Mariano Tomatis Antoniono (ed.)

II raduno di *it.hobby.enigmi*

Pontecchio Marconi (BO), 8 ottobre 2005

Un'idea di
margravio*

1. Rebus (7,7,9)

Candidato: **A**

Trovare la coppia intrusa

P) Giallo, Ob
Q) Rosso, Nero
R) Nilo, Po
S) Tevere, Mississippi

Riservato alla commissione
Risposta: *esatta*

Candidato: **O**

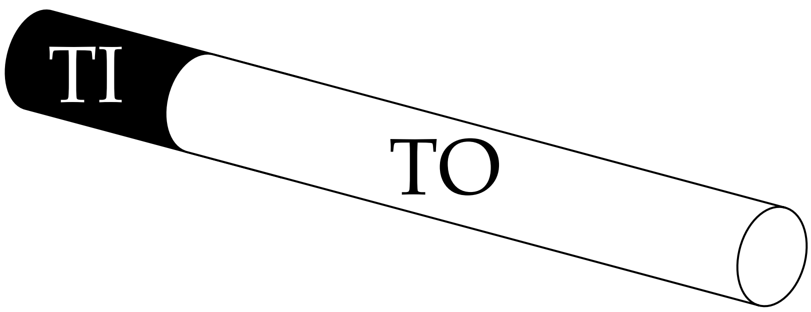
Trovare la coppia intrusa

T) Sai Baba, Maharishi Mahesh
U) Tommaso, Agostino
V) Francesco, Chiara
Z) Pietro, Paolo

Riservato alla commissione
Risposta: *errata*

Una proposta di
Pazqo

1. Rebus (8,9) – *La sigaretta*



Una proposta di
Paolo Corso

1. Crittografia (9,3,4)

- N

Una proposta di
Tina Corso

1. Rebus (6,12)

Un'idea di
Ennio Peres*

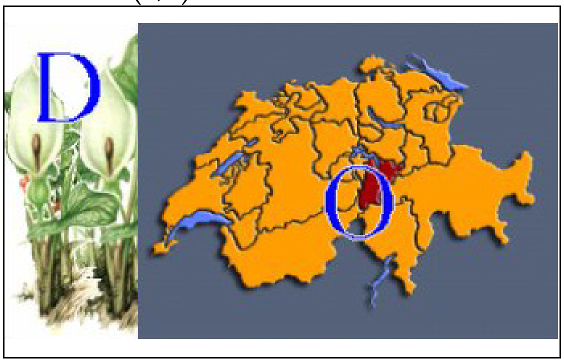
1. Rebus (8,7)

Questo rebus è stato dedicato a Paolo Corso e suo figlio, qui sopra ritratti, dall'autore Ennio Peres. L'identità delle due persone è un elemento della soluzione del rebus.

I rebus di
Giovanni Ravesi*

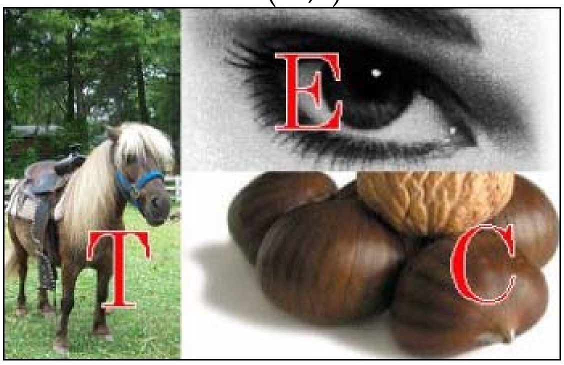
1. Rebus a scarto (8,7)

2. Rebus (5,3)



3. Rebus a cambio (7,10)

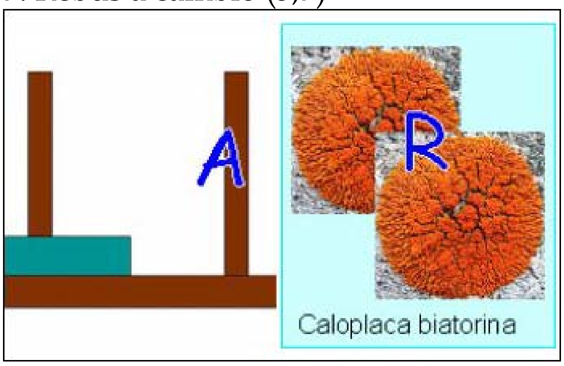
4. Rebus a cambio (10,7)



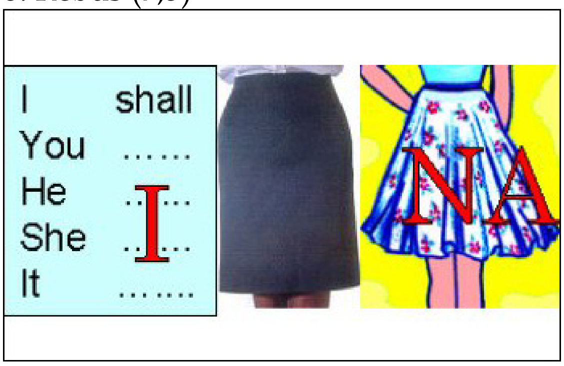
5. Monoverbo a cambio (9)

6. Rebus a cambio (7,7)

7. Rebus a cambio (5,7)



8. Rebus (7,5)

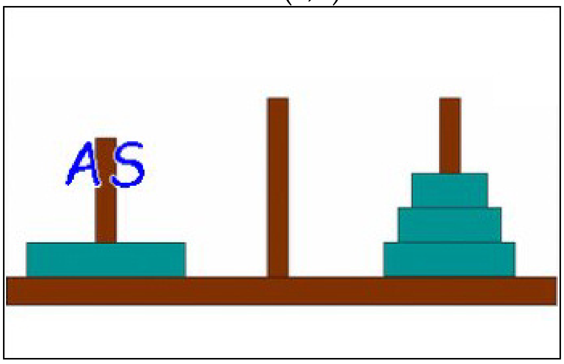


9. Rebus (8,6)

10. Monoverbo (5)

11. Rebus (5,8)

12. Rebus a cambio (5,5)

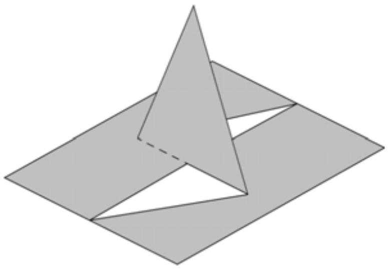


13. Rebus (7,6)

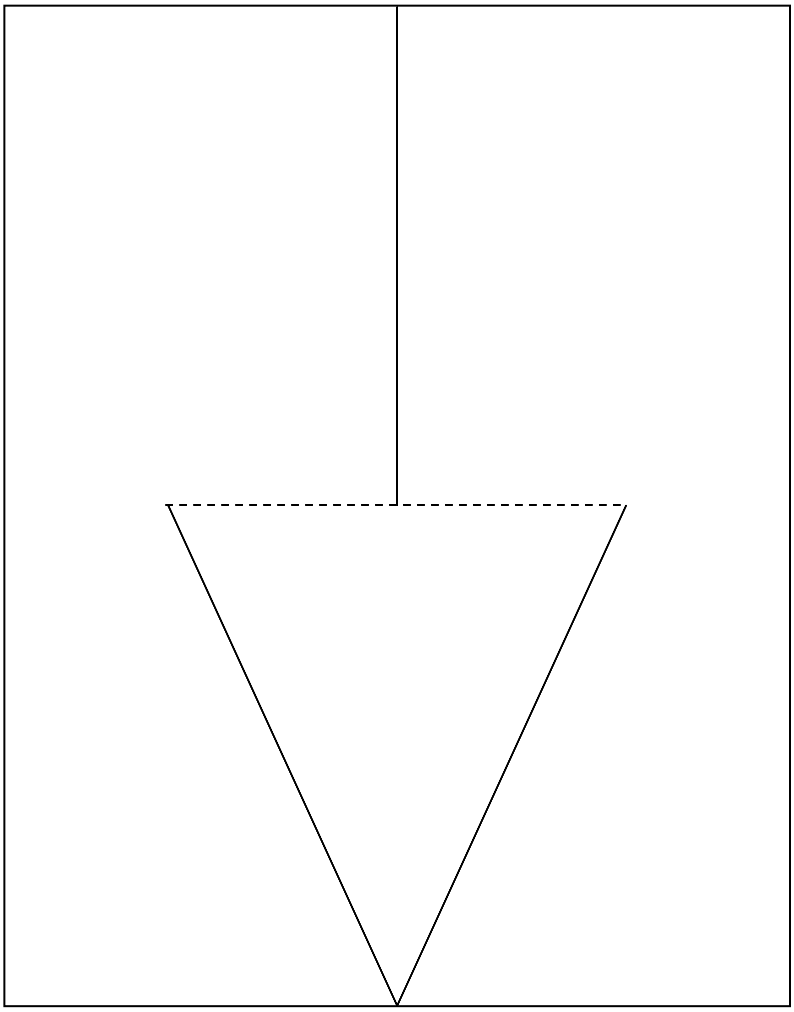
Un oggetto impossibile di
Dario Uri

Tra le centinaia di pezzi della collezione di puzzle e rompicapi di Dario Uri, compaiono anche diversi "oggetti impossibili", che con la loro stessa esistenza sembrano testimoniare la violazione di elementari leggi fisiche. Uno di questi può essere facilmente realizzato con un foglio di carta e un paio di forbici. Ecco come crearlo…

Fotocopiare questa pagina e ritagliare il rettangolo di destra. Ritagliare lungo la linea continua e piegare lungo la linea tratteggiata, in modo da ottenere la figura qui sotto rappresentata:



Non sarà facile, per chi osserverà questo oggetto, capire come sia stato realizzato, dal momento che il triangolo isoscele centrale sembra provenire dalla magica fusione dei due triangoli rettangoli laterali…



Una raccolta di
Mariano Tomatis Antoniono

1. Un lungo polinomio

Calcolare l'espansione di questo prodotto di 26 termini:

$$(x\text{-}a)\ (x\text{-}b)\ (x\text{-}c)\ \ldots\ (x\text{-}y)\ (x\text{-}z)$$

Fonte: Richard I. Hess, "Puzzles from Around the World" in Elwyn Berlekamp e Tom Rodgers (ed.), *The Mathmagician and the Pied Puzzler*, AK Peters, 1999, pp.41-51.

***

2. Buchi neri matematici

Definiamo "buco nero" una tripla (b, U, f) in cui b è un elemento di un insieme U ed f: $U \rightarrow U$ è una funzione tale per cui:

1. $f(b)=b$
2. Per ogni x in U, esiste un numero naturale k per cui $f^k(x)=b$.

Ecco un semplice esempio. Consideriamo tutti i numeri naturali. Per ogni numero, contiamo il numero delle cifre pari che contiene, il numero di cifre dispari e il numero di cifre totali, e creiamo un altro numero costituito dall'accostamento dei tre risultati ottenuti.
Partendo da 123456789, ad esempio, contiamo 4 cifre pari, 5 cifre dispari e 9 cifre in totale; utilizziamo i tre risultati per formare un nuovo numero, 459, e ripetiamo l'operazione con il numero ottenuto. Nel numero 459 ci sono 1 cifra pari, 2 cifre dispari e 3 cifre totali, a formare il numero 123. Ripetendo l'operazione sul numero 123, il risultato non cambia.
Abbiamo così trovato un numero b per cui l'applicazione della regola produce il numero stesso.
In termini formali, abbiamo definito la funzione $f(x)$ sull'insieme dei numeri naturali come $f(x)=[a_p a_d a_t]$ dove a_p è il numero di cifre pari di x, a_d è il numero di cifre dispari di x e a_t è il numero di cifre totali di x.
Per il numero scelto 123456789 abbiamo trovato un numero k di iterazioni pari a 2 tali per cui:

$$f^2(123456789) = f(f(123456789))=f(459)=123$$

Per dimostrare che ($123,N,f$) è un buco nero è necessario dimostrare che per qualunque numero x la ripetuta applicazione di f conduce al valore 123. Ciò si può fare seguendo questo ragionamento: innanzitutto si nota che se $x > 999$, $f(x) < x$. Anche per numeri enormi, ad esempio una sequenza di cento 1 consecutivi, il risultato che si ottiene è certamente inferiore: nell'esempio, 100100 (nessuna cifra pari, 100 cifre dispari e 100 cifre complessive). Dunque, poiché $f(x)$ è sempre strettamente minore di x, con una serie di iterazioni si giunge ad un $x < 1000$. A questo punto, la successiva iterazione porterà ad un numero che termina sicuramente con il 3 (ci sono infatti 3 cifre complessive), mentre le prime due saranno tutte le possibili coppie per cui $a_p + a_d = 3$:

$$(0,3,3)$$
$$(1,2,3)$$
$$(2,1,3)$$
$$(3,0,3)$$

Applicando f ai numeri prodotti da queste triple si ottiene sempre 123. Dunque 123 nell'universo N e con la funzione f è un "buco nero" matematico.

Si può dimostrare un interessante *Corollario:* Se esiste, all'interno di un universo U il buco nero di una funzione f è unico.

Dimostrazione. Supponiamo che, per assurdo, esistano due buchi neri distinti b_1 e b_2. Chiamiamo k_1 il numero di iterazioni che bisogna applicare alla funzione f per ottenere il buco nero b_1 partendo da x, e k_2 il numero di iterazioni da applicare alla funzione f per ottenere il buco nero b_2 partendo da x.
k_1 e k_2 devono essere diversi, perché se fossero uguali $b_1 = f^{k_1}(x) = f^{k_2}(x) = b_2$ ovvero $b_1 = b_2$ che contraddice l'ipotesi iniziale.
Supponiamo $k_1 < k_2$. Poiché $f^{k_2}(x) = f^{k_1}(f^{k_2-k_1}(x))$ e, per la definizione che abbiamo dato di k_1, $f^{k_1}(x)=b_1$ per ogni x, allora in particolare varrà anche per $x= f^{k_2-k_1}(x)$. Dunque $f^{k_2}(x) = f^{k_1}(f^{k_2-k_1}(x)) = b_1$.
Ma per la definizione di k_2 sappiamo anche che $f^{k_2}(x) = b_2$. Il che è assurdo, perché avevamo posto per ipotesi b_1 diverso da b_2.
Supponendo $k_1 > k_2$ il ragionamento è simile, e conduce di nuovo ad una contraddizione.
Dunque l'ipotesi iniziale era scorretta e in un universo U il buco nero di una funzione f è unico.

Un buco nero è alla base di uno dei giochi di prestigio più noti che si possano realizzare con le carte da gioco: si veda, a questo proposito, il capitolo 5.

Michael W. Ecker cita vari esempi di buchi neri, tra cui uno che gli avrebbe comunicato personalmente Martin Gardner: riguarda i numeri naturali e la funzione f che determina il risultato contando il numero di lettere che compongono il numero stesso. Gli esempi da lui forniti sono in inglese: partendo da $x = 5$ si ha $f(5)$ = numero di lettere della parola "five" = 4. Applicando la funzione a 4 (four) si ottiene ancora 4: Ecker ha mostrato che 4 è il buco nero della funzione f così definita. Martin Gardner chiama i numeri che si autodescrivono "numeri onesti". Ampliando la nomenclatura, definiamo "espressione onesta" ogni espressione che definisce il numero N utilizzando esattamente N lettere.
"Uno più dieci" è un'*espressione onesta* perché definisce il numero 11 ed è costituita da undici lettere.

Quesiti:

2.1 Qual è il buco nero di *f* in lingua italiana?
2.2 In giapponese, 2 si scrive "Ni" e 3 si scrive "San". Dimostrare che, in questa lingua, la funzione *f* non ha buchi neri.
2.3 Esistono infinite "espressioni oneste"?

Fonti: Michael W. Ecker, "Number Play, Calculators, and Card Tricks: Mathemagical Black Holes" in Elwyn Berlekamp e Tom Rodgers (ed.), *The Mathmagician and the Pied Puzzler*, AK Peters, 1999, pp.41-51.
Mariano Tomatis, *Introduzione all'autoreferenzialità* in http://www.marianotomatis.it/index.php?id=9&r=17
Martin Gardner, *The Magic Numbers of Dr.Matrix,* Prometheus Books, 1985, pp.71-72 e pp.265-267.

***

3. Successioni convergenti

Tra le FAQ di it.hobby.enigmi compare questo problema:

Qual è il termine successivo nella successione S' = 1 - 11 - 21 - 1211 - 111221 - ... ?

Il termine successivo è 312211. Ogni termine si ricava dal precedente spiegando com'è scritto da sinistra a destra: poiché in 1112211 ci sono tre 1, due 2 e ancora due 1, si può scrivere in numeri che ci sono 3 1, 2 2, 2 1. Accostando i numeri nell'ordine si ottiene 312221.

Ai fini ricreativi, è più interessante la serie *S'' = 1 - 11 - 21 - 1112 - 3112 - 211213 - ...*
Ogni termine descrive ancora il precedente, ma non considerandolo da sinistra a destra, bensì considerandolo nella sua totalità e contando le cifre prese in ordine crescente: prima quanti 1 contiene, poi quanti 2 e così via. Così successivo di 21 è 1112 (un "uno" e un "due").

Nota: Mentre nella serie S' è possibile da ogni elemento S'_N calcolare sia S'_{N+1} sia S'_{N-1}, nella serie S'' da ogni elemento S''_N si può calcolare soltanto S''_{N+1} e non S''_{N-1}.
Dato il numero 3112, infatti, se appartiene alla serie S' si può calcolare (semplicemente descrivendolo) che il successivo è 211213, mentre leggendolo come la descrizione di un numero si ottiene il precedente: tre 1 e un 2, dunque 1112.
Dato, invece, il numero 3112, se appartiene alla serie S'' può provenire sia da 1112, sia da 1121, sia da una qualunque permutazione delle sue quattro cifre.

La serie S'' al dodicesimo passo diventa ciclica, producendo un numero che autodescrive le sue caratteristiche: 1 - 11 - 21 - 1112 - 3112 - 211213 - 312213 - 212223 - 114213 - 31121314 - 41122314 - 31221324 - 21322314. Con l'ultimo numero, 21322314, la serie si assesta su quel valore. Partendo da 2, la serie è di nuovo ciclica, e arriva al numero 21322314 in soli 11 passi.

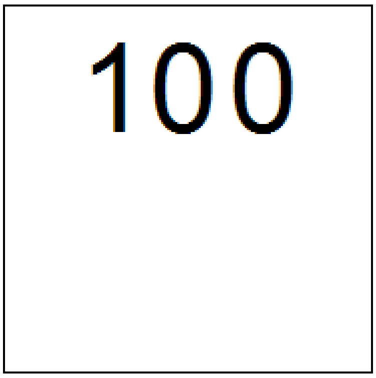
Quesiti:

3.1 Qual è il primo valore partendo dal quale la serie non si stabilizza ciclicamente a 21322314?
3.2 Quanti sono i valori che portano all'invariante 21322314?
3.3 Qual è il valore che produce un ciclo nel più piccolo numero di passi?
3.4 Esistono cicli raggiunti in un passo?
3.5 Esistono cicli raggiunti in due passi?
3.6 Esistono cicli raggiunti in N passi, con N positivo o nullo?
3.7 Esistono serie che non convergono mai ad un valore univoco *x*?

***

4. Senza staccare la penna

Scrivere il numero 100 su un foglio come si vede qui sotto senza mai staccare la punta della penna dal foglio:



Fonte: "Senza staccare la penna dal foglio" in Base5 - *http://utenti.quipo.it/base5/geopiana/staccpenna.htm*, a cura di Gianfranco Bo.

***

5. Il gioco delle 21 carte

Da un mazzo di 21 carte fate scegliere ad uno spettatore una carta; dopo averla guardata, fatela rimetterà a posto tenendone a mente valore e seme. Fate mescolare e distribuite il mazzo in file di tre, cominciando la distribuzione da sinistra in modo che, alla fine, si abbiano tre mazzetti di sette carte ciascuno. Per permettere allo spettatore di indicare in quale mazzetto sia finita la carta che ha scelto al termine della distribuzione, appoggiate le carte sul tavolo con le figure rivolte verso l'alto. Quando lo spettatore vi avrà indicato dove si trova la sua carta, ricomponete il mazzo. I tre mazzetti dovranno essere rimessi uno sull'altro ponendo *nel mezzo* il mazzetto che contiene la carta. Ripetete la distribuzione altre due volte e, ogni volta, nel raggruppare i tre mazzetti, mettete quello con la carta scelta al centro. Dopo la terza distribuzione e ricomposizione del mazzo, la carta scelta si troverà all'11° posto. Cominciate a distribuire le carte scoperte sul tavolo partendo da sopra, contandole silenziosamente: fermatevi sull'undicesima e annunciate che è quella scelta dallo spettatore.

In termini formali, si ha un insieme di posizioni P = {1, 2, 3… 21} che può assumere la carta scelta, una funzione f che cambia posizione alla carta scelta e un buco nero b pari a 11.
All'inizio la posizione $p \in P$ della carta scelta è ignota. Dopo la prima distribuzione e la prima ricomposizione del mazzo, la carta è finita nel mazzetto centrale, dunque $p \in \{x: 8 \leq x \leq 14\}$. Dopo la seconda distribuzione e ricomposizione del mazzo, la carta è ancora nel mazzetto centrale, dunque $p \in \{x: 10 \leq x \leq 12\}$. L'ultima distribuzione fa convergere al "buco nero" $p = 11$.
E' possibile dimostrare l'esistenza del buco nero 11 ricostruendo tutti e ventuno i percorsi dal valore iniziale al valore 11 in al massimo 3 passi. Ad esempio, partendo da 1 si ha $f^1(1)=8$, $f^2(1)=10$ e $f^3(1)=11$.

Quesito:
E' possibile modificare f in modo che ammetta un buco nero a piacere $b \in P$? Se sì, come? Se no, dimostrarlo.

Fonte: Il gioco delle 21 carte è molto antico. Una sua analisi matematica compare in Michael W. Ecker, "Number Play, Calculators, and Card Tricks: Mathemagical Black Holes" in Elwyn Berlekamp e Tom Rodgers (ed.), *The Mathmagician and the Pied Puzzler*, AK Peters, 1999, pp.41-51. L'evoluzione del gioco, che utilizza 27 carte, è analizzata da Carlo Sintini, *Quiz e giochi matematici*, Milano: Longanesi & C., 1979, pp.117-120.

***

6. Capelli rossi o neri?

Un ragazzo e una ragazza stanno conversando.
"Io sono un ragazzo" dice la persona con i capelli neri.
"Io sono una ragazza" dice la persona con i capelli rossi.
Se almeno uno dei due sta mentendo, di che colore sono i capelli dei due ragazzi?

Fonte: Martin Gardner, *Wheels, Life, and other Mathematical Amusements*, New York: W. H. Freeman & Co., 1983, p.77.

***

7. Prestidigitalizzazione

Una semplice calcolatrice con il visore a 8 cifre consente un piccolo prodigio matematico. Accendetela, digitate il numero 68888889, premete il tasto "+" e il numero 0. Se la calcolatrice è del modello più classico, il display dovrebbe mostrarvi solamente uno zero, come se l'aveste appena accesa.
Mostratela a qualcuno e dite che state per digitare una certa cifra in euro. Premete uno dopo l'altro i numeri da 1 a 8, formando così il numero 12345678: questo indicherà che avete 12 milioni e rotti di euro sul conto in banca.
Generalmente il tasto "=" (uguale) si trova in basso a destra; tenete la calcolatrice con le dita della mano destra, in modo che il pollice si trovi a brevissima distanza dal tasto "=" e le altre dita siano dietro.
Dite dunque: "Sarebbe bello poter aumentare questa cifra a piacere, senza lavorare e senza dover guadagnare nulla… Ecco come si potrebbe fare: prendiamo la cifra più alta…" e contemporaneamente mettete la punta dell'indice sinistro sopra l'otto, coprendolo. Proseguite: "…e facciamola scorrere a sinistra, in questo modo!". Fate dunque scorrere l'indice sul visore verso sinistra, schiacciandolo leggermente e producendo quel tipico effetto di distorsione dei cristalli liquidi che si produce toccando i quadranti delle calcolatrici. Contemporaneamente, schiacciate il tasto "=" con il pollice della mano destra, sfiorandolo appena: il movimento non deve essere troppo vistoso perché deve passare inosservato. Magicamente la cifra 8 sarà passata a sinistra, formando così il numero 81234567! Concludete lasciando la calcolatrice al controllo di tutti e dicendo: "Beh, 81 milioni sono meglio di 12, no? Adesso vado a farlo al Bancomat…"

Fonte: Gerard Bakner (?)

***

8. Quanti libri ha…?

8.1 Alberto: "Martin Gardner ha più di mille libri".
Barbara: "No, ne ha certamente, ma di meno".
Carlo: "Ne ha almeno uno".
Se uno solo dei tre dice la verità, quanti libri ha Martin Gardner?

8.2 Alberto: "Raymond Smullyan ha almeno mille libri".
Barbara: "No, ne ha di meno".
Carlo: "Ne ha almeno uno".
Se uno solo dei tre dice la verità, quanti libri ha Raymond Smullyan?

Fonte: Mie varianti del problema 23 in Martin Gardner, *Wheels, Life, and other Mathematical Amusements*, New York: W. H. Freeman & Co., 1983, pp.78-79.

***

9. Il Principio di Gilbreath

E' ben noto ai prestigiatori che sfruttano principi matematici alla base dei propri effetti magici un principio che riguarda le carte da gioco, e che ha preso il nome dal suo scopritore, Norman Gilbreath. Il principio afferma quanto segue:

> *"Se un mazzo con le carte a colori alternati viene tagliato in due mazzetti le cui due carte in cima sono di colore opposto, un miscuglio all'americana manterrà la proprietà per cui ogni carta in posizione dispari è seguita da una carta di colore opposto".*

Intorno al principio si possono fare una serie di considerazioni:

- Il principio non afferma nulla circa la quantità di carte nei due mazzetti che vengono mescolati. In teoria il miscuglio può avvenire tra una carta da un lato e 51 dall'altro. Il requisito che va rispettato riguarda le prime carte dei due mazzetti, che devono essere di colore opposto.
- Poiché nell'atto di dividere il mazzo per mescolarlo è necessario assicurarsi che le prime carte dei due mazzetti siano di colore diverso, può non essere agevole adocchiarle segretamente per verificare se la divisione è corretta o meno. Per semplificarsi la vita si può osservare il colore in fondo ai due mazzetti; è semplice dimostrare che se i due colori in fondo sono diversi, anche le prime due carte sono di colore opposto.
- Spesso una cattiva divulgazione del principio ha fatto sì che si fraintendesse la proprietà mantenuta dal mazzo dopo il miscuglio: si legge molto spesso che, a miscuglio completato, "ogni coppia di carte è composta da una carta nera ed una rossa". Si tratta di un'affermazione non del tutto corretta. Nella formulazione sopra è più chiaro il fatto che, in realtà, si tratta di coppie la cui prima carta dev'essere in posizione dispari nel mazzo. Ecco, ad esempio, una possibile disposizione cui si può arrivare: RNNRNRNRRN. Si nota immediatamente che dividendo le coppie in modo che la prima carta si trovi in posizione dispari, il principio è rispettato: RN/NR/NR/NR/RN. Se, invece, si prende una coppia a caso, poniamo quella formata dalla seconda e dalla terza carta, si ottiene NN, che non è composta da carte di colore differente.
- Il miscuglio può essere eseguito anche stendendo a nastro i due mazzetti ed avvicinandoli l'uno all'altro in modo che le carte si intersechino le une tra le altre. Questo rende più semplice una sua applicazione in Italia, dove non è così frequente trovare qualcuno in grado di eseguire un buon miscuglio all'americana (per quanto anche un pessimo miscuglio del genere mantenga le proprietà di Gilbreath).

Il Principio può essere sfruttato per ottenere molti effetti magici. Eccone un esempio. Nel momento in cui le carte siano state mescolate *una volta* (un secondo miscuglio annulla la proprietà enunciata nel Principio), è sufficiente osservare il colore delle carte in posizione dispari per conoscere immediatamente il colore delle carte in posizione pari. Se il fatto è sconosciuto al pubblico, lo si può sfruttare per un effetto di pseudochiaroveggenza.

Distribuite una alla volta le carte in due mazzetti. A questo punto la prima carta del mazzetto A è di colore opposto alla prima del mazzetto B, e lo stesso avviene per le carte al secondo posto, al terzo e così via. Stendete dunque a nastro il mazzetto A con le carte a faccia in alto, dicendo: "Ecco, come vedete le carte sono completamente mescolate tra loro". Chi osserva non potrà effettivamente riconoscere alcuno schema nell'alternanza dei colori delle carte del mazzetto A. Lasciate il mazzetto B a carte coperte, e spostate un po' il nastro di carte scoperte, fingendo di dimenticarvene; in realtà gli darete continuamente una sbirciatina, osservando il colore della carta in posizione N nel mazzetto A per indovinare il colore (opposto) della carta nella stessa posizione N nel mazzetto B. Dal momento che tutte le informazioni sul mazzetto B si trovano segretamente codificate nel nastro disteso sul tavolo, potete tranquillamente far tenere nascosto il mazzo coperto.

Ecco una formalizzazione più precisa della *proprietà invariante* che il mazzo mantiene anche dopo il miscuglio:

> *Sia noto il colore della carta n.*
> *Se n è pari, la carta n-1 (ovvero, la carta precedente) è del colore opposto.*
> *Se n è dispari, la carta n+1 (ovvero, la carta successiva) è del colore opposto.*

Dall'analisi di questa proprietà si deduce che non si tratta di un principio iterabile. Se, ad esempio, la 6^a carta è rossa, ci troviamo nel caso di n pari, e possiamo dedurre che la 5^a sarà nera. A questo punto disponiamo di un'informazione aggiuntiva che, però, il principio non ci consente di iterare. Cercando di riapplicarlo, infatti, ci troviamo con un $n=5$ dispari, da cui possiamo dedurre che la $5+1=6^a$ carta è rossa, informazione di cui già disponevamo.
La forza illusoria di questo principio sta nella spontanea fiducia che il pubblico ripone in un miscuglio come quello americano che, apparentemente, impedisce il mantenimento della proprietà su enunciata.

Fonte: Testo riveduto e ampliato da Mariano Tomatis, "Out of This World!" in *Magia*, n.1, 2004, pp.78-82.

***

10. Pioggia a Pontecchio

Era una notte dell'agosto 1976. A Pontecchio Marconi iniziò a piovere a mezzanotte, e fu uno dei nubifragi più intensi della stagione. E' possibile che 72 ore dopo, nello stesso luogo, fosse soleggiato?

Fonte: Martin Gardner, *Wheels, Life, and other Mathematical Amusements*, New York: W. H. Freeman & Co., 1983, p.79.

***

11. Uno strano paradosso

Si considerino due interi positivi x e y, uno dei quali sia il doppio dell'altro. Non sappiamo quale dei due sia il maggiore. Dimostreremo ora due proposizioni incompatibili:

Proposizione 1. L'eccesso di x su y, se x è maggiore di y, è maggiore dell'eccesso di y su x, se y è maggiore di x.

Proposizione 2. I due eccessi si equivalgono (ovvero l'eccesso di x su y, se x è maggiore di y, è uguale all'eccesso di y su x, se y è maggiore di x).

Prova della Proposizione 1. Supponiamo che x sia maggiore di y. Allora $x = 2y$, dunque l'eccesso di x su y è pari a y. Dunque l'eccesso di x su y, se x è maggiore di y, è y. Supponiamo ora che sia y ad essere maggiore di x. Allora $x = ½\, y$, quindi l'eccesso di y su x è di $y - ½\, y = ½\, y$. Dunque l'eccesso di y su x, se y è maggiore di x è di $½\, y$. Dal momento che y è maggiore di $½\, y$, questo dimostra che l'eccesso di x su y, se x è maggiore di y, è maggiore dell'eccesso di y su x, se y è maggiore di x. Dunque la Proposizione 1 è dimostrata.

Prova della Proposizione 2. Chiamiamo d la differenza tra x e y – oppure il minore dei due valori, che è la stessa cosa. Ovviamente l'eccesso di x su y, se x è maggiore di y, è d, e l'eccesso di y su x, se y è maggiore di x, è di nuovo d. E dal momento che $d = d$, allora la Proposizione 2 è dimostrata.

Ora, le Proposizioni 1 e 2 non possono essere entrambe vere! Quale delle due è corretta e quale no?
Molti optano per la Proposizione 2. Ma osservate: poniamo che y sia pari a 100. Allora l'eccesso di x su y, se x è maggiore di y, è certamente 100, mentre se y è maggiore di x l'eccesso è certamente 50 (dal momento che in questo caso $x = 50$). E 100 non è sicuramente maggiore di 50?

Fonte: Raymond Smullyan, "A Curious Paradox" in Elwyn Berlekamp e Tom Rodgers (ed.), *The Mathmagician and the Pied Puzzler*, AK Peters, 1999, p.189. Traduzione italiana di Mariano Tomatis.

***

12. Profezia Maya

Si consideri la seguente affermazione:

> *Tutti gli eventi accadono prima del 21 dicembre 2012.*

Qualunque evento sia accaduto fino ad oggi conferma l'affermazione, e tutto quello che accade in questo stesso momento ne conferma la verità. Poiché non esiste alcun evento che fino ad oggi l'abbia confutata, la possiamo ritenere vera con una probabilità altissima (e crescente man mano che passa il tempo). Il che conferma l'antica credenza Maya che il mondo finirà il 21 dicembre 2012.

Nel suo *Congetture e refutazioni*, Karl Popper attribuisce il paradosso (utilizzando come *deadline* l'anno 3000) a Joseph Agassi. Naturalmente il problema sollevato dal paradosso ha a che vedere con i limiti dell'induzione.

***

13. Teorema

Teorema: Questo è l'unico teorema pubblicato in questa pagina.
Dimostrazione: La dimostrazione è ovvia.

***

14. Problemi

Una volta che suonai per un musicista, costui si complimentò con me per il modo in cui eseguii un particolare passaggio. Mi disse che avevo suonato bene una certa modulazione e aggiunse: "Non puoi neanche renderti conto di come abilmente tu abbia risolto questo problema!"
Devo dire che ne rimasi esterrefatto! In primo luogo, non ero nemmeno consapevole del fatto che ci fosse stata una modulazione (e questo mostra quanto poco *io* conosca della musica! Non ragiono mai in termini di modulazioni. Non nego che esistano, soltanto non ci faccio caso.) In secondo luogo, ero del tutto ignaro della presenza di un *problema* da *risolvere*! L'idea di "risolvere un problema", specialmente in musica, mi sembra proprio strano! Non solo strano, ma addirittura stonato e deleterio. Forse ritenete la vita come una serie di *problemi* da risolvere? Se è così, non c'è da stupirsi che non ve la godiate!
Complimentarsi con un musicista, o con qualunque altro artista, di aver "risolto un problema" la trovo una cosa analoga al complimentarsi con le onde dell'oceano di aver risolto un sistema enormemente complesso di equazioni differenziali parziali. Ovviamente l'oceano "ondeggia" in accordo con queste equazioni differenziali, ma certo non le risolve. Non posso dire di sapere con certezza se l'oceano sia o no un essere cosciente, ma se anche l'oceano pensasse (il che non mi sorprenderebbe), sono certo che non penserebbe alle equazioni differenziali.
Forse sono allergico alla parola "problema". Se è così, sono grato per questa allergia. Alcuni potrebbero dire che sto solo facendo giochi di parole. Non è così. Sono le *idee* che contano, non le parole. E credo che chi sente di trovarsi a "risolvere dei problemi", viva una vita diversa da chi non prova questa sensazione. Credo che la mia obiezione alla nozione di "problema" sia dovuta alla mia profonda convinzione che nel momento in cui si definisce qualcosa un "problema", è proprio il momento in cui comincia veramente il problema.

Fonte: Raymond Smullyan, *This Book Needs No Title - A Budget of Living Paradoxes*, Touchstone Books , 1986, traduzione di Mariano Tomatis.

Soluzioni

Un'idea di margravio

1. Mari A notò, ma santoni O, no: *Mariano Tomatis Antoniono*.

Nota di margravio: Nel creare questo rebus, sono stato fortunato: la frase risolutiva, oltre ad essere completamente cesurata, si prestava perfettamente allo scopo. Mi è bastato giocare un po' sulle lettere delle domande per ridurre al minimo i grafemi, e nel contempo mimetizzarli. Ho potuto anche, visto che c'era una sola consonante con due vocali, sfruttare la lettura fonetica della T, asciugando ancora di più il tutto. Ho cercato di rendere evidente la soluzione dei test, soprattutto nella seconda parte, avvicinando santi che, oltre ad essere noti, avessero qualcosa in comune.

Nota di Mariano: Per ovvie ragioni, dopo averlo risolto non ho potuto dimostrarmi eccessivamente lusingato, per non dare indizi agli altri giocatori. Il primo a risolverlo è stato, comunque, Giorgio Vecchi.

°

Una proposta di Pazqo

1. Con TI nuoce di men TO: *Continuo cedimento*.

A proposito di questo rebus, scrive *Irony Client**:

> *Potere dell'inconscio: prendo come spunto l'esordio fortunato o fiaba virtuosa di un vecchio rebus che giocava con filtri e sigarette, un rebus relativo al fumo, la "sozza abitudine", come la chiamava Svevo (attraverso Zeno Cosini). E a cosa, in verità, se non a un* continuo cedimento, *può far pensare il lungimirante (se pensiamo a quanti milioni di persone nel mondo tentano invano di smettere di fumare ogni anno) terzo capitolo della "Coscienza di Zeno"?*
> *A me, di solito, interessano i paradossi linguistici, ma qui l'effetto paradossale è piuttosto logico: "Oggi , 2 Febbraio 1886… Ultima Sigaretta" alla quale sono seguite migliaia di U.S. E ultime lo erano davvero, poiché la lingua italiana non conosce, a differenza di altre,* (last, latter, latest*) distinzioni tra la parola ultimo in senso "definitivo" e ultimo in senso meramente temporale, come semplicemente più recente.*
> *Tra le migliaia di lemmi e sintagmi sparsi qua e là nel romanzo si possono tentare zeppe sillabiche, sciarade, crittografie mnemoniche, monoverbi a frase; ma mi preme di più sondare nell'inconscio delle lettere e vedere se queste mi riportino al "continuo cedimento", cioè, se anche in questo caso si possa tentare un collegamento tra enigmistica, linguistica e letteratura. Come sempre l'arma principale, l'ariete, o, se preferite, il grimaldello rimane l'anagramma. Gli ex fumatori, ma anche Zeno, sanno che l'ultima sigaretta non è mai la più pastosa nel sapore, la più gustosa (forse per le speranze di redenzione che ad essa si legano) ed infatti…* ultima sigaretta = mi gusti alterata… *esperienza non troppo piacevole e forse è per questo che Zeno si gode il fumo in vecchiaia, quando può tranquillamente affermare di fumare una sigaretta che "sicuramente non sarà l'ultima".*

Ma ripercorriamo, momentaneamente la fase iniziale della sua "malattia", parole sue: la sua passione comincia, come anche oggi inizia per gli adolescenti (da sempre l'industria dei tabacchi è subdola), con la scelta della marca più in voga al momento e del pacchetto più sgargiante: "Intorno al Settanta se ne vedevano di quelle che venivano vendute in scatoline di cartone munite del marchio dell'aquila bicipite"; ma poi cambia marca, non contento del sapore, troppo aspro.
E non c'è da meravigliarsi: Aquila Bicipite = Baci quei pitali. *Da quella prima sigaretta austriaca con un marchio così evocativo comincia il tentativo di affrancarsene,; il protagonista fa di tutto per liberarsi del "veleno", della* nicotina in corpo. *Quest'ultima è uno stigma (inconsapevole, almeno al livello criptoletterale) per i fumatori* "cancro intoni poi". *E non sono servite a nulla le* ipnosi salaci *della psicoanalisi; forse quest'ultime lo avrebbe aiutato di più se egli avesse fatto uso di droghe:* lasciai spino. *Il proposito che accompagna la giovinezza del Cosini è poi l'anagramma del nome dell'autore:* Italo Svevo, Svelai voto. *E va da sé che per potersi avverare – i voti, i fioretti, le cose che veramente ci si ripromette di fare – non debbano essere di dominio comune.*

* Qui riportato su gentile concessione dell'autore. Testo originale all'indirizzo: *http://freeweb.supereva.com/taccuinolessicale/1/analett.htm*

°

Una proposta di Paolo Corso

1. Con trattino, N è qui: *Contratti non equi*.

°

Una proposta di Tina Corso

1. V'è dov'è AF fascina NTI: *Vedove affascinanti.*

°

Un'idea di Ennio Peres

1. Con Corso sta tale: *Concorso statale*.

°

I rebus di Giovanni Ravesi

1. Gab(O)r, (M)iele, ca(R)relli: *Gabriele Carelli*
2. D ari, O Uri: *Dario Uri*
3. Stufa E, do N, casco P, putti L: *Stefano Pascolutti*
4. Pony T, occhio E, marroni C: *Pontecchio Marconi*
5. Mara G, radio V: *margravio*
6. Marta I, nato O, catis M: *Mariano Tomatis*
7. Piolo A, licheni R: *Paolo Licheri*

8. Will I, ampia NA: *William Piana*
9. Giò V, anni RA, V esi: *Giovanni Ravesi*
10. Star K: *Stark*
11. L'aura, mezz'etti: *Laura Mezzetti*
12. Piolo corto AS: *Paolo Corso*
13. Giò R, Giove C, "CH" I: *Giorgio Vecchi*

Nota di Giovanni Ravesi: Ho sempre avuto l'ambizione di emulare Ennio Peres e la sua infinita verve di rebussista, ma essendo negato per il disegno a mano libera e non avendo sottomano una Susanna Serafini, ma solo una fabbricante di crostate, mi sono sempre dovuto astenere. Poi, un bel giorno ho scoperto la ricerca immagini di Google ed ho provato ad utilizzarla, sbizzarrendomi a fare decine e decine di rebus. Certamente il risultato non è dei migliori e difficilmente pubblicabile. A parte la bontà enigmistica o meno, sulla quale non spetta a me formulare giudizi, si perde la possibilità di armonizzare le figure in un quadretto d'insieme, come saprebbero fare dei professionisti. Ma, mi son detto, ad una riunione d'amici si può anche non andare troppo per il sottile e potrebbe essere una cosa simpatica dedicare un rebus a ciascuno di loro. Detto fatto, ho confezionato 11 rebus ai quali ne ho aggiunto un 12° dedicato a Pontecchio Marconi, luogo del fatidico incontro, ed ora un 13°, dedicato a Willy, il marito di Laura (o dovrei scrivere L'aura?) che si era scherzosamente lamentato per essere rimasto a bocca asciutta.
Faccio anche ammenda per essermi fatto sfuggire il doppio cognome di Mariano che, tra l'altro, sarebbe stato facilissimo aggiungere con un manifesto di un qualunque film di Michelangelo Antonioni…

°

Una raccolta di Mariano Tomatis

1. L'espressione vale 0 perché uno dei termini del prodotto è $(x - x)$.

2.1 In italiano il gioco ha un buco nero diverso, ovvero il 3 ("tre", costituito in effetti da 3 lettere). Anche partendo da "un milione", il buco nero si raggiunge alla sesta iterazione:

$$f(1000000)=9,\ f(9)=4,\ f(4)=7,\ f(7)=5,\ f(5)=6,\ f(6)=3$$

La presenza di due buchi neri distinti in due lingue diverse non è un paradosso: Ecker parla di "funzione dipendente dal linguaggio", e in effetti la funzione f può essere più correttamente formalizzata in questo modo:

$$f_L(x) = \{\text{numero di lettere nella parola } x \text{ espressa in lingua L}\}$$

Con questa nuova definizione è più evidente che i due buchi neri 4 e 3 sono distinti soltanto perché le due funzioni $f_{inglese}$ ed $f_{italiano}$ sono distinte.

2.2 In giapponese, 2 si scrive "Ni" e 3 si scrive "San", dunque $f(2)=2$ e $f(3)=3$.

Se 2 fosse un buco nero, dovrebbe esistere per ogni numero naturale x un numero k per cui $f^{k}(x)=2$. Ma se poniamo $x=3$, per qualsiasi valore di k si ha $f^{k}(3)=3$. Simmetricamente, se 3 fosse un buco nero, dovrebbe esistere per ogni numero naturale x un numero k per cui $f^{k}(x)=3$. Ma se poniamo $x=2$, per qualsiasi valore di k si ha $f^{k}(2)=2$.
Lo stesso ragionamento potrebbe applicarsi all'esperanto, dove "du" indica il 2, "tri" il 3 e "kvar" il 4.

2.3 Sì. Utilizzando come base l'*espressione onesta* "tre", possiamo aggiungerle a piacere le parole "più sei", che essendo costituite da 6 lettere producono sempre nuove "espressioni oneste": "tre più sei" (9), "tre più sei più sei" (12), ecc.

3.1 Partendo dal numero 5, si produce un ciclo in 10 passi, convergendo al numero 3122331415. Per tutti i valori N successivi, fino al 9, le serie convergono in 10 passi al numero 312233141N.

3.2 I numeri che conducono a 21322314 sono infiniti. Ad esempio, tutti i numeri della forma 10^{N} per qualunque N intero positivo o nullo conducono a 21322314 in 12 passi.

3.3 Il numero 22: si tratta dell'unico numero invariante.

3.4 Sì: i numeri 202 e 220 e, più in generale, tutti i numeri composti da due cifre 2 e un numero qualsiasi di zeri (2200, 20002, ecc.) raggiungono in un passo il numero 22, e qui ciclano.

3.5 Sì: avendo identificato un numero (202) che entra nel ciclo in un passo, è sufficiente trovare un numero che lo preceda. Il numero composto da venti 2 consecutivi è il più piccolo.

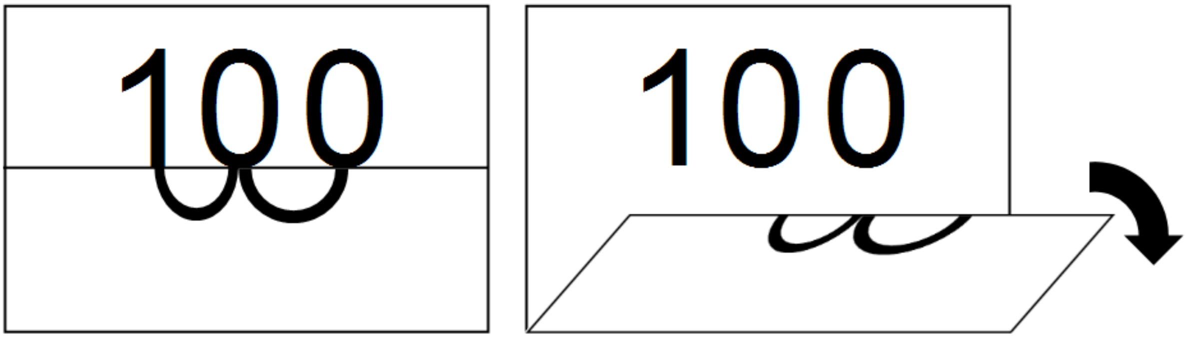
3.6 Sì, e lo si può dimostrare per induzione. 202 produce un ciclo di lunghezza 1. Se il numero 10M+2 produce un ciclo di lunghezza N, il numero composto da M cifre "2" produce un ciclo di lunghezza N+1.
Infatti 202 produce un ciclo di lunghezza 1. Poiché $202 = 10{\cdot}20+2$, il numero composto da 20 cifre "2" (ovvero 22222222222222222222) produce un ciclo di lunghezza 2. Il numero successivo è mostruosamente grande, essendo costituito da un numero di cifre "2" pari a 2222222222222222222, e produce un ciclo di lunghezza 3. Iterando, si possono produrre cicli di qualsiasi numero N di passi.

3.7 Sì, la serie che parte da 46 è la prima a non convergere ad un valore fisso ma ad una coppia di valori che si descrivono vicendevolmente: 314213241516 e 412223241516. Questo capita anche con i successivi numeri 47, 48 e 49; a variare sono le coppie finali. I due valori prodotti da 46 finiscono con la cifra 6. I valori prodotti da 47, 48 e 49 finiscono con le cifre 7, 8 e 9. Ad esempio, la coppia prodotta dal 49 è costituita da 314213241519 e 412223241519.
I numeri 64 e 65 sono la prima coppia di numeri consecutivi a convergere ad un'identica coppia di valori, che sono di nuovo 314213241516 e 412223241516.

I due numeri ricordano il sistema di due frasi non autoreferenziali che si descrivono vicendevolmente:

La frase successiva è costituita da quarantotto lettere.
La frase precedente è costituita da quarantotto lettere.

4. Per tracciare il numero 100 è necessario usare un trucco, piegando il foglio per realizzarlo e nascondendo le righe di troppo:



5. Sì, è possibile. Esiste in effetti una variante di questo gioco di prestigio ancora più sorprendente, nella quale si usano 27 carte e – prima delle tre distribuzioni – si chiede allo spettatore di dire un numero da 1 a 27. Dopo le tre distribuzioni, la carta si trova esattamente alla posizione indicata dallo spettatore. La cosa notevole è che il prestigiatore è in grado di far convergere la carta in quella posizione pur ignorandone il valore, e soltanto definendo mentalmente la corretta funzione f che ha come buco nero il valore b annunciato dallo spettatore!
Le 27 varianti della funzione f si traducono in 27 modi diversi di ricomporre i mazzetti durante le tre distribuzioni. Mentre nella versione classica il mazzetto "chiave" (ovvero quello contenente la carta scelta) deve finire al secondo posto, tra gli altri due, definendo una sequenza che si può indicare con 2-2-2, se si desidera che la carta finisca al primo posto del mazzo è sufficiente raccogliere i mazzetti in modo che quello "chiave" finisca sempre sopra gli altri, al primo posto, con una sequenza 1-1-1. Similmente, se si vuole che finisca al secondo posto, è sufficiente raccoglierlo con una sequenza 2-1-1 (ovvero la prima volta si mette il mazzetto chiave al secondo posto, mentre le altre due volte lo si mette in cima agli altri). Per ogni valore indicato dallo spettatore, è semplicemente l'ordine in cui i tre mazzetti vengono raccolti a determinare la posizione finale della carta scelta. Ecco una comoda tabella:

1	1-1-1	10	1-1-2	19	1-1-3
2	2-1-1	11	2-1-2	20	2-1-3
3	3-1-1	12	3-1-2	21	3-1-3
4	1-2-1	13	1-2-2	22	1-2-3
5	2-2-1	14	2-2-2	23	2-2-3
6	3-2-1	15	3-2-2	24	3-2-3
7	1-3-1	16	1-3-2	25	1-3-3
8	2-3-1	17	2-3-2	26	2-3-3
9	3-3-1	18	3-3-2	27	3-3-3

Accanto ad ogni posizione richiesta compare la terna corrispondente alla posizione che il mazzetto "chiave" deve assumere dopo ogni ricomposizione.
Mario Sintini ha proposto questo metodo per calcolare mentalmente la terna partendo dalla posizione richiesta*:

> ***Prima cifra chiave.*** *Divido il numero scelto per 3: se non c'è resto, la cifra chiave è 3; altrimenti il resto (1 o 2) rappresenta la cifra chiave.*
> ***Seconda cifra chiave.*** *Conto per tre usando tre dita di una mano (pollice=1; indice=2; medio=3), fino ad arrivare al multiplo di tre più vicino per difetto al numero scelto: se non c'è resto l'ultimo dito alzato è la cifra chiave; altrimenti essa corrisponde al dito successivo.*
> ***Terza cifra chiave.*** *Si ricava immediatamente senza difficoltà.*

* Carlo Sintini, *Quiz e giochi matematici*, Milano: Longanesi & C., 1979, p.120

E' facile notare che numerando i mazzetti come 0, 1 e 2, per risalire alla terna è sufficiente scrivere il numero scelto, sottraendogli uno, in sistema ternario ed invertirne le cifre. Ad esempio, se viene nominato il numero 22, è sufficiente scrivere 21 in sistema ternario, ovvero "210". Dunque la sequenza corrispondente è 0-1-2.

6. Le due persone possono dire la verità (V) o mentire (F). Le quattro combinazioni sono VV, VF, FV, FF. La prima combinazione è da escludere perché il problema pone come ipotesi che uno dei due stia mentendo. La combinazione VF è da escludere: se il primo dice la verità, è un maschio, il che fa dedurre che l'altra persona è una femmina. Ma costei non mente affatto, affermando di essere una femmina. Per una ragione simmetrica dobbiamo escludere la combinazione FV. L'unica combinazione possibile è la FF: entrambi mentono, dunque la persona con i capelli neri è la femmina e quella con i capelli rossi è un maschio.

8.1 Chi dei tre dice la verità? Se fosse Alberto, potremmo affermare che Martin Gardner ha più di mille libri. Ma Carlo direbbe anch'egli la verità affermando che ne ha almeno uno. Dunque Alberto mente. Se fosse Barbara a dire la verità, potremmo affermare che Martin Gardner ha qualche libro ma meno di mille. Ma Carlo direbbe di nuovo la verità affermando che ne ha almeno uno. Concludiamo che dev'essere Carlo a dire la verità: Martin Gardner ha almeno un libro. Ma quanti? Non più di mille, perché Alberto mente. Non meno di mille, perché Barbara mente. L'unica soluzione possibile è che Martin Gardner abbia *esattamente* 1000 libri.

8.2 Chi dei tre dice la verità? Se fosse Alberto, potremmo affermare che Raymond Smullyan ha mille o più libri. Ma Carlo direbbe anch'egli la verità affermando che ne ha almeno uno.
Se fosse Carlo, potremmo affermare che Raymond Smullyan ha uno o più libri, ma qualunque numero ne avesse, o Alberto o Barbara starebbero dicendo la verità.
E' dunque Barbara a dire la verità: Raymond Smullyan ha meno di mille libri. Ma quanti? Poiché Carlo mente affermando che ne ha almeno uno, allora Raymond Smullyan non ha alcun libro.

Nota personale: adoro l'accostamento di questi due enigmi, perché mostrano l'abissale differenza che può esserci tra due sistemi di frasi apparentemente molto simili tra loro.
Martin Gardner ne proponeva soltanto uno, commettendo un errore. Ecco le sue tre frasi:

"Feemster ha più di mille libri"
"No, ne ha di meno"
"Di certo ne ha almeno uno"

La sua risposta è che Feemster non ha alcun libro. Le tre frasi, però, non escludono che Feemster abbia mille libri! Da qui la mia idea di trarne due sistemi separati, che conducono alle due diverse soluzioni.
In una nota, Gardner ammette la possibilità di due risposte, e spiega che la seconda frase è effettivamente ambigua; nelle sue intenzioni, doveva significare *"No, ne ha meno di quanti abbia appena affermato il primo"*, il che escluderebbe la soluzione 1000.

10. No, settantadue ore dopo non poteva essere soleggiato, perché era *mezzanotte* di tre giorni dopo.

2° RADUNO DI IT.HOBBY.ENIGMI – PONTECCHIO MARCONI (BO)