig. 133.

Lorsque l'air est plus pesant, ce qui arrive ordinairement dans le beau tems, le vif-argent monte dans la branche AB, & lorsque l'air est plus léger, ce qui arrive quand on est menacé de pluie, ou de quelque grand vent, le vif-argent baisse. On a soin de coller à l'endroit où le vif-argent demeure suspendu, un papier divisé en lignes pour connoître le changement de l'air. Mais les différentes hauteurs du vif-argent, causées dans le barometre simple par les changemens de l'air, ne sont point à beaucoup près si sensibles que les différentes hauteurs de l'eau seconde, causées dans le barometre composé par les mêmes changemens de l'air.

Pl. 43, fig. 49.

On peut encore remarquer que ces différentes hauteurs seront dans le barometre simple plus ou moins sensibles, selon que la bouteille de la branche recourbée, aura plus ou moins de capacité, * c'est-à-dire, que son diametre sera plus ou moins grand par rapport au tuyau. Si la plus longue branche étoit inclinée, la différence des hauteurs deviendroit encore plus sensible dans le barometre simple. On va donner quelques observations qui sont très-utiles pour prévoir la pluie, le vent, & le beau tems. On peut les mettre sur un papier collé à côté du tuyau. Si on trouve qu'il y ait trop d'articles, on retranchera les moins nécessaires, tels que sont le 5, le 22, le 23, & le 24, & pour les vents le 4.

* La capacité de la phiole ou du canal se connoît en quarrant le diametre de l'un & de l'autre.

Observations

Observations pour la pluie & le beau tems.

I.

Les changemens de hauteur qui arrivent au vif-argent, servent à faire prévoir les changemens qui se font dans l'air, d'où l'on peut conjecturer le beau tems ou la pluie avant qu'ils arrivent.

II.

Ces changemens n'excedent point l'espace de deux pouces, ensorte que la plus grande hauteur du vif-argent est de vingt-huit pouces six lignes, & la moindre est de vingt-six pouces six lignes, à Paris, comme on a coutume de le marquer vers l'extrêmité de la plus grande branche du tuyau.

III.

Les pouces, entre lesquels ces différentes hauteurs du vif-argent sont bornées, se divisent en lignes, & à côté de ces pouces divisés en lignes, on marque les differens tems, tels que l'expérience & l'observation les ont fait remarquer, comme on le voit dans la figure. Pl. 44, fig. 54.

IV.

Quand le vif-argent descend, c'est une marque assez certaine du mauvais tems: quand il monte, c'est une marque du beau tems; & quand il demeure à la même hauteur que les jours précédens, c'est une marque de la continuation du même tems.

V.

Cependant, pour n'être pas trompé, il faut remarquer qne les changemens de hauteur du vif-argent ne sont pas toujours un signe certain du changement de tems; mais c'est toujours une marque assurée d'une plus grande, ou d'une moindre pesanteur de l'air.

VI.

Si le barometre promet de la pluie, & qu'on n'en apperçoive pas dans la suite, il ne faut pas pour cela accuser le barometre d'être trompeur. La pluie prédite est tombée ailleurs.

VII.

Si le vif-argent est demeuré quelque tems au très-sec, & qu'ensuite il commence à descendre vers le beau fixe, alors on a lieu de croire qu'il arrivera un changement de tems.

VIII.

Si du beau fixe le vif-argent descend au beau tems, c'est signe d'un autre changement en mauvais tems, mais qui n'est pas ordinairement de longue durée.

IX.

Mais si le vif-argent descend au-dessous du variable, & plus bas, alors le mauvais tems sera de longue durée: & cela à proportion que le vif-argent sera plus bas.

X.

Ainsi pour bien juger du tems à venir, il faut observer exactement les élevations & les descentes du vif-argent, sans s'arrêter scrupuleusement aux inscriptions qui sont à côté des divisions, quoique le plus souvent les changemens du vif-argent soient conformes à ce qui est marqué par ces inscriptions.

XI.

Quand il survient du mauvais tems aussi-tôt que le vif-argent est descendu, & qu'il remonte peu après, c'est une marque que le beau tems est prochain.

XII.

Si le vif-argent pendant le mauvais tems monte considérablement, & qu'il continue à monter deux ou trois jours avant que le mauvais tems cesse, alors on peut dire avec certitude que le beau tems est prêt à venir, & qu'il durera plusieurs jours.

XIII.

Et si pendant le beau tems le vif-argent descend considérablement, & qu'il continue à descendre deux ou trois jours avant qu'il survienne de la pluie, alors on doit croire, sans craindre de se tromper, que la pluie est prochaine, & qu'elle continuera pendant plusieurs jours, quelquefois accompagnée de vents impétueux & d'orages.

XIV.

Quand le vif-argent monte promptement de quatre ou cinq divisions, c'est encore une marque assurée d'un beau tems de longue durée.

XV.

Et quand le vif-argent descend promptement de quatre ou cinq divisions, c'est un signe de grande pluie, souvent accompagnée de vent.

XVI.

Les inégalités de hauteurs du vif-argent étant fréquentes, sont des marques d'un tems incertain & changeant.

XVII.

Quand le vif-argent demeure entre le tems variable & la pluie, il ſurvient ſouvent une grande pluie.

XVIII.

En été les changemens de tems ne ſuivent pas ſi promptement les changemens du vif-argent qu'en hyver.

XIX.

Ordinairemtnt on peut prévoir en été les changemens de tems un jour, & quelquefois deux jours avant qu'ils arrivent.

XX.

Au lieu qu'en hyver on a quelquefois de la peine à prévoir les changemens de tems ſix heures avant qu'ils ſurviennent.

XXI.

Si en hyver le vif-argent monte, c'eſt un ſigne de froid; & ſi pendant le froid il deſcend, c'eſt un ſigne de pluie ou de neige.

XXII.

Il eſt difficile de découvrir la cauſe qui fait deſcendre le vif-argent, quand on eſt menacé de pluie, & le fait monter quand il doit faire beau tems.

XXIII.

On peut dire en général que l'air commençant à devenir plus léger, les vapeurs ne peuvent plus être ſoutenues; que les plus élevées tombant ſur celles qui ſont au-deſſous, elles s'aſſemblent & forment des gouttes d'eau, qui par leur propre peſanteur, tombent en pluie.

XXIV.

Au contraire, lorsque le vif-argent monte, l'air commence à devenir plus pesant; les vapeurs montent & se soutiennent dans l'air toutes séparées les unes des autres, jusqu'à ce que quelque cause change la pesanteur de l'air, & le rende plus léger.

Observations pour les vents.

I.

Si le vif-argent descend fort bas, c'est une marque de grand vent sans beaucoup de pluie.

II.

Quand le vent doit tourner à l'orient (*est*) ou entre l'orient & le septentrion (*nord-est*) ce qu'on appelle vent de bise, alors le vif-argent monte fort haut, & c'est une marque de beau tems.

III.

Mais si à un vent d'orient (*est*) ou à un vent d'entre le septentrion tirant vers l'orient (*est-nord-est*) il succede un vent de midi (*sud*) ou d'entre le midi & l'orient (*sud-est*) alors le vif-argent descend, & c'est une marque de pluie.

IV.

Il peut arriver que le vent du *sud*, ou celui du *sud-ouest*, ayant chassé des vapeurs ou des nuées du côté du *nord* & du *nord-est*, un vent de *nord* ou de *nord-est* ramene ces vapeurs & ces nuées vers le même lieu où l'on observe le barometre; alors ces vapeurs ou ces nuées causent une pluie qui peut durer quelques jours, ſuivant la quantité de vapeurs ou de nuées, qui ſe trouvent aſſemblées, quoique le vif-argent ſoit monté.

V.

On remarque ſouvent, que quand le vent du ſeptentrion (*nord*) ou celui d'entre le ſeptentrion & l'orient (*nord-eſt*) ſouffle long-tems, le vif-argent deſcend peu à peu, & que le beau-tems continue.

VI.

La deſcente du vif-argent menace de beaucoup de pluie, lorſque le vent ayant été à l'occident (*oueſt*) il vient à tourner entre le midi & l'occident (*ſud-oueſt.*)

VII.

Le vent d'entre le ſeptentrion & l'orient (*nord-eſt*) ayant le deſſus, c'eſt une marque que le beau tems continuera, quand même le vif-argent deſcendroit un peu.

VIII.

Le vent du midi (*ſud*) & celui d'entre le midi & l'occident (*ſud-oueſt*) nous * amenent ordinairement de la pluie, parce que paſſant par-deſſus la mer, qui eſt d'une grande étendue de ce côté-là, ils chaſſent vers nous les vapeurs, qui étant raſſemblées dans ce pays-ci, ſe convertiſſent en pluie.

* A Paris.

IX.

Quand le vent du ſeptentrion (*nord*) ou celui d'orient (*eſt*) ſouffle, l'air eſt ordinairement ſerein, & il tombe rarement de la pluie. Cela vient de ce qu'à l'*eſt* il y a une très-grande étendue de terre, d'où il s'éleve très-peu de vapeurs, qui ne peuvent par conséquent être chassées de ce côté-ci (*Paris*) qu'en très-petite quantité, & celles qui se sont élevées des mers les plus éloignées, ont été converties en pluye avant que d'arriver en ces pays-ci.

REMARQUES.

On remarquera ici que la doctrine de M. Ozanam touchant l'effet du barometre composé, comparé à celui du barometre simple, n'est point approuvée de M. *de la Bosse*, auteur d'un traité du barometre, qui prétend qu'il peut arriver que la variation de l'eau seconde dans le tuyau C, soit quatorze fois plus sensible que la véritable variation du vif-argent dans le barometre simple. Ceux qui voudront s'instruire pleinement sur cette matiere consulteront ce traité, pag. 95 & suiv. Pl. 44, fig. 53.

*Construction d'un nouveau barometre, avec la maniere de pouvoir en construire d'autres de telle grandeur que l'on voudra : le tout confirmé par l'expérience d'*Alexandre Fortier.

I.

Ce barometre a 17 à 18 pouces de haut; il est composé de trois branches de verre jointes ensemble par quatre boîtes cylindriques. Les deux branches des deux côtés sont remplies de mercure, & celle du milieu est remplie moitié d'huile de tartre colorée, & l'autre moitié d'huile de Karabé. La séparation de ces deux liqueurs, qui hausse & baisse, sert à marquer les changemens qui arrivent dans l'air, par rapport à sa pesanteur & à sa légéreté. Pl. 44, fig. 51.

Pour remplir ce barometre, il faut boucher l'ouverture B, mettre du mercure dans les branches des deux côtés en la maniere ordinaire par l'ouverture A, ensuite mettre les liqueurs dans la branche du milieu; après il faut sceller hermétiquement cette ouverture A, & déboucher celle qui est marquée B.

Tout le fondement de la construction de ces sortes de barometres, ne consiste qu'à opposer plusieurs colonnes de mercure contre une colonne d'air; en sorte que ces colonnes de mercure fassent ensemble vingt-huit pouces, qui est la hauteur où le mercure fait équilibre avec le poids de l'air, ce qui se fait en divisant la hauteur ordinaire de la colonne de mercure, qui est vingt-huit pouces, par la hauteur dont on veut faire le barometre, le quotient de la division donnera le nombre des colonnes de mercure qu'il faut opposer au poids de l'air. Sur quoi il faut observer que la hauteur de chaque tuyau ou branche ne se compte que du milieu des boîtes d'en bas jusqu'au milieu des boîtes d'en haut.

Outre ces proportions, il faut encore avoir égard au poids des liqueurs que l'on doit mettre dans les branches du barometre entre les colonnes du mercure, lesquelles font remonter le mercure d'un quatorzieme de leur poids, parce qu'environ quatorze lignes d'eau ou d'autre liqueur en hauteur, font équilibre avec une seule ligne aussi en hauteur de mercure. C'est pourquoi il faut élever la premiere boîte au-dessous des autres tuyaux, environ de quatorze lignes, afin qu'il puisse se faire un vuide dans cette boîte pour donner du jeu au barometre.

Les liqueurs se doivent toujours mettre dans les branches du barometre de deux en deux; sçavoir, dans la deuxieme, quatrieme, ſixieme, &c. & le mercure ſe doit mettre dans la premiere, troiſieme, cinquieme, ſeptieme, &c. ſuivant le nombre des tuyaux que le barometre doit avoir.

II.

Si on propoſe de faire un barometre AB de quatorze pouces de haut, tel que celui qui eſt repreſenté dans la figure 51, il faut diviſer le nombre 20 par 14, le quotient de la diviſion donnera 2 : ce nombre 2 montre qu'il faut oppoſer au poids de l'air deux colonnes de mercure de 14 pouces chacune, obſervant d'élever la premiere boîte au-deſſus de la machine, ſuivant la remarque qu'on vient de faire, & comme on le voit dans la figure. Pl. 44, fig. 51.

III.

Si on veut faire un autre barometre de 9 pouces 4 lignes de haut, il faut diviſer 28 par 9 $\frac{1}{3}$, le quotient donnera 3 ſans reſte; ce qui fait voir qu'il faut oppoſer trois colonnes de mercure de 9 pouces 4 lignes chacune contre une colonne d'air. Pour lors ce barometre aura cinq branches, dont la premiere, la troiſieme & la cinquieme ſeront remplies de mercure, & la ſeconde & quatrieme ſeront remplies de liqueurs, obſervant toujours d'élever la premiere boîte, à cauſe du poids des liqueurs. Voyez la 52e figure. Fig. 52.

IV.

Mais s'il arrivoit que la hauteur propoſée du barometre ne pût diviſer exactement le nombre 28, & qu'il y eût du reſte dans la diviſion, pour lors il faudroit faire les premieres branches de la Fig. 53.

Pl. 44, fig. 53. hauteur trouvée par le quotient, & la derniere du reste de la division.

Par exemple, si on propose de faire un barometre de 8 pouces de haut, il faut diviser 28 par 8, le quotient donnera 3, & il restera 4 pouces; ce qui fait voir qu'il faut opposer contre une colonne d'air quatre colonnes de mercure; sçavoir, les trois premieres de 8 pouces chacune, & la quatrieme de 4 pouces seulement; ainsi ce barometre aura sept branches, dont la premiere, troisieme, cinquieme & septieme seront remplies de mercure, & la seconde, quatrieme, & sixieme seront remplies de liqueurs, observant toujours d'élever la premiere boîte, à cause du poids des liqueurs. Voyez la 63e figure.

REMARQUES.

I.

Je crois que ces trois exemples suffisent pour pouvoir construire des barometres de toutes sortes de grandeurs, suivant les regles ci-dessus.

II.

La construction de ces sortes de barometres n'est pas toute de mon invention. La premiere idée en a été tracée par M. *Amontons*, comme il est rapporté dans l'extrait des ouvrages des sçavans de Leipsic, du mois de juillet 1688, lors de l'expérience qu'il fit pour démontrer que le vuide se pouvoit faire avec du mercure dans des tuyaux moindres que 28 pouces, qui est la hauteur où le mercure fait équilibre avec le poids de l'air.

Je crois que l'expérience du vuide a réussi; mais je ne puis imaginer qu'on ait pu en avoir conftruit un barometre; premierement, par la difficulté, pour ne pas dire l'impossibilité qu'il y a de pouvoir introduire par une même ouverture trois liqueurs différentes dans trois tuyaux joints ensemble. Secondement, parce que M. Amontons n'a parlé en aucune maniere du poids des liqueurs que l'on doit mettre dans les branches du barometre, & qui fait remonter le mercure. Ce poids des liqueurs est très-considérable, puisqu'ayant calculé la hauteur des tuyaux pour faire un barometre égal, c'est-à-dire, sans élever la premiere boîte, l'expérience manqua, & il ne se fit aucun vuide, quoique j'eusse fait faire les tuyaux un peu plus haut qu'ils ne doivent être suivant le calcul.

III.

L'expérience que j'ai de mon barometre depuis plus de deux ans, * me fait connoître que ses mouvemens sont très-justes, & même qu'il est exempt des petits défauts des autres.

* Depuis 1720 jusqu'en 1723.

Premierement, il est beaucoup plus sensible que le barometre simple, en ce qu'il fait beaucoup plus de chemin.

Secondement, dans mon barometre la colonne des liqueurs ne change point, c'est-à-dire, qu'elle ne devient ni plus haute, ni plus basse; il n'y a que l'intersection des liqueurs qui varie, & qui sert à connoître la pesanteur & la légéreté de l'air. Au contraire, dans le barometre double, lorsque l'air est léger, la colonne des liqueurs devenant plus haute, & par conséquent plus pesante, fait baisser le mercure qui est sous elle, & empêche que le barometre ne marque précisément le poids de l'air.

Enfin j'ai encore remarqué un autre petit défaut dans le barometre double, qui eſt que quand il fait fort chaud, le mercure ſe dilate, & fait monter la liqueur plus haut qu'elle ne devroit monter, au lieu que dans mon barometre, lorſque le mercure ſe dilate, cela ne doit produire aucun effet, puiſque les liqueurs qui marquent les changemens de l'air, ſont enfermées entre deux colonnes de mercure, qui agiſſent également & ſe dilatent enſemble.

IV.

Les petits points qui ſont dans les tuyaux repréſentent le mercure; les doubles hachures repréſentent l'huile de tartre, & les ſimples lignes repréſentent l'huile de Karabé.

PROBLEME X.

Connoître par la peſanteur de l'air celui de deux lieux de la terre qui eſt le plus élevé.

L'Air n'eſt pas également peſant par tout. Il eſt certain qu'il peſe moins ſur les lieux élevés, comme ſur les ſommets des montagnes, que ſur les lieux profonds, comme ſur les vallons; parce qu'il y a plus d'air au-deſſus des vallons qu'au deſſus des montagnes: tout de même que le fond d'un ſceau, où il y a de l'eau, eſt plus preſſé par la peſanteur de l'eau, quand il eſt tout plein, que quand il ne l'eſt qu'à demi, parce que les corps liquides peſent ſelon leur hauteur.

Auſſi l'on connoît par expérience, que dans les lieux qui ſont de niveau, c'eſt-à-dire, également éloignés du centre de la terre, le vif-argent s'éleve dans un barometre à une même hauteur, & qu'il s'éleve moins dans les lieux qui ſont plus élevés. D'où l'on peut conclure, que deux lieux proposés de la terre, par exemple, deux montagnes sont aussi hautes l'une que l'autre, si le vif-argent s'y éleve à une même hauteur, & que celle-là est la plus haute où le mercure s'éleve le moins.

REMARQUE.

Pour juger à peu près de la hauteur de quelque lieu de la terre au-dessus du plan de l'horison, il faut se souvenir des expériences suivantes, qui ont été faites par M. Pascal, de la pesanteur de l'air au niveau de la mer, & en des lieux plus élevés de 10, 20, 100, 200 & 500 toises, lorsque l'air étoit médiocrement chargé.

Nous dirons donc avec M. Pascal, qu'au niveau de la mer les pompes aspirantes élevent l'eau à la hauteur de 31 pieds & environ 2 pouces; & que dans les lieux élevés au-dessus du niveau de la mer de 10 toises, l'eau s'éleve seulement à la hauteur de 31 pieds & 1 pouce: où vous voyez que 10 toises d'élevation causent un pouce de diminution.

Cela se confirme par ces autres expériences, par lesquelles on connoît qu'aux lieux élevés au-dessus de la mer de 20 toises, l'eau s'éleve à 31 pieds seulement, & que dans ceux qui sont plus élevés que le niveau de la mer de 100 toises, l'eau monte seulement à 30 pieds 4 pouces; que dans les lieux plus hauts que la mer de 200 toises, l'eau ne monte qu'à 29 pieds six pouces. Enfin que dans ceux qui sont élevés à peu près de 500 toises, l'eau ne monte environ qu'à 27 pieds.

AUTRE REMARQUE.

Il s'en faut bien que cette maniere de niveler par

Pl. 44, fig. 53. hauteur trouvée par le quotient, & la derniere du reste de la division.

Par exemple, si on propose de faire un barometre de 8 pouces de haut, il faut diviser 28 par 8, le quotient donnera 3, & il restera 4 pouces; ce qui fait voir qu'il faut opposer contre une colonne d'air quatre colonnes de mercure; sçavoir, les trois premieres de 8 pouces chacune, & la quatrieme de 4 pouces seulement; ainsi ce barometre aura sept branches, dont la premiere, troisieme, cinquieme & septieme seront remplies de mercure, & la seconde, quatrieme, & sixieme seront remplies de liqueurs, observant toujours d'élever la premiere boîte, à cause du poids des liqueurs. Voyez la 63e figure.

REMARQUES.

I.

Je crois que ces trois exemples suffisent pour pouvoir construire des barometres de toutes sortes de grandeurs, suivant les regles ci-dessus.

II.

La construction de ces sortes de barometres n'est pas toute de mon invention. La premiere idée en a été tracée par M. *Amontons*, comme il est rapporté dans l'extrait des ouvrages des sçavans de Leipsic, du mois de juillet 1688, lors de l'expérience qu'il fit pour démontrer que le vuide se pouvoit faire avec du mercure dans des tuyaux moindres que 28 pouces, qui est la hauteur où le mercure fait équilibre avec le poids de l'air.

Je crois que l'expérience du vuide a réussi; mais je ne puis imaginer qu'on ait pu en avoir conftruit un barometre; premierement, par la difficulté, pour ne pas dire l'impossibilité qu'il y a de pouvoir introduire par une même ouverture trois liqueurs différentes dans trois tuyaux joints ensemble. Secondement, parce que M. Amontons n'a parlé en aucune maniere du poids des liqueurs que l'on doit mettre dans les branches du barometre, & qui fait remonter le mercure. Ce poids des liqueurs est très-considérable, puisqu'ayant calculé la hauteur des tuyaux pour faire un barometre égal, c'est-à-dire, sans élever la premiere boîte, l'expérience manqua, & il ne se fit aucun vuide, quoique j'eusse fait faire les tuyaux un peu plus haut qu'ils ne doivent être suivant le calcul.

III.

L'expérience que j'ai de mon barometre depuis plus de deux ans, * me fait connoître que ses mouvemens sont très-justes, & même qu'il est exempt des petits défauts des autres.

* Depuis 1720 jusqu'en 1723.

Premierement, il est beaucoup plus sensible que le barometre simple, en ce qu'il fait beaucoup plus de chemin.

Secondement, dans mon barometre la colonne des liqueurs ne change point, c'est-à-dire, qu'elle ne devient ni plus haute, ni plus basse; il n'y a que l'intersection des liqueurs qui varie, & qui sert à connoître la pesanteur & la légéreté de l'air. Au contraire, dans le barometre double, lorsque l'air est léger, la colonne des liqueurs devenant plus haute, & par conséquent plus pesante, fait baisser le mercure qui est sous elle, & empêche que le barometre ne marque précisément le poids de l'air.

Enfin j'ai encore remarqué un autre petit défaut le moyen du barometre soit sûre dans toutes sortes d'occasions, soit qu'on s'arrête à la différence qui se trouvera entre les plus grandes hauteurs qu'on aura observé en divers lieux pendant un long espace de tems, soit qu'on s'arrête à celle que l'on trouvera entre les hauteurs qu'on aura observé à la même heure. Elle n'est nullement sûre à l'égard de deux endroits qui se trouvent situés sous des climats différens, comme sont Stokolm & Clermont en Auvergne : mais elle peut être assez bonne à l'égard de deux ou plusieurs endroits, lesquels quoiqu'éloignés les uns des autres, se trouvent néanmoins situés à peu près sous le même parallele. Je demanderois encore quelques précautions dans les barometres; qu'ils ayent été, par exemple, remplis dans le même lieu, & qu'ils ayent une capacité égale, tant dans leurs tuyaux, que dans leurs phioles.

Choisissons deux endroits qui sont situés sous le même climat, tels que sont Paris & Domjulien, gros bourg de Lorraine. Paris est situé au 48e degré 50 minutes de latitude septentrionale, & Domjulien est à peu près au 48e degré 20 minutes de même latitude.

Supposons qu'on ait observé à Paris pendant un tems considérable, que la plus grande hauteur du vif-argent est de 28 pouces 4 lignes, & la plus petite de 26 pouces 7 lignes. La différence de ces deux hauteurs est de 21 lignes.

Supposons encore qu'on ait observé à Domjulien pendant un tems considérable: que la plus grande hauteur du vif-argent est de 27 pouces 2 lignes, & la plus petite de 25 pouces 5 lignes. La différence de ces deux hauteurs est comme à Paris, de 21 lignes. De-là on peut juger que la température du climat où ces deux endroits sont situés, cause les mêmes vicissitudes dans la pesanteur de l'air, & que par conséquent la différence qui se trouve entre les plus grandes hauteurs de ces mêmes endroits, ne peut venir que de ce que l'un est plus élevé que l'autre.

Cela étant supposé, puisque la plus grande hauteur du vif-argent à Domjulien (27 pouces 2 lignes) est moindre de 14 lignes que la plus grande à Paris (28 pouces 4 lignes), il faut que Domjulien soit plus élevé que Paris, autant qu'il est nécessaire qu'une station soit plus élevée que l'autre, pour causer une différence de 14 lignes entre les hauteurs du vif-argent en ces deux lieux. Et selon le calcul qu'on trouvera dans les remarques du problême suivant, on peut estimer que Paris est plus bas que Domjulien de 162 toises.

PROBLEME XI.

Trouver la pesanteur de toute la masse de l'air.

POur connoître la pesanteur de la masse entiere de tout l'air qui est au monde, il faut premierement connoître la surface de la terre, que nous avons trouvé au *Prob. VII. Cosm.* de 32356800 lieues quarrées de Paris. Pag. 149. Et parce qu'une lieue commune Parisienne est de 2000 toises, ou de 12000 pieds, une lieue quarrée sera de 144000000 pieds quarrés, comme on le connoît en multipliant 12000 par 12000. C'est pourquoi si l'on multiplie les 32356800 lieues quarrées par 144000000, on aura 4659379200000000 pieds quarrés pour la surface de la terre.

Il faut encore sçavoir qu'un pied cube d'eau pese environ 72 livres, & que par conséquent un prisme d'eau qui a pour base un pied quarré, & 32 pieds de hauteur, pese 2304 livres, comme on le connoît en multipliant 72 par 32.

Enfin il faut sçavoir que comme la pesanteur de l'air ne peut faire monter l'eau plus haut que de 31 ou de 32 pieds, si l'on suppose que tous les lieux de la terre soient également chargés d'air, (quoique cela ne soit pas absolument vrai, parce qu'ils ne sont pas tous également éloignés du centre de la terre, & que l'air n'est pas partout, ni en tout également pur) on peut supposer que tous les lieux de la terre sont autant pressés par la pesanteur de l'air, que s'ils portoient de l'eau à la hauteur de 31 ou de 32 pieds; cette supposition étant recevable pour des récréations mathématiques.

Cela étant supposé, il est évident que si toute la terre étoit couverte d'eau jusqu'à la hauteur de 32 pieds, il y auroit autant de prismes d'eau de 32 pieds de haut, que la surface contient de quarrés; sçavoir, 4659379200000000 prismes d'eau. C'est pourquoi si l'on multiplie ce nombre par 2304, qui est à peu près la pesanteur d'un de ces prismes, on aura 10735209676800000000 livres pour la pesanteur de tout l'air qui est dans la nature.

REMARQUE.

Il est à remarquer que dans la plupart des endroits de la surface de la terre, une colonne d'eau de 31 ou 32 pieds de hauteur est en équilibre avec une colonne d'air. Il est vrai que dans plusieurs endroits il faut une plus grande hauteur d'eau pour peser autant que l'air, & dans plusieurs une

une plus petite suffit; mais rien n'empêche que l'on ne puisse supposer que le fort portant le foible, une colonne de 32 pieds de hauteur soit en équilibre avec une colonne d'air dans toute l'étendue de la surface de la terre. D'où il suit que la surface de la terre est autant pressée par le poids de toute la masse de l'air, à laquelle elle sert de fond, qu'elle le seroit si elle servoit de fond à un orbe d'eau de 32 pieds d'épaisseur.

M. Ozanam a pris de-là occasion de chercher quel seroit le poids d'un orbe d'eau de 32 pieds d'épaisseur, qui auroit pour fond la surface de la terre. Selon son calcul ce poids seroit de 10735209680000000 livres. Et sous prétexte que la surface de la terre est autant pressée par le poids de la masse de l'air, à laquelle elle sert de fond, qu'elle pourroit l'être, si elle servoit de fond à un orbe d'eau de 32 pieds d'épaisseur, cet auteur a cru pouvoir conclure que le poids de toute la masse de l'air est le nombre de livres que nous venons de rapporter. Mais il n'est pas difficile de démontrer qu'il s'est trompé en cette occasion.

C'est un principe constant dans l'hydrostatique, qu'un volume d'une certaine liqueur, de vif-argent, par exemple, pese moins que le volume d'une autre liqueur, comme d'eau commune, si le volume d'eau commune est plus grand par rapport au volume de vif argent, que la hauteur d'une colonne de vif-argent n'est grande par rapport à la hauteur d'une colonne d'eau de même poids. Ainsi le volume d'un pied cube de vif-argent est moins grand par rapport au volume de 16 pieds cubes d'eau commune, que la hauteur d'une colonne de vif-argent n'est grande par rapport à la hauteur d'une colonne d'eau de même poids; & cela parce que dans ce cas le volume n'est au volume que comme l'unité au nombre 163; au lieu que la colonne est à la colonne de même poids comme l'unité au nombre 14; il est certain qu'un pied cube de vif-argent pese moins que 16 pieds cubes d'eau commune.

Or il est certain que le volume d'un orbe d'eau de 32 pieds d'épaisseur, qui auroit pour fond la surface de la terre, n'est pas à beaucoup près si grand par rapport au volume de l'orbe liquide que l'air forme autour de la terre, que la hauteur d'une colonne d'eau par rapport à la hauteur d'une colonne d'air de même poids.

Pour en être convaincu, il n'y a qu'à *se représenter* l'orbe de l'air souf-divisé, autant qu'il pourroit l'être, en plusieurs orbes concentriques les uns aux autres de 32 pieds d'épaisseur, & considérer que comme le volume du second de ces orbes, en s'éloignant du centre, est nécessairement beaucoup plus grand que le volume du premier; le volume du troisieme plus grand que le volume du second, & ainsi des autres; le volume du premier & plus petit de ces orbes, ne peut être à beaucoup près si grand par rapport au volume de tous ces orbes pris ensemble, ou, ce qui est la même chose, par rapport au volume de tout l'air qui est dans le monde, que l'unité au nombre de tous les orbes, quel que puisse être ce nombre. Neanmoins il est clair que l'unité est au nombre de tous ces orbes, quel qu'il puisse être, comme la hauteur d'une colonne d'eau à la hauteur, quelle qu'elle puisse être, d'une colonne d'air de même poids. Et comme le volume du premier & plus petit de ces orbes concentriques les uns aux autres, est par ſuppoſition égal à celui d'un orbe d'eau de 32 pieds d'épaiſſeur, il ſuit de-là que le volume d'un orbe d'eau de 32 pieds d'épaiſſeur, qui auroit pour fond la ſurface de la terre, n'eſt pas à beaucoup près ſi grand par rapport au volume de tout l'air qui eſt dans la nature, que la hauteur d'une colonne d'eau, à la hauteur, qu'elle puiſſe être, d'une colonne d'air de même poids.

Par conſéquent le poids d'un orbe d'eau de 32 pieds d'épaiſſeur, n'eſt pas à beaucoup près ſi grand que le poids de l'orbe liquide, que l'air forme autour de la terre, ou, ce qui revient au même, que le poids de tout l'air qui eſt dans le monde. D'où il ſuit que le poids de l'air eſt beaucoup au deſſus de ce qui a été déterminé par M. Ozanam.

Ainſi la maniere dont il s'y eſt pris pour déterminer quel eſt à peu près le poids de tout l'air qui eſt dans le monde, n'eſt pas bonne à imiter, ni dans ce cas particulier, ni dans aucun autre cas ſemblable. Car quoiqu'il ſoit permis d'uſer de quelque licence, pour faire ces ſortes de recherches, que l'on ne fait ordinairement que par maniere de récréation mathématique, où il n'eſt pas beſoin d'une exactitude ſi grande, que dans beaucoup d'autres occaſions; il n'eſt jamais permis d'avancer ſous ce prétexte, ou de ſuppoſer aucune choſe qui ſoit manifeſtement contraire aux notions les plus conſtantes de la géométrie. Et il y a lieu de s'étonner qu'un auteur auſſi habile dans ce genre de ſcience, & auſſi exact en d'autres occaſions, ſe ſoit oublié en celle-ci juſqu'à ce point.

Il eſt bon d'avertir que cette remarque n'attaque pas moins le calcul de M. Paſcal, que celui de M. Ozanam. Voyez la remarque du problême ſuivant.

PROBLEME XII.

Trouver par la pesanteur de l'air l'épaisseur de son orbe, & le diametre de sa sphere.

NOus entendons ici, par l'épaisseur de l'orbe de l'air, la distance de sa surface supérieure, où il ne pese plus, à la surface de la terre, que je suppose au milieu de la sphere de l'air, sans me mettre en peine si cette supposition est véritable, parce qu'elle est de petite conséquence pour des récréations mathématiques, où il n'est pas nécessaire de s'attacher à une précision bien rigoureuse, au moins en des questions de cette nature.

I.

Premierement pour trouver cette épaisseur, on considérera que 10 toises de hauteur diminuent d'un pouce l'effet de la pesanteur de l'air: car il est aisé de faire deux observations sur la premiere remarque du problême précédent. La premiere, c'est que les lieux qui sont au bord de la mer sont comprimés par le poids de l'air, autant qu'ils le seroient par une colonne d'eau de la hauteur de 31 pieds 2 pouces, qu'on substitueroit à ce poids de l'air, il n'importe de quelle largeur soit cette colonne d'eau; la largeur ne contribue point à la pesanteur de la colonne; car on sçait que les liqueurs ne pesent que suivant leur hauteur.

La seconde observation est que les lieux qui sont élevés de 10 toises au dessus du niveau de la mer, sont comprimés par le poids de l'air, autant qu'ils le seroient par une colonne d'eau de la hauteur de 31 pieds un pouce, qu'on substitueroit au poids de l'air. Il en feroit de même des lieux plus élevés de 10 toises en 10 toises, c'est-à-dire, qu'à mesure que les lieux feroient plus élevés de 10 toises, la colonne d'eau diminueroit d'un pouce.

D'où il suit que 10 toises de hauteur causent à la pesanteur de l'air la diminution d'un pouce d'eau. Ainsi afin que l'air n'ait plus de pesanteur, ce qui ne peut arriver qu'en quelque point de sa surface supérieure, il faut que l'effet de sa pesanteur soit diminué de 31 pieds 2 pouces, c'est-à-dire, de 374 pouces.

On trouvera la distance de ce point à la surface de la terre, ou l'épaisseur de la masse de l'air, en disant par la regle de trois directe : Si la diminution d'un pouce provient de 10 toises de hauteur, de quelle hauteur proviendra la diminution de 374 pouces? Et en multipliant 374 par 10, on aura 3740 toises pour l'épaisseur qu'on cherche, qui sans doute est beaucoup plus grande.

II.

Secondement, pour trouver le diametre de la sphere de l'air, on se servira du diamétre de la terre, qu'au *Probl. VII. Cosm.* nous avons trouvé de 3210 lieues Parisiennes, qui valent 6420000 toises, comme on le connoît en multipliant 3210 par 2000, qui est le nombre des toises d'une lieue Parisienne; on ajoutera à ce diametre 6420000 le double 7480 de l'épaisseur 3740 de l'orbe de l'air : la somme donnera 6427480 toises pour le diametre de la sphere de l'air.

REMARQUE.

On vient de voir que M. Ozanam a fait peu de fond sur la détermination qu'il a faite de l'épaisseur de l'orbe de l'air, en ajoutant que cette épaisseur est sans doute beaucoup plus grande. Il est au moins vraisemblable que cet orbe a plus d'épaisseur que la plus haute montagne n'a de hauteur. Cassius, la plus haute de toutes les montagnes, a plus de 20000 toises de hauteur, selon le pere Kircher: il faut donc que l'orbe de la terre ait beaucoup plus d'épaisseur que M. Ozanam ne lui en attribue.

Le raisonnement de M. Ozanam suppose très-mal-à-propos que l'air est également pesant dans toute l'épaisseur de son orbe. On doit supposer au contraire que l'air a d'autant moins de pesanteur, qu'il est plus éloigné de la terre, & qu'il occupe plus d'espace dans sa partie supérieure, où il est moins comprimé que dans sa partie inférieure.

On va essayer à déterminer quelle est à peu près cette épaisseur de l'orbe de l'air, sans faire aucune fausse supposition.

Il faut considérer d'abord toute une colonne d'air égale en pesanteur à 330 lignes de vif-argent sous-divisée en 330 petites colonnes, ou portions de la même colonne, posées perpendiculairement les unes sur les autres, & chacune précisément égale en pesanteur à une ligne de vif-argent.

Dans cette supposition, il est clair qu'en montant d'une portion de colonne à la suivante, depuis la premiere jusqu'à la derniere, l'air se trouve continuellement moins chargé d'un poids égal à une ligne de vif-argent; il est par conséquent toujours moins comprimé, selon une proportion arithmétique; car l'air est d'autant moins comprimé, qu'il est moins chargé. Et parce que l'air est encore d'autant moins pesant, qu'il est moins comprimé, il est clair qu'en montant d'une portion de colonne à la suivante, depuis la premiere jusqu'à la derniere, l'air se trouve toujours moins pesant, selon une proportion arithmétique.

Si on suppose donc que la différence des hauteurs de ces portions de colonne, soit de $\frac{1}{5}$ de toise, & que la premiere colonne soit de 10 toises & demie de hauteur, suivant un raisonnement qu'on se dispensera de rapporter pour abréger, on aura une progression arithmétique, dont on connoîtra le premier terme ($10\frac{1}{2}$) la différence des termes ($\frac{1}{5}$) & le nombre de ces termes (330). Ainsi pour connoître la somme des termes de cette progression, il faudra premierement connoître le dernier terme par la regle enseignée dans le premier volume au problême X, art. 4, p. 60, en cette sorte.

Multipliez 329, nombre des termes diminué de l'unité par la différence $\frac{1}{5}$, c'est-à-dire, qu'il faut prendre le cinquieme de 329, qui est à peu près 66. Ajoutez à ce produit 66 le premier terme $10\frac{1}{2}$; la somme $76\frac{1}{2}$ sera le dernier terme de la progression qui a 330 termes, & dont le premier est $10\frac{1}{2}$.

Ce dernier terme $76\frac{1}{2}$ étant connu, cherchez, par l'article 1 du même problême, la somme des termes en cette sorte. Ajoutez le premier terme $10\frac{1}{2}$ & le dernier $76\frac{1}{2}$; multipliez la somme 87 par le nombre des termes 330, le produit sera 28710; & la moitié de ce produit, qui est 14355, sera la somme des termes de cette progression arithmétique. Ce qui fait connoître que l'épaisseur de l'orbe de l'air est de 14355 toises.

Selon ce calcul l'orbe de l'air auroit moins d'épaisseur que la montagne Cassius n'a de hauteur, suivant le P. Kirker. Mais ce sçavant jésuite pourroit bien avoir trop avancé sur la foi d'autrui touchant la hauteur de cette montagne & des autres, qu'il n'a pas, selon toute apparence, mesurées lui-même. Il pourroit se faire aussi que la pesanteur de l'air diminue en s'éloignant de la terre, selon une progression artithmétique, où la différence est plus grande qu'on ne l'a supposé dans la progression précédente: ainsi en mettant $\frac{1}{3}$ pour la différence de la progression, on trouvera que l'epaisseur de l'orbe de l'air est de 21532 toises; & en supposant que cette différence est $\frac{1}{5}$, on trouvera que cette épaisseur est de 30525 toises. Voyez le traité du barometre par M. *de la Brosse.*

On mettra ici une table qui représente la valeur de trente-six termes de la progression, dont le premier est 10 toises & demie; la différence est de $\frac{1}{5}$ de toises, on peut la continuer autant qu'on voudra, en ajoutant à chaque terme $\frac{1}{5}$. On a mis une virgule qui marque ici l'addition des différences.

10 Toises $\frac{1}{2}$	10 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$	10 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$	10 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$	10 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{4}{5}$
11 Toises $\frac{1}{2}$	11 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$	11 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$	11 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$	11 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{4}{5}$
12 Toises $\frac{1}{2}$	12 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$	12 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$	12 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$	12 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{4}{5}$
13 Toises $\frac{1}{2}$	13 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$	13 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$	13 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$	13 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{4}{5}$
14 Toises $\frac{1}{2}$	14 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$	14 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$	14 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$	14 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{4}{5}$
15 Toises $\frac{1}{2}$	15 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$	15 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$	15 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$	15 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{4}{5}$
16 Toises $\frac{1}{2}$	16 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$	16 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$	16 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$	16 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{4}{5}$
17 Toises $\frac{1}{2}$				

PROBLEME XIII.

Obſerver les différens changemens qui arrivent à la température de l'air, ſelon ſes degrés de chaleur ou de froidure.

I.

ON peut connoître les divers degrés de chaleur ou de froidure, par le moyen d'un petit homme, qui paroît plus ou moins dans le goulot d'une bouteille, ſelon que l'air eſt plus ou moins chaud. Car lorſque l'air eſt très-froid, ce petit homme ſe cache entierement dans la bouteille, & il en ſort lorſque l'air devient plus chaud. Pl. 41, fig. 50.

Pour conſtruire cette eſpece de thermometre, on ſe ſert d'une bouteille de verre noire ou très-obſcure. On ne l'emplit qu'en partie d'eau de-vie, comme on le voit en CEF, le reſte BCF eſt plein d'air. On cimente en B un tuyau de verre tranſparent AE, auquel on laiſſe un petit trou en A, & qui touche preſque le fond de la bouteille en E. Enfin on met dans le tuyau AE l'image d'un petit homme d'émail, ſoudée ſur une petite phiole cylindrique aſſez grande pour que l'image & la phiole étant plus légeres qu'un pareil volume de l'eau-de-vie, qui eſt au fond de la bouteille, puiſſent nager ſur cette eau-de-vie.

Quand le petit homme eſt caché dans la bouteille, on le peut faire ſortir, en le préſentant au feu ou aux rayons du ſoleil, ou bien en échauffant la bouteille avec la chaleur des mains. Mais pour le faire cacher en été, quand il fait bien chaud, il faut plonger le fond de la bouteille dans de l'eau bien fraîche, ou dans de la glace. Ce petit homme ſe précipite tout à coup, comme pour ſe baigner.

II.

Pl. 44, fig. 54. Le thermometre de Florence eſt d'un grand uſage pour juger des différentes températures de l'air. Voici de quelle maniere on le conſtruit.

On prend une phiole C d'environ deux pouces de diametre: on y ſoude un tuyau AC, dont le diametre eſt d'une ligne & demie ou environ. On choiſit un tems froid pour l'emplir juſques vers la lettre B d'eſprit de vin coloré avec du bois de ſantal rouge, ou de la racine d'orcanette. On fait entrer l'eſprit de vin, ou en échauffant la phiole, ou en trempant l'extrêmité A dans un vaſe rempli d'eſprit de vin un peu chaud, ou plutôt avec un entonnoir, en ſe ſervant d'un petit fil de léton délié, qu'on enfonce pluſieurs fois dans le tuyau, pour faire deſcendre la liqueur dans la phiole.

Quand on s'eſt aſſuré, en expoſant l'inſtrument à l'air froid, que le tuyau eſt rempli juſques vers B, on échauffe autant qu'on peut la phiole pour faire monter l'eſprit de vin juſques vers l'extrêmité A. Pour lors on ferme exactement cette extrêmité, en la faiſant fondre à la lampe d'un émailleur.

Ce thermometre ſert à faire connoître les différens degrés de la chaleur de l'air. On a coutume de l'ajuſter à une planche, ſur laquelle on colle du papier, qui contient une diviſion telle que l'on veut. On y marque auſſi de l'autre côté la quantité du froid & du chaud, comme on le voit dans la figure. Enfin pour donner quelques inſtructions, on peut ajouter ſur ce papier collé les obſervations ſuivantes.

Obſervations ſur le thermometre de Florence.

I.

Lorſque l'air devient plus chaud, la liqueur contenue dans le thermometre, ou l'air renfermé dans cette liqueur, ſe dilate & monte à meſure que la chaleur de l'air augmente. Mais quand l'air perd de ſa chaleur, ou qu'il devient plus froid, la liqueur ſe reſſerre & deſcend vers la phiole.

II.

Si la phiole étoit trop groſſe, & le tuyau trop court ou trop étroit, le thermometre ſe caſſeroit dans une grande chaleur. La même choſe arriveroit ſi on l'expoſoit aux rayons fort vifs du ſoleil, ou ſi on l'approchoit trop près du feu.

III.

On peut faire monter la liqueur du thermometre par l'action seule de la main, en l'appliquant doucement sur la phiole. La chaleur de la main se communique à la liqueur, & la fait monter. Lorsqu'on a retiré la main, la liqueur descend peu à peu, & se remet à la même hauteur où elle étoit auparavant.

IV.

A côté des divisions ou degrés, on a marqué les différentes températures de l'air d'espace en espace.

V.

Lorsque dans les gelées d'hyver l'air commence à s'adoucir, & qu'il est tempéré, on observe que la liqueur du thermometre ne monte pas aussi-tôt: elle ne monte que quand la glace est un peu fondue.

VI.

Pour se souvenir du degré où la liqueur étoit arrêtée quand on a fait son observation, on se sert d'une petite main d'émail, ou autre marque, qui coule le long d'un double fil de léton attaché par les bouts vers les deux extrêmités de la planche. On éloigne des divisions ce fil de léton, de maniere que le bout du doigt allongé de la main d'émail, tombe sur l'extrêmité des degrés, & montre précisément celui qu'on a observé, quand la main est arrêtée.

VII.

Cette main d'émail coule le long du double fil de léton par le moyen d'un petit tuyau de fer blanc, qui passe au travers du poignet de la main auquel il eſt attaché. Les bouts de chaque fil de léton doivent être éloignés l'un de l'autre dans l'endroit où ils ſont attachés, afin que la main d'émail en coulant s'arrête au degré où on la place, ſans tomber.

Uſage du thermometre.

I.

Pour connoître chaque jour de combien eſt augmentée ou diminuée la chaleur en un même lieu, remarquez un jour à une certaine heure le degré où s'eſt arrêté la liqueur dans le tuyau; puis le jour ſuivant, obſervez à la même heure ſi la liqueur eſt arrêtée plus haut, plus bas, ou au même endroit, & vous jugerez par-là s'il fait plus chaud, moins chaud, ou ſi l'air eſt dans une égale ſituation à la même heure & dans le même lieu. On peut faire la même choſe le même jour à différentes heures, ou en des jours qui ne ſe ſuivent point.

II.

C'eſt ordinairement vers les trois heures après midi que la liqueur monte à la plus haute élévation dans la journée, & c'eſt au lever du ſoleil que la liqueur ſe trouve au plus bas. Il faut prendre garde que le thermometre ne ſoit point expoſé à la réverberation du ſoleil, ni à la chaleur du feu.

III.

On peut connoître quelle eſt la plus chaude ou la plus froide de pluſieurs chambres par ce moyen. Remarquez en premier lieu à quel degré la liqueur du tuyau eſt arrêtée dans une chambre. Tranſportez enſuite le thermometre dans une autre chambre, où vous le laisserez pendant quelque tems, comme d'une demi-heure. Enfin examinez s'il y a du changement dans l'élévation de la liqueur. Si elle est demeurée au même degré, c'est une marque que l'air des deux chambres est dans le même degré de chaleur ou de froidure. Si la liqueur est montée, il fait plus chaud dans cette seconde chambre que dans l'autre. Enfin si la liqueur est descendue, c'est une marque certaine que l'air est plus froid dans cette seconde chambre que dans la premiere.

IV.

Ce qu'on vient de faire pour deux chambres peut se pratiquer à l'égard de plusieurs. Il faut remarquer qu'on doit faire cette expérience dans un court intervalle de tems, où l'on juge que la température de l'air ne puisse point avoir été changée. Et pour être mieux assuré de ce qu'on veut sçavoir, il est bon de rapporter le thermometre de l'une de ces chambres dans les autres, afin de voir s'il ne sera point arrivé quelque changement à l'air de ces chambres.

V.

Si on laisse un thermometre dans un même lieu, qui ne soit point exposé à la chaleur qui peut venir de quelque cause étrangere, comme du feu ou des bougies allumées dans un endroit resserré, & qu'on ait soin de marquer sur un registre le degré qu'on observe tous les jours à la même heure, ou aux mêmes heures, & principalement au lever du soleil, & vers les trois heures après midi, si on veut se donner la peine de le faire dans le même jour, on pourra, en continuant la même chose pendant plusieurs années, connoître par la comparaison des observations les années qui auront été plus chaudes ou plus froides.

VI.

Si on fait du feu dans une chambre, il sera aisé de connoître combien la chaleur du feu augmentera la température de l'air de cette chambre, en remarquant quel changement il arrivera à l'élévation de la liqueur contenue dans le tuyau du thermometre.

VII.

Pour connoître si la fievre est augmentée ou diminuée, faites mettre la main du malade hors le lit environ un demi quart-d'heure, pour dissiper la chaleur qui vient de celle du lit. Puis faites poser pendant quelque tems la main du malade sur la phiole d'un thermometre, en prenant garde de le casser. Observez le degré où s'arrête la liqueur, & remarquez-le. Faites la même chose dans un autre tems. En comparant les degrés où la liqueur sera arrêtée dans les différentes observations que vous aurez faites, vous verrez si la fievre est augmentée, diminuée, ou restée dans le même degré.

PROBLEME XIV.

Remplir de vin, ou de quelque autre liqueur, un tonneau par l'ouverture d'en bas.

Nous avons déja dit plus d'une fois que les corps liquides pesent seulement selon leur hauteur. C'est pourquoi pour remplir de quelque liqueur le tonneau A, non pas par le bondon E, mais par l'ouverture B d'en bas, il faut mettre à cette ouverture B un tuyau recourbé, comme Pl. 45, fig. 134.

BCD, dont l'extrêmité doit être aussi haute que le tonneau; il faut encore avoir une espece d'entonnoir, pour pouvoir plus commodément verser la liqueur dont on veut remplir le tonneau. Cette liqueur, en tombant par la branche CD, qui doit être à peu près élevée à plomb, & en entrant dans le tonneau par l'autre branche BC, qui doit être environ de niveau, y prendra une situation horisontale, & demeurera toujours à la même hauteur & dans le siphon & dans le tonneau; c'est pourquoi l'on connoîtra que le tonneau sera plein, lorsque la branche CD se trouvera pleine de liqueur.

PROBLEME XV.

Rompre avec un bâton un autre bâton posé sur deux verres sans les casser.

Pl. 54, fig. 135. IL ne faut pas que le bâton AB, que l'on veut rompre, soit trop gros, ni qu'il appuie beaucoup sur les deux verres; ses deux extrêmités A, B, doivent être amenusées en pointe, & il doit être également gros dans toute sa longueur autant qu'il sera possible, afin que l'on puisse plus facilement connoître son centre de gravité C, qui dans ce cas sera au milieu.

Le bâton AB étant supposé tel qu'on vient de le demander, on mettra ses deux extrémités A, B, sur les bords des deux verres, dont l'un ne doit pas être plus élevé que l'autre, afin que le bâton ne penche pas plus d'un côté que d'autre. On fera ensorte que la seule extrêmité de chaque pointe porte légerement sur le bord de chaque verre. Alors avec un autre bâton on donnera sur le milieu C du bâton AB, un coup sec & prompt.

Mais

mais cependant proportionné, autant qu'on le pourra juger, à la grosseur du bâton AB, & à la distance des verres.

REMARQUES.

Au lieu de verres, on pourroit se servir de deux brins de paille, que l'on tiendroit en l'air, & sur lesquels on appuieroit les extrêmités du bâton AB, comme on les a appuyés sur les bords des verres.

Le coup prompt, que l'on donne sur le bâton, fait que l'air n'ayant point le tems de céder, résiste, & sert de point d'appui dans l'endroit frappé; de sorte que le bâton se casse par la violence du coup, qui trouve de la résistance dans l'air, & ses deux extrêmités ne font aucune impression sur les verres, quand le coup est donné à propos.

C'est par la même raison qu'on casse les os de mouton sur sa serviette, sur la nape, ou sur la main, en frappant sur le milieu de l'os avec le dos d'un couteau.

PROBLEME XVI.

Vuider toute l'eau contenue dans un vase par le moyen d'un siphon.

POur faire sortir toute l'eau qui est contenue dans le vase AB, sans incliner ce vase, ni sans le percer par le bas, servez-vous d'un siphon courbé, comme CDE, dont l'une des branches doit être plus courte que l'autre. On l'emplit d'eau avec un entonnoir, s'il est nécessaire; on ferme avec le doigt l'ouverture de la plus grande branche; Pl. 35. fig. 329.

Pl. 35, fig. 329 puis en renversant le siphon, on met dans l'eau la plus petite branche, qui doit toucher le fond du vase. Alors en ôtant le doigt, l'eau du siphon CDE sortira par l'extrêmité E; & l'eau du vase AB, entrant par l'autre extrêmité, prendra la place de celle qui s'écoulera: elle continuera ainsi à sortir jusqu'à ce qu'il n'en reste point, ou fort peu dans le fond du vase AB. Ce qui réussira d'autant plus facilement, que le siphon CDE sera plus gros par le milieu que par ses deux extrêmités.

REMARQUES.

I.

C'est de cette maniere qu'on peut aisément vuider par le bondon le vin d'un tonneau, sans en ouvrir le fond.

II.

On peut aussi puiser du vin d'un tonneau par le moyen d'un tuyau droit, qui doit être plus mince par les deux bouts que par le milieu; on le plonge par le bondon dans le tonneau, le vin entre dedans, & si l'on bouche avec le doigt le bout d'en haut, & qu'on tire le siphon hors du tonneau, on le trouvera rempli de vin. On pourra verser ce vin dans un verre, ou dans quelqu'autre vase, en ôtant le doigt qui fermoit le haut du tuyau; & le vin descendra par l'autre bout.

III.

C'est aussi de la même maniere qu'on pourra faire passer en montant l'eau qui est dans un lieu bas, à un autre lieu plus bas, pourvu que le lieu élevé sur lequel l'eau doit passer, ne soit pas plus haut que 32 pieds; parce que la pesanteur de l'air, à laquelle les philosophes modernes attribuent ce que les anciens attribuoient à l'horreur du vuide, ne peut faire monter l'eau plus haut qu'environ 32 pieds, selon les diverses expériences qui en ont été faites.

IV.

C'est encore par le moyen d'un tuyau recourbé, que l'on peut sans aqueduc, & à peu de frais, conduire une fontaine d'eau vive, du sommet d'une montagne à un autre lieu un peu moins haut, où l'on aura besoin d'eau. On fera un long tuyau de plomb, qui descendra de la fontaine par le vallon, & remontera en se recourbant jusqu'au sommet de la montagne voisine, où l'on veut conduire l'eau. Car l'eau descendant de la montagne par ce tuyau, remontera au-dessus de l'autre montagne presque aussi haut qu'elle sera descendue : je dis presque, à cause de la résistance de l'air, qui empêche l'eau de monter précisément à la même hauteur.

Il faut prendre garde néanmoins que la hauteur du tuyau ne soit pas considérable ; car si cela étoit, la pesanteur de l'eau pourroit faire crever le tuyau, qui ne soutiendroit pas l'effort de l'eau qui pese selon sa hauteur, à quoi il faudroit encore joindre sa vîtesse.

V.

On peut faire un siphon courbé avec deux tuyaux de roseaux, dont on coupe une des extrêmités de biais, pour les joindre l'un à l'autre, & former la pointe d'un siphon angulaire. On attache ces deux extrêmités avec de la cire d'Espagne, avec laquelle on a soin de boucher toutes les petites ouvertures qui pourroient donner passage à l'air.

On obfervera de laiffer une des branches plus longue que l'autre. Comme ces tuyaux ne font pas fort gros, on pourra fucer par la branche qui fera hors du vafe pour attirer l'eau, qui continuera à couler tant que l'autre branche trempera dans l'eau.

PROBLEME XVII.

Un tuyau plein d'eau étant perpendiculaire à l'horifon, trouver à quelle diftance l'eau s'écoulera par un trou fait en un point donné de ce tuyau.

Pl. 45, fig. 136. APrès avoir décrit autour du tuyau AB, que je fuppofe plein d'eau, & perpendiculaire à l'horifon, le demi-cercle ABC; percez ce tuyau en divers endroits, comme aux points D, E, F, par où l'eau puiffe fortir. Cette eau décrira en fortant les demi-paraboles DG, EH, FG, dont les amplitudes BG, BH, font doubles des finus correfpondans; c'eft à dire, des lignes DI, EC, FK, perpendiculaires au diametre AB; fçavoir, BG, double de DI & de FK, & BH double de EC. De forte que fi le point E eft le milieu du tuyau AB, ou le centre du demi-cercle ABC, auquel cas EC eft le plus grand finus, l'amplitude BH fera auffi la plus grande. Et parce que les finus également éloignés du centre E, comme DI, FK, font égaux, les deux demi-paraboles DG, FG, formées par la chûte de l'eau qui fort par les deux trous D, F, également éloignés du point de milieu E, ont auffi une même amplitude BG. Il eft évident que la plus grande amplitude BH eft égale à la hauteur AB du tuyau, & que fon extrêmité B eft le foyer de la demi-parabole EH, & que par conféquent fi l'on perce le tuyau AB en fon point de milieu E, l'eau sortira à une distance égale à la longueur AB du tuyau. Pl. 45. fig. 136.

Si l'on perce le tuyau AB au-dessus, ou au-dessous de son point du milieu E, comme en F, on trouvera la distance BG, à laquelle l'eau tombera sortant par l'ouverture F, en décrivant autour du tuyau AB, ou d'une ligne égale à ce tuyau, le demi-cercle ABC, & en tirant du point F, au diametre AB, la perpendiculaire FK, qui sera la moitié de la distance BG qu'on cherche.

Mais si vous ne pouvez pas décrire un cercle autour du tuyau AB, pour être trop grand, servez-vous de l'arithmétique, & multipliez ensemble les deux parties AF, BF pour avoir en la racine quarrée du produit la quantité de la perpendiculaire FK, ou la moitié de la distance BG qu'on cherche. Comme si la partie AF est de 2 pouces, & l'autre partie BF de 32 pouces; en sorte que la longueur du tuyau AB soit de 34 pouces, en multipliant 32 par 2, & en prenant la racine quarrée du produit 64, on aura 8, dont le double donnera 16 pouces pour la distance BG.

PROBLEME XVIII.

Préparer un vase, qui étant rempli de quelque liqueur à une certaine hauteur, la garde, & qui la perde toute, étant rempli de la même liqueur à une hauteur un peu plus grande.

I.

SOit, par exemple, un verre ABCD, par le milieu duquel vous ferez passer un petit tuyau recourbé, ou siphon EFG, ouvert par ses deux extrémités E, G. Sa partie F la plus élevée, doit F. 137.

Pl. 45, fig. 137 être un peu plus basse que le bord supérieur du verre. L'extrêmité E de ce siphon doit être proche le fond du verre, & son extrêmité G doit être plus basse que le fond même du verre. Cela étant ainsi, l'eau ou le vin qu'on versera dans le verre, y demeurera, & remplira la branche EF à mesure qu'on versera l'eau, jusqu'à la courbure F. Mais si l'on continue à verser de l'eau dans ce verre, elle montera plus haut dans le verre, & ne pouvant plus monter dans le siphon EFG, parce qu'il se recourbe & s'abaisse en F, au lieu de monter elle descendra par la branche FG, & continuera à descendre en sortant par l'ouverture G, tant que l'on continuera à verser de l'eau dans le verre, & elle s'écoulera entierement, c'est-à-dire, que le verre demeurera vuide, quand on cessera d'y mettre de l'eau.

On peut faire couler l'eau par l'ouverture d'en bas G, quoique le verre ne soit pas rempli jusqu'au sommet F du siphon EFG, en suçant par cette ouverture d'en bas G, l'air qui est contenu dans le siphon; car l'eau prendra nécessairement la place de l'air, & continuera à descendre par la branche FG, & à sortir par l'ouverture G, jusqu'à ce qu'il ne reste rien dans le verre, au moins si l'ouverture E touche à son fond, comme on a dit au problême XVI.

II.

Fig. 138. Ou bien faites passer au travers du verre ABCD, un petit tuyau perpendiculaire EF ouvert par ses deux bouts E, F, dont celui d'en haut, sçavoir, E, doit être un peu moins élevé que le bord du verre, & l'autre bout F un peu plus bas que le fond du même verre. Enfermez ce petit tuyau

EF dans un autre tuyau plus grand GI, fermé par son extrêmité G d'en haut, qui doit être un peu plus haut que le bout E du premier, & plus petit que le tuyau EF, & ouvert par son autre bout I d'en bas, qui doit toucher au fond du verre, si l'on veut que toute l'eau qu'on y versera s'écoule; ce qui arrivera, lorsqu'elle sera parvenue vers G; car alors elle entrera dans le tuyau EF par l'ouverture E, & sortira par l'autre ouverture F, en passant par l'ouverture I du tuyau GI, &c.

PROBLEME XIX.

Construire une lampe propre à porter dans la poche, sans qu'elle s'éteigne, quand même on la rouleroit par terre.

POur construire une lampe qui ne verse jamais son huile, & qui ne s'éteigne point, quelque situation qu'on lui donne, quand même on la rouleroit par terre; attachez le vase qui contient l'huile & la meche à un cercle de fer, de leton, ou de quelqu'autre matiere solide, avec deux petits pivots diamétralement opposés; de sorte que ce vase puisse par sa pesanteur demeurer en équilibre autour de ces deux pivots, tourner librement au-dedans de ce cercle, & conserver toujours une situation horisontale, à peu près comme dans les boussoles dont on se sert dans la navigation, lesquelles ont deux semblables cercles, qui servent à les tenir horisontalement. Ce premier cercle doit avoir deux autres pivots aussi diamétralement opposés, & éloignés des autres de 90 degrés: ces deux pivots doivent entrer dans un autre cercle de la même matiere. Ce second cercle doit encore avoir deux autres petits pivots insérés dans un autre corps concave qui environne toute la lampe, laquelle par le moyen de ses deux cercles ou balanciers, peut tourner librement dedans autour de six pivots qui donnent à la lampe, quand on la tourne, six différentes positions, qui sont dessus & dessous, devant & derriere, à droite & à gauche, & qui servent à la tenir horisontalement. Cette lampe, étant au milieu, se trouve toujours située à son centre de gravité, c'est à dire, que son centre de gravité se trouve toujours dans sa ligne de direction; ce qui empêche l'huile de se renverser, de quelque maniere qu'on tourne la lampe, parce qu'elle demeure toujours dans une situation horisontale.

PROBLEME XX.

Disposer trois bâtons sur un plan horisontal, en sorte que chacun s'appuie sur ce plan par l'une de ses extrêmités, & que l'autre extrêmité demeure élevée en l'air.

Pl. 45, fig. 140. POur faire que trois bâtons, ou trois couteaux, &c. se soutiennent les uns les autres élevés en l'air, lorsqu'ils sont appuyés chacun par un de leurs bouts sur une table, quand même ils seroient chargés d'un poids, sans que jamais ils puissent tomber; inclinez sur cette table l'un des trois bâtons, comme AB, en sorte que s'appuyant sur la table par son extrémité A, l'autre extrêmité B soit élevée en l'air; mettez en travers au-dessus de ce bâton l'un des deux autres bâtons, comme EF, élevé pareillement en l'air par son extrêmité F, & portant sur la table par son autre extrêmité E. Enfin diſpoſez comme un triangle le troiſieme bâton CD, enſorte que s'appuyant ſur la table par l'une des extrêmités C, il paſſe au-deſſous du premier AB, & poſe ſur le ſecond EF. Alors ces trois bâtons ſe croiſant de la ſorte, ſe ſoutiendront mutuellement, & ne pourront tomber en les chargeant de quelque poids, à moins qu'ils ne ſe plient, ou ne ſe rompent par la trop grande peſanteur du poids, qui étant médiocre, ſervira plutôt à les affermir, & à les maintenir ainſi élevés en l'air par un de leurs bouts, qu'à les faire tomber. Car AB eſt ſoutenu par CD, & CD par EF, qui eſt lui-même ſoutenu par AB.

PROBLEME XXI.

Faire tourner trois couteaux ſur la pointe d'une aiguille.

ATtachez au bout du manche de l'un des trois couteaux, comme du couteau AB, un autre couteau AC par ſa pointe, en ſorte que l'angle ABC ſoit droit, ou qu'il en approche. Obſervez que le dos du couteau AC doit être tourné vers le bas & le tranchant vers le haut, comme on le voit dans la figure. Attachez pareillement au bout du manche du couteau AC un troiſieme couteau CD par ſa pointe, en ſorte que l'angle ACD ſoit droit, ou qu'il en approche. De cette maniere les trois couteaux AB, AC, CD, ſe trouveront diſpoſés en forme de balance, dont les deux baſſins ſeront repréſentés par les deux couteaux ſuſpendus AB, CD. Le couteau AC repréſentera la verge de la balance, ſur lequel par conſéquent on trouvera par pluſieurs eſſais le centre de mouvement, ou

Pl. 45, fig. 139.

le point d'appui E, c'est-à-dire, le point où la balance étant soutenue, elle demeure en équilibre, chargée de la pesanteur de ses bassins ou couteaux AB, CD. Si on met la pointe d'une aiguille en ce point E, & qu'on la tienne à angles droits, le couteau AC, avec ses deux autres couteaux AB, CD, demeurera en équilibre; le point E sera dans la ligne de direction, où se trouvera le centre de gravité de la quantité composée de ces trois couteaux. Ainsi ces trois couteaux demeurant en équilibre autour du point E sur la pointe de l'aiguille EF qu'il faut tenir bien à plomb, la moindre force, comme seroit celle du souffle, sera capable de les faire tourner, & pour ainsi dire, danser autour de la pointe de l'aiguille sans tomber.

PROBLEME XXII.

Tirer du fond de l'eau un bateau chargé de marchandises.

S'Il arrive qu'un bateau de conséquence ait fait naufrage au milieu d'un fleuve ou d'une riviere profonde, on pourra tirer ce bateau, & le faire venir à fleur d'eau, par le moyen de deux autres bateaux, dont l'un soit vuide, & l'autre chargé de quelque chose de pesant, comme de pierres, en cette sorte.

Il faut lier ces deux bateaux avec celui qu'on veut retirer de l'eau, par deux cordes qui y doivent être fortement attachées. Ayant bandé la corde du bateau qui est chargé, il le faut décharger dans l'autre bateau qui est vuide; ce qui fera lever un peu ce premier bateau, qui attirera avec soi le bateau qui est dans l'eau, & fera enfoncer d'autant le second bateau. Ce second bateau étant ainsi chargé, on bandera pareillement sa corde, & on le déchargera dans le bateau vuide; ce qui le fera aussi lever à mesure qu'il deviendra plus léger en le déchargeant, & fera monter d'autant le bateau qui est dans l'eau, & baisser le bateau qui a été rempli de pierres. On déchargera encore ce bateau-ci de la même façon dans le bateau vuide, après avoir bandé sa corde, qui fera monter le bateau qui est dans l'eau. Enfin ce bateau, après plusieurs charges & décharges des autres, montera tant qu'il viendra à fleur d'eau; après quoi il sera facile de le conduire au bord de la riviere, & d'en retirer les marchandises.

PROBLEME XXIII.

Faire remonter un bateau de lui-même sur une riviere rapide.

PLus une riviere ou un fleuve sera rapide, plus il sera aisé de faire remonter un bateau de lui-même, pour ainsi-dire, par le moyen d'une corde & d'une roue avec son aissieu, qui ait des aîles semblables à celles d'une roue de moulin, en cette sorte.

Ayant arrêté fermement la roue avec son aissieu à l'endroit où l'on veut conduire le bateau, en sorte que les aîles entrent dans l'eau autant qu'il en sera besoin pour faire tourner la roue, attachez une corde au bateau & à l'aissieu de la roue, laquelle tournant avec son aissieu, par la rapidité de l'eau, fera entortiller la corde autour de l'aissieu. Cette corde en se raccourcissant continuellement, tirera le bateau, en remontant vers l'endroit proposé, où il remontera d'autant plus promptement que la riviere sera plus rapide, parce que l'eau fait tourner la roue plus vite.

PROBLEME XXIV.

Trouver la pesanteur d'un pied cube d'eau.

I.

NOus avons dit au problême XI qu'un pied cube d'eau commune pese environ 72 livres; ce qui se peut aisément connoître en faisant un vase concave, dont la capacité soit précisément d'un pied cubique, & en pesant l'eau qu'il peut contenir: par ce moyen l'on aura la pesanteur d'un pied cube d'eau. Mais on peut connoître autrement & plus facilement cette pesanteur, en cette sorte.

II.

Pl. 45, fig. 141. Préparez un corps solide fait en parallelepipede rectangle, comme ABCD, d'une matiere homogene, dont la pesanteur spécifique soit moindre que celle de l'eau, par exemple, du bois de sapin, afin que ce corps étant plongé dans l'eau, ne s'y enfonce pas tout entier; pesez exactement ce corps, que nous supposerons être de quatre livres.

Plongez donc ce corps dans l'eau, & faites une marque à l'endroit où se terminera la surface de l'eau, comme EFG. Alors ce corps occupant dans l'eau l'espace ABGFE, l'eau qui rempliroit cet espace, peseroit précisément 4 livres; sçavoir, autant que le corps ABCD pese dans l'air. Ce que l'on connoît par ce principe général de l'hydrostatique, que la pesanteur d'un corps est égale à celle d'un volume d'eau pareil à celui dont il occupe la place dans la même eau.

Ce volume, qui est ici représenté par ABGFE, se peut mesurer en multipliant la largeur EF, que nous supposerons de 4 pouces, par la hauteur AF, qui sera supposée de 3 pouces, & le produit 12 par la largeur AB, ou FG, que nous supposerons de 8 pouces: ainsi on aura 96 pouces cubiques pour la solidité du prisme ABGFE.

Nous sçavons donc que 96 pouces d'eau pesent 4 livres, & pour sçavoir combien pese un pied cube de la même eau, qui vaut 1728 pouces cubes, comme on le connoît en multipliant 12 par 12, & le produit 144 encore par 12, on dira par la regle de trois directe, si 96 pouces pesent 4 livres, combien peseront 1728 pouces; c'est-à-dire, qu'on multipliera 1728 par 4; on divisera le produit 6912 par 96, & l'on trouvera qu'un pied cube d'eau pese 72 livres.

PROBLEME XXV.

Construire un carrosse, dans lequel on se puisse conduire soi-même par-tout où l'on voudra, sans aucuns chevaux.

I.

IL faut que les deux petites roues de devant soient mobiles autour de leur aissieu commun, comme dans les carrosses ordinaires, & que les deux grandes roues de derriere, comme AB, CD, soient fermement attachées à leur aissieu commun EF, en sorte que cet aissieu ne se puisse mouvoir, à moins que les roues ne se meuvent & ne roulent en même tems. Pl. 46, fig. 142.

Au milieu de l'aissieu EF, on doit ajouter à l'entour une lanterne GH, dont les fuseaux soient forts

Pl. 46, fig. 142. & ferrés, & attacher tout auprès sur la flèche une roue dentée IK, dont les dents puissent engrainer dans les fuseaux de la lanterne. En faisant tourner cette roue autour de son aissieu LM, qui doit être perpendiculaire à l'horison, par le moyen de la manivelle NOL, elle fait tourner la lanterne GH, & avec elle l'aissieu EF, & les roues AB, CD, qui rouleront, & feront avancer le carrosse, sans qu'il soit tiré par des chevaux, ni par aucune autre puissance animée. On comprend bien que l'aissieu EF ne doit pas entrer dans la flèche, afin qu'il puisse tourner au-dedans.

II.

Pl. 47, fig. 212. On voit à Paris depuis quelques années * un carrosse ou chaise, qui a une forme à peu près semblable à celle de la fig. 212. Un laquais monté derriere le fait marcher, en appuyant alternativement les deux pieds sur deux pieces de bois, qui communiquent à deux petites roues cachées dans une caisse posée entre les roues de derriere AB, attachées à l'aissieu du carrosse, comme vous le voyez dans la fig. 212. J'en donnerai l'explication dans les mêmes termes que je l'ai reçue de M. Richard, médecin de la Rochelle.

* M Ozanam écrivoit en 1693.

Fig. 213. AA est un rouleau attaché par les deux bouts à la caisse qui est derriere la chaise. B est une poulie sur laquelle roule la corde qui lie le bout des planchettes C, D, sur lesquelles les laquais mettent les pieds. E est une piece de bois qui tient à la caisse, & retient les deux planchettes par l'autre bout, leur permettant de hausser & de baisser par le moyen des deux cordes AC, AD, qui sont attachées à leurs extrêmités. F, F, sont deux petites plaques de fer, qui servent à faire tourner les roues

H, H, qui sont fixes à leur aissieu, lequel est aussi fixe aux deux grandes roues I, I.

Je crois qu'à présent on n'aura pas de peine à concevoir que le laquais mettant alternativement les pieds sur C & sur D, une des plaques fera tourner une des roues à dents; si, par exemple, il appuie sur la planche C, comme la figure le représente, elle doit descendre, & faire monter la planche D, qui ne peut monter, sans que la plaque de fer qui entre dans les dents de la roue, ne la fasse tourner avec l'essieu, & les deux grandes roues. Ensuite appuyant sur la planche D, la pesanteur du corps la fera descendre, & fera monter l'autre planche C, qui fera encore tourner la roue. Ainsi ce mouvement se continuera, en faisant toujours la même manœuvre.

Il est facile de s'imaginer que les deux roues de derriere avançant, il faut que les deux petites de devant avancent aussi, lesquelles iront toujours droit, si la personne qui est dans la chaise, ne les fait tourner avec les rênes qui sont attachées à une flêche sur le devant. Pl. 47. fig. 212.

III.

M. *Déscamus*, de l'academie royale des sciences, donne sur la fin de son traité des forces mouvantes, la description d'un petit carrosse qu'il fit autrefois pour le Roi, alors Dauphin. Nous n'entreprendrons point d'entrer dans le détail de tous les ressorts qui font jour ce carrosse, & qui sont en très-grand nombre, quoique tellement renfermés dans de petits espaces, qu'ils ne paroissent point. Ces ressorts doivent être effectivement en grand nombre, pour exécuter tous les mouvemens que font le cocher, le laquais, le page & la dame qui eſt aſſiſe dans le carroſſe pendant qu'il marche; nous nous contenterons de rapporter une partie de ces mouvemens, qui ſont trés-ſurprenans.

Ce petit carroſſe tournant ſur une table vers les bords, les chevaux vont en courbette, plient les jambes, & poſent à terre les pieds de derriere. Le cocher tire les rênes des chevaux, ſoit pour les faire tourner, ſoit pour les faire aller en ligne droite, & il leur donne de tems en tems des coups de fouet. Le carroſſe ayant fait un certain chemin, s'arrête: alors le page qui étoit couché ſur la ſoupente, va ouvrir la portiere, pendant qu'un laquais deſcend de derriere le carroſſe. La dame tenant un placet à la main, ſort du caroſſe, & le préſente, après avoir fait la révérence. Pendant ce tems-là le page s'attachant à la portiere, la remue en badinant. La dame ayant attendu quelque tems, comme pour écouter la réponſe, fait une ſeconde révérence, & rentre dans le caroſſe. Quand la dame eſt aſſiſe, le page ferme la portiere, & ſe remet ſur la ſoupente. Le cocher donne un coup de fouet aux chevaux, qui continuent le chemin, & le laquais courant après le caroſſe, ſaute à ſa place.

On ſera étonné, en liſant la deſcription, de voir tous les petits reſſorts qu'il a fallu imaginer & placer à propos pour exécuter les mouvemens qu'on vient de rapporter, & les autres qui ſont fort différens, lorſqu'on monte les reſſorts d'une autre maniere.

PROBL.

PROBLEME XXVI.

Connoître de deux eaux différentes celle qui est la plus légere, sans aucune balance.

IL faut avoir un corps d'une matiere dont la pesanteur spécifique soit moindre que celle de l'eau, par exemple, du bois de sapin, & mettre dans chaque eau ce corps, qui ne s'y enfoncera pas entierement, étant certain qu'il se doit enfoncer moins dans l'eau la plus pesante que dans la plus légere. Ainsi vous connoîtrez que l'eau où ce corps s'enfoncera davantage, est la plus légere, & par conséquent la plus saine à boire.

PROBLEME XXVII.

Construire un tonneau contenant trois liqueurs différentes, qui se puissent tirer par une même broche, sans qu'elles se mêlent

IL faut que le tonneau soit divisé en trois parties ou cellules A, B, C qui contiennent les trois liqueurs différentes, par exemple du vin rouge, du vin blanc, & de l'eau, que l'on fera entrer chacun dans sa cellule par le même bondon, en cette sorte. Pl. 46, fig. 143.

En construisant le tonneau, on aura ajusté dans le bondon un entonnoir D, avec trois tuyaux E, F, G, qui aboutissent chacun à sa cellule. Ajoutez à cet entonnoir un autre entonnoir H, percé de trois trous, qui puissent répondre, quand on voudra, aux ouvertures de chaque tuyau. Si l'on fait répondre en tournant l'entonnoir H, chaque trou successivement à l'ouverture de son tuyau correspondant, la liqueur que l'on versera dans l'entonnoir H, entrera dans ce tuyau. De cette maniere on remplira chaque cellule de sa liqueur, sans que l'une se puisse mêler avec l'autre, parce que quand un tuyau est ouvert, les deux autres se trouvent bouchés.

Mais pour tirer aussi sans confusion chaque liqueur par le bas du tonneau, il doit y avoir trois tuyaux K, L, M, qui répondent chacun à une cellule, & une espece de robinet IN, percé de trois trous, qui doivent répondre chacun à son tuyau, afin qu'en tournant la broche I, jusqu'à ce que l'un de ces trous réponde vis-à-vis d'un tuyau, la liqueur de la cellule, par où passe ce tuyau, sorte toute seule par le même tuyau.

PROBLEME XXVIII.

Trouver les parties d'un poids que deux personnes soutiennent par le moyen d'un levier.

Pl. 46, fig. 144. POur trouver la partie du poids C, que je suppose de 150 livres, que deux personnes soutiennent par le moyen du levier, ou civiere AB, dont la longueur soit, par exemple, de 6 pieds; supposons que le centre de gravité du corps C soit D, & que sa ligne de direction soit DE. Cela étant supposé, on doit considérer le point E comme si le corps C y étoit suspendu : alors il est évident que si le point E est au milieu de AB, chaque personne portera la moitié du poids C, sçavoir 75 livres. Mais si le point E n'est pas au milieu de AB, ensorte qu'il soit plus proche, par exemple, du point B, que du point A, on doit sentir en B une plus grande partie du poids qu'en A ; cette partie se trouvera de cette sorte.

Si l'on suppose que la partie AE du levier A B soit, par exemple, de 4 pieds, & par conséquent l'autre partie EB de 2 pieds, parce que toute la longeur AB a été supposée de 6 pieds ; multipliez le poids donné 150 par la quantité 4 de la partie AE : divisez le produit 600 par la longueur AB, que nous avons supposée de 6 pieds : le quotient donnera 100 livres pour la partie du poids que porte la puissance appliquée en B. C'est pourquoi en ôtant cette partie 100 du poids entier 150, le reste donnera 50 livres pour l'autre partie du poids que porte la puissance appliquée en A.

PROBLEME XXIX.

Trouver la force qu'il faut pour lever un poids avec un levier, dont la longueur & le point fixe sont donnés.

Supposons que le poids C pese sur le levier AB, 150 livres, & que la puissance appliquée en son extrêmité B, soit éloignée du point fixe D de 4 pieds, ensorte que le reste AD du levier soit de 2 pieds ; supposant que toute la longueur AB du levier est de 6 pieds, multipliez le poids C, que nous avons supposé de 150 livres, par la partie AD, qui a été supposée de 2 pieds ; divisez le produit 300 par l'autre partie BD, c'est-à-dire, par 4 ; le quotient 75 sera la force que doit avoir la puissance appliquée en B, pour soutenir le poids C. D'où il est aisé de conclure que la puissance, appliquée en B, doit avoir une force un peu plus grande que de 75 livres, pour mouvoir & lever le poids C. Pl. 46, fig. 145.

PROLBEME XXX.

Construire un vase qui contienne sa liqueur étant droit, & la perde toute étant un peu penché.

Pl. 48, fig. 146. CE problême est aisé à résoudre à l'imitation des problêmes XVI & XVII. Car si au dedans du vase AB, l'on ajuste un siphon, ou tuyau recourbé CDEF, dont l'ouverture C touche le fond du vase, & l'autre ouverture F soit plus basse que le même fond, en sorte que la jambe CD soit plus courte que l'autre jambe DEF, & que l'on mette de l'eau dans ce vase environ jusqu'à la partie supérieure D, l'eau ne s'écoulera pas : mais si l'on incline tant soit peu le vase AB vers la partie opposée à A, comme si on y vouloit boire, l'eau entrera de la jambe CD dans la jambe DEF, & sortira toute par l'ouverture F, quand même on redresseroit le vase, parce que l'air pourra succéder à la place de l'eau, lorsqu'elle descendra par la branche DEF.

PROBLEME XXXI.

Trouver sans aucune balance la pesanteur d'une piece proposée de métal ou de pierre.

fig. 147. IL faut en premier lieu préparer un vase concave, qui ait la figure d'un prisme, dont la base soit telle qu'on voudra ; mais pour la commodité il vaudra mieux que ce soit un quarré, ou un quarré long, comme ABC. Sa longueur AB sera supposée de 6 pouces, & sa largeur BC de 4 : ainsi la base ABC sera de 24 pouces quarrés,

comme on le connoît en multipliant 6 par 4.

Il faut aussi que le vase soit rempli en partie d'eau commune, par exemple, jusqu'à DEF ; en sorte que la piece proposée y étant plongée, soit tout-à-fait couverte, autrement il en faudroit verser une plus grande quantité. Cette eau montera à une certaine hauteur, par exemple, jusqu'à GHI, de sorte que le prisme d'eau GEI sera égal à la solidité de la piece proposée. Pl. 48, fig. 147.

La solidité de ce prisme d'eau GEI se trouvera en multipliant la base DEF, qui est égale à la base ABC, que nous avons trouvée de 24 pouces quarrés, par sa hauteur EH, ou FI, que nous supposons de 2 pouces, car le produit donnera 48 pouces cubes pour la solidité du prisme d'eau GEI. La solidité de ce prisme étant connue, on trouvera sa pesanteur, en supposant qu'un pied cube de la même eau pese 72 livres, & en disant par la regle de trois directe : si un pied cube, ou 1728 pouces pesent 72 livres, combien peseront 48 pouces ? Multipliant 72 par 48, & divisant le produit 3456 par 1728, on trouvera 2 livres pour la pesanteur du prisme d'eau GEI.

Par le moyen de cette pesanteur ainsi trouvée de 2 livres, on trouvera celle de la piece proposée, en multipliant la pesanteur trouvée, c'est-à-dire 2 livres par 3, si la piece proposée est de caillou, ou de pierre de roche : par 4, si elle est de marbre : par 8, si elle est de fer, ou d'airain : par 10, si elle est d'argent : par 11, si elle est de plomb, & par 18, si elle est d'or.

Ainsi dans cet exemple on trouvera que la piece proposé pese 6 livres, si elle est de pierre dure : 8 livres si elle est de marbre : 16 livres, si elle est de fer : 20 livres, si elle est d'argent : 22 livres, ſi elle eſt de plomb, & 36 livres ſi elle eſt d'or.

REMARQUES.

I.

Je ſçais bien que cette peſanteur ainſi trouvée n'eſt pas trop exacte; mais c'eſt aſſez pour des récréations mathématiques. Quand vous la voudrez avoir plus exactement, ſervez-vous de l'une des trois tables qui ſont ſur la fin de la méchanique de mon cours de mathématique; la ſeconde eſt très-utile pour connoître la ſolidité d'un corps propoſé, dont on connoît la peſanteur, comme vous allez voir dans le problême ſuivant.

II.

Mais auparavant, nous remarquerons que par le moyen de ce problême, on trouve avec une très-grande facilité la ſolidité d'un corps, qu'il ſeroit difficile de trouver exactement par la géométrie ordinaire, lorſque ce corps eſt fort irrégulier, comme ſeroit une pierre brute, ou quelqu'autre corps ſemblable. Car ayant trouvé que le priſme d'eau GEI eſt de 48 pouces cubes, il s'enſuit que la piece propoſée, dont le volume eſt néceſſairement égal à ce priſme, contient en ſa ſolidité auſſi 48 pouces cubes.

PROBLEME XXXII.

Trouver la solidité d'un corps dont la pesanteur est connue.

CE problême se peut résoudre très-facilement par le moyen de la table suivante, qui montre en livres & en onces la pesanteur d'un pied cube de plusieurs corps différens; & en onces, en gros, & en grains, la pesanteur d'un pouce cube des mêmes corps, la livre valant 16 onces, l'once 8 gros, & le gros 72 grains.

Table de la pesanteur d'un pied cube, & d'un pouce cube de plusieurs corps différens.

Poids d'un	Pied cube.		Pouce cube.		
Corps	*Livres.*	*Onces.*	*Onces.*	*Gros.*	*Grains.*
Or	1326	4	12	2	52
Mercure	946	10	8	6	8
Plomb	802	2	7	3	30
Argent	720	12	6	5	28
Cuivre	627	12	5	6	36
Fer	558	0	5	1	24
Etain	516	2	4	6	17
Marbre blanc	188	12	1	6	0
Pierre de taille	139	8	1	2	24
Eau de Seine	69	12	0	1	12
Vin	68	6	0	5	5
Cire	66	4	0	4	65
Huile	64	0	0	4	43

On connoît par cette table, qu'un pied cube de fer, par exemple, pese 558 livres. C'est pourquoi si l'on a une piece de fer, qui pese, par exemple, 279 livres, on connoîtra sa solidité par la regle de trois directe, en disant : si une pesanteur de 558 livres donne un pied cube, ou 1728 pouces cubes de solidité, combien donnera une pesanteur de 279 livres? Alors multipliant 279 par 1728, & divisant le produit 482112 par 558, le quotient donnera 864 pouces cubes pour la solidité de la piece proposée.

REMARQUE.

Si tout au contraire vous avez, par exemple, une piece d'argent, dont vous voulez connoître la pesanteur, il en faut premierement trouver la solidité par le moyen de l'eau, comme vous avez vu au problême précédent. Si cette solidité est, par exemple, de 48 pouces cubes, vous multiplierez ce nombre 48 par 6 onces 5 gros & 28 grains, qui est la pesanteur d'un pouce cube d'argent, comme on le voit dans la table précédente, & le produit donnera 20 livres 2 gros & 48 grains pour la pesanteur de la piece proposée d'argent. Ainsi des autres.

Cette remarque suppose une regle de trois, où l'on dit : Si un pouce cube d'argent donne 6 onces 5 gros 28 grains, combien donneront 48 pouces cubes?

PROBLEME XXXIII.

Un corps plus pesant que l'eau étant donné, trouver à quelle hauteur elle montera dans un vase rempli en partie d'eau, lorsqu'on y mettra le corps proposé.

Pl. 48, fig. 147. SUpposons que dans un vase fait en parallelepipede rectangle, comme ABCL, il y ait de l'eau jusqu'à la hauteur AD, & qu'on veuille sçavoir à quelle hauteur cette eau montera, si l'on y met, Pl. 48, par exemple, un boulet de fer, dont la pesanteur fig. 147. spécifique est plus grande que celle de l'eau : mesurez l'aire de la base rectangulaire ABC, ou DEF, en multipliant la longueur ED par la largeur EF. Mesurez aussi la solidité de la boule proposée, en multipliant le cube de son diametre par 157 & en divisant le produit par 300. Si cette solidité est, par exemple, de 96 pouces cubes, & l'aire DEF de 48 pouces quarrés ; en divisant cette solidité 96 par l'aire 48, le quotient donnera 2 pouces pour la hauteur EH, ou DG, à laquelle la boule proposée fera monter l'eau quand elle sera mise dedans ; parce qu'elle y occupera une place égale à celle du prisme GEI de l'eau qui est montée, dont la solidité est aussi par conséquent de 96 pouces cubes.

Autrement.

Mesurez avez une balance bien juste la pesanteur du corps proposé, que nous supposerons de 31 livres, & par le moyen de cette pesanteur trouvez la solidité du même corps, qui, par le problême XXXII, se trouvera de 96 pouces cubes, supposant que la piece proposée soit de fer. C'est pourquoi la solidité du prisme d'eau GEI sera aussi de 96 pouces cubes, laquelle par conséquent étant divisée par la base DEF, que nous avons supposé de 48 pouces quarrés, donnera 2 pouces pour la hauteur EH qu'on cherche.

PROBLEME XXXIV.

Un corps moins pesant que l'eau étant donné, trouver de combien il se doit enfoncer dans la même eau contenue dans un vase.

Puisque le corps proposé est supposé d'une pesanteur spécifique moindre que celle de l'eau, comme seroit une piece de bois de sapin ; cette piece étant mise dans l'eau, ne s'y enfoncera pas toute entiere, mais seulement en partie, sçavoir, jusqu'à ce qu'elle y occupe un espace dont l'eau qui le rempliroit, pese autant que la même piece. Ainsi pour marquer justement ce qui doit s'enfoncer dans l'eau de ce corps moins pesant, on en connoîtra la pesanteur, & l'on mesurera la quantité de l'eau qui ait cette pesanteur ; ce qui est facile, par ce qui a été dit dans les problêmes précédens. Après quoi il est évident que ce corps s'enfoncera dans l'eau jusqu'à ce qu'il occupe la place de cette quantité d'eau.

Pl. 48, fig. 148. Mais pour venir à la pratique, supposons que la piece de bois de sapin ABCD pese, par exemple, 360 livres, & qu'un pied cube de l'eau qui est contenue dans le vase EFGH, pese 72 livres ; divisez par ce nombre 72 la pesanteur 360 du prisme ABCD ; le quotient 5 fera connoître que 5 pieds cubes de la même eau pesent aussi 360 livres. C'est pourquoi le prisme ABCD s'enfoncera dans cette eau jusqu'à ce qu'il y occupe la place de 5 pieds cubes. Ainsi pour sçavoir de combien il se doit enfoncer, il en faut retrancher par en bas un prisme de 5 pieds cubes, qui ait la même base que celle du prisme ABCD : on peut connoître cette base en multipliant la longeur AB par la largeur BC, quand elle sera rectangulaire, telle qu'on la suppose ici. Si cette base est, par exemple, de 4 pieds quarrés, en divisant 5 pieds cubes par 4 pieds quarrés, on aura 1 pied & 3 pouces pour la hauteur AI, à laquelle le prisme proposé ABCD s'enfoncera dans l'eau.

PROBLEME XXXV.

Connoître si une piece douteuse d'or ou d'argent est bonne ou fausse.

SI la piece, de la bonté de laquelle on doute, est, par exemple, d'argent, & qu'elle ne soit pas extrêmement grosse, comme si c'étoit un écu, ou une piece de trente sols; pour connoître si cette piece est de pur argent, ou mêlée avec quelqu'autre métal, il faut avoir une autre piece de bon argent aussi pesante que la piece proposée; en sorte que ces deux pieces étant mises dans les bassins d'une balance bien juste, elles demeurent en équilibre dans l'air. Il faut ensuite attacher ces deux pieces d'argent aux bassins de la même balance avec du fil ou du crin de cheval, pour empêcher que ces deux bassins ne soient mouillés, lorsqu'on plongera dans l'eau les deux pieces d'argent. Elles demeureront en équilibre dans l'eau aussi-bien que dans l'air, quand elles seront égale en bonté. Mais si la piece proposée pese moins dans l'eau, elle sera fausse, c'est-à-dire, qu'il y aura quelqu'autre métal mêlé, d'une pesanteur spécifique moindre que celle de l'argent, comme celle du cuivre; & si elle pese davantage, elle ne sera pas aussi de bon argent, mais elle sera mêlée avec quelqu'autre métal d'une pesanteur spécifique plus grande que celle de l'argent, comme celle du plomb.

Si la piece proposée est d'une grosseur considérable, telle qu'étoit la couronne d'or qu'Hieron, roi de Siracuse, envoya à Archimede, pour connoître si l'orfevre avoit employé fidélement les 18 livres qu'il avoit reçu pour faire cette couronne; car ce prince soupçonnoit qu'il y avoit mêlé quelqu'autre métal, parce qu'elle paroissoit fort grosse; il faudra, comme auparavant, avoir une piece de pur or, qui pese autant que la couronne, sçavoir, 18 livres, & sans s'amuser à peser ces deux pieces dans l'eau, il suffira de les plonger l'une après l'autre dans un vase plein d'eau. Car celle qui chassera plus d'eau, sera mêlée avec quelqu'autre métal d'une pesanteur spécifique moindre que celle de l'or, parce qu'elle aura un plus grand volume.

PROBLEME XXXVI.

Trouver la charge d'un vaisseau sur la mer, ou sur une riviere.

PAr ce qui a été dit au probl. XXXIV, il est aisé de connoître la *portée*, ou le *port d'un vaisseau*, c'est-à-dire, la charge que peut porter un vaisseau sur l'eau de la mer, ou d'une riviere, sans couler à fond. Car il est certain qu'un vaisseau peut porter autant pesant que l'eau qui lui est égale en grosseur, si l'on en rabat seulement la pesanteur du fer qui entre dans sa construction, parce que le bois qui le compose pese à peu près autant que l'eau; ce qui fait que sans ce fer, le vaisseau pourroit naviger étant plein de la même eau.

D'ou il suit que le vaisseau, quelque charge qu'il ait, ne s'enfoncera pas entierement dans l'eau, si la pesanteur de cette charge est moindre que celle d'un égal volume d'eau. Mais pour connoître ce volume, il faut mesurer la capacité ou solidité du vaisseau, que nous supposerons de 1000 pieds cubes. Cette capacité étant multipliée par 73 livres, qui sont la pesanteur d'un pied cube d'eau de la mer, on aura 73000 livres pour la pesanteur d'un volume d'eau égal à celui du vaisseau.

Ainsi dans cet exemple on peut dire que la portée du vaisseau, pour pouvoir naviger sur la mer, est de 73000 livres, ou de 36 tonneaux & demi, comme on le connoît en divisant 73000 par 2000, qui est la valeur d'un tonneau, parce qu'un tonneau plein d'eau de la mer pese 2000 livres. De sorte que si dans cet exemple la charge du vaisseau passe 36 tonneaux & demi, il coulera à fond, & il nagera entre deux eaux, tout prêt à s'enfoncer, si la charge est précisément de 73000 livres. Ainsi afin que le vaisseau puisse naviger facilement & sans danger, sa charge doit être beaucoup moindre que de 73000 livres. Si elle approche de 73000, en sorte qu'elle soit, par exemple, de 36 tonneaux seulement, le vaisseau ne s'enfoncera pas dans l'eau de la mer; mais après avoir cinglé heureusement en haute mer, il coulera à fond & périra, s'il arrive à l'embouchure de quelque riviere d'eau douce qui, étant plus légere que l'eau de la mer, sera surmontée par la pesanteur du vaiseau.

PROBLEME XXXVII.

Faire qu'une livre d'eau pese davantage, & tant que l'on voudra.

L'Expérience nous apprend que, si l'on suspend à une corde une pierre telle qu'étant ainsi suspendue, elle puisse être renfermée dans un vase, sans le toucher, en sorte qu'il reste dans ce vase tout autour de la pierre la place d'une livre d'eau; & que si l'on emplit d'eau cet espace vuide, le vase, qui ne pese tout seul avec son eau qu'environ une livre, parce qu'il ne contient qu'une livre d'eau, selon notre supposition, pesera plus de cent livres, si la pierre tient dans ce vase la place de cent livres d'eau. Ainsi vous voyez que dans ce cas une livre d'eau pese plus de cent livres, & elle pesera plus de mille livres, si la pierre occupe dans le vase la place de mille livres d'eau. Ainsi des autres.

Autrement.

Pl. 48, fig. 150. Servez-vous d'une balance, dont les bassins AB, CD, pesent également autour du centre de mouvement E, qui sera, si vous voulez, au milieu du fléau FG, comme dans les balances ordinaires. Ayant attaché contre une muraille, ou quelqu'autre chose de ferme, le corps LM égal, par exemple, à 99 livres d'eau, par le moyen du crochet de fer HIK, arrêté fermement au point H de la muraille; entourez, comme nous avons dit auparavant, ce corps LM du bassin AB, en sorte qu'il reste entre deux la place d'une livre d'eau. Alors si vous versez dans le bassin CD 100 livres d'eau, & dans le bassin AB, une livre d'eau seulement, cette seule livre d'eau du bassin AB demeurera en équilibre avec les cent livres de l'autre bassin CD.

PROBLEME XXXVIII.

Connoître le vent qui souffle dans l'air, sans sortir de sa chambre.

IL faut attacher au plancher de la chambre un cercle divisé en 32 parties égales, avec les noms des 32 vents ou rumbs, en sorte que les vents nord & sud répondent à la ligne méridienne; ce que l'on peut aisément faire par le moyen d'une boussole. Il faut que ce cercle divisé, ou cadran, ait une éguille mobile autour de son centre, comme les cadrans des montres ou horloges à roues, & que cette éguille soit attachée à un aissieu perpendiculaire à l'horison, qui se puisse mouvoir facilement au moindre vent, par le moyen d'une girouette qu'il doit avoir en son extrêmité au-dessus du toît de la même chambre. Le vent faisant tourner cette girouette, fera aussi tourner son aissieu, & en même-tems l'éguille qui lui est attachée, laquelle en cette façon montrera sur le cadran le vent qui souffle.

On a vu à Paris sur le pont-neuf, & l'on voit encore dans le jardin de la bibliotheque du roi, rue Vivienne, un semblable cadran. Il est vrai qu'il n'est pas attaché à un plancher, mais contre une muraille. On y connoît en tout tems le vent qui souffle, par le mouvement de la girouette AB, dont l'aissieu CD, qui est perpendiculaire à l'horison, est soutenu en haut par le plan horisontal EF, qu'il traverse à angles droits, & en bas par le plan GH, sur lequel il s'appuie en son extrêmité Pl. 49. fig. 152.

D, qui doit être pointue. Cet aissieu s'appuyant sur un point, se meut avec facilité au moindre vent, qui fait tourner la girouette AB. Le pignon IK tourne en même tems; il a huit aîles ou canelures égales, pour les huit vents premiers. Dans ces aîles s'engrainent ou s'accrochent les dents du rouet LM, qui fait tourner avec lui son aissieu PQ. Cet aissieu est parallele à l'horison, traverse la muraille à angles droits, & fait mouvoir l'éguille NR, qui lui est attachée en son extrêmité P. Cette éguille est appliquée à un cadran, où les quatre vents cardinaux sont marqués par les quatre lettres par où leurs noms commencent, & les autres quatre vents d'entre deux par les deux lettres par lesquelles commencent les noms des deux vents principaux entre lesquels ils sont.

Pl. 49, fig. 152.

REMARQUE.

Ainsi N signifie nord, S sud, E est, O ouest, NE nord-est, SE sud-est, SO sud-ouest, NO nord-ouest. Ces noms sont usités en toute la mer océane. Le nord est le septentrion, le sud est le midi, l'est est le levant ou orient, l'ouest est le couchant, ou l'occident, ou le ponant. De-là on peut juger que le nord-est est le vent qui souffle entre le septentrion & l'orient, le sud-est celui qui souffle entre le midi & l'orient, le sud-ouest celui qui souffle entre le midi & l'occident, & le nord-ouest celui qui souffle entre le septentrion & l'occident.

On peut voir un semblable cadran, avec tous ses attributs, dans la rue de la Corderie, à la butte S. Roch.

PROBLEME XXXIX.

Construire une fontaine dont l'eau s'écoule & s'arrête alternativement.

I.

Premiere maniere de construire cette fontaine.

PReparez deux vases inégaux AB, CD, de fer blanc, ou de quelqu'autre semblable matiere. Le plus grand AB, qui est celui de dessus, doit avoir communication avec le plus petit CD, par l'ouverture E, afin que l'eau qu'on versera dans le plus grand vase AB, puisse sortir, & entrer dans le plus petit CD. Cette eau s'écoulera par l'extrêmité H du siphon FGH, dont l'autre extrêmité E, qui sera aussi ouverte, ne doit pas être fort éloignée du fond du vase CD. Pl. 48 fig. 149

Lorsque l'eau qui tombe dans le vase CD sera montée dans le siphon par l'ouverture F vers la partie supérieure G, elle s'écoulera par l'autre ouverture H, pourvû que le siphon FGH soit de telle grosseur, qu'il sorte plus d'eau par l'ouverture H, qu'il n'en entre dans le vase CD par l'ouverture E. Cela étant ainsi, l'eau de ce vase sera bien-tot épuisée, & la fontaine cessera d'aller. Mais l'eau commencera à couler de nouveau par l'ouverture lorsqu'elle sera remontée par la branche FG jusqu'en G, & ainsi de suite.

On peut donner à cette fontaine telle figure qu'on voudra, aussi-bien qu'à la suivante, dont l'eau s'écoule aussi par intervalles alternativement.

II.

Autre maniere de construire une pareille fontaine.

Pl. 49, fig. 159. AB, est un vase qui a deux fonds, c'est-à-dire, qu'il est fermé de tous côtés comme un tambour. CD est un tuyau soudé au fond d'en bas vers le milieu F. Ses deux extrêmités C, D, sont ouvertes; celle d'en haut C, ne doit pas toucher le fond, afin de donner passage à l'eau. Pour remplir ce vase on le renversera, & l'on versera l'eau par l'ouverture D du tuyau CD, laquelle se trouvera en haut.

DE est un tuyau un peu plus petit que CD, dans lequel il doit entrer justement: il est attaché à un fond de boîte GH, dont le diametre est un peu plus long que celui de l'un des deux fonds du vase AB. Le tuyau DE est ouvert par l'extrêmité E, & fermé par l'autre extrêmité D, qui est soudée au fond de la boîte GH.

Les deux tuyaux CD, ED, doivent avoir à une égale hauteur deux petites ouvertures I, I, & le petit tuyau DE doit être mobile au dedans du plus grand CD, afin que l'on puisse, quand on voudra, tourner le tuyau plus mince DE, avec sa boîte GA, jusqu'à ce que les deux trous I, I, se rencontrent. De plus le vase AB doit avoir en son fond d'en bas plusieurs petites ouvertures, comme K, L, par où l'eau qu'il contient puisse sortir, & la boîte GH deux ouvertures plus petites M, N, par où l'eau puisse aussi sortir.

Ayant donc rempli d'eau le vase AB, comme il vient d'être enseigné, & ayant bouché le tuyau CD par le moyen du tuyau DE, que nous avons supposé assez mince pour le remplir justement, ſans qu'il ſoit néceſſaire que l'extrêmité E parvienne juſqu'à l'extrêmité C, pourvu que les deux autres extrêmités D, D, conviennent enſemble : on mettra la machine dans ſa premiere ſituation, en ſorte que, comme vous voyez dans la figure, la boîte GH lui ſerve de baſe. On tournera cette baſe, qui eſt attachée au tuyau DE, juſqu'à ce que les deux ouvertures I, I, répondent l'une à l'autre, & n'en faſſent qu'une ſeule. Alors l'eau contenue dans le vaſe AB, ſortira par les ouvertures K, L, tant que l'air pourra paſſer par l'ouverture I, pour prendre la place de l'eau qui tombe dans la boîte GH, en ſortant du vaſe AB. Mais quand cette eau ſera montée dans la boîte GH, au-deſſus de l'ouverture I (ce qui arrivera infailliblement, parce qu'il ſort plus d'eau par les ouvertures K, L, que par les ouvertures M, N, qui ſont ſuppoſées plus petites) l'air ne pouvant plus paſſer par l'ouverture I, l'eau du vaſe AB ceſſera de couler par les ouvertures K, L; cependant l'eau de la boîte GH continuera de couler par les ouvertures M, N; ce qui fera baiſſer peu à peu cette eau, juſqu'à ce que l'ouverture I ſe trouvant débouchée, l'air y puiſſe paſſer & prendre la place de l'eau, qui commencera à s'écouler de nouveau par les ouvertures K, L. Ainſi l'ouverture I ſe trouvera bouchée une ſeconde fois par l'eau qui tombe dans la boîte G, H, & qui empêchera, comme auparavant, l'eau du vaſe AB de s'écouler par les ouvertures K, L. Vous voyez que de cette façon l'eau du vaſe AB s'écoulera & s'arrêtera par intervalles & à pluſieurs repriſes, juſqu'à ce qu'il ne reſte plus d'eau dans le vaſe AB. Pl. 49. fig. 153.

Pl. 49, fig. 153.

REMARQUES.

I.

Cette fontaine eſt appellée *fontaine de commandement*, parce qu'elle va quand on lui commande. On fait ce commandement quand on connoît que l'eau eſt prête à couler de nouveau par les ouvertures K, L. Cela ſe connoît aiſément; car quand l'eau de la boîte GH en ſe baiſſant commence à déboucher l'ouverture I, l'air qui commence à entrer par cettte ouverture, fait un petit bruit, qui marque que la fontaine va bien-tôt jouer.

II.

On peut, comme on a déja remarqué, donner telle autre figure que l'on voudra à la boîte AB, qui eſt ordinairement de fer blanc, auſſi bien que le fond de la boîte GH.

On perce cette boîte de 5 ou 6 trous, auſquels on ſoude autant de petits tuyaux, dont les ouvertures ſont diminuées en K & L. On n'attache point de tuyau DE au fond de boîte, ou plat GH. Il ſuffit d'y attacher 2 ou 3 ſupports, qui ſoutiennent à quelque hauteur un anneau. Cet anneau reçoit le tuyau CD, auquel on a eu ſoin de ſouder un petit collet ou petite boſſe, qui le retient de telle ſorte, qu'il ne touche point le fond de la boîte, & qu'il y ait un eſpace entre le fond de la boîte & l'ouverture D du tuyau CD. Cette diſtance produit le même effet que l'ouverture I des deux tuyaux ajuſtés l'un dans l'autre. On comprend qu'il faut laiſſer ſous le tuyau un trou au plat GH, qui laiſſe couler moins d'eau qu'il n'en tombe du vaiſſeau AB, & qu'au deſſous de ce trou on doit mettre un pot, ou quelqu'autre vaisseau pour recevoir l'eau qui s'écoule.

PROBLEME XL.

Construire une fontaine par attraction.

IL faut ajuster dans l'orifice B de la fiole, ou matras de verre AB, deux tuyaux CD, CE, inclinés l'un à l'autre en forme de siphon & soudés ensemble vers leurs extrémités C, qui cependant doivent être ouvertes, aussi bien que les deux autres extremités D, E; il faut boucher le reste de l'orifice B, en sorte que l'air n'y puisse entrer en aucune maniere. Pl. 50. fig. 155.

Pour faire jouer cette machine, on la renversera pour la remplir d'eau entierement, si l'on veut, ou seulement en partie par l'un des deux tuyaux CD, CE, dont le premier CD doit être plus mince & plus court que le second CE.

Après cela on rend à la fiole AB sa premiere situation, comme vous voyez dans la figure: on la met à plomb sur une table qui ait un trou, par lequel on puisse faire passer le plus grand tuyau CE. Ensuite l'on place au-dessous de l'autre tuyau plus petit CD, un vase plein d'eau, comme DF, en sorte que le tuyau CD touche son fond. Alors l'eau de la fiole AB s'écoulera par le plus grand tuyau CE, & quand elle sera écoulée jusqu'à l'ouverture C, l'eau du vase DE montera par le plus petit tuyau CD, d'où elle sortira par l'ouverture C avec impétuosité, & fera un jet très-agréable au-dedans de la fiole. Ce jet durera d'autant plus de tems, qu'il y aura plus d'eau dans le vase DF, parce que cette eau retombera & s'écoulera continuellement par le plus grand tuyau CE.

PROBLEME XLI.

Construire une fontaine par compression.

I.

Pl. 48, fig. 151.

CEtte fontaine est composée de deux vases égaux AB, CD, joints ensemble. Ils ont chacun un fond: celui d'en bas doit être plat pour servir de base à la machine: celui d'en haut doit être un peu concave, pour recevoir l'eau qu'on y verse, quand on veut remplir d'eau le vase CD, & faire jouer la fontaine: il doit de plus avoir au milieu de sa concavité une ouverture avec un petit tuyau EF, qui aura son extrêmité O proche du fond du vase AB, & quelque peu élevé au-dessus de ce fond, afin que l'eau contenue dans ce vase AB, en puisse sortir avec facilité.

On ajoute deux tuyaux GH, IK, renfermés dans la machine: le premier GH est soudé au fond du vase AB, vers H, où il y a une ouverture par où entre l'eau qu'on verse dans la concavité du fond AB, pour remplir le vase inférieur CD; cette eau sort par l'autre extrêmité G du même tuyau GH, laquelle à cause de cela ne doit pas toucher au fond de ce vase. Le second tuyau IK est soudé à la partie supérieure du vase CD vers I, où il y a pareillement une ouverture, aussi-bien qu'à son autre extrêmité K, qui ne doit pas toucher le fond du vase AB, afin que quand on tiendra la machine renversée, l'eau du vase CD entre par le tuyau IK, & remplisse le vase AB, dont la capacité est supposée égale à celle du vase CD.

Après cela on remet la machine dans sa premiere situation, comme vous voyez dans la figure. Alors en mettant une seconde fois de l'eau dans la concavité du fond AB, cette eau entrera par l'ouverture H dans le tuyau GH, & ensuite dans le vase CD, dont elle pressera fortement l'air, & par conséquent celui qui est dans le tuyau IK. Cet air comprimé pressera aussi l'eau qui est dans le vase AB; ce qui l'obligera à sortir avec impétuosité par l'ouverture F, en faisant un jet fort agréable. Ce jet durera long-tems, parce que l'eau qui en sortira retombera dans la concavité du fond AB, d'où elle rentrera par l'ouverture H dans le vase CD, & tiendra toujours l'air comprimé, jusqu'à ce que toute l'eau du vase AB soit sortie, & que l'air puisse entrer par l'ouverture F du petit tuyau EF.

Il est aisé de voir que les deux vases égaux AB, CD, ne doivent avoir entr'eux aucune autre communication que celle qu'ils ont par les deux tuyaux GH, IK, comme vous voyez par cette figure, & que ces deux tuyaux GH, IK, doivent être tellement soudés en H & en I, que l'air ne puisse ni y entrer, ni en sortir.

II.

On voit dans cette figure une autre construction de fontaine, par le moyen du robinet L, appliqué au tuyau EF, & par le moyen du robinet M, appliqué au tuyau GH. L'ouverture H du tuyau GH est soudée au fond inférieur du vase supérieur AB. En ouvrant le robinet L, & en fermant le robinet M, on remplira le vase AB d'eau, qu'on versera par l'ouverture F. En ouvrant ensuite le robinet M, l'eau du vase AB entrera par l'ouverture H dans le tuyau GH, & remplira Pl. 50, fig. 157.

Pl. 50, fig. 157. le vase CD. Enfin fermant le robinet M, & ouvrant le robinet L, on remplira d'eau le vase AB, comme auparavant. Après quoi si l'on ouvre le robinet M, l'eau du vase AB pressera celle du vase CD, qui poussera avec violence par l'ouverture F l'eau du vase AB, en luifaisant faire un jet semblable au précédent.

Fig. 159. Pour faire que ce jet soit deux fois plus haut, on divisera le vase AB en trois cellules, & le vase CD en deux, & l'on doublera les tuyaux GH, IK, comme vous voyez dans la figure. L'air se trouvant pressé doublement, l'effet de cette pression sera aussi double, c'est-à-dire, que l'eau qui sortira par l'ouverture F, montera deux fois plus haut qu'auparavant.

III.

Pl. 49, fig. 154. On peut faire une autre fontaine par compression avec un seul vase AB, & un seul tuyau au milieu CD. Ce tuyau doit être ouvert par ses deux extrêmités C, D, dont celle d'en bas D, sera quelque peu éloignée du fond du vase AB; il doit encore être soudé vers l'orifice A, qu'il faut tellement boucher, que l'air n'y puisse passer. Au-dessus de cet orifice A, le tuyau CD doit avoir un robinet comme E, pour pouvoir ouvrir & fermer le tuyau CD, selon le besoin, comme vous allez voir.

Faites entrer dans le vase AB, avec une seringue par l'ouverture C, autant d'air & d'eau qu'il sera possible, en fermant promptement le robinet E à mesure que vous seringuerez, pour empêcher que l'air, qui est extrêmement pressé dans le vase AB, ne sorte. L'eau, étant plus pesante que l'air, se tiendra au fond du vase, & sera fortement preſſée par l'air, qui eſt auſſi beaucoup comprimé dans ce vaſe. C'eſt pourquoi ſi l'on ouvre le tuyau CD, en lâchant le robinet E, l'air fera ſortir avec violence l'eau par l'ouverture C, & lui fera un jet aſſez haut. Ce jet durera d'autant plus que l'ouverture C ſera plus petite, & que l'air dans le vaſe AB ſera plus comprimé; il réuſſira encore mieux, ſi l'on fait tant ſoit peu chauffer ce vaſe.

IV.

On peut encore ſe ſervir d'un ſeul vaſe ABCD, qui doit être fermé de toutes parts: EF, GH, ſont deux tuyaux qui ont communication enſemble en H, où ils ſont ſoudés; ils ſont ouverts en leurs extrêmités, E, F, G, mais il ne faut pas que l'ouverture F touche au fond du vaſe ABCD. Chacun de ces deux tuyaux doit avoir un robinet en dehors, comme L, M, & doit être tellement ſoudé en I & en K, que l'air n'y puiſſe paſſer. Pl. 50, fig. 156.

Pour faire jouer cette fontaine, il faut fermer le robinet L, ouvrir le robinet M, & faire entrer par force avec une ſeringue autant d'eau qu'il ſera poſſible dans le vaſe ABCD. Après quoi on fermera le robinet M, pour empêcher que l'air qui ſera extrêmement preſſé dans le vaſe ABCD, n'en ſorte. Mais ſi l'on ouvre l'autre robinet L, l'eau rejaillira par l'ouverture E, qui ne doit pas être bien grande, afin que le jet d'eau dure plus long-tems.

REMARQUE.

Il eſt bon de mettre des robinets au bas de chacun des vaiſſeaux dont on a parlé dans ce problême, afin de les vuider entierement d'eau, quand on le juge à propos.

PROBLEME XLII.

Construire une fontaine par rarefaction.

Pl. 51, fig. 160. JOignez ensemble les deux vases inégaux AB, CD, qui doivent être fermés de tous côtés, comme ceux du problême précédent, par les deux tuyaux égaux EF, GH. Ces tuyaux seront, comme les précédens, soudés au fond d'en bas en F & H du vase supérieur AB, & au fond d'en haut en E & G, du vase inférieur CD, en sorte que l'air ne trouve aucun passage que par leurs extrêmités E, F, G, H, qu'on laissera ouvertes pour donner une communication entre les vases AB, CD. Ajoutez au milieu du vase supérieur AB un troisieme tuyau IK, plus petit, dont l'ouverture inférieure I ne touche pas tout-à-fait au fond d'en bas du vase AB, & l'ouverture supérieure K soit un peu élevée au-dessus du fond d'en haut du même vase AB. Cette ouverture K doit être retrécie, & chacun des trois tuyaux EF, GA, IK, doit avoir un robinet, comme L, M, N, pour servir en cette sorte.

Ayant fermé les deux robinets L, M, ouvrez le robinet N, & versez par l'ouverture K de l'eau dans le vase AB jusqu'à ce qu'il soit plein. Après cela lâchez les deux robinets, L, M, afin que l'eau du vase AB descende par les ouvertures F, H, dans le vase CD, & le remplisse seulement en partie, ce qui arrivera ainsi, parce que je suppose que la capacité du vase CD est plus grande que celle du vase AB. Fermez enfin les deux robinets L, M, & remplissez de nouveau le vase AB d'eau. Après avoir fermé le robinet N, mettez des charbons ardens au-dessous du vase CD. Alors la chaleur de ces charbons fera rarefier l'air & l'eau du vase CD. C'est pourquoi si l'on ouvre le robinet N, l'eau du vase AB sortira avec impétuosité par l'ouverture K, & fera un jet fort agréable.

Autrement.

Preparez un vase de cuivre, ou de quelqu'autre métal, comme AB, qui doit être séparé en deux parties; celles d'en haut CDE doit être ouverte, & celle d'en bas CH fermée de toutes parts, excepté en I, où il doit y avoir un petit tuyau en forme d'entonnoir IL, avec un robinet M, pour verser par cet entonnoir en ouvrant le robinet, autant d'eau qu'il en sera nécessaire pour remplir en partie la partie GH du vase AB. Pl. 51, fig. 161.

Il faut ajouter au milieu du vase AB un tuyau HO, dont l'ouverture H d'en bas ne doit pas tout-à-fait toucher au fond de ce vase, & l'autre ouverture O d'en haut, qu'il faut faire plus petite, doit sortir en dehors pour y insérer une sphere de verre KN. Par cette sphere, & par le fond d'en haut du vase AB, il doit passer un autre tuyau PQ, ouvert en ses deux extrêmités, afin que l'eau, qui montera du vase AB, dans la sphere KN, par le tuyau HO, retombe par le tuyau PQ dans le vase AB; ce qui fera un jet continuel.

Mais afin que l'eau du vase AB monte dans la sphere KN par le tuyau HO, il faudra, après avoir fermé le robinet M, faire chauffer l'eau & l'air qui sont dans le vase AB, en mettant au-dessous sur le plan RS une grille couverte de charbons ardens, dont la chaleur rarefiant l'air, fera monter l'eau dans la sphere KN, &c.

REMARQUE.

Pl. 51, fig. 162. Il n'y a pas lieu de douter que ces deux sortes de fontaines ne réussissent, quand elles feront bien exécutées. Mais je n'ose assurer la même chose de cette troisieme sorte de fontaine que je vous donne dans la fig. 162. Il suffit de la regarder pour la comprendre. Il peut fort bien arriver que la chandelle O s'éteindra, lorsqu'on l'aura mise dans la sphere concave AB, par l'ouverture C. Cette chandelle sert à rarefier par sa chaleur l'air qui est contenu dans cette sphere. Cet air rarefié en passant par le tuyau DE, qui communique de la sphere AB au vase DF, presse l'eau contenue dans ce vase DF, & l'oblige de sortir par l'ouverture d'en haut du tuyau G, qui doit être retreci en H.

Pour faire réussir cette sorte de fontaine, il faudroit que la sphere AB fût percée dans sa partie supérieure pour donner passage à la fumée, qui étoufferoit la lumiere, si elle restoit dans la sphere.

PROBLEME XLIII.

Construire une horloge avec de l'eau.

LEs corps pesans, en descendant librement dans l'air, augmentent continuellement leurs vitesses, & parcourent en tems égaux des espaces inégaux, qui croissent selon la proportion des quarrés 1, 4, 9, 16, &c. des nombres naturels 1, 2, 3, 4, &c. en commençant depuis le point de repos. Au contraire les corps liquides, en coulant dans quelque vase par une même ouverture, diminuent continuellement leurs vitesses; & la surface supérieure de la liqueur, comme feroit de l'eau contenue dans le cylindre AB, que je suppose de verre, s'abaisse en coulant continuellement par l'ouverture B, selon la proportion des mêmes nombres quarrés 1, 4, 9, 16, &c. en des tems égaux. Pl. 50, fig. 158.

C'est pourquoi si le tuyau AB plein d'eau se vuide par l'ouverture B, par exemple, en 12 heures de tems; pour sçavoir de combien l'eau se doit abbaisser à chaque heure, c'est-à-dire, pour marquer les heures sur ce tuyau AB, on considerera que le quarré de 12 étant 144, on doit diviser la longueur AB en 144 parties égales, & en prendre 121, quarré de 11, de B en C, pour le point de 1 heure; 100, quarré de 10, de B en D, pour le point de 2 heures, en supposant que A soit le point de midi. On prendra pareillement, 81 quarré de 9, de B en E, pour le point de 3 heures; 64, quarré de 8, de B en F, pour le point de 4 heures, & ainsi des autres.

REMARQUE.

Si le tuyau AB ne se vuide pas exactement en 12 heures de tems par l'ouverture B, & que l'on veuille que cela arrive, il faudra diminuer, ou bien augmenter cette ouverture B, selon que l'eau s'écoulera plus ou moins vîte.

Pour trouver cette diminution, ou cette augmentation, c'est-à-dire, pour trouver l'ouverture B, ou le diamétre du trou par lequel toute l'eau du cylindre AB s'écoule précisément en 12 heures de tems, supposons que le diametre de l'ouverture B soit de 2 lignes, & que toute l'eau du cylindre AB se soit écoulée en 9 heures de tems par cette

Pl. 52, fig. 63. le quotient donnera 69 lignes pour la hauteur GK de la premiere heure dans le prisme GHI.

De même parce que la quantité de l'eau qui répond à la seconde heure, c'est-à-dire, au cylindre CD, est de 14238 lignes cubiques, en divisant cette solidité 14238 par la même base 226, on aura 63 lignes pour la hauteur KL de la seconde heure dans le même prisme GHI. Ainsi des autres.

Il est évident que quand la base du prisme GHI sera égale à celle du cylindre AB, les divisions des heures dans le prisme GHI seront égales à celles du cylindre AB, mais dans un ordre renversé; la hauteur GK sera égale à la hauteur AC, la hauteur KL à la hauteur CD, & ainsi des autres.

PROBLEME XLIV.

Construire une pendule d'eau.

Fig. 164. ON appelle *pendule d'eau*, une montre ou horloge d'eau, qui a la figure d'un tambour, ou boîte ronde, d'un métal bien soudé, comme ABCD, dans lequel il y a une certaine quantité d'eau préparée. Cette boîte est divisée en plusieurs petites cellules, qui ont communication les unes avec les autres proche du centre, & qui ne laissent écouler l'eau, qu'autant qu'il est nécessaire pour faire descendre doucement & peu à peu cette montre par son propre poids. On la suspend par deux filets ou cordes fines & égales EF, GH, entortillées autour de l'aissieu de fer IK, qui est par tout également épais, & traverse la boîte à angles droits de part & d'autre par le milieu. Cet aissieu en descendant montre les heures, sans faire aucun bruit, par l'une de ses deux extrêmités I, K, ou par

par les deux ensemble. Ces heures sont marquées à coté sur un plan vertical, où les divisions ont été marquées par le moyen d'une horloge à roues bien juste. Pl. 52. fig. 164.

Si je connoissois l'inventeur d'une montre si simple & si extraordinaire, je lui rendrois ici la justice qui lui est due. Je sçais seulement que les premieres qu'on vit à Paris en l'année 1693 furent apportées de Bourgogne : j'en ai vu une d'étain, qui avoit été faite à Sens. J'en donnerai ici les mesures & les proportions, qui pourront servir à en construire autant d'autres qu'on voudra, plus grandes, ou plus petites.

Le diametre AB, ou CD, des deux fonds du tambour ou barillet ABCD étoit d'environ cinq pouces, & la largeur AD, ou BC, ou la distance de ces deux fonds, qui étoient égaux & paralleles entre eux, de deux pouces. Le dedans de cette boîte étoit divisé en sept cases ou cellules par autant de petits plans inclinés, ou languettes d'étain soudées à chaque fond & à la circonférence ou surface concave du tambour, & longues chacune de deux pouces, comme A, B, C, D, E, F, G. Fig. 165. Ces languettes, comme vous voyez dans la figure, sont inclinées de maniere qu'elles rasent & touchent la circonférence d'un cercle qui seroit décrit du centre H, à l'intervalle d'un pouce & demi. Cette pente facilite le passage de l'eau d'une cellule à l'autre, à mesure que la machine roule en descendant, & marque les heures par l'extrêmité de son aissieu, qui, comme nous avons déja dit, la traverse de part en part à angles droits, en entrant en son milieu par un trou H, qui a été fait quarré, afin que la montre tienne plus fermement à cet aissieu.

Enfin il y avoit dans cette petite machine sept onces d'eau purifiée, c'est-à-dire, distillée & préparée : elle y avoit été mise par deux trous posés sur un même diametre, & également éloignés du centre H, qu'on avoit ensuite bouchés, pour empêcher l'eau de sortir, quand la montre tourne avec son aissieu, & change continuellement de situation, en descendant insensiblement par le developpement de deux cordes qui la tiennent toujours à plomb, & qui sont entortillées autour de son aissieu, qui demeure toujours parallele à l'horison.

REMARQUE.

Il est évident que si cette montre étoit suspendue par son centre de gravité, comme il arriveroit si la surface inférieure de l'aissieu passoit exactement par le centre de chaque fond, elle demeureroit immobile, & que ce qui la fait mouvoir, est qu'elle est suspendue hors de son centre de pesanteur par les deux cordes qui sont roulées autour de son aïssieu, dont l'épaisseur ne doit pas être bien considérable par rapport à la grandeur de la montre, & à la quantité de l'eau qu'elle contient, afin que cette montre puisse rouler avec modération par le passage de l'eau d'une cellule à l'autre. Il est encore évident que la machine ne doit pas descendre tout d'un coup, parce que la force de son mouvement se trouve contre-balancée, ou diminuée par la pesanteur de l'eau qu'elle contient.

Pour monter cette horloge, quand elle est descendue environ jusqu'au bas de ces deux cordes, il n'y a qu'à la hausser avec la main, en la faisant rouler d'un sens contraire dans ces deux cordes, qui peuvent être si longues que l'on voudra, pourvu qu'elles soient égales & attachées en deux points également élevés au-dessus du plan de l'horison, afin que l'aissieu demeure toujours horisontal.

Celles que l'on fait présentement à Paris, sont de cuivre, & demeurent ordinairement 24 heures à descendre la longueur de deux pieds. La division des heures se fait, comme nous avons déja dit, par le moyen d'une montre ordinaire bien réglée, en marquant à chaque heure un point à l'endroit où l'aissieu de la boîte touche par ses deux extrêmités le plan vertical, où l'on s'est proposé de marquer les heures; ce qu'il suffit d'avoir observé une fois pour toutes.

Quoique cette montre soit sujette au changement de l'air, c'est-à-dire, à l'humidité ou à la sécheresse de l'air, elle a pourtant une commodité, c'est qu'elle ne fait point de bruit, comme les autres montres, & qu'ainsi on n'en est point incommodé la nuit; pendant laquelle on peut, en se réveillant, connoître aisément l'heure qu'il est, par le moyen de certaines petites chevilles, ou boutons, que l'on met à l'endroit des heures.

De plus, il n'y a pas souvent des réparations à faire dans cette montre. Il suffit d'en changer l'eau une fois seulement en deux ou trois ans, parce qu'elle se salit & s'épaissit avec le temps; ce qui l'empêche d'être si coulante, & fait que l'horloge retarde. Cette eau, qui doit être de fontaine distillée, se met par un trou fait à l'un des deux fonds, que l'on bouche ensuite avec de la cire, après avoir auparavant vuidé la boîte de son eau impure par le même trou, & lavé cinq ou six fois le dedans avec de l'eau claire un peu chaude.

Le R. P. Timotée, Barnabite, qui excelle dans les méchaniques, & principalement dans les machines hydrauliques, a donné toute la perfection imaginable à cette horloge d'eau. Il en fait une haute d'environ 5 pieds, qui ne se monte qu'une fois en un mois. On y connoît, outre les heures qui sont marquées sur le haut de la boîte dans un cadran régulier, le quantieme du mois, les fêtes de l'année, le lieu du soleil dans le zodiaque, son lever & son coucher, & la longueur du jour & de la nuit. Cela s'exécute par le moyen d'un petit soleil qui se meut & descend imperceptiblement, & qu'on éleve au bout du mois au haut de la boîte, lorsqu'il est descendu pendant le cours de ce même mois. Voyez le traité des horloges élémentaires, qui est à la fin du troisieme tome.

AUTRE REMARQUE.

On pourroit donner aux bandes & languettes A, B, C, &c. qui sont droites, la courbure de la développante d'un cercle, que l'on supposeroit être l'arbre ou l'aissieu de la clepsidre. M. de la Faye prétend que cette figure serviroit à rendre les clepsidres plus justes que celles qu'on a, & qui manquent toutes d'uniformité. Voici de quelle maniere on décriroit cette développante.

Pl. 53, fig. 55.

Supposé qu'on veuille donner au rayon du tambour 4 pouces & demi, ou 54 lignes, la circonférence de l'arbre aura aussi 54 lignes, & son diametre environ 17 lignes, suivant la proportion de la circonférence au diametre, qui est de 22 à 7. Aprés avoir entouré cet arbre d'un ressort de montre doux & flexible, attachez un bout de ce ressort à l'arbre, & développez l'autre armé d'une pointe; cette pointe formera une courbe mécanique, qui a pour développée le cercle de l'arbre de la clepsidre ; il faut donner aux languettes la courbure que l'on vient de décrire, & que vous voyez dans la figure.

Cette idée est prise sur la figure que M. de la Faye donne aux canaux d'une machine toute semblable au tympan, dont la description est dans les mémoires de l'académie royale de 1717. Cette machine est d'une grande commodité pour élever des eaux. Consultez les mémoires cités.

PROBLEME XLV.

Faire monter une liqueur par le moyen d'une autre liqueur plus pesante.

ON propose de faire monter du vin, par exemple, par le moyen de l'eau, du vase AB dans la sphere CD. Ce vase AB doit être fermé de tous côtés, & CD est une sphere creuse divisée en deux parties, C, D, qui n'ont point de communication. Au sommet O de cette sphere est ajusté un entonnoir avec un robinet, qui communique avec la seule partie CE. Pl. 54. fig. 166.

Cette sphere concave CD sera soutenue par les deux tuyaux EF, GH, ouverts en chacune de leurs extrêmités. Le plus grand EF sera soudé en E & en I : il aura son ouverture inférieure F proche du fond d'en bas du vase AB, & son autre ouverture E proche du fond inférieur de la partie CE de la sphere CD. Le plus petit tuyau GH doit être soudé en G & en K, & avoir son ouverture H d'en bas proche du fond supérieur du vase AB, & son autre ouverture G au fond inférieur de la partie DG de la sphere CD. De plus, chacun de ces

Pl. 54, fig. 166. deux tuyaux EF, GH, doit avoir un robinet, comme L, M; la partie DG doit avoir aussi en bas un robinet N.

Ayant ouvert le robinet O, & fermé les autres L, M, N, versez de l'eau par l'ouverture O, jusqu'à ce que la partie CE soit pleine : puis ayant ouvert les deux robinets L, M, l'eau contenue dans la partie CE, descendra par le tuyau EF, & en pressant le vin contenu dans le vase AB, le fera monter par le tuyau GH dans la partie DG, parce que le tuyau CF étant plus grand que le tuyau GH, a plus de pesanteur. C'est pourquoi en fermant le robinet M, & ouvrant le robinet N, on pourra tirer du vin par ce robinet N, quand on voudra boire.

REMARQUE.

On doit avoir conservé au fond supérieur IK du vase AB une ouverture pour faire entrer le vin du vase AB, & en faire sortir l'eau. Quand on voudra faire l'expérience, on fermera cette ouverture avec un bouchon, pour empêcher le vin de sortir du vase.

PROBLEME XLVI.

De deux vases semblables, également pesans, & pleins de métaux différens, discerner l'un d'avec l'autre.

CE problême est aisé à résoudre à celui qui sçait que deux pieces de métaux différens, qui pesent également dans l'air, ne pesent pas également dans l'eau; car celle dont la pesanteur spécifique est plus grande, occupe dans l'eau un moindre volume, puisqu'il est certain que tout métal pese moins dans l'eau que dans l'air, à raison de l'eau dont il occupe la place : comme si cette eau pese une livre, il pesera dans la même eau une livre moins que dans l'air. Cette pesanteur diminue plus ou moins, selon que la pesanteur spécifique du métal est grande par rapport à celle de l'eau.

Si on propose deux coffres tout-à-fait semblables, & également pesans dans l'air, dont l'un soit par exemple plein d'or, & l'autre plein d'argent, on les pesera dans l'eau. Celui qui dans cette eau se trouvera le plus pesant, sera celui qui contient l'or; car la pesanteur spécifique de l'or est plus grande que celle de l'argent; ce qui fait que l'or perd moins de sa pesanteur dans l'eau que l'argent. On sait par expérience que l'or perd environ la dix-huitieme partie de sa pesanteur, au lieu que l'argent en perd à peu près la dixieme partie. De sorte que si chacun de ces deux coffres pese dans l'air, par exemple, 180 livres, le coffre plein d'or perdra dans l'eau dix livres de sa pesanteur, & le coffre plein d'argent en perdra dix-huit, c'est-à-dire que le coffre plein d'or pesera dans l'eau 170 livres, & que le coffre plein d'argent en pesera seulement 162.

Autrement.

Parce que l'or est d'une pesanteur spécifique plus grande que celle de l'argent, il faut que le coffre plein d'or, quoique semblable & aussi pesant que le coffre plein d'argent, soit d'un volume plus petit que le coffre plein d'argent. Ainsi pour distinguer ces deux coffres l'un d'avec l'autre, on les plongera tous deux séparément dans un vase plein d'eau, & celui qui chassera moins d'eau que l'autre, sera d'un volume plus petit, & sera par conséquent celui qui contient l'or.

PROBLEME XLVII.

Mesurer la profondeur de la mer.

IL faut avoir un gros poids attaché à une corde bien longue, & faire descendre ce poids dans la mer, en lâchant continuellement la corde jusqu'à ce que le poids ne descende plus ; ce qui arrivera lorsque le poids touchera le fond de la mer. Mais l'eau du fond de la mer peut être si pesante, qu'un volume de cette eau pesera autant, & même plus que le poids avec sa corde. Alors ce poids cesseroit de descendre, quoiqu'il ne touchât pas le fond de la mer.

Ainsi l'on peut se tromper en mesurant la longueur de la corde qui sera descendue dans l'eau, pour en conclure la profondeur de la mer. C'est pourquoi pour ne se pas tromper, il faut attacher au bout de la même corde un autre poids plus pesant que le précédent, & si ce poids ne fait pas enfoncer plus de corde dans l'eau que le premier, ce sera une marque assurée que la longueur de la corde qui sera descendue dans l'eau, est la véritable profondeur de la mer : autrement il faudra se servir d'un troisieme poids encore plus pesant, & continuer ainsi jusqu'à ce qu'on ait deux poids qui fassent descendre dans l'eau une même longueur de corde, pour conclure avec certitude par cette longueur la profondeur qu'on cherche.

PROBLEME XLVIII.

Deux corps d'une pesanteur spécifique plus grande que celle de l'eau étant proposés, connoître celui dont la solidité est plus grande.

Si les deux corps proposés étoient d'une même matiere homogene, il seroit facile de connoître celui dont la solidité seroit plus grande, en les pesant tous deux en l'air dans une juste balance; celui dont la pesanteur se trouvera plus grande, sera d'un plus grand volume, c'est-à-dire, que sa solidité sera plus grande.

Mais si les deux corps proposés sont de diverses matieres homogenes, & d'une pesanteur spécifique différente, & plus grande que celle de l'eau, on les plongera tous deux séparément dans un vase plein d'eau. Celui qui chassera plus d'eau, sera d'un volume plus grand, parce qu'il occupe dans l'eau une plus grande place.

Ou bien on les pesera tous deux dans l'air & dans l'eau, & l'on remarquera de combien leur pesanteur, qui aura été trouvée dans l'air, diminuera dans l'eau : car celui-là sera d'un plus grand volume, donc la pesanteur diminuera davantage; parce qu'il doit occuper la place d'un plus grand volume d'eau.

D'où l'on conclura que si deux corps de diverse matiere sont d'un même poids, celui qui aura un plus petit volume, aura plus de solidité, c'est-à-dire, qu'il contiendroit autant de matiere que l'autre, sous un plus petit volume.

C'est par le moyen de ce problême que l'on peut connoître si une piece douteuse d'or ou d'argent est bonne ou fausse, en la comparant à une autre piece de pur or, ou de bon argent, comme nous avons déja dit au problême XXXV.

PROBLEME XLIX.

Trouver le centre de pesanteur commun à plusieurs poids suspendus à des points différens d'une balance.

pl. 54, fig. 167. POur trouver le centre de pesanteur, par exemple, des trois poids A, B, C, suspendus des trois points D, E, F, de la balance DF, à laquelle nous n'attribuerons aucune pesanteur, ni aux cordes DA, EB, FC, qui soutiennent les poids : nous supposerons le poids A de 108 livres, le poids B de 144 livres, & le poids C de 180 livres; la distance DE de 11 pouces, & la distance EF de 9 pouces; ensorte que toute la longueur de la balance DF soit de 20 pouces.

Cela étant supposé, nous trouverons premierement le centre de pesanteur G commun aux deux poids B, C, en cherchant à leur somme, au poids C, & à la distance EF, c'est-à-dire, à ces trois nombres 324, 180, 9, un quatrieme proportionnel, qui donnera 5 pouces pour la distance EG. Par conséquent on aura 16 pouces pour la distance DG, en ajoutant à la distance trouvée EG (5) la longueur DE (11 pouces). Le point G sera celui autour duquel les deux poids B, C, demeureront en équilibre.

Après cela on cherchera à la somme des trois poids A, B, C, à la somme des deux précédens B, C, & à la distance DG, c'est-à dire, aux trois nombres 432, 324, 16, un quatrieme proportionnel, qui donnera 12 pouces pour la distance DH, & par conséquent 1 pouce pour la distance EH. Et le point H sera le centre de pesanteur qu'on cherche, c'est-à-dire, qu'on aura trouvé le point H, autour duquel les trois poids donnés A, B, C, demeureront en équilibre sur la balance donnée DF.

REMARQUE.

La regle générale est de chercher à deux des poids donnés le centre de pesanteur sur la distance qui est entre les points où pendent ces deux poids. Quand on a trouvé ce centre de pesanteur on en cherche un autre, entre un troisieme poids & la somme des deux poids dont on a trouvé le centre de pesanteur, sur la distance qui est entre le point où pend ce nouveau poids, & le centre déja trouvé. Le second centre connu, on en cherche un troisieme entre un quatrieme poids & la somme des trois poids employés, sur la distance qui est entre ce quatrieme poids & le second centre trouvé. Ainsi des autres.

Pour sçavoir d'où l'on doit prendre cette distance qu'on cherche, il faut faire attention au poids que l'on met à la seconde place dans la regle de trois; & la distance qu'on trouve pour quatrieme terme, se prend toujours sur la longueur employée pour troisieme terme, du point où pend le poids qui se trouve joint avec l'autre dans le premier terme de la regle de trois.

Ainsi parce que dans le premier exemple précédent, on a mis pour second terme 180, qui est le poids C, on a pris sur EF la distance EG, du point E, où pend l'autre poids B, qui avec le poids C fait la somme posée au premier terme. Si l'on avoit mis 144, pesanteur du poids B au second terme, on auroit trouvé 4 pour la distance FG, qu'il auroit fallu prendre sur EF, du point F où pend l'autre poids C, qui, joint avec B, se seroit trouvé dans le premier terme de la regle de trois.

De même, dans le second exemple, on a mis pour second terme de la regle de trois 324, somme des poids B, C; & l'on a pris sur DG la distance DH, du point où pend l'autre poids A, qui se trouve dans le premier terme de la regle de trois, avec les deux autres poids employés B, C. Si l'on avoit mis au second terme 108, poids de A, on auroit trouvé 4 pour la distance GH qu'il auroit fallu prendre sur DG, du point G, où l'on suppose que pendent les poids B, C, réunis ensemble, & qui se trouvent joints avec A dans le premier terme de la regle de trois.

On peut appliquer cette regle aux corps composés de différentes matieres. Si l'on proposoit de trouver le centre de pesanteur d'un corps dont une partie seroit d'or, une autre d'argent, & la troisieme de bois, il faudroit premierement trouver le centre de pesanteur de la partie qui seroit d'or, ensuite celui de la partie qui seroit d'argent, puis trouver le centre de pesanteur qui seroit commun à ces deux centres. Enfin ayant trouvé le centre de pesanteur de la partie qui seroit de bois, on trouveroit un autre centre commun au centre de la partie de bois, & au centre commun des deux parties d'or & d'argent. Ce dernier centre seroit le centre de tout le corps composé d'or, d'argent & de bois.

PROBLEME L.

Construire une machine pour nager.

IL faut faire deux coffres plats & demi-circulaires; il n'importe pas de quelle matiere, pourvu qu'ils ne reçoivent point d'eau, qu'ils soient légers, & assez solides pour résister aux flots. Ces deux pieces se joignent ensemble par des ferremens autour du corps d'un homme qui se les attache à la ceinture, & qui a toujours par ce moyen la moitié du corps au-dessus de l'eau; le coffre lui faisant pour le soutenir, un ventre comme celui des cygnes. On peut y faire aussi, si l'on veut, des ouvertures avec des portes, pour y renfermer de l'or, de l'argent, des papiers, des choses précieuses, en un mot tout ce qu'on voudroit sauver dans un naufrage.

Quoique cette machine suffise seule pour nager, parce que par le seul mouvement du corps & des pieds on pourroit se porter où l'on voudroit, cependant pour faciliter encore ce mouvement, on peut attacher aux pieds des nageurs des especes de nageoires. C'est un gros cuir double ou triple & pliant, qui peut s'étendre ou se resserrer comme la patte d'un cygne. Ces nageoires sont attachées à une semelle de bois, & la semelle au pied.

REMARQUE.

Cette machine peut être d'un grand secours; 1°. dans un naufrage; car on peut avec cette machine se sauver au travers des flots, sans avoir plus à craindre la mort qu'un oiseau aquatique. On n'est pas d'ailleurs obligé de quitter ses habits, & l'on n'a pas même la faim a craindre, puisqu'on peut renfermer dans la machine des vivres pour quatorze ou quinze jours au moins. 2°. Dans ces subites inondations, qui noyent en un instant des vallées & des pays entiers; car dans un pareil accident un homme qui seroit muni de cette machine se sauveroit, & pourroit encore sauver avec lui un ou deux petits enfans. 3°. A l'armée, pour faire traverser un fleuve à un espion. 4°. Enfin pour faire sur l'eau des jeux & des divertissemens agréables sous des figures de syrenes, de tritons, & d'oiseaux même.

PROBLEME LI.

Construire une lanterne qui conserve la lumiere au fond de l'eau.

IL faut que la lanterne soit de cuir, qui résiste mieux aux flots que toute autre matiere. On ajoutera à cette lanterne deux tuyaux qui auront communication avec l'air supérieur, l'un pour recevoir de nouvel air, afin d'entretenir la lumiere, l'autre pour servir de cheminée & donner passage à la fumée, tous deux assez élevés au-dessus de l'eau, pour n'être pas couverts par les vagues dans les gros tems. On conçoit que le tuyau qui servira à donner de nouvel air, doit avoir communication par le bas de la lanterne, & celui qui sert de cheminée, en doit avoir par le haut. On fera dans le cuir tout autant de trous qu'on voudra pour y placer des verres qui repandront la lumiere de tous côtés. Enfin on suspendra la lanterne avec du liege, afin qu'elle s'éleve & s'abaisse avec les flots.

REMARQUE.

Cette lanterne peut ſervir à la pêche du poiſſon à la lumiere.

PROBLEME LII.

Conſtruire une horloge à l'uſage de la mer.

CEtte horloge eſt de ſable, & ſemblable à celles dont on ſe ſert ordinairement. A la place de l'une des phioles qui compoſent les horloges de ſable, on applique un tuyau de verre de vingt pouces environ de hauteur, & d'une ligne & demie à peu près d'ouverture. Ce tuyau ſert de ſeconde phiole; de ſorte qu'à meſure que le ſable tombe dans le tuyau, on le voit monter peu à peu & ſi diſtinctement, que l'on peut obſerver les minutes. Lorſque tout le ſable eſt deſcendu dans le tuyau, on retourne la machine, & le ſable en deſcendant du tuyau dans la phiole, marque de la même maniere les hauteurs qui conviennent pour les minutes & ſes parties.

REMARQUES.

I.

Pour ſe ſervir commodément de cette machine, il faut l'appliquer ſur une planche, & à l'un des côtés du tuyau on marque les diviſions des minutes par la deſcente du ſable, lorſqu'il ſe remplit, & on fait la même choſe à l'autre côté du tuyau pour la deſcente du ſable, lorſqu'il ſe vuide. Enfin pour marquer ces diviſions, il faut ſe ſervir d'une pendule, & à chaque minute marquer la hauteur du ſable.

II.

Cette machine, quoique ſimple & aiſée à mettre en uſage, a un défaut aſſez conſidérable; c'eſt que comme il faut la tourner ſouvent dans l'eſpace de pluſieurs heures, il eſt impoſſible que dans cette action on ne perde la ſuite des minutes, & qu'on faſſe un calcule exact.

PROBLEME LIII.

Conſtruire une pendule qui conſervera ſur mer nne égalité de mouvement dans ſon reſſort & ſa ſuſpenſion.

1°. ON ſe ſervira d'une pendule ordinaire: mais au lieu d'un ſeul grand reſſort, qui ne doit être remonté qu'une ſeule fois tous les huit jours, on ſe ſervira de huit reſſorts inférieurs en force, leſquels agiſſant tous enſemble ſur une horloge à huit jours, lui donneront autant de force que le ſeul grand reſſort. Mais on doit obſerver de ne pas remonter ces huit reſſorts en même tems; il faut mettre une diſtance égale entre le tems qu'on remonte chaque reſſort; de ſorte qu'on en remonte un chaque jour. Le premier reſſort ayant été remonté à une certaine heure, il faut attendre à remonter le ſecond le jour ſuivant à pareille heure, & ainſi de ſuite juſqu'au huitieme jour que l'on remontera le huitieme reſſort. Le neuvieme jour on remontera le premier reſſort, & on continuera de cette maniere dans le même ordre qu'on vient de marquer. Chaque reſſort aura

ſa

la fusée & sa chaîne, qui agiront sur un même sujet. On peut ajouter un plus grand nombre de ressorts & de fusées, ou le diminuer, selon qu'on le jugera à propos. Au lieu de pendulon, il faut se servir d'un balancier ayant un ressort à spiral, en conservant l'échappement à rocher, comme dans les pendules ordinaires.

2°. On suspendra dans un vaisseau, par le moyen d'un genou, une grande boîte ou armoire. On attachera au bas de cette boîte un puissant poids. Le genou cédant à toutes les agitations du vaisseau, le poids retiendra la boîte dans une situation toujours perpendiculaire; en sorte que la boîte demeurera fixe de la même maniere que si elle étoit sur la terre attachée contre une muraille.

Cette armoire doit être assez grande pour renfermer deux ou trois pendules, un thermometre, une étuve, & deux ou trois lampes de différentes grandeurs. Le genou, qui tiendra cette armoire suspendue, sera attaché à un ressort capable de soutenir tout le poids de l'armoire. Il faudra placer cette armoire dans le milieu au fond du vaisseau. On fera une autre armoire plus petite, où l'on renfermera les pendules avec le thermometre. On la placera dans la grande armoire en haut: on aura soin de la fermer bien juste avec un chassis où l'on ajustera un grand verre, afin qu'on puisse voir les mouvemens des pendules & l'effet du thermometre.

La grande armoire ne sera plus large que la moindre, que de ce qu'il faut pour que celle-ci entre juste dedans; mais elle doit être plus profonde de quelques pouces, afin de donner passage à la fumée & à la chaleur qui se communiquera à la moindre armoire.

La grande armoire sera beaucoup plus longue: on placera au bas une étuve & quelques lampes; l'espace, qui sera entre le bas de la grande armoire & entre la petite, servira à faire monter & descendre les lampes, pour donner plus ou moins de chaleur à l'armoire qui renferme les pendules, selon qu'on le jugera à propos par l'inspection du thermometre. Le bas de la grande armoire sera fermé, mais on ajustera des verres à la porte, tant pour voir ce qui se passe au-dedans, que pour y conserver la chaleur, & empêcher que l'agitation de l'air n'éteigne les lampes. Enfin on fera au fond d'en bas de la grande armoire plusieurs trous pour donner passage à l'air, & l'on pratiquera au fond d'en haut une cheminée pour la fumée.

Ces deux armoires peuvent être de fer, de cuivre, ou de quelqu'autre matiere qui conserve longtems la chaleur. Il est bon que la petite soit de cuivre.

Par ce moyen, en observant le thermometre, on peut conserver une chaleur toujours égale dans les différentes saisons & dans les différens climats. Ainsi dans une saison chaude, ou un climat chaud, on pourra ne mettre que peu de feu dans l'étuve, ou n'allumer qu'une petite lampe, & la tenir éloignée de l'armoire où est la pendule. Sous la ligne on pourra ne point faire de feu, & ne point allumer de lampe. Dans les pays septentrionaux, il sera nécessaire de faire du feu, d'allumer les lampes, & de les arrêter plus ou moins près de l'armoire où sont renfermées les pendules, selon les degrés de chaleur. Mais ce sera le thermometre qui indiquera la quantité du feu & des lampes tenues plus ou moins éloignées.

Il faut cependant observer que la chaleur renfermée dans l'armoire, ne doit pas être si grande qu'elle pût altérer la trempe des pieces d'acier, ou cuire l'huile des lampes. Il ne faut pas non plus que cette chaleur soit beaucoup plus petite que celle qui est sous la ligne.

C'est pourquoi il sera à propos de connoître le plus grand degré de chaleur qui soit sous la ligne, par les observations qu'on y auroit faites avec le thermometre, & d'y ajuster le thermometre du vaisseau dans le lieu d'où l'on part.

PROBLEME LIV.

Percer une planche avec un bout de chandelle.

CHargez un fusil avec de la poudre, & au lieu de balle, mettez-y un bout de chandelle. Tirez contre quelque planche, & vous verrez que le bout de chandelle percera la planche, de même qu'une balle de plomb.

REMARQUE.

Une balle de plomb tirée dans l'eau s'applatit.

PROBLEME LV.

Peser un coup de poing, un coup de marteau, un coup de hache, &c. & en comparer la pesanteur avec le poing, le marteau, la hache, &c. lorsqu'il est en repos.

PRenez une balance, laissez poser le poing, le marteau, ou la hache sur un des bassins, ou sur l'un des bras de la balance; mettez dans l'autre bassin autant de poids qu'il en faut pour contre-peser : puis surchargeant toujours le bassin, vous pourrez éprouver combien chaque coup fera monter le poids, & par conséquent combien il pese.

REMARQUES.

I.

La percussion produit des effets surprenans ; car si l'on met un poids de mille livres sur une aiguille qu'on veut enfoncer, il s'en faudra bien que ce poids fasse le même effet qu'un petit coup de marteau ; il n'en fera même presque point, pourvu qu'on le pose bien doucement. Ne voit-on pas qu'un couteau mis sans frapper sur du beurre ne l'entame point, non plus qu'une hache posée fort doucement sur une feuille de papier.

Deux forces égales, avec un mouvement égal, & d'une vîtesse égale, agissent différemment sur deux corps égaux, & semblables, par exemple, sur deux coins de fer semblables, pour fendre deux pieces d'un même bois & semblables, ou sur deux clous semblables que l'on veut enfoncer dans ces pieces de bois, dont l'une seroit suspendue en l'air, & l'autre seroit, ou scellée en terre, ou appuyée sur quelque chose de stable. Il est certain que l'effet du coup sera plus grand sur la piece suspendue, que sur celle qui sera scellée, ou appuyée fermement.

C'est ce qui fait que les ouvriers, pour emmancher un outil, le tiennent en l'air d'une main, & frappent de l'autre, ou bien, s'il est trop pesant, ils le couchent sur la terre, ou sur un établi, de sorte qu'il puisse reculer, lorsqu'on frappe sur le manche. Qui ne sçait point que c'est de cette sorte qu'on emmanche un balai?

II.

Si l'on met un poids de 25 livres dans un bassin des plus grosses balances, & que les plus robustes donnent un coup de poing sec de toute leur force, sans arrêter ni appesantir la main après le coup, à peine enlevent-ils les 25 livres. Que les plus foibles ou des enfans de dix à douze ans donnent un coup, ils enlevent les 25 livres de même, sans qu'il paroisse que très-peu de différence entre leur coup, & celui des plus forts.

Si on laisse tomber le poing de deux ou trois pouces de haut, & que l'on appuie un peu, l'on enlevera fort aisément, nonseulement 25 livres, mais 30 & 40, quoique l'on fasse beaucoup moins d'effort, & que l'on ait beaucoup moins de peine que si l'on donnoit un grand coup.

On a pris cette remarque du traité des forces mouvantes de M. *Décamus*, au chapitre de la percussion, où il rapporte plusieurs expériences très-curieuses touchant la percussion, qui tendent toutes à l'utilité & à l'avantage des ouvriers; mais il faut consulter le livre même.

PROBLEME LVI.

Faire qu'un bâton se tienne droit dessus le bout du doigt sans tomber.

Attachez deux couteaux ou autres corps vers l'extrêmité du bâton, de maniere que l'un penche d'un côté, & l'autre de l'autre, en forme de contre-poids, comme vous le voyez dans la figure. Mettez cette extrêmité dessus le bout du doigt, alors le bâton se tiendra droit sans tomber. Pl. 55, fig. 56.

REMARQUES.

I.

Il faut que les deux couteaux fichés en forme de contre-poids excedent le bout du bâton que l'on pose sur le bout du doigt, en sorte que le bâton & les couteaux pris ensemble, comme ne faisant qu'un même corps, ayent leur centre de gravité à l'extrêmité du bâton qui est placé sur le bout du doigt, si l'on veut que ce tout tienne perpendiculairement.

La chose paroîtra encore plus merveilleuse, si renversant le doigt, on appuie le bout du bâton sur le bord de l'ongle; car il semblera que le tout se tiendra, touchant seulement le bout du doigt, sans être soutenu. Mais si l'on fait que le centre de gravité du total excede tant soit peu le bout du bâton, le tout se tiendra plus ou moins incliné, selon le plus ou le moins de distance de ce centre à l'extrêmité du bâton.

II.

Pl. 55, fig. 57. Ce point d'appui que l'on vient de dire dans la remarque précédente, qui devoit être à l'extrêmité du bâton qui est placé sur le bout du doigt, pourroit se trouver au-dessous, comme il arrive à ces petites figures que l'on fait tourner sur un piédestal. Cette petite figure DE est posée sur une boule E, qui est appuyée sur une maniere de guéridon I: elle tourne par le moyen de deux balles de plomb, attachées à la boule B par des fils de fer courbés. Le centre de gravité, qui se trouve fort au-dessous du point d'appui entre les deux boules C, F, vers I, soutient la figure droite, & la fait redresser, lorsqu'une des balles ayant été poussée la fait tourner obliquement.

PROBLEME LVII.

Peser la fumée.

SUpposons qu'un grand bûcher, ou bien une charretée de foin pesant 500 livres, soit embrasée, il est évident que tout s'en ira en cendre & en fumée. Si on pese les cendres qui resteront du brasier, l'expérience montre qu'elles pourront revenir au poids de 50 livres ou environ. Et puisque le reste de la matiere n'est point péri, mais qu'elle s'est exhalée en fumée, si l'on ôte 50 livres du total, il restera 450 livres ou à peu près, pour la pesanteur de la fumée. Quoiqu'il semble que la fumée ne pese point, à cause qu'étant répandue dans l'air, & divisée en fort petites particules, elle y est soutenue; cependant on conçoit que si toutes ces particules étoient rassemblées, elles auroient le même poids qu'elles avoient quand elles étoient unies aux cendres.

PROBLEME LVIII.

Faire passer un même corps dur & inflexible par deux trous fort différens, dont l'un sera circulaire, & l'autre triangulaire, ou quadrangulaire, à condition qu'il les remplisse exactement en passant.

I.

PRenez un morceau de bois ou autre matiere, qui ait la figure d'un cone; puis faites dans quelques ais un trou circulaire égal à la base du Pl. 55. fig. 58.

cone, & un autre trou triangulaire, qui ait l'un de ses côtés égal au diametre de la base du cone, & les autres égaux aux deux côtés du cone, depuis la base jusqu'à la pointe. Il est clair que ce corps passera par le trou circulaire, mettant la pointe la premiere, & par la triangulaire, en le couchant de son long, & qu'il emplira exactement ces trous en passant.

II.

Pl. 55, fig. 59. Faites tourner un corps semblable à deux cones joints par leur base : puis faites percer un ais, en sorte que le trou circulaire soit entierement semblable au cercle qui est la base commune des deux cones opposés, & que le trou quadrangulaire ait l'un de ses diametres égal au diametre du cercle, & l'autre égal à une ligne droite tirée par le milieu des cones d'une pointe à l'autre. Ce corps passant par le trou circulaire, le remplira exactement, à cause de la rondeur qu'il a au milieu; il remplira aussi le trou quadrangulaire en y passant, à cause que sa longueur & sa largeur sont égales à celle du trou. Ce trou pourra être quarré, si les côtés des cones sont égaux, & le diametre de leurs bases égal à la longueur d'une pointe à l'autre.

III.

On peut encore faire un solide, qui passant par un triangle isoscele, par plusieurs triangles scalenes, & par le plan d'une ellipse, les remplisse exactement chacun; & un autre solide, qui passant par un triangle isoscele, par plusieurs triangles scalenes, & par un cercle, les remplisse aussi exactement chacun. Le premier solide doit avoir la figure d'un cone coupé elliptiquement, & le second aura la figure d'un cone ſcalene. On peut encore exécuter la même choſe avec des ſolides doubles de ceux-ci.

PROBLEME LIX.

Faire paſſer un même corps dur par trois ſortes de trous, l'un circulaire, l'autre quarré ou quadrangulaire, de telle longueur qu'on voudra, & le troiſieme ovale, en ſorte que ce corps paſſant par ces trois différens trous, les rempliſſe exactement.

I.

PRenez un corps cylindrique ou colonnaire de telle grandeur qu'il vous plaira. Il eſt évident que ce corps étant mis droit, il remplira exactement un trou circulaire de même grandeur que ſa baſe; qu'étant couché de ſon long, il remplira en paſſant un trou quadrangulaire auſſi long & auſſi large qu'il l'eſt; qu'enfin en le faiſant paſſer de biais, il remplira exactement un trou ovale, qui aura ſa largeur égale au diametre du trou circulaire, & la longueur telle qu'il plaira, pourvu qu'elle ne ſoit pas plus grande que celle du cylindre. Pl. 53. fig. 60.

II.

1°. Soit fait en quelque ais un trou circulaire, puis un quarré qui ait les côtés égaux au diametre du trou circulaire, & un trou en ovale, dont la largeur ſoit égale au même diametre, la longueur égale à la diagonale du quarré. 2°. Ayez un corps cylindrique auſſi long que large, & tel que ſa baſe ſoit égale au trou circulaire. Par ce moyen ce cylindre pourra remplir exactement le trou cir- Fig. 61.

culaire en y passant tout droit, le trou quarré, en l'y faisant passer couché de son long, & le trou ovale, en l'y faisant passer de biais.

III.

Un solide cylindrique elliptiquement tourné, ayant pour hauteur son plus grand diametre en largeur, passera par un quarré, par un cercle, par différens parallelogrammes, par differentes ellipses, & les remplira exactement en y passant.

PROBLEME LX.

Construire une lampe excellente, qui se fournisse elle-même son huile à mesure qu'elle en a besoin.

Pl. 66, fig. 52. CArdan, au premier livre de ses subtilités, donne la description de la lampe vulgaire; c'est un petit vase colonnaire, creux, & qui n'a qu'un petit trou au bas, où l'on ajuste un tuyau qui reçoit la mêche. On emplit d'huile la lampe par ce trou, en la tenant renversée, & l'huile fournit ce qu'il faut à la mêche pour la faire brûler. On faisoit autrefois à Rheims de ces sortes de lampes qui étoient propres & commodes.

Fig. 63. Cette lampe est fort simple. En voici une qui est plus ingénieuse: sa prinipale piece est un vase CD, qui a près du fond un trou, & un petit tuyau C; il y a aussi un autre tuyau plus grand DE, qui passe au travers du vase. Ce tuyau DE est bien soudé à la partie inférieure du vase CD, il y a une ouverture en D au dedans du vase vers sa partie supérieure, & un autre hors du vase vers E, & tout près du fond de la coupe AB, en sorte néanmoins qu'il ne touche point ce fond.

Lorsque le vase CD sera plein d'huile, on fera tremper le trou E du tuyau DE dans l'huile de la coupe; alors l'huile ne pourra sortir par le tuyau C, puisque l'air ne peut entrer par le trou E du tuyau DE. Mais quand l'huile contenue dans la coupe AB, aura été consumée peu à peu par la mêche allumée, le trou E se débouchera, & donnera passage à l'air, qui entrant dans le tuyau ED, ira comprimer l'huile du vase CD, & la fera couler par le tuyau C. Cette huile coulera dans la coupe AB, jusqu'à ce que le trou E étant bouché, empêchera l'air d'entrer dans le tuyau ED : pour lors l'huile cessera de couler par le tuyau C. L'huile recommencera à couler toutes les fois que le trou étant débouché donnera passage à l'air.

REMARQUE.

Le vase CD ne doit point être attaché à la coupe AB; pour la remplir d'huile, il faut renverser le vase CD, & verser l'huile par le tuyau ED. Quand on connoîtra que le vase est plein, en voyant l'huile paroître à l'ouverture du tuyau C, on bouchera cette ouverture avec le doigt, & on mettra le vase sur la coupe AB. Si le tuyau CD est entierement ouvert en E, l'huile qui se trouvera dans ce tuyau, remplira la coupe AB, & empêchera ainsi que l'huile ne tombe par le tuyau C, en bouchant l'ouverture E.

PROBLEME LXI.

Construire un chandelier, dont on ne soit point obligé de moucher la chandelle, & qui donne beaucoup de lumiere.

ON peut aisément faire ce chandelier de bois. Il faut d'abord avoir un pied que l'on garnira de plomb, si on veut rendre le chandelier plus stable. On ajoute à ce pied une regle plate, en sorte qu'elle fasse avec son pied un certain angle, qui ne doit point être fort considérable. On ajoute à cette regle une autre qui la croise perpendiculairement; cette seconde regle coule le long de la premiere, par le moyen d'une mortoise qui y a été faite, de maniere qu'on la peut baisser ou hausser autant qu'on le juge à propos. On ajuste aussi à cette seconde regle une bobeche, qui y tient avec une espece de curseur, qui l'embrassant, donne cependant la liberté d'avancer ou de reculer la bobeche, selon que l'on en a besoin. Enfin on attache avec une charniere au haut de la premiere regle un cone de fer blanc coupé par le haut, pour laisser passer la fumée de la chandelle, qui est dans la bobeche, & qui brûle sous le cone.

Ce cone n'est qu'une espece d'entonnoir assez large par le bas, & qu'on a ouvert par le haut: on peut le revêtir au-dedans d'un cone semblable de papier blanc, qui renvoie beaucoup de lumiere au-dessous; on aura soin de changer le papier de tems en tems. On voit bien que la chandelle de la bobeche a la même inclinaison que la premiere regle du chandelier. L'extrêmité du lumignon n'étant plus dans la flamme, & ayant quelque penchant, se dissipe sans qu'on s'en apperçoive : ce qui fait qu'on n'a point l'incommodité de moucher la chandelle. On peut se servir de toutes sortes de chandelles, comme des huit, des douze & des vingt même à la livre, & cependant l'on a une grande clarté sur ce qu'on lit ou ce qu'on écrit, & les yeux ne sont point incommodés des vibrations de la lumiere immédiate de la chandelle.

Nous devons la perfection de ce chandelier à l'industrie de M. *Privat de Molieres*, membre de l'académie royale des sciences, qui s'est fait connoître dans des matieres plus relevées.

AVERTISSEMENT.

On a déja cité le traité des *forces mouvantes* par M. *Décamus*, à l'occasion d'un petit carrosse surprenant. Si l'on veut s'instruire sur plusieurs phénomenes qui regardent la mécanique, dont on a parlé en partie dans ces problêmes de mécanique, & dont on parlera encore dans les problêmes de physique, on peut consulter ce traité des forces mouvantes. On y trouvera des choses non-seulement curieuses & divertissantes, mais aussi très-utiles pour la commodité du public, sur-tout pour les voitures. M. Décamus donne des constructions de charrettes, de charriots, & même de carrosses de campagne, qni seroient bien moins fatigans pour les chevaux, & moins sujets à verser, que ceux dont on se sert à présent. En un mot, cet académicien a traité dans ſon livre toutes les parties de la mécanique, comme ayant quelque rapport à l'utilité publique ; ce qui doit être le but de toutes les ſciences.

Fin du ſecond tome.

TABLE
DES PROBLÊMES
Contenus en ce volume.

PROBLEMES DE GNOMONIQUE.

Probl.

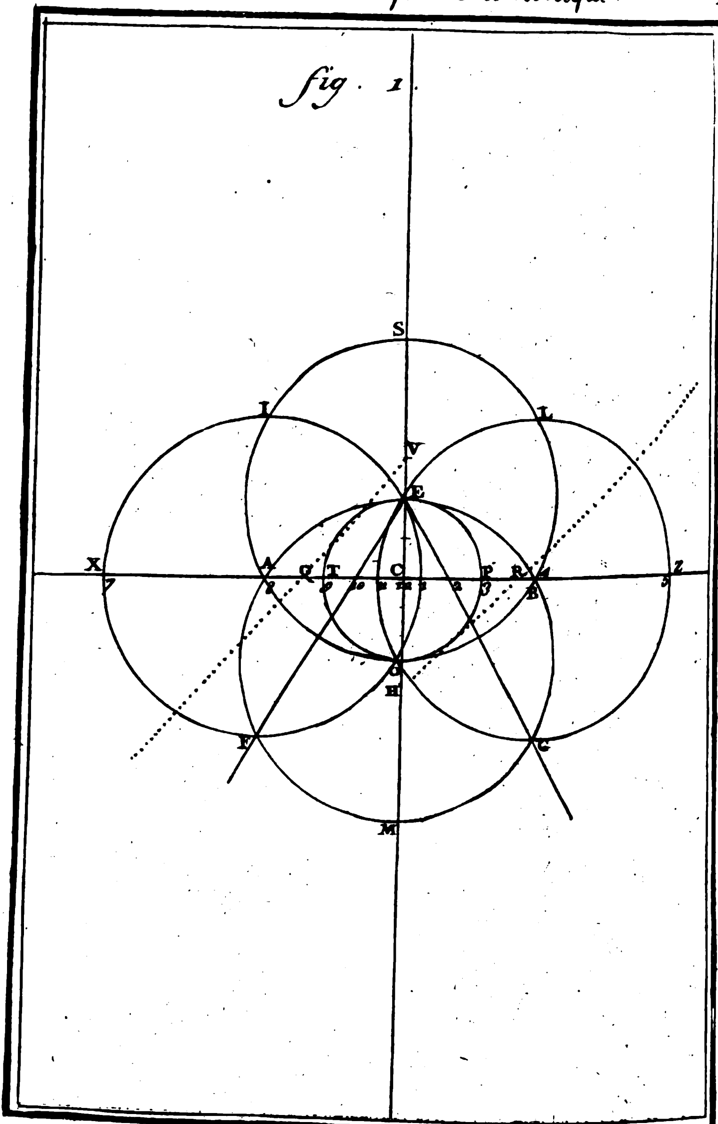
PROBLEMES DE COSMOGHAPHIE.

PROBLEMES DE MECANIQUE.

TABLE DES PROBLEMES.

Fin de la table du tome II.

fig. 1.



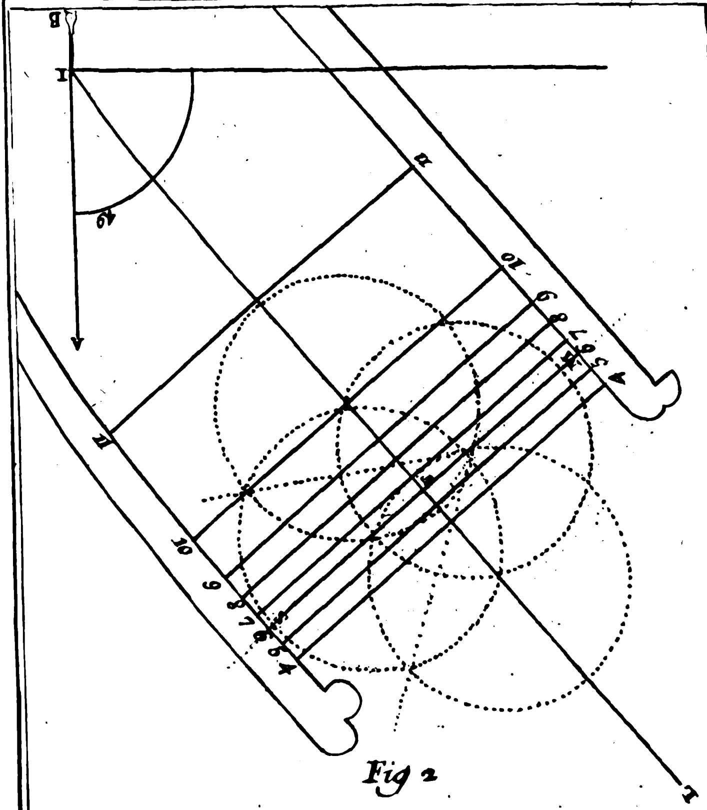
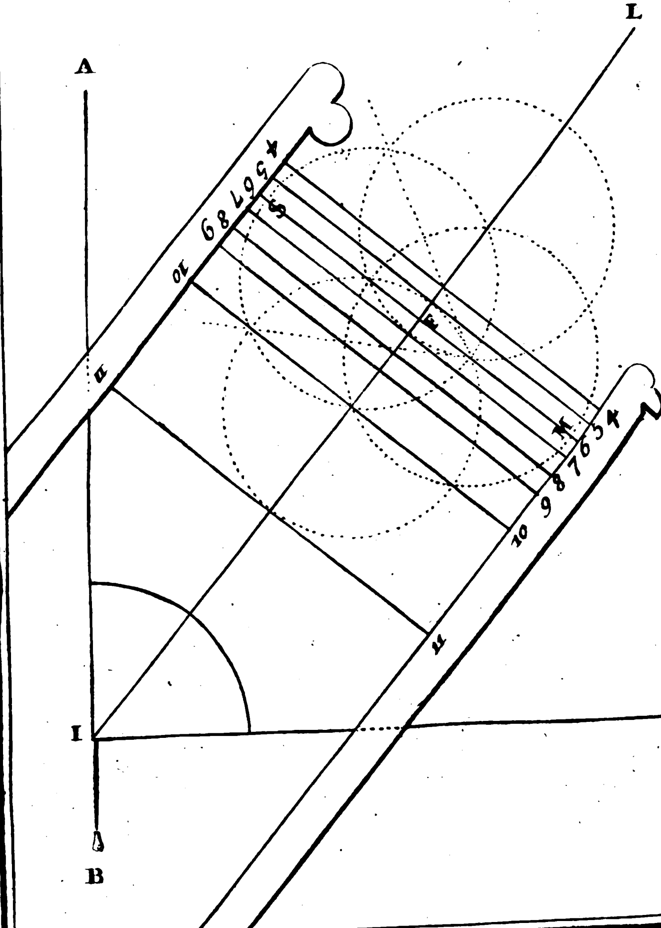


Fig 2

Oriental

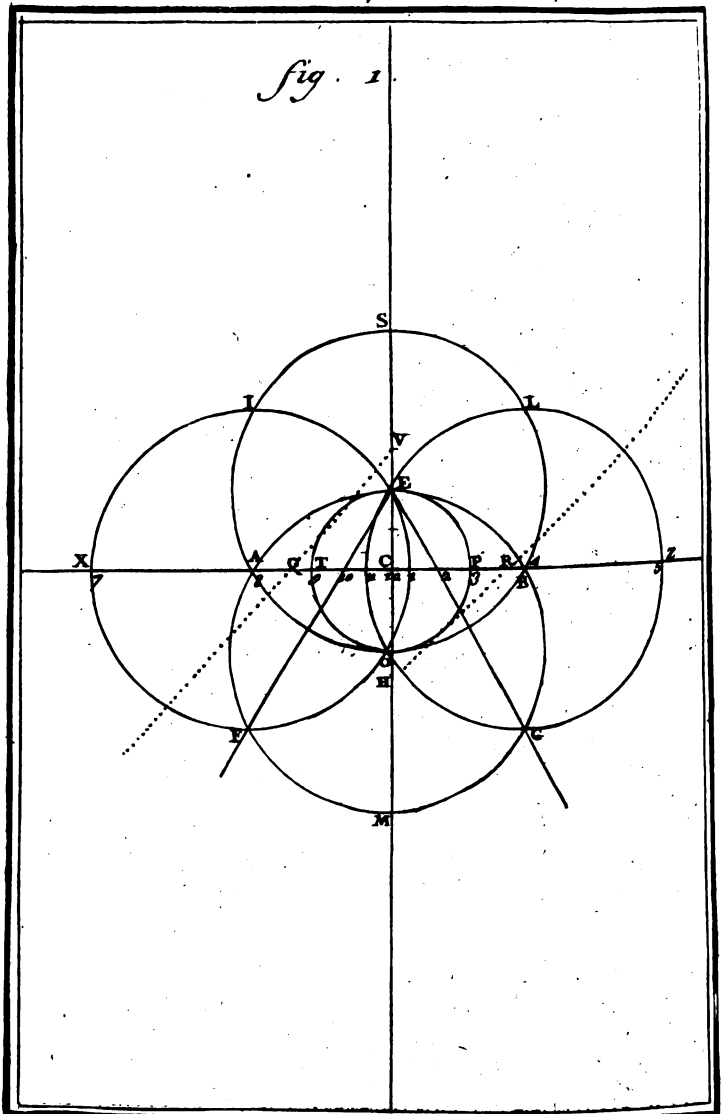
Fig. 2.

Occidantal.



Fin de la table du tome II.

fig . 1 .



To . II. Pl . I.

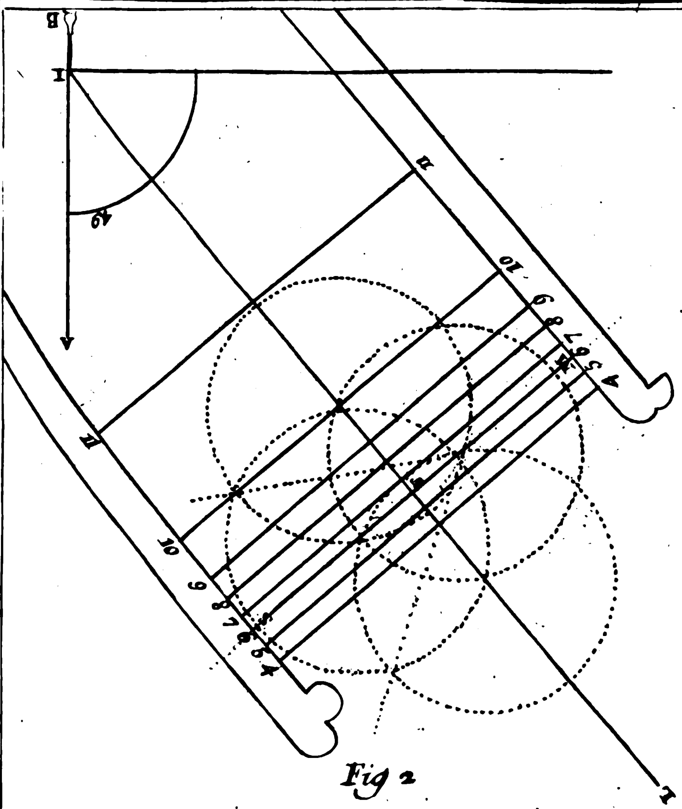
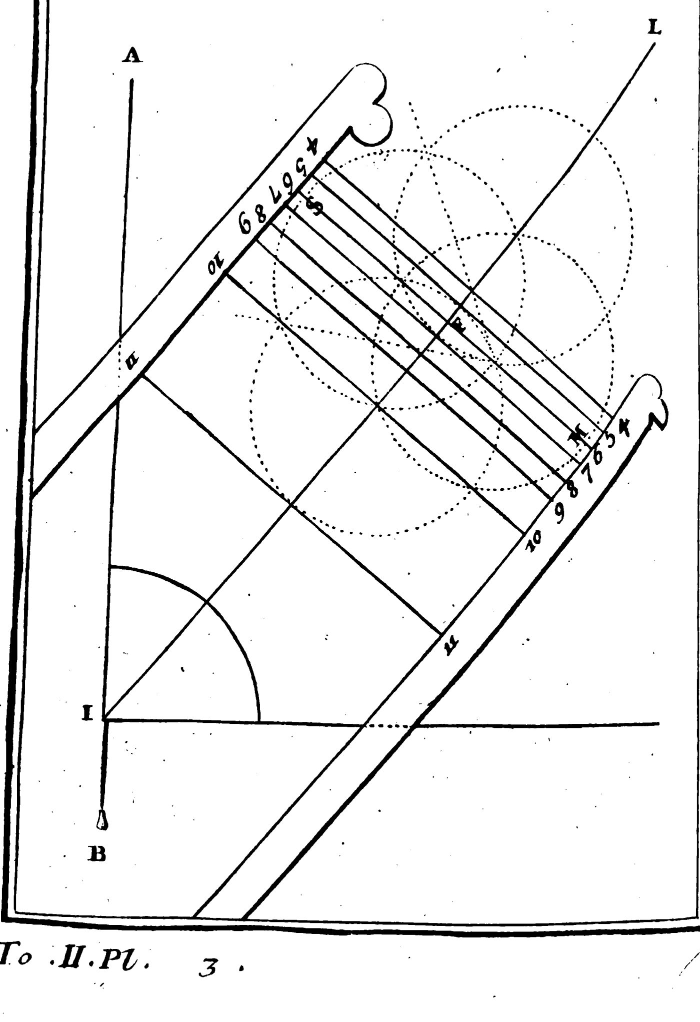


Fig 2

Oriental

Fig. 2.

Occidantal.



pag.

Fig. 3.

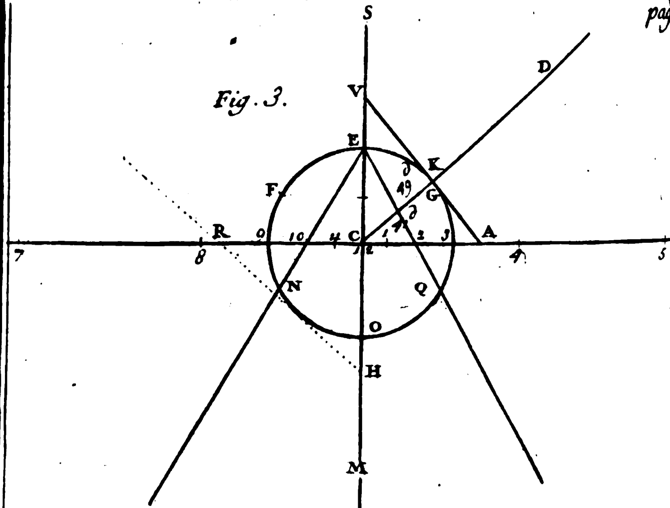
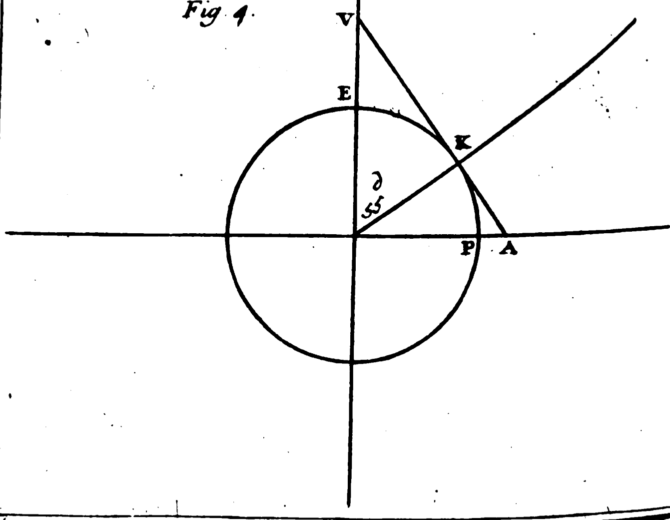


Fig 4.



To. II. Pl. 4.

De Fercy fecit

Fig. 5.

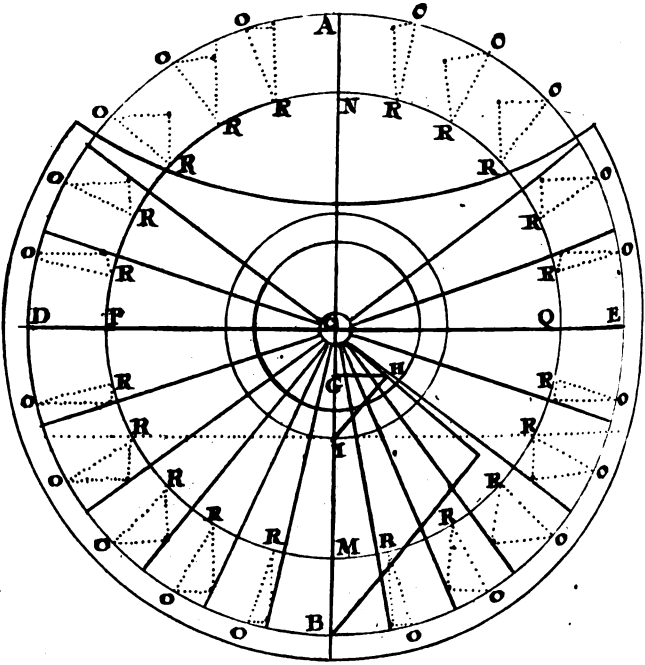


fig. 6.

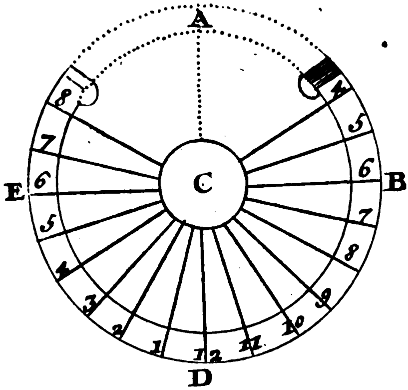


fig. 8.

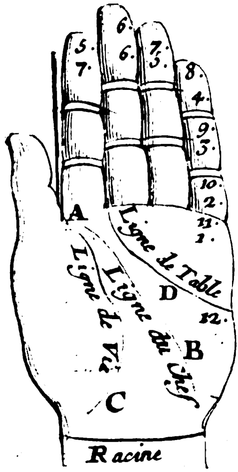


fig. 7.

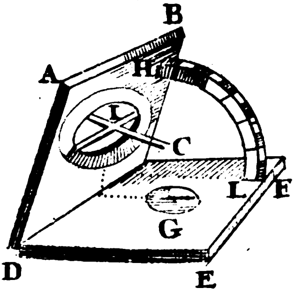


Fig. 2.

Occidantal.

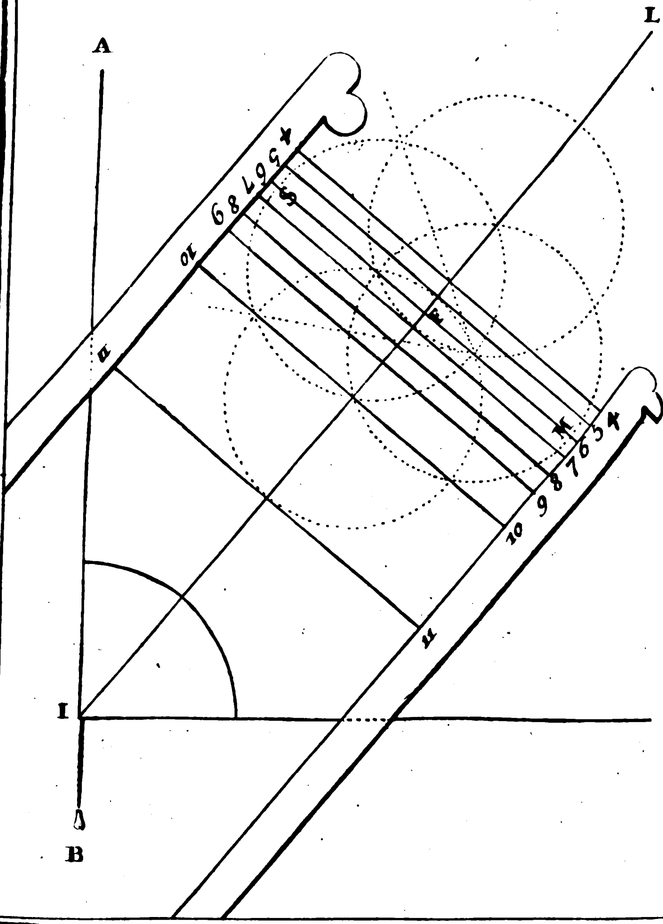


Fig. 3.

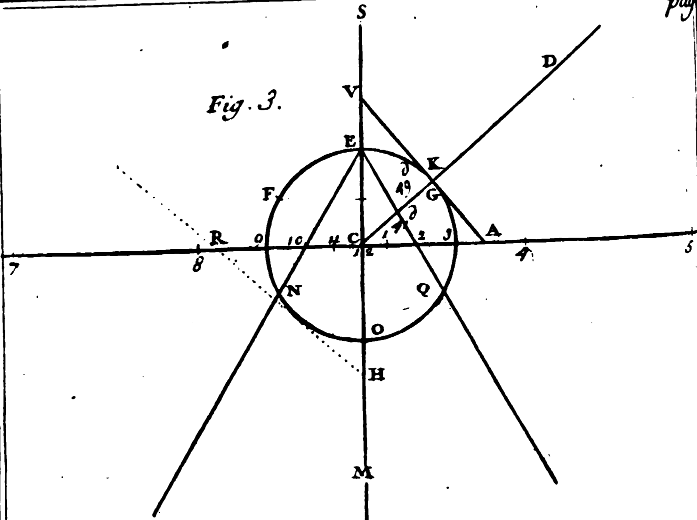
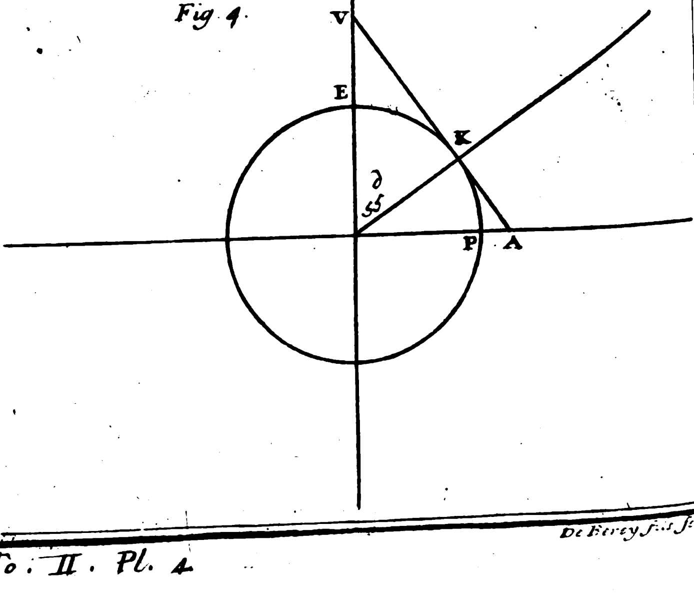


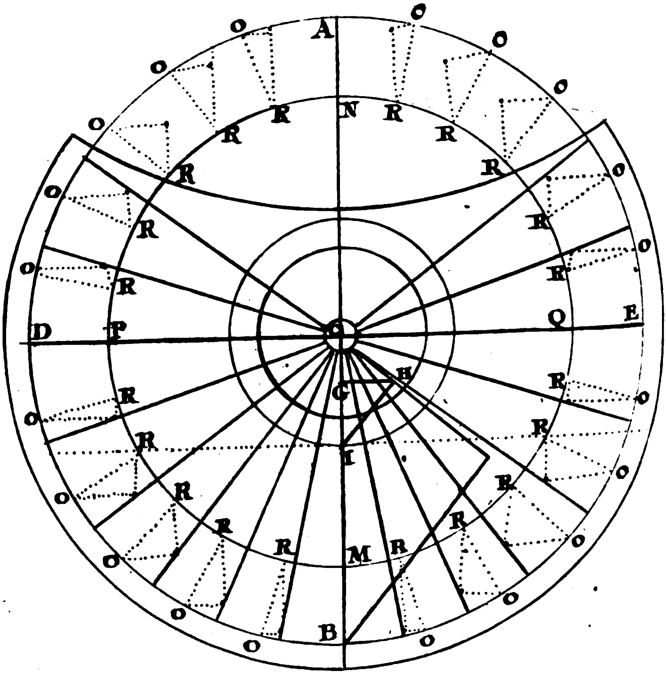
Fig. 4.



De Ferey fils fecit

To. II. Pl. 4

Fig. 5.



To. V. Pl. 5.

fig. 6.

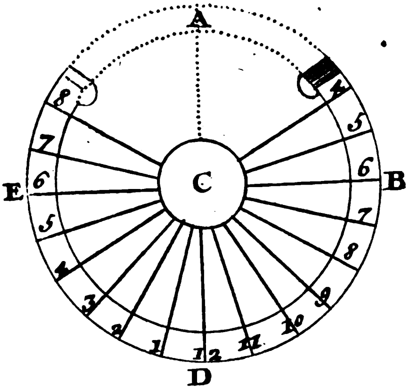


fig. 7.

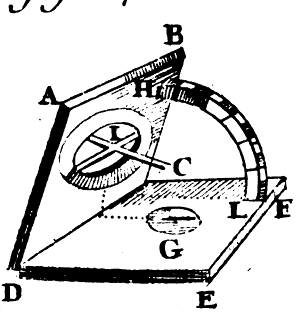
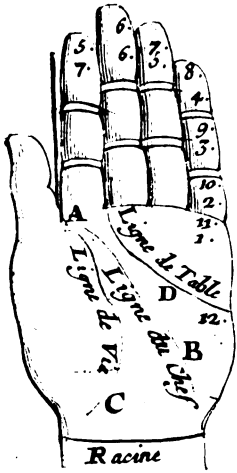
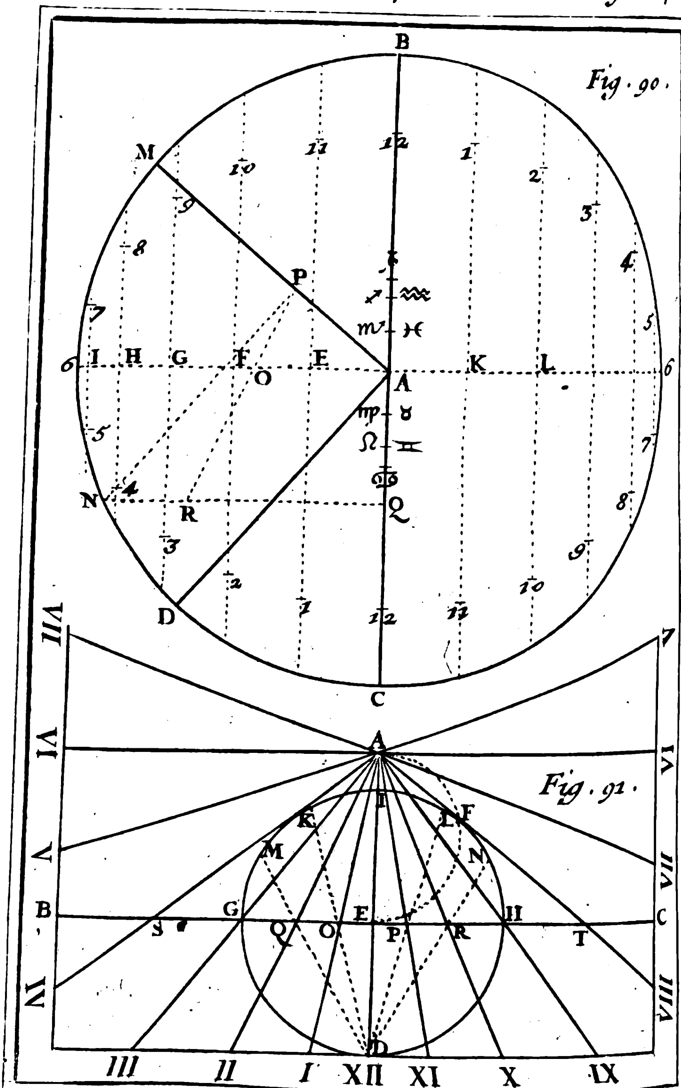


fig. 8.





Berey fecit — To. II. Pl. 7.

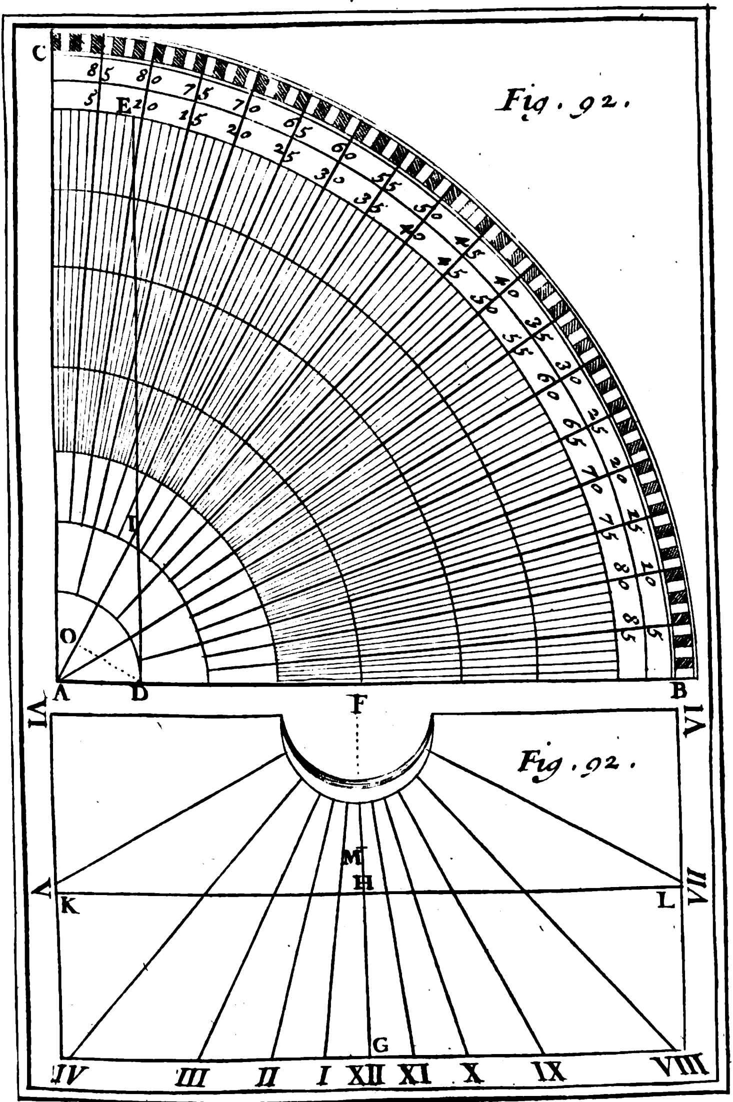
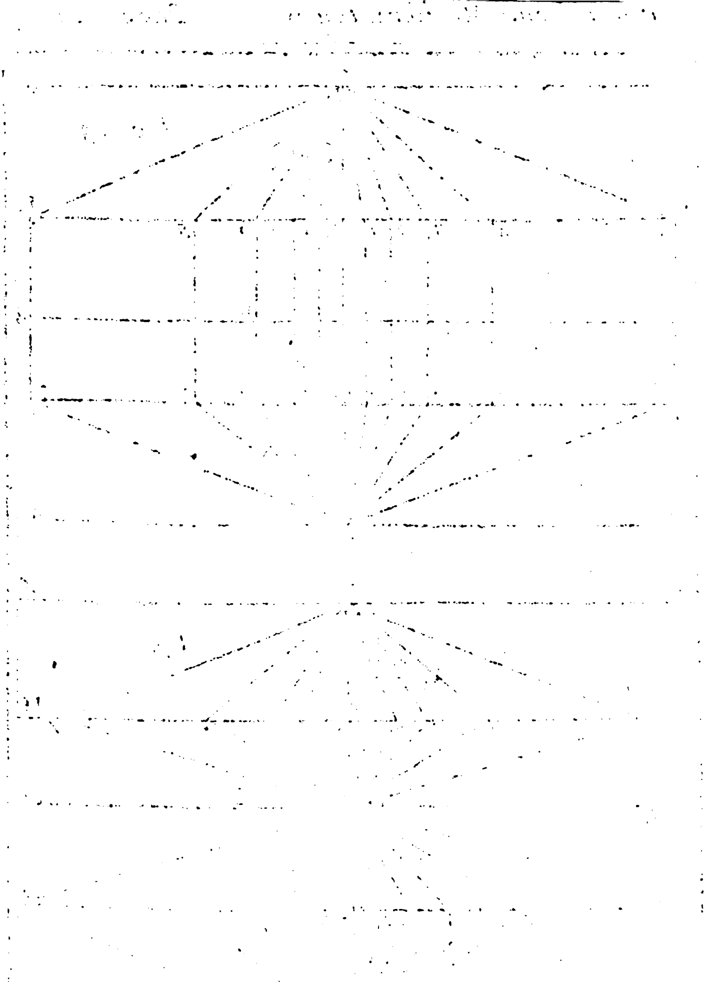
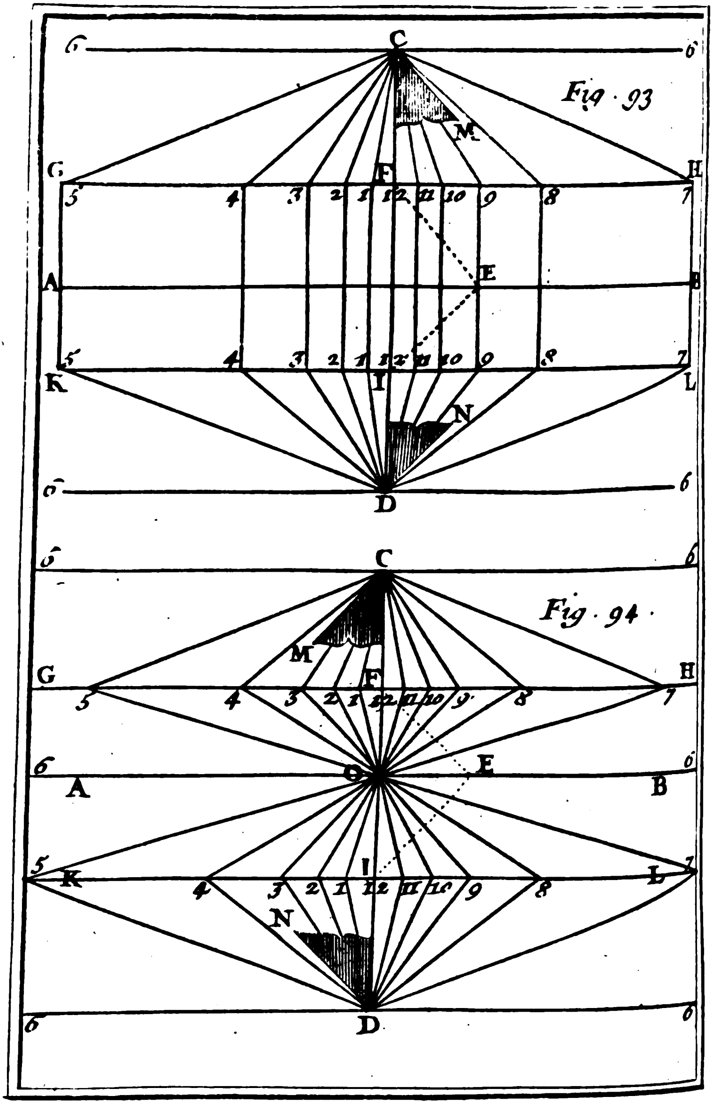


Fig. 92.

Fig. 92.

Berey sculp- To. II. Pl. 8.





To. II. Pl. 9.

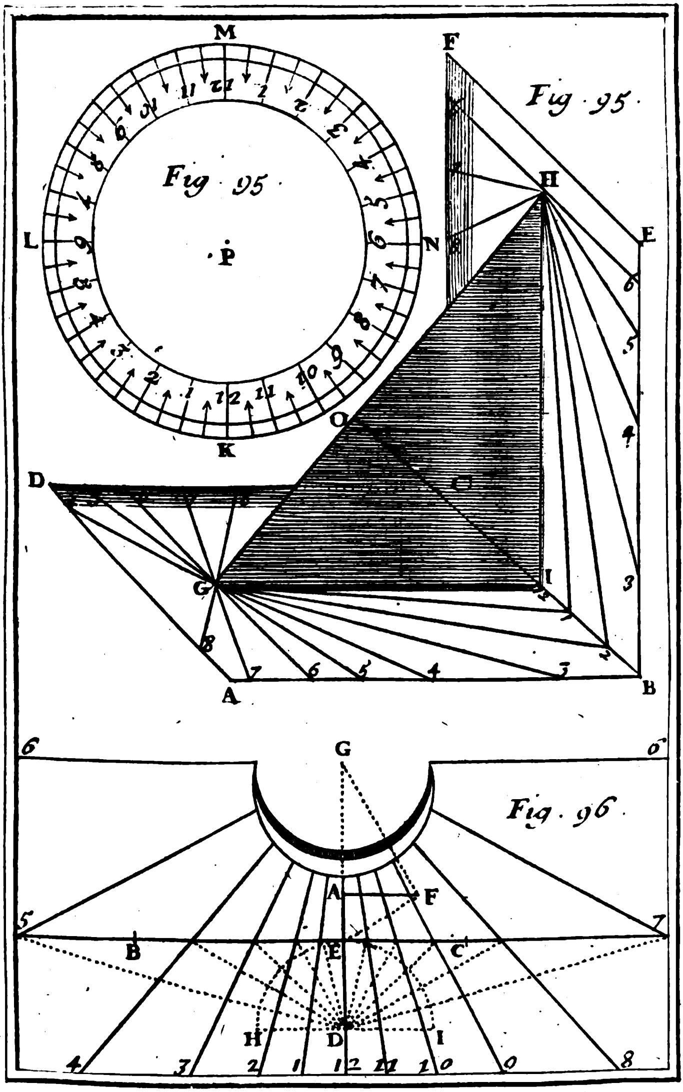


Fig. 95.
Fig. 95.
M
L
N
K
P
F
H
E
O
D
G
I
A
B
Fig. 96.
G
A
F
B
E
C
H
D
I

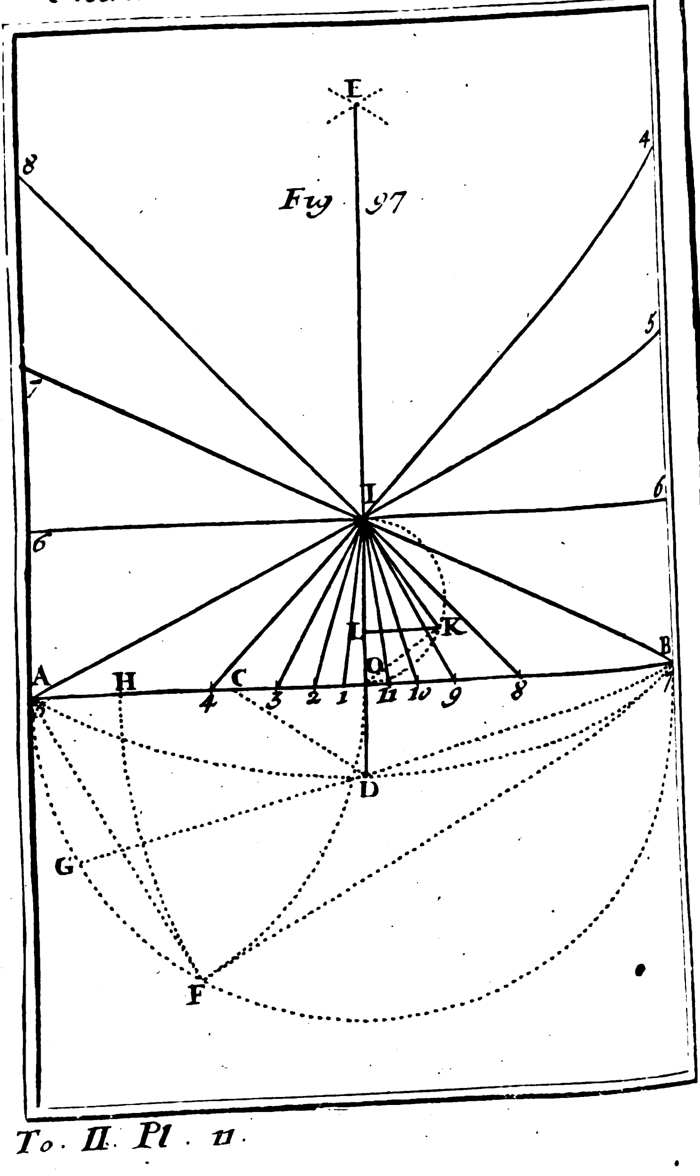
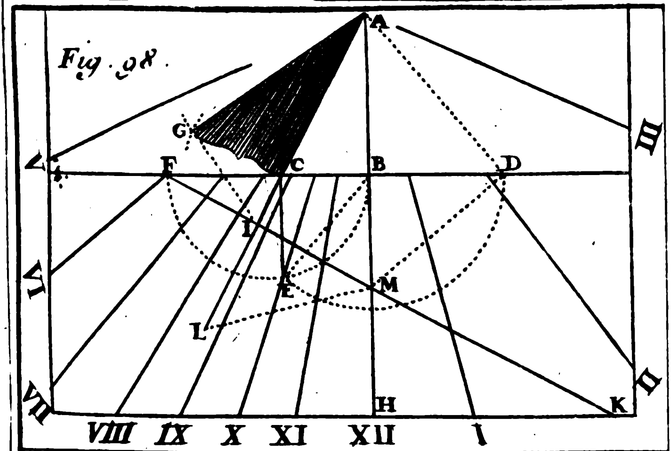
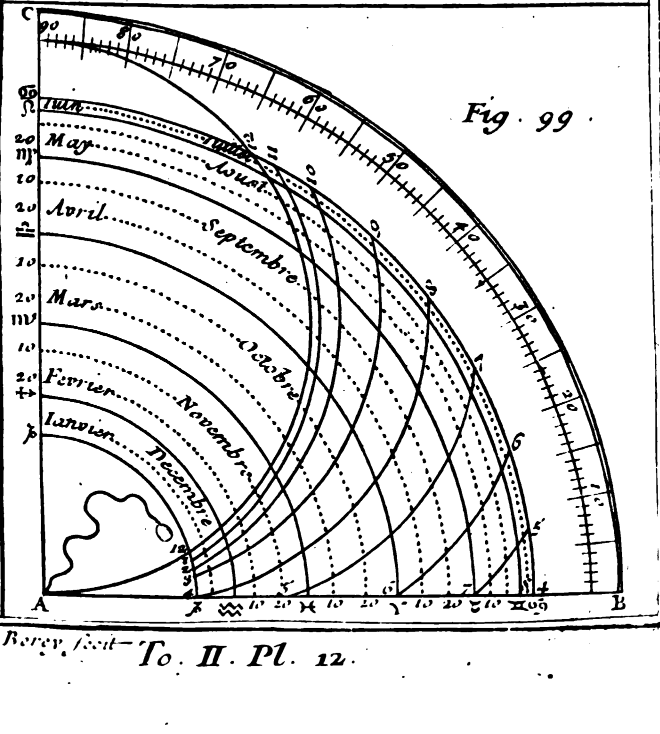


Fig. 97

To. II. Pl. 11.





Berey fecit To. II. Pl. 12.

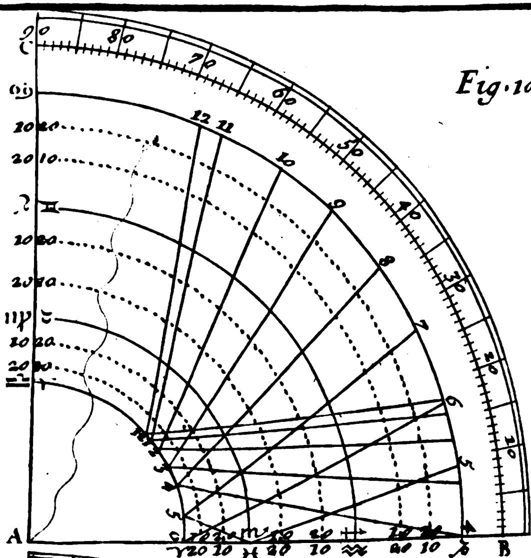


Fig. 100.

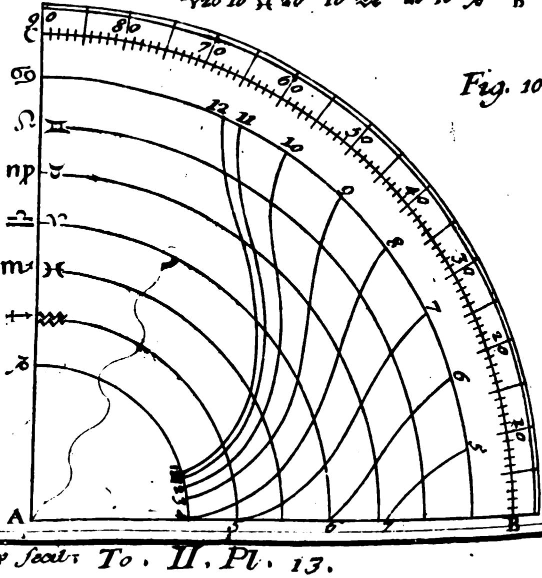


Fig. 101.

Berey fecit. To. II. Pl. 13.

F. 102.

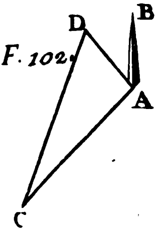


Fig. 103.

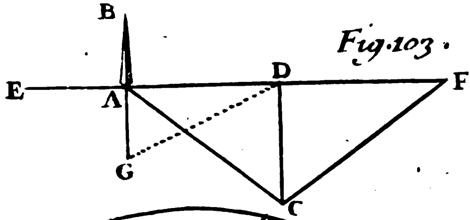


Fig. 104.

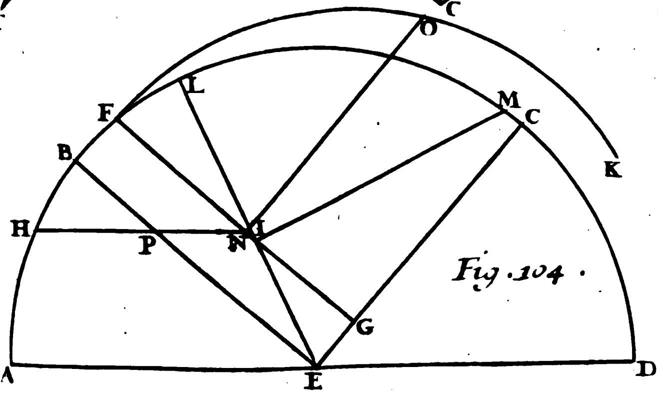
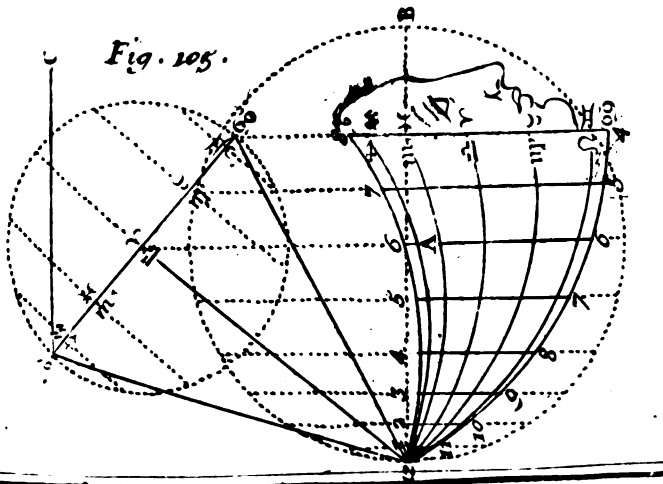
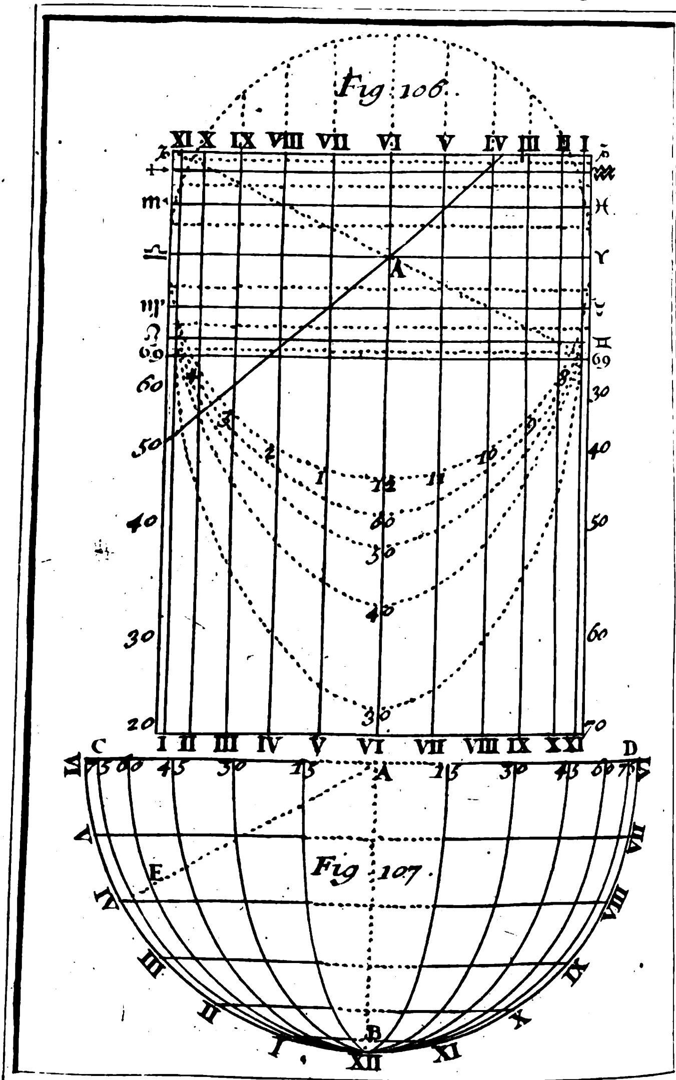
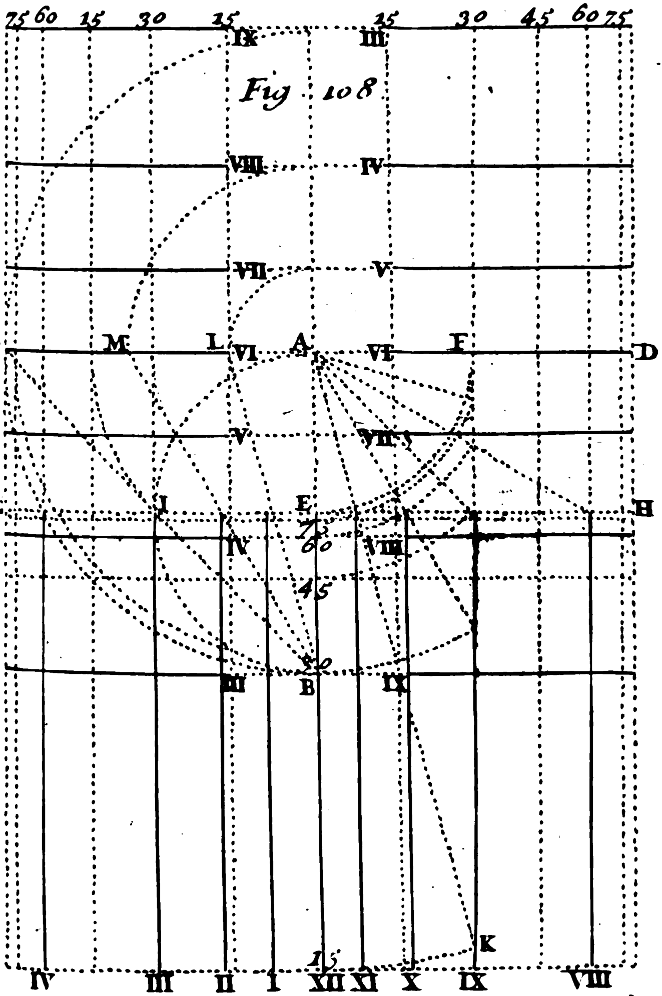


Fig. 105.





Berey sculp. To. II. Pl. 15.



To. II. Pl. 10.

Boroy fecit

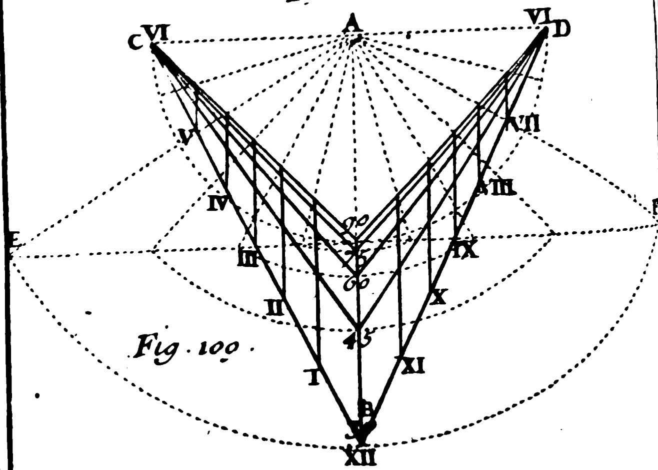


Fig. 100.

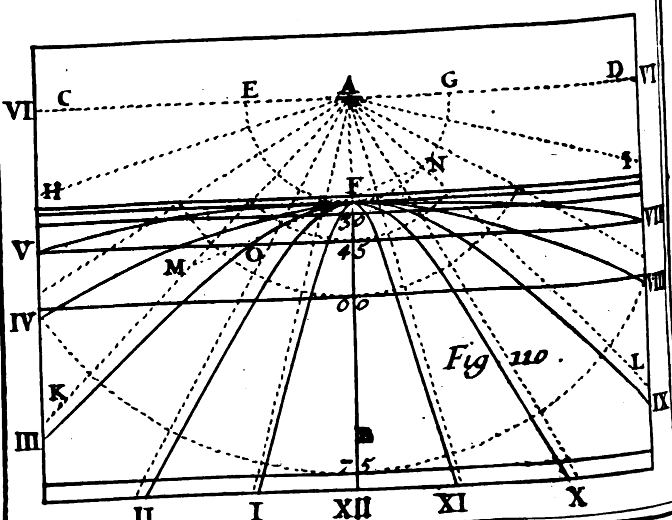


Fig. 110.

To. II. Pl. 17. N°. 1.

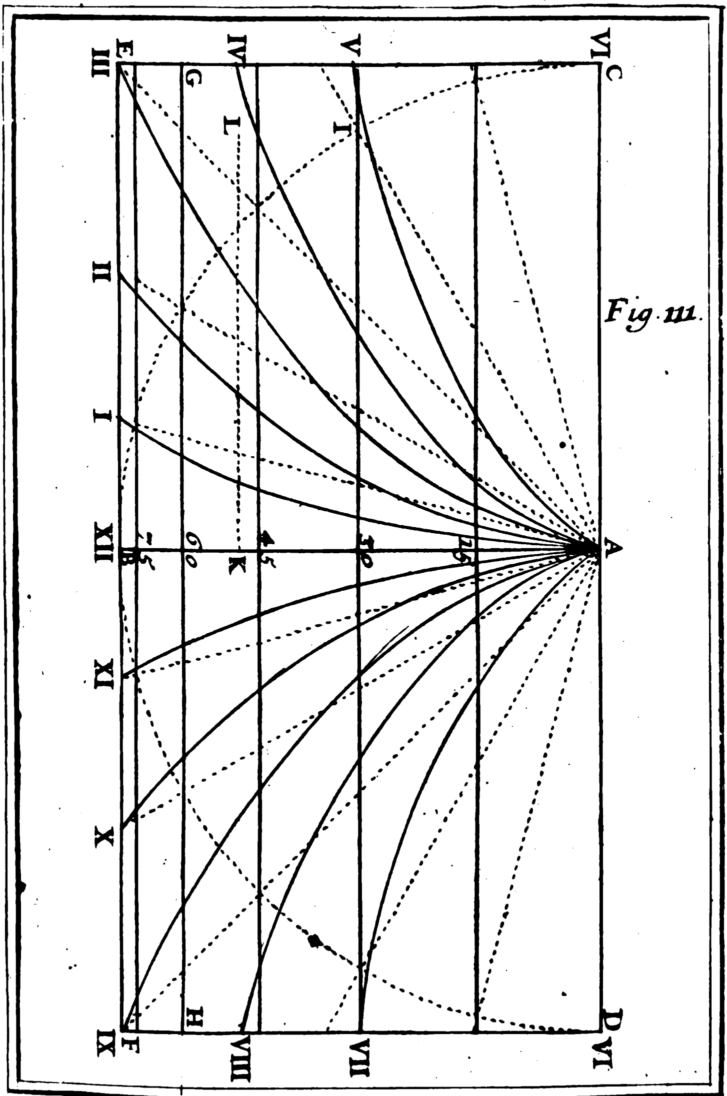


Fig. 111.

To. II. *Pl.* 17. N°. 2.

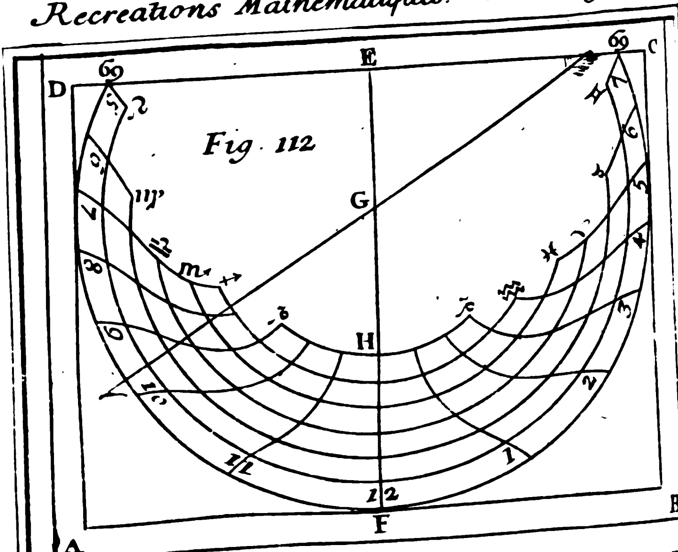


Fig. 112

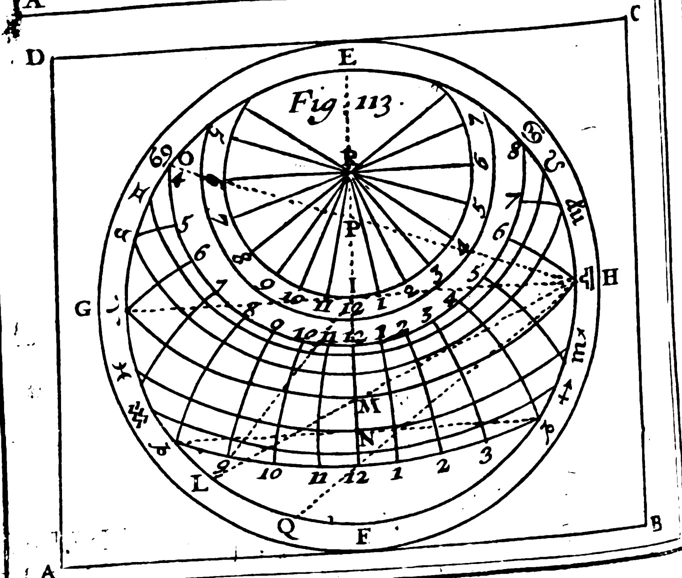


Fig. 113

Beroy, sculp — To. II. Pl. 18.

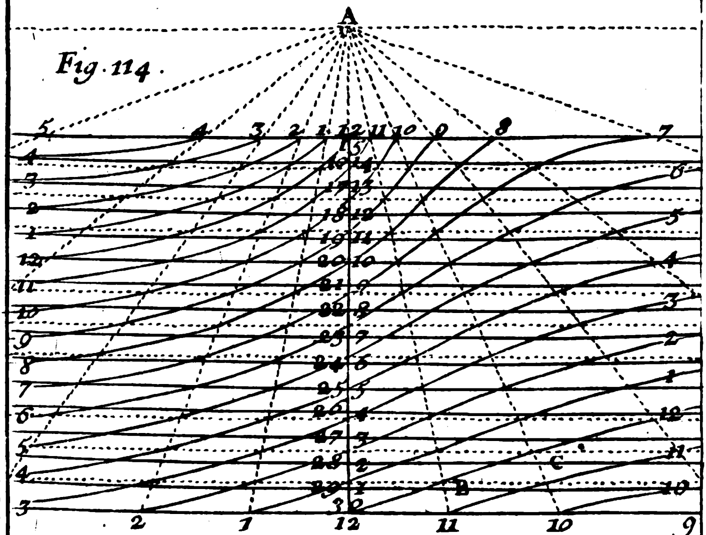


Fig. 114.

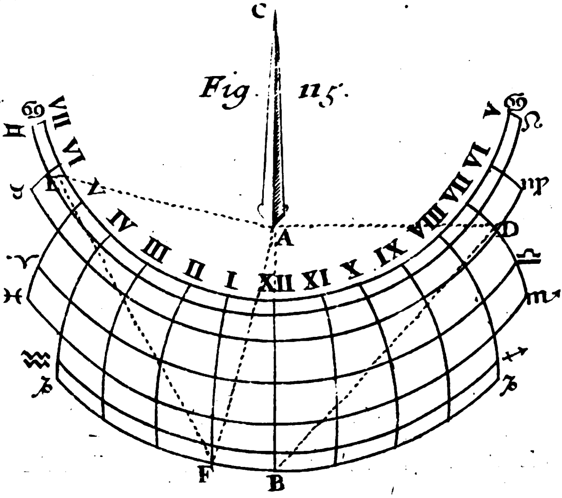
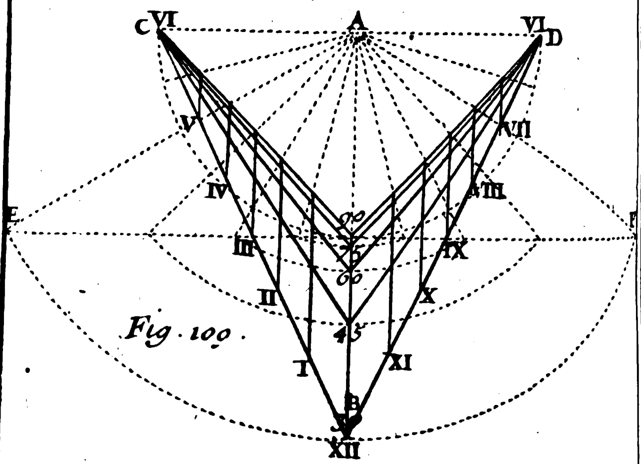
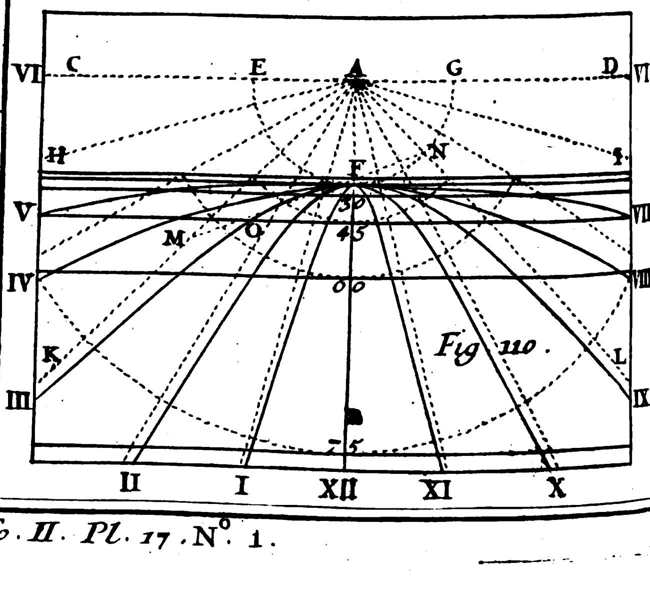


Fig. 115.


C
VI
A
VI
D
V
VII
IV
VIII
E
F
III
IX
90
75
60
II
X
45
Fig. 100.
I
XI
B
XII


VI
C
E
A
G
D
VI
H
N
I
F
V
30
VII
M
O
45
IV
60
VIII
Fig 110.
K
L
III
IX
B
75
II
I
XII
XI
X

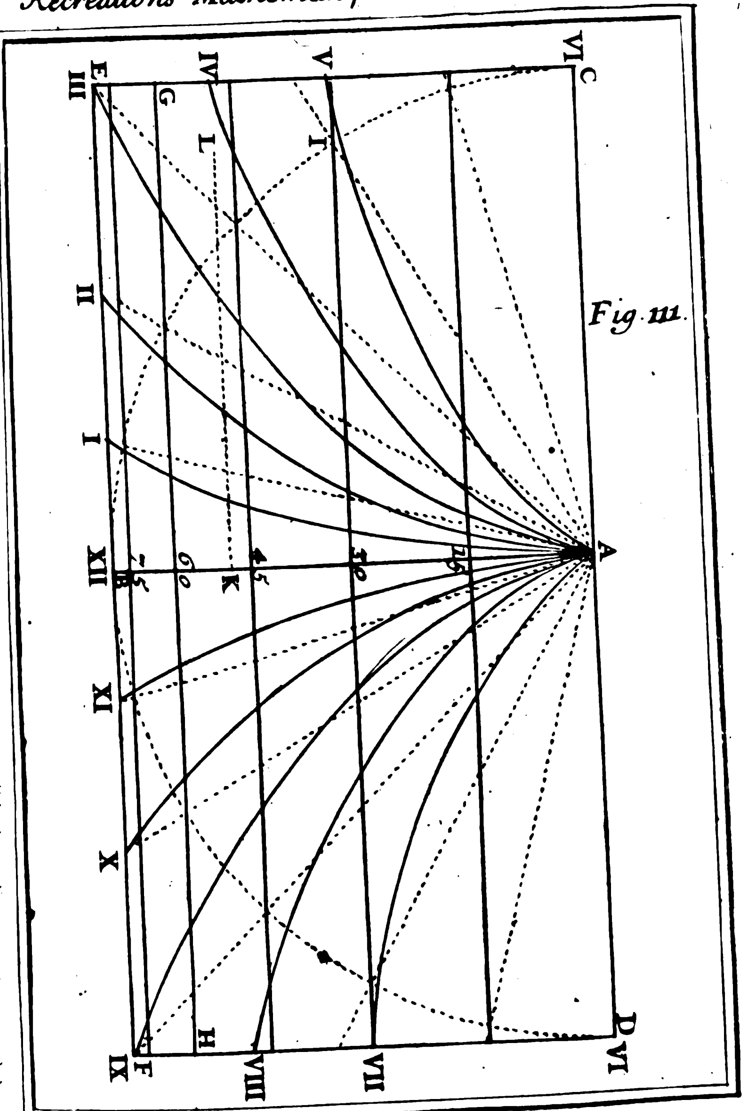


Fig. 111.

To. II. Pl. 17. N°. 2.

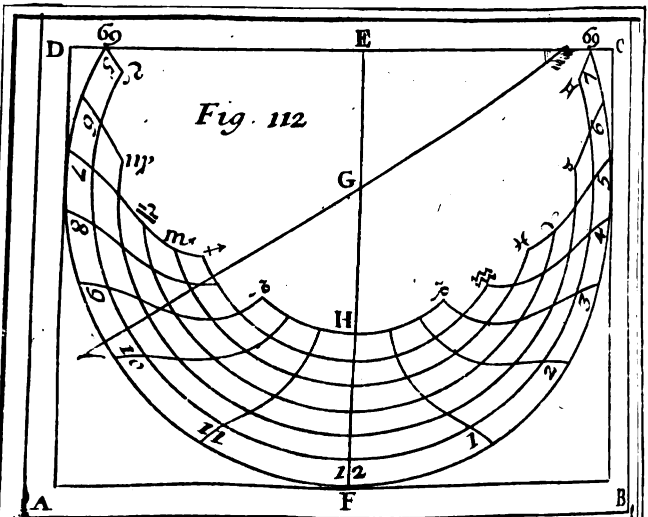


Fig. 112
D
E
C
G
H
A
F
B
12
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11

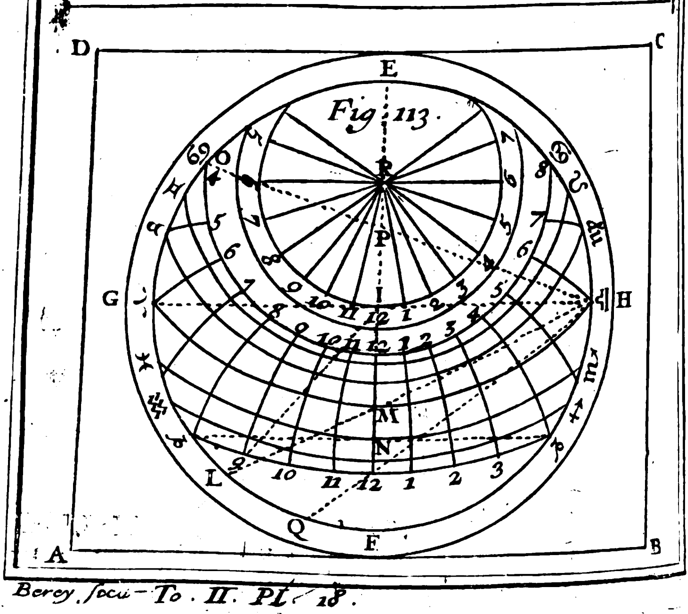


Fig. 113
D
C
E
R
P
I
G
H
M
N
L
Q
F
A
B
9
10
11
12
1
2
3

Fig. 114.

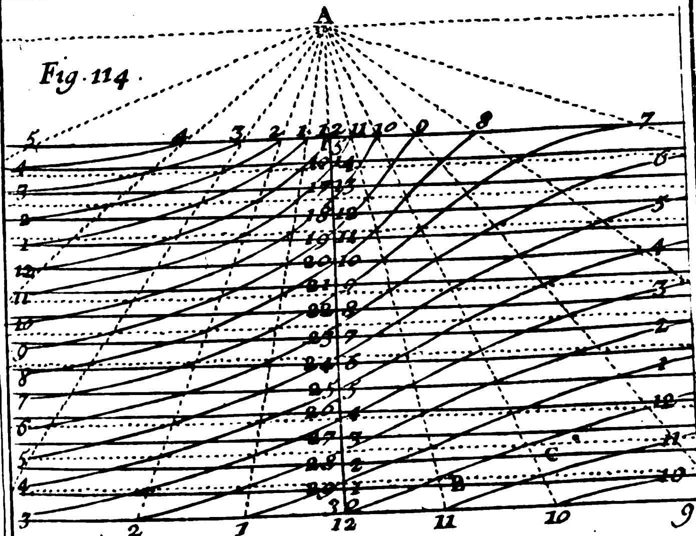


Fig. 115.

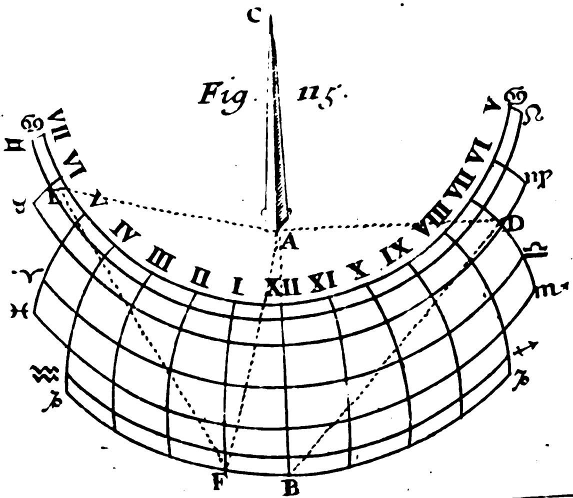
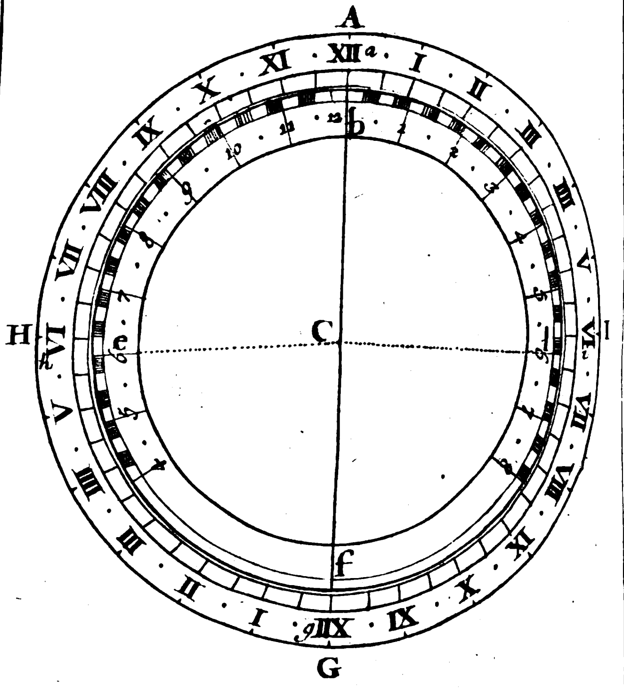


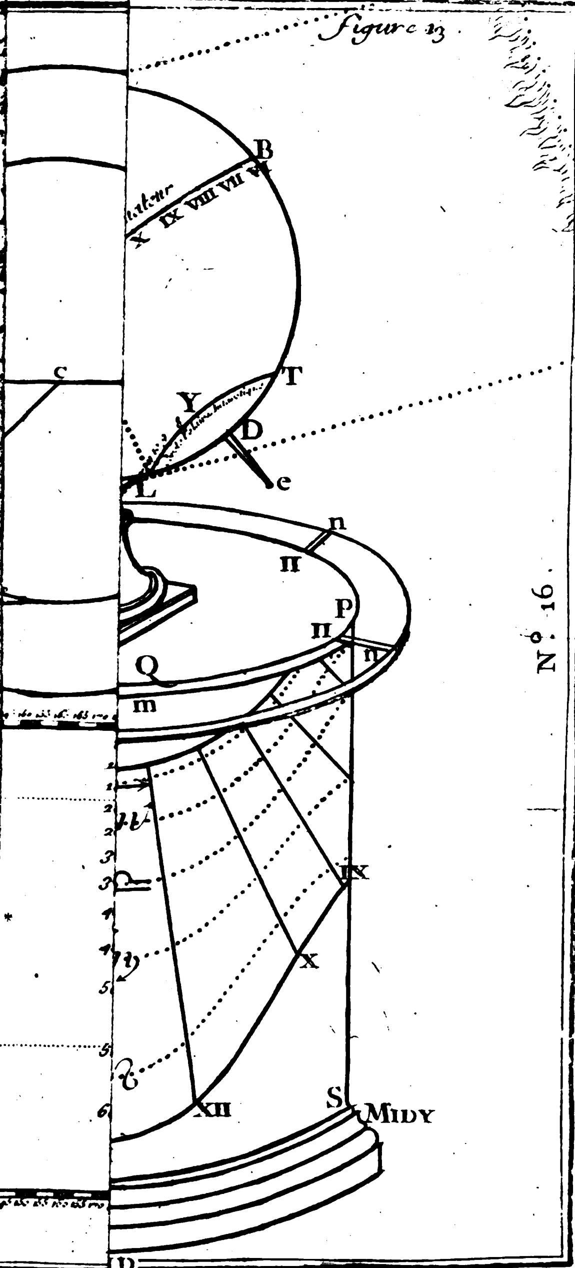
Figure. 9.


A
XII a
XI
X
IX
VIII
VII
VI
V
IIII
III
II
I
I
II
III
IIII
V
VI
VII
VIII
IX
X
XI
XII
g
b
C
H
I
e
f
G

TABL
ceme
de Ca
heures

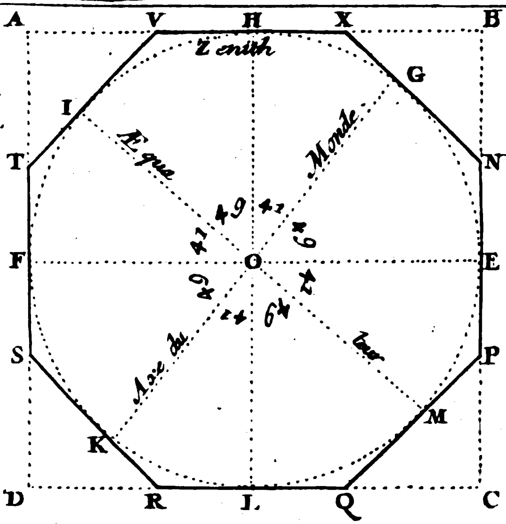
Plan 8.*
Fig. 12.

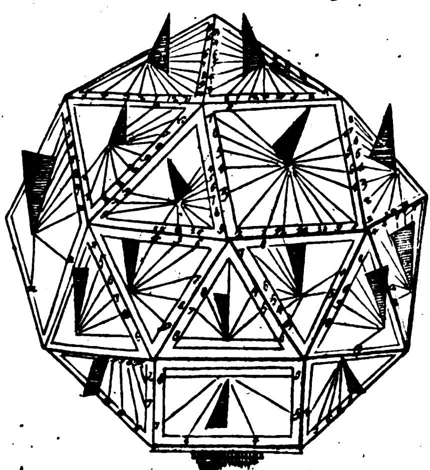
Verticaux en ♋ Hauteurs
Verticaux en ♊ Hauteurs
Verticaux en ♑ Hauteurs
Verticaux en ♈ Hauteurs
Verticaux en ♓ Hauteurs
Verticaux en ♒ Hauteurs
Verticaux en ♑ Hauteurs



T. II. P

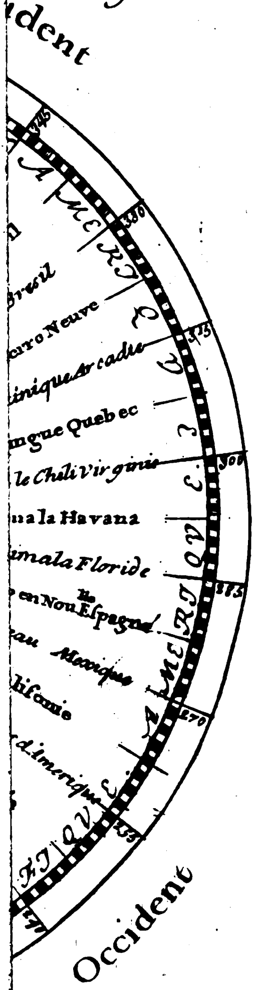
Fig. 14.





Corps irregulier ayant 33. faces

Fig. 15.



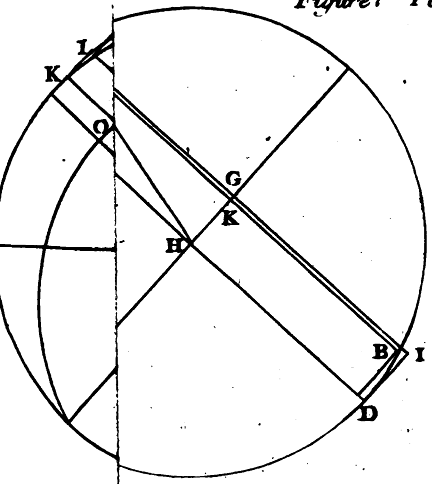
Tom. II. Pl. 23.

N° 17

Figure. 16.

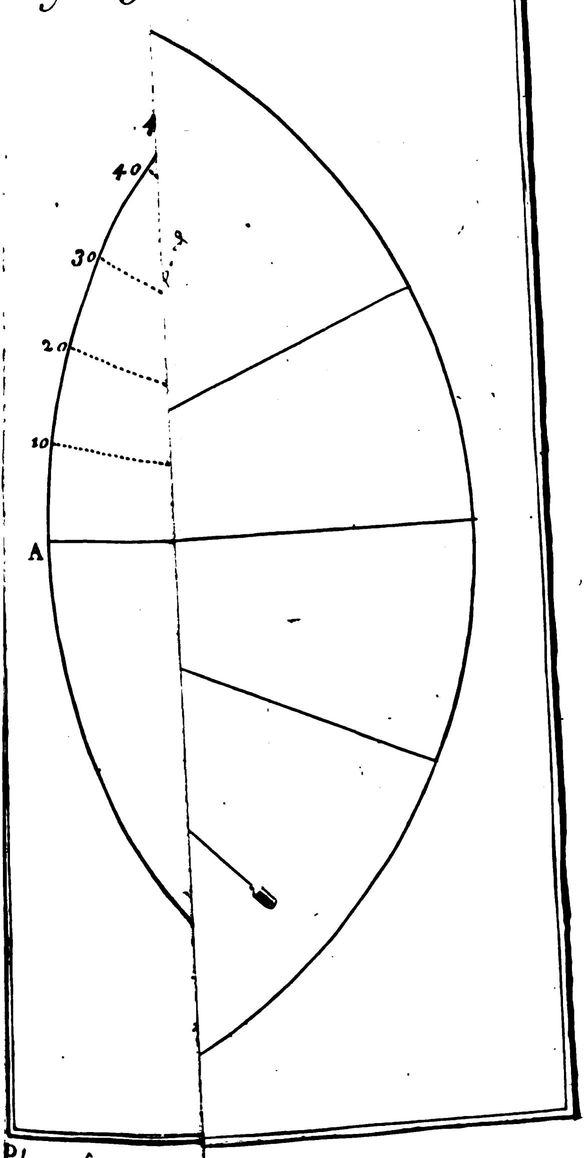
re. 17.

Figure. 18.



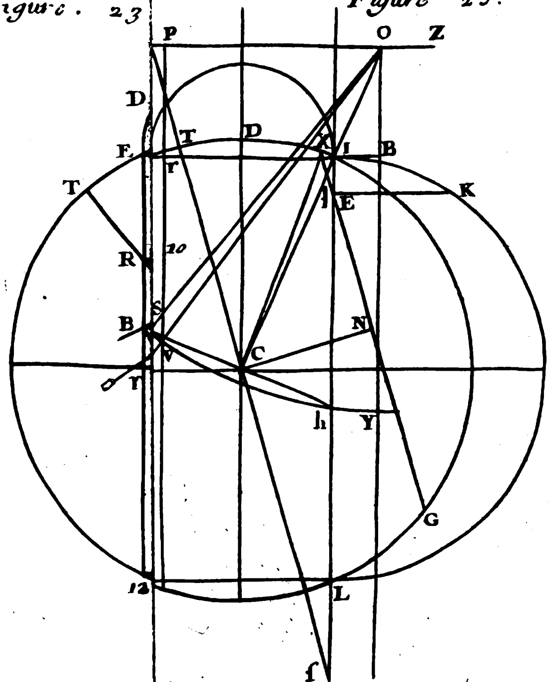
N°. 18.

Figure. 19



Pl. 25.

Figure. 23 Figure 25.



I. Pl. 26

N.° 19.

Figu

Figure. 21.

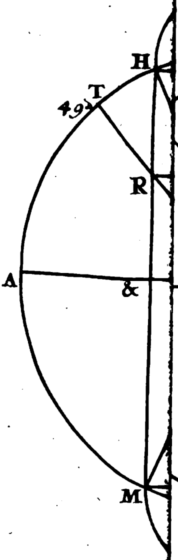
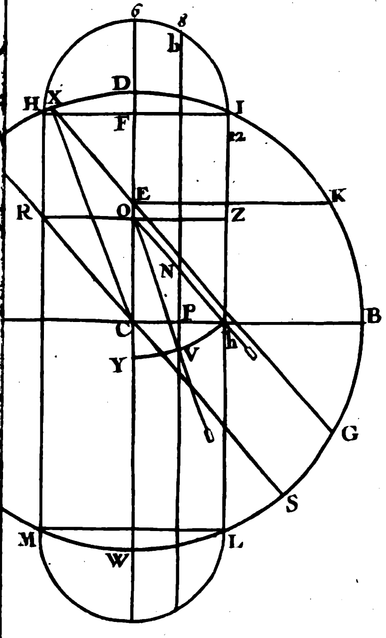
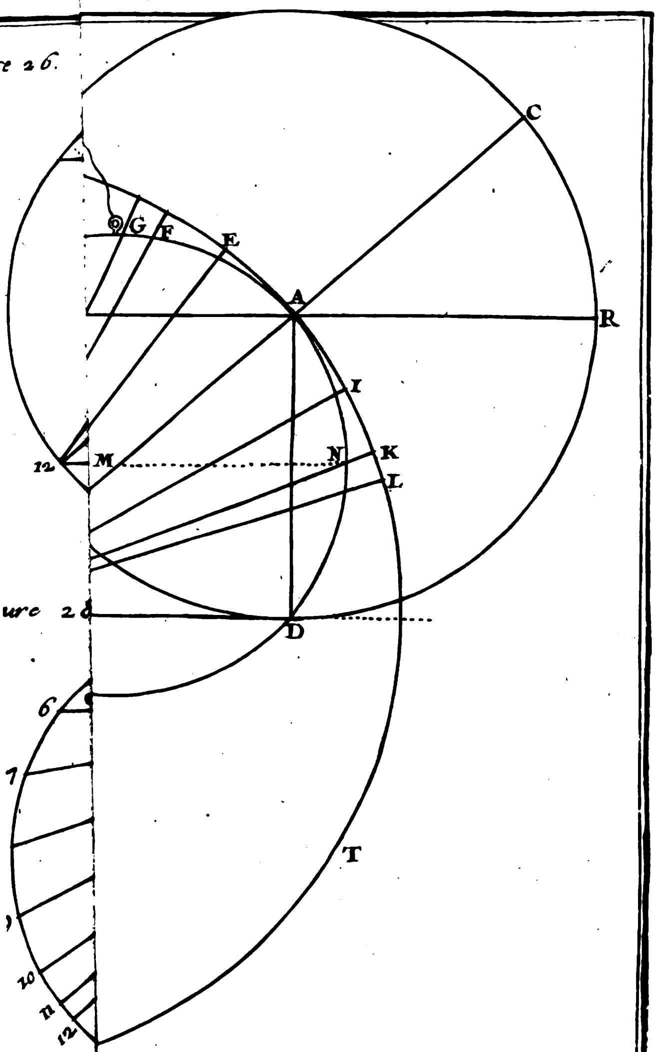


Figure. 22.



re 26.



ure 26

II. Pl

N° 20

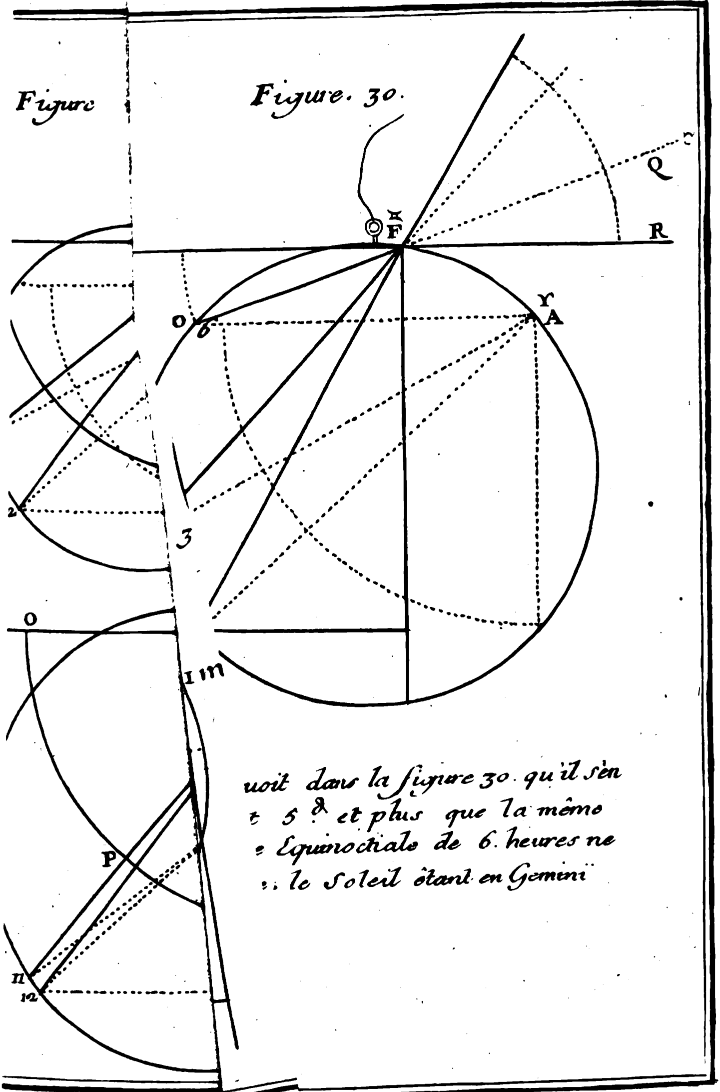


Figure
Figure . 30 .
F
Q
R
A
O
6
2
3
1 m
O
P
11
12
uoit dans la figure 30 . qu'il s'en
t 5.d et plus que la même
e Equinoctiale de 6. heures ne
:. le Soleil étant en Gemini

. II . Pl . 29 .

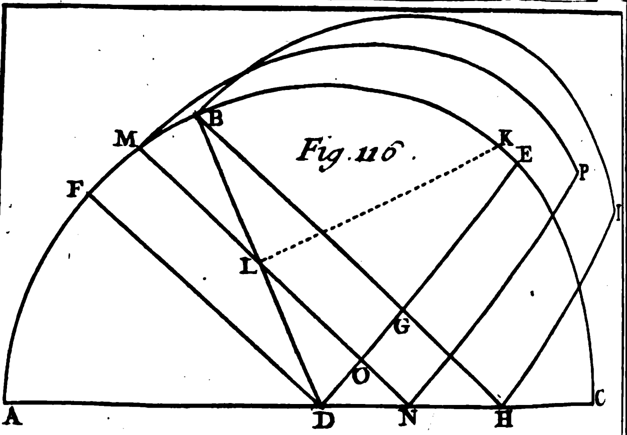


Fig. 116.

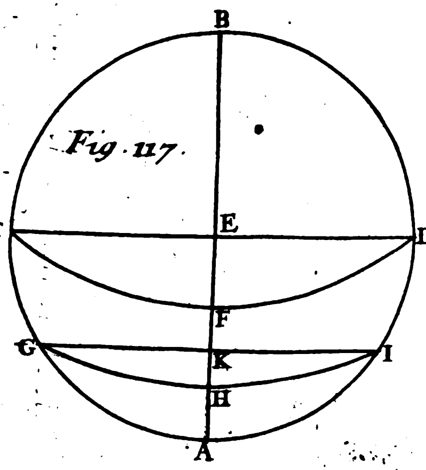


Fig. 117.

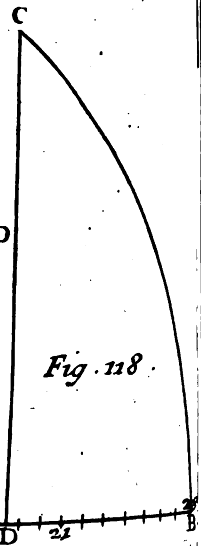


Fig. 118.

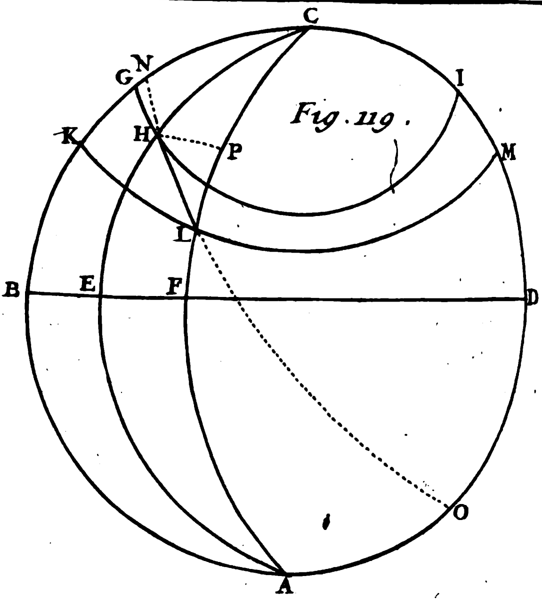


Fig. 119.

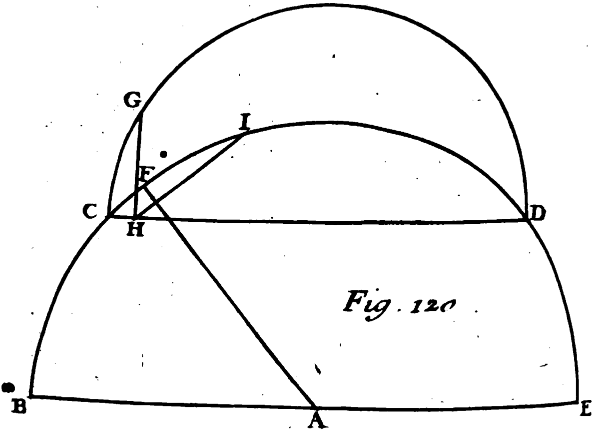


Fig. 120.

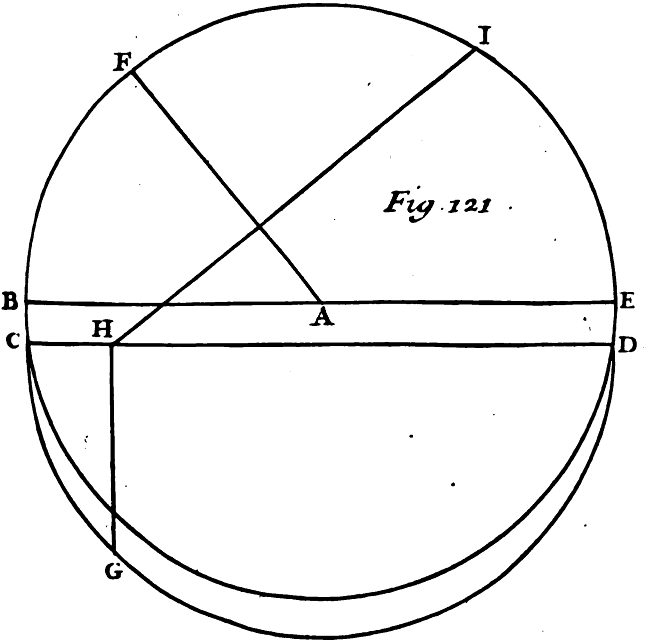


Fig. 121.

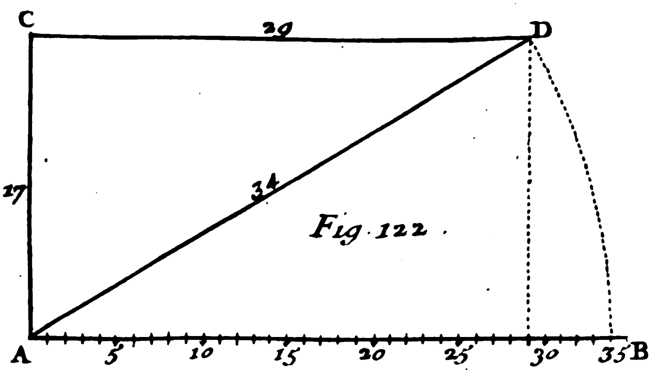


Fig. 122.

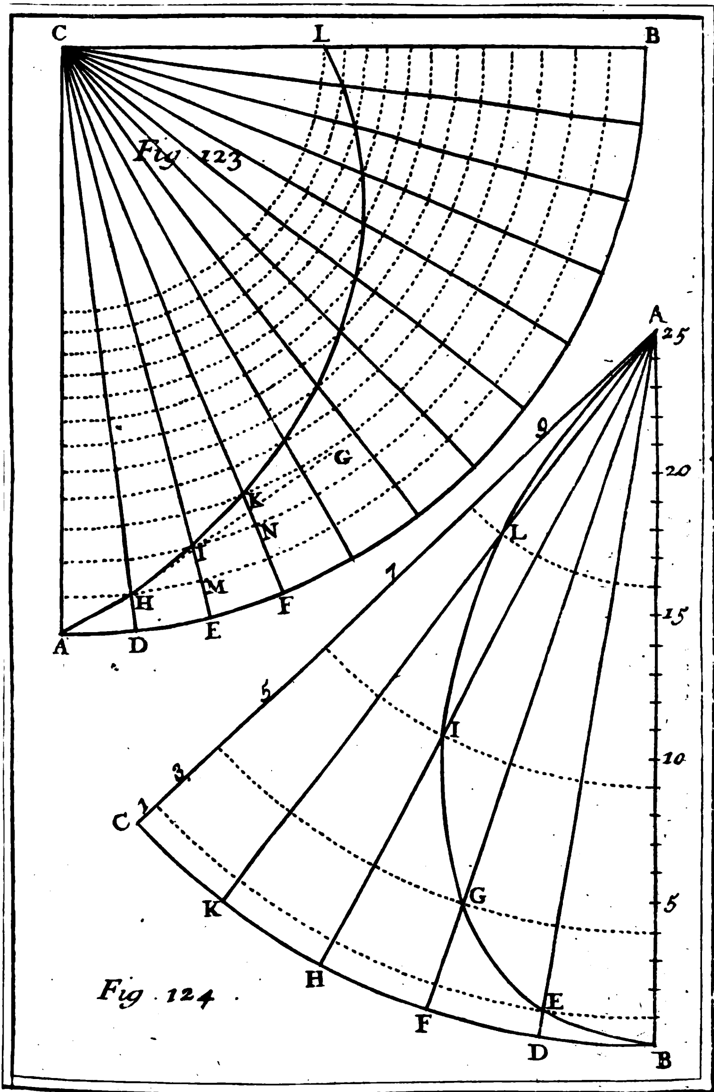
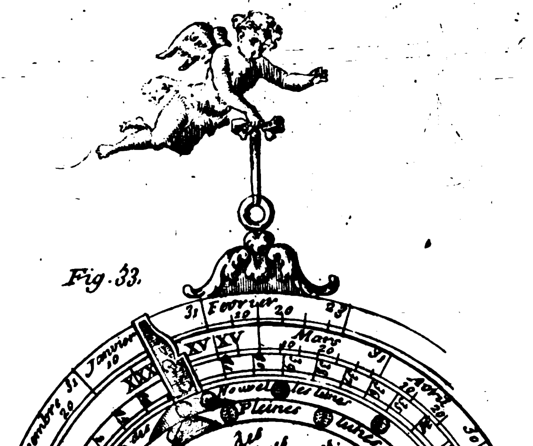


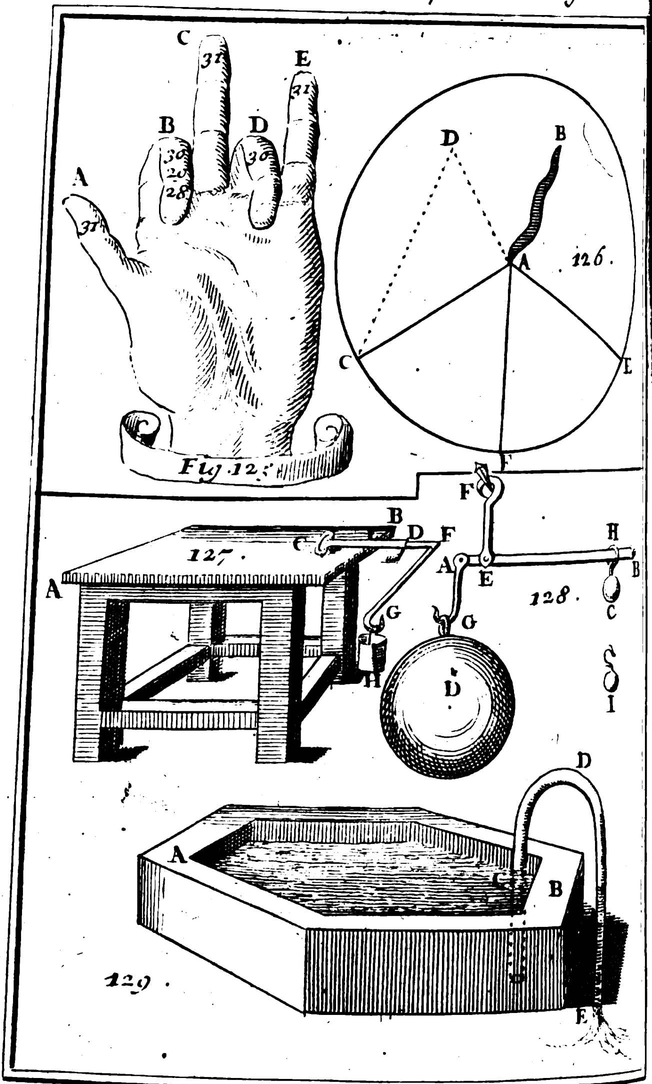
Fig 123

Fig. 124.

Fig. 33.



De Berey Sculpsit



Berey fecit Te. II. Pl. 35

Figure . 33 .

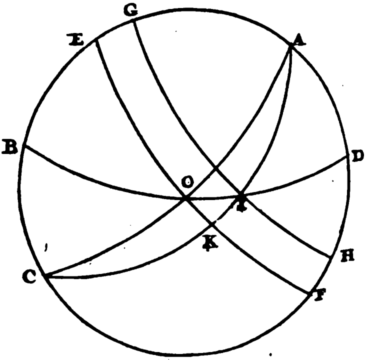


Figure . 36.

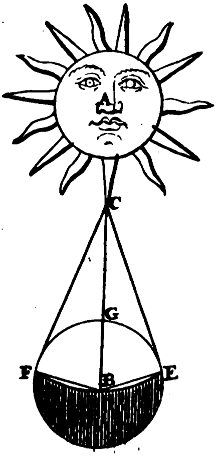


Figure . 37

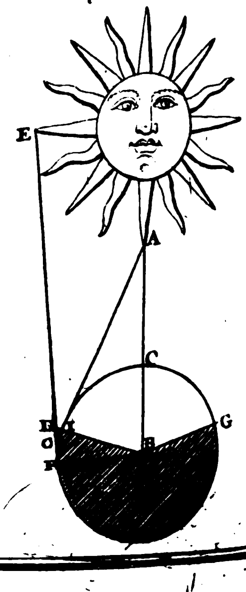


Figure . 38 .

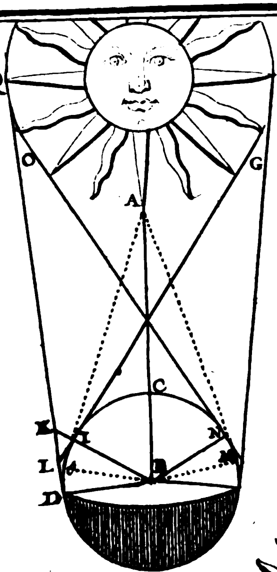


Figure . 40

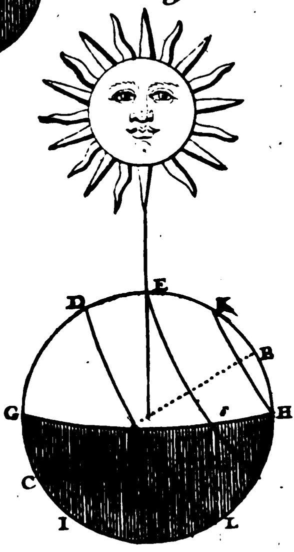


Figure . 39

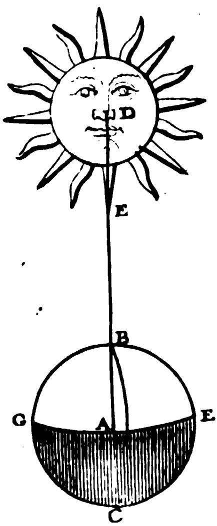


Figure. 41.

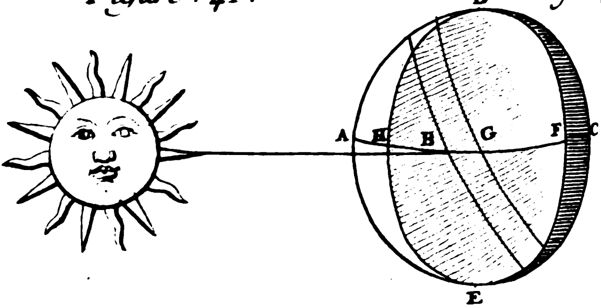


Figure. 42.

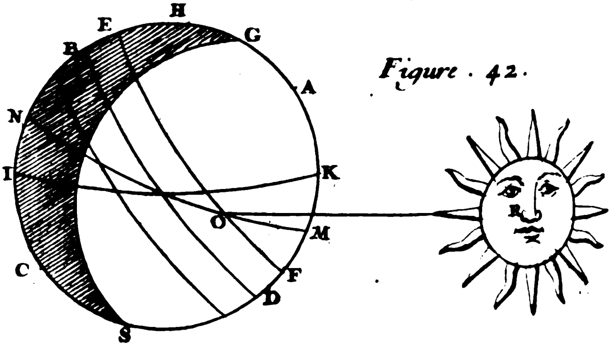


Figure. 43.

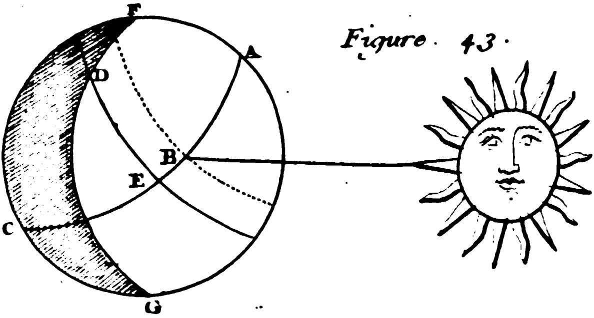


Figure . 44 .

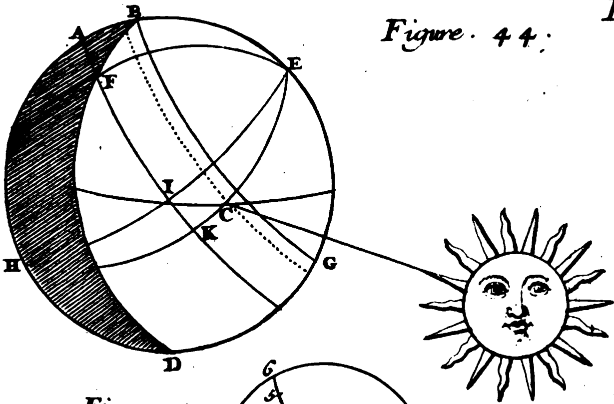


Figure . 45 .

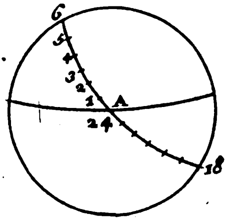
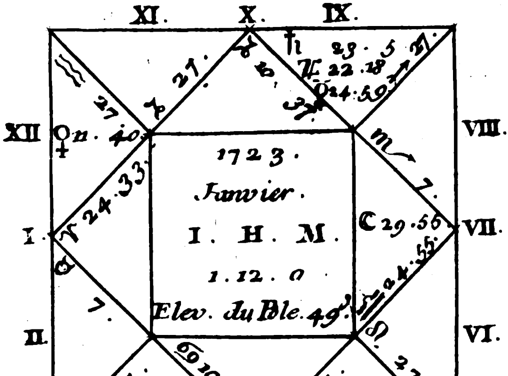


Figure 46 .



1. Gri…
2. Ga…
3. Ari…
4. Kep…
5. Gas…
6. Sch…
7. Har…
8. Her…
9. Lan…
10. Rein…
11. Cope…
12. Heli…
13. Capu…
14. Bul…

15. Eratosthenes
16. Timo charis
17. Plato
18. Archimedes
19. Insula sinus Medii
20. Pilatus
21. Tycho
22. Eudoxus
23. Aristotes
24. Manilius
25. Menelaus
26. Hermes
27. Possidonius

28. Dion…
29. Plin…
30. Cath… Theo…
31. Frac…
32. Prom…
33. Mess…
34. Prom…
35. Proc…
36. Cleo…
37. Suel…

38. Petavius
39. Langrenus
40. Tarentius
A. Mare Humorum
B. Mare Nubium
C. Mare Inbrium
D. Mare Nectaris
E. Mare Tranquilitatis
F. Mare Serenetatis
G. Mare Fæcunditatis
H. Mare Crisium

Tom. II. Pl 40.

Fig. 47.

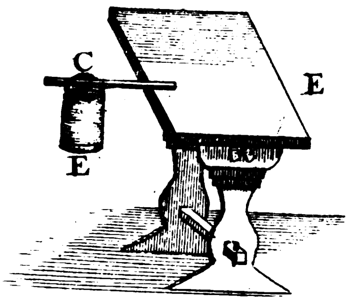


Fig. 60.

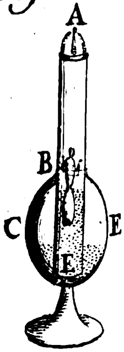
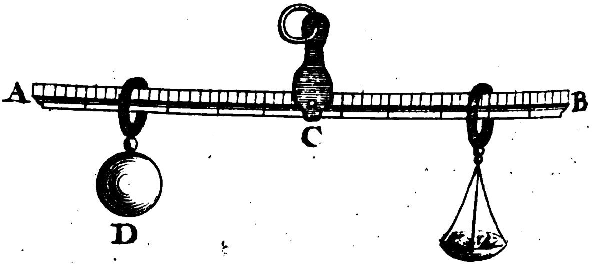
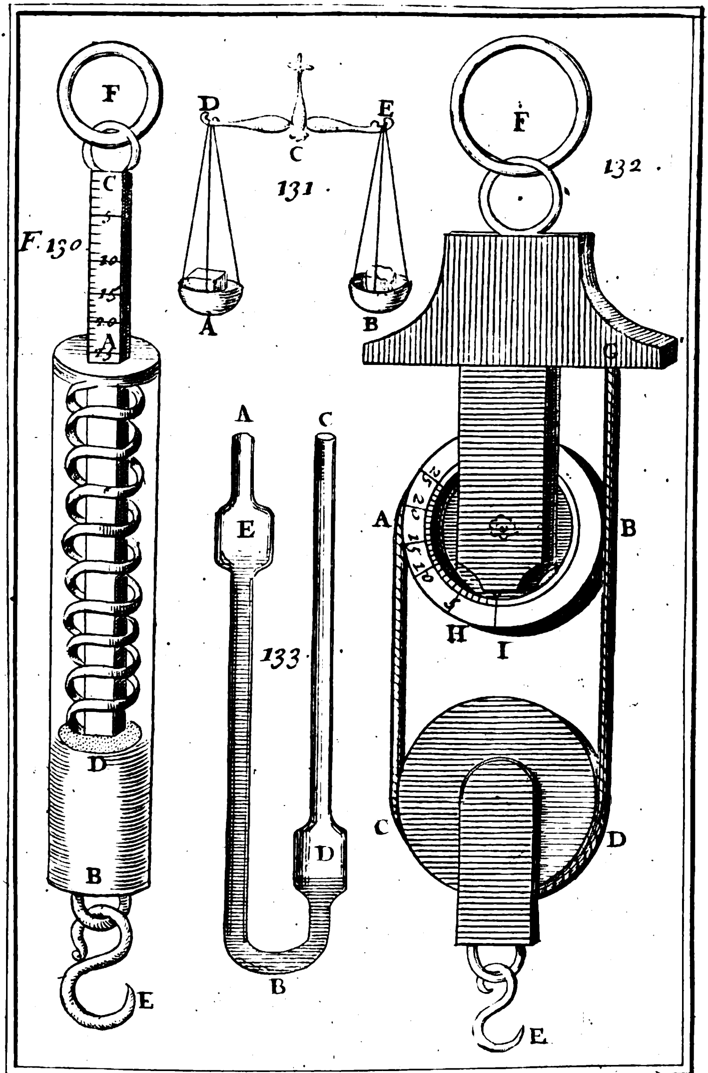


Fig. 48.




F
C
5
10
15
20
A
25
F. 130
D
B
E
D
E
C
131 .
A
B
A
C
E
133 .
D
B
F
132 .
G
25
20
15
10
5
A
B
H
I
C
D
E

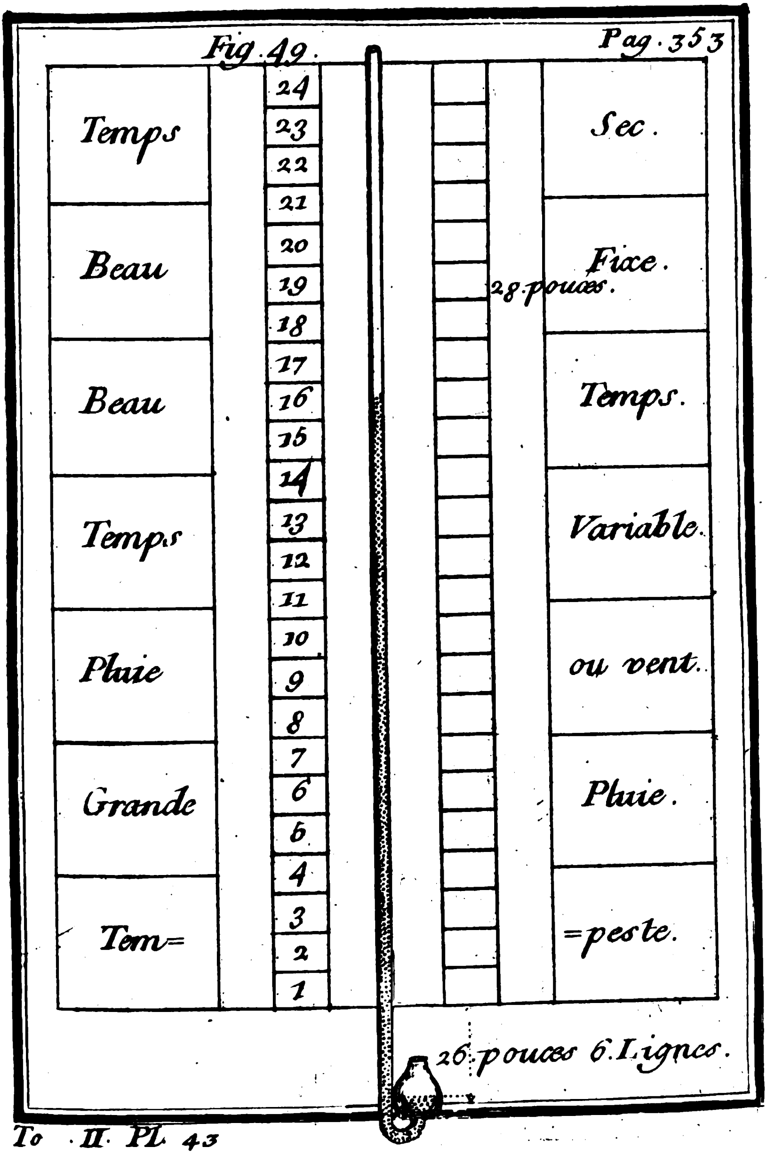
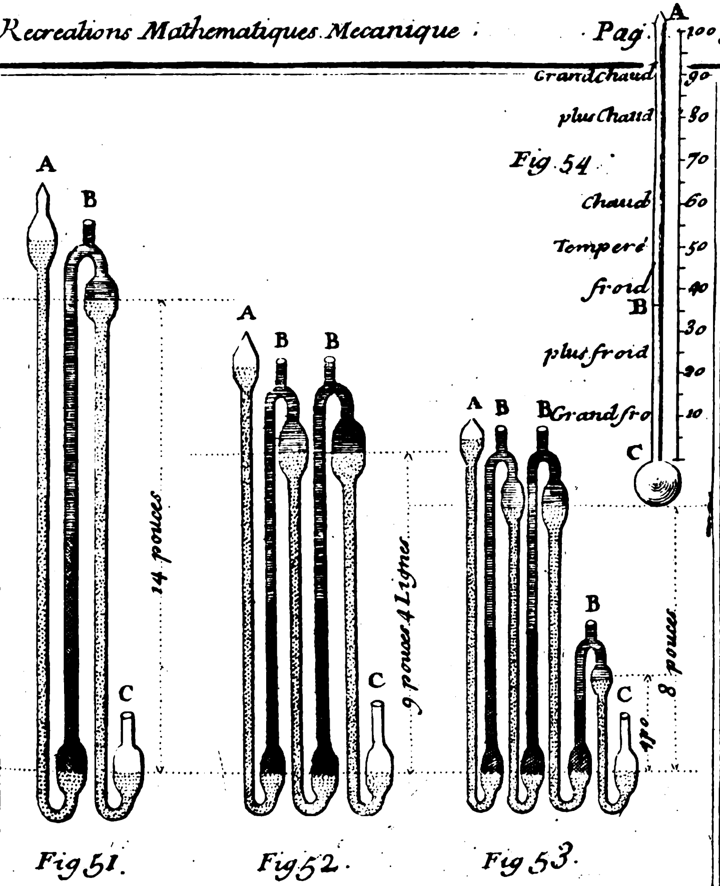


Fig. 49.
Pag. 353
24
23
22
21
20
19
18
17
16
15
14
13
12
11
10
9
8
7
6
6
4
3
2
1
Temps
Beau
Beau
Temps
Pluie
Grande
Tem=
Sec.
Fixe.
Temps.
Variable.
ou vent.
Pluie.
=peste.
28 pouces.
26 pouces 6. Lignes.



Les petits points qui sont dans les Tuyaux Represente le mercure les doubles hachures Represente l'huille de tartre colorée et les simples Lignes Represente l'huille de Karabé ou de Petrole.

De Berey fils fecit

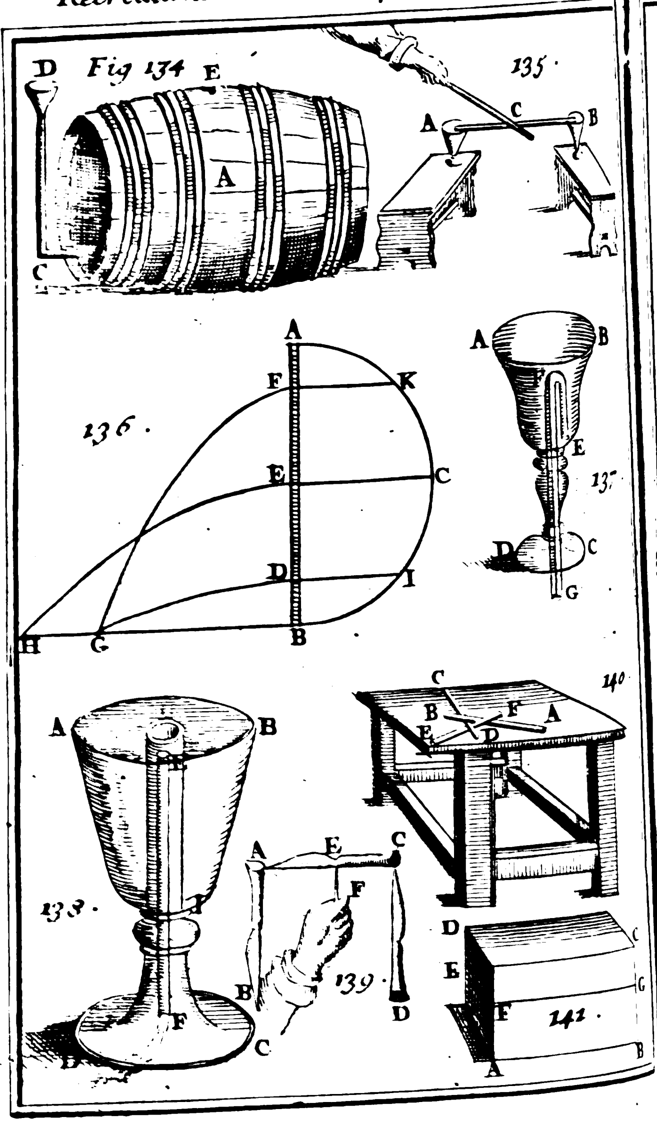
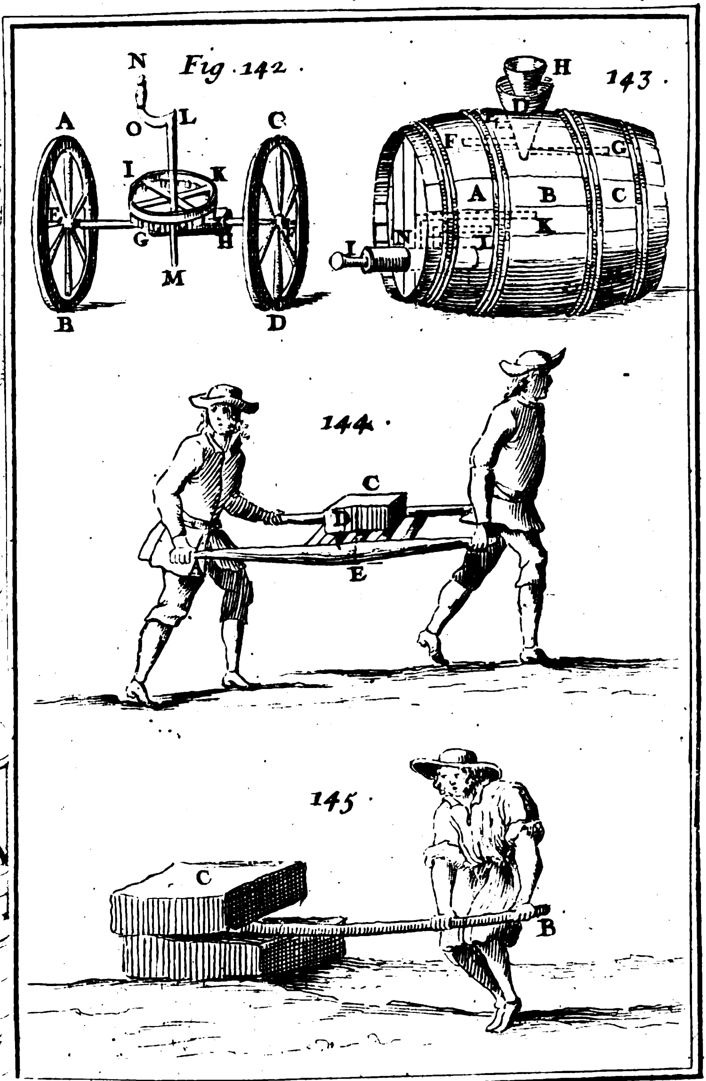
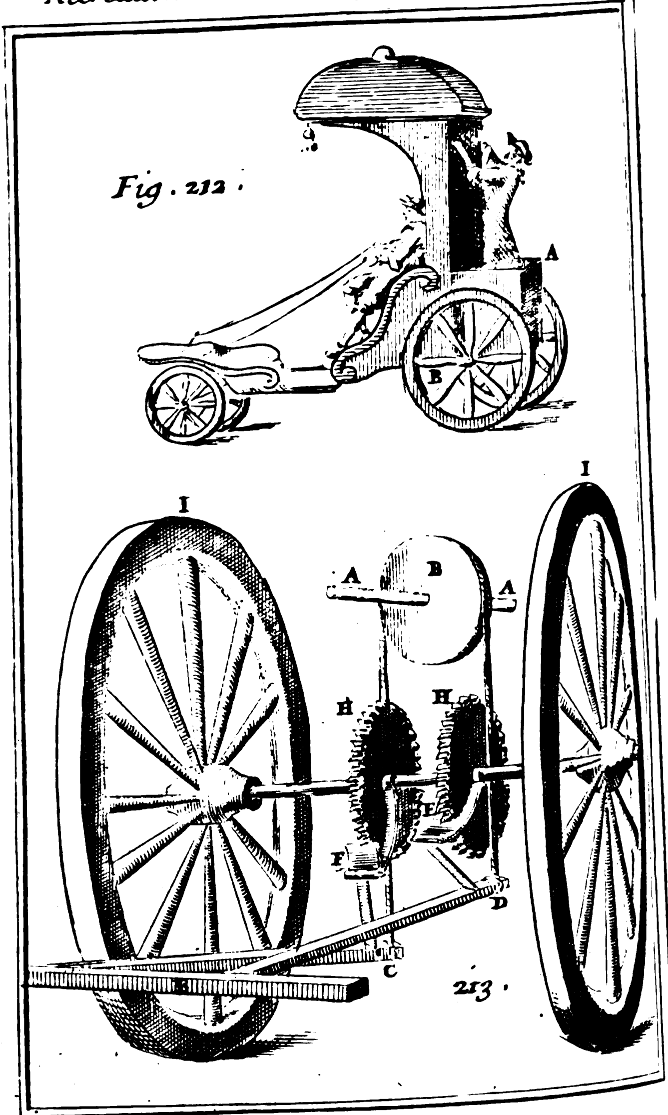


Fig 134
D
E
A
C
135.
A
C
B
136.
A
F
K
E
C
D
I
H
G
B
A
B
F
E
137.
D
C
G
140
C
B
F
A
E
D
A
B
138.
A
E
C
F
B
139.
D
D
C
E
G
F
141.
A
B

To. II. Pl. 45



Berey fecit To. II. Pl. 46



Barey fecit. To. II. Pl. 47.

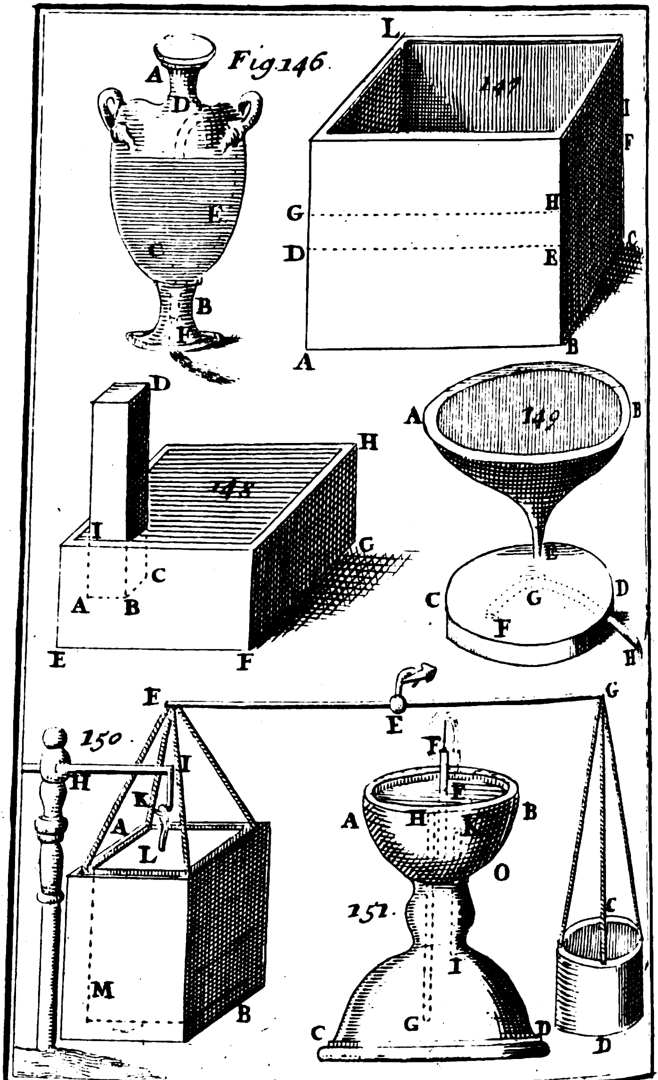


Fig.146.
A
D
E
C
B
F
147
L
I
F
G
H
D
E
C
A
B
D
H
148
I
G
C
A
B
E
F
149
A
B
C
D
G
F
H
F
G
E
150.
H
I
K
A
L
M
B
F
A
B
H
K
O
151.
I
G
C
D
C
D

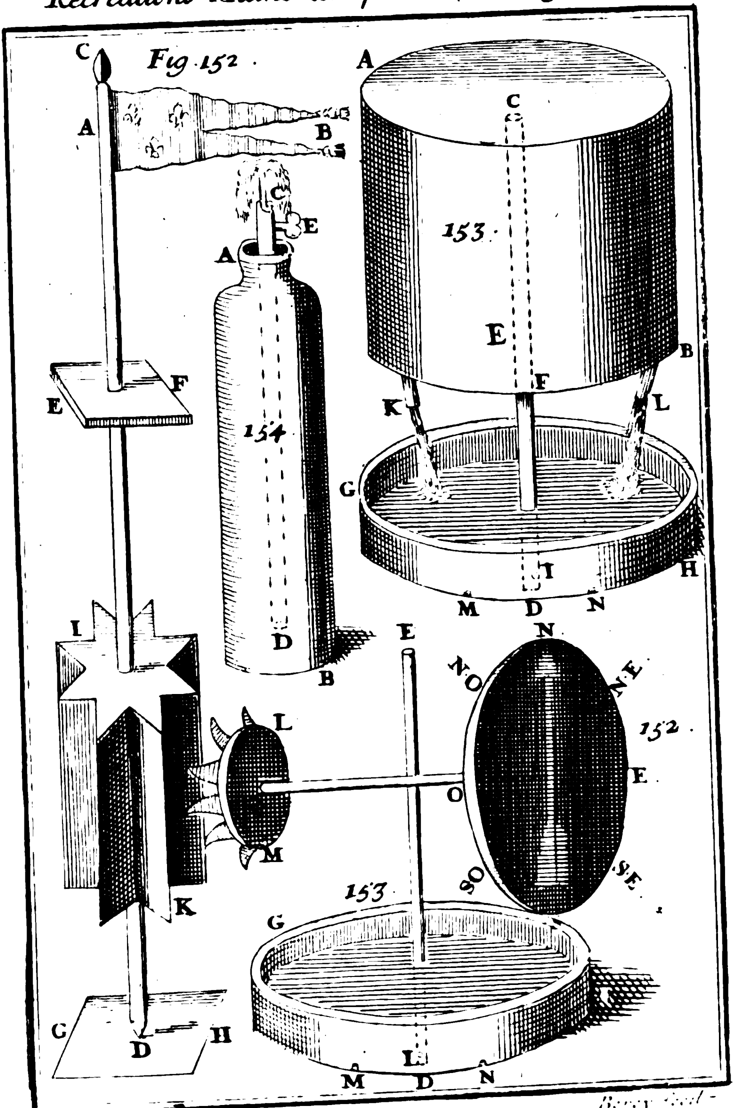


Fig. 152.
C
A
B
E
F
I
K
G
D
H
C
E
A
154.
D
B
A
C
153.
E
B
F
K
L
G
H
I
M
D
N
E
N
N.O
N.E
152.
E
O
L
M
S.O
S.E
153
G
L
M
D
N

To. II. Pl. 40.

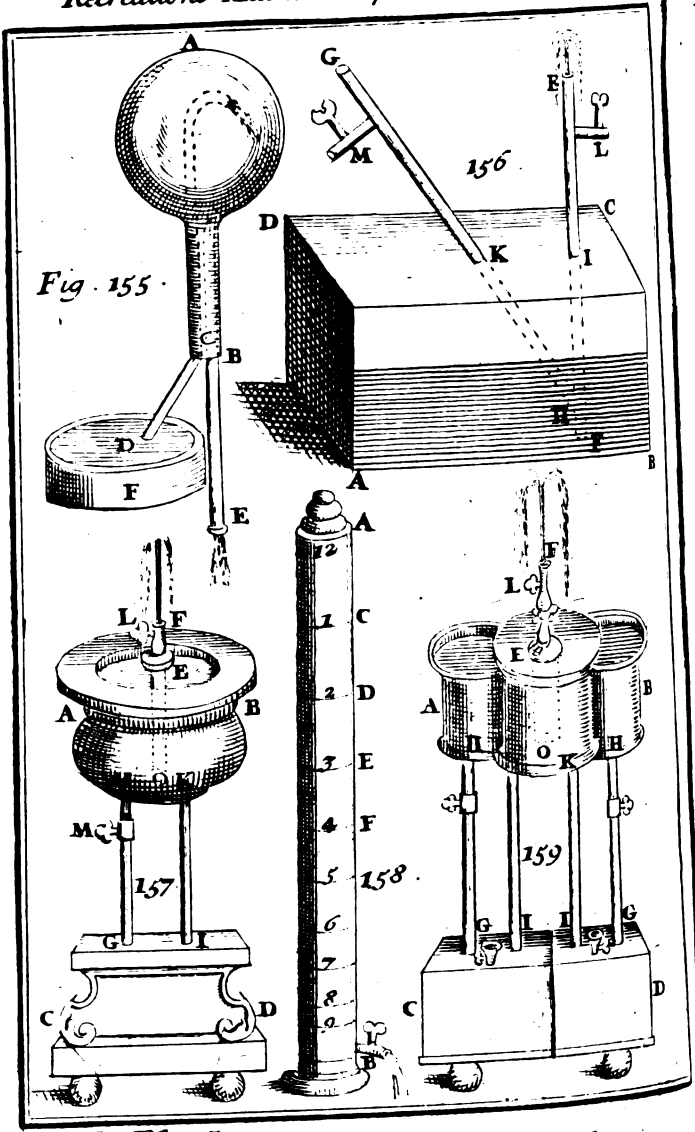
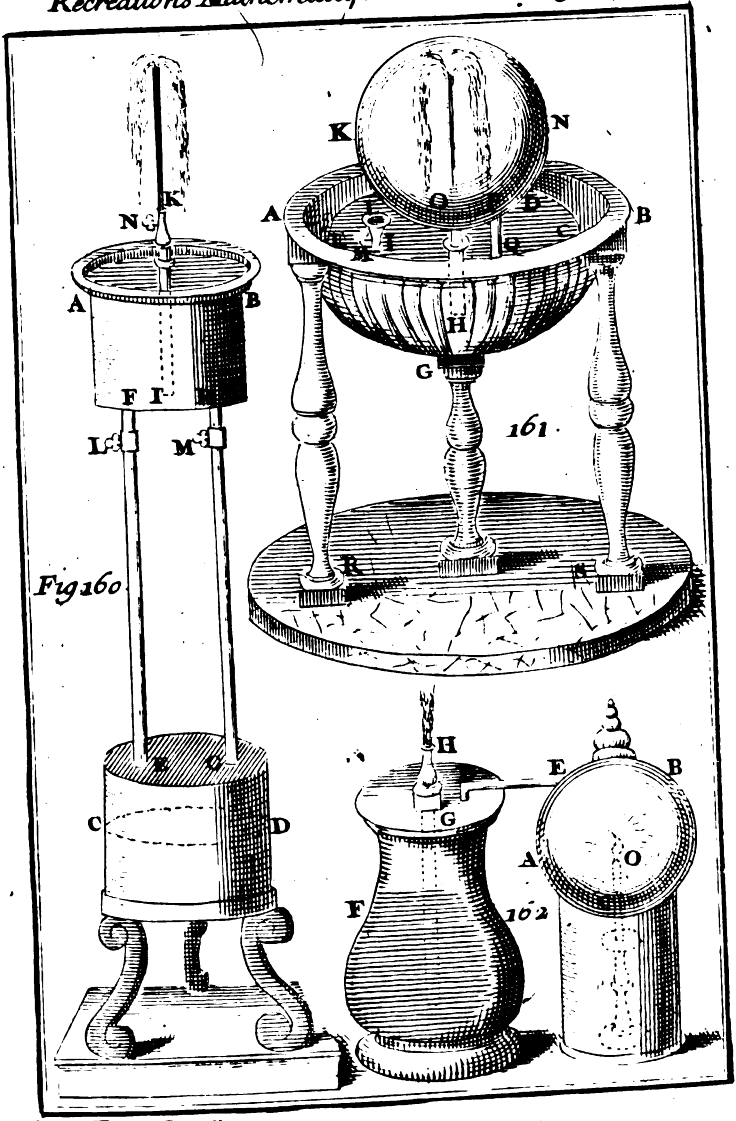
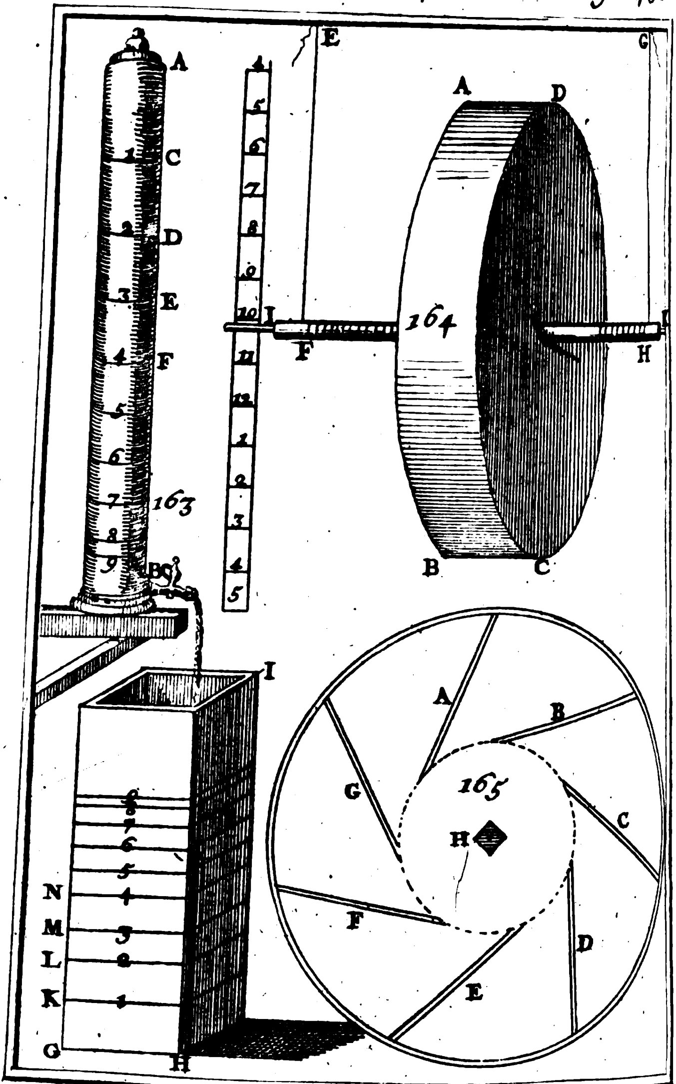


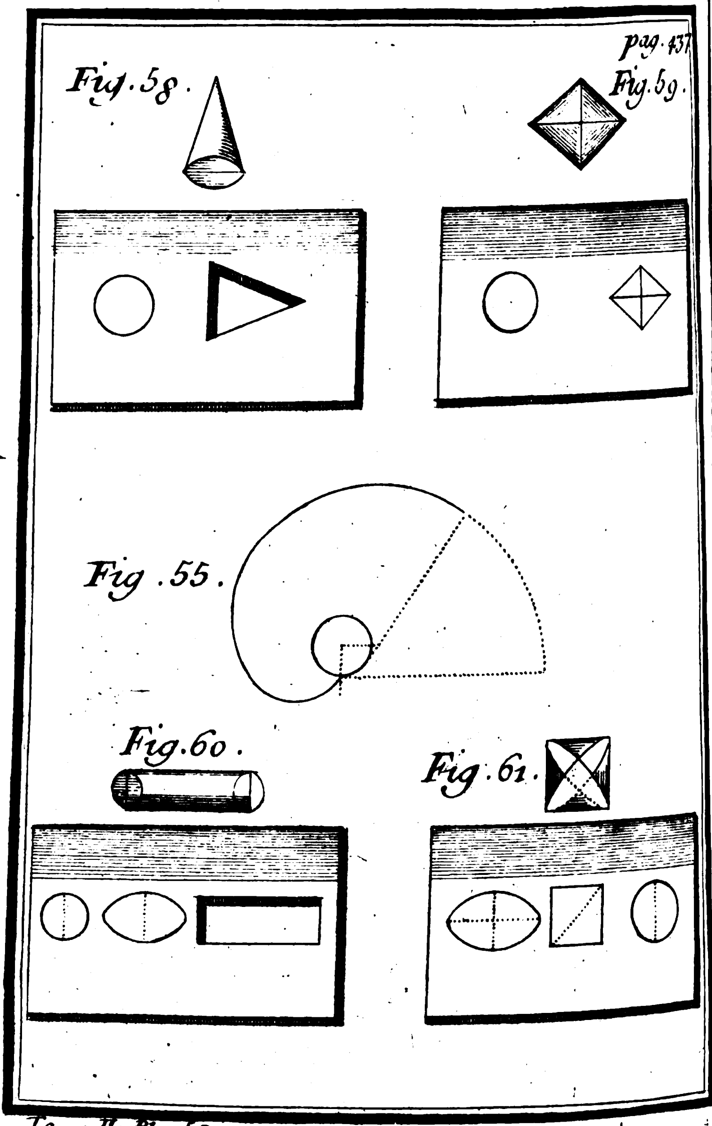
Fig. 155
A
C
B
D
F
E
156
G
M
E
L
D
C
K
I
H
F
A
B
157
L
F
E
A
B
M
G
I
C
D
158
A
12
C
1
D
2
E
3
F
4
5
6
7
8
9
B
159
F
L
E
A
B
H
O
K
H
G
I
I
G
C
D

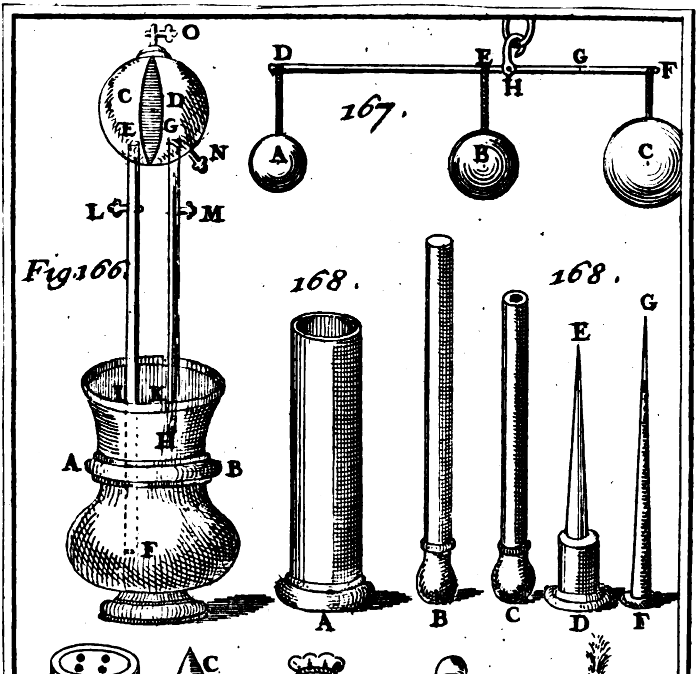
To. II. Pl. 50.


K
N
A
B
F
I
L
M
Fig 160
E
C
D
K
N
A
B
D
C
M
Q
H
G
161.
R
S
H
E
B
G
A
O
F
162



To. II. Pl. 52.


pag. 437
Fig. 58.
Fig. 59.
Fig. 55.
Fig. 60.
Fig. 61.


O
C
D
E
G
N
L
M
Fig.166
I
K
H
A
B
F
D
E
G
F
H
167.
A
B
C
168.
168.
A
B
C
D
E
F
G
A
B
169
C
B
170
A
171
A
A
172
D
C
A
B
173
E

Berey fecit

Fig. 56.

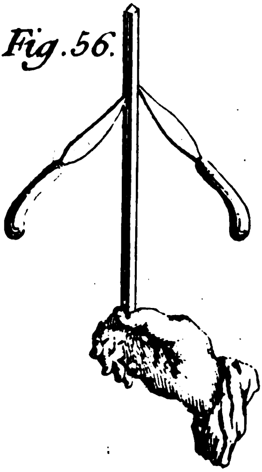


Fig. 57.

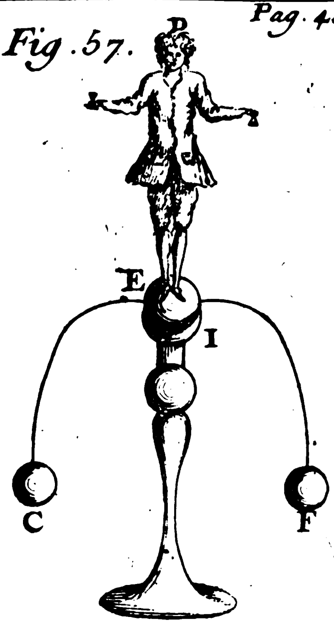
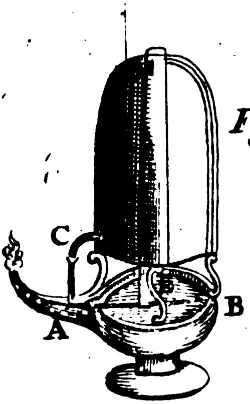


Fig. 62.

Fig. 63.



To. II. Pl. 53