FONDO DEL FALCONE

21613
BIBLIOTECA PROVINCIALE
Armadio 37 D 29
Palchetto
Num.° d' ordine 29

R. BIBLIOTECA
NAZIONALE
B. Prov.
I.
1859
NAPOLI
VITT. EM. III

Digitized by Google

B. Gov. II 1859-62

Digitized by Google

Digitized by Google

6111-23

RECREATIONS MATHEMATIQUES ET PHYSIQUES,

QUI CONTIENNENT

Plusieurs Problêmes d'Arithmétique, de Géométrie, de Musique, d'Optique, de Gnomonique, de Cosmographie, de Mécanique, de Pyrotechnie, & de Physique. Avec un Traité des Horloges Elementaires.

Par feu M. OZANAM, de l'Académie Royale des Sciences, & Professeur en Mathematique.

NOUVELLE EDITION,

Revûë, corrigée & augmentée.

TOME PREMIER.

BIBLIOTECA

A PARIS,

Chez CLAUDE JOMBERT, ruë S. Jacques, au coin de la ruë des Mathurins, à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. XXV.

AVEC PRIVILEGE DU ROY.

Digitized by Google

Digitized by Google

A MONSIEUR

LE CHEVALIER D'HARCOURT,

Colonel Réformé de Dragons, & Guidon de la Gendarmerie.

MONSIEUR,

Voici un Corps de Récréations Mathématiques que j'ai l'honneur de vous preſenter. J'oſe me flatter qu'il pourra vous plaire ; votre inclination pour la Science qu'il renferme, m'en eſt un ſûr garand.

*

Digitized by Google

Souffrez que mon Livre paroiſſe à l'ombre de votre Nom ; la protection que vous lui accorderez ſera un préjugé heureux pour le ſuccès. Le goût exquis que vous faites paroître pour cette Science, l'ardeur avec laquelle vous vous y appliquez, les ſuccès merveilleux que vous y faites, ſur-tout dans cette Partie, qui regarde les Fortifications & la Guerre, nous font concevoir de vous de grandes eſperances.

C'eſt l'ardeur de plaire au Roy, & de lui être un jour utile ; c'eſt le zele pour ſon ſervice qui vous anime à vous perfectionner dans cette étude, ſi neceſſaire à l'Etat.

Ce zele pour le ſervice de Sa Majeſté ne vous eſt pas étranger : il eſt naturel, & comme héréditaire à tous ceux qui portent votre nom. Qu'il eſt beau d'y joindre, comme vous faites, les ſentimens de probité, d'honneur & de Religion, ſi rare à votre âge ! Cette politeſſe aiſée & naturelle, cette inclination bienfaiſante, d'obliger & de faire plaiſir : marque certaine d'une ame noble & genereuſe.

Ce ſont ces vertus, MONSIEUR, *qui vous ont gagné le cœur & l'affection de tous ceux qui vous connoiſſent ; ce ſeront elles qui vous feront*

Digitized by Google

meriter l'eſtime & les bontez du plus aimable des Rois : par elles vous avancerez dans la route qui mene à la véritable gloire ; c'eſt celle que vous ont tracée vos illuſtres Ayeux. Ce ſeroit ici le lieu de rapporter leurs actions héroïques, & les ſervices rendus à l'Etat ; mais nos Hiſtoires en ſont remplies.

Je ne m'arrêterai pas à vanter l'antiquité & la Nobleſſe de votre Maiſon, ni ſes Alliances avec toutes les Maiſons Souveraines de l'Europe, & même avec l'Auguſte Maiſon de France.*

Je n'oſe même entâmer le récit des actions du Heros qui vous donna la naiſſance, de peur d'en diminuer l'éclat par la foibleſſe de mon ſtile. On ſçait qu'il réüniſſoit en lui ſeul les talens qui pouvoient illuſtrer pluſieurs perſonnes à la fois ; ceux de grand Capitaine, de grand Politique, & de parfait Citoyen. On l'a vû toûjours intrepide & victorieux à la tête des Armées ; toûjours

* En 1359. le 14. Octobre Jean VI. Comte d'Harcourt, épouſa Catherine de Bourbon, petite-fille de S. Loüis, ſœur de Jeanne de Bourbon, Reine de France, ſœur de Blanche de Bourbon, Reine de Caſtille, ſœur de Bonne de Bourbon, Comteſſe de Savoye, & fille de Pierre I. Duc de Bourbon, Comte de Clermont.

En 1389. Jean VII. Comte d'Harcourt, épouſa le 17. Mars Marie d'Alençon, Princeſſe du Sang Royal, fille de Pierre Comte d'Alençon, petite-fille de Charles de Valois Comte d'Alençon, fils de Philippe le Hardy, &c.

Digitized by Google

ſage & impénétrable en ſes deſſeins, dans ſes Ambaſſades & dans ſes Negociations, toûjours zelé pour la gloire de ſon Roy, & pour le bien de l'Etat.

La ſeule Negociation pour la Couronne d'Eſpagne, la plus difficile qu'il y ait eu depuis l'origine de la Monarchie, & la plus glorieuſe pour la Maiſon de France, paſſera toûjours pour un chef-d'œuvre de politique, & immortaliſera ſon nom à jamais.

Je ne finirois pas, ſi je voulois faire le détail de toutes les vertus qui brilloient en lui; la noble paſſion que vous avez de marcher ſur ſes traces, & de l'imiter, nous fait eſperer de le voir revivre en vous. Rien n'eſt plus digne de vos nobles efforts; rien ne peut vous attirer plus d'honneur & plus de gloire. J'ai l'honneur d'être avec un profond reſpect,

MONSIEUR,

Votre très-humble & très-obéïſſant ſerviteur,
CLAUDE JOMBERT.

Digitized by Google

PREFACE.

I.

JE ne m'excuſerai pas de ce qu'après avoir donné au Public des Traitez ſerieux, qui demandent toute l'application des Lecteurs, il ſemble que je veuille diſſiper leur application, & les en détourner par les jeux d'eſprit que je leur préſente dans ces derniers Volumes. La memoire des grands hommes qui ont fait la même choſe que j'entreprends, eſt ſi glorieuſe, que leur exemple vaut toutes les juſtifications que je pourrois apporter. Le docte Bachet, ſieur de Meziriac, célébre par ſes excellens Ouvrages, commença à ſe faire connoître dans la Ré ublique des Lettres par un Recueil qu'il intitula, *Problemes plaiſans, qui ſe font par les Nombres.* Il voulut par ce Livre s'aſſurer de ſon talent, & du jugement du Public, avant que

Digitized by Google

de mettre au jour ſes Commentaires ſur l'Arithmétique de Diophante, & les autres Livres, qui lui ont acquis une gloire immortelle. Pluſieurs autres Auteurs de ce ſiecle, comme le fameux Pere Kircher, & les Peres Schot & Bettin n'ont pas moins fait de bruit dans le Monde ſçavant, par les Problêmes divertiſſans qu'ils ont mis dans leurs Ouvrages, que par leurs raiſonnemens, & par leurs plus ſerieuſes obſervations.

Quoique ces grands exemples puiſſent ſuffire pour autoriſer mon deſſein, neanmoins afin que ces hommes illuſtres, que j'ai pris pour garants, ne ſoient pas eux-mêmes expoſez à la cenſure de ceux qui voudroient les accuſer de nouveauté ; je produirai des exemples bien plus anciens, qui font voir que de tout temps les plus grands hommes ont tenu la même conduite, s'étant bien apperçûs que le même fonds de raiſon qui fait trouver du plaiſir dans l'admiration, en doit auſſi faire trouver dans les choſes qui ſont le ſujet de l'admiration.

Le commerce d'Enigmes que les Rois de Syrie entretenoient, & qui a fait durer ſi long-tems après eux le Stile Parabolique, n'étoit autre choſe que des jeux d'eſprit, & des entretiens également pro

Digitized by Google

pres à exciter le plaiſir, & à donner de l'élevation à l'eſprit. Les Grands de ce temps-là étoient faits comme ceux d'aujourd'hui : la peine les rebutoit, c'étoit un coup de l'adreſſe & de l'habileté extraordinaire de ceux qui les vouloient inſtruire, que de les attacher à l'étude & à la réflexion, par le plaiſir & par la curioſité. Je ne doute pas que l'éducation que Nathan donna à Salomon par cet exercice, n'ait beaucoup contribué à cette élevation d'ame, & à cette ſageſſe merveilleuſe qui fait le caractére & la gloire de ce Prince.

C'étoit auſſi par maniere de divertiſſement que les Chaldéens & les Egyptiens qui ont inventé l'Aſtronomie, marquoient par avance à leurs amis les jours & les circonſtances des Eclipſes, & qu'ils leur traçoient des figures qui partageoient la durée des jours, qui montroient les routes des Etoiles, & qui repréſentoient toutes les varietez des mouvemens des Cieux, perſuadez, auſſi-bien que les Grecs, que les premiers plaiſirs de l'eſprit ſont ceux que l'on emprunte des Mathematiques, dans leſquelles ils faiſoient élever leurs enfans. Il croyoient que ſi la raiſon des enfans étoit ſans action, elle n'étoit pas neanmoins ſans force, & qu'il n'y avoit qu'à lui

Digitized by Google

donner du mouvement pour la perfectionner ; ce qui se pouvoit faire, en donnant aux enfans de la curiosité qui fait en eux ce qu'une longue suite de nécessitez de la vie fait dans les personnes d'un âge plus avancé. C'est-là le secret de Socrate, qui tiroit des enfans les résolutions les plus difficiles de la Géométrie & de l'Arithmétique : c'étoit la clef avec laquelle il leur ouvroit l'esprit, il connoissoit leurs forces, il prédisoit leur destinée : c'étoit le Démon ou le Génie qu'il consultoit, & qui ne le quittoit jamais.

Bien que les jeux d'esprit, dont je parle, soient des amusemens, ils ne sont peut-être pas moins utiles que les exercices, ausquels on applique les jeunes personnes de qualité, pour façonner leurs corps, & pour leur donner le bon air ; car s'accoûtumer à connoître les proportions, la force des mélanges, à connoître le point qu'on cherche dans la confusion, à prendre de justes mesures dans les propositions les plus embrouillées & les plus surprenantes, c'est se faire l'esprit aux affaires, c'est s'armer contre les surprises, c'est se préparer à vaincre les difficultez imprévûes ; ce qui vaut bien autant que d'assûrer sa démarche par les leçons des Maîtres à danser, ou le ton de sa voix par celle des Musiciens.

Digitized by Google

Ne faut-il pas outre cela que l'on se délasse quelquefois ? & se peut-on délasser par des divertissemens que l'on mépriſe, ou dont on a honte ? Un homme d'Etat voudroit-il danſer au ſortir du Conſeil & des plus grandes affaires ? Seroit-il bien ſéant qu'il fût trouvé dans les exercices où il paſſoit ſon temps dans ſa jeuneſſe ? La bienſéance, les affaires, & la ſanté ne le permettent pas. Mais les jeux d'eſprit ſont de toutes les ſaiſons & de tous les âges : ils inſtruiſent les Jeunes, ils divertiſſent les Vieux, ils conviennent aux Riches, & ne ſont pas au deſſus de la portée des Pauvres ; les deux Sexes s'en peuvent accommoder ſans choquer la bienſéance.

Ceux qui ont eu la curioſité d'épier la conduite des grands Hommes dans leur particulier, ont trouvé qu'ils ſe ſont diſtinguez dans leurs divertiſſemens comme dans leur ſerieux. Auguſte jouoit les foirs avec ſa famille à des jeux d'eſprit ; il ne croyoit pas cela au deſſous de lui ; il écrivoit avec autant d'exactitude le détail de ſes divertiſſemens que celui des affaires ſerieuſes. Le ſçavant Juriſconſulte Mutius Scevola après avoir répondu à ceux qui le venoient conſulter, ſe divertiſſoit à jouer aux Echets, & étoit devenu un des meil-

Digitized by Google

leurs Joueurs de ſon temps. Le Pape Leon X. l'un des plus grands hommes de ſon ſiecle, jouoit auſſi quelquefois aux Echets, ſi l'on en croit Paul Jove, pour ſe délaſſer de la fatigue des affaires.

Il eſt certain que le Jeu des Echets a été inventé pour inſtruire, auſſi-bien que pour divertir : en repréſentant les attaques & les défenſes des pieces différentes, leur marche, & leurs avantures, on a voulu faire des leçons de morale, & montrer par le deſaſtre du Roy des Echets, qu'un Prince tombe immanquablement au pouvoir de ſes Ennemis, quand il s'eſt dépouillé de ſes Soldats ; & qu'il ne peut négliger la perte d'un ſeul de ſes Sujets, ſans s'expoſer à celle de ſes propres Etats.

On peut réduire tous les Jeux qui ont été inventez, ou qu'on pourroit inventer, à trois claſſes différentes : la premiere eſt de ceux qui dépendent abſolument des nombres & des figures, comme les Echets, le Jeu des Dames, & quelques autres : la ſeconde de ceux qui dépendent du hazard, comme les Dez, & les Jeux ſemblables : la troiſiéme de ceux qui dépendent de la juſteſſe des mouvemens, comme les Jeux de l'Arquebuſe, de l'Arc, de la Paume, & du Billard. Il y en a qui ſont mêlez d'adreſſe & de hazard, comme le Trictrac,

Digitized by Google

le Hocca, les Cartes, & la plûpart des autres. Mais il eſt conſtant qu'il n'y en a point qu'on ne puiſſe tellement ſoûmettre aux Regles des Mathématiciens, que l'on ne fut aſſuré de gagner, ſi l'on y pouvoit apporter toute l'habileté néceſſaire. Les Jeux d'adreſſe ont tant de rapport aux principes de la Statique & de la Mécanique, que ce n'eſt que faute d'en bien ſçavoir les Régles, ou de les bien mettre en uſage, que l'on ne gagne pas dans ces Jeux-là. Il n'y a point de Jeu de hazard, où la victoire ne dépende de la rencontre d'un nombre, ou du poids, ou de l'étendue de la figure. Le Joueur qui imprime le mouvement, pourroit déterminer la fin, s'il étoit parfaitement habile, & quoique cela ne paroiſſe pas poſſible, parce qu'on ne trouve perſonne d'une parfaite habileté, il eſt neanmoins vrai que l'on pourroit le faire, & qu'une méthode infaillible de gagner aux Echets, n'eſt pas abſolument impoſſible; perſonne ne l'a encore trouvée, & je ne crois pas qu'on la trouve jamais, parce qu'elle dépend d'un trop grand nombre de combinaiſons. C'eſt aſſez qu'un point de perfection ſoit poſſible, pour engager les Curieux au travail. L'Orateur parfait, diſoit Ciceron, n'a jamais été, mais il eſt poſſible; ſon idée,

V. l'Eſſai d'Analyſe ſur les Jeux de hazard par M. de Montmor.

Digitized by Google

telle que ce grand Maître l'a peint, ſert de modéle à ceux qui ſe mettent en devoir de ſe rendre habiles en Eloquence. Il en eſt de même du Poëte, du Peintre, de l'Architecte, du Medecin, & de tous les autres. Auſſi quoiqu'il ſoit vrai que perſonne ne ſçaura jamais la méthode immanquable de tous les Jeux, ni peut-être d'aucun, neanmoins il ne faut pas laiſſer de s'y rendre le plus habile que l'on peut, en tâchant d'approcher de l'idée qu'on ſe fait de cette méthode, qui eſt enfermée dans l'exactitude des regles & des principes des Mathématiques.

C'eſt une choſe bien extraordinaire que de vouloir mettre les Joueurs dans mon parti, & engager dans l'étude des Récréations Mathematiques les Hommes d'Etat, & les Capitaines : mais puis-je empêcher tout le monde de profiter des leçons qui ſont établies ſur les principes les plus naturels, & ſur les veritez attachées à l'eſſence des choſes ? Puis-je défendre des plaiſirs qui ſont engageans par leur utilité, & qui ſont ſi communs, ſi faciles, & ſi propres à tous ceux qui ont de la raiſon, qu'on ne peut les ôter aux hommes, ſans les priver de ce qu'il y a de plus agréable à la vie.

Digitized by Google

II.

On croit depuis si long-temps, qu'il y a eu quelque Art secret entre les plus sçavans des Juifs, des Arabes, & des Disciples de cette ancienne Académie qui se tenoit en Egypte, où Moïse fut élevé, & qui fleurissoit encore du temps de Salomon, que cela a excité la curiosité des meilleurs esprits, pour découvrir ce qui en est: mais le moyen d'apprendre un Art sans Maître & sans Livres? Les Sçavans de ces temps-là n'écrivoient point, ou s'ils écrivoient, c'étoient des Enigmes & des Discours si éloignez de ce qu'on attend, qu'on peut dire que leur silence est plus instructif que leur discours.

Le Pere Schot dit qu'il y a trois sortes de Cabales, c'est le nom qu'il donne à cet Art secret des Orientaux, celle des Rabins, celle de Raimond Lulle, & celle des Algebristes. Il ne peut dire ce que c'est que la premiere, les deux dernieres sont des Jeux de nombres & de figures; je ne doute pas que la premiere ne soit la même chose. Josephe qui étoit Prêtre, écrit hardiment que par le droit de sa naissance, il avoit été instruit dans tous les mysteres des Juifs, & qu'on lui avoit enseigné tous les secrets de leur Art. Il se flata

Digitized by Google

par un esprit de Cour, qui l'emporta par dessus sa conscience, d'avoir prédit par la force de cet Art l'élevation de Titus qui fut Empereur. Il cacha son jeu, comme un habile homme doit faire. Il soûtient le personnage de merveilleux, & quand il parle de l'avanture où il faillit à perdre la vie par le desespoir de ses Soldats, resolus de s'égorger les uns les autres plûtôt que de se rendre aux Romains, il attribue sa conservation ou au hazard, ou à un miracle. Cependant il est à croire que Josephe ne fit ce miracle que par la science des nombres & des figures; il fit ranger ces desesperez de maniere que le sort tomba sur ceux que le Capitaine voulut bien laisser périr. Il sauva sa vie, parce qu'il étoit Mathématicien, & non pas parce qu'il étoit Levite. Ce qui fait voir que les connoissances les plus abstraites se peuvent réduire en pratique, & qu'on peut mettre à quelque usage, ce qui en paroît le plus éloigné.

V. page 248 du Tome I.

Je m'étonne de ce que du temps des Empereurs Diocletian & Constantin, les Loix défendirent les Mathématiques, comme des connoissances dangereuses, en condamnant les Mathématiciens & les Sorciers aux mêmes peines, comme également criminels & pernicieux à la societé

Digitized by Google

civile, selon ce qui paroît par le Titre 17. du Livre 9. du Code de Justinian. Je crois que c'est par l'ignorance qui regnoit en ce temps-là, & par le grand nombre des Charlatans, qui se servoient des Mathématiques pour imposer & pour tromper la crédulité des ignorans. Mais il faut blâmer la stupidité de ceux qui se laissent tromper, & il ne faut pas autoriser la fainéantise de ceux qui ne veulent pas cultiver assez leur esprit pour être en état de n'être jamais surpris. On a vû des Etats qui ont permis les soupleſſes & les petits larcins faits avec adresse, pour tenir les particuliers sur leurs gardes, & pour les accoûtumer à prendre toûjours de bonnes précautions.

L'ignorance tient le monde dans une admiration perpetuelle, & dans la méfiance; ce qui produit toûjours une envie invincible de blâmer & de persécuter ceux qui sçavent quelque chose de plus que le commun, qui n'étant pas accoûtumé à s'élever au dessus des choses sensibles, & ne pouvant s'imaginer que la Nature employe des agens qui ne soient pas visibles & palpables, attribue souvent aux Sorciers & aux Démons tous les effets, dont il ne connoît pas la cause. Je veux par mes Récréations Mathématiques, enseigner tout

Digitized by Google

le monde à faire ces ſorceleries, qui faiſoient peur aux gens du Conſeil de Juſtinian ; & par-là je ferai plus qu'un ſçavant homme *, qui s'eſt contenté du ſimple raiſonnement, pour défendre ſaint Thomas d'Aquin, Albert le Grand, Salomon, & pluſieurs autres grands Hommes, qui n'ont été accuſez d'être Magiciens, que parce qu'ils ſçavoient faire quelque choſe de plus que les autres.

* Gabriel Naudé.

Un ſeul Livre n'étant pas capable de contenir toutes les propoſitions qu'on peut faire ſur cette matiere, on a diviſé cet Ouvrage en trois Volumes, où l'on donne les Problêmes les plus faciles, les plus utiles & les plus agréables. Le premier contient les Problêmes d'Arithmétique, de Géométrie, de Muſique, & d'Optique. Le ſecond Volume comprend les Problêmes de Gnomonique, de Coſmographie, & de Mécanique. Le troiſiéme Volume renferme les Problêmes de Pyrotechnie, & de Phyſique, avec un Traité des Horloges Elementaires.

Digitized by Google

AVIS DU LIBRAIRE.

JE fais imprimer la Nouvelle Mécanique de feu M. Varignon, dont le Projet a été imprimé en 1687. ce ſera un gros Volume in quarto, avec trente Planches gravées en taille douce, qui ſortiront hors du Livre. On le débitera ſur la fin des vacances. L'on donnera enſuite ſes Lettres écrites à tous les Sçavans de l'Europe, avec les Réponſes, qui pourront faire deux Volumes in quarto, & ſon Traité du Mouvement, qui ſera un gros Volume auſſi in-quarto. Je vais encore faire imprimer un Livre intitulé : l'Architecture Moderne pour la diſtribution de toutes ſortes de Bâtimens, à commencer par une place de trois toiſes de face, juſqu'à vingt-quatre, dont la plûpart ont trois diſtributions différentes, avec les Elevations & les Profils, un Devis general de toutes les parties d'un Bâtiment, & la maniere de les toiſer, avec une Explication de tous les articles de la coûtume concernant les Bâtimens : ce Livre ſera un gros Volume in quarto, avec plus de cent Planches en taille douce.

Digitized by Google

Fautes à corriger dans le premier Tome.

PAge 39 en marge, au lieu de Problême II. *lis.* Problême XI.

Page 177 Réduiſez la ſolution Latine du Problême de l'Aſne & du Mulet au ſeul Vers *Menſuras quinque hæc, & ſeptem Mulus habebat.*

Pag. 209 *lig.* 16 au lieu de 0−60, *lis.* 0+60.

Pag. 390 *lig.* 8 au lieu de AD, *lis.* AB.

Pag. 417 à la marge de la ligne 20, au lieu de Fig. 15. *liſez* Fig. 14.

Pag. 436 *lig* 14 après ces mots, *avec un petit bâton*, ajoûtez : ou plûtôt avec le bout d'une plume ébarbée, qui ne boit pas l'eau comme le petit bâton.

RECREATIONS

Digitized by Google

RECREATIONS MATHEMATIQUES ET PHYSIQUES.

Problemes d'Arithmetique.

COMME je ne prétens pas proposer des Problêmes difficiles, je ne prétens pas aussi en donner les démonstrations, pour ne pas embarrasser le Lecteur que je veux divertir. Je me contenterai de donner la solution de ces Problêmes par des regles qui ne sont sujettes à aucune erreur.

PROBLEME I.

Des Religieuses sont retirées en huit Cellules tellement disposées, qu'il y en a quatre dans les quatre coins du Dortoir bâti en quarré, & chacune des quatre autres est au milieu de chaque coté. L'Abbesse,

Digitized by Google

qu'on ſuppoſe aveugle, fait ſa viſite : elle compte le nombre des Religieuſes qui ſont dans les trois Cellules d'un rang ; elle trouve que le nombre des Religieuſes d'un rang eſt égal à celui de chaque autre rang, en prenant pour un rang deux Cellules des coins & celle du milieu. Cette Abbeſſe fait une ſeconde viſite, & compte dans chaque rang le même nombre de perſonnes que dans la premiere viſite, quoiqu'il y ſoit entré quatre hommes. Enfin dans la troiſiéme viſite qu'elle fait, elle trouve encore dans chaque rang le même nombre de perſonnes qu'auparavant, quoique les quatre hommes ſoient ſortis, & qu'ils ayent emmené chacun une Religieuſe.

JE ſuppoſe qu'il y ait d'abord trois Religieuſes dans chaque Cellule. L'Abbeſſe en comptera neuf à chaque rang dans la premiere viſite qu'elle fera. Si enſuite une Religieuſe ſort de chaque Cellule du coin pour entrer avec un homme dans la Cellule du milieu, qui eſt à ſa gauche, l'Abbeſſe faiſant ſa ſeconde viſite, trouvera encore neuf perſonnes dans chaque rang du Dortoir. Enfin ſi chaque homme * emmene ſa Religieuſe, & que deux Religieuſes ſortant de chaque Cellule du milieu, entrent dans l'une des Cellules des coins qui eſt à leur droite, l'Abbeſſe comptera dans une troiſiéme viſite neuf perſonnes à chaque rang du Dortoir.

REMARQUES.

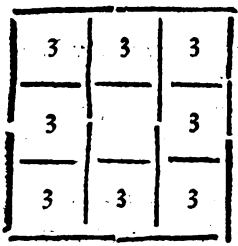
On peut aiſément executer ce Problême avec des jettons, & le pouſſer plus loin, en faiſant faire une quatriéme viſite à l'Abbeſſe, qui trouvera toûjours neuf perſonnes à chaque rang du Dortoir, quoique chaque Religieuſe, qui étoit ſortie avec un hom-

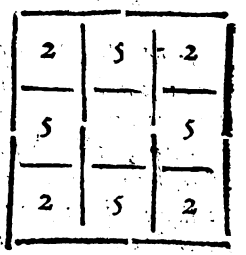
* Qui étoit enfermé dans la Cellule du milieu.

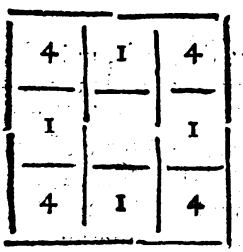
Digitized by Google

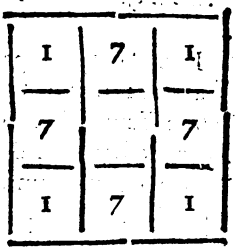
me, soit rentrée avec deux hommes avant cette quatriéme visite. Il faut faire passer de chaque Cellule du coin trois Religieuses dans la Cellule du milieu, où elles entreront avec leur Compagne, qui y amenera deux hommes.

Ces Figures feront connoître sensiblement ce qu'il y a à faire pour la solution de ce Problême.









PROBLEME II.

On a mené sur le bord d'une riviere un Loup, une Chevre & un Chou. On propose à un Batelier de les passer seul à seul, de maniere qu'en son absence le Loup ne fasse aucun mal à la Chevre, & que la Chevre ne touche point au Chou.

LE Batelier commencera par passer la Chevre; puis il retournera prendre le Loup; quand il

Digitized by Google

aura passé le Loup, il ramenera la Chevre, qu'il laissera à bord pour passer le Chou du côté du Loup. Enfin il retournera prendre la Chevre, & la passera. Par ce moyen le Loup ne se trouvera avec la Chevre, ni la Chevre avec le Chou, qu'en la présence du Batelier.

PROBLEME III.

Trois Maris jaloux se trouvent avec leurs Femmes pendant une nuit fort obscure, au passage d'une riviere. Ils rencontrent un bateau sans Batelier. Ce bateau est si petit, qu'il ne peut porter que deux personnes à la fois. On demande comment ces six personnes passeront deux à deux, de sorte qu'aucune Femme ne demeure en la compagnie d'un ou de deux Hommes, si son Mari n'est présent.

DEux Femmes passeront d'abord, puis l'une ayant ramené le bateau, repassera avec la troisiéme Femme. Ensuite l'une des trois Femmes ramenera le bateau, & se mettant à terre, laissera passer les deux Hommes dont les deux Femmes sont de l'autre côté. Alors un des Hommes ramenera le bateau avec sa Femme, & la mettant à terre, il prendra le troisiéme Homme, & repassera avec lui. Enfin la Femme qui se trouve passée entrera dans le bateau, & ira chercher en deux fois les deux autres Femmes.

On mettra ici quatre Vers Latins qui contiennent la solution de ce Problême.

It duplex mulier, redit una, vehitque manentem;
Itque una, ntuntur tunc duo puppe viri.
Par vadit & redeunt bini; mulierque sororem
Advehit: ad propriam fine marituſ abit.

Digitized by Google

REMARQUES.

On propose encore ce Problême sous le titre de trois Maîtres & de trois Valets. Les Maîtres s'accordent bien ensemble, & les Valets aussi. Mais chaque Maître ne peut souffrir les Valets des deux autres Maîtres ; de maniere que s'il se trouvoit avec l'un des deux Valets ; en l'absence de son Maître, il ne manqueroit point de le bien battre.

PROBLEME IV.

Faire l'Addition d'une maniere particuliere, & qui soit inconnue à tout autre.

CEtte Addition est pratiquée par les Marchands qui ne se servent point des chifres ordinaires, pour marquer le prix de leurs marchandises. Ils se font une Arithmetique particuliere avec des lettres, ou tels autres caracteres qu'il leur plaît. Ils prennent, par exemple, ces dix lettres de nôtre Alphabeth, b. o. n. e. f. a. c. i. u. s. ausquelles ils donnent la valeur des chiffres 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 0. Ainsi quand ils veulent marquer 11. ils désignent ce nombre par bb. quand ils veulent exprimer 59. ils le font par fu. Ils employent ces lettres de la même maniere qu'on a coûtume d'employer les chifres ordinaires 1. 2. 3. &c. en sorte que ces caracteres b. o. n. &c. étant à la premiere place à droite, ne marquent que des unitez ; mais quand ils se trouvent à la deuxiéme place, ils signifient des dixaines ; à la troisiéme ils expriment des centaines, & ainsi des autres ; de même que dans l'Arithmetique, où nous nous servons des caracteres Arabes. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 0.
b. o. n. e. f. a. c. i. u. s.

Digitized by Google

EXEMPLES.

11. 12. 13. 14. 24. 25. 36. 48. 59. 60. 112. &c.
bb. bo. bn. be. oe. of. na. ci. fu. ao. bbo. &c.

PROBLEME V.

Soustraire par une seule operation plusieurs sommes de plusieurs autres sommes données.

POur ôter toutes les sommes d'en bas, qui sont au dessous de la ligne en B, de toutes les sommes d'en haut, qui sont au dessus de la ligne en A, on commencera à ajoûter les nombres de la premiere colonne d'en bas à la droite, en disant 8 & 4 font 12, & 2 font 14, que l'on ôtera de la plus proche dixaine, c'est-à-dire, de deux dixaines, ou de 20 : le reste sera ajoûté à la colonne correspondante de dessus, en disant 6 & 8 font 14, & 2 font 16, & 4 font 20, & 3 font 23, il faudra écrire 3 au dessous ; & parce qu'il y a ici deux dixaines comme auparavant, on ne retiendra rien. Ajoûtez de la même façon les nombres de la colonne suivante d'en bas, en disant 0 & 5 font 5, & 4 font 9, qu'on ôtera de la plus proche dixaine ; ou de 10 : le reste 1 sera ajoûté à la colonne correspondante d'en haut, en disant 1 & 4 font 5, & 5 font 10, & 6 font 16, & 4 font 20, il faudra écrire 0 au dessous ; & parce qu'il y a ici deux dixaines, & que dans la colonne d'en bas il n'y en

56243	
84564 A	
3252	
26848	
2942	
3654 B	
2308	
162003	

Digitized by Google

a eu qu'une, on retiendra la différence 1, qu'on ôtera de la colonne ſuivante d'en bas, à cauſe qu'on a trouvé plus de dixaines en A qu'en B; car il la faudroit ajoûter, ſi l'on avoit trouvé moins de dixaines en A qu'en B. Quand il arrivera que cette différence ne pourra être ôtée de la colonne d'en bas, pour n'y avoir point de figures ſignificatives, comme il arrive ici à la cinquiéme colonne, on l'ajoûtera à la colonne d'en haut, & l'on écrira toute la ſomme au deſſous de la ligne, de ſorte que dans cet exemple l'on aura 162003, pour le reſte de la Souſtraction.

PROBLEME VI.

Multiplication abregée.

POur multiplier un nombre quelconque, par exemple, 128 par un nombre qui ſoit produit par la Multiplication de deux autres, comme par 24, qui eſt produit par la Multiplication de ces deux 4, 6, ou de ces deux autres 3, 8; on multipliera le nombre propoſé 128 par 4, & le produit 512 par 6: ou bien on multipliera le nombre propoſé 128 par 3, & le produit 384 par 8, & l'on aura 3072 pour le produit de la multiplication qu'il falloit faire.

D'où il ſuit, que pour multiplier un nombre propoſé par un nombre quarré, il faut multiplier le nombre propoſé par le côté de ce nombre quarré, puis multiplier le produit par le même côté. Comme pour multiplier 128 par 25, dont la Racine quarrée, ou le côté eſt 5; on multipliera 128 par 5, & le produit 640 encore par 5, & l'on aura 3200 pour le produit de la Multiplication.

Digitized by Google

Ainſi pour ſçavoir combien il y a de pieds quarrez en 32 toiſes quarrées, on multipliera 32 par 6, & le produit 192 encore par 6, & l'on aura 1152 pour le nombre des pieds quarrez qu'on cherche.

Pour multiplier un nombre quelconque, par exemple, 128 par un nombre qui ſoit produit par la Multiplication de trois autres, comme par 108, qui eſt produit par la Multiplication de ces trois 2, 6, 9, ou de ces trois 3, 6, 6; on multipliera le nombre propoſé 128 par 2, le produit 256 par 6, & le ſecond produit 1536 par 9. Ou bien l'on multipliera le nombre propoſé 128 par 3, le produit 384 par 6, & le ſecond produit 2304 encore par 6, & l'on aura 13824 pour le produit qu'il falloit trouver.

D'où il ſuit, que pour multiplier un nombre propoſé par un nombre cubique, il faut multiplier le nombre propoſé par le côté de ce nombre cubique, le produit par le même côté, & le ſecond produit encore par le même côté. Comme pour multiplier 128 par 125, dont la Racine cubique ou le côté eſt 5, on multipliera d'abord 128 par 5, puis le produit 640 encore par 5, enfin le ſecond produit 3200 par 5, & l'on aura 16000 pour le produit de 128 par 125. Ainſi pour ſçavoir combien il y a de pieds cubes en 32 toiſes cubes, on multipliera 32 par 6, enſuite le produit 192 auſſi par 6, enfin le ſecond produit 1152 encore par 6, & l'on aura 6912 pour le nombre des pieds cubes qu'on cherche.

Pour multiplier un nombre quelconque par telle puiſſance qu'on voudra de 5, on ajoûtera au nombre propoſé vers la droite autant de zero que l'expoſant de la Puiſſance comprendra d'unitez, comme un zero pour 5, deux zero pour ſon quarré 25,

Digitized by Google

trois zero pour ſon cube 125, & ainſi de ſuite. On diviſera ce nombre ainſi augmenté par une ſemblable Puiſſance de 2, ſçavoir par 2 pour 5, par 4 pour ſon quarré 25, par 8 pour ſon cube 125, & ainſi de ſuite.

Comme pour multiplier 128 par 5, on diviſera 1280 par 2, & le quotient 640 ſera le produit qu'on cherche. Mais pour multiplier 128 par 25 quarré de 5, on diviſera 12800 par 4 quarré de 2, & le quotient donnera 3200 pour le produit. Si on veut multiplier le même nombre 128 par 125 cube de 5; on diviſera 128000 par 8 cube de 2, & le quotient 16000 ſera le produit cherché. On fera les mêmes operations pour les autres Puiſſances, comme on le voit dans la Table ſuivante, qui n'a été continuée que juſqu'à la 7e Puiſſance.

1280	12800	128000	1280000
5	25	125	625
2	4	8	16
640	3200	16000	80000

12800000	128000000	1280000000
3125	15625	78125
32	64	128
400000	2000000	10000000

Pour ſçavoir combien valent 53 louïs d'or à 11 livres le louïs d'or, on écrira 53 ſous 53, en l'avançant d'une colonne vers la gauche, en ſorte que

Digitized by Google

53
53
583

le 3 réponde ſous le 5, & la ſomme de ces deux nombres ainſi diſpoſez, donnera 583 livres pour la valeur de 53 louïs d'or, à 11 livres le louïs d'or.

Pour ſçavoir combien valent 53 louïs d'or à 12 liv. 10. ſ. le louïs d'or, on prendra la huitiéme partie du nombre donné 53, augmenté de deux zero vers la droite, ſçavoir la huitiéme partie de 5300 conſideré comme 5300 livres, & l'on aura 662 liv. 10 ſ. pour la valeur de 53 louïs d'or à 12 liv. 10 ſ. le louïs d'or.

Pour ſçavoir combien valent 53 louïs d'or à 12 liv. 5 ſ. le louïs d'or, on multipliera 53 que l'on conſiderera comme 53 liv. par 7, & le produit 371 liv. encore par 7. Le quart du ſecond produit 2597 liv. donnera 649 liv. 5 ſ. pour la valeur de 53 louïs d'or à 12 liv. 5 ſ. le louïs d'or.

Pour ſçavoir combien il y a de pouces en 53 pieds, il faut multiplier 53 par 12. Ce qui ſe peut faire en multipliant 53 par 2, & le produit 106 par 6; ou bien en multipliant 53 par 3, & le produit 159 par 4. Mais cela ſe peut faire ſans Multiplication, en écrivant 53 ſous 53, & encore une fois 53 en l'avançant d'une colonne, en ſorte que le 3 réponde ſous le 5, car la ſomme de ces trois nombres ainſi diſpoſez, donnera 636 pour le nombre des pouces qui ſont compris en 53 pieds. C'eſt auſſi le nombre des deniers qui ſont compris en 53 ſols.

53
53
53
636

Pour multiplier enſemble deux nombres compoſez de pluſieurs figures, par exemple 12 & 18, on réduira le premier nombre 12 en ces trois parties compoſées chacune d'une ſeule figure 2, 4, 6,

Digitized by Google

2 { 4 — 8 / 6 — 12 / 8 — 16 } & pareillement le ſecond nombre 18 en ces trois parties compoſées auſſi chacune d'une ſeule figure 4, 6, 8, dont chacune ſera multipliée par la premiere partie 2 du premier nombre, enſuite par la ſeconde figure 4 du même premier nombre, enfin par la troiſiéme figure 6 du même premier nombre : la ſomme de tous les produits ſera celui qui doit provenir de la multiplication de 12 par 18, ou de 18 par 12.

4 { 4 — 16 / 6 — 24 / 8 — 32 }

6 { 4 — 24 / 6 — 36 / 8 — 48 }

ſomme 216

Multiplication par les doigts.

SI vous voulez multiplier 7 par 8, premierement prenez la différence de 7 à 10, qui eſt 3, & ayant levé les dix doigts des deux mains, abaiſſez trois doigts d'une main qui ſera, par exemple, la gauche. Secondement, prenez la différence de 8 à 10, qui eſt 2, & abbaiſſez deux doigts de l'autre main qui ſera la droite. Troiſiémement, multipliez le nombre des doigts levez d'une main par le nombre des doigts levez de l'autre, le produit qui eſt 6, ſera retenu pour être mis au rang des unitez. Quatriémement, ajoûtez le nombre des doigts abbaiſſez des deux mains, & la ſomme qui eſt ici 5, doit être placée au rang des dixaines. Ainſi on trouvera que 7 multiplié par 8 produit 56.

On voit par cet exemple qu'il faut prendre la différence de 10 à chacun des deux nombres donnez, que le produit de ces deux différences déſi-

Digitized by Google

gnées par les doigts levez de chaque main, donnera le nombre des unitez du produit total, & que la somme des doigts abbaissez donnera les dixaines de ce produit total.

Autre Multiplication abregée.

SI l'on avoit un grand nombre à multiplier par un autre grand nombre, comme 453216 par 3289, il seroit bon de se servir de cette Méthode, que nous avons tirée de Langius. Je choisis le plus petit de ces nombres 3289 pour le Multiplicateur, & je fais une Table à deux colonnes.

453216	1
906432	2
1359648	3
1812864	4
2266080	5
2719296	6
3172512	7
3625728	8
4078944	9

453216
3289
4078944
3625728
906432
1359648
1490627424

L'une de ces colonnes, qui est à droite, contient les premiers chifres de la numeration 1. 2. 3. &c. jusqu'au plus grand chifre 9, qui se trouve dans le Multiplicateur 3289: ces chifres sont disposez les uns sous les autres, comme on le voit dans la Table. L'autre colonne contient le nombre à multiplier 453216, qui est placé vis-à-vis de l'unité. On a mis le double de ce nombre vis-à-vis de 2, le triple vis-à-vis de 3, & ainsi de suite jusqu'au plus haut chifre 9, qui est dans la seconde colonne.

Digitized by Google

Cette Table étant ainſi faite, on diſpoſera le nombre à multiplier & le Multiplicateur l'un ſous l'autre à l'ordinaire : comme le premier chifre du Multiplicateur eſt 9, on prendra le nombre qui lui répond dans la Table, & on l'écrira au deſſous des nombres donnez : le ſecond chifre étant 8, on prendra le nombre qui lui correſpond dans la Table, & on l'écrira au deſſous du premier écrit, en obſervant de le reculer d'une place, parce que le 8 exprime des dixaines. On fera la même choſe à l'égard des autres chifres qui ſe trouvent dans le Multiplicateur. Enfin on fera l'addition de ces nombres ; la ſomme donnera le produit des deux nombres propoſez.

PROBLEME VII.

Diviſion abregée.

POur diviſer un grand nombre par un plus petit ; comme 1492862 par 432, il faudroit mettre, ſelon la methode commune, le Diviſeur 432 vers la gauche ſous 1492, pour ſçavoir combien de fois il y eſt contenu. Mais pour n'employer que l'addition & la ſouſtraction, faites un tarif du diviſeur 432 en le mettant vers la droite vis-à-vis de 1, & l'ajoûtez à lui-même, pour avoir ſon double 864, que vous écrirez ſous 432 vis-à-vis de 2. Puis ajoûtez le même nombre 432 à ſon double 864, pour avoir ſon triple 1296, que vous écrirez en bas vis-à-vis de 3. Ajoûtez pareillement le même diviſeur 432 à ſon triple 1296, pour avoir ſon quadruple 1728, que vous écrirez deſſous vis-à-vis de 4, & ainſi des autres, en écrivant toûjours les multiples du diviſeur 432, vis-à-vis des autres nombres 5, 6, 7, 8, 9, 10. Le der-

Digitized by Google

1	432	1492992	(3456
2	864	1296...	
3	1296		
4	1728	1969	
5	2160	1728	
6	2592		
7	3024	2419	
8	3456	2160	
9	3888		
10	4320	2592	
		2592	
		000	

nier 10 doit avoir vis-à-vis de lui, le même diviſeur 432 augmenté d'un zero vers la droite, ſi le tarif eſt bien fait.

Cette préparation étant faite, pour ſçavoir tout d'un coup combien de fois le diviſeur 432 eſt contenu dans 1492, cherchez ce nombre dans le tarif, ou celui qui étant moindre, en approche le plus. C'eſt ici 1296, qui ſe trouvant à côté de 3, fait voir que 3 doit être la premiere figure du quotient. Si vous ôtez ce nombre 1296 de 1492, il reſtera 196. A ce reſte joignez vers la droite la figure 9 qui ſuit 1492 dans le dividende pour avoir 1969 que vous chercherez dans le tarif, ou celui qui étant moindre en approche le plus, & qui eſt ici 1728. Comme ce nombre ſe trouve à côté de 4, vous poſerez 4 pour la ſeconde figure du quotient. Enſuite vous ôterez ce nombre 1728 de 1969, & il reſtera 241. A ce reſte vous joindrez vers la droite la figure 9 qui ſuit 14929 dans le dividende pour avoir 2419 que vous chercherez dans le tarif ou celui qui étant moindre,

Digitized by Google

en approche le plus, & qui eſt ici 2160. Le nombre 5 qui eſt à côté du nombre 2160 ſera la troiſiéme figure du quotient. On continuera à faire les mêmes operations qu'on vient de faire, juſqu'à ce que la diviſion ſoit achevée.

Cette maniere eſt très-commode, quand on a pluſieurs grands nombres à diviſer par un même nombre, parce qu'ayant fait un tarif du diviſeur, il ſert pour faire toutes les diviſions dont on a beſoin. C'eſt ce qui arrive aux Arpenteurs qui ont ſouvent de grands nombres à diviſer par 144, lorſqu'ils veulent réduire des pouces quarrez en pieds quarrez, ou par 1728, quand ils veulent réduire des pouces cubes en pieds cubes.

Pour diviſer un nombre quelconque par telle Puiſſance qu'on voudra de 5, on le multipliera par une ſemblable Puiſſance de 2. On retranchera du produit vers la droite autant de figures que le degré de la Puiſſance contiendra d'unitez. Les figures qui reſteront vers la gauche, ſeront le quotient, & celles qui auront été retranchées ſeront le numerateur d'une fraction, dont le dénominateur ſera une ſemblable Puiſſance de 10.

Comme pour diviſer 128 par 5, on retranchera le 6 qui eſt à la droite de 256, double de 128, & l'on aura 25 $\frac{6}{10}$ pour le quotient. Pour diviſer le même nombre 128 par 25 quarré de 5, on retranchera les deux dernieres figures 12 qui ſont à la droite de 512, quadruple de 128, & l'on aura 5 $\frac{12}{100}$ pour le quotient. Ainſi des autres.

Pour diviſer un nombre quelconque par un plus petit, qui ſoit produit par la multiplication de deux autres plus petits, on diviſera le nombre propoſé par l'un de ces deux plus petits nombres, &

Digitized by Google

le quotient ſera diviſé par l'autre nombre. Le ſecond quotient ſera celui qu'on cherche.

Comme pour diviſer 20736 par 24, qui eſt produit par la multiplication de ces deux nombres 3, 8, auſſi bien que de ces deux, 4, 6, on prendra la huitiéme partie de ſon tiers, ou la ſixiéme partie de ſon quart : ou bien, ce qui eſt la même choſe, on prendra le tiers de ſa huitiéme partie, ou le quart de ſa ſixiéme partie, & l'on aura 864 pour le quotient cherché.

D'où il ſuit que pour réduire en toiſes quarrées des pieds quarrez, on doit prendre la ſixiéme partie de la ſixiéme partie du nombre propoſé des pieds quarrez, parce qu'une toiſe quarrée contient 36 pieds quarrez, & que 6 fois 6 font 36. Ainſi pour réduire en toiſes quarrées 20736 pieds quarrez, on prendra la ſixiéme partie de la ſixiéme partie 3456 de 20736, & l'on aura 576 pour le nombre des toiſes quarrées qui ſont contenues en 20736 pieds quarrez. Pareillement pour réduire en toiſes quarrées 542 pieds quarrez, on prendra la ſixiéme partie de la ſixiéme partie $90\frac{2}{6}$ de 542, & l'on aura 15 toiſes quarrées & 2 pieds quarrez pour la valeur de 542 pieds quarrez.

PROBLEME VIII.

De quelques proprietez des Nombres.

I.

LE nombre 9 eſt tel, que s'il multiplie un nombre entier quelconque, la ſomme des figures du produit eſt d viſible par le même nombre 9 ſans reſte. Si on multiplie, par exemple, 53 par 9, & qu'on

Digitized by Google

qu'on ajoûte enſemble les figures du produit 477, la ſomme 18 eſt exactement diviſible par 9.

II.

Si on prend deux nombres quelconques; l'un des deux, ou leur ſomme, ou leur différence eſt diviſible par 3. Soient pris les deux nombres 6, 5, le premier 6 eſt diviſible par 3. Si on choiſit les deux nombres 11, 5, leur différence 6 eſt diviſible par 3. Enfin ſi on prend les deux nombres 7, 5, leur ſomme 12 eſt diviſible par 3.

III.

On peut diviſer par 6 le produit de deux nombres, dont les quarrez ajoûtez enſemble font un nombre quarré; ainſi 12 produit de ces deux nombres 3, 4, dont les quarrez 9, 16 ajoûtez enſemble, font le nombre quarré 25, dont le côté eſt 5, eſt diviſible par 6.

Pour trouver deux nombres, dont les quarrez faſſent enſemble un nombre quarré, multipliez deux nombres quelconques. Le double de leur produit ſera l'un des deux nombres qu'on cherche, & la différence de leurs quarrez ſera l'autre nombre.

Comme ſi l'on multiplie ces deux nombres 2, 3, dont les quarrez ſont 4, 9, le produit ſera 6, dont le double 12, & la différence 5 des quarrez 4, 9, ſont deux nombres tels que leurs quarrez 144, 25, font enſemble ce nombre quarré 169, dont le côté eſt 13. *Voyez les Problêmes* 9 & 10.

IV.

La ſomme & la différence de deux nombres quelconques, dont les quarrez différent d'un nom-

bre quarré, ſont chacune ou un nombre quarré, ou la moitié d'un nombre quarré.

Ainſi 16 ſomme des deux nombres 6, 10, dont les quarrez 36, 100, different du nombre quarré 64, qui a 8 pour Racine quarrée, & leur différence 4, ſont chacune un nombre quarré. De même 18 ſomme des deux nombres 8, 10, dont les quarrez 64, 100, different du nombre quarré 36, qui a 6 pour Racine, & leur différence 2, ſont les moitiez de ces deux nombres quarrez 36, 4.

Pour trouver deux nombres, dont la ſomme & la différence ſoient chacune un nombre quarré, auquel cas les quarrez de ces deux nombres differeront auſſi d'un nombre quarré; choiſiſſez deux nombres à volonté, comme 2, 3, dont le produit eſt 6, & dont les quarrez ſont 4, 9. La ſomme 13 de ces deux quarrez, & le double 12 du produit 6, ſont les deux nombres qu'on cherche. Car leur ſomme 25, & leur différence 1, ſont chacune un nombre quarré: de plus leurs quarrez 169, 144, different du nombre quarré 25, qui a 5 pour Racine quarrée.

Pour trouver deux nombres, dont la ſomme & la différence ſoient chacune la moitié ou le double d'un nombre quarré, auquel cas leurs quarrez differeront auſſi d'un nombre quarré; choiſiſſez à volonté deux nombres, comme 2, 3, dont les quarrez ſont 4, 9. La ſomme 13 de ces deux quarrez, & leur différence 5, ſont les deux nombres qu'on cherche. Car leur ſomme 18, & leur différence 8, ſont les moitiez de ces deux nombres quarrez 36, 16, ou les doubles de ces deux autres nombres quarrez 9, 4: de plus leurs quarrez 169, 25, different de ce nombre quarré 144. qui a 12 pour Racine quarrée.

Digitized by Google

V.

Tout nombre quarré finit par deux zeros, ou par l'une de ces cinq figures, 1, 4, 5, 6, 9. Cette propoſition ſert *à faire connoître quand un nombre propoſé n'eſt point quarré* : c'eſt lorſqu'il ne finit ni par deux zeros, ni par quelqu'une des cinq figures précedentes. Quand même il finiroit par deux zeros, on peut aſſûrer qu'il n'eſt point quarré, lorſque ces deux zeros ne ſont pas précedez de quelqu'une des cinq figures précedentes.

V I.

Toute Fraction quarrée, c'eſt-à-dire, qui a ſa Racine quarrée, eſt telle que le produit du Numerateur par le Dénominateur a ſa Racine quarrée. Cette propoſition ſert *à faire connoître quand une fraction propoſée eſt quarrée* : c'eſt lorſqu'en multipliant le Numerateur par le Dénominateur, le produit eſt un nombre quarré.

Ainſi l'on connoît que cette Fraction $\frac{28}{63}$ eſt quarrée, parce qu'en multipliant le Numerateur 28 par le Dénominateur 63, le produit 1764 eſt un nombre quarré, dont le côté eſt 42 : alors la Racine quarrée de la Fraction propoſée $\frac{28}{63}$ ſera $\frac{42}{63}$, en retenant le même Dénominateur 63, ou bien $\frac{28}{42}$, en retenant le même Numerateur 28. Car l'une & l'autre de ces deux Fractions $\frac{28}{42}$, $\frac{42}{63}$, eſt égale à $\frac{2}{3}$, qui eſt la Racine quarrée de la Fraction propoſée $\frac{28}{63}$, ou $\frac{4}{9}$.

V I I.

Toute Fraction cubique, c'eſt-à-dire, qui a ſa

Digitized by Google

Racine cubique, eſt telle qu'en multipliant le Numerateur par le quarré du Dénominateur, ou le Dénominateur par le quarré du Numerateur, le produit a ſa Racine cubique. Cette propoſition ſert *à faire connoître quand une Fraction propoſée eſt cubique* : c'eſt lorſqu'en multipliant le Numerateur par le Dénominateur, ou le Dénominateur par le Numerateur, le produit eſt un nombre cubique.

Ainſi l'on connoît que cette Fraction $\frac{24}{375}$ eſt cubique, parce qu'en multipliant le Numerateur 24 par le quarré 140625 du Dénominateur 375, le produit 3375000 a ſa Racine Cubique 150; ou bien parce qu'en multipliant le Dénominateur 375 par le quarré 576 du Numerateur 24, le produit 216000 a 60 pour Racine cubique: alors la Racine cubique de la Fraction propoſée $\frac{24}{375}$ ſera $\frac{150}{375}$, en retenant le même Dénominateur 375, ou bien $\frac{24}{60}$, en retenant le même Numerateur 24. Car l'une & l'autre de ces deux Fractions $\frac{150}{375}$, $\frac{24}{60}$ eſt égale à $\frac{2}{5}$ qui eſt la Racine cubique de la Fraction propoſée $\frac{24}{375}$, ou $\frac{8}{125}$.

VIII.

Quoiqu'il ne ſoit pas poſſible de trouver deux Puiſſances homogénes, dont la ſomme & la différence ſoient chacune une ſemblable Puiſſance, comme deux quarrez, dont la ſomme & la différence ſoient chacune un nombre quarré, ou deux cubes, dont la ſomme & la différence ſoient chacune un nombre cubique; neanmoins il eſt poſſible, & même très-facile de *trouver deux nombres triangulaires, dont la ſomme & la différence ſoient chacune un nombre triangulaire.*

Digitized by Google

Voici deux nombres triangulaires 15, 21, dont les côtez ſont 5 & 6 ; leur ſomme 36, & leur différence 6, ſont auſſi des nombres triangulaires, dont les côtez ſont 8 & 3. Voici encore deux autres nombres triangulaires 780, 990, dont les côtez ſont 39 & 44 : leur ſomme 1770, & leur différence 210, ſont auſſi des nombres triangulaires, dont les côtez ſont 59, 20. Si vous voulez encore deux autres nombres triangulaires, les voici; 1747515, 2185095, dont les côtez ſont 1869, 2090 : leur ſomme 3932610, & leur différence 437580, ſont auſſi des nombres triangulaires, dont les côtez ſont 2804, 935.

On appelle *Nombre triangulaire* celui qui provient de la ſomme de quelques-uns des nombres naturels, 1, 2, 3, 4, 5, 6, &c. pris de ſuite en commençant par l'unité. On peut en prendre autant qu'on voudra, & le dernier de ceux qui ſeront pris, & qui ſera le plus grand, eſt appellé le *côté* du nombre triangulaire. Ainſi l'on connoît que ce nombre 10 eſt triangulaire, & que ſon côté eſt 4, parce qu'il eſt égal à la ſomme des quatre premiers nombres naturels 1, 2, 3, 4, dont le dernier & plus grand eſt 4. Il a été appellé *triangulaire*, parce que l'on peut diſpoſer 10 points en forme de Triangle équilateral, dont chaque côté en comprend 4; ce qui a fait dire que 4 étoit le côté du nombre triangulaire 10.

De même 21 eſt un nombre triangulaire, & ſon côté eſt 6, parce qu'il eſt égal à la ſomme des 6 premiers nombres naturels 1, 2, 3, 4, 5, 6, dont le dernier & le plus grand eſt 6. Ces nombres 55, 78 ſont des nombres triangulaires. Conſultez le Traité du Triangle Arithmetique par M. Paſcal.

Digitized by Google

Pour connoître si un nombre proposé est Triangulaire, il faut le multiplier par 8, & ajoûter 1 au produit : si cette somme a une Racine quarrée, le nombre proposé sera triangulaire. Ainsi l'on connoît que ce nombre 10 est triangulaire, parce qu'étant multiplié par 8, & le produit 80 étant augmenté de 1, la somme 81 a pour Racine quarrée 9. On connoît aussi que ce nombre 393210 est triangulaire, parce qu'étant multiplié par 8, & le produit 3146080 étant augmenté de 1, la somme 3146081 est un nombre quarré, dont la Racine est 5609.

Pour avoir le côté du nombre triangulaire, il faut prendre la plus petite moitié de la Racine trouvée. Ainsi pour avoir le côté du nombre triangulaire 10, prenez 4 la plus petite moitié de 9 Racine trouvée, & 4 sera le côté de 10. De même pour avoir le côté du nombre triangulaire 393210, prenez la plus petite moitié de 5609 racine trouvée, & 2804 sera le côté du nombre triangulaire proposé.

IX.

La différence de deux Puissances homogénes, comme de deux nombres quarrez, de deux nombres cubiques, &c. est divisible par la différence de leurs côtez. La différence 21 de ces deux quarrez 25, 4, dont les côtez sont 5, 2, est divisible par 3 différence de ces côtez ; & le quotient 7 est égal à la somme des mêmes côtez. La différence 117 des deux cubes 125, 8, dont les côtez sont 5, 2, est divisible par 3 différence de ces côtez, & le quotient 39 est égal à la somme de 10 produit des côtez 5, 2, & de 29, somme de leurs quarrez 25, 4.

Digitized by Google

X.

La différence de deux Puiſſances homogénes, dont l'expoſant commun eſt un nombre pair, eſt diviſible par la ſomme de leurs côtez. La différence 21 de ces deux quarrez 25, 4, dont les côtez ſont 5, 2, eſt diviſible par 7 ſomme de ces côtez; & le quotient 3 eſt égal à la différence des mêmes côtez. La différence 609 des deux quarrez-quarrez 625, 16, dont les côtez ſont 5, 2, eſt diviſible par 7 ſomme de ces côtez, & le quotient 87 eſt égal au produit ſous la différence 3 des mêmes côtez 5, 2, & la ſomme 29 de leurs quarrez 25, 4.

XI.

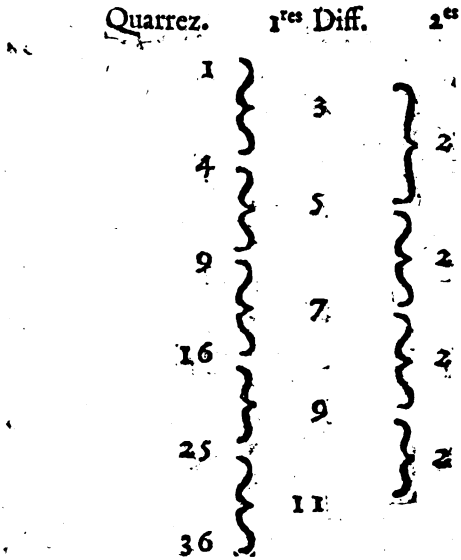
La ſomme de deux Puiſſances homogénes, dont l'expoſant commun eſt un nombre impair, eſt diviſible par la ſomme de leurs côtez. La ſomme 133 des deux cubes 125, 8, dont les côtez ſont 5, 2, eſt diviſible par la ſomme 7 de ces côtez; & le quotient 19 eſt égal à l'excès de 29 ſomme des quarrez 25, 4, des côtez 5, 2, ſur le produit 10 des mêmes côtez. La ſomme 3157 des deux ſurſolides 3125, 32, dont les côtez ſont 5, 2, eſt diviſible par la ſomme 7 de ces côtez; & le quotient 451 eſt égal à l'excès de la ſomme 741 des quarrez-quarrez 625, 16, des deux côtez 5, 2, & du quarré 100 du produit 10 ſous les mêmes côtez, ſur le produit 290 ſous la ſomme 29 des quarrez 25, 4, des côtez 5, 2, & le produit 10 des mêmes côtez.

XII.

Toutes les Puiſſances des nombres naturels 1,

Digitized by Google

2, 3, 4, 5, 6, &c. ont autant de différences que leurs exposans contiennent d'unitez, les dernieres différences étant toûjours égales entre elles dans chaque Puissance; sçavoir, les secondes différences, c'est-à-dire, les différences des différences dans les quarrez 1, 4, 9, 16, 25, 36, &c. car ces secondes différences sont 2, les premieres étant les nombres impairs 3, 5, 7, 9, 11, &c. Les troisiémes différences, c'est-à-dire, les differences des différences des premieres différences dans les cubes 1, 8, 27, 64, 125, 216, &c. car ces troisiémes différences sont 6, les premieres étant 7, 19, 37, 61, 91, &c. & les secondes, ou les différences de ces différences étant 12, 18, 24, 30, &c. qui se surpassent de 6 qui est leur troisiéme différence. Ainsi des autres.



Digitized by Google

Cubes.	1res Diff.	2es Diff.	3es Diff.
1			
	7		
8		12	
	19		6
27		18	
	37		6
64		24	
	61		6
125		30	
	91		
216			

Il arrive la même choſe aux nombres *Polygones*, qui ſe forment par une continuelle addition des nombres en progreſſion arithmetique, qu'on appelle *Gnomons*, dont le premier eſt l'unité, qui eſt virtuellement nombre polygone de toute eſpece; aux nombres *Pyramidaux*, qui ſont formez par l'addition continuelle des nombres polygones conſiderez comme des Gnomons, dont le premier eſt toûjours l'unité : & aux nombres *Pyramido-Pyramidaux*, qui ſont formez par l'addition continuelle des nombres Pyramidaux conſiderez comme des Gnomons, dont le premier eſt toûjours l'unité.

Lorſque les Gnomons ſe ſurpaſſent de l'unité, comme 1, 2, 3, 4, 5, 6, &c. les nombres Po-

Digitized by Google

lygones 1, 3, 6, 10, 15, 21, &c. qui s'en forment ſont appellez *Triangulaires*, dont la proprieté eſt telle que chacun étant multiplié par 8, & le produit étant augmenté de l'unité, la ſomme eſt un nombre quarré. Ce qui peut ſervir *à faire connoître quand un nombre propoſé eſt Triangulaire*, comme nous avons déja dit ailleurs. De plus la ſomme 9 du ſecond & du troiſiéme, en omettant le premier, eſt un nombre quarré. De même, en omettant les quatre premiers, la ſomme 36 du cinquiéme & du ſixiéme, eſt un nombre quarré, & ainſi de ſuite: enſorte qu'en omettant à volonté les premiers nombres Triangulaires, les deux qui ſe ſuivent étant ajoûtez, forment un quarré.

Art. 8. p. 22.

Lorſque les Gnomons ſe ſurpaſſent de deux unitez, comme les nombres impairs 1, 3, 5, 7, 9, 11, &c. les nombres Polygones 1, 4, 9, 16, 25, 36, &c. qui en ſont formez, ſont des *Nombres quarrez*.

Lorſque les Gnomons ſe ſurpaſſent de trois unitez, comme 1, 4, 7, 10, 13, 16, &c. les nombres 1, 5, 12, 22, 35, 51, &c. qui en ſont formez, ſont appellez *Pentagones*, dont la proprieté eſt telle que chacun étant multiplié par 24, & le produit étant augmenté de l'unité, la ſomme eſt un nombre quarré. Ce qui ſert *à faire connoître quand un nombre propoſé eſt Pentagone*. Ainſi des autres. Voyez Schooten dans ſes *Sectiones Miſcellanea*.

Pour trouver la ſomme de tant de nombres Triangulaires qu'on voudra, en commençant depuis l'unité, par exemple, de ces huit, 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, on multipliera le nombre déterminé 8 par le ſuivant 9, & le produit 72 encore par le ſuivant 10: puis l'on diviſera le ſecond

Digitized by Google

produit 720 par 6, & le quotient 120 ſera la ſomme qu'on cherche.

La ſomme de toutes ces Fractions infinies $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{15}$, $\frac{1}{21}$, &c. dont le Numerateur commun eſt 1, & les Dénominateurs 3, 6, 10, 15, 21, &c. ſont des nombres Triangulaires, vaut préciſément 1.

Pour trouver la ſomme de tant de nombres quarrez que l'on voudra depuis l'unité, par exemple, de ces huit, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, on ôtera de 240 double de la ſomme 120 d'autant de nombres Triangulaires 1, 3, 6 10, 15, 21, 28, 36, le dernier nombre Triangulaire 36, & le reſte 204 ſera la ſomme qu'on cherche.

XIII.

Les cubes 1, 8, 27, 64, 125, 216, &c. des nombres naturels 1, 2, 3, 4, 5, 6, &c. ſont tels que le premier 1 eſt un nombre quarré, dont le côté 1 eſt le premier nombre Triangulaire: la ſomme 9 des deux premiers 1, 8, eſt un nombre quarré, dont le côté 3 eſt le ſecond nombre Triangulaire: la ſomme 36 des trois premiers 1, 8, 27, eſt un nombre quarré, dont le côté 6 eſt le troiſiéme nombre Triangulaire, & ainſi de ſuite. C'eſt pourquoi *pour trouver la ſomme de tant de nombres cubiques qu'on voudra depuis l'unité*, par exemple, de ces ſix 1, 8, 27, 64, 125, 216, on prendra le quarré 441 du ſixiéme nombre Triangulaire 21, qui ſera la ſomme qu'on cherche.

XIV.

Entre les nombres entiers, il n'y a que 2, qui ajoûté à lui-même, faſſe le même nombre qu'étant

Digitized by Google

multiplié par lui-même, ſçavoir 4. Car tout autre nombre, comme 5, étant ajoûté à lui-même, fait 10, & étant multiplié par lui-même fait 25.

Quoiqu'on ne puiſſe pas trouver deux nombres entiers, dont la ſomme ſoit égale à leur produit, on peut neanmoins en *trouver aiſément deux en fractions, & même en raiſon donnée, dont la ſomme ſoit égale à leur produit.* C'eſt en diviſant la ſomme des deux termes de la raiſon donnée par chacun de ces deux termes. Si on veut, par exemple, leur donner la raiſon de 2 à 3, on diviſera ſéparément leur ſomme 5 par 2 & par 3, & l'on aura ces deux nombres $2\frac{1}{2}$, $1\frac{2}{3}$, qui ajoûtez ſont autant que multipliez enſemble, ſçavoir, $4\frac{1}{6}$.

XV.

Un nombre quelconque eſt la moitié de la ſomme de deux autres également éloignez de lui, l'un par défaut, & l'autre par excès : par exemple, 6 eſt la moitié de la ſomme 12 des deux nombres 5 & 7, qui en ſont également éloignez, ou des deux nombres 4 & 8, qui en ſont auſſi également éloignez, &c.

XIV.

Le nombre 37 eſt tel, qu'étant multiplié par chacun de ces nombres 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, qui ſont en progreſſion arithmetique, tous les produits ſont compoſez de trois figures ſemblables.

37	37	37	37	37	37	37	37	37
3	6	9	12	15	18	21	24	27
111	222	333	444	555	666	777	888	999

Digitized by Google

XVII.

Les deux nombres 5 & 6, ſont appellez *Sphe-riques*, parce que leurs Puiſſances finiſſent par les mêmes nombres. Par exemple, les Puiſſances de 5, ſçavoir, 25, 125, 625, &c. finiſſent par le même nombre 5. De même, les Puiſſances de 6, ſçavoir, 36, 216, 1296, &c. finiſſent par le même nombre 6.

Le nombre 5 a cela de particulier, qu'étant multiplié par un nombre pair, comme par 8, le produit 40 ſe termine par un zero.

L'autre nombre 6 a auſſi cela de particulier, qu'il eſt le premier des nombres qu'on appelle *Parfaits*, parce qu'ils ſont égaux à la ſomme de leurs parties aliquotes; car ce nombre 6 eſt égal à la ſomme de ſes parties aliquotes 1, 2, 3. Le nombre 28 eſt auſſi un nombre parfait, parce qu'il eſt égal à la ſomme de ſes parties aliquotes 1, 2, 4, 7, 14.

Pour trouver autant de nombres parfaits qu'on voudra, il faut ſe ſervir de la progreſſion double, dont le premier terme ſoit 2, & non pas l'unité, en écrire les termes de ſuite, & les ſéparer de deux en deux, avec cette précaution, que le ſecond terme 4, ſera répeté dans la ſeconde ſéparation, & y tiendra la premiere place, après avoir tenu la ſeconde place dans la premiere ſéparation, comme vous le voyez ici. Ces termes étant ainſi ſéparez,

2, 4	4, 8	16, 32	64, 128
6	28	496	8128
3 par 2	7 par 4	31 par 16	127 par 64

Digitized by Google

256, 512	1024, 2048	&c.
130816	2096128	&c.

on les prendra deux à deux dans leurs séparations; & après avoir diminué de l'unité celui qui tient la seconde place dans chaque séparation, on le multipliera par celui qui tient la premiere place dans la même séparation; le produit sera un nombre parfait. Ainsi pour avoir le premier nombre parfait, on considerera que la premiere séparation contient ces deux têrmes 2, 4, on ôtera 1 de 4, & l'on multipliera le reste 3 par 2; le produit 6 est le premier nombre parfait. De même, pour avoir le second nombre parfait, on considerera que la seconde séparation contient ces deux termes 4, 8, on ôtera 1 de 8, & l'on multipliera le reste 7 par 4; le produit 28 sera le second nombre parfait; on multipliera ensuite 31 par 16 pour avoir le troisiéme nombre parfait: & ainsi des autres.

REMARQUE.

Les nombres parfaits sont si rares, qu'il ne s'en trouve qu'un depuis un jusquà dix, un depuis dix jusqu'à cent, un depuis cent jusqu'à mille, un depuis mille jusqu'à dix mille, un depuis dix mille jusqu'à cent mille, &c. De plus il est à remarquer, que tous les nombres parfaits ont alternativement pour leur derniere figure 6 & 8.

Pour trouver toutes les parties aliquotes, ou tous les diviseurs d'un nombre, il faut diviser ce nombre & ses quotiens par les nombres premiers, jusqu'à ce que le dernier quotient soit l'unité. Ensuite on multipliera ces diviseurs premierement trouvez, de

Digitized by Google

la maniere qu'on l'enseignera, pour avoir tous les autres.

Soit proposé le nombre 210, dont on veut avoir tous les diviseurs, ou toutes les parties aliquotes. Divisez 210 par 2, il viendra au quotient

210	105	35	7	1
2	3	5	7	

105, que vous diviserez par 3; puis vous diviserez le second quotient 35 par 5, qui donnera 7 pour troisiéme quotient, lequel n'a point d'autre diviseur que lui-même, & le quotient est l'unité.

Disposez tous ces diviseurs de la maniere que vous le voyez dans la Table suivante, en commençant par le nombre 2. Mettez ensuite le nombre 3 au dessous, mais rangé un peu à côté. Vous

2

3. 6.

5. 10. 15. 30.

7. 14. 21. 42. 35. 70. 105. 210.

multiplierez ces deux nombres 2, 3, & vous écrirez le produit 6 à côté de 3, & dans le même rang; comme vous le voyez. Ces nombres 2, 3, 6, seront des diviseurs de 210. Puis mettez le nombre 5 troisiéme diviseur au dessous & un peu à côté, multipliez-le par tous les diviseurs déja trouvez, & vous aurez pour diviseurs nouveaux 10, 15, 30. Enfin posez le nombre 7 au dessous & un peu à côté; multipliez-le par tous les diviseurs déja trouvez, & vous aurez encore pour diviseurs

Digitized by Google

14, 21, 42, 35, 70, 105, 210. Tous ces nombres pris pour diviſeurs, ou trouvez dans les deux Tables précedentes, joints à l'unité, ſeront les diviſeurs cherchez, & les parties aliquotes cherchées, ſi on en retranche le nombre propoſé 210.

On a diſpoſé les deux Tables précedentes & les ſuivantes, comme on le voit, pour donner plus de lumiere dans une operation qui eſt aſſez abſtraite d'elle-même.

Si vous voulez trouver tous les diviſeurs, ou les parties aliquotes de 2032, diviſez d'abord ce nombre par 2 premier nombre premier, & tous les quotiens qui peuvent l'être, comme vous le voyez dans la Table ſuivante. Le dernier quotient

2032	1016	508	254	127	1
2	2	2	2	127	

127 étant nombre premier, ne peut être diviſé que par lui-même, & il a pour quotient l'unité.

Diſpoſez tous ces diviſeurs de la maniere que vous le voyez dans la Table ſuivante pour trouver les autres. Après avoir mis le premier diviſeur 2, mettez le même 2, qui eſt ſecond diviſeur, au deſſous & à côté : multipliez ces deux diviſeurs 2, 2, & vous aurez 4, que vous rangerez à côté, comme dans cette Table. Poſez encore 2 au deſ-

2.
2. 4.
2. 8.
2. 16.

127. 254. 508. 1016. 2032.

ſous à

ſous : ſuivant la regle précedente il faudroit multiplier tous les diviſeurs trouvez par ce troiſiéme diviſeur 2 ; mais il eſt inutile de multiplier 2 par 2, qui donneroit encore 4 déja trouvé : ainſi on neglige cette multiplication, & on multiplie ſeulement 4 par 2, pour avoir 8, qui eſt un nouveau diviſeur.

Enſuite vous écrirez au deſſous pour la quatriéme fois le diviſeur 2, & vous vous contenterez de multiplier 8 par ce nombre 2 : ce qui donne 16 ; car il eſt inutile de multiplier tous les 2 précedens, puiſqu'ils donneroient pour produits 4, qui a déja été trouvé. (On obſervera la même choſe à l'égard des autres nombres, dont la multiplication ne donneroit point de nouveau diviſeur.)

Enfin vous poſerez 127 au deſſous des diviſeurs & à côté, vous multiplierez ce nombre une fois ſeulement par 2, & par tous les autres diviſeurs trouvez, & vous aurez 254, 508, 1016, 2032. Tous ces nombres pris pour diviſeurs, ou trouvez dans la Table précedente, ſeront les diviſeurs cherchez, & les parties aliquotes cherchées, ſi on en retranche le nombre propoſé 2032.

On peut s'exercer ſur les nombres 8128 & 2096128, qui ſont des nombres parfaits. On remarquera que toutes les puiſſances de 2 priſes autant de fois que 2 eſt diviſeur, ſont des diviſeurs, & parties aliquotes de ces deux nombres, & que la ſomme de ces puiſſances & de l'unité eſt égale au dernier nombre premier, qui ſe trouve être 127 dans 8128, & 2047 dans 2096128.

Autre maniere de trouver les parties aliquotes, ou tous les diviſeurs d'un nombre propoſé.

Soit propoſé le nombre 8128, l'unité eſt toû-

Digitized by Google

jours un diviseur de quelque nombre que ce soit : ainsi vous la mettrez à la tête d'une premiere colomne, qui contiendra une partie des parties aliquotes ou diviseurs. Divisez ensuite ce même nombre 8128 par le plus petit nombre qui se presentera, sçavoir par 2, que l'on peut connoître aisément, parce que le nombre proposé 8128 est pair, & le quotient sera 4064, que vous écrirez à la droite, vis-à-vis le 2 dans une seconde colomne, pour second diviseur, qui se peut encore diviser par le premier diviseur 2; ce qui fait que son quarré 4 sera aussi un diviseur, que vous écrirez au dessous de son côté 2, & vis-à-vis le second quotient 2032 pour un autre diviseur, qui se peut encore diviser par le premier diviseur 2, ce qui fait son cube 8 sera aussi un diviseur, que vous écrirez au dessous du quarré 4, & vis-à-vis le troisiéme quotient 1016, pour un autre diviseur, & ainsi de suite jusqu'à ce qu'on soit parvenu à un dernier diviseur, qui ne se puisse plus diviser par le premier 2, comme il arrive au sixiéme quotient 127, qui étant un nombre premier, fait connoître que tous les diviseurs du nombre proposé 8128 sont trouvez, où vous voyez que leur somme est égale à ce nombre, & que par consequent il est parfait.

1	
2	4064
4	2032
8	1016
16	508
32	254
64	127
127	8001
	127
	8128

C'est de la même façon que nous avons trouvé tous les diviseurs de cet autre nombre 2096128, qui est aussi parfait, parce qu'il est égal à la somme de ses parties aliquotes : où l'on voit que le dernier

Digitized by Google

quotient 2047, qui répond à la dixiéme puiſſance 1024 du premier diviſeur 2, eſt auſſi un nombre

1	
2	1048064
4	524032
8	262016
16	131008
32	65504
64	32752
128	16376
256	8188
512	4094
1024	2047
2047	2094081
	2047
	2096128

premier : car s'il avoit pû être diviſé par quelque autre nombre que par 2, comme par 3, il auroit fallu multiplier par ce nouveau diviſeur 3, toutes les puiſſances du premier diviſeur 2, & diviſer le nombre propoſé & tous les quotiens par ce même nouveau diviſeur 3, pour avoir d'autres diviſeurs, &c. comme vous allez voir dans l'exemple ſuivant.

XVIII.

Le nombre 120 eſt égal à la moitié de la ſomme 240 de ſes parties aliquotes 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20, 24, 30, 40, 60. Le nombre 672 eſt auſſi égal à la moitié de la ſomme 1344 de ſes parties aliquotes, que nous avons

Digitized by Google

trouvées par une Methode ſemblable à la précédente, ſans qu'il ſoit beſoin de la repeter davantage. On peut trouver une infinité d'autres nombres qui auront la même proprieté : on peut même en trouver d'autres qui ſeront la troiſiéme partie, ou telle autre partie qu'on voudra de la ſomme de leurs parties aliquotes ; mais ce n'eſt pas ici le lieu d'en dire davantage.

1	
2	336
4	168
8	84
16	42
32	21
3	224
6	112
12	56
24	28
48	14
96	7
252	1092
	252
	1344

XIX.

Ces deux nombres 220, 284, ſont appellez *Amiables*, parce que par le premier 220 eſt égal à la ſomme des parties aliquotes 1, 2, 4, 71, 142, du ſecond 284, & reciproquement le ſecond 284 eſt égal à la ſomme des parties aliquotes 1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55, 110 du premier 220. Ces parties aliquotes ſont faciles à trouver par ce qui a été enſeigné auparavant.

Pour trouver tous les nombres amiables par ordre, ſervez-vous du nombre 2, qui eſt tel que ſi de ſon triple 6, de ſon ſextuple 12, & de l'octodecuple 72 de ſon quarré 4, on ôte l'unité, il reſte ces trois nombres premiers 5, 11, 71, dont les deux premiers 5, 11, étant multipliez enſemble, & leur produit 55 étant multiplié par le double 4 du nombre 2, ce ſecond produit 220 ſera le premier des deux nombres qu'on cherche. Et pour avoir l'autre qui eſt 284, on multipliera le troiſié-

Digitized by Google

me nombre premier 71 par le même double 4 du nombre 2 pris au commencement.

2	2	4
3	6	18
6	12	72
1	1	1
5	11	71
	5	4
	55	284
	4	
	220	

Pour trouver deux autres nombres amiables, au lieu de 2, ſervez-vous d'une de ſes puiſſances qui

8	8	64
3	6	18
24	48	1152
1	1	1
23	47	1151
	23	16
	1081	18416
	16	
	17296	

ait la même proprieté, tel qu'eſt ſon cube 8. Car

Digitized by Google

si de son triple 24, de son sextuple 48, & de l'octodecuple 1152 de son quarré 64, on ôte l'unité, il reste ces trois nombres premiers 23, 47, 1151, dont les deux premiers 23, 47, doivent être multipliez ensemble, & leur produit 1081 doit être encore multiplié par le double 16 du cube 8, afin d'avoir 17296 pour le premier des deux nombres qu'on cherche. Et pour avoir l'autre, qui est 18416, on multipliera le troisiéme nombre premier 1151 par le même double 16 du cube 8.

Si vous voulez deux autres nombres, au lieu de deux, ou de son cube 8, servez-vous de son quarré-cube 64, qui a la même proprieté. Car si de son triple 192, de son sextuple 384, & de l'octodecuple 73728 de son quarré 4096, on ôte l'unité, il reste ces trois nombres premiers 191, 383, 73727, par le moyen desquels, & par ce qui a été dit auparavant, on trouvera ces deux autres nombres

64	64	4096
3	6	18
192	384	73728
1	1	1
191	383	73727
	191	128
	73153	943705
	128	
	9363584	

9363584, 9437056, qui sont amiables : ainsi des autres. Consultez ce qui a été dit sur les parties ali-

Digitized by Google

quotes au livre troiſiéme des nouveaux Elemens d'Algebre, tant dans les Problêmes, que dans les Queſtions. Conſultez auſſi Schooten dans ſes *Sectiones Miſcellaneæ.*

Regle generale pour trouver tant de nombres amiables qu'on voudra.

FAites une Table qui contiendra pluſieurs rangs de nombres. Commencez par le ſecond de ces rangs, qui doit contenir la progreſſion double *, dont le premier terme ſera 2. Triplez les termes de cette progreſſion; ces nombres triples 6, 12, 24, &c. placez chacun ſous celui dont il eſt formé, compoſeront le troiſiéme rang. Ces nombres diminuez de l'unité 5, 11, 23, &c. & placez chacun au deſſus du terme qui lui répond, compoſeront le premier rang. Enfin l'on aura les termes du quatriéme rang 71, 287, &c. en multipliant 12, ſecond terme du troiſiéme rang par 6, premier terme de ce même rang, le produit 72 diminué de l'unité, qui eſt 71, ſera le premier terme du quatriéme rang, & on le placera ſous 12. On multipliera enſuite 24, troiſiéme terme, par le précedent 12, & le produit 288 diminué de l'unité qui eſt 287, ſera le ſecond terme du quatriéme rang. On trouvera les autres termes par la même me-

* Voyez le Problême II.

5	11	23	47	95	191
2	4	8	16	32	64
6	12	24	48	96	192
	71	287	1151	4607	18431

thode, c'eſt-à-dire, en multipliant un terme du troiſiéme rang par celui qui le précede immédiate-

Digitized by Google

ment dans ce même rang, & en plaçant le produit diminué de l'unité au dessous du terme qu'on a choisi dans le troisiéme rang, pour le multiplier avec le précedent.

Cette Table étant ainsi construite, on choisira trois nombres premiers, dont l'un sera pris dans le quatriéme rang; les autres seront pris dans le premier rang: l'un de ceux-ci doit répondre au nombre premier choisi du quatriéme rang, c'est-à-dire, à celui qui est placé dans le premier rang au dessus du nombre premier choisi dans le quatriéme rang: l'autre sera celui qui précede immediatement dans le premier rang le second dont on vient de parler. Par exemple, si l'on choisi dans le quatriéme rang le nombre 71, celui qui lui répond dans le premier rang est 11., & 5 est celui qui précede immediatement 11; ces nombres 5 & 11 étant nombres premiers, seront les termes avec lesquels on trouvera deux nombres *amiables*, en suivant ce qu'on va dire. Multipliez 71 par 4, terme qui lui répond dans le second rang; le produit 284, est l'un de ces nombres amiables. Multipliez aussi 11 par le même terme 4, qui lui répond dans le second rang, & le produit 44 par 5, terme qui précede immediatement 11 dans le premier rang; ce second produit 220 sera l'autre des nombres amiables que l'on cherche. On trouvera d'autres nombres amiables, en suivant la même methode.

REMARQUES.

Si on choisissoit 4607 dans le quatriéme rang pour un des nombres premiers, on trouveroit que 95, qui lui répond dans le premier rang, n'est point un nombre premier: ainsi on ne pourroit

Digitized by Google

point se servir de ce terme pour choisir des nombres amiables.

Comme il est difficile de connoître si un nombre est premier, quand il est un peu grand, nous ajoûterons à la fin de ce Problême une Table de tous les nombres premiers, qui sont compris entre 1 & 10000.

XX.

Les quarrez 961, 1156, des deux nombres 31, 34, sont tels que le premier 961 avec ses parties aliquotes 1, 31, fait une somme 993 égale à la somme des parties aliquotes, 1, 2, 4, 17, 34, 68, 289, 578, du second 1156, dont le côté est 34.

XXI.

Les deux nombres suivans 26, 20, sont tels que chacun avec ses parties aliquotes fait une même somme. Car le premier 26 avec ses parties aliquotes 1, 2, 13, fait 42, & le second 20 avec ses parties aliquotes 1, 2, 4, 5, 10, fait aussi 42.

Il arrive la même chose aux deux nombres 488, 464, dont chacun avec ses parties aliquotes fait 930 : aux deux nombres 11, 6, dont chacun avec ses parties aliquotes fait 12 : & aux deux nombres 17, 10, dont chacun avec ses parties aliquotes fait 18.

On peut même avoir trois nombres, dont chacun avec ses parties aliquotes fera une même somme, comme 20, 26, 41, dont chacun avec ses parties aliquotes fait 42 : 23, 14, 15, dont chacun avec ses parties aliquotes fait 24, & 46, 55, 71, dont chacun avec ses parties aliquotes fait 72.

Ces deux quarrez 106276, 165649 ont pour racines 326, 407. La somme des diviseurs de chacun

Digitized by Google

est 187131. Les diviseurs de 106276 sont 1, 2, 4, 163, 326, 652, 26569, 53138, 106276. Ceux de 165649 sont 1, 11, 37, 121, 407, 1369, 4477, 15059, 165649.

Ces deux quarrez 16, 25 sont aussi tels que la somme des diviseurs de chacun est 31. Les diviseurs de 16 sont 1, 2, 4, 8, 16. Ceux de 25 sont 1, 5, 25: ainsi chacun avec leurs parties aliquotes fait 31.

Par le moyen de ces deux derniers quarrez 16, 25, on en peut avoir autant d'autres qu'on voudra qui ayent la même proprieté. Il ne faut que les multiplier par quelqu'autre nombre quarré impair qui ne soit pas divisible par 5. Comme si on les multiplie chacun par 9, on aura ces deux autres nombres quarrez 144, 225, dont chacun avec ses parties aliquotes fait 403; ou, ce qui est la même chose, la somme des diviseurs est 403.

XXII.

Le nombre quarré 81, dont la racine est 9, est tel qu'avec ses parties aliquotes 1, 3, 9, 27, il fait ce nombre quarré 121, dont la racine est 11. Le nombre quarré 400, dont la racine est 20, est aussi tel, qu'avec ses parties aliquotes 1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 25, 40, 50, 80, 100, 200, il fait ce nombre quarré 961, dont la racine est 31.

XXIII.

La somme 666 de ces trois nombres Triangulaires 15, 21, 630, dont les côtez sont 5, 6, 35, est aussi un nombre Triangulaire, dont le côté est 36. Il arrive la même chose à ces trois autres

Digitized by Google

nombres Triangulaires 210, 780, 1711, dont les côtez ſont 20, 39, 58. Car leur ſomme 2701 eſt un nombre Triangulaire, dont le côté eſt 73. La ſomme 9180 de ces trois autres nombres Triangulaires 666, 2628, 5886, dont les côtez ſont 36, 72, 108, eſt auſſi un nombre Triangulaire, dont le côté eſt 135, &c.

XXIV.

Le quarré 49 du nombre 7, eſt tel que la ſomme 8 de ſes parties aliquotes 1, 7, a pour racine cubique 2. Et le cube 343 du même nombre 7, eſt tel qu'avec ſes parties aliquotes 1, 7, 49, il fait ce nombre quarré 400, dont le côté eſt 20.

XXV.

Le quarré 9 du nombre 3, eſt tel, que la ſomme 4 de ſes parties aliquotes 1, 3, eſt un nombre quarré, dont le côté eſt 2. Le quarré 2401 du nombre 49, a la même proprieté. Car la ſomme 400 de ſes parties aliquotes 1, 7, 49, 343, eſt un nombre quarré, dont la racine eſt 20.

XXVI.

Les deux nombres 99, 65, ſont tels que la ſomme 57 des parties aliquotes 1, 3, 9, 11, 33, du premier 99, ſurpaſſe la ſomme 41 des parties aliquotes 1, 3, 7, 9, 21, du ſecond 63, de ce nombre quarré 16, dont la racine eſt 4. Il arrive la même choſe à ces deux autres nombres 325, 175. Car la ſomme 109 des parties aliquotes 1, 5, 13, 25, 65, du premier 325 ſurpaſſe la ſomme 73 des

Digitized by Google

parties aliquotes 1, 5, 7, 25, 35, du second 175 de ce nombre quarré 36, dont la racine est 6.

XXVII.

La somme de deux nombres qui différent de l'unité est égale à la différence de leurs quarrez: & la somme des quarrez de leurs nombres Triangulaires est aussi un nombre Triangulaire. La somme 11 de ces deux nombres 5, 6, qui différent de l'unité, est égale à la différence de leurs quarrez 25, 36; & leurs nombres Triangulaires 15, 21, sont tels que la somme 666 de leurs quarrez 225, 441, est aussi un nombre Triangulaire, dont le côté est 36.

XXVIII.

Les deux nombres Triangulaires 6, 10, des deux nombres 3, 4, qui différent aussi de l'unité, sont tels que leur somme 16, & leur différence 4, sont des nombres quarrez, dont les racines sont 4, 2, & que la somme 136 de leurs quarrez 36, 100, est un nombre Triangulaire, dont le côté 16 est aussi un nombre quarré, dont la racine 4 est encore un nombre quarré, dont la racine est 2.

Il arrive la même chose à ces deux autres nombres Triangulaires 36, 45, dont les côtez 8, 9, différent aussi de l'unité. Car leur somme 81, & leur différence 9, sont des nombres quarrez, dont les racines sont 9, 3. Et la somme 3321 de leurs quarrez 1296, 2025, est un nombre Triangulaire, dont le côté est 81, qui a pour racine quarrée 9, laquelle a aussi sa racine quarrée 3.

Il y a une infinité de couples d'autres nombres Triangulaires, qui ont la même proprieté. On les

Digitized by Google

trouvera en ôtant & en ajoûtant un nombre quarré quelconque à son quarré, & les moitiez du reste & de la somme seront les deux nombres Triangulaires qu'on cherche. Les côtez de ces nombres Triangulaires ainsi trouvez, différeront entr'eux de l'unité.

Comme si l'on ôte & qu'on ajoûte ce nombre quarré 16 à son quarré 256, les moitiez du reste 240, & de la somme 272, donneront 120, 136, pour les deux nombres Triangulaires qu'on cherche, dont les côtez 15, 16, différent de l'unité. Voyez l'article VIII.

Ces deux nombres Triangulaires ainsi trouvez, sont encore tels que le plus grand de leurs côtez est toûjours un nombre quarré; que la différence de leurs quarrez est aussi un nombre quarré : que leur somme enfin est un quarré-quarré, qui est égal au quarré de leur différence, & au côté du nombre Triangulaire que compose la somme de leurs quarrez.

Si vous voulez connoître les côtez de ces nombres Triangulaires 120, multipliez-le par 8 & au produit ajoûtez l'unité, la somme sera 961; tirez-en la racine quarrée, qui sera 31, prenez la plus petite moitié de cette racine 31, qui est 15; ce sera le côté du nombre Triangulaire 120. Faites la même chose à l'égard de 136, & de tous les autres nombres Triangulaires, dont vous voudrez trouver le côté. Voyez l'article VIII. p. 20.

XXIX.

La différence des quarrez de deux nombres en raison double est égale à la somme de leurs cubes, divisée par la somme des deux nombres : & la mê-

Digitized by Google

me ſomme des cubes eſt le tiers d'un cube.

Si on prend les deux nombres 4, 8, qui ſont en raiſon double, la différence 48 de leurs quarrez 16, 64, eſt égale au quotient qui vient en diviſant la ſomme 576 de leurs cubes 64, 512, par la ſomme 12 des deux nombres : & la même ſomme 576 des cubes eſt le tiers de ce cube 1728, dont le côté 12 eſt toûjours égal à la ſomme des deux nombres.

Je n'aurois jamais fait, ſi je voulois mettre ici toutes les proprietez des nombres, qui ſont infinies. C'eſt pourquoi je finirai ce Problême par la Table des nombres premiers, que j'ai promiſe.



Digitized by Google

Table des nombres premiers, entre 1 *&* 10000.

2	167	383	617	881	1129	1429	1693	1993	2273	2557
3	173	389	619	883	1151	1433	1697	1997	2281	2579
5	179	397	631	887	1153	1439	1699	1999	2287	2591
7	181	401	641	907	1163	1447	1709	2003	2293	2593
11	191	409	643	911	1171	1451	1721	2011	2297	2609
13	193	419	647	919	1181	1453	1723	2017	2309	2617
17	197	421	653	929	1187	1459	1733	2027	2311	2621
19	199	431	659	937	1193	1471	1741	2029	2333	2633
23		433	661	941	1201	1481	1747	2039	2339	2647
29	211	439	673	947	1213	1483	1753	2053	2341	2657
31	223	443	677	953	1217	1487	1759	2063	2347	2659
37	227	449	683	967	1223	1489	1777	2069	2351	2663
41	229	457	691	971	1229	1493	1783	2081	2357	2671
43	233	461	701	977	1231	1499	1787	2083	2371	2677
47	239	463	709	983	1237	1511	1789	2087	2377	2683
53	241	467	719	991	1249	1523	1801	2089	2381	2687
59	251	479	727	997	1259	1531	1811	2099	2383	2689
61	257	487	733	1009	1277	1543	1823	2111	2389	2693
67	263	491	739	1013	1279	1549	1831	2113	2393	2699
71	269	499	743	1019	1283	1553	1847	2129	2399	2707
73	271	503	751	1021	1289	1559	1861	2131	2411	2711
79	277	509	757	1031	1291	1567	1867	2137	2417	2713
83	281	521	761	1033	1297	1571	1871	2141	2423	2719
89	283	523	769	1039	1301	1579	1873	2143	2437	2729
97	293	541	773	1049	1303	1583	1877	2153	2441	2731
101	307	547	787	1051	1307	1597	1879	2161	2447	2741
103	311	557	797	1061	1319	1601	1889	2179	2459	2749
107	313	563	811	1063	1321	1607	1901	2203	2467	2753
109	317	569	821	1069	1327	1609	1907	2207	2473	2767
113	331	571	823	1087	1361	1613	1913	2213	2477	2777
127	337	577	827	1091	1367	1619	1931	2221	2503	2789
131	347	587	829	1093	1373	1621	1933	2237	2521	2791
137	349	593	839	1097	1381	1627	1949	2239	2531	2797
139	353	599	853	1103	1399	1637	1951	2243	2539	2801
149	359	601	857	1109	1409	1657	1973	2251	2543	2803
151	367	607	859	1117	1423	1663	1979	2267	2549	2819
157	373	613	863	1123	1427	1667	1987	2269	2551	2833

Digitized by Google

Table des nombres premiers, entre 1 *&* 10000.

2837	3187	3499	3797	4111	4451	4789	5101	5449	5791
2843	3191	3511	3803	4127	4457	4793	5107	5471	5801
2851	3203	3517	3821	4129	4463	4799	5113	5477	5807
2857	3209	3527	3823	4133	4481	4801	5119	5479	5813
2861	3217	3529	3833	4139	4483	4813	5147	5483	5821
2879	3221	3533	3847	4153	4493	4817	5153	5501	5827
2887	3229	3539	3851	4157	4507	4831	5167	5503	5839
2897	3251	3541	3853	4159	4513	4861	5171	5507	5843
2903	3253	3547	3863	4177	4517	4871	5179	5519	5849
2909	3257	3557	3877	4201	4519	4877	5189	5521	5851
2917	3259	3559	3881	4211	4523	4889	5197	5527	5857
2927	3271	3571	3889	4217	4547	4903	5209	5531	5861
2939	3299	3581	3907	4219	4549	4909	5227	5557	5867
2953	3301	3583	3911	4229	4561	4919	5231	5563	5869
2957	3307	3593	3917	4231	4567	4931	5233	5569	5879
2963	3313	3607	3919	4241	4583	4933	5237	5573	5881
2969	3319	3613	3923	4243	4591	4937	5261	5581	5897
2971	3323	3617	3929	4253	4597	4943	5273	5591	5903
2999	3329	3623	3931	4259	4603	4951	5279	5623	5923
3001	3331	3631	3943	4261	4621	4957	5281	5639	5927
3011	3343	3637	3947	4271	4637	4967	5297	5641	5939
3019	3347	3643	3967	4273	4639	4969	5303	5647	5953
3023	3359	3659	3989	4283	4643	4973	5309	5651	5981
3037	3361	3671	4001	4289	4649	4987	5323	5653	5987
3041	3371	3673	4003	4297	4651	4993	5333	5657	6007
3049	3373	3677	4007	4327	4657	4999	5347	5659	6011
3061	3389	3691	4013	4337	4663	5001	5351	5669	6029
3067	3391	3697	4019	4339	4673	5009	5381	5683	6037
3079	3407	3701	4021	4349	4679	5011	5387	5689	6043
3083	3413	3709	4027	4357	4691	5021	5393	5693	6047
3089	3433	3719	4049	4363	4703	5023	5399	5701	6053
3109	3449	3727	4051	4373	4721	5039	5407	5711	6067
3119	3457	3733	4057	4391	4723	5051	5413	5717	6073
3121	3461	3739	4073	4397	4729	5059	5417	5737	6079
3137	3463	3761	4079	4409	4733	5077	5419	5741	6089
3163	3467	3767	4091	4421	4751	5081	5431	5743	6091
3167	3469	3769	4093	4423	4759	5087	5437	5749	6101
3169	3491	3793	4099	4441	4783	5099	5441	5779	6113
3181				4447	4787		5443	5783	

Table

Digitized by Google

Table des nombres premiers entre 1 *&* 10000.

6121	6449	6803	7151	7523	7853	8219	8581	8893	9241
6131	6451	6823	7159	7529	7867	8221	8597	8923	9257
6133	6469	6827	7177	7537	7873	8231	8599	8929	9277
6143	6473	6829	7187	7541	7877	8233	8609	8933	9281
6151	6481	6833	7193	7547	7879	8237	8623	8941	9283
6163	6491	6841	7207	7549	7883	8243	8627	8951	9293
6173	6521	6857	7211	7559	7901	8263	8629	8963	9311
6197	6529	6863	7213	7561	7907	8269	8641	8969	9319
6199	6547	6869	7219	7573	7917	8273	8647	8971	9323
6203	6551	6871	7229	7577	7927	8287	8663	8999	9337
6211	6553	6883	7237	7583	7933	8291	8669	9001	9341
6217	6563	6899	7243	7589	7937	8293	8677	9007	9343
6221	6569	6907	7247	7591	7949	8297	8681	9011	9349
6229	6571	6911	7253	7603	7951	8311	8689	9013	9371
6247	6577	6917	7283	7607	7963	8317	8693	9029	9377
6257	6581	6947	7297	7621	7993	8329	8699	9041	9391
6263	6599	6949	7307	7639	8009	8353	8707	9043	9397
6269	6607	6959	7309	7643	8011	8363	8713	9049	9403
6271	6619	6961	7321	7649	8017	8369	8719	9059	9413
6277	6637	6967	7331	7669	8039	8377	8731	9067	9419
6287	6653	6971	7333	7673	8053	8387	8737	9091	9421
6299	6659	6977	7349	7681	8059	8389	8741	9103	9431
6301	6661	6983	7351	7687	8069	8419	8747	9109	9433
6311	6673	6991	7369	7691	8081	8423	8753	9127	9437
6317	6679	6997	7393	7699	8087	8429	8761	9133	9439
6323	6689	7001	7411	7703	8089	8431	8779	9137	9461
6329	6691	7013	7417	7717	8093	8443	8783	9151	9463
6337	6701	7019	7433	7723	8101	8447	8803	9157	9467
6343	6703	7027	7451	7727	8111	8461	8807	9161	9473
6353	6709	7039	7457	7741	8117	8467	8819	9173	9479
6359	6719	7043	7459	7753	8123	8501	8821	9181	9491
6361	6733	7057	7477	7757	8147	8513	8831	9187	9497
6367	6737	7069	7481	7759	8161	8521	8837	9199	9511
6373	6761	7079	7487	7789	8167	8527	8839	9203	9521
6379	6763	7103	7489	7793	8171	8537	8849	9209	9533
6389	6779	7109	7499	7817	8179	8539	8861	9221	9539
6397	6781	7121	7507	7823	8191	8543	8863	9227	9547
6421	6791	7127	7517	7829	8209	8563	8867	9239	9551
6427	6793	7129		7841		8573	8887		

Digitized by Google

Table des nombres premiers, entre 1 & 10000.

9587	9629	9679	9733	9781	9817	9859	9907	9967
—	9631	9689	9739	9787	9829	9871	9923	9973
9601	9643	9697	9743	9791	9833	9883	9929	—
9613	9649	—	9749	—	9839	9887	9931	
9619	9661	9719	9767	9803	9851	—	9941	
9623	9677	9721	9769	9811	9857	9901	9949	

PROBLEME IX.

Des Triangles rectangles en nombres.

ON appelle *Triangle rectangle en nombres*, trois nombres inégaux, dont le plus grand est tel, que son quarré est égal à la somme des quarrez des deux autres, comme 3, 4, 5. Car le quarré 25 du plus grand 5, qu'on appelle *Hypoténuse*, est égal à la somme des quarrez 9, 16, des deux autres 3, 4, qu'on appelle *Côtez*, dont l'un étant pris pour la *Base* du Triangle rectangle, l'autre en sera la *Hauteur*. La moitié 6 du produit 12 sous cette Base & cette Hauteur, se nomme *Aire*, qui est toûjours divisible par 3. Vous remarquerez que par le produit de deux nombres nous entendons celui qui vient de leur multiplication.

Il y a une infinité de Triangles rectangles de diverses especes, tant en nombres entiers, qu'en nombres rompus : mais on les conçoit ordinairement en nombres entiers, entre lesquels le premier & le plus petit de tous est le précédent 3, 4, 5 : il a une infinité de belles proprietez, qu'il seroit trop long de rapporter ici. Je me contenterai de dire que la somme 216 des Cubes 27, 64, 125, de ses deux côtez 3, 4, & de son Hypoténuse 5, est un Cube, dont le côté 6 est égal à son Aire.

Digitized by Google

Pour trouver en nombres autant de Triangles rectangles qu'on voudra, prenez à volonté deux nombres, comme 2, 3, qu'on appelle *nombres générateurs*, & multipliez-les enſemble, pour avoir leur produit 6, dont le double 12 ſera le côté d'un Triangle rectangle; l'autre côté ſera égal à la différence 5 des quarrez 4, 9, des nombres générateurs 2, 3; & l'hypoténuſe ſera égale à la ſomme 13 des mêmes quarrez 4, 9. De ſorte qu'on aura ce Triangle rectangle 5, 12, 13 : car le quarré 169 de l'hypoténuſe 13, eſt égal à la ſomme des quarrez 25, 144, dont les racines ſont 5, 12.

Le premier Triangle rectangle 3, 4, 5, dont les deux nombres générateurs ſont 1, 2, eſt tel, que la différence des deux côtez 3, 4, eſt 1. Si vous voulez en *trouver un autre qui ait la même proprieté*, prenez pour le plus petit nombre générateur de ce ſecond Triangle le nombre 2, qui eſt le plus grand nombre générateur du premier. Doublez ce nombre 2; ajoûtez à 4 double de 2, 1 le plus petit nombre générateur du premier, & vous aurez 5, qui ſera le plus grand nombre générateur du ſecond Triangle cherché, que vous trouverez en ſuivant la régle qu'on vient de donner. Ces trois nombres ſeront 20, 21, 29, dont les deux côtez 20, 21, ne différent que de l'unité.

Si vous voulez un troiſiéme Triangle rectangle qui ait la même proprieté, ſervez-vous des deux nombres générateurs 2, 5, du Triangle précedent, & prenez le plus grand 5 pour le plus petit du troiſiéme Triangle rectangle. Doublez ce nombre 5, ajoûtez à 10 double de 5, 2, le plus petit nombre générateur du Triangle précedent, & vous aurez 12 pour le plus grand nombre générateur du troiſiéme Triangle rectangle, qui ſera 119, 120,

Digitized by Google

169, où la différence des deux côtez 119, 120, eſt auſſi 1. Vous ſuivrez la même regle pour trouver les autres. La Table que l'on a jointe ici ſervira à faire connoître les ſix premiers Triangles, dont les côtez ne different que de l'unité : on peut la continuer auſſi loin qu'on voudra, en ſuivant les exemples qu'on vient de donner.

Côtez.		*Hypotén.*	*Nomb. génér.*	
3.	4.	5.	1.	2.
20.	21.	29.	2.	5.
119.	120.	169.	5.	12.
696.	697.	985.	12.	29.
4059.	4060.	5741.	29.	70.
23660.	23661.	33461.	70.	169.

Le même premier Triangle rectangle 3, 4, 5, eſt encore tel, que l'excès de l'hypoténuſe 5 ſur le côté 4 eſt auſſi 1, parce que ſes deux nombres générateurs 1, 2, different de l'unité.

Baſes.	*Hauteurs.*	*Hypotén.*	*Nomb. génér.*	
3.	4.	5.	1.	2.
5.	12.	13.	2.	3.
7.	24.	25.	3.	4.
9.	40.	41.	4.	5.
11.	60.	61.	5.	6.
14.	84.	85.	6.	7.

C'eſt pourquoi on pourra *trouver une infinité d'autres Triangles rectangles, qui auront la même proprieté*, ſi pour leurs nombres générateurs on prend deux nombres qui different de l'unité, comme vous voyez dans la Table précédente, où les premieres différences des Baſes 3, 5, 7, 9, &c. ſont égales, & où les ſecondes différences des Hau-

Digitized by Google

leurs 4, 12, 24, 40, &c. ſont auſſi égales; ce qui arrive auſſi aux Hypoténuſes 5, 13, 25, 41, &c.

REMARQUES.

Les ſecondes différences des Hauteurs ſont égales; car la différence de 12 à 4 eſt 8, & la différence de 24 à 12 eſt 12: mais la différence de 12 à 8 eſt 4. De même la différence de 40 à 24 eſt 16, & la différence de 16 à 12 eſt auſſi 4. Ainſi des autres.

Hauteurs.	1ᵉˢ *Diff.*	2ᵉˢ *Diff.*
12		
	8	
4		4
24		
	12	
12		4
40		
	16	
24		

Les Hypoténuſes ont auſſi les ſecondes différences égales, comme on le voit par cette Table.

Hypotén.	1ᵉˢ *Diff.*	2ᵉˢ *Diff.*
13		
	8	
5		4
25		
	12	
13		4
41		
	16	
25		

Les Baſes ſont ici des nombres impairs; & ſi l'on veut qu'*elles ſoient les quarrez* de ces mêmes nombres impairs, il ne faut que prendre les Hauteurs & les Hypoténuſes pour les nombres géné-

Digitized by Google

rateurs des Triangles rectangles qu'on cherche ; lesquels par consequent seront tels.

Bases.	*Hauteurs.*	*Hypotén.*	*Nomb. génér.*	
9.	40.	41.	4.	5.
25.	312.	313.	12.	13.
49.	1200.	1201.	24.	25.
81.	3280.	3281.	40.	41.
121.	7320.	7321.	60.	61.
169.	14280.	14281.	84.	85.

Si au lieu d'un côté, vous voulez que *l'Hypoténuse soit un nombre quarré* ; il faut que les deux nombres générateurs soient les côtez d'un Triangle rectangle, comme vous voyez ici, où l'hypoténuse est le quarré du plus grand nombre générateur augmenté de l'unité.

Côtez.		*Hypotén.*	*Nomb. génér.*	
7.	24.	25.	3.	4.
119.	120.	169.	5.	12.
336.	527.	625.	7.	24.
720.	1519.	1681.	9.	40.
1320.	3479.	3721.	11.	60.
2184.	6887.	7225.	13.	84.

Ce Triangle rectangle 21, 28, 35, est tel que les deux côtez 21, 28, sont des nombres Triangulaires, dont les côtez 6, 7, différent de l'unité, & le quarré 1225 de l'Hypoténuse 35 est aussi un nombre Triangulaire, dont le côté est 49.

Il arrive la même chose à cet autre Triangle rectangle 820, 861, 1189. Car les deux côtez 820, 861, sont des nombres Triangulaires, dont les côtez 40, 41, différent aussi de l'unité, & le quarré

Digitized by Google

1413721 de l'Hypoténuse 1189 est aussi un nombre Triangulaire, dont le côté est 1681.

Il arrive encore la même chose à ce troisiéme Triangle rectangle 28441, 28680, 40391. Car les deux côtez 28441, 28680, sont des nombres Triangulaires, dont les côtez 238, 239, différent aussi de l'unité, & le quarré 1631452881 de l'Hypoténuse 40391 est aussi un nombre Triangulaire, dont le côté est 57121. Ainsi des autres.

Les Triangles rectangles suivans ont pour Bases & pour Hypoténuses des nombres Triangulaires, &

Bases.	*Hauteurs.*	*Hypotén.*	*Nomb. génér.*	
6.	8.	10.	1.	3.
36.	27.	45.	3.	6.
120.	64.	136.	6.	10.
300.	125.	325.	10.	15.
630.	216.	666.	15.	21.
1176.	343.	1225.	21.	28.

pour Hauteurs des nombres cubiques. On en *trouvera autant que l'on voudra*, en ajoûtant & en ôtant un nombre quarré de son quarré; car la moitié de la somme sera l'Hypoténuse, la moitié du reste sera la Base, & la hauteur sera égale au Cube du côté du premier nombre quarré: ou bien en prenant pour nombres générateurs les nombres Triangulaires par ordre, comme vous voyez ici, où le plus petit nombre générateur d'un Triangle rectangle est le même que le plus grand du Triangle rectangle précédent, &c.

Digitized by Google

PROBLEME X.

De la Progreſſion Arithmétique.

ON appelle *Progreſſion Arithmétique*, une ſuite de grandeurs, dont la différence eſt la même à l'égard de celles qui ſe ſuivent immédiatement. Cette ſuite peut aller en augmentant ou en diminuant. Ces nombres 1. 3. 5. 7. 9. 11. &c. forment une Progreſſion Arithmétique, dont la différence ou l'excès eſt 2. Cette autre ſuite de nombres 2. 6. 10. 14. 18. 22. &c. eſt une autre Progreſſion Arithmétique, dont la différence eſt 4. Ces deux Progreſſions vont en augmentant. Celle-ci 32. 27. 22. 17. 12. 7. &c. va en diminuant, & ſa différence eſt 5. Chaque grandeur de la Progreſſion eſt appellée *Terme*.

La principale proprieté de la Progreſſion Arithmétique, eſt que ſi on prend trois termes de ſuite 6. 10. 14. la ſomme 20. des deux extrêmes 6. 14. eſt double du moyen 10. De même ſi on prend quatre termes de ſuite 6. 10. 14. 18. la ſomme 24 des deux extrêmes 6. 18. eſt égale à celle des deux moyens 10, 14. Enfin ſi on prend un plus grand nombre de termes de ſuite, comme ces ſix, 2. 6. 10. 14. 18. 22. la ſomme 24 des deux extrêmes 2, 22, eſt encore égale à celle de deux autres 6, 18, qui en ſont également éloignez, & à celle des deux 10, 14, qui en ſont auſſi également éloignez. D'où il eſt aiſé de conclure, que quand le nombre des termes eſt impair, la ſomme de deux termes également éloignez du moyen, eſt double de ce terme moyen, comme on le voit dans les cinq termes 2. 6. 10. 14. 18. Car la ſomme 20 des deux extrêmes 2, 18, ou de ces deux autres 6, 14, qui

Digitized by Google

sont également éloignez du moyen 10, aussi-bien que des extrêmes, est double de ce moyen 10.

On peut aisément trouver autant qu'on voudra de Triangles rectangles en nombres, par le moyen de cette double Progression Arithmétique $1\frac{3}{5}$, $2\frac{3}{5}$, $3\frac{3}{7}$, $4\frac{4}{9}$, $5\frac{5}{11}$, $6\frac{6}{13}$, $7\frac{7}{15}$, $8\frac{8}{17}$, &c. où l'excès est 2 dans les Fractions, & 1 dans les Nombres entiers. Car si l'on réduit l'entier avec sa Fraction en une seule Fraction, comme $1\frac{4}{3}$ en $\frac{4}{3}$, * le numérateur 4, & le dénominateur 3, seront les côtez de ce Triangle rectangle 3, 4, 5, dont on connoîtra l'Hypotenuse 5, en prenant la racine quarrée de 25, somme des quarrez 9, 16 des côtez 3, 4. De même si l'on réduit $2\frac{3}{5}$ en $\frac{13}{5}$, * le dénominateur 5, & le numérateur 12, seront les côtez de ce Triangle rectangle 5, 12, 13. Ainsi des autres: où vous voyez que tout nombre impair peut être l'un des deux côtez d'un Triangle rectangle, en nombres entiers.

Au lieu de cette double Progression Arithmétique, on peut se servir de celle-ci, $1\frac{7}{8}$, $2\frac{11}{12}$, $3\frac{15}{16}$, $4\frac{19}{20}$, $5\frac{23}{24}$, $6\frac{27}{28}$, $7\frac{31}{32}$, $8\frac{35}{36}$, &c. où l'excès est 4 dans les Fractions, & 1 dans les Nombres entiers. Car si l'on réduit $1\frac{7}{8}$ en $\frac{15}{8}$, * le dénominateur 8, & le numérateur 15, seront les deux côtez de ce Triangle rectangle 8, 15, 17. De même si l'on réduit $2\frac{11}{12}$ en $\frac{35}{12}$, * le dénominateur 12, & le numérateur 35, seront les deux côtez de cet autre Triangle rectangle 12, 35, 37. Ainsi des autres,

* Ce qui se fait en multipliant le nombre entier par le dénominateur, & ajoûtant au produit le numérateur.

Digitized by Google

où vous voyez qu'un nombre divisible par 4 peut être l'un des deux côtez d'un Triangle rectangle en nombres entiers.

Pour trouver une infinité de semblables Progressions, on prendra à volonté deux nombres quelconques, comme 1, 2, ou 3, 5, qui sont les termes générateurs des deux Progressions précédentes, ou tels autres nombres qu'il plaira.

Premièrement, on aura le numérateur de la prémiére fraction en multipliant ces termes l'un par l'autre : si le produit est impair, il sera le numérateur cherché ; mais s'il est pair, il faudra prendre le double de ce produit.

Secondement, on aura le dénominateur de cette premiere fraction en ajoûtant les deux termes choisis, & en multipliant cette somme par la différence de ces mêmes termes : si le produit est impair, il sera le dénominateur cherché ; mais s'il est pair, on en prendra la moitié.

Troisiémement, on aura le numérateur de la fraction suivante. 1°. En multipliant la différence des termes par 2, si elle est paire, ou par 4, si elle est impaire. 2°. En multipliant ce produit par le plus grand terme choisi. 3°. En ajoûtant ce second produit au numérateur de la prémiére fraction ; cette somme formera le numérateur de la seconde fraction.

Enfin on aura le dénominateur de cette seconde fraction, en ajoûtant le quarré de la différence des termes choisis, s'il est pair, ou le double de ce quarré, s'il est impair, au dénominateur de la premiere fraction. Cette somme donnera le dénominateur de la seconde fraction.

Les deux prémiers termes de cette Progression étant réduits en entiers & en fractions, il sera aisé

Digitized by Google

de trouver la suite d'autant de termes qu'on voudra ; puisqu'on connoît la différence des entiers, celle des numérateurs & celle des dénominateurs.

I.

Dans une Progression Arithmétique, la somme des termes est égale à la somme des deux extrêmes, multipliée par la moitié du nombre de tous ces termes. C'est pourquoi *pour trouver la somme d'autant de termes qu'on voudra d'une Progression Arithmétique*, par exemple, de ces huit, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, on multipliera par leur nombre 8, la somme 20 des deux extrêmes 3, 17, & 80 moitié du produit 160, sera la somme qu'on cherche.

II.

Si au contraire on connoît la somme des termes, leur nombre & le prémier terme, on trouvera chacun de ces termes en cherchant leur excès en cette sorte. Si la somme donnée des termes est par exemple 80, que leur nombre soit 8, & que le prémier terme soit 3, divisez par le nombre donné des termes 8 le double 160 de la somme donnée 80 ; ôtez du quotient 20 le double 6 du premier terme donné 3 ; enfin divisez le reste 14 par le nombre donné des termes diminué de l'unité, c'est-à-dire, dans cet exemple par 7 ; le quotient 2 sera l'excès qu'on cherche, lequel étant ajoûté au premier terme donné 3, donnera 5 pour le second terme, auquel si l'on ajoûte le même excès 2, on aura 7 pour le troisiéme terme, & ainsi de suite.

III.

Mais si l'on donne la somme des termes, leur

nombre & l'excès, on trouvera le premier terme; & par conſequent tous les autres en cette ſorte. Que la ſomme donnée des termes ſoit 80, que leur nombre ſoit 8, & que l'excès ſoit 2; diviſez le double 160 de la ſomme donnée 80 par le nombre donné des termes 8; ôtez du quotient 20 autant de fois l'excès 2, que le nombre donné des termes 8 comprend d'unitez moins une, ſçavoir, 7 fois, c'eſt-à-dire, qu'il faut ici ôter 14; la moitié 3 du reſte 6 ſera le premier terme, auquel ajoûtant l'excès donné 2, on aura 5 pour le ſecond terme: ſi l'on ajoûte à ce ſecond terme le même excès 2, on aura 7 pour le troiſiéme terme, & ainſi de ſuite.

IV.

Si on connoît le premier terme, le nombre & la différence des termes, on connoîtra le dernier terme en cette ſorte. Multipliez le nombre des termes diminué de l'unité par la différence, ajoûtez à ce produit le premier terme, la ſomme donnera le dernier terme. Soit le premier terme 9, le nombre des termes 8, & leur différence 2, multipliez 7 nombre des termes diminué de l'unité par 2 différence des termes, ajoûtez au produit 14 le premier terme 3, & vous aurez 17 pour le dernier terme. Nous ferons l'application de ces articles dans les Queſtions ſuivantes.

QUESTION I.

Un Proprietaire fait faire un Puits à un Maſſon, avec cette condition, qu'il lui donnera 3 livres pour la premiere toiſe de profondeur, 5 pour la ſeconde, 7 pour la troiſiéme, & ainſi de ſuite en

Digitized by Google

augmentant de 2 livres à chaque toise, jusqu'à 20 toises de profondeur. On demande combien il sera dû au Maßon, quand les 20 toises de profondeur seront achevées.

POur résoudre cette Question, multipliez les 2 livres d'augmentation pour chaque toise de profondeur par le nombre des toises moins une de toute la profondeur, c'est-à-dire, par 19, & ayant ajoûté au produit 38 le premier terme 3, vous aurez 41 pour le dernier terme. Ajoûtez à ce dernier terme 41 le premier terme 3, qui est le nombre des livres promises pour la premiere toise, multipliez la somme 44 par la moitié 10 du nombre 20 des toises de toute la profondeur, & vous aurez 440 livres pour l'argent dû au Maßon sur 20 toises de profondeur.

REMARQUES.

Cette Question se résout par le quatriéme & le premier article; par le quatriéme article on trouve le dernier terme 41, & par le premier on trouve 440 livres, somme des 20 termes.

QUESTION II.

Un Voyageur a fait 100 *lieues en huit jours; chaque jour il a fait également plus de chemin que le jour précédent, & le premier jour il a fait* 2 *lieues; on demande combien de lieues il a fait chaque jour.*

POur résoudre cette Question, divisez le double 200 des lieues données 100, par le nombre donné 8 des jours, & ôtez du quotient 25 le

Digitized by Google

double 4 du nombre donné 2 des lieues du premier jour : diviſez le reſte 21 par 7, qui eſt le nombre donné des jours, diminué de l'unité ; le quotient 3 fera connoître que le Voyageur a fait chaque jour 3 lieues plus que le précédent. D'où il eſt aiſé de conclure, que comme le premier jour il a fait 2 lieues, le ſecond il en aura fait 5, le troiſiéme 8, le quatriéme 11, le cinquiéme 14, le ſixiéme 17, le ſeptiéme 20, & le huitiéme 23, ce qui fait en tout 100 lieues, comme porte la Queſtion, & comme on le peut connoître par le premier article.

REMARQUE.

Cette ſeconde Queſtion ſe réſout par le ſecond article.

QUESTION III.

Un Voyageur a fait 100 lieues en huit jours, & il a fait chaque jour 3 lieues plus que le précédent ; on demande combien de lieues il a fait chaque jour.

POur réſoudre cette Queſtion, diviſez le double 200 des lieues données 100, par le nombre donné 8 des jours, & ôtez du quotient 25 le nombre 21, qui eſt le nombre donné 3 des lieues de ſurplus en chaque jour, multiplié par le nombre donné des jours moins un, c'eſt-à-dire, par 7 : la moitié 2 du reſte 4 fera connoître que le premier jour le Voyageur a fait 2 lieues, & par conſequent qu'il en a fait 5 le ſecond jour, 8 le troiſiéme, 11 le quatriéme, 14 le cinquiéme, 17 le ſixiéme, 20 le ſeptiéme, & 23 le huitiéme, ce qui fait en tout 100 lieues, comme porte la Queſtion, & comme on le peut connoître par le premier article.

Digitized by Google

REMARQUE.

Cette troiſiéme Queſtion ſe réſout par le troiſiéme article.

QUESTION IV.

Un Voleur en s'enfuyant fait 8 lieues par jour ; il eſt pourſuivi par un Archer, qui n'a fait que 3 lieues le premier jour, 5 le ſecond, 7 le troiſiéme, & ainſi de ſuite en augmentant de 2 lieues chaque jour. On demande en combien de jours l'Archer atteindra le Voleur, & combien de lieues chacun aura fait.

POur réſoudre cette queſtion & ſes ſemblables, ajoûtez le nombre 2 des lieues que l'Archer fait chaque jour plus que le précédent, a 16 double de 8 nombre des lieues que le Voleur fait chaque jour, & ayant ôté de la ſomme 18 le double 6 du nombre 3 des lieues que l'Archer a fait le premier jour, diviſez le reſte 12 par 2 nombre des lieues que le même Archer fait de plus chaque jour : le quotient 6 fera connoître que l'Archer atteindra le Voleur au bout de ſix jours, & que par conſequent chacun aura fait 48 lieues, parce que 6 fois 8 font 48, & que la ſomme de ces ſix termes de la Progreſſion Arithmétique 3, 5, 7, 9, 11, 13, fait auſſi 48.

REMARQUES.

Cette quatriéme Queſtion eſt trop compoſée, pour pouvoir n'être réſolue que par les articles précédens. Elle peut ſervir de modéle pour réſoudre les autres ſemblables ; c'eſt-à-dire, que

Digitized by Google

dans ces sortes de questions il faut doubler le nombre des lieues donnez, où la Progression ne se rencontre point, ajoûter à ce double la différence ou l'excès de la Progression Arithmétique, ôter de cette somme le double du premier terme de cette Progression, & diviser ce reste par la différence des termes de la Progression : le quotient sera le nombre des termes, qui étant multiplié par le nombre des lieues qui n'est point dans la Progression, donnera la somme de tous les termes.

QUESTION V.

On suppose que de Paris à Lyon il y a 100 lieues ; que deux Couriers sont partis en même temps, & par la même route, l'un de Paris pour aller à Lyon, en faisant 2 lieues chaque jour plus que le précédent, & l'autre de Lyon pour venir à Paris, en faisant 3 lieues chaque jour plus que le précédent : & que précisément au milieu du chemin ils se sont rencontrez, le premier au bout de 5 jours, & le second au bout de 4 jours. On demande combien de lieues ces deux Couriers ont fait chaque jour.

POur sçavoir combien de lieues a fait chaque jour celui qui pour rencontrer l'autre, a employé 5 jours, ôtez ce nombre 5 de son quarré 25, & ayant multiplié le reste 20 par 2 nombre des lieues que ce Courier a fait chaque jour plus que le précédent, ôtez le produit 40 du nombre 100 de la distance de Paris à Lyon : puis divisez le reste 60 par 10 double de 5 nombre des jours : le quotient 6 fera connoître que le Courier a fait 6 lieues le premier jour, & par consequent 8 le second

Digitized by Google

conti, 10 le troiſiéme, 12 le quatriéme, & 14 le cinquiéme.

De même pour ſçavoir combien de lieues a fait chaque jour celui qui pour rencontrer l'autre, a employé 4 jours, ôtez ce nombre 4 de ſon quarré 16, & ayant multiplié le reſte 12 par 3 nombre des lieues que ce Courier a fait ch que jour de plus; ôtez le produit 36 du nombre 100 de la diſtance de Paris à Lyon : puis diviſez le reſte 64 par 8 double de 4 nombre des jours, & le quotient 8 fera connoître que ce Courier a fait 8 lieues le premier jour, & par conſequent 11 le ſecond, 14 le troiſiéme, & 17 le quatriéme.

REMARQUE.

Cette cinquiéme Queſtion comprend deux parties, qui peuvent fort bien ſe réſoudre chacune par le troiſiéme article précédent, ſi l'on fait attention que 50 moitié de 100, eſt la ſomme des termes.

QUESTION VI.

Il y a un panier & cent pommes, rangées en ligne droite, & éloignées par-tout d'un pas l'une de l'autre. On demande combien de pas feroit celui qui entreprendroit de cueillir ces pommes les unes après les autres, & de les rapporter dans le panier, qui reſteroit toûjours dans la même place.

IL eſt certain que pour la premiere pomme il faut faire 2 pas, un pour aller, & un pour revenir : que pour la ſeconde pomme il faut faire 4 pas, deux pour aller, & deux pour revenir : que pour la troiſiéme pomme il faut faire 6 pas, trois pour aller, & trois pour revenir : & ainſi du reſte.

Digitized by Google

On a cette Progreſſion Arithmétique 2, 4, 6, 8, 10, &c. dont le dernier & plus grand terme ſera 200, qui eſt le double du nombre des pommes, auquel ajoûtant le premier terme 2, & multipliant la ſomme 202 par la moitié 50 du nombre des pommes, qui eſt le nombre des termes, le produit 10100 ſera la ſomme de tous ces termes, ou le nombre des pas qu'on cherche.

REMARQUE.

Cette ſixiéme Queſtion ſe réſout par le quatriéme article, pour avoir le dernier terme 202, & par le premier, pour avoir la ſomme des termes 10100.

QUESTION VII.

Un Marchand eſt convenu avec un de ſes Creanciers de lui donner de l'argent chaque ſemaine : la premiere ſemaine il lui a donné cent livres, la ſeconde quatre cens livres, il a augmenté chaque ſemaine ſon payement de trois cens livres. On demande combien il a payé la vingt-huitiéme ſemaine.

POur réſoudre cette Queſtion, il faut multiplier 300 livres, différence de la Progreſſion, par 27 nombre des ſemaines diminué de l'unité, & ajoûter 100 livres premier terme au produit 8100. La ſomme 8200 livres ſera le payement que le Marchand aura fait la vingt-huitiéme ſemaine.

REMARQUE.

La ſolution de cette ſeptiéme Queſtion n'eſt que l'application du quatriéme article. On peut s'exercer à chercher par le premier article quelle peut

Digitized by Google

être la ſomme qu'a payé le Marchand pendant les vingt-huit ſemaines. Voyez Schooten dans ſes *Sectiones Miſcellanea.*

QUESTION VIII.

Un Reſervoir a douze canaux : par le ſecond il s'écoule dans une heure deux pintes d'eau plus que par le premier : par le troiſiéme deux pintes plus que par le ſecond, & ainſi de ſuite. On ſçait que tous ces canaux laiſſent écouler 168 pintes d'eau dans une heure. On veut ſçavoir combien chacun de ces canaux laiſſe écouler d'eau pendant une heure.

IL faut diviſer 168 ſomme de la Progreſſion par 6 moitié de 12, nombre des canaux ou des termes : du quotient 28 on ôtera 22 produit de 2 différence par 11 nombre des termes diminué de l'unité, il reſtera 6, dont la moitié 3 eſt le premier terme de la Progreſſion, c'eſt-à-dire, que le premier canal laiſſera écouler 3 pintes d'eau dans une heure, le ſecond cinq pintes pendant le même temps, le troiſiéme 7 pintes, &c.

REMARQUE.

Cette huitiéme Queſtion étant aſſez compoſée, ne peut ſe rapporter préciſément à aucun des quatre articles precedens : mais elle peut ſervir de regle pour réſoudre toutes les queſtions qui lui ſont ſemblables.

QUESTION IX.

Un Pere de famille ordonne par ſon teſtament que

Digitized by Google

l'aîné de ſes enfans prendra ſur tous ſes biens dix mille livres, & le ſeptiéme de ce qui reſtera; que le ſecond prendra vingt mille livres, & le ſeptiéme de ce qui reſtera; que le troiſiéme prendra trente mille livres, & le ſeptiéme de ce qui reſtera, & ainſi de ſuite, en augmentant toûjours de dix mille livres avec le ſeptiéme du reſtant. Les enfans ayant ſuivi la diſpoſition du teſtament, il ſe trouve qu'ils ont été également partagez. On demande quel étoit le bien à partager, le nombre des enfans, & la ſomme que chacun a eu.

POur réſoudre cette neuviéme Queſtion, & les autres qui lui ſont ſemblables, il faut ôter 1 du dénominateur de la fraction, qui eſt ici 7; le reſte 6 ſera le nombre des enfans. Il faut enſuite quarrer ce reſte 6, & multiplier ſon quarré 36 par la ſomme que doit prendre l'aîné des enfans, & qu'on a ſuppoſé ici être 10000 livres; le produit 360000 eſt le bien à partager. Diviſant ce produit par 6, nombre des enfans, on trouve 60000 livres, qui eſt la ſomme que chacun des enfans a pris.

REMARQUE.

Si on veut ſe ſervir de l'Algebre pour réſoudre ces ſortes de Queſtions, on peut conſulter les nouveaux Elemens d'Arithmétique & d'Algébre, par M. de Lagny de l'Académie Royale des Sciences, p. 417.

PROBLEME XI.

De la Progreſſion Géométrique.

ON appelle *Progreſſion Géométrique* une ſuite de pluſieurs quantitez qui croiſſent continue-

Digitized by Google

ment par la multiplication d'un même nombre, comme 3, 6, 12, 24, 48, 96, &c. où chaque terme est double du précedent : ou bien 2, 6, 18, 54, 162, 486, &c. où chaque terme est triple du précédent. Ainsi des autres.

I.

La principale proprieté de la Progression Géométrique, est que si on prend trois termes en proportion continue, comme 3, 6, 12, le produit 36 des deux extrêmes, 3, 12, est égal au quarré du moyen 6. De même si on prend quatre termes en proportion continue, comme 3, 6, 12, 24, le produit 72 des deux extrêmes 3, 24, est égal au produit des deux moyens 6, 12. Enfin si on prend un plus grand nombre de termes continuement proportionnels, comme ces six, 3, 6, 12, 24, 48, 96, le produit 288 des deux extrêmes 3, 96, est égal au produit des deux 6, 48, qui en sont également éloignez, ou des deux 12, 24 qui en sont aussi également éloignez. D'où il est aisé de conclure, que lorsque le nombre des termes est impair, ce produit est égal au quarré du terme moyen, comme il arrive dans ces cinq termes 3, 6, 12, 24, 48. Car le produit 144 des deux extrêmes 3, 48, ou des deux 6, 24, qui en sont également éloignez, est le quarré du terme moyen 12.

Ainsi vous voyez que ce qui convient à la Progression Arithmétique par addition, convient à la Progression Géométrique par multiplication. Mais il y a une autre difference considerable entre ces deux Progressions ; c'est que dans la Progression Arithmétique les differences des termes sont égales, au lieu que dans la Progression Géométrique elles sont toûjours inégales, elles conservent entre elles la même Progression Géométrique, & quoi-

Digitized by Google

qu'on prenne à l'infini les différences des différences, on ne peut jamais parvenir à des différences égales. Ainſi l'on voit que dans cette Progreſſion Géométrique 2, 6, 18, 54, 162, 486, les différences des termes ſont cette ſemblable Progreſſion Géométrique 4, 12, 36, 108, 324, où les différences des termes ſont auſſi cette ſemblable Progreſſion Géométrique 8, 24, 72, 216, & ainſi de ſuite.

Si on prend trois termes proportionnels, comme 2, 6, 18, le cube 216 du moyen 6 eſt égal au produit ſolide qui vient de la multiplication des trois nombres 2, 6, 18. De même ſi on prend quatre nombres continuement proportionnels, comme 2, 6, 18, 54, le cube 216 du ſecond 6 eſt égal au produit ſolide qu'on a en multipliant le quatriéme 54 par 4, quarré du premier 2; & le cube 5832 du troiſiéme 18 eſt égal au produit ſolide qui vient en multipliant le premier 2 par 2916 quarré du quatriéme 54.

II.

On connoît aiſément par ce qui a été dit juſqu'à preſent, que *pour trouver un moyen géométrique proportionnel entre deux nombres donnez*, comme entre 2 & 18, il faut multiplier enſemble les deux nombres donnez 2, 18, & prendre la Racine quarrée 6 de leur produit 36, qui ſera le moyen proportionnel qu'on cherche.

Et *pour trouver deux moyens géométriques continuement proportionnels entre deux nombres donnez*, comme entre 2 & 54, il faut multiplier le dernier 54 par 4 quarré du premier 2, & la Racine cubique 6 du produit 216 ſera le premier moyen proportionnel; lequel étant multiplié par 54 ſecond

Digitized by Google

nombre donné, donnera pour produit 324, dont la Racine quarrée 18 sera l'autre moyen proportionnel qu'on cherche.

III.

Mais *pour trouver un moyen proportionnel Arithmétique entre deux nombres donnez*, comme entre 2 & 8, il faut prendre 5 moitié de 10 somme des nombres donnez 2, 8. Cette moitié 5 sera le moyen proportionnel qu'on cherche.

Et *pour trouver deux moyens Arithmétiques continuement proportionnels entre deux nombres donnez*, comme entre 2 & 11, on ôtera 2 le plus petit nombre donné du plus grand 11; on ajoûtera séparément au même plus petit 2 le tiers 3 du reste 9 & 6 double de ce tiers, & l'on aura 5 & 8 pour les deux moyens proportionnels qu'on cherche.

Ou bien on ajoûtera au plus grand 11 des deux nombres donnez le double 4 du plus petit 2, & réciproquement au plus petit 2 le double 22 du plus grand 11, & les tiers des deux sommes 15, 24, donneront 5 & 8 pour les deux moyens qu'on cherche.

IV.

Il est évident que toutes les Puissances par ordre d'un même nombre, comme de 2, font une Progression Géométrique, telle qu'est la suivante,

1	2		4				8		
2,	4,	8,	16,	32,	64,	128,	256,	&c.	
1	1		1				1		
3	5		17				257		

où vous voyez que toutes les Puissances du nom-

Digitized by Google

bre 2, dont les exposans 1, 2, 4, 8, &c. sont les termes d'une Progression Géométrique, sçavoir, 2, 4, 16, 256, &c. sont telles que si à chacune on ajoûte l'unité, les sommes 3, 5, 17, 257, &c. sont des nombres premiers. Par où il est aisé de trouver un nombre premier plus grand que quelque nombre donné que ce soit.

V.

Les termes d'une Progression Géométrique peuvent aller en augmentant ou en diminuant; mais quelle que soit la Progression, *on pourra la continuer à l'infini*, si connoissant les deux premiers termes, on divise le quarré du second terme par le premier, le quotient sera le troisiéme terme; si on divise ensuite le quarré du terme trouvé par le terme précedent, le quotient sera le terme suivant, & ainsi de suite. Soient donnez 2, 4 premiers termes d'une Progression. Pour la continuer à l'infini, il suffit de diviser 16 quarré du second terme 4, par le premier 2, le quotient 8 sera le troisiéme terme; on divisera ensuite 64 quarré du troisiéme terme 8 par le terme précedent 4, & le quotient 16 sera le quatriéme terme. Ainsi du reste.

Quand la Progression va en augmentant, il est plus aisé de diviser le second terme par le premier, & de multiplier le second terme par le quotient qu'on appelle exposant de la raison : le produit donne le troisiéme terme. On multiplie ensuite ce troisiéme terme par le même exposant, ce produit donne le quatriéme terme. On continue la même operation pour avoir autant de termes qu'on voudra.

VI.

Pour trouver quelque terme que ce soit d'une Pro-

Digitized by Google

greſſion, dont on connoît le premier & le ſecond terme, ſi elle va en augmentant, comme celle-ci, 2, 4, 8, 16, & qu'on veuille connoître le huitiéme terme, il faut diviſer le ſecond terme 4 par le premier 2, il viendra 2 pour expoſant de la Progreſſion; il faut enſuite multiplier cet expoſant 2, 7 fois par lui-même, nombre du terme qu'on cherche diminué de l'unité, c'eſt-à-dire, qu'il faut prendre la ſeptiéme puiſſance de 2, qui eſt 128, qu'on multipliera par le premier terme 2; le produit 256 ſera le huitiéme terme qu'on demande.

VII.

Si on propoſe une Progreſſion Géométrique qui aille en augmentant, comme celle-ci, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, le premier terme 2 eſt au ſecond 4, comme la ſomme de tous les termes moins le dernier 256 eſt à la ſomme de tous les termes moins ce premier 2. Ainſi *pour avoir la ſomme de tous les termes d'une Progreſſion qui va en augmentant*, comme de la précédente, il faut multiplier le dernier terme 256 par le ſecond 4, retrancher du produit 1024 le quarré 4 du premier terme 2, & diviſer le reſte 1020 par 2 différence du ſecond terme 4 au premier 2; le quotient 510 ſera la ſomme de tous les termes de la Progreſſion propoſée.

VIII.

Si l'on continue à l'infini une Progreſſion Géométrique en décroiſſant, comme 6, 2, $\frac{2}{3}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{2}{27}$, &c. la différence 4 des deux premiers termes 6, 2, eſt au premier 6, comme le même premier 6, eſt

Digitized by Google

à la ſomme de tous les termes infinis. C'eſt pourquoi *pour trouver la ſomme de tous les termes infinis d'une Progreſſion Géométrique qui décroît*, comme de la propoſée, 6, 2, $\frac{2}{3}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{2}{27}$, &c. il faut diviſer le quarré 36 du premier terme 6, par la différence 4 des deux premiers 6, 2, & le quotient 9 ſera la ſomme qu'on cherche, de laquelle ôtant 8 ſomme des deux premiers termes 6, 2, il reſtera 1 pour la ſomme de ces Fractions infinies continuement proportionnelles $\frac{2}{3}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{2}{27}$, &c. On connoîtra de la même façon, que la ſomme de toutes ces Fractions infinies continuement proportionnelles, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{32}$, &c. vaut auſſi 1.

REMARQUE.

Quand on parle de quantitez proportionnelles ſans ſpecifier, cela s'entend toûjours de la Proportion Géométrique. Nous dirons ici en paſſant, que ſi de l'unité, comme numérateur, & des nombres naturels 1, 2, 3, 4, 5, &c. comme Dénominateurs, on fait cette ſuite de Fractions, $\frac{1}{1}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, &c. qui vont toûjours en diminuant, ces Fractions étant priſes conſecutivement de trois en trois, comme l'on voudra, ſeront en proportion harmonique, c'eſt-à-dire, que la premiere de ces trois ſera à la troiſiéme, comme la différence des deux premiéres eſt à la différence des deux derniéres. Ce que l'on connoîtra encore mieux en réduiſant ces Fractions en même dénomination, ou en entiers, comme on le voit ici pour les cinq Fractions $\frac{1}{1}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, en les multipliant par le même nombre 60, qui eſt di-

Digitized by Google

visible par tous les dénominateurs 2, 3, 4, 5; car à la place de ces cinq Fractions, on aura ces cinq nombres entiers 60, 30, 20, 15, 12, dont les trois premiers 60, 30, 20, sont en proportion harmonique. Car le premier 60 est au troisiéme 20, qui en est la troisiéme partie, comme la différence 30 des deux premiers est à la différence 10 des deux derniers, qui en est aussi la troisiéme partie. C'est par un semblable raisonnement que l'on connoîtra que ces trois nombres 30, 20, 15, sont en proportion harmonique, aussi-bien que ces trois autres 20, 15, 12.

QUESTION I.

Un grand Navire en poursuit un plus petit, dont il est éloigné de 4 lieues, & il va deux fois plus viste que le plus petit: ils sont sur le même Rumb. On demande le chemin que le grand Navire doit faire pour atteindre le petit.

PArce que la distance des deux Navires est 4, & que leurs vîtesses sont en raison double, continuez à l'infini cette Progression Géométrique double 4, 2, 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, &c. dont le premier & le plus grand terme soit 4: cherchez la somme de tous ces termes infinis, en divisant 16 quarré du premier 4 par la différence 2 des deux premiers 4, 2, vous aurez 8 pour cette somme, qui fera connoître que lorsque le grand Navire aura fait 8 lieues, il atteindra le petit.

Digitized by Google

QUESTION II.

On suppose qu'Achille aille dix fois plus vîte qu'une Tortue, qui auroit une lieue d'avance. On demande s'il est possible qu'Achille attrape cette Tortue, & à quelle distance il l'attrapera.

ON a fait cette Question, parce que Zenon, Chef des Philosophes appellez Stoïciens, prétendoit qu'Achille ne pourroit jamais attraper la Tortue. Car tandis qu'Achille, disoit ce Philosophe, feroit la premiere lieue, la Tortue feroit le dixiéme de la seconde lieue; & tandis qu'Achille feroit le dixiéme de la seconde lieue, la Tortue feroit le dixiéme de cette dixiéme, ou un centiéme; & ainsi à l'infini.

Ce Philosophe supposoit faussement que tous ces dixiémes composoient un espace infini; mais il est aisé de faire voir qu'ils font cette Progression Géometrique, 1, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$, &c. dont les termes vont en diminuant à l'infini. On trouvera la somme de tous ces termes infinis en divisant 1 quarré du premier terme par 1. moins $\frac{1}{10}$, ou $\frac{9}{10}$, différence du premier & du second terme; le reste est $\frac{10}{9}$, ou $1\frac{1}{9}$, Ce qui fait voir qu'Achille attrapera la Tortue, quand il aura parcouru la premiere lieue, & le neuviéme de la seconde lieue.

QUESTION III.

Une Pendule a deux aiguilles, l'une des heures, & l'autre des minutes. Supposant qu'elles partent

Digitized by Google

toutes deux du point de midi, on demande en quel autre point elles doivent se rencontrer.

PUisque l'une des deux aiguilles va douze fois plus vîte que l'autre, & que quand celle des heures est au point d'une heure, celle des minutes est revenue au point de midi, celle-ci a un tour d'avance plus que celle-là. Leur mouvement formera donc cette Progression Géométrique 1. $\frac{1}{12}$. $\frac{1}{144}$. &c. qui décroit à l'infini : par conséquent si l'on divise le quarré du premier terme 1. par la différence du premier au second $\frac{11}{12}$. on connoîtra que ces deux aiguilles se rencontreront à $1\frac{1}{11}$, c'est-à-dire, à une heure & un onziéme d'heure.

D'où il est aisé de conclure que ces aiguilles se rencontreront à ces heures-ci, 1. $\frac{1}{11}$. 2 $\frac{2}{11}$. 3 $\frac{3}{11}$. 4 $\frac{4}{11}$. 5 $\frac{5}{11}$. 6 $\frac{6}{11}$. 7 $\frac{7}{11}$. 8 $\frac{8}{11}$. 9 $\frac{9}{11}$. 10 $\frac{10}{11}$. 11 $\frac{1}{11}$. ou 12 heures.

REMARQUE.

On voit bien que ces trois premiéres Questions se résolvent par l'article VIII. précédent.

QUESTION IV.

Un Maquignon vend un tres-beau cheval, il se contente du prix du vingt-quatriéme clou du cheval, pourvû qu'on veuille compter de maniére que du premier clou on donnât 1 denier, du second 2 deniers, du troisiéme 4 deniers, & ainsi de suite, en doublant les deniers jusqu'au vingt-qua-

Digitized by Google

trième clou. On demande de quel prix ſeroit le cheval.

PUiſque le prix des clous forme cette Progreſſion 1. 2. 4. 8. 16. &c. qui va en augmentant, il faut prendre la vingt-troiſiéme puiſſance de 2 expoſant de la Progreſſion, ce ſera 8388608 deniers, ou trente-quatre mille neuf cens cinquante-deux livres dix ſols huit deniers, pour le prix du cheval.

REMARQUE.

La ſolution de cette Queſtion dépend du ſixiéme article; on n'a point multiplié la vingt-troiſiéme puiſſance de 2 par le premier terme, qui eſt ici l'unité, parce qu'elle ne change rien dans la multiplication. C'eſt une choſe à remarquer dans les Progreſſions qui commencent par l'unité.

QUESTION V.

Une vieille Dame poſſéde trente-deux belles Terres; elle eſt fort avare, elle aime l'argent encore plus que ſes Terres, elle voudroit en vendre quelques-unes, afin d'avoir le plaiſir de marcher ſur l'or; mais pour ne point effrayer un de ſes héritiers, qui eſt homme de cœur, elle ne propoſe d'abord que la moindre à vendre, ſous prétexte que l'argent eſt rare, & qu'elle a quelques dettes à payer, quoique ſes coffres ſoient pleins. On offre de lui donner pour cette Terre la ſomme qui conviendroit à la trente-deuxiéme de ſes Terres, ſi on payoit 1 ſol pour la premiére, 2 ſols pour la ſeconde, 4 ſols pour la troiſiéme, & ainſi de ſuite en doublant les ſols juſqu'à la trente-deuxiéme Terre.

Digitized by Google

Cette Dame appréhende d'être trompée, elle demande quel prix on lui donneroit de sa Terre.

ON peut aisément la rassûrer, elle trouvera son compte à vendre sa Terre à la condition qui lui a été offerte. L'Acheteur seroit obligé de lui donner 107 millions 374 mille 182 livres huit sols.

REMARQUE.

On peut s'exercer à trouver ce nombre en cherchant la trente-unième puissance de 2 exposant de la Progression, suivant l'article VI. & ce qui a été dit dans la Remarque de la Question précédente.

QUESTION VI.

On suppose qu'un grain de Bled produise 50 autres grains dans la première année; qu'on seme ces 50 grains, & qu'ils produisent chacun 50 grains la deuxième année, & ainsi de suite. On demande quel sera le nombre des grains de Bled qui seront produits pendant douze ans.

CE nombre des grains de Bled produits pendant douze ans est trés-considérable. Il faut d'abord trouver le douziéme terme de cette Progression Géométrique 1. 50. 2500. 125000. &c. qui va en augmentant. Ce douziéme terme contient ces chifres 48, 828, 125, accompagnez de onze zéros, & pour trouver la somme demandée, il faudroit, suivant l'article VII. multiplier encore ce douziéme terme par le second 50 : ôter 1 quarré du premier terme de ce produit, & diviser le reste par 49, différence du second terme au pre-

Digitized by Google

mier. On conçoit qu'il viendroit un nombre très-grand.

REMARQUE.

Cette Question est embarrassante dans le calcul, à cause de la grande raison qui est entre les termes : mais on pourra appliquer ici la quatriéme Question, & demander quel seroit le prix des vingt-quatre clous d'un cheval, en payant le premier 1 denier, le second 2 deniers, le troisiéme 4 deniers, &c. On trouvera que ce prix seroit de 16, 777, 215 deniers, ou de 69, 905 livres 1 sol 3 deniers.

La Question cinquiéme trouveroit ici sa place, si l'on vouloit chercher qu'elle seroit la somme qu'il faudroit payer pour les trente-deux Terres aux conditions qui ont été offertes.

QUESTION VII.

JE renfermerai dans cette Question plusieurs autres, que je ne ferai que proposer. On cherchera quel peut avoir été le nombre des hommes deux cens ans après Adam, en supposant qu'ils ayent tous vécu, & que cette famille fût seulement augmentée de quatre personnes la premiére dixaine d'années, de huit la seconde dixaine, de seize la troisiéme dixaine, & ainsi de suite de dix ans en dix ans, suivant la Progression double, qui est 2. 4. 8. 16. &c. le nombre des termes de cette Progression est 20, dont il faut trouver le dernier par l'article VI. & la somme de tous ces termes par l'article VII. On jugera de cette somme par le dernier terme, qui est d'un million 48 mille 576 personnes.

Digitized by Google

2. On examinera de combien la famille de Jacob qui entra en Egypte avec 70 personnes put être augmentée 200 ans après son arrivée, en supposant seulement que dans les vingt premières années elle ait été augmentée de trois fois autant, c'est-à-dire ; qu'au bout de 20 ans il y ait eu 210 personnes, & ainsi de suite : ce qui est très-croyable. On trouvera qu'à la fin des vingt dernières années elle a pû être composée d'un million 177 mille 810 personnes, *art.* VI.

3. Qui croira que les revenus du Grand Seigneur ne seroient pas capables de nourrir pendant douze ans la race d'une Truye, qui auroit porté d'une ventrée 6 petits cochons, dont deux seroient mâles & les quatre autres femelles. C'est cependant une chose très-véritable, en supposant même que les quatre femelles ne portent chacune la première année que six petits cochons, dont 4 seront encore femelles & 2 mâles, & que chaque femelle en porte autant les années suivantes pendant douze ans. Cela supposé, on connoîtra que le nombre de tous les cochons pendant ce temps montera à 33 millions 554 mille 230. Supposant à présent qu'il ne faille qu'un écu par an pour chaque cochon, on jugera si le Grand Seigneur est assez puissant pour nourrir la race d'une seule Truye pendant douze ans.

REMARQUE.

Il y a une attention à faire sur le calcul de cette somme. Il faut partager le nombre 6 des premiers petits cochons en deux termes, dont l'un, qui est 2, sera le premier terme de la Progression des mâles, & l'autre, qui est 4, sera le premier terme

Digitized by Google

de la Progreſſion des femelles. Ainſi il ſera aiſé de connoître que la premiére Progreſſion eſt 2, 8, 32, 128, &c. & que la ſeconde eſt 4, 16, 64, 256, &c. On ajoûtera les ſommes des 12 termes de ces deux Progreſſions, & l'on aura le nombre des petits cochons, tant mâles que femelles.

4. On ſe convaincra que le monde entier ne pourra contenir toute la ſemence qui ſeroit produite d'un ſeul grain de moutarde pendant vingt-cinq ans, ſi on ſuppoſe qu'un grain de moutarde en produiſe mille chaque année.

5. On ſera étonné du nombre prodigieux des poiſſons, ſi la plus grande partie de leurs œufs étoient féconds : il n'y auroit qu'à ſupputer combien il viendroit de carpes d'une ſeule carpe pendant quelques années, & porter un jugement ſemblable pour tous les autres poiſſons.

6. Ce n'eſt point les animaux les plus féconds qui peuvent nous jetter dans l'étonnement : la fécondité des brebis même qui ne portent qu'une fois par an, pourroit étonner leurs maîtres, ſi on avoit ſoin de conſerver tous les agneaux qui naiſſent pendant quelques années.

On peut connoître, ſuivant ce qu'on a dit dans les articles précédens, en faiſant quelques ſuppoſitions que tous les agneaux d'un grand troupeau de brebis peuvent ſe monter à plus de 25500 pendant l'eſpace de huit ans.

PROBLEME XII.

Des Quarrez Magiques.

ON appelle *Quarré Magique* un Quarré diviſé en pluſieurs autres petits Quarrez égaux,

Digitized by Google

où cases remplies de termes d'une Progression qui y sont tellement disposez, que tous ceux d'une même bande, ou d'un même rang, tant en long qu'en large & en diagonale ajoûtez ensemble, font une même somme, ou multipliez donnent un même produit.

Il suit de la définition qu'on vient de lire, qu'il y a deux espéces de Quarrez Magiques, les uns sont formez par les termes d'une Progression Arithmétique, les autres sont formez par les termes d'une Progression Géométrique.

Ces Quarrez sont pairs ou impairs; les Quarrez impairs sont ceux qui contiennent un nombre impair de cases, & les pairs sont ceux qui tiennent un nombre pair de cases.

Des Quarrez Magiques impairs, formez par des termes en Progression Arithmétique.

LE Quarré Magique suivant est un Quarré impair; il est divisé en 25 petites cases égales, où les 25 premiers nombres naturels 1, 2, 3, 4, &c. sont tellement disposez, que la somme de chaque rang, soit de haut en bas, soit de droit à gauche, soit en diagonale, est par tout 65.

11	24	7	20	3
4	12	25	8	16
17	5	13	21	9
10	18	1	14	22
23	6	19	2	15

Dans tout *Quarré impair*, la somme des nombres de chaque rang ou de chaque diagonale, est égale au produit de la racine du quarré impair & du terme moyen de la Progression Arithmétique.

Digitized by Google

La ſomme 65 des nombres de chaque rang ou de chaque diagonale de ce quarré impair 25, eſt égale au produit de 5 ſa racine, & de 13 terme moyen de la Progreſſion Arithmétique 1, 2, 3, 4, &c. ce terme moyen ſe trouve dans la caſe du milieu du quarré, qui contient les nombres naturels, comme on le peut voir dans le Quarré ſuivant.

Cette ſomme 65 ſe trouve auſſi en diſpoſant les termes donnez de la Progreſſion Arithmétique, ſelon leur ſuite naturelle 1, 2, 3, 4, &c. dans quelques rangs de caſes de ce quarré, qui ſont les deux rangs du milieu qui traverſent le quarré de haut en bas, & de gauche à droite, & chaque rang diagonal, c'eſt-à-dire, qui va d'un angle du quarré à l'autre angle. La même choſe arrivera aux quarrez pairs qui ſont des quarrez qui contiennent un nombre quarré pair de caſes.

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

Pour diſpoſer magiquement dans les caſes d'un quarré impair, par exemple, de celui-ci, dont le côté eſt 5, ou qui a 25 caſes, autant de nombres donnez en Progreſſion Arithmétique, comme 1, 2, 3, 4, 5, & ainſi de ſuite juſqu'au dernier & plus grand 25, écrivez le premier &

11	24	7	20	3
4	12	25	8	16
17	5	13	21	9
10	18	1	14	22
23	6	19	2	15

Digitized by Google

plus petit 1 dans la case qui répond immédiatement ſous celle du milieu, où eſt le centre du quarré, & ſuivant la diagonale vers la droite, écrivez le ſecond terme 2 dans la caſe voiſine & plus baſſe de la bande qui ſuit vers la droite. Continuez ainſi juſqu'à ce que vous ayez rempli la plus baſſe caſe, comme il arrive ici au ſecond terme 2.

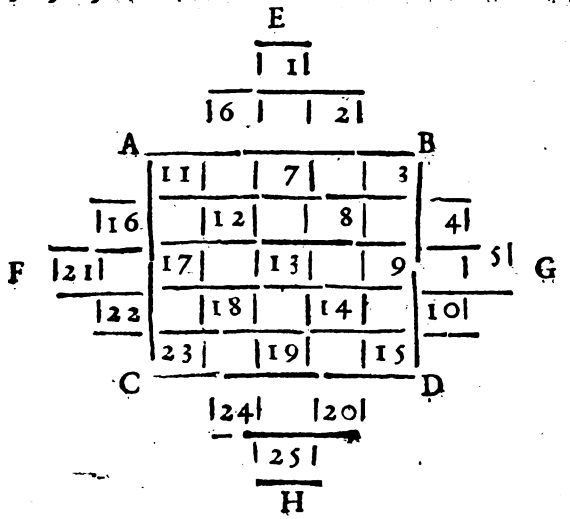
Après cela, parce qu'en continuant ſelon la diagonale de la gauche vers la droite, le terme ſuivant 3 ſe rencontre en dehors, on le placera à la caſe oppoſée de la bande où il ſe rencontrera. Et parce qu'en continuant ſelon la diagonale vers la droite, le terme ſuivant 4 ſe trouve auſſi en dehors, on le placera dans la caſe oppoſée du rang où il ſe rencontre en dehors. Après quoi on continuera à placer les termes ſuivans toûjours en deſcendant ſelon la diagonale vers la droite. Mais parce que le terme 6 tombe dans une caſe qui eſt remplie, ſçavoir, dans celle où il y a 1, on rétrogradera ſelon la diagonale de la droite vers la gauche, & l'on écrira ce terme 6 dans la ſeconde caſe du rang, où le terme précédent 5 ſe rencontre; en ſorte qu'entre ces deux termes il reſte une caſe vuide; ce qu'il faut toûjours pratiquer, lorſqu'une caſe ſe trouvera remplie.

Enfin on continuera ſelon ces régles à placer les autres termes dans les caſes vuides, juſqu'à ce qu'on ſoit parvenu à l'angle du quarré, où dans cet exemple le terme 15 ſe rencontre. Alors comme on ne peut plus ſe conduire ſelon la diagonale en deſcendant vers la droite, pour placer le terme ſuivant 16, on le placera dans la ſeconde caſe d'en haut du même rang. Après quoi les autres termes ſe placeront dans les autres caſes vuides.

Digitized by Google

comme les précédens, ſans qu'il puiſſe arriver quelque nouvelle difficulté.

Il ſera aiſé d'exécuter la diſpoſition de ce quarré & des autres de la même eſpéce, ſi on ſuit cette méthode. Après avoir fait un quarré impair comme celui-ci, A B C D de 25 caſes, élevez de chaque côté, en continuant les caſes, excepté celles qui ſont aux coins, A, B, C, D, d'autres lignes hors de ce quarré, telles que vous les voyez ici repréſentées. Ces caſes hors du quarré iront en diminuant; en ſorte qu'il s'en trouvera une qui ſera la plus éloignée de chaque côté, telles que ſont E, F, G, H. Vous choiſirez celle d'en haut E,

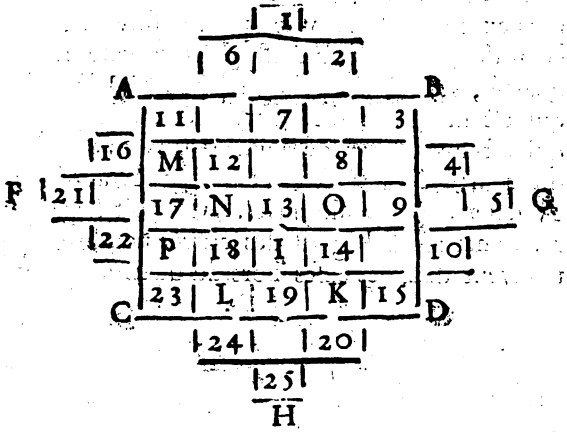


pour placer l'unité; enſuite en tirant vers la droite B D, & ſuivant la diagonale, vous placerez dans une ſeconde caſe le nombre 2, puis en ſuivant toûjours la même diagonale, vous placerez les nombres 3, 4, 5 dans les caſes du quarré &

Digitized by Google

hors du quarré, jusqu'à ce que vous soyez parvenu à la case unique G, la plus éloignée hors du quarré, du côté B D, qui est à droite. Après cela vous retournerez à la seconde case hors du quarré à côté de 1 vers la gauche, où vous marquerez 6, puis en suivant toûjours la diagonale, & tirant à droite vers B D, vous écrirez les chifres 6, 7, 8, 9 & 10, qui est placé dans une derniére case hors du quarré; alors vous reviendrez à la case gauche A, la plus proche de celle qui contient 6; vous y écrirez 11, & les autres nombres 12, 13, 14, 15 dans les cases suivantes, en suivant la diagonale, & tirant à droite vers B D. Vous ferez pour le reste des nombres du quarré impair la même chose qu'on vient de faire, jusqu'à ce que vous soyez arrivé au nombre quarré impair, qui est ici 25, & qui se trouvera dans la derniére case d'en bas H hors du quarré.

Si à présent vous placez les nombres des cases



hors du quarré dans les cases du quarré vuides

Digitized by Google

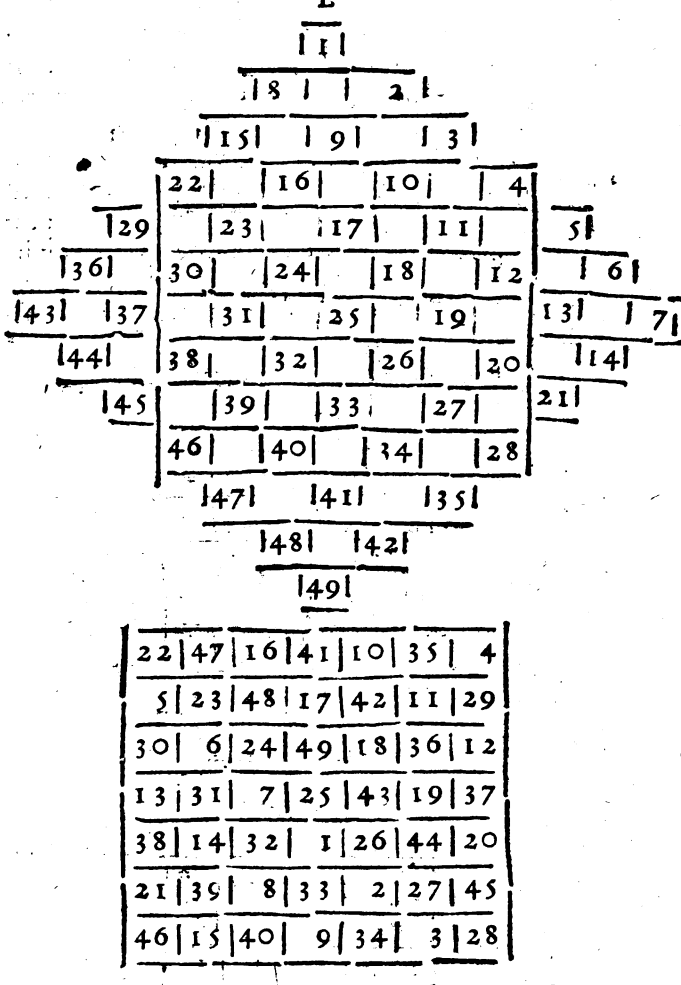
& oppoſées des mêmes rangs où ils ſe trouvent, comme 1 dans I, 2 dans K, 6 dans L, 4 dans M, 5 dans N, 21 dans O, & ainſi des autres, vous aurez la diſpoſition du quarré magique impair de
Pages 83. 25, telle qu'elle eſt rapportée ci-deſſus.
& 84.

Vous auriez une autre diſpoſition des nombres dans les caſes, ſi en commençant par la caſe unique hors du quarré d'en haut, au lieu de placer ſes nombres en tirant vers la droite, vous les placiez en tirant vers la gauche, mettant 2 dans la caſe où ſe trouve 6, mettant 13 dans celle qui eſt occupée par 11, &c.

Obſervez généralement que les nombres des caſes uniques hors du quarré, comme E, F, G, H, ſe doivent trouver dans les caſes vuides les plus proches, mais au-de-là de celle qui eſt au centre: comme on le voit dans le quarré précédent, où 1 qui eſt dans E, ſe trouve dans M; 21 qui eſt dans F, ſe trouve dans O; 5 qui eſt dans G, ſe trouve dans N, &c. Ce que l'on peut encore remarquer plus exactement dans le quarré ſuivant, qui eſt celui de 49, où 1 qui eſt dans E caſe hors du quarré, ſe trouve près, mais au-de-là de 25, qui eſt au centre du quarré, & où le nombre 9 qui eſt au deſſous de l'unité dans une caſe hors du quarré, ſe trouve plus loin & au-de-là de 25 dans une caſe du quarré. On doit faire la même remarque à l'égard des autres nombres qui ſe trouvent dans les caſes hors du quarré.

Digitized by Google

E



22	47	16	41	10	35	4
5	23	48	17	42	11	29
30	6	24	49	18	36	12
13	31	7	25	43	19	37
38	14	32	1	26	44	20
21	39	8	33	2	27	45
46	15	40	9	34	3	28

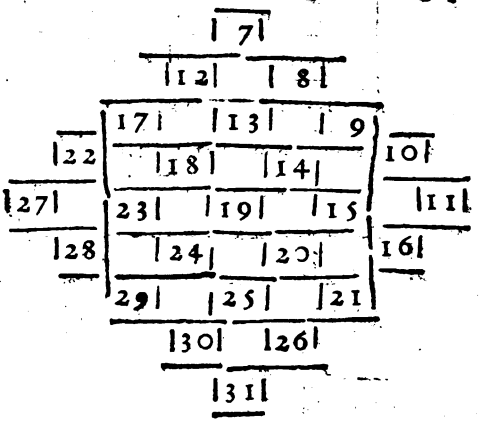
La disposition seroit encore différente, si on commençoit à mettre l'unité dans quelque autre case unique hors du quarré, & qu'on continuât à

Digitized by Google

écrire les autres nombres dans l'ordre qu'on a indiqué : les nombres du quarré impair se trouveroient dans d'autres cases, & donneroient par conséquent plusieurs dispositions différentes du quarré impair.

Ce ne sont point-là les seuls variétez qu'on peut trouver dans le Quarré Magique impair. Il n'est pas nécessaire de commencer par l'unité, on peut encore commencer par tel nombre qu'on voudra choisir, comme par 7, & poursuivre les nombres jusqu'à ce qu'il y en ait assez pour remplir les cases du quarré.

Ce qui donneroit cet autre Quarré Magique,



17	30	13	26	9
10	18	31	14	22
23	11	19	27	15
16	24	7	20	28
29	12	25	8	21

Digitized by Google

Non seulement on peut se servir des nombres pris selon leur suite naturelle, tels qu'ils soient, pourvû qu'ils puissent remplir un quarré de cases impaires, on peut encore en prendre d'autres, mais il faut qu'ils soient dans une Progression Arithmétique, comme celle-ci qui commence par 13. 17. 21. &c. dont la différence est 4, & qui donne ce quarré impair. Car en quelque sens qu'on prenne les bandes & les diagonales, la somme de chacune sera 305.

53	105	37	89	21
25	57	109	41	73
77	29	61	93	45
49	81	13	65	97
101	33	85	17	69

Les termes du Quarré Magique de 49, peuvent avoir d'autres dispositions magiques, telles que sont les suivantes : nous les avons trouvé par une autre maniére, qui n'étant pas si aisée que la précédente, ne sera pas ici expliquée, parce qu'elle est trop difficile pour être inserée dans les Récréations Mathématiques.

3	19	25	16	11
20	8	19	12	6
5	9	13	17	21
22	14	7	18	4
15	24	1	2	23

12	25	6	19	3
5	11	24	8	17
16	4	13	22	10
9	18	2	15	21
23	7	20	1	14

Digitized by Google

1	20	23	16	5
4	18	9	12	22
15	7	13	19	11
24	14	17	8	2
21	6	3	10	25

11	24	17	10	3
4	12	25	18	6
7	5	13	21	19
20	8	1	14	22
23	16	9	2	5

11	22	9	20	3
2	14	25	8	16
19	5	13	21	7
10	18	1	12	24
23	6	17	4	15

17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

REMARQUES.

CE Quarré a été appellé *Magique*, parce qu'il étoit en grande vénération parmi les Egyptiens, & les Pythagoriciens leurs Disciples, qui pour donner plus d'efficace & de vertu à ce quarré, le dédioient aux sept Planettes en différentes maniéres, & le gravoient sur une lame du métal qui simpatisoit avec la Planete, à laquelle il étoit dédié. Ils l'enfermoient dans un polygone régulier inscrit dans un cercle divisé en autant de parties égales que le côté du quarré avoit d'unitez, avec les noms des Anges de la Planete, & des Signes du Zodiaque, qu'ils écrivoient dans les espaces vuides entre le polygone & la circonférence du cercle circonscrit; croyant par une vaine superstí-

Digitized by Google

tion qu'une telle médaille, ou taliſman, étoit favorable à celui qui la portoit ſur ſoi en temps & lieu.

Ils attribuoient à Saturne le quarré de 9 caſes, qui a 3 pour racine, & 15 pour la ſomme des nombres de chaque bande. A Jupiter le quarré de 16 caſes, qui a 4 pour côté, & 34 pour la ſomme des nombres de chaque bande. A Mars le quarré de 25 caſes, qui a 5 pour côté, & 65 pour la ſomme des nombres de chaque bande. Au Soleil le quarré de 36 caſes, qui a 6 pour côté, & 111 pour la ſomme des nombres de chaque bande. A Venus le quarré de 49 caſes, qui a 7 pour côté, & 175 pour la ſomme des nombres de chaque bande. A Mercure le quarré de 64 caſes, qui a 8 pour côté, & 260 pour la ſomme des nombres de chaque bande. A la Lune le quarré de 81 caſes, qui a 9 pour côté, & 369 pour la ſomme des nombres de chaque bande.

Enfin ils attribuoient à la matiére imparfaite le quarré de 4 caſes, qui a 2 pour côté, & à Dieu le quarré d'une ſeule caſe, qui a pour côté l'unité, qui étant multipliée par elle-même, ne change pas. Par le moyen de ce Problême, nous réſoudrons cette

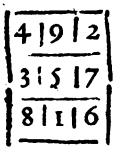
QUESTION.

Diſpoſer en trois rangs les neuf premiéres Cartes, depuis l'As juſqu'au Neuf, de ſorte que tous les points de chaque rang pris en long, ou en large, ou en diagonale, faſſent enſemble une même ſomme.

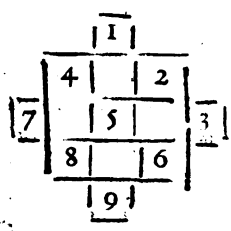
ON diſpoſera magiquement les neuf premiers nombres naturels 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,

Digitized by Google

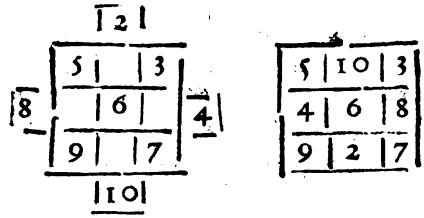
comme vous voyez ici, par la Méthode que nous avons enſeignée. Alors on connoîtra que les Cartes marquées des mêmes points que ſont les chifres de chaque caſe, doivent être rangées de la même façon, afin que la ſomme de tous les points de chaque rang ſoit par tout le même, ſçavoir, 15.



Voici de quelle maniére on diſpoſera ces cartes, pour les ranger comme elles le ſont dans le quarré magique précédent.



Au lieu de prendre les neuf premiéres cartes, on en pourroit prendre neuf autres, pourvû qu'elles fuſſent de ſuite, comme celles-ci, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10: alors elles auroient cette diſpoſition, & la ſomme de chaque bande ou diagonale, ſeroit 18. On peut encore laiſſer le 2, & prendre le Valet, en le faiſant valoir 11, &c.



Des Quarrez Magiques pairs formez par des termes en Progreſſion Arithmétique.

LA Régle qu'on vient d'enſeigner, eſt générale pour diſpoſer facilement toutes ſortes de quarrez impairs. Il n'en eſt pas de même pour les

Digitized by Google

quarrez pairs. Ceux-ci ont des régles particuliéres, quoique fondées sur une démonstration générale. Le quarré 4 ne peut être disposé magiquement : le quarré de 16 est celui de tous les quarrez pairs qui le peut être plus aisément. C'est même par lui qu'on doit commencer, quand on veut disposer magiquement un plus grand quarré pair. Voici ce qu'il faut faire.

Ayant fait un quarré A B C D, on remplira d'abord les diagonales A D, B C. Pour y réüssir, on commencera par compter les nombres suivant leur suite naturelle 1, 2, 3, 4, &c. sur les cases de la premiére bande A B de gauche à droite, & on ne marquera que 1 & 4 dans les cases A & B, qui appartiennent aux diagonales : on comptera ensuite les autres nombres 5, 6, 7, 8, sur les cases de la seconde bande E F de gauche à droite, & l'on ne marquera que 6 & 7 dans les cases qui appartiennent aux diagonales : puis on comptera 9, 10, 11, 12 sur les cases de la troisiéme bande G H de gauche à droite, & l'on ne marquera que 10 & 11 dans les cases qui appartiennent aux diagonales. Enfin on comptera 13, 14, 15, 16 sur les cases de la quatriéme bande C D de gauche à droite, & l'on ne marquera que les nombres 13 & 16 dans les cases C & D, qui appartiennent aux diagonales.

A			B
	1		4
E	6	7	F
G	10	11	H
	13		16
C			D

Ces diagonales étant ainsi remplies, on remplira les cases vuides : on commencera par compter les nombres suivant leur ordre naturel 1, 2, 3, 4, sur les cases de la bande D C, en commen-

Digitized by Google

çant par la case D, & allant ici de droite à gauche, & l'on écrira le 2 & le 3 dans les cases vuides : on continuera de même par les bandes HG, FE & BA, en allant toûjours de droite à gauche. Le quarré sera rempli de maniére que la somme de chaque bande & de chaque diagonale sera 34, en quelque sens qu'on les prenne.

A				B
	1	15	14	4
E	12	6	7	9 F
G	8	10	11	5 H
	13	3	2	16
C				D

On voit bien que pour donner quelque variété à ce quarré pair, on pourroit commencer à compter par la case B, & aller de droite à gauche pour remplir les diagonales, & puis commencer à compter à la seconde reprise par la case C, & aller de gauche à droite pour remplir les cases vuides. En un mot, on peut commencer par telle case de la diagonale qu'on voudra, & aller de droite à gauche, ou de gauche à droite, de haut en bas, ou de bas en haut; mais quand on a commencé à compter d'une façon pour remplir les diagonales, il faut aller d'un sens opposé & contraire pour remplir les cases du milieu. Au reste, ce ne sont pas-là les seules variétez dont est susceptible le quarré de 16, on sera peut-être étonné d'entendre dire, qu'il peut recevoir 880 dispositions différentes. Nous avons donné la maniére la plus aisée.

Il n'est point nécessaire que les nombres du quarré pair commencent par l'unité, on peut prendre 16 nombres de suite, comme 11, 12, 13, 14, &c. que l'on disposera magiquemet par la méthode qu'on vient d'enseigner.

11	25	24	14
22	16	17	19
18	20	21	15
23	13	12	26

Ce

Digitized by Google

Ce quarré de 16 eſt le fondement du quarré de 36. Car quand on a formé ce quarré de 16, dont on a pris les termes qui ſont le plus au milieu de 36, on forme une enceinte à l'entour, dans laquelle on diſpoſe les dix premiers nombres, & les dix derniers de 36; de telle ſorte que les deux qui correſpondent dans le même rang, ou dans la même diagonale, faſſent la ſomme de 37. Ce que l'on peut examiner dans ce quarré de 36, où la ſomme de chaque bande & de chaque diagonale eſt 111.

1	35	34	30	5	6
33	11	25	24	14	4
8	22	16	17	19	29
28	18	20	21	15	9
10	23	13	12	26	27
31	2	3	7	32	36

Pour avoir les 16 nombres qui ſont le plus au milieu de 36, il faut ôter 16 de 36, & diviſer le reſte 20 par 2, le quotient 10 marque qu'il faut rejetter les premiers & les derniers 10 de 36; ainſi les 16 nombres commenceront à 11, & finiront à 26.

Je ne crois pas qu'il ſoit néceſſaire d'avertir, qu'au lieu des nombres, dont la ſuite eſt naturelle, on peut choiſir d'autres nombres qui ſoient dans une Progreſſion Arithmétique. C'eſt une remarque qui a été faite pour les quarrez impairs, & qui convient auſſi aux quarrez pairs.

Digitized by Google

On a mis ici le quarré de 64, qui a été fait à peu près de la même maniére que le quarré de 36; la somme de chaque rang & de chaque diagonale du quarré de 64, est 260.

1	63	62	4	6	56	60	8
58	15	49	48	44	19	20	7
54	47	25	39	38	28	18	11
53	22	36	30	31	33	43	12
13	42	32	34	35	29	23	52
10	24	37	27	26	40	41	55
14	45	16	17	21	46	50	51
57	2	3	61	59	9	5	64

Des quarrez Magiques puirs, formez par des termes en Progression Géométrique.

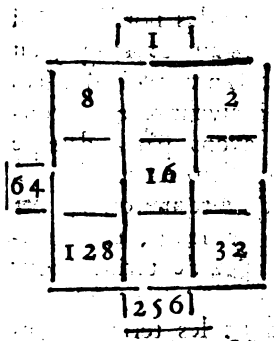
AU lieu de la Progression Arithmétique, on peut prendre une Progression Géométrique, par exemple, cette Progression double, 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, & alors il arrivera que neuf termes étant disposez magiquement, le produit qui viendra en multipliant ensemble ceux qui sont dans chaque rang, & dans chaque diagonale, sera 4096, qui est le cube du terme moyen 16.

8	256	2
4	16	64
128	1	32

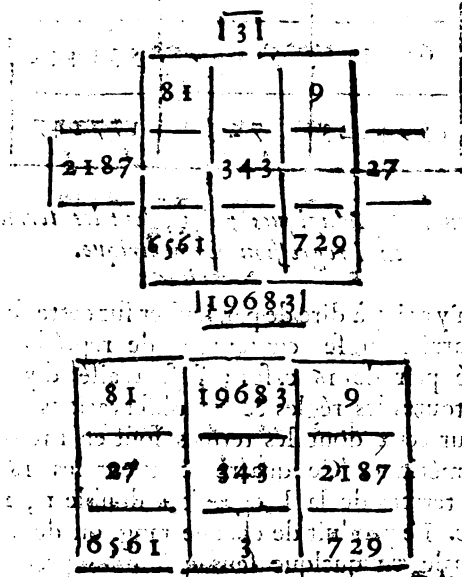
Il n'y a point de régle pour les quarrez en Progression Géométrique, différente de celle que l'on

Digitized by Google

a enſeigné pour les quarrez en Progreſſion Arithmétique. Ainſi on connoîtra aiſément que le quarré précédent eſt formé ſelon ce qui a été dit touchant les quarrez impairs, dont les termes ſont en Progreſſion Arithmétique. Il ſuffira d'en donner ſa figure, ſans répéter le diſcours.



On peut encore former ce quarré impair, dont les termes ſeront les mêmes que ceux de cette Progreſſion Géométrique 3, 9, 27, 81, 243, 729, 2187, 6561, 19683, en ſuivant les mêmes régles.



Le produit des nombres de l'un des rangs, eſt 14348907 : il eſt égal au produit des nombres qui ſont contenus dans chacun des autres rangs, ou dans chacune des diagonales. On conçoit que ces ſortes de Quarrez Magiques peuvent recevoir toutes les variétez dont nous avons parlé dans le Quarré Magique de la Progreſſion Arithmétique. Car on peut commencer par tel terme qu'il plaira de la Progreſſion, comme par 1243, & continuer juſqu'à ce qu'il y ait aſſez de termes pour remplir les caſes du quarré.

Voici un quarré impair, dont les termes commencent par 729.

19683	4782969	2187
6561	59049	531441
1594323	729	177147

Des quarrez Magiques pairs, dont les termes ſont en Progreſſion Géométrique.

IL n'y a rien à dire de particulier ſur cette ſorte de quarré, on ſe contentera de repréſenter un quarré pair de 16 caſes ; il ſera aiſé d'y appliquer toutes les régles & les obſervations qu'on a fait ſur ceux dont les termes ſont en Progreſſion Arithmétique. Ce quarré contient les 16 premiers termes de la Progreſſion double 1, 2, 4, 8, &c. Le produit de chaque rang, ou de chaque diagonale en quelque ſens qu'on les prenne, eſt

Digitized by Google

1073741824, quarré de 32768. Ce quarré peut recevoir 880 dispositions différentes, & donner le même produit. C'est une chose très-digne de remarque.

1			8
	32	64	
	512	1024	
4096			32768

1	16384	8192	8
2048	32	64	256
128	512	1024	16
4096	4	2	32768

Des Quarrez Magiques en proportion harmonique.

NOus ajouterons ici cet autre quarré de neuf cases, dont les nombres de chaque rang, de quelque manière qu'on les prenne, c'est-à-dire, en long, en travers, ou en diagonale, sont en proportion harmonique. On peut trouver autant d'autres nombres qu'on voudra, qui auront la même proprieté, si au lieu des nombres précédens on met des lettres, comme vous voyez dans la Table sui-

1260	840	630
504	420	360
315	280	252

Digitized by Google

vante, où les grandeurs litterales de chaque rang sont harmoniquement proportionnelles. C'est pourquoi en donnant aux trois lettres indéterminées a, b, c, des valeurs différentes, on aura en la place de ces quantitez litterales des nombres qui conserveront dans chaque rang la proportion harmonique.

a	$\frac{2ac}{a+c}$	c
$\frac{2ab}{a+b}$	$\frac{2bc}{b+c}$	$\frac{2abc}{2ab+ac-bc}$
b	$\frac{2abc}{2ac+ab-bc}$	$\frac{abc}{ab+ac-bc}$

AVERTISSEMENT.

Ceux qui voudront être instruits plus à fond des quarrez magiques, pourront consulter la Géométrique de M. Arnaud, les Elemens du P. Presset, & principalement ce qui en a été dit dans les Ouvrages de Messieurs de l'Académie Royale des Sciences, imprimez en 1693.

Digitized by Google

PROBLEME XIII.

Du Triangle Arithmétique.

ON appelle *Triangle Arithmétique* la moitié d'un quarré diviſé en pluſieurs petits quarrez égaux, qui contiennent les unitez, les nombres naturels 1, 2, 3, 4, &c. les nombres triangulaires 1, 3, 6, 10, &c. qu'on a par l'addition continuelle des nombres précédens : les nombres pyramidaux 1, 4, 10, 20, &c. que donne l'addition continuelle des nombres triangulaires ; les nombres pyramido-pyramidaux 1, 5, 15, 35, &c. qui viennent par l'addition continuelle des nombres pyramidaux, & ainſi de ſuite, comme vous voyez dans la Figure, qu'il ſuffit de regarder pour la comprendre. Planche 1. Fig. 1.

On appellera diagonale, ou baſe du Triangle Arithmétique, les quarrez qui ſont traverſez par une ligne ponctuée.

Entre les différens uſages du Triangle Arithmétique, je ne parlerai que de ceux qui ſervent aux combinaiſons, aux permutations & aux partis du Jeu, parce que les autres ſont trop ſpéculatifs pour des Récréations Mathématiques.

Des Combinaiſons.

NOus entendons ici par *Combinaiſons*, tous les différens choix qu'on peut faire de pluſieurs choſes, dont le nombre eſt connu, en les prenant en diverſes maniéres, une à une, deux à deux, trois à trois, &c. ſans changer l'ordre.

Digitized by Google

I.

Si l'on propoſe quatre choſes différentes, exprimées par ces quatre lettres *a*, *b*, *c*, *d*, toutes les diverſes maniéres d'en prendre, par exemple, deux différentes, ſçavoir, *ab*, *ac*, *ad*, *bc*, *cd*, ou trois différentes, ſçavoir, *abc*, *abd*, *acd*, *bcd*, s'appellent *Combinaiſons*. D'où il eſt aiſé de voir, que quatre choſes propoſées peuvent être priſes une à une en quatre façons, deux à deux en ſix façons, trois à trois en quatre façons, & quatre à quatre en une maniére ſeulement. De ſorte que 1 ſe combine dans 4, quatre fois; 2, ſix fois; 3, quatre fois; & 4, une fois.

II.

Pour trouver dans un plus grand nombre de choſes différentes, par exemple, de ſept, les diverſes combinaiſons que l'on peut faire en les prenant diverſement, ſoit pour les ajoûter enſemble, ou pour les multiplier, comme ſi l'on vouloit ſçavoir toutes les conjonctions poſſibles des ſept Planetes, en les prenant deux à deux: c'eſt-à-dire, ſi l'on vouloit ſçavoir combien de fois 2 ſe combine dans 7; ajoûtez l'unité à chacun des deux nombres donnez 2, 7; pour avoir ces deux autres nombres 3, 8, qui font connoître que dans la troiſiéme caſe de bas en haut, ou de haut en bas, de la huitiéme diagonale du Triangle Arithmétique, on trouvera le nombre des combinaiſons qu'on cherche, ſçavoir, 21, qui marque les diverſes rencontres des ſept Planetes conjointes deux à deux. Et pour connoître le huitiéme diagonale, & la troiſiéme caſe de cette diagonale; comptez huit dans le premier rang horiſontal marqué d'unitez en com-

Digitized by Google

mençant par la gauche, ou dans le premier rang perpendiculaire, marqué auſſi d'unitez en commençant par le haut : puis prenez la troſiéme caſe en comptant par l'un ou l'autre de ces deux premiers rangs, & ſuivant la diagonale ponctuée.

Ou bien parce que les deux nombres donnez ſont 2, 7, & que le plus petit eſt 2, ajoûtez enſemble tous les nombres du deuxiéme rang juſqu'à la ſeptiéme diagonale, parce que le plus grand nombre donné eſt 7, ſçavoir, 1, 2, 3, 4, 5, 6, & la ſomme 21 ſera le nombre qu'on cherche.

III.

Si vous n'avez point de Triangle Arithmétique qui même peut manquer, lorſque le nombre des choſes propoſées paſſera 9, parce que nous ne l'avons pas prolongé au de-là, quoique cela ſoit facile, apprenez cette autre régle, qui eſt générale pour quelque nombre que ce ſoit.

Etant donnez, par exemple, les deux nombres 2, 7, pour ſçavoir combien de fois le plus petit 2 ſe combine dans le plus grand 7, faites des deux nombres donnez 2, 7, ces deux Progreſſions Arithmétiques 2, 1, & 7, 6, qui décroiſſent de l'unité, & qui ne doivent avoir que deux termes, ſçavoir, autant que le plus petit nombre donné 2 comprend d'unitez. Après cela multipliez enſemble les termes de chaque Progreſſion, ſçavoir, 7 par 6, & 2 par 1. Diviſez le premier produit 42 par le ſecond 2, & le quotient 21 ſera le nombre des combinaiſons de 2 en 7.

C'eſt par cette maniére, ou par la précédente, qu'on trouvera que 3 ſe combine dans 7, 35 fois, & 4 auſſi 35 fois, que 5 s'y combine 21 fois, & 6 ſeulement 7 fois.

Digitized by Google

D'où il suit que le nombre de toutes les combinaisons qui se peuvent faire dans sept choses différentes, en les prenant une à une, deux à deux, trois à trois, quatre à quatre, cinq à cinq, six à six, sept à sept, est 127, que l'on trouve en ajoûtant tous les nombres particuliers des combinaisons 7, 21, 35, 35, 21, 7, 1, qui conviennent aux nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

IV.

Mais cette somme 127 se peut trouver plus facilement en faisant cette Progression Géométrique double 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, qui doit être composée de sept termes, parce que le nombre proposé des choses à combiner est 7. Car la somme 127 de tous ces termes sera le nombre qu'on cherche.

D'où il suit que pour avoir toutes les combinaisons de plusieurs choses proposées, il faut mettre autant de termes de la Progression double 1, 2, 4, &c. qu'il y a de choses proposées, & faire une somme de tous les termes; * cette somme donnera les différentes maniéres, dont ces choses peuvent être combinées, en les prenant une à une, deux à deux, trois à trois, &c. Si on a proposé quatre choses différentes, il faut se servir des quatre premiers termes de la Progression double 1, 2, 4, 8, dont la somme * 15 montre que quatre choses peuvent être combinées en quinze maniéres, en les prenant une à une, deux à deux, &c. S'il y a cinq choses proposées, il faut employer les cinq premiers termes de la Progression double 1, 2, 4, 8, 16, dont la somme * 31, fait connoître qu'on peut combiner cinq choses en trente-une maniéres. Ainsi des autres.

* Problè. me XI. p. 68.

Digitized by Google

REMARQUE.

Au lieu de prendre la somme des termes, on peut prendre le terme qui suit immédiatement le dernier terme donné, & le diminuer de l'unité; le reste sera le nombre qui exprimera en combien de maniéres on pourra combiner les choses données. Ainsi dans le premier exemple de cet article IV. le terme qui suit 64 en 128, qu'il faut diminuer de l'unité; ce reste 127 est le nombre cherché. De même dans le second exemple, le terme qui suit 16 est 32, qui diminué de l'unité donne 31 pour le nombre demandé.

V.

On peut encore trouver cette somme 127 plus facilement en cette sorte. Otez l'unité du nombre proposé 7, le reste 6 fait voir qu'il faut prendre la sixiéme puissance de 2, qui est 64, dont le double 128 étant diminué de l'unité, donnera 127 pour nombre cherché.

VI.

J'ajoûterai ici deux Méthodes particuliéres aux deux nombres 2 & 3, pour trouver combien de fois ils se combinent dans un nombre proposé qui doit être plus grand, par exemple, dans le même nombre donné 7.

Premiérement, pour trouver combien de fois 2 se combine dans 7, ôtez ce nombre 7 de son quarré 49, & 21 moitié du reste 42, sera le nombre des fois que 2 se combine dans 7.

Pour trouver combien de fois 3 se combine dans 7, ajoûtez au cube 343 du nombre donné 7 le double 14 de ce même nombre 7, & ôtez de

Digitized by Google

la ſomme 357 le triple 147 du quarré 49 du même nombre 7, & 35 ſixiéme partie du reſte 210 ſera le nombre des fois que 3 ſe combine dans 7.

VII.

Si on propoſoit de combiner quatre choſes, dont il y eût deux égales & deux différentes, exprimées par ces quatre lettres *a*, *a*, *b*, *c*, on voit bien qu'on les peut prendre une à une en trois façons *a*, *b*, *c*, deux à deux en quatre façons, *aa*, *ab*, *ac*, *bc*, trois à trois en trois façons, *aab*, *aac*, *abc*, & quatre à quatre en une ſeule façon, *aabc*. Ce qui fait qu'on les peut combiner en tout de 11 maniéres différentes. Si on propoſoit cinq choſes, dont il y eût trois égales & deux différentes exprimées par ces lettres *a*, *a*, *a*, *b*, *b*, on peut les prendre une à une en deux maniéres, *a*, *b*, deux à deux en trois maniéres *aa*, *ab*, *bb*, trois à trois en trois maniéres, *aaa*, *aab*, *abb*, quatre à quatre en deux maniéres *aaab*, *aabb*, & cinq à cinq en une ſeule maniére ſeulement. Ce qui fait encore en tout 11 combinaiſons.

VIII.

Si on veut ſçavoir en combien de maniéres ſe peuvent combiner quatre choſes, comme *a*, *a*, *b*, *c*, dont deux ſont les mêmes, & les deux autres ſont différentes, voici ce qu'il faut faire ; *a* étant deux fois parmi les choſes données, on prendra ce nombre 2 qu'on gardera à part ; on ajoûtera l'unité à ce 2, & l'on aura 3, qui ſera multiplié par le nombre des *b*, qui n'eſt ici qu'une fois parmi les choſes données : ainſi l'on aura encore 3 qu'on conſervera ; on ajoûtera ce 3 avec le 2 déja trouvé, on augmentera la ſomme 5 de l'unité, & l'on au-

Digitized by Google

a 6 qui ſera multiplié par le nombre des c, qui n'eſt ici qu'une fois : ainſi l'on aura 6, que l'on ajoûtera aux nombres conſervez 2, 3 ; la ſomme 11 montre qu'on peut combiner en onze maniéres différentes ces quatre choſes, a, a, b, c.

De même, ſi on avoit propoſé ces huit choſes a, a, a, b, b, c, c, c, à cauſe que a eſt trois fois, on aura 3, que l'on conſervera ; on ajoûtera 1 à 3, la ſomme 4 ſera multipliée par 2 nombre des b, le produit 8 ſera conſervé ; on ajoûtera enſemble 3, 8, & la ſomme 11 ſera augmentée de l'unité ; ce qui donnera 12 qu'on multipliera par 3 nombre des c. Le produit 36 ſera ajoûté aux nombres conſervez 3, 8 ; la ſomme 47 montre que ces huit choſes propoſées peuvent être combinées en 47 maniéres.

Mais les choſes données étant toutes égales, a, a, a, a, le nombre 4 des choſes données fait voir qu'on ne les peut prendre qu'en quatre maniéres différentes, ſçavoir, a, aa, aaa, aaaa.

IX.

On a vû dans les premiers articles que quatre choſes différentes a, b, c, d, pouvoient être combinées en 15 maniéres, on veut ſçavoir s'il n'y point un autre nombre de choſes égales ou differentes qui puiſſent être combinées auſſi en quinze maniéres. Ajoûtez 1 à 15, vous aurez 16.

Premiérement, ayant diviſé 16 par 4, il vient 4, qui étant diviſé par 2 donnera 2 ; ayant diviſé ce 2 par 2, il vient 1, qui ne peut plus être diviſé & qu'on néglige. Prenez les trois diviſeurs 4, 2, 2 ; ôtez de chacun l'unité, il reſtera 3, 1, 1, leſquels ajoûtez font 5. Cette ſomme 5, & ces trois reſtes 3, 1, 1 ; montrent qu'on peut com-

Digitized by Google

biner en 15 maniéres différentes 5 choſes, dont trois ſont égales, une différente, & une autre encore différente, comme *a*, *a*, *a*, *b*, *c*.

Secondement, après la premiére diviſion de 16 par 4, on diviſera le quotient 4 par 4, & il vient au quotient 1, qui ne pouvant plus être diviſé, ſera négligé. On prendra les deux diviſeurs 4, 4, de chacun deſquels ayant ôté l'unité, il viendra 3, 3, on ajoûtera ces deux reſtes, & l'on aura 6. La ſomme 6 & les deux reſtes 3, 3, font voir qu'on peut combiner en 15 maniéres ſix choſes, dont trois ſont égales, & trois autres ſont encore égales, telles que ſont *a*, *a*, *a*, *b*, *b*, *b*.

Troiſiémement, on diviſera 16 par 8, il viendra 2; ce quotient 2 diviſé encore par 2 donnera 1 qui ſera négligé. De chacun de ces diviſeurs 8, 2, on ôtera l'unité; on ajoûtera les reſtes 7, 1, enſemble, la ſomme 8 & les reſtes 7, 1 montrent qu'on peut combiner en 15 maniéres différentes huit choſes, dont 7 ſeront égales, & une ſera différente, comme *a*, *a*, *a*, *a*, *a*, *a*, *a*, *b*.

Quatriémement, on diviſera 16 par 16, le quotient eſt 1 qu'on négligera. Le ſeul diviſeur eſt 16, dont on ôtera l'unité; le reſte 15 fait connoître qu'on peut combiner en quinze façons quinze choſes égales, exprimées par ces caractéres, *a*, *a*, *a*, *a*, *a*, *a*, *a*, *a*, *a*, *a*, *a*, *a*, *a*, *a*, *a*.

Enfin ſi on diviſe 16 par 2, & ſon quotient 8 encore par 2, puis 4 par 2, & ce 2 par 2, on trouvera que quatre choſes différentes peuvent être combinées en quinze maniéres différentes, parce qu'il reſtera quatre unitez, après avoir ôté l'unité des quatre diviſeurs 2, 2, 2, 2.

Digitized by Google

REMARQUE.

On voit par cet article IX. qu'on peut prendre tels diviſeurs qu'on voudra, & les changer dans la ſuite de la diviſion, juſqu'à ce qu'on ſoit parvenu à l'unité. On pourra examiner combien de choſes peuvent être combinées un certain nombre de fois, comme 11 fois, 22 fois, &c. il faut toûjours ajoûter 1 au nombre propoſé, comme ſi on propoſe 11, j'ajoûte l'unité & je diviſe 12 ou par 6, ou par 4, ou par 3, ou par lui-même.

Pour donner plus de facilité à diſtinguer ces diviſeurs, on écrira d'abord le nombre propoſé, augmenté de l'unité, & au-deſſous on écrira ſon diviſeur, le quotient s'écrira à côté du nombre propoſé dans une colomne ſéparée : le même diviſeur ou un autre, s'écrira au deſſous de ce quotient, & le ſecond quotient à côté du premier dans une troiſiéme colomne ; le troiſiéme diviſeur s'écrira au deſſous de ce dernier quotient, & ainſi de ſuite, juſqu'à ce qu'on ſoit parvenu à l'unité, comme on le voit dans ces Tables.

Nombre propoſé augmenté de l'unité.	12.	6	3	1	Quotiens.
Premier diviſeur.	2.	2	3		Diviſeurs.
	1	1	2		Diviſeurs diminuez de l'unité.

Même nomb. propoſé augmenté de l'unité.	12	3	1	Quotiens.
Premier diviſeur.	4	3		Diviſeurs.
	3	2		Diviſeurs diminuez de l'unité.

Digitized by Google

Même nomb. prop. augmenté de l'unité.	12.	2	1	Quotiens.
Premier diviseur.	6	2		Diviseurs.
	5	1		Diviseurs diminuez de l'unité.

Autre nomb. prop. augmenté de l'unité.	23	1	Quotiens.
Premier diviseur.	23		Diviseur unique.
	22		Diviseur diminué de l'unité.

Ce dernier diviseur 22 marque qu'il n'y a que 22 choſes égales qui puiſſent être combinées en 22 maniéres différentes, puiſque le nombre 23 eſt un nombre premier.

On peut conſulter ce qu'on a dit des moyens de trouver toutes les parties aliquotes de quelque nombre donné. Ce ſera un éclairciſſement pour ce qu'on dit ici.

QUESTION I.

UN Quarreau mipartí de deux couleurs par la diagonale, peut recevoir quatre poſitions différentes. Car l'angle coloré peut être en bas ou en haut, mais à main gauche : ce même angle peut être encore en haut & en bas ; mais à main droite. Au lieu d'un Quarreau, on peut donc prendre quatre Quarreaux, & les regarder dans ces quatre ſituations différentes. * Je nommerai ces quatre Quarreaux A, B, C, D. La régle des combinaiſons

Planche 65. Fig. 222.

rapportée

rapportée ci-dessus *art.* IV. fait connoître que ces quatre quarreaux peuvent être combinez en 15 maniéres différentes. Car si on les prend un à un, l'on aura A, B, C, D, deux à deux on aura AB, AC, AD, BC, BD, CD, trois à trois on aura ABC, ABD, ACD, BCD, & quatre à quatre on aura seulement ABCD. Ceci n'est qu'une application des régles qu'on a données dans les cinq premiers articles précédens. Planche I. Fig. I.

QUESTION II.

ON propose de combiner quatre de ces mêmes quarreaux, dont deux A, A, sont égaux & les deux autres sont B & C. Suivant l'article VIII. on aura A, B, C, en les prenant un à un, AA, AB, AC, BC, en les prenant deux à deux, AAB, AAC, ABC, en les prenant trois à trois, & AABC, en les prenant quatre à quatre; ce qui donne onze maniéres différentes de combiner les quarreaux A, A, B, C.

Des Permutations.

IL y a une autre sorte de changemens, que l'on peut appeller *Permutation*, où l'on prend les mêmes choses deux fois, comme si l'on veut combiner ces trois nombres 2, 5, 6, en les prenant deux à deux, pour sçavoir les différentes valeurs qu'ils peuvent produire. En considerant les deux premiers nombres en cette sorte, 25, on dira qu'ils font vingt-cinq, & en les considerant ainsi, 52, on prononcera qu'ils font 52. De même en considerant le premier & le troisiéme nombre en cette sorte 26, on connoîtra qu'ils font vingt-six;

Digitized by Google

& en les considerant ainsi, 62, on dira qu'ils font soixante-deux ; ainsi des autres : où vous voyez que le nombre des Permutations est double de celui des Combinaisons.

On se sert des Permutations, quand on veut faire des Anagrammes, où l'on fait quelquefois des rencontres heureuses, c'est-à-dire, qui conviennent à leur sujet.

On se sert aussi des Permutations dans le Jeu de Dez, pour connoître le nombre des hazards qu'auroit celui qui avec deux Dez entreprendroit de faire, par exemple, 9. Il est certain qu'il auroit quatre hazards, parce que 9 se peut faire en quatre façons, sçavoir, par le 4 du premier Dé & le 5 du second, ou bien par le 5 du premier & le 4 du second : & encore par le 3 du premier Dé & le 6 du second, ou bien par le 6 du premier & le 3 du second.

I.

Planche 2. Fig. 1. Pour trouver avec le Triangle Arithmétique le nombre des permutations de plusieurs choses, on regardera le second rang perpendiculaire de ce Triangle comme étant le premier; on cherchera dans ce second rang le nombre des choses proposées ; on ne fera attention qu'à la base dans laquelle il se trouvera. On multipliera ce nombre trouvé par l'unité ; celui de la case suivante, qui sera regardée comme la deuxiéme par 2 ; celui de la troisiéme case par 3 fois 2 ou 6 ; celui de la quatriéme case par 4 fois 6 ou 24 ; celui de la cinquiéme case par 5 fois 24 ou 120 ; celui de la sixiéme case par 6 fois 120 ou 720, & ainsi de suite, en multipliant toûjours le nombre de la case par le produit précédent. Le produit de cha-

Digitized by Google

que case de la base selon leur ordre, sera le nombre des permutations des choses proposées prises une à une, deux à deux, trois à trois, &c. Mais quand on sera parvenu à l'unité du premier rang parallele, on répétera le dernier nombre, qui sera aussi le nombre des permutations des choses prises selon le nombre qu'on les aura proposées. Un exemple éclaircira cette régle. Planche 1. Fig. 1.

Supposant qu'on ait proposé quatre choses, *a*, *b*, *c*, *d*, pour sçavoir quel est le nombre de leurs permutations, on cherchera dans le second rang perpendiculaire le nombre 4, qui se trouve dans la base du cinquiéme Triangle. Ce nombre 4 multiplié par l'unité, est le nombre des permutations de ces quatre choses prises une à une. On multipliera ensuite le nombre 6 de la case suivante, qui est regardée comme la deuxiéme dans la même base par 2, le produit 12 sera le nombre des permutations des choses proposées prises deux à deux; puis on multipliera le nombre 4 de la troisiéme case de la même base par 3 fois 2 ou 6, le produit 24 est le nombre des permutations des choses proposées prises trois à trois: enfin comme on est parvenu à l'unité qui est dans le premier rang parallele, & qui est commune à la base du cinquiéme Triangle, on répétera le même produit qu'on vient de trouver, sçavoir, 24, qui sera aussi le nombre des permutations des choses prises quatre à quatre.

Si l'on veut sçavoir le nombre de toutes ces permutations, on ajoûtera les produits trouvez 4, 12, 24, 24; leur somme 64 est le nombre de toutes ces permutations. C'est-à-dire, que quatre choses différentes peuvent recevoir 64 change-

Digitized by Google

mens différens, ſans être priſes deux fois dans aucune de ces permutations.

II.

Il n'eſt point néceſſaire de ſe ſervir du Triangle Arithmétique, pour trouver toutes les permutations, ou les tranſpoſitions poſſibles de pluſieurs choſes, par exemple, de ces quatre lettres AMOR, priſes quatre à quatre; on fera cette Progreſſion Arithmétique 1, 2, 3, 4, compoſée d'autant de termes qu'il y a de lettres propoſées, en ſorte que le premier terme ſoit toûjours l'unité, & que le dernier exprime le nombre des lettres : & alors en multipliant enſemble tous ces termes, le produit

AMOR	MARO	OAMR	ROMA
AMRO	MAOR	OARM	ROAM
AOMR	MOAR	OMAR	RMAO
AORM	MORA	OMRA	RMOA
ARMO	MRAO	ORAM	RAMO
AROM	MROA	ORMA	RAOM

24, ſera le nombre des Permutations, ou changemens différens que l'on peut faire des quatre lettres propoſées AMOR, comme vous voyez ici.

III.

C'eſt de la même façon que l'on trouvera le nombre des permutations d'une autre multitude de lettres, ſçavoir, en faiſant une Progreſſion d'autant de nombres naturels 1, 2, 3, 4, 5, &c. qu'il y aura de lettres à combiner enſemble, & en multipliant enſemble tous les termes de cette Progreſſion. Ainſi vous trouverez que cinq lettres ſe peuvent combi-

Digitized by Google

ner ſimplement, ou tranſpoſer en 120 maniéres, ſix en 720, & ainſi des autres, comme vous voyez dans la Table ſuivante, qui montre que les 23 lettres de l'Alphabet ſe peuvent combiner en 25852016738884976640000 façons.

1	1. A.
2	2. B.
3	6. C.
4	24. D.
5	120. E.
6	720. F.
7	5040. G.
8	40320. H.
9	362880. I.
10	3628800. K.
11	39916800. L.
12	479001600. M.
13	6227020800. N.
14	87178291200. O.
15	1307674368000. P
16	20922789888000. Q.
17	355687428096000. R.
18	6402373705728000. S.
19	121645100408832000. T.
20	2432902008176640000. V.
21	51090942171709440000. X.
22	1124000727777607680000. Y.
23	25852016738884976640000. Z.
24	620448401733239439360000.
25	15511210043330985984000000.

Cette Table eſt aiſée à conſtruire; car ayant connu, par exemple, que 4 lettres ſe peuvent combiner ou tranſpoſer en 24 façons, ſi l'on multiplie

Digitized by Google

ce nombre 24 des permutations par le nombre 5, qui suit immédiatement après le 4, on aura 120 pour le nombre des permutations de 5 lettres, lequel étant multiplié par le nombre suivant 6, on aura 720 pour le nombre des permutations de 6 lettres, lequel étant multiplié par le nombre suivant 7, le produit 5040 sera le nombre des permutations de 7 lettres, & ainsi de suite.

QUESTION I.

D'Où il suit que si on veut sçavoir en combien de maniéres différentes sept personnes peuvent se ranger à table, il n'y a qu'à multiplier les premiers nombres naturels jusqu'à sept de cette sorte, 1 fois 2 fois 3 fois 4 fois 5 fois 6 fois 7. Le produit 5040 fait voir que sept personnes peuvent être rangées à une table en 5040 maniéres différentes.

QUESTION II.

APrès avoir fait attention à ce que l'on vient de dire, on n'aura point de peine à croire que huit Enfans de Chœur puissent tellement changer de place au Chœur trois fois par jour, à Matines, à la Messe & à Vêpres, qu'ils feroient environ 37 ans à achever ces changemens différens. Il est vrai que c'est une chose surprenante; mais il est constant que huit choses peuvent recevoir quarante mille trois cens vingt changemens; & comme il s'en feroit trois par jour, si on divise 40320 par 3, on aura 13440 jours, qui font près de 37 ans, pendant lesquels il faudroit faire chaque jour trois changemens.

Digitized by Google

QUESTION III.

ON connoîtra par le même moyen que les huit mots de ce Vers fait à l'honneur de la Sainte Vierge, peuvent recevoir les mêmes changemens, étant pris huit à huit, si on ne se soucie pas d'observer la mesure du Vers : mais si on veut garder la mesure du Vers hexamétre, au lieu de 40320 permutations, ils n'en recevront que 3276. C'est-à-dire, que les mots de ce Vers pourront avoir 3276 situations, & conserver dans chacune de ces situations la mesure du Vers hexamétre.

Tot tibi sunt dotes, Virgo, quot sidera Cœlo.

QUESTION IV.

LEs douze Apôtres ayant disputé qui d'entr'eux seroit le premier, Jesus-Christ leur déclara que celui qui voudroit être le premier seroit le dernier, & que le dernier deviendroit le premier. Supposons qu'après cette leçon d'humilité chacun voulût céder la premiere place, la seconde & la troisiéme place à son compagnon, & qu'ainsi ils eussent résolu de ne demeurer jamais ensemble dans une même disposition, on demande en combien de maniéres ils auroient pû changer de place, en sorte qu'ils ne se fussent jamais rencontrez les uns à l'égard des autres dans la même situation. *Réponse.* Ils auroient pû changer en quatre cens soixante dix-neuf millions mille six cens maniéres différentes.

Si l'on suppose que les onze Apôtres eussent toûjours observé de laisser la premiére place à saint Pierre, ils auroient pû changer de place en trente-

Digitized by Google

neuf millions neuf cens seize mille huit cens manieres différentes.

QUESTION V.

MAis ce qui paroîtra encore bien plus surprenant, c'est le calcul énorme qu'on va faire pour les différens changemens qui arriveroient à 24 noms qui ne rempliroient que deux lignes, supposant qu'on pût écrire 1440 lignes en chaque feuille de papier, ou bien 720 fois ces 24 noms, & que chaque rame de papier fût tellement batue, qu'elle n'eût qu'un pouce d'épaisseur, je dis qu'il faudroit beaucoup plus de rames de papier pour écrire tous les changemens de ces 24 noms, qu'il n'en pourroit contenir depuis le centre de la terre jusqu'au firmament, en les mettant les unes sur les autres. Car supposant qu'il y a 28,862,640,000,000 de pouces du centre de la terre aux étoiles, il faudroit 1,751,245,560,364,553,942 rames de papier & plus pour écrire les 620448401733239439360000 changemens que peuvent recevoir ces 24 noms. Parce que chaque rame de papier contenant 500 feuilles, & chaque feuille 720 changemens, chaque rame de papier contiendroit 360000 de ces changemens. Or divisant les 24 nombres 620, &c. par celui que contiendroit chaque rame, il vient 1, 751, &c. qui est un nombre de pouces plus grand que celui qu'il y a depuis le centre de la terre jusqu'au firmament.

On voit aisément qu'il est impossible d'écrire toutes les permutations de ces 24 noms : car tous les Princes du monde ne pourroient payer le papier, quand la rame ne coûteroit que 20 sols, & cent mille Scribes seroient 336,047,223,141 ans à écrire

Digitized by Google

toutes les permutations de 24 noms, quand ils écriroient chacun une rame par semaine, & travailleroient nuit & jour; en sorte que chaque personne remplît 71 feuilles par jour, qui seroient cinq millions deux cens mille rames par an. Supposons encore qu'on voulût donner à chacun de ces Scribes deux cens livres par an, ce seroit vingt milllons par an, outre les cinq millions deux cens mille livres pour le papier. Comme il faudroit continuer cette dépense pendant 336,047,223,141 ans, elle se monteroit à la somme de six cens nonante-six quintillons, six cens sept quadrillons, six cens vingt trilions, deux cens trente-un bilions, cinq cens trente-deux millions de livres.

L'imagination se perd dans ces sortes de supputations, qui cependant sont très-vraies, puisqu'elles sont fondées sur les principes certains de l'Arithmétique.

QUESTION VI.

ON veut sçavoir combien de permutations peuvent recevoir les quatre quarreaux * A, B, C, D, mipartis de deux couleurs par la diagonale, pris un à un, deux à deux, trois à trois, & quatre à quatre. Pour y procéder avec ordre on cherchera toutes les combinaisons de ces quatre quarreaux, qu'on a trouvé être A, B, C, D, pris un à un, AB, AC, AD, BC, BD, CD, pris deux à deux, ABC, ABD, ACD, BCD, pris trois à trois, & ABCD, pris quatre à quatre. Il faut ensuite chercher combien peuvent recevoir de permutations ces quarreaux suivant les quatre différentes combinaisons qu'on vient de voir. Planche 4. Fig. 1.

Digitized by Google

Planche Fig. 1. Les quatre premiéres combinaiſons des quarreaux A, B, C, D, pris un à un, ne donnent point d'autres permutations; les ſix combinaiſons ſuivantes des quarreaux AB, AC, &c. pris deux à deux, en donnent chacune deux, *art. III. & queſt. I.* Ce qui fait 12 permutations. Les quatre combinaiſons des quarreaux A B C, &c. pris trois à trois, donnent chacune ſix permutations, *art. III.* ce qui fait 24 permutations. Enfin la ſeule combinaiſon des quarreaux A B C D pris quatre à quatre, donne encore 24 permutations, *art. III.* Si l'on ajoûte toutes ces permutations 4, 12, 24, 24, elle feront la ſomme de 64. C'eſt-à-dire, que quatre quarreaux A B C D, pris un à un, deux à deux, trois à trois, & quatre à quatre, peuvent être changez en ſoixante-quatre maniéres différentes.

QUESTION VII.

SI on veut que ces quarreaux ſoient pris deux à deux, & que chacun ſoit répété, il eſt aiſé de connoître qu'il y aura ſeize permutations. Car par l'article II. ou III. des Combinaiſons on trouve que 2 en quatre peut être combiné ſix fois; & par l'article II. & queſtion I. des Permutations, on ſçait que 2 choſes ne peuvent recevoir que 2 changemens; ainſi ces ſix combinaiſons donneront 12 permutations, auſquels ſi l'on joint les quatre AA, BB, CC, DD de chaque quarreau répété, on aura ſeize Permutations.

REMARQUE.

Ce que l'on vient de dire des Combinaiſons jointes aux Permutations, fait entrevoir que quatre

Digitized by Google

quatreaux peuvent fournir des compartimens & des deſſeins à l'infini. C'eſt ce qu'a heureuſement executé le Pere Douat dans un Traité très-curieux qu'il vient de faire paroître * ſur un Mémoire que le Pere Sebaſtien Truchet préſenta à l'Académie Royale des Sciences en 1704. On y verra que ces quatre quarreaux pris quatre à quatre, répétez & permutez, forment 256 figures différentes. On verra avec étonnement qu'en prenant ces 256 figures deux à deux, trois à trois, & ainſi de ſuite juſqu'à 256, on peut trouver un nombre prodigieux de compartimens, dont les deſſeins ſeront tous différens. On pourra s'exercer ſoi-même en faiſant des quarreaux de cartons mipartis de deux couleurs par la diagonale, & les diſpoſant en toutes les façons qu'on imaginera. * 1722.

Cet Ouvrage n'eſt pas ſeulement curieux, il eſt encore très-utile, particuliérement aux Architectes, qui y trouveront une ſource intariſſable pour le Carrelage.

Des Partis du Jeu.

ON appelle *Parti* en matiére du Jeu, la juſte diſtribution, ou le réglement de ce qui doit appartenir à pluſieurs Joueurs de l'argent qui eſt au Jeu, & qu'ils jouent en un certain nombre de parties, proportionnellement à ce que chacun a droit d'eſperer de la fortune par le nombre des parties qui lui manquent pour achever.

On ſuppoſe que deux Joueurs ont mis chacun 40 piſtoles au Jeu. Dans ce cas cet argent ne leur appartient plus, parce qu'en le mettant au Jeu ils en ont quitté la proprieté. Mais en revanche ils ont le droit d'attendre ce que le hazard peut leur

Digitized by Google

en donner, ſuivant les conditions dont ils ſont convenus avant que de jouer. On ſuppoſe encore qu'ils jouent 80 piſtoles en trois parties, que le premier ait une partie, & que le ſecond n'en ait point, c'eſt-à-dire, qu'il manque deux parties au premier pour gagner, & trois au ſecond. Enfin ſi les Joueurs veulent ſe ſéparer en renonçant à l'attente du hazard, pour rentrer chacun dans la propriété de quelque choſe, le premier à raiſon des 2 parties qui lui manquent, & le ſecond à raiſon des 3 parties qu'il lui faut pour gagner tout l'argent, on demande quelle eſt la portion que chacun des Joueurs doit retirer de l'argent qu'ils ont mis au Jeu. On peut trouver cette portion ou ce parti par le moyen du Triangle Arithmétique, en cette ſorte.

Parce que nous avons ſuppoſé qu'il manque au premier Joueur 2 parties, & 3 au ſecond pour gagner, & que la ſomme des deux nombres 2 & 3 eſt 5, il faut prendre dans la 5 la diagonale du Triangle Arithmétique, la ſomme 5 des deux premiers nombres 1, 4, à cauſe des deux parties qui manquent au premier Joueur, & la ſomme 11 des trois autres 6, 4, 1, à cauſe des trois parties qui manquent au ſecond Joueur, & ces deux derniéres ſommes 5, 11, donneront la raiſon réciproque des deux partis qu'on cherche, de ſorte que le parti de celui à qui il ne manque que 2 parties eſt au parti de celui à qui il en manque 3, comme 11 eſt à 5.

Planche 1. Fig. 1.

Mais pour déterminer ces deux partis, c'eſt-à-dire, pour aſſigner à chacun la part des 80 piſtoles qui ſont au Jeu, à raiſon des avantages qu'il a, il faut diviſer ce nombre 80 en deux parties proportionnelles aux deux termes 11, 5; ce qui ſe fera en

Digitized by Google

multipliant séparément par ces deux termes 11, 5, le nombre 80 des pistoles qui sont au Jeu, & divisant chacun des deux produits 880, 400, par la somme 16 des deux mêmes termes 11, 5, on aura 55 pour le nombre des pistoles que doit emporter le premier Joueur qui a une partie, & 25 pour le nombre des pistoles que doit prendre le second Joueur qui n'a point de partie. Planche 1. Fig. 1.

Pareillement s'il manque 1 partie au premier Joueur, & 2 au second pour gagner, on ajoûtera ensemble ces deux nombres de parties 1, 2, & parce que leur somme est 3, on prendra dans la troisiéme diagonale du Triangle Arithmétique le seul & premier nombre 1, & la somme 3 des deux autres 2, 1 : ces deux nombres 1, 3, font connoître que le parti du premier Joueur est au parti du second, comme 3 est à 1. Et parce que la somme de ces deux termes 1, 3, est 4, il s'ensuit que le premier Joueur doit avoir les $\frac{3}{4}$ des 80 pistoles qui sont au Jeu, & le second seulement $\frac{1}{4}$. Par conséquent il appartient 60 pistoles au premier Joueur, & 20 au second, dans la supposition que nous avons faite ; qu'ils veulent se séparer sans continuer le Jeu.

Par-là vous voyez que si le Jeu est dans cet état, qu'il manque au premier Joueur une partie, & au second deux parties pour achever, le premier Joueur pourroit parier au pair 3 contre 1.

On peut résoudre ces sortes de questions sans le secours du Triangle Arithmétique, en cette sorte.

Puisqu'il manque au premier Joueur une partie pour achever, & qu'il en manque deux au second, on considerera que si les Joueurs continuoient de 1. *Cas.*

Digitized by Google

jouer, & que le second gagnât une partie, il lui manqueroit comme au premier une partie pour achever, & que dans ce cas les deux Joueurs ayant des hazards égaux, leurs partis seroient aussi égaux par cette régle générale, qui porte, que le parti du premier Joueur est au parti du second, en même raison que le nombre des hazards qui peuvent faire gagner le premier, au nombre des hazards qui peuvent faire gagner le second. Ainsi dans cette supposition le parti de chacun seroit la moitié de l'argent qui est au Jeu.

Il est donc certain, que si le premier gagne la partie qui se va jouer, tout l'argent qui est au Jeu lui appartiendra, & que s'il la perd, il ne lui en appartiendra que la moitié. C'est pourquoi s'ils veulent se séparer sans jouer cette partie, le premier doit avoir la moitié de l'argent qui est au Jeu, & encore la moitié de la moitié du même argent, c'est-à-dire, qu'il doit avoir les $\frac{3}{4}$ de cet argent. Le reste $\frac{1}{4}$ appartiendra au second. Car il est évident que si un Joueur prétend une certaine somme en cas de gain, & une somme moindre en cas de perte, le sort étant égal, son parti est que sans jouer, il lui appartient la moitié de ces deux sommes prises ensemble.

2. *Cas.* Ce premier cas servira à résoudre le suivant, qui suppose qu'il manque au premier Joueur une partie pour achever, & au second trois parties. Car si le premier gagne une partie, il doit emporter les 80 pistoles qui sont au Jeu, & s'il perd une partie, en sorte qu'il n'en faille plus que deux au second pour achever, il appartiendra au premier les $\frac{3}{4}$ de l'argent, *par le* 1. *Cas.* Ainsi en cas de

Digitized by Google

gain, le premier emportera tout l'argent, & en cas de perte, il ne lui en appartiendra que les $\frac{1}{4}$. C'eſt pourquoi en cas de parti, il ne lui en doit appartenir que la moitié de ces deux ſommes priſes enſemble, c'eſt-à-dire, $\frac{7}{8}$, ou 70 piſtoles. Le reſte $\frac{1}{8}$, ou 10 piſtoles appartiendront au ſecond.

Ce ſecond cas ſervira de la même façon à réſoudre le ſuivant, qui ſuppoſe qu'il manque deux parties au premier Joueur pour achever, & trois au ſecond. Car ſi le premier gagne une partie, il doit avoir les $\frac{7}{8}$ de l'argent qui eſt au Jeu, *par le* 2. *Cas*, & s'il perd une partie, en ſorte qu'il n'en faille plus que deux au ſecond pour gagner, ſçavoir, autant qu'il en manque au premier, chacun doit avoir pour ſon parti la moitié de l'argent qui eſt au Jeu. C'eſt pourquoi en cas de gain, le premier emportera $\frac{7}{8}$ de l'argent qui eſt au Jeu, & $\frac{1}{2}$ en cas de perte, & ainſi en cas de parti il ne lui doit appartenir que la moitié de ces deux ſommes priſes enſemble, c'eſt-à-dire, $\frac{11}{16}$, ou 55 piſtoles. Le reſte $\frac{5}{16}$, ou 25 piſtoles appartiendront au ſecond. 3. *Cas.*

Le ſecond cas ſervira encore à réſoudre ce quatriéme, qui ſuppoſe qu'il manque au premier Joueur une partie pour achever, & quatre au ſecond. Car ſi le premier gagne une partie, il remportera les 80 piſtoles qui ſont au Jeu, & s'il en perd une, en ſorte qu'il n'en faille plus que trois au ſecond pour achever, il appartiendra au premier les $\frac{7}{8}$ de tout l'argent, *par le* 2. *Cas.* Ainſi 4. *Cas.*

Digitized by Google

puiſqu'en cas de gain, le premier doit emporter tout l'argent, & qu'en cas de perte il n'en doit emporter que les $\frac{7}{8}$; en cas de parti il ne lui doit appartenir que la moitié de ces deux ſommes priſes enſemble, c'eſt-à-dire, $\frac{15}{16}$, ou 75 piſtoles. Le reſte $\frac{1}{16}$, ou 5 piſtoles, appartiendront au ſecond.

3. *Cas.* Ce quatriéme cas & le troiſiéme ſerviront de la même façon à réſoudre le ſuivant, qui ſuppoſe qu'il manque deux parties au premier Joueur pour achever, & quatre au ſecond. Car ſi le premier gagne une partie, en ſorte qu'il ne lui en manque plus qu'une pour achever, il doit remporter les $\frac{15}{16}$ de l'argent qui eſt au Jeu, *par le* 4. *Cas*, & s'il en perd une, en ſorte qu'il n'en manque plus que trois au ſecond, il doit en remporter ſeulement les $\frac{11}{16}$, *par le* 3. *Cas*. Ainſi puiſqu'en cas de gain le premier doit remporter les $\frac{15}{16}$ de tout l'argent, & ſeulement les $\frac{11}{16}$ en cas de perte, il doit en cas de parti prendre la moitié de ces deux ſommes priſes enſemble, c'eſt-à-dire, $\frac{13}{16}$, ou 65 piſtoles. Le reſte $\frac{3}{16}$, ou 15 piſtoles, appartiendront au ſecond. Ainſi des autres.

Autrement & plus facilement.

Tous les Cas précédens, & tous les autres infinis qui peuvent arriver, peuvent encore ſe réſoudre autrement ſans le ſecours du Triangle Arithmétique, & plus facilement en cette ſorte.

3. *Cas.* Pour réſoudre, par exemple, le cinquiéme cas, où

Digitized by Google

où l'on ſuppoſe qu'il manque deux parties au premier Joueur pour achever, & 4 au ſecond, de ſorte qu'il leur manque enſemble 6 parties pour achever, ôtez 1 de cette ſomme 6, & parce qu'il reſte 5, on ſuppoſera ces cinq lettres ſemblables *aaaaa* favorables au premier Joueur, & pareillement ces cinq lettres ſemblables *bbbbb* favorables au ſecond Joueur. On combinera enſemble ces dix lettres, comme vous le voyez dans cette Table, ou des 32 combinaiſons, les 26 premiéres vers la gauche, où ſe rencontre au moins deux *a*, ſeront priſes pour le nombre des hazards qui peuvent faire gagner le premier, parce qu'il lui manque deux parties : & les ſix derniéres vers la droite, où il y a au moins quatre *b*, ſeront priſes pour le nombre des hazards qui peuvent faire gagner le ſecond, parce qu'il lui manque quatre parties.

aaaaa	*aaabb*	*aabbb*	*abbbb*
aaaab	*aabba*	*abbba*	*bbbba*
aaaba	*abbaa*	*bbbaa*	*babbb*
aabaa	*bbaaa*	*ababb*	*bbabb*
abaaa	*aabab*	*abbab*	*bbbab*
baaaa	*abaab*	*ababb*	*bbbbb*
	baaab	*baabb*	
	baaba	*babba*	
	babaa	*bbaba*	
	ababa	*babab*	

Ainſi le parti du premier Joueur ſera au parti du ſecond, comme 26 eſt à 6, ou comme 13 eſt à 3, &c.

Pareillement pour réſoudre le troiſiéme Cas, où l'on ſuppoſe qu'il manque deux parties au premier Joueur pour achever, & trois parties au ſe- 3. *Cas.*

Digitized by Google

cond ; de ſorte qu'il leur manque enſemble 5 parties pour achever, ôtez 1 de cette ſomme 5, & parce qu'il reſte 4, ſuppoſez ces quatre lettres ſemblables *aaaa* favorables au premier, & ces quatre lettres ſemblables *bbbb* favorables au ſecond. Combinez enſemble ces huit lettres, comme vous le voyez dans cette Table, ou des 16 combinaiſons, les 11 premiéres à la gauche, où il y a au moins deux *a*, ſeront priſes pour le nombre des hazards qui peuvent faire gagner le premier, parce qu'il lui manque deux parties : & les 5 derniéres vers la droite, où il y a au moins trois *b*, ſeront priſes pour le nombre des hazards qui peuvent faire gagner le ſecond, parce qu'il lui manque trois parties. Ainſi le parti du premier Joueur eſt au parti du ſecond, comme 11 eſt à 5, &c.

aaaa	*aabb*	*abbb*
aaab	*abba*	*bbba*
aaba	*bbaa*	*bbab*
abaa	*baab*	*babb*
baaa	*baba*	*bbbb*
	abab	

4. *Cas.* Parce que pour réſoudre le quatriéme Cas, où l'on a ſuppoſé qu'il manquoit au premier Joueur une partie pour achever, & quatre au ſecond, il vient la même ſomme 5 des parties qui manquent enſemble à ces deux Joueurs, on ſe ſervira des 16 combinaiſons précédentes, entre leſquelles on en trouvera 15, où il y a au moins une lettre *a*, parce qu'il manque au premier Joueur une partie, pour le nombre des hazards qui le peuvent faire gagner, & ſeulement une, où il y a quatre *b*, parce qu'il manque au ſecond Joueur quatre parties, pour un ſeul hazard qui le peut faire gagner ; de ſorte que le parti du même Joueur eſt au parti du ſecond, comme 15 eſt à 1. Ainſi des autres.

Digitized by Google

Du Jeu des Dez.

POur ſçavoir entre deux Joueurs l'avantage que peut avoir celui qui entreprend d'amener, par exemple, 6 avec un Dé en un certain nombre de coups, & premiérement au premier coup ; on conſiderera que le parti à l'entreprendre du premier coup eſt de 1 contre 5, parce que celui qui tient le Dé, n'a qu'un hazard pour gagner, & qu'il en a 5 pour ne rien gagner. Par conſéquent pour l'entreprendre en un ſeul coup, il ne doit mettre que 1 contre 5, ou ce qui eſt la même choſe, parier 1 contre 5. Ce qui fait voir que d'entreprendre d'amener 6 avec un Dé en un coup, il y a deſavantage.

Pour entreprendre d'amener 6 en deux coups avec un Dé, on conſiderera que c'eſt la même choſe que d'entreprendre en jettant deux Dez à la fois d'en trouver un marqué 6. Alors celui qui tient le Dé, n'a que 11 hazards pour gagner : car il peut amener 6 avec le premier Dé, & 1, 2, 3, 4, 5, avec le ſecond : ou bien 6 avec le ſecond Dé, & 1, 2, 3, 4, 5, avec le premier : ou bien encore 6 avec chaque Dé. Mais il a 25 ha-

1, 1	2, 1	3, 1	4, 1	5, 1
1, 2	2, 2	3, 2	4, 2	5, 2
1, 3	2, 3	3, 3	4, 3	5, 3
1, 4	2, 4	3, 4	4, 4	5, 4
1, 5	2, 5	3, 5	4, 5	5, 5

zards pour ne rien gagner, comme vous voyez ici. D'où il eſt aiſé de conclure, que celui qui entreprend en deux coups d'amener 6 avec un Dé, ne

Digitized by Google

doit mettre que 11 contre 25, & qu'ainſi il y a deſavantage de l'entreprendre au pair.

Vous prendrez garde que la ſomme 36 de tous les hazards 11, 25, eſt le quarré du nombre donné 6, quand on entreprend d'amener 6 en deux coups avec un Dé : & que le nombre 25 des hazards qui peuvent empêcher celui qui tient le Dé de gagner, eſt le quarré du même nombre donné 6 moins 1, c'eſt-à-dire, de 5. C'eſt pourquoi pour trouver le nombre des hazards favorables à celui qui tient le Dé, il n'y a qu'à ôter 1 du double 12 du nombre donné 6, & le reſte 11 ſera le nombre qu'on cherche ; on ôtera ce reſte 11 de 36 quarré du même nombre donné 6 : ce ſecond reſte 25 qui ſera toûjours un nombre quarré, ſera le nombre des hazards contraires à celui qui tient le Dé.

Pour entreprendre d'amener 6 en trois coups avec un Dé, on conſiderera pareillement que c'eſt la même choſe que d'entreprendre en jettant trois Dez à la fois, d'en trouver un marqué 6. Alors celui qui tient le Dé, a 91 hazards favorables, & 125 contraires, & ainſi il ne doit mettre que 91 contre 125, où vous voyez qu'il y a encore deſavantage à entreprendre au pair d'amener 6 en trois coups avec un Dé.

Vous remarquerez que la ſomme 216 de tous les hazards 91, 125, eſt le cube du nombre donné 6, quand on entreprend d'amener 6 en trois coups avec un Dé, & que le nombre 125 des hazards contraires à celui qui tient le Dé, eſt le cube du même nombre donné 6 moins 1, c'eſt-à-dire, de 5. C'eſt pourquoi pour trouver le nombre des hazards qui peuvent faire gagner celui qui tient le Dé, il n'y a qu'à ôter du cube 216 du

Digitized by Google

nombre donné 6, le cube 125 du même nombre donné 6 moins 1, ou de 5.

C'eſt de la même façon qu'on trouvera l'avantage que peut avoir celui qui entreprendroit en quatre coups d'amener 6 avec un Dé. Car ſi l'on ôte de la quatriéme puiſſance, ou du quarré-quarré 1296 du nombre donné 6, le quarre-quarré 625 du même nombre donné 6 moins 1, ou de 5, le reſte donnera 671 hazards favorables à celui qui tient le Dé : & le plus petit quarré-quarré précédent 625, ſera le nombre des hazards contraires à celui qui tient le Dé. Où vous voyez que celui qui entreprend en quatre coups d'amener 6 avec un Dé, peut mettre 671 contre 625, & qu'ainſi il y a avantage à l'entreprendre au pair.

L'avantage ſera plus grand à entreprendre d'amener 6 en cinq coups avec un Dé, comme on le connoîtra en ôtant de la cinquiéme puiſſance, ou ſurſolide 7776 du nombre donné 6, le ſurſolide 3125 du même nombre donné 6 moins 1, ou de 5. Car le reſte 4651 ſera le nombre des hazards favorables à celui qui tient le Dé : & le plus petit ſurſolide précedent 3125 ſera le nombre des hazards contraires à celui qui tient le Dé. Où l'on voit que celui qui entreprend en cinq coups d'amener 6 avec un Dé, peut mettre 4651 contre 3125, & qu'ainſi il y a de l'avantage à l'entreprendre au pair.

Si vous voulez ſçavoir le parti de celui qui voudroit entreprendre d'amener en un coup avec deux ou pluſieurs Dez une Raſle déterminée, par exemple, Terne, vous conſidererez que s'il l'entreprenoit avec deux Dez, il n'auroit qu'un hazard pour gagner, & 35 pour perdre : parce que deux Dez peuvent ſe combiner en 36 façons différentes, c'eſt-

Digitized by Google

à-dire, que leurs faces qui ſont au nombre de 6, peuvent avoir 36 aſſietes différentes, comme vous le voyez dans cette Table, ce nombre 36 étant le

1, 1	2, 1	3, 1	4, 1	5, 1	6, 1
1, 2	2, 2	3, 2	4, 2	5, 2	6, 2
1, 3	2, 3	3, 3	4, 3	5, 3	6, 3
1, 4	2, 4	3, 4	4, 4	5, 4	6, 4
1, 5	2, 5	3, 5	4, 5	5, 5	6, 5
1, 6	2, 6	3, 6	4, 6.	5, 6	6, 6

quarré du nombre 6 des faces de deux Dez. S'il y avoit trois Dez au lieu de 36 quarré de 6, on auroit le cube 216 pour le nombre des combinaiſons entre trois Dez; & s'il y avoit quatre Dez, on auroit le quarré-quarré 1296 du même nombre 6, pour le nombre des combinaiſons entre quatre Dez, & ainſi de ſuite.

D'où il ſuit qu'on ne doit mettre que 1 contre 35, pour faire une Raſle déterminée avec deux Dez en un coup. On connoîtra par un ſemblable raiſonnement, qu'on ne doit mettre que 3 contre 213, pour faire une Raſle déterminée avec trois Dez en un coup, & 6 contre 1290, ou 1 contre 215 avec quatre Dez, & ainſi de ſuite: parce que des 216 hazards qui ſe trouvent entre trois Dez, il y en a trois pour celui qui tient le Dé, puiſque trois choſes ſe peuvent combiner deux à deux en trois façons, & par conſéquent 213 contraires à celui qui tient le Dé: & que des 1296 hazards qui ſe trouvent entre quatre Dez, il y en a ſix qui ſont favorables à celui qui tient le Dé, puiſque quatre choſes ſe combinent deux à deux en ſix façons, & par conſéquent 1290 contraires à celui qui tient le Dé.

Digitized by Google

Mais si vous voulez sçavoir le parti de celui qui entreprendroit de faire une Rafle quelconque du premier coup avec deux ou plusieurs Dez, il ne sera pas difficile de connoître qu'il doit mettre 6 contre 30, ou 1 contre 5 avec deux Dez : parce que si des 36 hazards qui se trouvent entre deux Dez, on ôte 6 hazards qui peuvent produire une Rafle, il reste 30. On connoîtra aussi aisément qu'avec trois Dez il peut mettre 18 contre 198, ou 1 contre 11 : parce que si des 216 hazards qui se rencontrent entre trois Dez, on ôte 18 hazards qui peuvent produire une Rafle, il reste 198, &c.

PROBLEME XIV.

Plusieurs Dez étant jettez, trouver le nombre des points qui en proviennent après quelques opérations.

SI quelqu'un a jetté sur une table, par exemple, trois Dez, que nous appellerons A, B, C, dites-lui d'ajoûter tous les points de dessus, & ceux de dessous de deux Dez seulement tels qu'on voudra, comme des deux derniers B, C, puis de mettre à part le troisiéme A, sans en changer l'assiete. Dites-lui ensuite de jetter de nouveau les deux mêmes Dez B, C, d'ajoûter à la somme précédente tous les points de dessus, & ceux de dessous de l'un de ces Dez, comme du second C, pour avoir une seconde somme, & de mettre à part le premier B, proche du précédent A, sans en changer l'assiete. Enfin faites-lui jetter le dernier Dé C, & dites-lui d'ajoûter à la seconde somme précédente le nombre des points de dessus, pour avoir une troisiéme somme, que vous trouverez en cette sorte. Le troisiéme Dé C, ayant été mis près des deux autres, sans

Digitized by Google

en changer la situation, approchez-vous de la table, comptez tous les points qui se trouveront au-dessus de ces trois Dez, ajoûtez à leur somme autant de fois 7, qu'il y a de Dez, comme ici trois fois 7, ou 21, (ce nombre 7 étant le nombre des points des deux faces opposées d'un Dé, quand il est bien fait;) la somme sera celle qu'on cherche.

Supposons qu'ayant jetté pour la premiére fois les trois Dez A, B, C, il soit venu en dessus ces trois points 1, 4, 5, & ayant mis, par exemple, le premier 1 à part, faites ajoûter à ces trois points 1, 4, 5, les deux 3, 2, qui se trouvent au-dessous des deux autres, dont les points de dessus sont 4, 5, pour avoir la premiére somme 15. Supposons maintenant, que les deux mêmes Dez étant jettez il vienne en dessus ces deux points 3, 6, celui qui a 3 ayant été mis à part près de celui qui avoit 1, faites ajoûter ces deux points 3, 6, & encore 1, qui se trouve au-dessous du troisiéme Dé restant, qui a 6 au dessus; la somme 10 étant ajoûtée à 15 premiére somme trouvée, on aura cette seconde somme 25. Supposons enfin que ce troisiéme Dé étant jetté seul une troisiéme fois, il vienne 6 en dessus, vous ferez mettre ce Dé avec les autres, sans le changer, & ajoûter le 6 à la seconde somme 25, pour avoir cette troisiéme somme 31: vous devinerez cette derniére somme en ajoûtant 21 à la somme 10 des points 1, 3, 6, qui se trouvent au-dessus des trois Dez restans, dont vous vous serez approché pour connoître cette somme 10 de leurs points 1, 3, 6.

REMARQUES.

Ce Problême peut se résoudre avec plus de trois

Digitized by Google

Dez, il ne faut qu'obſerver combien de fois on fait ajoûter les points de deux faces oppoſées d'un Dé, & retenir autant de fois 7 pour les ajoûter, après que le dernier Dé aura été jetté, à la ſomme des faces du deſſus de tous les Dez qu'on aura fait mettre à part. Si l'on avoit jetté quatre Dez, par exemple, on trouveroit qu'en faiſant la même choſe qu'on vient de faire, on fait prendre ſix fois les points des deux faces oppoſées d'un Dé, & qu'ainſi il faudroit ajoûter 6 fois 7, ou 42 à la ſomme des points des faces de deſſus des Dez, dont on ſe ſeroit approché. De même, on trouveroit que pour cinq Dez, on auroit fait prendre dix fois les points des deux faces oppoſées d'un Dé, & que par conſéquent il faudroit ajoûter 10 fois 7 ou 70 à la ſomme des faces de deſſus des cinq Dez dont on ſe ſeroit approché. Ce ſera la même régle pour tel nombre de Dez qu'on aura choiſi.

Il faut prendre garde que les Dez ſoient marquez, comme on l'a déja dit, en ſorte que les points de deux faces oppoſées étant ajoûtez faſſent 7. La démonſtration de ce Problême n'eſt fondée que ſur cette ſtructure; car toutes les fois qu'on fait prendre les points de deux faces oppoſées, on eſt aſſuré que leur ſomme eſt 7. Donc puiſqu'avec trois Dez on fait prendre trois fois les points de deux faces oppoſées, c'eſt la même choſe que de faire prendre 21. Par conſéquent ajoûtant 21 à tous les autres points qu'on aſſemble, il eſt évident qu'on a la ſomme de tous les points. Il en eſt de même pour tel autre nombre de Dez qu'on aura fait jetter.

Digitized by Google

PROBLEME XV.

Deux Dez étant jettez, trouver les points de dessus de chaque Dé, sans les voir.

QUelqu'un ayant jetté deux Dez sur une table, faites-lui ajoûter 5 au double des points de dessus de l'un de ces deux Dez, puis lui ayant fait multiplier la somme par le même nombre 5, dites-lui d'ajoûter au produit le nombre des points de dessus du second Dé. Enfin ayant demandé cette seconde somme, ôtez-en 25 quarré du même nombre 5 : le reste sera un nombre composé de deux figures, dont la premiére vers la droite, qui représente les dixaines, sera le nombre des points de dessus du premier Dé, & la seconde vers la gauche qui représente les unitez, sera le nombre des points de dessus du second Dé.

Supposons que le nombre des points de dessus du premier Dé soit 2, & que le nombre des points de dessus du second Dé soit 3. Si on double 2, nombre des points de dessus du premier Dé, & qu'au double 4 on ajoûte 5, on aura 9, qui étant multiplié par le même nombre 5, donnera 45, auquel ajoûtant 3, nombre des points de dessus du second Dé, on aura 48, d'où ôtant 25 quarré du même nombre 5, il reste 23, dont la premiére figure 2, montre le nombre des points de dessus du premier Dé, & l'autre figure 3 fait connoître le nombre des points de dessus du second Dé.

Autrement.

Ou bien demandez à celui qui a jetté les deux Dez, combien font ensemble les points de dessous,

Digitized by Google

& de combien le nombre des points de dessous de l'un des Dez surpasse le nombre des points de dessous de l'autre Dé ; si cet excès est, par exemple, 1, & que la somme de tous les points de dessous soit 9, ajoûtez ces deux nombres 1, 9, & ôtez 10 leur somme de 14 : la moitié 2 du reste 4 sera le nombre des points de dessus de l'un des deux Dez. Pour avoir le nombre des points de dessus de l'autre Dé, au lieu d'ajoûter l'excès 1 à la somme 9, il le faut ôter, & ayant ôté de 14 le reste 8, on aura ce second reste 6, dont la moitié 3 sera le nombre qu'on cherche.

Encore autrement.

Ou bien encore, dites à celui qui a jetté les deux Dez, d'ajoûter les points de dessus, & de vous dire leur somme, qui sera, par exemple, 5. Dites-lui encore de multiplier le nombre des points de dessus d'un Dé par le nombre des points de dessous de l'autre Dé, & de vous dire leur produit, que nous supposerons 6. Par le moyen de ce produit & de la somme précédente 5, vous trouverez le nombre des points de dessus de chaque Dé en cette sorte. Multipliez la somme 5 par elle-même, pour avoir son quarré 25, duquel vous ôterez 24 quadruple du produit 6, & il reste 1, dont vous prendrez la racine quarrée, qui est aussi 1 ; laquelle étant ajoûtée & ôtée de la somme précédente 5, donnera ces deux nombres 6, 4, dont les moitiez 3, 2, seront les nombres des points de dessus de chaque Dé.

Digitized by Google

PROBLEME XVI.

Trois Dez étant jettez, trouver les points de dessus de chaque Dé sans les voir.

QUelqu'un ayant jetté trois Dez sur une table, faites-les ranger en ligne droite l'un près de l'autre. Demandez la somme des points de dessous du premier & du second Dé, qui sera, par exemple, 9; celle des points de dessous du second & du troisiéme Dé, que nous supposerons 5; enfin la somme des points de dessous du premier & du troisiéme Dé, qui soit 6. Par le moyen de ces trois sommes, ou nombres connus 9, 5, 6, on trouvera le nombre des points de dessus du premier Dé: car en ôtant de 15 somme du premier & du troisiéme nombre le second 5, & en ôtant de 14 le reste 10, on aura cet autre reste 4, dont la moitié 2 sera le nombre des points de dessus du premier Dé. Pour trouver le nombre des points de dessus du second Dé, ôtez de 14 somme des deux premiers nombres 9, 5, le troisiéme 6; puis ôtez de 14 le reste 8, pour avoir un second reste 6, dont la moitié 3 sera le nombre des points de dessus du second Dé. Enfin pour avoir le nombre des points de dessus du troisiéme Dé, ôtez de 11 somme du second nombre 5, & du troisiéme 6, le premier 9; ensuite ôtez de 14 le reste 2, pour avoir un second reste 12, dont la moitié 6 sera le nombre des points de dessus du troisiéme Dé.

Autrement.

Les trois Dez ayant été jettez, faites doubler le nombre des points de l'un de ces Dez, puis

Digitized by Google

vous ferez ajoûter 5 à ce double, multiplier la ſomme par 5, & ajoûter 10 à ce produit. Faites enſuite ajoûter à ce total le nombre des points du ſecond Dé, & multiplier cette ſomme par 10. Enfin ayant ajoûté à ce dernier produit le nombre des points du troiſiéme Dé, vous demanderez la ſomme qui ſera venue après toutes ces opérations. Vous en ôterez 350, & les trois nombres qui reſteront, marqueront le nombre des points de chaque Dé, en ſorte que celui qui ſera à la place des centaines, ſera le nombre des points du premier Dé; celui qui ſera à la place des dixaines, ſera le nombre des points du ſecond Dé, & celui qui ſera à la place des unitez, ſera le nombre des points du troiſiéme Dé.

Si, par exemple, on amene ces trois nombres 2, 3, 6, le double de 2 eſt 4, auquel ajoûtant 5, il vient 9, qui étant multiplié par 5, donne 45, auquel on ajoûtera 10, & l'on aura 55. Enſuite ayant ajoûté 3 nombre des points du ſecond Dé à cette ſomme 55, on aura 58, qui étant multiplié par 10, donnera 580. Enfin on ajoûtera 6, nombre des points du troiſiéme Dé, a 580, la ſomme ſera 586. Toutes ces opérations auront été faites en ſecret. Mais lorſque vous ſçaurez que le total eſt 586, vous en ôterez 350, il reſtera 236. Chacun de ces chifres pris deſuite, marque le nombre des points de chaque Dé 2, 3, 6.

REMARQUES.

On vient de voir que quand on a jetté trois Dez, il falloit ôter 350 de la ſomme demandée & connue; mais ſi l'on avoit jetté quatre Dez, il faudroit continuer à faire la même choſe pour le qua-

Digitized by Google

triéme Dé, que ce qu'on a fait pour les trois autres, & ôter de la ſomme demandée 3500. Il en eſt de même pour un plus grand nombre de Dez, il faudra ôter de la ſomme demandée le nombre 350, augmenté d'autant de zeros qu'il y aura de Dez qui ſurpaſſeront les trois qu'on a d'abord jetté. Par exemple, s'il y avoit quatre Dez, dont les points fuſſent 3, 5, 8, 2, ayant fait doubler le 3, point du premier Dé, il viendra 6, auquel faiſant ajoûter 5, la ſomme ſera 11, qui multiplié par 5, donne 55 : & faiſant ajoûter 10 à ce produit, on aura 65. Enſuite on fera ajoûter à 65 le 5, point du ſecond Dé, & l'on aura 70, qui multiplié par 10, donnera 700, auquel on fera ajoûter le 8, point du troiſiéme Dé, & la ſomme ſera 708 : cette ſomme ayant été multipliée par 10, il viendra 7080. On fera ajoûter le 2, point du quatriéme Dé à ce produit, on aura 7082. Enfin après avoir connu cette ſomme 7082, on en ôtera 3500, & le reſte 2582 exprimera par ordre les points de chaque Dé 3, 5, 8, 2.

On voit que les points 8, 2 des deux derniers Dez, n'ont point été changez par les opérations : c'eſt pourquoi afin de mieux couvrir l'artifice, il ſeroit à propos de faire ajoûter à la ſomme totale 7082 quelque nombre, comme 12, l'on auroit 7094 : puis ayant demandé cette derniére ſomme, on en ôteroit 3512, & il reſteroit le même nombre qu'auparavant 3582.

La méthode qu'on vient de propoſer pour deviner les points de pluſieurs Dez jettez, peut très-bien ſervir à deviner pluſieurs nombres penſez. Ainſi on peut l'ajoûter à toutes les diverſes maniéres qu'on va enſeigner dans les Problêmes ſuivans.

Digitized by Google

PROBLEME XVII.

Deviner le nombre que quelqu'un a penſé.

I.

FAites multiplier par lui-même le nombre penſé ; dites enſuite d'ajoûter à ce quarré le double du nombre penſé ; puis faites ajoûter l'unité à la ſomme du quarré & du double : enfin ayant demandé quelle eſt cette ſomme, vous en tirerez la racine quarrée, d'où ayant ôté l'unité, il reſtera le nombre penſé.

Comme ſi quelqu'un a penſé 6, le quarré de ce nombre eſt 36, auquel ſi on ajoûte 12 double de 6, on aura 48 : ce nombre augmenté de l'unité, donnera 49. On tirera la racine quarrée de 49, qui eſt 7, ôtant 1 de 7, on aura 6 pour le nombre penſé.

II.

Ayant fait ôter 1 du nombre penſé, faites doubler le reſte : ayant encore fait ôter 1 de ce double, faites ajoûter au reſte le nombre penſé : enfin ayant demandé le nombre qui vient de cette addition, ajoûtez-y 3 ; la troiſiéme partie de cette ſomme ſera le nombre penſé.

Comme ſi l'on a penſé 5, & qu'on en ôte 1, il reſtera 4, dont le double 8 étant diminué de 1, & le reſte 7 étant augmenté du nombre penſé 5, on a cette ſomme 12, à laquelle ajoûtant 3, on a cette autre ſomme 15, dont la troiſiéme partie 5 eſt le nombre penſé.

III.

Ou bien après avoir fait ôter 1 du nombre pen-

Digitized by Google

ſé, faites tripler le reſte, & après avoir auſſi fait ôter 1 de ce triple, faites ajoûter au reſte le nombre penſé : enfin ayant demandé le nombre qui vient de cette addition, vous y ajoûterez 4 ; la quatriéme partie de cette ſomme ſera le nombre penſé.

Comme ſi l'on a penſé 5, & qu'on en ôte 1, il reſtera 4, dont le triple 12 étant diminué de 1, & le reſte 11 étant augmenté du nombre penſé 5, on a cette ſomme 16, à laquelle ajoûtant 4, on a cette autre ſomme 20, dont la quatriéme partie 5 eſt le nombre penſé.

IV.

Ayant fait ajoûter 1 au nombre penſé, faites doubler la ſomme : ayant encore fait ajoûter 1 à ce double, faites ajoûter à la ſomme le nombre penſé : enfin demandez le nombre qui vient de cette derniére addition, dont vous ôterez 3, la troiſiéme partie du reſte ſera le nombre penſé.

Comme ſi l'on a penſé 5, & qu'on y ajoûte 1, on aura 6, dont le double 12 étant augmenté de 1, & la ſomme 13 étant augmentée du nombre penſé 5, on a cette ſomme 18, de laquelle ôtant 3, il reſtera 15, dont la troiſiéme partie 5 eſt le nombre penſé.

V.

Ou bien après avoir fait ajoûter 1 au nombre penſé, faites tripler la ſomme, & après avoir auſſi fait ajoûter 1 à ce triple, faites ajoûter à la ſomme le nombre penſé : enfin ayant demandé le nombre qui vient de cette derniére addition, vous en ôterez 4 ; la quatriéme partie du reſte ſera le nombre penſé.

Comme

Digitized by Google

Comme si l'on a pensé 5, & qu'on y ajoûte 1, on aura 6, dont le triple 18 étant augmenté de 1, & la somme 19 étant augmentée du nombre pensé 5, on a cette somme 24, de laquelle ôtant 4, il restera 20, dont la quatriéme partie 5 est le nombre pensé.

VI.

Ayant fait ôter 1 du nombre pensé, faites doubler le reste : ayant encore fait ôter 1 de ce double, faites ôter du reste le nombre pensé : enfin ayant demandé le nombre qui reste de cette derniére soustraction, vous y ajoûterez 3 ; la somme sera le nombre pensé.

Comme si l'on a pensé 5, & qu'on en ôte 1, il restera 4, dont le double 8 étant diminué de 1, & le reste 7 étant encore diminué du nombre pensé 5, il reste 2 : auquel ajoûtant 3, la somme 5 est le nombre pensé.

VII.

Ayant fait ajoûter 1 au nombre pensé, faites doubler la somme : ayant encore fait ajoûter 1 à ce double, faites ôter de la somme le nombre pensé : enfin ayant demandé le nombre qui reste de cette soustraction, vous en ôterez 3 ; le reste sera le nombre pensé.

Comme si l'on a pensé 5, & qu'on y ajoûte 1, on aura 6, dont le double 12 étant augmenté de 1, & la somme 13 étant diminuée du nombre pensé 5, il restera 8, dont ôtant 3, le reste 5 est le nombre pensé.

VIII.

Après avoir fait ôter 1 du nombre pensé, faites tripler le reste, & après avoir aussi fait ôter 1 de

Digitized by Google

ce triple, faites ôter du reſte le double du nombre penſé : enfin ayant demandé le nombre qui reſte de cette derniére ſouſtraction, vous y ajoûterez 4 ; la ſomme ſera le nombre penſé.

Comme ſi l'on a penſé 5, & qu'on en ôte 1, il reſtera 4, dont le triple 12 étant diminué de 1, & le reſte 11 étant encore diminué de 10 double du nombre penſé 5, il reſte 1, auquel ajoûtant 4, la ſomme 5 eſt le nombre penſé.

IX.

Après avoir fait ajoûter 1 au nombre penſé, faites tripler la ſomme, & après avoir auſſi fait ajoûter 1 à ce triple, faites ôter de la ſomme le double du nombre penſé : enfin ayant demandé le nombre qui reſte, vous en ôterez 4 ; le reſte ſera le nombre penſé.

Comme ſi l'on a penſé 5, & qu'on y ajoûte 1, l'on aura 6, dont le triple 18 étant augmenté de 1, & la ſomme 19 étant diminuée de 10 double du nombre penſé 5, on a ce reſte 9, dont ôtant 4, le reſte 5 eſt le nombre penſé.

X.

Dites à celui qui aura penſé un nombre, de multiplier ce nombre par 3, & de prendre la moitié de ce triple, au cas qu'il le puiſſe faire ſans reſte ; s'il ne peut le faire ſans reſte, vous lui ferez ajoûter 1 à ce triple, pour en pouvoir prendre juſtement la moitié, que vous ferez encore multiplier par 3. Après quoi vous demanderez combien il y a de fois 9 dans ce dernier triple, & vous prendrez autant de fois 2, qu'il y aura de fois 9, pour le nombre qui aura été penſé. Mais vous vous ſouviendrez d'ajoûter 1, ſi vous l'avez fait ajoû-

Digitized by Google

ter auparavant, lorsque la division par 2 n'aura pû se faire sans reste.

Comme si l'on a pensé 5, son triple est 15, dont on ne peut prendre exactement la moitié; c'est pourquoi on y ajoûtera 1, & l'on aura 16, dont la moitié 8 étant multipliée encore par 3, on a ce produit 24, dans lequel 9 est compris 2 fois: donc prenant 2 fois 2, on a ce nombre 4, auquel ajoûtant 1, qu'on a fait ajoûter auparavant, la somme 5 est le nombre pensé.

Remarquez que le nombre pensé sera 1, lorsque le nombre 9 ne sera point contenu dans le dernier triple.

Pour ôter les 9 autant de fois qu'il se pourra, faites ôter 27, ou 36, ou 72, &c. si ces nombres y sont contenus, puis faites ôter 9 du reste, si cela se peut, & ainsi autant de fois qu'il sera possible, il paroîtra que c'est une maniére différente de celle qu'on vient d'enseigner.

XI.

Faites ajoûter & ôter 1 du nombre pensé, pour avoir une somme & un reste, que vous ferez multiplier ensemble, & demandez le produit qui vient de la multiplication: si vous ajoûtez 1 à ce produit, la racine quarrée de la somme sera le nombre pensé.

Comme si l'on a pensé 5, ajoûtant 1 à 5, on a la somme 6, & ôtant 1 de 5, on a le reste 4; puis multipliant la somme 6 par le reste 4, on a au produit 24, auquel ajoûtant 1, la racine quarrée 5 de la somme 25 est le nombre pensé.

XII.

Ayant fait ajoûter 1 au nombre pensé, faites

Digitized by Google

multiplier la ſomme par le nombre penſé, & faites ôter du produit le même nombre penſé : enfin demandez le nombre qui reſtera de cette ſouſtraction, la racine quarrée de ce reſte ſera le nombre penſé.

Comme ſi l'on a penſé 5, ajoûtant 1 à 5, on a 6, qui étant multiplié par le nombre penſé 5, donne 30, d'où ôtant le même nombre penſé 5, il reſte 25, dont la racine quarrée 5 eſt le nombre penſé.

XIII.

Ou bien ayant fait ôter 1 du nombre penſé, faites multiplier le reſte par le nombre penſé ; puis faites ajoûter au produit le même nombre penſé : enfin demandez la ſomme qui vient de cette addition ; la racine quarrée de cette ſomme ſera le nombre penſé.

Comme ſi l'on a penſé 5, ôtant 1 de 5, il reſte 4, qui étant multiplié par le nombre penſé 5, donne 20, auquel ajoûtant le même nombre penſé 5, on a 25, dont la racine quarrée 5 eſt le nombre penſé.

XIV.

Ayant fait ajoûter 2 au nombre penſé, faites ajoûter à la ſomme un 0 vers la droite, pour avoir un nombre dix fois plus grand, auquel vous ferez ajoûter 12 ; vous ferez encore ajoûter à la ſomme un 0 vers la gauche, pour avoir un nombre dix fois plus grand, dont vous ferez ôter 320 : enfin vous demanderez le reſte, dont les figures ſignificatives vers la gauche, en retranchant les deux zeros, qui ſe rencontreront toûjours à la droite, repréſenteront le nombre penſé.

Comme ſi l'on a penſé 5, en y ajoûtant 2, on a 7, auquel ajoûtant un 0 vers la droite, on a 70,

Digitized by Google

auquel si l'on ajoûte 12, on a 82 ; puis ajoûtant encore un 0 vers la droite, on a 820, d'où ôtant 320, il reste 500, dont retranchant les deux zeros à la droite, le reste 5 est le nombre pensé.

XV.

Ayant fait ajoûter 5 au double du nombre pensé, faites ajoûter à la somme un 0 vers la droite, pour avoir un nombre 10 fois plus grand, auquel vous ferez ajoûter 20 : puis vous ferez encore ajoûter à la somme un 0 vers la droite, pour avoir un nombre dix fois plus grand, dont vous ferez ôter 700 : enfin vous demanderez le reste, dont vous retrancherez les deux zeros, qui se rencontreront toûjours à la droite, & la moitié du nombre qui restera vers la gauche, sera le nombre pensé.

Comme si l'on a pensé 5, en ajoûtant 5 à son double 10, on a 15, auquel ajoûtant un 0 vers la gauche, on a 150, auquel si l'on ajoûte 20, on a 170 ; puis ajoûtant à ce nombre un 0 vers la droite, on a 1700, d'où ôtant 700, on a 1000, dont retranchant deux zeros à la droite, la moitié 5 du reste 10 est le nombre pensé.

XVI.

Ces deux derniéres méthodes ne sont pas extrêmement subtiles, parce que le dernier nombre étant connu, il est aisé en rétrogradant de connoître les autres nombres, & par conséquent le nombre pensé. C'est pourquoi il vaudra mieux se servir des deux méthodes suivantes, dont le secret est plus caché.

Ayant fait ajoûter 1 au triple du nombre pensé, faites multiplier la somme par 3 ; puis ayant fait

Digitized by Google

ajoûter à ce triple le nombre penſé, demandez le nombre qui viendra de cette addition ; car ſi vous ôtez 3 de cette ſomme, & que du reſte vous retranchiez le o qui ſe trouvera à la droite, le reſte vers la gauche ſera le nombre penſé.

Comme ſi l'on a penſé 5, ajoûtant 1 à ſon triple 15, on a 16, dont le triple eſt 48, auquel ajoûtant le nombre penſé 5, on a 53, d'où ôtant 3, & retranchant du reſte 50 le o qui eſt à la droite, il reſte 5 vers la gauche pour le nombre penſé.

XVII.

Ayant fait ôter 1 du triple du nombre penſé, faites multiplier le reſte par 3 ; puis ayant fait ajoûter au produit le nombre penſé, demandez le nombre qui vient de cette addition ; car ſi vous ajoûtez 3 à cette ſomme, & que de cette ſeconde ſomme vous retranchiez le o, qui ſe trouvera à la droite, le reſte vers la gauche ſera le nombre penſé.

Comme ſi l'on a penſé 5, en ôtant 1 de ſon triple 15, il reſte 14, dont le triple eſt 42, auquel ajoûtant le nombre penſé 5, on a 47, auquel ajoûtant 3, & retranchant de la ſomme 50 le o qui eſt à la droite, il reſte 5 vers la gauche pour le nombre penſé.

COROLLAIRES.

Il ſuit de ces deux derniéres méthodes, que, *ſi on ajoûte l'unité au triple d'un nombre quelconque, & qu'on ajoûte le même nombre au triple de la ſomme, on aura une ſeconde ſomme qui ſe terminera par* 3. Comme ſi on ajoûte l'unité au triple 18 du nombre *6*, & qu'on ajoûte le même nombre *6* au

Digitized by Google

triple 57 de la somme 19, on a cette seconde somme 63, qui se termine par 3.

Il s'ensuit aussi que *si on ôte l'unité du triple d'un nombre quelconque, & qu'on ajoûte le même nombre au triple du reste, on aura une somme qui se terminera par 7.* Comme si on ôte l'unité du triple 18 du nombre 6, & qu'on ajoûte le même nombre 6 au triple 51 du reste 17, on a cette somme 57, qui se termine par 7.

Enfin il s'ensuit que ce Problême double est impossible ; *Trouver un nombre tel, que si on ajoûte l'unité à son triple, ou qu'on ôte l'unité de son triple, & qu'on ajoûte le même nombre au triple de la somme ou du reste, la somme soit un quarré parfait*; parce que tout nombre qui finit par 3, ou par 7, ne peut avoir une racine quarrée exacte, comme on a dit au *Probl. VIII. p.* 19. Voyez le Problême suivant.

PROBLEME XVIII.

Trouver le nombre qui reste à quelqu'un après quelques opérations, sans lui rien demander.

AYant fait penser un nombre à volonté, faites ajoûter à son double un nombre pair, tel qu'il vous plaira, par exemple, 8; puis faites ôter de la moitié de la somme le nombre pensé : ce qui restera sera la moitié du nombre pair que vous aviez fait ajoûter auparavant, sçavoir, 4. Ainsi vous direz hardiment qu'il reste 4; ce qui surprendra agréablement ceux qui n'en verront pas d'abord la raison, quoique la démonstration en soit facile.

C'est pourquoi pour sçavoir adroitement le nombre qui aura été pensé, faites semblant d'ignorer le reste 4, & faites-le ôter du nombre pensé, si le

Digitized by Google

nombre penſé eſt plus grand, ou faites-en ôter le nombre penſé, ſi le nombre penſé eſt plus petit; puis demandez le reſte. Si vous ajoûtez ce reſte à la moitié 4 du nombre 8, que vous aviez fait ajoûter au nombre penſé, ſi le nombre penſé a été trouvé plus grand que cette moitié 4, ou ſi vous ôtez ce reſte de la même moitié 4, ſi le nombre penſé a été trouvé plus petit que cette moitié 4, vous aurez le nombre penſé.

Comme ſi l'on a penſé 5, & qu'on ajoûte 8 à ſon double 10, on aura 18, dont la moitié eſt 9, d'où ôtant le nombre penſé 5, il reſte 4, moitié de 8 nombre ajoûté, & ſi l'on ôte cette moitié 4 du nombre penſé 5, qui eſt plus grand, il reſtera 1; ce reſte étant ajoûté à la même moitié 4, parce que le nombre penſé 5 s'eſt trouvé plus grand que cette moitié 4, on aura la ſomme 5, qui eſt le nombre penſé.

De même, ſi on ajoûte 12 au double 10 du nombre penſé 5, on aura 22, dont la moitié eſt 11, d'où ôtant le nombre penſé 5, il reſte 6, moitié du nombre ajoûté 12; & ſi de cette moitié 6 on ôte le nombre penſé 5, qui eſt plus petit, il reſtera 1; ce reſte étant ôté de la même moitié 6, parce que le nombre penſé 5 s'eſt trouvé moindre que cette moitié 6, on aura un autre reſte 5, qui eſt le nombre penſé.

Autrement.

Faites ôter du double du nombre penſé un nombre pair moindre & tel qu'il vous plaira, par exemple, 4: faites encore ôter la moitié du reſte du nombre penſé, le reſte ſera 2, moitié du nombre ôté 4: c'eſt pourquoi pour trouver le nombre penſé, faites ajoûter à cette moitié 2 le nombre

Digitized by Google

penſé, & demandez la ſomme, qui ſoit, par exemple, 7, dont ſi vous ôtez la même moitié 2, le reſte 5 ſera le nombre penſé.

Autrement.

On peut encore trouver plus facilement le nombre que quelqu'un aura penſé, en lui faiſant ajoûter un nombre à volonté, & en faiſant multiplier la ſomme par le nombre penſé. Enſuite ayant fait ôter du produit le quarré du nombre penſé, demandez le reſte, & diviſez ce reſte par le nombre que vous avez fait ajoûter; le quotient ſera le nombre penſé.

Comme ſi l'on a penſé 5, & qu'on y ajoûte, par exemple, 4, on aura 9, qui étant multiplié par le nombre penſé 5, on a 45, d'où ôtant le quarré 25 du nombre penſé 5, & le reſte 20 étant diviſé par le nombre 4, qui a été ajoûté auparavant, le quotient donne 5 pour le nombre penſé.

Autrement.

Ou bien faites ôter du nombre penſé un nombre plus petit, tel qu'il vous plaira : faites multiplier le reſte par le nombre penſé : faites ôter ce produit du quarré du nombre penſé, demandez le reſte, & diviſez ce reſte par le nombre que vous avez fait ôter du nombre penſé, le quotient ſera le nombre penſé.

Comme ſi l'on a penſé 5, & qu'on en ôte, par exemple, 3, il reſtera 2, qui étant multiplié par le nombre penſé 5, produit 10. Ce nombre 10 étant ôté de 25, quarré du nombre penſé 5, il reſte 15, qui étant diviſé par le nombre 3, qui a été ôté du nombre penſé, donne pour quotient 5, qui eſt le nombre penſé.

Digitized by Google

Autrement.

La maniére la plus facile de toutes pour deviner le nombre que quelqu'un aura penſé, eſt la ſuivante. Faites ôter du nombre penſé un nombre plus petit, tel qu'il vous plaira, & mettre le reſte à part. Faites ajoûter le même nombre au nombre penſé, & ajoûter à la ſomme le reſte précédent, pour avoir une ſeconde ſomme, que vous demanderez; la moitié de cette ſomme ſera le nombre penſé.

Comme ſi l'on a penſé 5, & qu'on en ôte, par exemple, 3, il reſtera 2; ſi l'on ajoûte le même nombre 3 au nombre penſé 5, on aura 8, auquel ajoûtant le précédent reſte 2, on a 10, dont la moitié 5 eſt le nombre penſé.

PROBLEME XIX.

Trouver le nombre que quelqu'un aura penſé, ſans lui rien demander.

FAites ajoûter au nombre penſé ſa moitié, s'il eſt pair, ou ſa plus grande moitié, s'il eſt impair, pour avoir une premiere ſomme. Faites auſſi ajoûter à cette ſomme ſa moitié, ou ſa plus grande moitié, ſelon qu'elle ſera un nombre pair ou impair, pour avoir une ſeconde ſomme, dont vous ferez ôter le double du nombre penſé; enſuite faites prendre la moitié du reſte, ou ſa plus petite moitié, au cas que ce reſte ſoit un nombre impair: continuez à faire prendre la moitié de la moitié, juſqu'à ce qu'on vienne à l'unité. Cela étant fait, remarquez combien de ſoudiviſions on aura faites, & pour la premiére diviſion retenez 2, pour la ſe-

Digitized by Google

conde 4, pour la troiſiéme 8, & ainſi des autres en proportion double. Obſervez qu'il faut ajoûter 1 pour chaque fois que vous aurez pris la plus petite moitié, parce qu'en prenant cette plus petite moitié, il reſte toûjours 1, & qu'il faut ſeulement retenir 1, lorſqu'on n'aura pû faire aucune ſoudiviſion; car ainſi vous aurez le nombre dont on a pris les moitiez des moitiez, & alors le quadruple de ce nombre ſera le nombre penſé, au cas qu'il n'ait point falu prendre au commencement la plus grande moitié, ce qui arrivera ſeulement lorſque le nombre penſé ſera pairement pair, ou diviſible par 4; autrement on ôtera 3 de ce quadruple ſi à la premiére diviſion l'on a pris la plus grande moitié, ou bien ſeulement 2, ſi à la ſeconde diviſion l'on a pris la plus grande moitié, ou bien enfin 5, ſi à chacune des deux diviſions on a pris la plus grande moitié, & alors le reſte ſera le nombre penſé.

Comme ſi l'on a penſé 4, en lui ajoûtant ſa moitié 2, on a 6, auquel ſi l'on ajoûte pareillement ſa moitié 3, on a 9, d'où ôtant le double 8 du nombre penſé 4, il reſte 1, dont on ne ſçauroit prendre la moitié, parce qu'on eſt parvenu à l'unité; c'eſt pourquoi on retiendra 1, dont le quadruple 4 eſt le nombre penſé.

Si l'on a penſé 5, en lui ajoûtant ſa plus grande moitié 3, on a 8, auquel ſi l'on ajoûte ſa moitié 4, on a 12, d'où ôtant le double 10 du nombre penſé 5, il reſte 2, dont la moitié eſt 1: & comme l'on ne ſçauroit plus prendre la moitié, parce qu'on eſt parvenu à l'unité, on retiendra 2, parce qu'il y a une ſoudiviſion. Si de 8 quadruple de ce nombre retenu 2, on ôte 3, parce que dans la premiére diviſion l'on a pris la plus grande moitié, le reſte 5 eſt le nombre penſé.

Digitized by Google

Si le nombre penſé eſt 6, en lui ajoûtant ſa moitié 3, on a 9, auquel ſi l'on ajoûte ſa plus grande moitié 5, on a 14, d'où ôtant le double 12 du nombre penſé 6, il reſte 2, dont la moitié eſt 1: comme l'on ne ſçauroit plus prendre la moitié, parce qu'on eſt parvenu à l'unité, on retiendra 2, parce qu'il y a une ſoudiviſion. Si de 8, quadruple de ce nombre retenu 2, on ôte 2, parce que dans la ſeconde diviſion l'on a pris la plus grande moitié, le reſte 6 eſt le nombre penſé.

Si l'on a penſé 7, en lui ajoûtant ſa plus grande moitié 4, on a 11, auquel ſi l'on ajoûte pareillement ſa plus grande moitié 6, on a 17, d'où ôtant le double 14 du nombre penſé 7, il reſte 3, dont la plus petite moitié eſt 1. Et comme l'on ne ſçauroit plus prendre la moitié, parce qu'on eſt parvenu à l'unité, on retiendra 2, auquel on ajoûtera 1, parce qu'on a pris la plus petite moitié: ainſi on aura 3, dont le quadruple eſt 12, duquel ôtant 5, parce que dans la premiére & dans la ſeconde diviſion l'on a pris la plus grande moitié, le reſte 7 eſt le nombre penſé. Ainſi des autres.

PROBLEME XX.

Deviner deux nombres que quelqu'un aura penſé.

I.

AYant fait ajoûter enſemble les deux nombres penſez, pour avoir leur ſomme, & ayant fait ôter le plus petit du plus grand, pour avoir leur différence, faites multiplier la ſomme par la différence, & ajouter au produit le quarré du plus petit nombre penſé. Alors demandez le nombre qui vient de cette addition, & prenez-en la racine

Digitized by Google

quarrée, qui ſera le plus grand des deux nombres penſez. Pour avoir le plus petit, au lieu de faire ajoûter au produit le quarré du plus petit nombre penſé, faites ôter ce produit du quarré du plus grand nombre penſé, & demandez le nombre qui reſtera : la racine quarrée de ce reſte ſera le plus petit nombre penſé.

Comme ſi l'on a penſé 3 & 5, en multipliant leur ſomme 8 par leur différence 2, on a le produit 16, auquel ajoûtant le quarré 9 du plus petit nombre penſé 3, on a 25, dont la racine quarrée 5 eſt le plus grand des deux nombres penſez : & ôtant le même produit 16 de 25 quarré du plus grand nombre penſé 5, il reſte 9, dont la racine quarrée 3 eſt le plus petit nombre penſé.

II.

Faites ajoûter à la ſomme des deux nombres penſez leur différence, & demandez le nombre qui vient de cette addition ; la moitié de ce nombre ſera le plus grand des deux nombres penſez. Pour avoir le plus petit, faites ôter la différence des deux nombres penſez de leur ſomme, & demandez le nombre qui reſtera ; la moitié de ce reſte ſera le plus petit nombre penſé.

Comme dans cet exemple, en ajoûtant la différence 2 des deux nombres penſez à leur ſomme 8, on a 10, dont la moitié 5 eſt le plus grand des deux nombres penſez ; & en ôtant la différence 2 de la ſomme 8, il reſte 6, dont la moitié 3 eſt le plus petit nombre penſé.

III.

Faites multiplier la ſomme de deux nombres penſez par elle-même, pour avoir ſon quarré ;

Digitized by Google

puis ayant fait ajoûter au plus petit des deux nombres penſez le double du plus grand, & ayant fait multiplier la ſomme par le plus petit, faites ôter le produit du précédent quarré, & demandez le reſte ; la racine quarrée de ce reſte ſera le plus grand des deux nombres penſez. Pour avoir le plus petit, ayant fait ajoûter au plus grand le double du plus petit, & ayant fait multiplier la ſomme par le plus grand, faites ôter le produit du précédent quarré, & demandez le reſte, dont la racine quarrée ſera le plus petit nombre penſé.

Comme dans cet exemple, où l'on a ſuppoſé que les deux nombres penſez ſont 3 & 5, leur ſomme eſt 8, qui étant multipliée par ſoi-même, donne 64 pour ſon quarré. En ajoûtant au plus petit nombre penſé 3 le double 10 du plus grand 5, on a 13, qui étant multiplié par le plus petit 3, donne 39 ; ce produit 39 étant ôté du précédent quarré 64, il reſte 25, dont la racine quarrée 5 eſt le plus grand des deux nombres penſez. En ajoûtant au plus grand nombre penſé 5 le double 6 du plus petit 3, on a 11, qui étant multiplié par le plus grand 5, produit 55 ; ce produit 55 étant ôté du précédent quarré 64, il reſte 9, dont la racine quarrée 3 eſt le plus petit nombre penſé.

IV.

Faites multiplier enſemble les deux nombres penſez, pour avoir leur produit. Faites auſſi multiplier la ſomme des deux mêmes nombres par celui que vous voulez trouver, & faites ôter de ce produit le produit des deux nombres : après quoi vous demanderez le reſte, dont la racine quarrée ſera le nombre que vous cherchez.

Digitized by Google

Comme dans cet exemple, si l'on multiplie ensemble les deux nombres pensez 3, 5, on aura leur produit 15 : & si l'on multiplie leur somme 8 par le plus grand nombre 5, si vous le voulez trouver, on a ce produit 40, d'où ôtant le précédent produit 15, il reste 25, dont la racine quarrée 5, est le nombre qu'on cherche.

V.

Après avoir fait multiplier ensemble les deux nombres pensez, pour avoir leur produit, faites multiplier leur différence par le nombre que vous cherchez, & faites ajoûter à ce produit le produit des deux nombres, si vous demandez le plus grand nombre, ou bien faites ôter ce produit du produit des deux nombres, si vous demandez le plus petit : alors si vous demandez le nombre qui vient de cette addition, ou de cette soustraction, & que vous en preniez la racine quarrée, vous aurez le nombre que vous cherchez.

Comme dans cet exemple, après avoir multiplié ensemble les deux nombres pensez 3, 5, pour avoir leur produit 15, si l'on fait multiplier leur différence 2 par le plus grand nombre 5, & qu'on ajoûte le produit 10 au premier produit 15, on aura 25, dont la racine quarrée 5 est le plus grand nombre. De même, si l'on multiplie leur différence 2 par le plus petit nombre 3, & qu'on ôte le produit 6 du premier 15, il restera 9, dont la racine quarrée 3 est le plus petit nombre pensé.

V I.

Lorsque le plus petit des deux nombres pensez ne passera pas 9, on les pourra deviner très-facilement en cette sorte. Ayant fait ajoûter 1 au tri-

Digitized by Google

ple du plus grand des deux nombres penſez, faites encore ajoûter au triple de cette ſomme les deux nombres penſez, & demandez le nombre qui vient de cette addition; ſi vous en ôtez 3, la premiére figure du reſte vers la droite ſera le plus petit nombre penſé, & ce qui reſtera vers la gauche, ſera le plus grand.

Comme dans l'exemple qui vient d'être propoſé, où les deux nombres ſont 3, 5, ajoûtant 1 à 15, triple du plus grand 5, on a 16, & ajoûtant à 48 triple de cette ſomme 16 les deux nombres penſez 3, 5, ou 8, on a 56, d'où ôtant 3, il reſte 53, dont la premiére figure 3 vers la droite eſt le plus petit nombre penſé, & l'autre figure 5 qui reſte vers la gauche, eſt le plus grand.

PROBLEME XXI.

Deviner pluſieurs nombres que quelqu'un aura penſé.

I.

SI la multitude des nombres penſez eſt impaire, demandez les ſommes du premier & du ſecond, du ſecond & du troiſiéme, du troiſiéme & du quatriéme, & ainſi de ſuite juſqu'à la ſomme du premier & du dernier. Ayant écrit toutes ces ſommes par ordre, en ſorte que la ſomme du premier & du dernier ſoit la derniére, ôtez toutes les ſommes qui ſeront dans les lieux pairs de toutes celles qui ſeront dans les lieux impairs, & la moitié du reſte ſera le premier nombre penſé, lequel étant ôté de la premiére ſomme; il reſtera le ſecond nombre penſé, lequel étant pareillement ôté de la ſeconde ſomme, le reſte ſera le troiſiéme nombre penſé, & ainſi de ſuite.

Comme

Digitized by Google

Comme si l'on a pensé ces cinq nombres, 2, 4, 5, 7, 8, les sommes du premier & du second, du second & du troisiéme, & ainsi des autres jusqu'à la somme du premier & du cinquiéme sont 6, 9, 12, 15, 10 : ôtant 24, somme des deux 9, 15, qui sont dans les lieux pairs, de la somme 28 des trois 6, 12, 10, qui sont dans les lieux impairs, il reste 4, dont la moitié 2 est le premier nombre pensé, lequel étant ôté de la premiére somme 6, le reste 4 est le second nombre pensé, lequel étant pareillement ôté de la seconde somme 9, il reste 5 pour le second nombre pensé, &c.

II.

Si la multitude des nombres pensez est paire, demandez les sommes du premier & du second, du second & du troisiéme, du troisiéme & du quatriéme, & ainsi de suite jusqu'à la somme du second & du dernier. Ayant écrit toutes ces sommes par ordre, en sorte que la somme du second & du dernier soit la derniére, ôtez de toutes les sommes qui seront dans les lieux pairs toutes celles qui seront dans les lieux impairs, excepté la premiére ; la moitié du reste sera le second nombre pensé, par le moyen duquel il sera facile de trouver les autres. Car si on l'ôte de la premiére somme, il restera le premier nombre pensé, & si on l'ôte de la seconde somme, le reste sera le troisiéme nombre pensé, lequel étant pareillement ôté de la troisiéme somme, on aura pour reste le quatriéme nombre pensé, & ainsi de suite.

Comme si l'on a pensé ces six nombres, 2, 4, 5, 7, 8, 9, les sommes du premier & du second, du second & du troisiéme, du troisiéme & du quatriéme, & ainsi de suite jusqu'à la somme du second

Digitized by Google

& du ſixiéme, ſeront 6, 9, 12, 15, 17, 13 : ôtant 29 ſomme de la troiſiéme 12, & de la cinquiéme 17, qui ſont dans les lieux impairs, en omettant la premiére, de 37 ſomme des trois 9, 15, 13, qui ſont dans les lieux pairs, il reſte 8, dont la moitié 4 eſt le ſecond nombre penſé, lequel étant ôté de la premiére ſomme 6, le reſte 2 eſt le premier nombre penſé, & étant ôté de la ſeconde ſomme 9, le reſte 5 eſt le troiſiéme nombre penſé, lequel étant pareillement ôté de la troiſiéme ſomme 12, il reſte 7 pour le quatriéme nombre penſé, & ainſi de ſuite.

III.

Lorſque chacun des nombres penſez ne ſera compoſé que d'une figure, on les pourra trouver très-facilement en cette ſorte. Ayant fait ajoûter 1 au double du premier nombre penſé, faites multiplier le tout par 5, & ajoûter au produit le ſecond nombre penſé. S'il y a un troiſiéme nombre, ayant fait pareillement ajoûter 1 au double de la ſomme précédente, faites multiplier le tout par 5, & ajoûter au produit le troiſiéme nombre penſé. De même, s'il y a un quatriéme nombre, ayant fait auſſi ajoûter 1 au double de la derniére ſomme précédente, faites multiplier le tout par 5, & ajoûter au produit le quatriéme nombre penſé, & ainſi de ſuite, s'il y a davantage de nombres penſez. Après cela demandez le nombre qui vient de l'addition du dernier nombre penſé, & ôtez-en 5 pour deux nombres penſez, 55 pour trois nombres penſez, 555 pour quatre nombres penſez, & ainſi de ſuite : alors la premiére figure du reſte vers la gauche ſera le premier nombre penſé, la ſuivante en allant vers la droite ſera le ſecond nom-

Digitized by Google

bre pensé, & ainsi de suite jusqu'à la dernière figure vers la droite, qui représentera le dernier nombre pensé.

Comme si l'on a pensé ces quatre nombres 3, 4, 6, 9, en ajoûtant 1 au double 6 du premier nombre pensé 3, & en multipliant la somme 7 par 5, on a 35, auquel ajoûtant le second nombre pensé 4, on a 39, dont le double est 78, auquel ajoûtant 1, & multipliant la somme 79 par 5, on a 395, auquel ajoûtant le troisiéme nombre pensé 6, on a 401, dont le double est 802, auquel ajoûtant 1, & multipliant la somme 803 par 5, il vient 4015, auquel ajoûtant le quatriéme nombre pensé 9, & ôtant de la somme 4024 ce nombre 555, il reste 3469, dont les quatre figures sont les quatre nombres pensez.

IV.

On peut encore résoudre très-facilement le Cas précédent par cette méthode. Ayant fait ôter 1 du double du premier nombre pensé, & ayant fait multiplier le reste par 5, faites ajoûter au produit le second nombre pensé, & demandez la somme, s'il n'y a plus de nombres pensez; autrement faites ajoûter 5 à cette somme, pour avoir une seconde somme, & ayant fait pareillement ôter 1 du double de cette seconde somme, faites aussi multiplier le reste par 5, & faites ajoûter au produit le troisiéme nombre pensé, & demandez la somme, s'il n'y a plus de nombres pensez; autrement il faudra, comme auparavant, faire ajoûter 5 à cette somme, pour avoir une autre somme; & ayant fait de la même façon ôter 1 du double de cette autre somme, faites encore multiplier le reste par 5, & faites ajoûter au produit le qua-

Digitized by Google

triéme nombre penſé, & ſi ce quatriéme nombre eſt le dernier, demandez la ſomme, à laquelle ſi vous ajoûtez 5, vous aurez une derniére ſomme, dont les figures repréſenteront comme auparavant les nombres penſez.

Comme dans la ſuppoſition que nous venons de faire de ces quatre nombres penſez 3, 4, 6, 9, en ôtant 1 du double 6 du premier nombre penſé 3, & multipliant le reſte 5 par 5, on a 25, auquel ajoûtant le ſecond nombre penſé 4, on a cette ſomme 29, à laquelle ſi l'on ajoûte 5, on a cette ſeconde ſomme 34, dont le double eſt 68, d'où ôtant 1, il reſte 67, qui étant multiplié par 5, donne 335, auquel ajoûtant le troiſiéme nombre penſé 6, on a cette ſomme 341, à laquelle ajoûtant 5, on a cette autre ſomme 346, dont le double 692 étant diminué de 1, & le reſte 691 étant multiplié par 5, on a 3455, auquel ajoûtant le quatriéme nombre penſé 9, on a cette ſomme 3464, à laquelle ajoûtant 5, on a cette derniére ſomme 3469, dont les quatre figures repréſentent les quatre nombres penſez.

PROBLEME XXII.

Une perſonne tenant dans une main un certain nombre pair de piſtoles, & un nombre impair en l'autre main, deviner en quelle main eſt le nombre pair.

FAites multiplier le nombre de la main droite par un nombre pair tel qu'il vous plaira, comme par 2, & le nombre de la main gauche par un nombre impair, auſſi tel qu'il vous plaira, comme par 3; puis ayant fait ajoûter enſemble les deux produits, faites prendre la moitié de leur ſomme.

Digitized by Google

Si cette moitié eſt juſte, en ſorte que la ſomme ſoit un nombre pair, vous connoîtrez que le nombre de la main droite, qui a été multiplié par un nombre pair, eſt impair, & par conſequent que celui de la main gauche, qui a été multiplié par un nombre impair, eſt pair. Il arrivera tout le contraire, lorſque la moitié de la ſomme ne ſera pas juſte, c'eſt-à-dire, quand cette ſomme ſera un nombre impair; car dans ce cas le nombre de la main droite, qui a été multiplié par un nombre pair, ſera pair, & celui de la main gauche, qui a été multiplié par un nombre impair, ſera auſſi impair.

Comme ſi dans la main droite il y a 9 piſtoles, & 8 en la gauche, en multipliant le nombre 9 de la droite par 2, & le nombre 8 de la gauche par 3, & ajoûtant enſemble les deux produits 18, 24, on aura leur ſomme 42, qui étant un nombre pair, fait connoître que le nombre impair 9, qui a été multiplié par le nombre pair 2, eſt en la main droite, & par conſequent le nombre pair 8 dans la gauche.

Mais ſi dans la main droite il y a 10 piſtoles, & 7 en la gauche, en multipliant le nombre 10 de la droite par 2, & le nombre 7 de la gauche par 3, & en ajoûtant enſemble les deux produits 20, 21, on aura leur ſomme 41, laquelle étant un nombre impair, fait connoître que le nombre pair 10, qui a été multiplié par le nombre pair 2, eſt en la main droite, & par conſequent le nombre impair 7 dans la main gauche. C'eſt par le moyen de ce Problême qu'on peut réſoudre la Queſtion ſuivante.

Digitized by Google

REMARQUE.

On voit bien qu'au lieu des deux mains de la même perſonne, on peut ſuppoſer que deux perſonnes auront pris l'un le nombre pair des piſtoles, & l'autre le nombre impair. On fera à l'égard de ces deux perſonnes ce qu'on a fait à l'égard des deux mains.

QUESTION.

Une perſonne tenant une pièce d'or dans une main, & une pièce d'argent en l'autre, trouver en quelle main eſt la pièce d'or, & en quelle main eſt la pièce d'argent.

APrès avoir dit qu'on donne ſecretement à l'or une certaine valeur, qui ſoit un nombre pair, comme 8, & à l'argent une certaine valeur qui ſoit un nombre impair, comme 5, faites multiplier le nombre de la main droite par un nombre pair quelconque, comme par 2, & le nombre de la main gauche par un nombre impair quelconque, comme par 3. Puis ayant fait ajoûter enſemble les deux produits, demandez ſi leur ſomme eſt un nombre pair ou impair. Vous ſçaurez que le nombre eſt pair, en demandant ſi on en peut prendre la moitié, & qu'il eſt impair, ſi on vous répond qu'on n'en peut pas prendre la moitié. Si cette ſomme eſt un nombre impair, l'or ſera dans la main droite, & l'argent dans la gauche; & tout au contraire, ſi elle eſt un nombre pair, l'or ſera dans la main gauche, & l'argent en la droite.

Digitized by Google

PROBLEME XXIII.

Trouver deux nombres, dont on connoît la Raison & la Différence.

I.

POur trouver deux nombres, dont le premier soit au second, par exemple, comme 5 est à 2, & dont la Différence, ou l'excès du plus grand sur le plus petit, soit, par exemple, 12; multipliez cette différence 12 par le plus petit terme 2 de la Raison donnée, & divisez le produit 24 par la Différence 3 des deux termes 5, 2, de la même Raison donnée; le quotient 8 sera le plus petit des deux nombres qu'on cherche, auquel ajoûtant la Différence donnée 12, la somme 20 sera le plus grand.

II.

Ou bien multipliez la Différence donnée 12 par 5 le plus grand terme de la Raison donnée, & divisez le produit 60 par la Différence 3 des deux termes 5, 2, de la même Raison donnée; le quotient 20 sera le plus grand des deux nombres qu'on cherche, duquel ôtant la Différence donnée 12, le reste 8 sera le plus petit, comme auparavant.

III.

Ou bien encore multipliez chacun des deux termes 5, 2, de la Raison donnée, par la Différence donnée 12, & divisez chacun des deux produits 60, 24, par la Différence 3 des deux mêmes termes 5, 2; les quotiens 20, 8, seront les deux nombres qu'on cherche, comme auparavant. Par

Digitized by Google

le moyen de ce Problême, l'on peut aiſément réſoudre la Queſtion ſuivante.

QUESTION

Quelqu'un ayant dans une main autant de piéces de monnoye que dans l'autre, deviner combien il y en a en chaque main.

FAites mettre quelques piéces de la main gauche dans la main droite, par exemple, deux, en ſorte qu'il y ait quatre piéces plus dans la main droite que dans la gauche, & demandez la Raiſon du nombre des piéces de la main droite au nombre des piéces de la main gauche, qui ſoit, par exemple, égale à celle de 5 à 3. Alors il faudra multiplier la Différence 4 du nombre des piéces d'une main au nombre des piéces de l'autre, par le plus petit terme 3 de la Raiſon donnée, & diviſer le produit 12 par la Différence 2 des deux termes 5, 3, de la même Raiſon donnée, & le quotient 6 ſera le nombre des piéces de la main gauche, auquel ajoûtant la Différence 4 des deux nombres des piéces qui ſont en chaque main, on aura 10 pour le nombre des piéces de la main droite, auquel ſi l'on ajoûte le nombre 6 des piéces de la main gauche, on aura 16 piéces en tout, dont la moitié 8 fait connoître qu'au commencement il y avoit 8 piéces de monnoye dans chaque main.

Digitized by Google

PROBLEME XXIV.

QUESTION I.

Une perſonne ayant pris autant de jettons, ou pièces de monnoye dans une main que dans l'autre, deviner combien il y en a en tout.

DItes-lui de tranſporter de la main droite, par exemple, dans la gauche, un certain nombre de jettons, qui ſoit au deſſous de celui qu'il a dans l'une des mains. Dites-lui encore que de la main gauche, où il a mis ce nombre de jettons, il en tranſporte dans la droite autant qu'il y en étoit reſté. Le nombre des jettons qui ſera dans la main gauche, ſera double du nombre qu'on a ordonné d'y tranſporter. Si vous demandez donc de combien les jettons qui ſont dans la main gauche ſurpaſſent ceux qui ſont dans la droite, vous connoîtrez combien il y a de jettons dans cette main droite: ainſi il n'y aura plus qu'à ajoûter les jettons qui ſont dans les deux mains, pour ſçavoir combien il y en a en tout.

Si on avoit pris dans chaque main 12 jettons, & que vous en euſſiez fait tranſporter 7 de la main droite dans la gauche, il faudroit faire paſſer de la main gauche dans la droite autant qu'il en étoit reſté dans cette main droite, c'eſt-à-dire, 5 jettons. Vous ſeriez aſſuré pour lors qu'il y auroit dans la main gauche 14 jettons, qui eſt le double de 7, que vous aviez ordonné d'y tranſporter. Alors vous demanderez de combien le nombre des jettons de la main gauche eſt plus grand que celui de la main droite, on vous répondra qu'il y en a quatre de plus dans celle-ci que dans l'autre: ayant

Digitized by Google

donc ôté 4 de 14, il reſtera 10, que vous ajoûterez à 14. La ſomme 24 eſt le total des jettons qu'on avoit pris.

I. REMARQUE.

Au lieu de demander de combien le nombre des jettons de la main gauche eſt plus grand que celui de la main droite, on peut demander de combien le nombre des jettons de la main gauche ſurpaſſe celui qu'on avoit pris au commencement, qu'on ſuppoſe être 12, ou de combien le nombre des jettons de la main droite eſt plus petit que celui qu'on avoit pris au commencement. Par ce moyen on connoîtroit que le nombre des jettons de la main droite étoit 10, qu'il faudroit ajoûter à 14 pour avoir la ſomme 24.

II. REMARQUE.

On a donné dans le Problême XVII. pluſieurs maniéres de deviner un nombre que quelqu'un aura penſé, en voici encore une autre qu'on peut propoſer ſous ce titre: *Deviner combien une perſonne aura de jettons ou de piéces de monnoïe dans la main.*

FAites multiplier le nombre des jettons par 3, ce triple ſera pair ou impair.

I.

Si ce triple eſt pair, il en faudra faire prendre la moitié, & faire encore multiplier cette moitié par 3 : ce ſecond triple ſera pair ou impair.

II.

Si ce ſecond triple eſt pair, il en faut faire

Digitized by Google

prendre la moitié, puis demander combien cette moitié contient de fois 9. Sçachant combien cette moitié contient de fois 9, vous prendrez autant de fois 4 qu'il y a de fois 9, ſans vous embarraſſer s'il y a du ſurplus : le produit ſera le nombre des jettons qu'on tiendra dans la main.

Exemple où le premier & le ſecond Triple ſont pairs.

Si on a penſé 8, ou qu'on ait pris 8 jettons, il faut faire multiplier 8 par 3, le produit eſt 24, qui eſt pair : faites prendre la moitié de 24, qui eſt 12, que vous ferez encore multiplier par 3. Ce ſecond triple eſt 36, qui eſt auſſi pair, ſa moitié eſt 18. Demandez combien cette moitié 18, que vous ne ſçavez point, contient de fois 9 ; on vous répondra qu'elle contient 2 fois 9 : prenez donc 2 fois 4, & vous aurez 8 pour le nombre des jettons.

III.

Si le ſecond triple eſt impair, il y faut faire ajoûter 1, & retenir 2 en vous-même ; vous ferez prendre enſuite la moitié de ce triple augmenté de l'unité, & vous demanderez combien cette moitié contient de fois 9 : vous prendrez autant de fois 4 qu'elle contiendra de fois 9, ſans vous embarraſſer s'il y a du ſurplus. Mais vous vous ſouviendrez d'y ajoûter le 2 que vous avez retenu, à cauſe du ſecond triple impair ; la ſomme ſera le nombre penſé ou pris.

Exemple où le premier Triple eſt pair, & le ſecond eſt impair.

Si on a pris 6 jettons, vous ferez multiplier 6

Digitized by Google

par 3, le produit 18 est pair, dont la moitié est 9 : vous ferez aussi multiplier cette moitié 9 par 3, le produit est 27, auquel vous ferez ajoûter 1, & l'on aura 28 ; mais vous retiendrez 2 en vous-même. La moitié de 28 est 14, qui ne contient qu'une fois 9 : ainsi ayant sçû que cette moitié, qui vous est inconnue, contient une fois 9, vous prendrez une fois 4, & vous y ajoûterez 2, que vous avez retenu, à cause du second triple impair ; la somme 6 est le nombre des jettons qu'on a pris.

IV.

Si le premier triple est impair, vous y ferez ajoûter 1, & retiendrez 1 en vous-même, pour l'ajoûter à la fin, comme on le dira. Vous ferez prendre ensuite la moitié de ce triple augmenté de l'unité, & vous ferez encore tripler cette somme. Ce second triple sera pair ou impair.

V.

Si ce second triple est pair, vous en ferez prendre la moitié, & vous demanderez combien elle contient de fois 9 : puis vous prendrez autant de fois 4, qu'elle contiendra de 9, & vous augmenterez ce produit de l'unité, que vous avez retenu, à cause du premier triple impair ; la somme sera le nombre pensé ou pris.

Exemple où le premier Triple est impair, & le second est pair.

Si on a pris 5 jettons, vous ferez prendre le triple de 5, qui est 15, auquel vous ferez ajoûter 1, parce qu'il est impair, la somme sera 16, dont la moitié est 8 : vous ferez multiplier cette moitié 8 par 3, le produit est 24, dont la moitié est 12,

Digitized by Google

qui ne contient qu'une fois 9; ce que vous connoîtrez après l'avoir demandé. Ainſi vous prendrez une fois 4, auquel vous ajoûterez 1, à cauſe du premier triple impair, & vous aurez 5, qui eſt le nombre pris.

VI.

Mais ſi le ſecond triple eſt impair, vous y ferez ajoûter 1; vous ferez prendre enſuite la moitié de ce triple augmenté de l'unité, & vous retiendrez 2 en vous-même. Vous demanderez combien cette moitié contient de fois 9, vous prendrez autant de fois 4 qu'elle contiendra de fois 9, & vous y ajoûterez 3, à cauſe de 1 retenu en premier lieu pour le premier triple impair, & de 2 retenu en ſecond lieu pour le ſecond triple impair : la ſomme ſera le nombre pris.

Exemple où les deux Triples ſont impairs.

Si on a pris 7 jettons, vous ferez multiplier 7 par 3, le triple ſera 21, que vous ferez augmenter de l'unité, à cauſe qu'il eſt impair, on aura 22, & vous retiendrez 1 en vous-même. Faites enſuite prendre la moitié de 22, qui eſt 11, que vous ferez encore multiplier par 3, & l'on aura 33, qui eſt encore impair : ainſi vous retiendrez 2 en vous-même, à cauſe de ce ſecond triple impair : vous ferez augmenter 33 de l'unité, & l'on aura 34, dont la moitié eſt 17, qui ne contient qu'une fois 9. Ayant donc ſçû que cette moitié contient une fois 9, vous prendrez une fois 4, auquel vous ajoûterez 3, ſomme de 1 retenu pour le premier triple, & de 2 retenu pour le ſecond triple : la ſomme 7 eſt le nombre des jettons.

Digitized by Google

VII.

Observez qu'en suivant cette méthode, 1°. si l'on a pensé 3, ou qu'on ait pris 3 jettons, vous ne trouverez que 1 retenu, à cause du premier triple impair, & 2 retenu, à cause du second triple impair, dont la somme est 3 : c'est à-dire, que si on a pris 3 jettons, les deux triples 9, 15, seront impairs, & que 8 moitié du second triple, ne contenant point 9, il suffit d'ajoûter 1 retenu, à cause du premier triple impair, & 2 retenu, à cause du second triple impair; cette somme 3 sera le nombre cherché.

2°. Si l'on a pris 2 jettons, le premier triple 6 sera pair, & le second 9 sera impair; ainsi la moitié 5 du second triple, ne contenant point 9, vous ne ferez attention qu'au 2 retenu, à cause du second triple impair, qui sera par conséquent le nombre des jettons qu'on aura pris.

3°. Si on n'a pris qu'un jetton, le premier triple 3 sera impair, & le second 6 sera pair; ainsi vous ne ferez attention qu'à 1 retenu, à cause du premier triple impair; qui sera le nombre pris.

4. Si l'on n'a point pris de jettons, il n'y a point de triple, & par conséquent rien à retenir; il n'y a pas non plus de 9 : on trouvera donc qu'on a pris 0, c'est-à-dire, rien.

VIII.

Au lieu de faire prendre la moitié du second triple, vous pouvez demander combien ce second triple combien de fois 9 : alors vous prendrez autant de fois 2, qu'on vous aura dit qu'il y a de fois 9, & vous aurez soin d'ajoûter 1 à ce produit, si le premier triple étant impair, vous avez fait ajoûter 1.

Digitized by Google

Exemple.

Si on a penſé 11, ou qu'on ait pris 11 jettons, faites multiplier 11 par 3, il viendra 33; ayant fait ajoûter 1 à 33 pour avoir 34, vous retiendrez 1 en vous-même; puis vous ferez prendre la moitié de 34, qui eſt 17. Vous direz encore de multiplier ce 17 par 3, le produit ſera 51. Enfin ayant ſçû que 9 eſt 5 fois dans 51, vous prendrez 2 fois 5, qui font 10, auquel vous ajoûterez 1, à cauſe du premier triple impair, & la ſomme 11 ſera le nombre penſé, ou celui des jettons qu'on a pris.

IX.

Cette maniére de deviner un nombre penſé propoſée dans ce dernier article VIII. eſt la même que celle qui a été propoſée au *Problême XVII. art. X.* Lorſque le premier triple ſera pair, on n'ajoûtera rien à 2 pris autant de fois que le ſecond triple contiendra de fois 9.

QUESTION II.

Une perſonne charitable ſortant de ſa maiſon, rencontre à ſa porte un certain nombre de pauvres. Il veut leur diſtribuer l'argent qu'il a ſur lui: donnant à chacun de ces pauvres neuf ſols, il trouve qu'il lui manque trente-deux ſols; mais leur diſtribuant à chacun ſept ſols, il lui reſte vingt-quatre ſols. On demande combien il y avoit de pauvres, & combien cette perſonne avoit d'argent dans ſa bourſe.

IL faut ajoûter 24 & 32, la ſomme ſera 56, dont la moitié 28 eſt le nombre des pauvres.

Digitized by Google

Si l'on multiplie 28, nombre des pauvres, par 7, nombre des sols qu'on leur a donné, & qu'au produit 196 on ajoûte les 24 sols de surplus, on aura 220 sols pour l'argent de la personne charitable.

REMARQUE.

On auroit encore eu la même somme 220 sols, si l'on avoit multiplié 28, nombre des pauvres par 9, nombre des sols qu'on a voulu donner, & que du produit 252 on eût ôté les 32 sols qui manquoient.

QUESTION III.

DE L'ASNE ET DU MULET.

Il arriva qu'un Mulet & une Asne faisant voyage ensemble, portoient chacun un certain nombre de barils de vin. L'Asne se plaignoit de ce qu'il étoit trop chargé. Le Mulet lui dit : Vous n'avez point raison de vous plaindre ; car si vous me donniez un de vos barils, j'en aurois deux fois autant que vous, & si je vous en donnois un des miens, nous en porterions l'un autant que l'autre. Combien de barils avoient-ils chacun ?

LE Mulet avoit sept barils de vin, & l'Asne en avoit cinq : l'Asne donnant un baril au Mulet, n'en auroit plus eu que quatre, & le Mulet en auroit eu huit, qui est le double de la charge de l'Asne : mais si le Mulet avoit donné un de ses barils à l'Asne, il en auroit encore eu six, & l'Asne en auroit aussi eu six.

REMARQUE.

On me permettra de mettre ici cette Question avec sa solution en Vers Latins.

Una

Digitized by Google

Unà cum Mulo vinum portabat Aſella,
Atque ſuo graviter ceu pondere preßa gemebat.
Talibus at dictis mox increpat ille gementem:
Mater, quid luges tenera de more puella?
Dupla tuis, ſi des menſuram, pondera geſto;
At ſi menſuram capias, æqualia porto.

Dic mihi menſuras ſapiens Geometer iſtas
Non aliter Phæbi nomine dignus eris.

SOLUTIO.

Unam Aſina accipiens, amittens Mulus & unam,
Si fiant æqui, certè utrique antè duobus
Diſtabant à ſe. Accipiat ſi Mulus at unam
Amittatque Aſina unam, tunc diſtantia fiet
Inter eos quatuor. Muli at cum pondera dupla
Sint Aſinæ; Huic ſimplex, Mulo eſt diſtantia dupla:
Ergò habet hæc quatuor tantum, Muluſque habet octo.
Unam Aſinæ ſi addas, ſi reddat Mulus & unam
Tunc ignota priùs tibi pondera clara patebunt;
Menſuras quinque hæc, & ſeptem Mulus habebat.

On peut expimer cette Queſtion en différentes maniéres. En voici une en Latin avec ſa réponſe.

Ova olim juvenes duo ferebant,
Horum ſic comitem laceſſit alter;
Unum ſi dederis mihi tuorum
Ovorum, numerus mihi tibique
Par erit: cui mox regeſſit alter;
Tu ſi mî dederis unum tuorum,
Duplo plura ego bajulabo quam tu.
Dic ergo tulerit quot ova uterque?

Digitized by Google

SOLUTIO.

Tot prior ova tulit, lustrum quot continet annos.
Posterior vaga quot sidera mundus habet.

Ce que les deux jeunes gens viennent de dire touchant les œufs qu'ils portent, ou ce que l'on fait dire au Mulet & à l'Asne, se met dans la bouche de deux amis, qui se trouvent ensemble : l'un dit à l'autre, si je vous donnois une de mes pistoles, vous en auriez autant que moi : l'autre répond, & moi si je vous en donnois une des miennes, vous en auriez deux fois autant que moi. Il paroît que chacun sçait le nombre des pistoles de son ami. Mais il n'en est pas de même de ceux à qui on propose cette Question : il faut qu'ils le devinent.

QUESTION IV.

Les trois Graces portant des couronnes de fleurs, rencontrerent les neuf Muses, à qui elles présenterent chacune un nombre égal de couronnes. La distribution faite, il se trouva que les Graces & les Muses en avoient chacune autant l'une que l'autre. On demande combien les Graces avoient de couronnes, & combien elles en donnerent.

LEs Graces avoient chacune douze couronnes, & chacune en donna une. On peut supposer encore qu'elles en avoient 24, & que chacune en donna deux ; ou bien qu'elles en avoient 36, & que chacune en donna trois, & ainsi de suite, pourvû qu'en prenant les multiples de 12, on augmente à proportion le nombre des couronnes qui seront présentées.

Digitized by Google

QUESTION V.

Trois perſonnes veulent acheter une maiſon 26000 livres : mais ils ſont convenu que l'un donneroit la moitié de l'argent, l'autre le tiers, & le troiſiéme le quart. On demande combien ils doivent donner chacun.

CElui qui a promis la moitié de l'argent, doit donner 12000 livres : celui qui a promis le tiers doit donner 8000 livres, & celui qui a promis le quart doit donner 6000 livres. Ces trois ſommes font enſemble 26000 livres.

QUESTION VI.

Un pere en mourant laiſſe ſa femme enceinte : il ordonne par ſon teſtament que ſi elle accouche d'un garçon, il héritera des deux tiers de ſon bien, qui eſt de 3000 écus, & l'autre tiers ſera pour la mere. Mais ſi elle accouche d'une fille, cette fille n'héritera que d'un tiers, & les deux autres tiers ſeront pour la mere. Il arrive que la mere accouche d'un garçon & de deux filles. On demande quel doit être le bien de chacun.

LA part qui doit revenir au garçon eſt de 1500 écus, moitié du bien du pere ; celle qui reviendra à la mere eſt de 750 écus, & les filles auront chacune 375 écus. Ces quatre ſommes font enſemble 3000 écus.

QUESTION VII.

On dit d'une perſonne qu'elle a paſſé le quart de ſa vie en l'enfance ; la cinquiéme partie en la jeuneſſe ;

Digitized by Google

le tiers en l'âge viril, & qu'il y a 13 ans qu'elle a commencé à entrer dans la vieilleſſe. On demande l'âge de cette perſonne.

IL eſt facile de répondre que cette perſonne a ſoixante ans, qu'elle a paſſé 15 ans dans l'enfance, 12 ans dans la jeuneſſe, 20 ans dans l'âge viril; qu'enfin à 47 ans elle a commencé à entrer dans la vieilleſſe.

QUESTION VIII.

Quarante-une perſonnes ſe ſont trouvées à un repas: il y avoit des hommes, des femmes & des enfans. La dépenſe a été de 40 ſols; les hommes ont payé 4 ſols par tête, les femmes 3 ſols chacune, & les enfans 4 deniers chacun. On demande le nombre des hommes, celui des femmes, & celui des enfans.

IL y avoit cinq hommes, trois femmes, & trente-trois enfans. Les cinq hommes ont payé 20 ſols, les trois femmes ont payé 9 ſols, & les trente-trois enfans ont payé 11 ſols. Ces ſommes font enſemble 40 ſols; & le nombre des hommes, des femmes & des enfans fait quarante & une perſonnes.

QUESTION IX.

Un Lion de bronze, placé ſur le baſſin d'une fontaine, peut jetter l'eau par les yeux, par la gueule & par le pied droit. S'il jette l'eau par l'œil droit, il emplira le baſſin en deux jours: s'il la jette par l'œil gauche, il l'emplira en trois jours: s'il la jette par le pied, il l'emplira en quatre jours: enfin s'il la jette par la gueule, il l'emplira en ſix heures. On demande en combien de temps le baſſin

Digitized by Google

ſera rempli, ſi le Lion jette l'eau en même temps par les yeux, par le pied, & par la gueule.

TOutes ces ouvertures laiſſant écouler l'eau en même temps, le baſſin ſera rempli en quatre heures, & environ quarante-quatre minutes. *Voyez les Remarques de la Queſtion ſuivante.*

QUESTION X.

Trois Imprimeurs veulent entreprendre l'impreſſion d'un livre : l'un le peut imprimer en ſix mois ; l'autre ne le peut qu'en neuf mois, & le troiſiéme moins diligent, ou ayant moins d'Ouvriers, ne le peut imprimer qu'en douze mois. On demande en combien de temps cet ouvrage ſera imprimé, ſi on fait travailler les trois Imprimeurs en même temps.

CEs Imprimeurs travaillant tous en même temps à différentes parties de ce livre, ils l'auront imprimé en deux mois vingt-trois jours & une heure ou environ.

REMARQUES.

L'un de ces Imprimeurs fait en un mois la ſixiéme partie de l'ouvrage ; l'autre la neuviéme, & l'autre la douziéme : ces fractions ajoûtées enſemble font $\frac{13}{36}$. Pour avoir le temps demandé, il faut faire une régle de trois, dont le premier terme ſera 13, le ſecond ſera un mois, & le troiſiéme ſera 36 : le quatriéme terme donnera le temps demandé, après avoir réduit les reſtes dans les parties des mois & des jours.

Digitized by Google

Il en eſt de même à l'égard de la Queſtion précédente : mais il faut réduire les jours en heures, à cauſe des ſix heures dont il eſt parlé. L'œil droit du Lion jettera en une heure un quarante-huitiéme d'eau pour emplir le baſſin ; l'œil gauche en jettera un ſoixante & douziéme ; la gueule en jettera un quatre-vingt-douziéme, & le pied droit en jettera un ſixiéme. Toutes ces fractions réduites en une ſeule, on fera une régle de trois, comme on vient de le dire, dont le premier terme ſera le numérateur ; le ſecond une heure, & le troiſiéme ſera le dénominateur. Il viendra au quatriéme terme 4 heures & environ 44 minutes.

PROBLEME XXV.

Deux perſonnes étant convenu de prendre à volonté des nombres moindres qu'un nombre propoſé, en continuant alternativement juſqu'à ce que tous leurs nombres faſſent enſemble un nombre déterminé plus grand que le propoſé, faire qu'on arrive le premier à ce nombre déterminé plus grand.

POur faire que le premier arrive, par exemple, à 100, en ſuppoſant qu'il lui eſt libre, auſſi-bien qu'au ſecond, de prendre alternativement un nombre tel qu'il voudra, pourvû qu'il ſoit moindre, par exemple, que 11, il faut qu'il ôte ce nombre 11 de 100 autant de fois qu'il pourra, & alors il reſtera ces nombres 1, 12, 23, 34, 45, 56, 67, 78, 89, dont il doit ſe ſouvenir, & prendre le premier 1 : ainſi quelque nombre que le ſecond prenne, il ne pourra pas empêcher le premier de parvenir au ſecond nombre 12 ; car ſi le ſecond prend, par exemple, 3, qui avec 1 fait 4, le pre-

Digitized by Google

mier n'a qu'à prendre 8, pour parvenir à 12 : après quoi quelque nombre que prenne le ſecond, il ne pourra pas empêcher que le premier ne parvienne au troiſiéme nombre 23 ; car s'il prend, par exemple, 1, qui avec 12 fait 13, le premier n'a qu'à prendre 10, qui avec 13 fait 23 : enſuite quelque nombre que le ſecond prenne, il ne pourra pas empêcher le premier de parvenir au quatriéme nombre 34, enſuite au cinquiéme 45, puis au ſixiéme 56, de-là au ſeptiéme 67, de-là au huitiéme 78, de-là au dernier 89, & enfin à 100.

Si le ſecond vouloit gagner, il eſt évident qu'il devroit prendre au commencement un nombre qui fût le reſte à 12 du nombre que le premier auroit pris, afin de pouvoir parvenir à 12 : comme ſi le premier avoit pris 2, le ſecond devroit prendre 10 : mais ſi le premier ſçait la fineſſe, il ne peut prendre que 1, & alors le ſecond devroit prendre 11 ; ce qui ne ſe peut, parce qu'ils ſont convenu de prendre des nombres moindres que 11. Mais ces ſortes de Jeux ne ſe font ordinairement qu'avec ceux qui les ignorent. Ainſi ſi le ſecond ne ſçait pas la fineſſe du Jeu, le premier qui veut gagner ne doit pas prendre toûjours 1 au commencement, mais quelqu'autre nombre, après avoir gagné la premiére partie, en riſquant de perdre la ſeconde, pour mieux cacher l'artifice.

Si le premier veut gagner, il ne faut pas que le plus petit nombre propoſé meſure le plus grand : car dans ce cas le premier n'auroit pas une régle infaillible pour gagner. Par exemple, ſi au lieu de 11, on avoit pris 10 qui meſure 100, en ôtant 10 de 100, autant de fois qu'on le peut, on auroit ces nombres 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, dont le premier 10 ne pourroit pas être pris par le

Digitized by Google

premier ; ce qui fait qu'étant obligé de prendre un nombre moindre que 10, si le second étoit aussi fin que lui, il pourroit prendre le reste à 10, & ainsi il auroit une régle infaillible pour gagner.

Il n'est pas nécessaire d'ôter le plus petit nombre du plus grand, autant de fois qu'on le peut, pour sçavoir le nombre que le premier doit prendre pour gagner ; car il suffit de diviser le plus grand par le plus petit, & le reste de la division sera le nombre que le premier doit choisir au commencement. Comme dans l'exemple proposé en divisant 100 par 11, il reste 1 pour le premier nombre du premier, auquel s'il ajoûte 11, il aura 12 pour son second nombre, auquel ajoûtant encore 11, il aura 23 pour son troisiéme nombre, & ainsi de suite jusqu'à 100.

PROBLEME XXVI.

Diviser un nombre donné en deux parties, dont la Raison soit égale a celle de deux nombres donnez.

QU'il faille diviser le nombre donné 60 en deux autres nombres tels que le plus petit soit au plus grand comme 1 est à 2, en sorte qu'une partie soit double de l'autre.

I.

Ajoûtez ensemble les deux termes 1, 2 de la Raison donnée ; divisez par leur somme 3 le nombre donné 60 ; le quotient 20 sera le plus petit des deux nombres qu'on cherche, lequel étant ôté du nombre donné 60, le reste 40 sera le plus grand nombre.

Digitized by Google

II.

Ou bien, multipliez les deux termes 1, 2 de la Raiſon donnée, chacun par le nombre donné 60, diviſez les produits 60, 120, chacun par la ſomme 3 des deux mêmes termes 1, 2, & les deux quotiens 20, 40, ſeront les deux nombres qu'on cherche.

Ce Problême eſt le même que la ſeconde Queſtion du Livre premier de Diophante, & l'on peut aiſément par ſon moyen réſoudre les Queſtions ſuivantes.

QUESTION I.

Faire la monnoye d'un écu blanc en deux eſpéces différentes, en ſorte qu'il y ait autant d'une eſpéce que de l'autre.

COmme l'on cherche une ſolution en nombres entiers, il eſt aiſé de connoître que cette Queſtion ne ſe peut pas réſoudre généralement pour toutes ſortes de monnoyes. Afin que la Queſtion ſoit poſſible, il faut que la ſomme des deux termes, qui expriment la Raiſon des deux eſpéces propoſées, puiſſe diviſer exactement la valeur d'un écu blanc, lorſqu'il ſera réduit en la monnoye la plus baſſe.

Ainſi en faiſant valoir 60 ſols un écu blanc, ou 240 liards, on connoît qu'on en peut donner la monnoye en ſols & en liards, parce que ſa valeur 240 ſe peut diviſer par la ſomme 5 des deux termes 1, 4, qui expriment la Raiſon d'un liard à un ſol, parce que quatre liards font un ſol. Si donc on diviſe 240 liards par 5, on aura 48 liards, & par conſéquent 48 ſols, pour la ſolution de la

Digitized by Google

Queſtion. Car 48 ſols avec 48 liards, qui valent 12 ſols, font 60 ſols, telle qu'eſt la valeur ſuppoſée d'un écu blanc.

On connoîtra de la même façon, qu'il faut 12 ſols & 12 piéces de quatre ſols pour faire un écu de 60 ſols, parce que diviſant 60 par 5, le quotient eſt 12; & qu'il faut 13 ſols & 13 piéces de quatre ſols pour faire un écu de 65 ſols, parce que diviſant 65 par 5, le quotient eſt 13.

De même pour donner en ſols & en piéces de quatre ſols la monnoye d'un louïs d'or valant 11 livres, ou 220 ſols, en ſorte qu'il y ait autant de ſols que de piéces de quatre ſols, il faut 44 ſols, & 44 piéces de quatre ſols, parce que diviſant 220 par 5, le quotient eſt 44 : & que pour donner dans les deux mêmes eſpéces la monnoye d'un louïs d'or valant 12 livres 5 ſols, ou 245 ſols, en ſorte qu'il y ait autant d'une eſpéce que de l'autre, il faut 49 ſols, & 49 piéces de quatre ſols, parce que diviſant 245 par 5, le quotient eſt 49.

Enfin l'on connoîtra que pour faire la monnoye en ſols & en deniers d'un écu valant 65 ſols, ou 780 deniers, en ſorte qu'il y ait autant de ſols que de deniers, il faut 60 ſols, & 60 deniers, parce que diviſant 780 par 13, qui eſt la ſomme des deux termes 1, 12, qui expriment la Raiſon d'un denier à un ſol, parce qu'un ſol contient 12 deniers, le quotient eſt 60. Ainſi des autres.

Digitized by Google

QUESTION II.

Un Marchand de vin n'a que deux ſortes de vin, l'un à 10 ſols, & l'autre à 5 ſols la bouteille. On lui demande 30 bouteilles de vin à 8 ſols. Que doit-il faire pour mêler ces deux vins, de ſorte que la bouteille revienne à 8 ſols?

IL faut qu'il prenne les différences du prix de ſes vins au prix du vin demandé. Ces différences ſont 2, 3, qui ſeront les termes d'une Raiſon donnée. La ſomme de ces différences eſt 5. Premiérement pour trouver le nombre des bouteilles de vin à 5 ſols qu'il doit prendre pour le mêlange; il faut, ſelon l'article II. qu'il multiplie 30 nombre des bouteilles demandées par 2 différence de 10 prix de l'un de ſes vins, & de 8 prix du vin demandé, & qu'il diviſe le produit 60 par 5 ſomme des différences : le quotient 12 eſt le nombre des bouteilles de vin à 5 ſols, qu'il prendra pour le mêlange. Secondement, pour trouver le nombre des bouteilles de vin à 10 ſols, qu'il doit prendre pour le mêlange, il faut, ſuivant le même article II. qu'il multiplie le même nombre 30 par 3 différence de 5, prix de l'autre de ſes vins, & de 8 prix du vin demandé, & qu'il diviſe le produit 90 par 5 ſomme des différences : le quotient 18 eſt le nombre des bouteilles de vin à 10 ſols, qu'il prendra pour le mêlange. Ainſi ayant mêlé 12 bouteilles de vin à 5 ſols avec 18 bouteilles à 10, il en aura 30, qui reviendront à 8 ſols la bouteille. Ce qu'il eſt aiſé de reconnoître en multipliant 18 par 10; & 12 par 5; les deux produits 180, 60, ajoûtez, ſont égaux à 240, produit de 30 par 8.

Digitized by Google

PROBLEME XXVII.

Trouver un nombre tel qu'étant diviſé ſéparément par des nombres donnez, il reſte par tout 1, & étant diviſé par un autre nombre donné, il ne reſte rien.

I.

POur trouver un nombre tel qu'étant diviſé ſéparément par les deux nombres donnez, 5, 7, chaque reſte ſoit 1, & étant diviſé par ce troiſiéme nombre donné 3, qui doit être premier avec les deux précédens, il ne reſte rien; multipliez enſemble les deux premiers nombres donnez 5, 7, pour avoir leur produit 35, auquel ajoûtant 1, on aura ce nombre 36, qui ſera tel qu'étant diviſé par 5 & par 7, il reſtera 1. Et comme il arrive que ce même nombre 36 étant diviſé par le troiſiéme nombre donné 3, il ne reſte rien; il s'enſuit que 36 eſt le nombre qu'on cherche.

Mais on peut trouver une infinité d'autres nombres plus grands, qui ſatisferont aux conditions du Problême; ce qui ſe fera par le moyen du premier & plus petit nombre trouvé 36, en cette ſorte.

Pour trouver un ſecond nombre, ajoûtez le premier nombre trouvé 36 au produit 105 des trois nombres donnez 5, 7, 3 & la ſomme 141 ſera le ſecond nombre qu'on cherche, auquel ajoûtant le produit précédent 105, on aura 246 pour troiſiéme nombre, auquel ſi l'on ajoûte le même produit 105, on aura 351 pour quatriéme nombre, & ainſi de ſuite.

II.

De même pour trouver un nombre tel qu'étant

Digitized by Google

diviſé ſéparément par les trois nombres donnez 2, 3, 5, il reſte 1, & étant diviſé par ce quatriéme nombre donné 11, qui doit auſſi être premier avec les trois précédens 2, 3, 5, il ne reſte rien; multipliez enſemble les trois premiers nombres donnez 2, 3, 5, pour avoir leur produit 30, auquel ajoûtant 1, on aura ce nombre 31, qui étant diviſé par chacun des trois nombres donnez 2, 3, 5, donnera pour reſte 1. Si ce nombre 31 étant diviſé par le quatriéme nombre donné 11, il ne reſtoit rien, il ſeroit celui qu'on cherche; mais parce qu'il reſte 9, le nombre 31 n'eſt pas celui qu'on cherche. Pour le trouver, voici ce qu'on fera.

Diviſez 30 par 11, & ayant négligé le quotient 2, ſervez-vous du reſte 8 en cette ſorte. Cherchez au nombre 11 un multiple, qui ſurpaſſe de l'unité un multiple de 8.* Vous trouverez que 33, multiple de 11, ſurpaſſe de l'unité 32, multiple de 8. Diviſez 32 par 8, reſte trouvé, & vous aurez pour quotient 4, par lequel vous multiplierez le produit déja trouvé 30. Ce ſecond produit 120, augmenté de l'unité, ſera le nombre cherché: car 121 eſt exactement diviſible par 11, & donne pour reſte 1 étant diviſé par 2, 3, 5. Par le moyen de ce nombre 121, on en pourra trouver autant qu'on voudra en cette ſorte.

Pour avoir un ſecond nombre, ajoûtez le prémier nombre trouvé 121 à 330, produit des qua-

* On ne peut faire cette recherche, qu'en eſſayant, ou, comme on dit, en tatonnant. Mais comme il ne s'agit que de petits nombres, il n'eſt point difficile de trouver ces multiples. Il ne ſeroit point néceſſaire de chercher un multiple de 11, ſi on trouvoit un multiple de 4, qui fût moindre de l'unité qu'un multiple de 11.

Digitized by Google

tre nombres donnez 2, 3, 5, 11, & la ſomme 451 ſera le ſecond nombre qu'on cherche, auquel ajoûtant le produit précédent 330, on aura 781 pour troiſiéme nombre, auquel ſi l'on ajoûte pareillement le même produit 330, on aura 1111 pour quatriéme nombre, & ainſi de ſuite.

III.

On pourra par un ſemblable raiſonnement trouver un nombre tel qu'étant diviſé ſéparément par ces trois nombres donnez 3, 5, 7, il reſte un autre nombre que l'unité, par exemple, 2, & étant diviſé par ce quatriéme nombre donné 8, il ne reſte rien. Multipliez enſemble les trois premiers nombres donnez 3, 5, 7, diviſez leur produit 105 par le quatriéme nombre donné 8, & négligeant le quotient, ſervez-vous du reſte 1, auquel vous chercherez un multiple qui ſoit moindre que 8 de 2, * parce qu'il s'agit de trouver un nombre qui ait 2 pour reſte. Ce multiple eſt 6, diviſez-le par 1, qui eſt le reſte trouvé : le quotient eſt 6, par lequel vous multiplierez ce premier produit 105. Ce ſecond produit 630, augmenté de 2, ſera le nombre cherché : car 632 eſt exactement diviſible par 8, & il donne 2 pour reſte, ſi on le diviſe par 3, 5, 7. Ce même nombre 632 ſervira à en trouver autant d'autres qu'on voudra qui auront la même proprieté, par une méthode ſemblable à la précédente, comme vous allez voir.

Pour trouver un ſecond nombre plus grand, ajoûtez le nombre trouvé 632 au produit 840 des

* Il n'eſt point néceſſaire de chercher ici un multiple de 8, puiſque 8 ſurpaſſe 6 multiple de 1, de 2.

Digitized by Google

quatre nombres donnez, 3, 5, 7, 8, & la ſomme 1472 ſera le ſecond nombre qu'on cherche, auquel ajoûtant le produit précédent 840, on aura 2312 pour le troiſiéme nombre, auquel ſi l'on ajoûte encore le même produit 840, on aura 3152 pour le quatriéme nombre, & ainſi de ſuite.

IV.

De même, pour trouver un nombre tel qu'étant diviſé par ces trois nombres donnez 3, 5, 7, il reſte 2, & étant diviſé par ce quatriéme nombre donné 11, il ne reſte rien; diviſez le produit 105 des trois premiers nombres donnez 3, 5, 7, par le quatriéme 11; & négligeant le quotient, ſervez-vous du reſte 6, pour l'uſage que je vais indiquer. Cherchez un multiple de 11, qui ſurpaſſe de 2 un multiple de 6. * Vous trouverez 44, multiple de 11, & 42 multiple de 6. Diviſez 42 par 6 reſte trouvé, le quotient ſera 7, par lequel vous multiplierez le premier produit 105. Ce ſecond produit 735, augmenté de 2, ſera le nombre cherché. Car 737 eſt diviſible ſans reſte par 11, & ſi on le diviſe par ces nombres 3, 5, 7, ſéparément, il reſte 1.

* Voyez la note de al page 189.

Par le moyen de ce nombre 737, on en pourra trouver autant d'autres qu'on voudra, en y ajoûtant 1155, produit des nombres 3, 5, 7, 11, comme on l'a enſeigné dans les exemples précedens.

V.

De même, pour trouver un nombre tel qu'étant diviſé par 5, ou par 7, ou par 8, il reſte 3, & étant diviſé par 11, il ne reſte rien, on multipliera enſemble ces trois nombres 5, 7, 8, dont on

Digitized by Google

diviſera le produit 280 par 11, pour avoir le reſte 5, en négligeant le quotient. On cherchera enſuite un multiple de 11, qui ſurpaſſe de 3 un multiple de 5. On trouvera 33, multiple de 11, & 30, multiple de 5 : puis on diviſera 30 par 5, & l'on aura pour quotient 6, par lequel on multipliera le premier produit 280. Ce ſecond produit 1680, augmenté de 3, ſera le nombre cherché. Car 1683 ſe diviſe exactement par 11, & donne 3 pour reſte, étant diviſé par les nombres propoſez, 5, 7, 8.

C'eſt par le moyen de ce Problême qu'on peut réſoudre la Queſtion ſuivante.

QUESTION.

Trouver combien il y avoit de louïs d'or dans une bourſe, qu'une perſonne dit avoir perdue, & qui aſſure qu'en les comptant deux à deux, ou trois à trois, ou cinq à cinq, il en reſtoit toûjours un, & qu'en les comptant ſept à ſept, il n'en reſtoit point.

IL s'agit ici de trouver un nombre tel qu'étant diviſé par celui qu'on voudra des trois nombres donnez 2, 3, 5, il reſte 1, & étant diviſé par le quatriéme nombre donné 7, il ne reſte rien ; car ce nombre ſera celui des piſtoles qui étoient dans la bourſe. Et comme il y a pluſieurs nombres qui peuvent ſatisfaire à la queſtion, comme on a vû au Problême précédent, on pourra juger par la groſſeur ou par la peſanteur de la bourſe, du nombre des piſtoles qu'elle pouvoit contenir.

Mais pour trouver le moindre de tous ces nombres, cherchons premiérement un nombre qui ſoit exactement

Digitized by Google

exactement divisible par 2, par 3 & par 5, & qui étant augmenté de 1, soit aussi exactement divisible par 7. Si on multiplie ensemble les trois premiers nombres donnez 2, 3, 5, leur produit 30 sera divisible par chacun de ces trois nombres; mais en y ajoûtant 1, la somme 31 n'est pas divisible par le quatriéme nombre donné 7; car il reste 3. Divisez donc 30 par le quatriéme nombre proposé 7; la division donnera 2 pour reste, & vous négligerez le quotient. Prenez 6 multiple de 2, qui est moindre que 7 de l'unité. * Divisez-le par 2, reste trouvé, & vous aurez 3 pour quotient, par lequel vous multiplierez le premier produit 30. Ce second produit 90, augmenté de 1, sera le premier nombre cherché: car 91 se divise sans reste par 7, & donne 1 pour reste, s'il est divisé par les nombres proposez 2, 3, 5.

* Voyez la note de la page 189.

Pour trouver un second nombre plus grand, qui satisfasse à la question, multipliez ensemble les quatre nombres donnez 2, 3, 5, 7, ajoûtez à leur produit 210 le premier & plus petit nombre trouvé 91; la somme 301 sera le second nombre qu'on cherche, auquel si l'on ajoûte le produit précédent 210, la somme 511 sera un troisiéme nombre qui satisfera, auquel pareillement si l'on ajoûte le même produit 210, la somme 721 sera un quatriéme nombre qui satisfera, & ainsi à l'infini.

Ainsi pour la résolution de la Question, l'on peut dire que dans la bourse perdue, il pouvoit y avoir 91 louïs d'or, ou bien 301, ou bien 511, ou bien encore 721, & c'est selon la grosseur de la bourse, comme nous avons déja dit, qu'il en faut juger.

I. REMARQUE.

On peut proposer cette Question d'une autre

Digitized by Google

manière. Une pauvre femme porte au marché un panier d'œufs; mais venant à être heurtée, elle laisse tomber son panier, & tous les œufs sont cassez. Celui qui a causé ce malheur, veut payer les œufs, il demande à la femme combien elle avoit d'œufs dans son panier : elle lui répond qu'il y en avoit environ trois cens, que les comptant deux à deux, trois à trois, quatre à quatre, cinq à cinq, six à six, il restoit toûjours 1, & les comptant sept à sept, il ne restoit rien.

La Question est ici déterminée par la condition que la femme a mise, en disant qu'il y avoit environ 300 œufs. Ainsi le nombre 301 sera le nombre des œufs. Si la condition n'y avoit point été mise, il en auroit fallu juger par la grandeur du panier. Mais on en jugera plus seurement en demandant à la femme à peu près le nombre, comme de 300, ou de 500, ou de 700, &c. Alors, selon sa réponse, on choisit celui des nombres qui approche le plus de celui qu'elle a répondu.

II. REMARQUE.

Peut-être ne trouvera-t'on pas mauvais qu'on mette ici la solution du premier article de ce Problême par Algébre. On suivra la méthode que M. de Lagny, de l'Académie Royale des Sciences, a indiqué dans ses nouveaux Elémens d'Arithmétique & d'Algébre, p. 430. Elle peut être d'un grand secours dans les Problêmes indéterminez.

I.

Il s'agit de trouver un nombre x tel qu'étant divisé par 3, il ne reste rien, étant divisé par 5, il reste 1, & étant divisé par 7, il reste encore 1.

Digitized by Google

La queſtion propoſée ſe réduira à ces équations. 1°. $\frac{x}{3} = p$. 2°. $\frac{x-1}{5} = m$. 3°. $\frac{x-1}{7} = n$.

Je choiſis les deux premiéres équations pour les comparer l'une à l'autre, & je les réduis à cette expreſſion. 4°. $x = 3p = 5m + 1$: par conſéquent $p = \frac{5m+1}{3}$, où m eſt indéterminé : pour le trouver, voici le raiſonnement que je fais.

Puiſque $5m + 1$ doit être diviſé exactement par 3, toutes les différences de $5m + 1$ à 3 ſon dénominateur, ou, ce qui eſt la même choſe, à $3m$, doivent être auſſi diviſées par 3. Ainſi pour trouver la derniére différence, où m demeure ſeule, j'ôte autant de fois qu'il eſt poſſible $3m$ de $5m + 1$: la premiére différence eſt $2m + 1$, & j'ai $\frac{2m+1}{3}$: mais m n'étant point ſeule, cette expreſſion ne convient pas ; j'ôte donc $2m + 1$ de $3m$ ſon dénominateur, & j'ai $m-1$, qui étant diviſé par 3, donne ce rapport $\frac{m-1}{3}$.

Pour trouver la valeur de m, qui eſt indéterminé, je ſuppoſe, 1°. $\frac{m-1}{3} = 0$, qui donne $m = 1$. 2°. $\frac{m-1}{3} = 1$, qui donne $m = 4$. 3°. $\frac{m-1}{3} = 2$, qui donne $m = 7$, &c. $m = 1$ ne pouvant ſatisfaire aux équations comparées, je prens $m = 4$, qui donne la ſolution des équations comparées dans la quatriéme expreſſion $x = 3p = 5m + 1$: car $x = 21$, qui étant diviſé par 3, n'a point de reſte, & étant diviſé par 5, donne 1 pour reſte.

Mais ſi je ſubſtitue 21 dans la troiſiéme ſuppoſition $\frac{x-1}{7}$, je trouve que $\frac{21-1}{7}$, ne donne point

Digitized by Google

au quotient un nombre qui ait 1 pour reſte. Je cherche donc une autre valeur de m dans toutes celles qu'on peut trouver, & j'eſſaye celle qui peut convenir : pour la trouver plus ſeurement, voici encore le raiſonnement que je fais.

Puiſque dans la recherche que j'ai fait de la valeur de m par cette expreſſion $\frac{m-1}{3}$, j'ai ſuppoſé que $\frac{m-1}{3}$ étoit égal à un nombre pris à volonté, tel que 0, 1, 2, 3, 4, &c. Je ſuppoſe qu'un de ces nombres pris à volonté & indéterminé, ſoit égal à f, ainſi j'aurai $\frac{m-1}{3} = f$, d'où l'on aura $m = 3f + 1$. Subſtituant donc ce $3f + 1$ dans la quatriéme équation $x = 5m + 1$, je trouverai $5m + 1 = 15f + 5 + 1 = x$. Ainſi dans la troiſiéme équation $\frac{x-1}{7} = n$, je ſubſtitue $15f + 6$ au lieu de x ; ce qui me donne $\frac{15f+5}{7}$. J'ôte $7f$ autant de fois que je le puis de $15f + 5$, pour avoir la derniére différence $f + 5$, qui étant diviſée par 7, donne $\frac{f+5}{7}$.

Ainſi pour avoir la valeur de f, je ſuppoſe ; 1°. $\frac{f+5}{7} = 0$, qui donne $f = -5$, qui ne peut convenir. 2°. $\frac{f+5}{7} = 1$, qui donne $f = 7 - 5 = 2$; & cette valeur de f donne la ſolution des trois équations propoſées. Car ſubſtituant 2 à la place de f dans cette équation $m = 3f + 1$, j'aurai $m = 7$ & $x = 5m + 1 = 36$, qui eſt le nombre cherché.

On trouvera d'autres nombres que 36, ſi on ſuppoſe $\frac{f+5}{7}$ égal à 2, à 3, à 4, &c.

Digitized by Google

II.

Si j'avois comparé enſemble la troiſiéme & la ſeconde équation $\frac{x-1}{7} = n$ & $\frac{x-1}{5} = m$, j'aurois eu $x = 7n+1 = 5m+1$, & $n = \frac{5m}{7}$, & l'on auroit vû que m doit être égal à 7, ou à un multiple de 7. Car ſi l'on ôte $5m$ de $7m$, on aura pour premier reſte $2m$, dont le double $4m$ étant ôté de $5m$, donnera m : par conſéquent on aura $\frac{n}{7}$. Si on fait $\frac{n}{7} = 1$, on aura $m = 7$. Si l'on fait encore $\frac{n}{7} = 2$, on aura $m = 14$, &c. $m = 7$ ſatisfait à la queſtion; car $x = 5m+1 = 36$. $m = 14$ y ſatisfait auſſi, & donne un autre nombre que 36; & ainſi de ſuite à l'infini.

III.

Si l'on avoit propoſé un plus grand nombre d'équations, comme, 1°. $\frac{x-1}{2} = m$. 2°. $\frac{x-1}{3} = n$. 3°. $\frac{x-1}{5} = p$. 4°. $\frac{x}{11} = q$. On auroit fait 5°. $x = 2m+1 = 3n+1$, & par conſéquent $m = \frac{3n}{2}$. J'ôte $2n$ de $3n$, il reſte n. Donc $\frac{n}{2}$. D'où je fais, 1°. $\frac{n}{2} = 1$, qui donne $n = 2$. 2°. $\frac{n}{2} = 2$, qui donne $n = 4$. 3°. $\frac{n}{2} = 3$, qui donne $n = 6$, &c. Je ſubſtitue quelqu'une de ces valeurs d'n dans la cinquiéme équation $x = 3n+1$, & je trouve que les deux valeurs 2 & 4 de n ſatisfont dans les deux premiéres équations comparées; mais elles ne ſatisfont point dans la troiſiéme queſtion $\frac{x-1}{5} = p$.

C'eſt pourquoi je prens $n = 2f$, que je ſubſtitue

Digitized by Google

dans la cinquiéme équation $x=3n+1$, & j'ai, 6°. $x=6f+1$, qui étant ſubſtitué dans $\frac{x-1}{5}$, troiſiéme expreſſion, donne $\frac{6f}{5}$, & ôtant $5f$ de $6f$, il reſtera f, qui diviſé par 5, donnera $\frac{f}{5}$, & par conſéquent 1°. $\frac{f}{5}=1$, qui donne $f=5$. 2°. $\frac{f}{5}=2$ qui donne $f=10$, &c. La premiére valeur 5 de f ſubſtitué dans la ſixiéme expreſſion $x=6f+1$, donne la ſolution des trois premiéres équations; mais elle ne donne point la ſolution de la quatriéme $\frac{x}{11}$. Car $31=x$ ne peut être exactement diviſé par 11.

Je fais donc $f=5g$, que je mets à la place de f dans la ſixiéme équation $x=6f+1$, ce qui donne 7°. $x=30g+1$, que je ſubſtitue dans la quatriéme équation $\frac{x}{11}$, & j'ai $\frac{30g+1}{11}$. J'ôte $30g+1$ de $33g$ multiple de $11g$, il reſte $3g-1$. J'ôte $3g-1$ ou ſon multiple $9g-3$ de $11g$, puis le reſte $2g+3$ de $3g-1$, je trouve pour dernier reſte $g-4$. Faiſant $\frac{g-4}{11}=0$, on a $g=4$, qui donne la ſolution de la ſeptiéme équation $x=30g+1=121$, qui convient aux quatre équations propoſées.

Digitized by Google

PROBLEME XXVIII.

Diviſer pluſieurs nombres donnez chacun en deux parties, & trouver deux nombres, en ſorte que multipliant la premiére partie de chacun des nombres donnez par le premier nombre trouvé, & la ſeconde par le ſecond, la ſomme des deux produits ſoit par tout la même.

SI l'on donne, par exemple, ces trois nombres 10, 25, 30, & qu'on veuille avoir une ſolution en nombres entiers, prenez pour les deux nombres qu'on cherche, deux nombres quelconques, pourvû que leur différence ſoit 1, ou telle qu'elle puiſſe diviſer exactement le produit ſous le plus grand de ces deux nombres, & la différence de deux quelconques des trois nombres donnez, & que le plus grand de ces deux nombres, multiplié par le plus petit nombre donné 10, ſurpaſſe le plus petit des deux mêmes nombres, multiplié par le plus grand nombre donné 30.

Choiſiſſez, par exemple, 2 & 7; leur différence 5 meſure exactement 105, produit de 7, grand nombre choiſi, & de 15, différence de 25 & de 10. De plus, 70 produit de 7, grand nombre choiſi, par 10 le plus petit nombre donné, ſurpaſſe 60 produit du plus grand nombre donné par 2, petit nombre choiſi.

Ayant donc trouvé les deux nombres qu'on cherche, 2, 7, la premiére partie du premier nombre donné 10, ſe pourra prendre à volonté, pourvû qu'elle ſoit moindre que le nombre donné 10, & que le nombre 10 qui reſte en ôtant 60 produit de 2, petit nombre trouvé par le plus grand donné

Digitized by Google

30 de 70 produit de 7, grand nombre trouvé par le plus petit nombre donné 10. Cette premiére partie doit être auſſi moindre que 2, quotient de ce reſte 10, diviſé par 5, différence des deux nombres choiſis 2, 7. Elle ſera donc 1, que l'on ôtera du premier nombre donné 10, le reſte 9 ſera l'autre partie, laquelle étant multipliée par le ſecond nombre trouvé 7, & la premiére 1 étant multipliée par le premier nombre trouvé 2, la ſomme des deux produits 63, 2, eſt 65.

Pour trouver la premiére partie du ſecond nombre donné 25, multipliez la différence 15 des deux premiers nombres donnez 10, 25, par le plus grand nombre trouvé 7, & ayant diviſé le produit 105 par la différence 5 des deux nombres trouvez 2, 7, ajoûtez le quotient 21 à la premiére partie trouvée 1 du premier nombre donné 10, & la ſomme 22 ſera la premiére partie du ſecond nombre donné 25; c'eſt pourquoi l'autre partie ſera 3, laquelle étant multipliée par le ſecond nombre trouvé 7, & la premiére 22 par le premier 2, la ſomme des deux produits 21, 44, fait auſſi 65.

Enfin pour trouver la premiére partie du troiſiéme nombre donné 30, multipliez la différence 5 des deux derniers nombres donnez 25, 30, par le plus grand nombre trouvé 7, & ayant diviſé le produit 35 par la différence 5 des deux nombres trouvez 2, 7, ajoûtez le quotient 7 à la premiére partie 22 du ſecond nombre donné 30, & la ſomme 29 ſera la premiére partie du troiſiéme nombre donné 30, c'eſt pourquoi l'autre partie ſera 1, laquelle étant multipliée par le ſecond nombre trouvé 7, & la premiére 29 par le premier 2, la ſomme des deux produits 7, 58, fait auſſi 65.

Digitized by Google

Ou bien multipliez la différence 20 du premier & du troiſiéme nombre donné, par le plus grand nombre trouvé 7, & ayant diviſé le produit 140 par la différence 5 des deux nombres trouvez 2, 7, ajoûtez le quotient 28 à la premiére partie 1 du premier nombre donné 10, & vous aurez 29, comme auparavant, pour la premiére partie du troiſiéme nombre donné 30.

Si l'on prend 1, 6, pour les deux nombres qu'on cherche, & 4 pour la premiére partie du premier nombre donné 10, auquel cas l'autre partie ſera 6, qui étant multipliée par le ſecond nombre trouvé 6, & la premiére 4 par le premier 1, la ſomme des deux produits 36, 4, eſt 40; la premiere partie du ſecond nombre donné 25 ſera 22, & l'autre partie par conſéquent ſera 3, qui étant multipliée par le ſecond nombre trouvé 6, & la premiére 22 par le premier 1, la ſomme des deux produits 18, 22, eſt auſſi 40; enfin la premiére partie du troiſiéme nombre donné 30, ſera 28; ce qui fait que l'autre partie ſera 2, qui étant multipliée par le ſecond nombre trouvé 6, & la premiére 28 par le premier 1, la ſomme des deux produits 12, 28, eſt auſſi 40. Ce Problême ſert à réſoudre la Queſtion ſuivante.

QUESTION I.

Une femme a vendu 10 *pommes au marché à un certain prix; une autre femme en a vendu* 25 *au même prix, & une troiſiéme femme en a vendu* 30 *auſſi au même prix, & chacune a rapporté une même ſomme d'argent. On demande comment cela ſe peut faire.*

IL eſt évident qu'afin que la Queſtion ſoit poſſible, il faut que les femmes vendent leurs pom-

Digitized by Google

mes à deux diverſes fois, & à divers prix, bien qu'à chaque fois elles vendent chacune à un même prix. Si ces deux prix différens ſont 2, 7, qui ſont

	Pom.		*Den.*	*Pom.*		*Den.*	
10.	1	*à*	2	9	*à*	7	}
25.	22	*à*	2	3	*à*	7	} 65
30.	29	*à*	2	1	*à*	7	}

les deux nombres que nous avons trouvez au Problême précédent; & ſi l'on ſuppoſe que la premiére fois elles vendent 2 deniers la pomme, & qu'à ce prix la premiére vende 1 pomme, la ſeconde 22, & la troiſiéme 29, les trois nombres 1, 22, 29, ſeront les premiéres parties des trois nombres donnez 10, 25, 30, comme elles ont été trouvées au Problême précédent. Dans ce cas la premiére femme aura 2 deniers, la ſeconde en aura 44, & la troiſiéme en aura 58. Enſuite, ſi on ſuppoſe qu'elles vendent le reſte de leurs pommes 7 deniers la pomme, alors la premiére femme aura 63 deniers pour neuf pommes qui lui reſtent, la ſeconde aura 21 deniers pour 3 pommes qui lui reſtent, & la troiſiéme aura 7 deniers pour 1 pomme qui lui reſte; de ſorte que chacune aura en tout 65 deniers.

Ou bien ſi les deux prix différens ſont 1, 6, qui ſont deux autres nombres que nous avons trouvez au Problême précédent, & ſi l'on ſuppoſe que la premiére fois elles vendent 1 denier la pomme, & qu'à ce prix la premiére vende 4 pommes, la ſeconde 22, & la troiſiéme 28, ces trois nombres 4, 22, 28, ſeront les premiéres parties des trois nombres donnez 10, 25, 30, comme elles ont été trouvées au Problême précedent. Dans ce cas la

Digitized by Google

première femme aura 4 deniers, la seconde en aura

	Pom.		Den.	Pom.		Den.	
10.	4	à	1	6	à	6	40
25.	22	à	1	3	à	6	
30.	28	à	1	2	à	6	

22, & la troisiéme en aura 28. Ensuite si on suppose qu'elles vendent le reste de leurs pommes 6 deniers la pomme, alors la premiére femme aura 36 deniers pour six pommes qui lui restent, la seconde aura 18 deniers pour 3 pommes qui lui restent, & la troisiéme aura 12 deniers pour 2 pommes qui lui restent; de sorte que chacune aura en tout 40 deniers.

REMARQUES.

I.

Ceux qui voudront être instruits plus à fond sur la solution de ces sortes de questions, pourront consulter ce qui en est dit dans la seconde partie de l'Arithmétique universelle, p. 456. On y traite en particulier celle qui est ici proposée; on dit qu'elle a seulement 6 solutions, & que la plus grande somme est 65. Je vais entreprendre de la résoudre par l'Algébre, pour faire voir la fécondité de l'Analyse, qui renferme des richesses qu'on tire de son sein, quand on est assez heureux pour la traiter avec ménagement. Je rapporterai dix solutions différentes de cette même question, les sommes de chaque femme seront, après chacune des dix ventes, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 60, 65, 70. J'espere que cela fera plaisir à ceux qui commencent à apprendre l'Algébre, & je crois que ce sera pour eux une récréation.

Digitized by Google

II.

Il faut se souvenir que trois femmes ayant porté des pommes au marché, l'une en a vendu 10, l'autre 25, & la troisiéme 30, à un même prix; & qu'étant revenu du marché, elles ont rapporté toutes trois une même somme. On se souviendra encore qu'elles doivent avoir vendu à deux différentes repriſes, & à divers prix chaque fois.

J'appelle u le prix auquel les trois femmes ont vendu leurs pommes dans la premiére vente, & p le prix auquel elles ont vendu le reſte dans la ſeconde vente.

Je nomme x le nombre des pommes de la premiére femme, vendues au prix u; par conſéquent le reſte de ſes pommes vendues dans la ſeconde vente au prix p, ſera $10-x$. Ainſi l'argent de la premiére vente ſera xu, & celui de la ſeconde vente ſera $10p-px$: la ſomme eſt $xu+10p-px$.

Je nomme z le nombre des pommes vendues au prix u par la ſeconde femme: par conſéquent le reſte de ſes pommes vendues dans la ſeconde vente au prix p, ſera $25-z$. Ainſi l'argent de la premiére vente ſera zu, & celui de la ſeconde vente ſera $25p-pz$: la ſomme eſt $zu+25p-pz$.

Enfin je nomme y le nombre des pommes vendues par la troiſiéme femme au prix u; par conſéquent le reſte de ſes pommes vendues dans la ſeconde vente au prix p, ſera $30-y$. Ainſi l'argent de la premiére vente ſera yu, & celui de la ſeconde vente ſera $30p-py$: la ſomme de cette troiſiéme femme eſt $yu+30p-py$.

Je raſſemblerai dans cette Table tous ces différens prix: ceux qui ſont à gauche marquent les prix des pommes vendues par les trois femmes.

Digitized by Google

dans la premiére vente, & ceux qui ſont à droite marquent les prix des pommes vendues dans la ſeconde vente.

	Ire vente.	2e vente.
1re femme.	xu	$10p-px$
2e femme.	zu	$25p-pz$
3e femme.	yu	$30p-py$.

La ſomme que rapporte la premiére femme eſt $xu+10p-px$.

La ſomme que rapporte la ſeconde femme eſt $zu+25p-pz$.

La ſomme que rapporte la troiſiéme femme eſt $yu+30p-py$.

Ces trois ſommes doivent être égales, c'eſt-à-dire, que $xu+10p-px=zu+25p-pz=yu+30p-py$. D'où je tire ces équations, 1°. en comparant les deux premiéres ſommes $xu+10p-px=zu+25p-pz$; d'où l'on a $xu-px=zu-pz+15p$, & diviſant tout par $u-p$, on trouve $x=z+\frac{15p}{u-p}$. 2°. en comparant la premiére & la troiſiéme ſomme $xu+10p-px=yu+30p-py$, d'où l'on a $xu-px=yu-py+20p$, & diviſant encore tout par $u-p$, on a $x=y+\frac{20p}{u-p}$. 3°. en comparant la ſeconde & la troiſiéme ſomme $zu+25p-pz=yu+30p-py$, d'où l'on a $zu-pz=yu-py+5p$, & diviſant tout par $u-p$, on a $z=y+\frac{5p}{u-p}$.

On voit dans ces trois équations que la différence de u à p $(u-p)$ doit être un diviſeur exact de 15, de 20 & de 5, c'eſt-à-dire, des différences des nombres des pommes portées au marché. Mais pour parvenir avec quelque certitude à la valeur

Digitized by Google

de $u-p$, je choisis la fraction $\frac{5p}{u-p}$, où se trouve le plus petit numérateur 5, qui est un diviseur commun des trois différences, & je fais d'abord $\frac{5p}{u-p}=0$, qui donnant $5p=0$, n'est d'aucune utilité. Je fais ensuite $\frac{5p}{u-p}=1$, qui donne $5p=u-p$, ou $6p=u$, & faisant $p=1$, j'ai $6=u$. Ces valeurs d'u & de p, serviront pour les sept premières solutions qu'on va donner. Ainsi au lieu des trois équations que je viens de trouver, j'aurai ces trois autres. 1°. $x=z+3$. 2°. $x=y+4$. 3°. $z=y+1$, qui sont encore indéterminées : mais on n'a besoin que de la dernière & de l'une des deux premières.

Première Solution.

Pour déterminer la valeur des inconnues x, z, y, je suppose $y=0$ donc $z=1$ par la troisième équation, & $x=4$ par la première ou seconde équation. Ayant donc aussi supposé $p=1$ & $u=6$, comme on vient de voir, la somme que chaque femme rapportera, sera 30 deniers.

Sommes. $\begin{cases} 1^{e} \text{ Fem. } xu+10p-px=24+10-4=30. \\ 2^{e} \text{ Fem. } zu+25p-pz=6+25-1=30. \\ 3^{e} \text{ Fem. } yu+30p-py=0+30-0=30. \end{cases}$

Observation.

En considerant la Table qu'on a mis ci-dessus, on remarquera que la première femme doit vendre 4 pommes à 6 deniers dans la première vente, & par conséquent 6 pommes à 1 denier dans la deuxiéme vente : que la seconde femme doit vendre 1 pomme à 6 deniers dans la première vente, & 24 pommes à 1 denier dans la deuxiéme vente :

Digitized by Google

que la troiſiéme femme ne doit vendre aucune pomme dans la premiére vente, & qu'elle les vendra toutes 30 à 1 denier dans la deuxiéme vente ; ce qui fait que chacune doit rapporter 30 deniers du marché. On appliquera cette obſervation aux ſolutions ſuivantes.

Seconde Solution.

Je ſuppoſe $y=1$, par conſéquent $z=2$ (troiſiéme équation) & $x=5$ (premiére ou ſeconde équation.) $u=6$ & $p=1$.

Sommes. $\begin{cases} 1^{e} \text{ Fem. } xu+10p-px=30+10-5=35. \\ 2^{e} \text{ Fem. } zu+25p-pz=12+25-2=35. \\ 3^{e} \text{ Fem. } yu+30p-py=6+30-1=35. \end{cases}$

Troiſiéme Solution.

Je ſuppoſe $y=2$. donc $z=3$, & $x=6$. $u=6$. $p=1$.

Sommes. $\begin{cases} 1^{e} \text{ Fem. } xu+10p-px=36+10-6=40. \\ 2^{e} \text{ Fem. } zu+25p-pz=18+25-3=40. \\ 3^{e} \text{ Fem. } yu+30p-py=12+30-2=40. \end{cases}$

Quatriéme Solution.

Je ſuppoſe $y=3$, par conſéquent $z=4$ & $x=7$. $u=6$. $p=1$.

Sommes. $\begin{cases} 1^{e} \text{ Fem. } xu+10p-px=42+10-7=45. \\ 2^{e} \text{ Fem. } zu+25p-pz=24+25-4=45. \\ 3^{e} \text{ Fem. } yu+30p-py=18+30-3=45. \end{cases}$

Digitized by Google

Cinquième Solution.

Je ſuppoſe $y=4$. donc $z=5$. & $x=8$.
$u=6$. $p=1$.

Sommes. $\begin{cases} 1^{e} \text{ Fem. } xu+10p-px=48+10-8=50. \\ 2^{e} \text{ Fem. } zu+25p-pz=30+25-5=50. \\ 3^{e} \text{ Fem. } yu+30p-py=24+30-4=50. \end{cases}$

Sixième Solution.

Je ſuppoſe $y=5$. par conſéquent $z=6$ & $x=9$.
$u=6$. $p=1$.

Sommes. $\begin{cases} 1^{e} \text{ Fem. } xu+10p-px=54+10-9=55. \\ 2^{e} \text{ Fem. } zu+25p-pz=36+25-6=55. \\ 3^{e} \text{ Fem. } yu+30p-py=30+30-5=55. \end{cases}$

Septième Solution.

Je ſuppoſe $y=6$. donc $z=7$ & $x=10$.
$u=6$. $p=1$.

Sommes. $\begin{cases} 1^{e} \text{ Fem. } xu+10p-px=60+10-10=60. \\ 2^{e} \text{ Fem. } zu+25p-pz=42+25-7=60. \\ 3^{e} \text{ Fem. } yu+30p-py=36+30-6=60. \end{cases}$

On voit par cette ſolution que la première femme vend toutes ſes pommes dans la première vente.

III.

Je ne puis plus ſuppoſer une plus grande valeur à y, parce qu'il en viendroit à x une qui ſeroit plus grande que 10, c'eſt-à-dire, que la première femme ſeroit obligée de vendre plus de pommes qu'elle

Digitized by Google

qu'elle n'a ; ce qui eſt contre la ſuppoſition. D'où il ſuit qu'il faut chercher à u & à p une autre valeur que celle qu'on leur a donné dans les ſolutions précédentes. Ainſi je fais $\frac{5p}{u-p}=2$, d'où il vient $5p=2u-2p$, ou $7p=2u$, faiſant $p=2$, on aura $u=7$. Ces valeurs trouvées, on les ſubſtituera dans les comparaiſons $x=z+\frac{15p}{u-p}$. $x=y+\frac{20p}{u-p}$. $z=y+\frac{5p}{u-p}$, & l'on aura, 1°. $x=z+6$. 2°. $x=y+8$. 3°. $z=y+2$.

Huitiéme Solution.

Je ſuppoſe $y=0$. donc $z=2$ & $x=8$ (par les équations précédentes.)

$u=7$. $p=2$.

Sommes. { 1e Fem. $xu+10p-px=56+20-16=60$. 2e Fem. $zu+25p-pz=14+50-4=60$. 3e Fem. $yu+30p-py=0-60-0=60$.

L'argent que chaque femme rapporte dans cette ſolution eſt le même que dans la précédente : cependant ces deux ſolutions ſont fort différentes l'une de l'autre, comme il eſt aiſé de connoître, ſi l'on y fait quelque attention.

Neuviéme Solution.

Je ſuppoſe $y=1$. par conſéquent $z=3$ & $x=9$ (ſelon les équations derniéres.)

$u=7$. $p=2$.

Sommes. { 1e Fem. $xu+10p-px=63+20-18=65$. 2e Fem. $zu+25p-pz=21+50-6=65$. 3e Fem. $yu+30p-py=7+60-2=65$.

Digitized by Google

Cette neuviéme ſolution fait connoître que la premiére femme a vendu 9 pommes à 7 deniers dans la premiére vente, & une à 2 deniers dans la deuxiéme vente : que la ſeconde femme a vendu 3 pommes à 7 deniers dans la premiére vente, & 22 à 2 deniers dans la deuxiéme vente : que la troiſiéme femme a vendu 1 pomme à 7 deniers dans la premiere vente, & 29 à 2 deniers dans la deuxiéme vente ; d'où il ſuit que chacune a rapporté 65 deniers.

Dixiéme Solution.

Je ſuppoſe enfin $y=2$. donc $z=4$, & $x=10$ (derniéres équations.)
$u=7$. $p=2$.

Sommes. $\begin{cases} 1^{e}\text{ Fem. } xu+10p-px=70+20-20=70. \\ 2^{e}\text{ Fem. } zu+25p\ \ pz=28+50-8=70. \\ 3^{e}\text{ Fem. } yu+30p-py=14+60-4=70. \end{cases}$

Enfin cette derniére ſolution montre que la premiére femme a vendu ſes 10 pommes à 7 deniers dans la premiére vente, mais elle n'en a point vendu dans la deuxiéme : que la ſeconde femme a vendu 4 pommes à 7 deniers dans la premiére vente, & 21 à 2 deniers dans la deuxiéme vente : que la troiſiéme femme a vendu 2 pommes à 7 deniers dans la premiére vente, & 28 à 2 deniers dans la deuxiéme vente. D'où il ſuit que chacune a rapporté 70 deniers du marché.

Digitized by Google

QUESTION II.

Un Chef de cuiſine a une certaine quantité d'œufs. Trois de ſes Aides lui en demandent. Il en donne au premier la moitié de ce qu'il a & la moitié d'un œuf; au ſecond la moitié de ce qui lui reſte & la moitié d'un œuf: enfin il donne au dernier la moitié de ce qui lui reſte & la moitié d'un œuf. On demande combien ce Chef de cuiſine avoit d'œufs, & comment il a pû faire pour en donner des moitiez ſans en caſſer.

LA ſolution de cette queſtion paroît impoſſible d'abord, à cauſe des moitiez d'œufs qu'il faut donner : cependant on verra bientôt que cette queſtion a des ſolutions à l'infini. Pour trouver le plus petit nombre d'œufs que puiſſe avoir le Chef de cuiſine, prenez la troiſiéme puiſſance de 2, qui eſt 8, diminuez ce 8 de l'unité, & le nombre 7 ſera le plus petit nombre qu'on cherche : car ce Chef de cuiſine ayant donné au premier Aide quatre œufs, il lui en a donné la moitié de ce qu'il avoit, avec la moitié d'un œuf, & il lui eſt reſté trois œufs. Ayant donné au ſecond Aide de cuiſine deux œufs, il lui a donné la moitié de ce premier reſte, avec la moitié d'un œuf, & il lui eſt reſté un œuf. Enfin ayant donné au troiſiéme Aide un œuf, il lui a donné la moitié de ce deuxiéme reſte, avec la moitié d'un œuf. Dans ce cas il n'eſt point reſté d'œuf au chef de cuiſine.

Si on veut de plus grands nombres que 7, il faut multiplier ſéparément le cube 8 par les nombres 2, 3, 4, 5, &c. ſelon leur ſuite naturelle, diminuer le produit de l'unité, & l'on aura autant

Digitized by Google

de nombres qu'on voudra à l'infini, qui ſatisferont à la queſtion.

Obſervation.

J'ai dit qu'il falloit prendre la troiſiéme puiſſance de 2, parce qu'il n'y a que trois Aides; mais s'il y en avoit quatre, il faudroit prendre la quatriéme puiſſance, qui eſt 16, & la diminuer de l'unité : s'il y en avoit 5, il faudroit prendre la cinquiéme puiſſance de 2, qui eſt 32, & la diminuer de l'unité, & ainſi des autres. Pour avoir pluſieurs nombres qui ſatisfaſſent à la queſtion, il faut multiplier ces puiſſances par quelque nombre pris à volonté, & ôter l'unité du produit.

QUESTION III.

Une femme de la campagne a porté au marché des œufs, des fromages & des choux; elle a vendu les œufs 2 deniers, les fromages 6 deniers, & les choux 4 deniers : elle rapporte 10 ſols. Combien avoit-elle d'œufs? combien de fromages? combien de choux?

ELle pouvoit avoir ſept œufs, quinze fromages & quatre choux.

PROBLÈME XXIX.

Pluſieurs nombres pris ſuivant leur ſuite naturelle 1, 2, 3, 4, &c. étant diſpoſez en rond, deviner celui que quelqu'un aura penſé.

ON ſe ſervira commodément des dix premiéres cartes d'un jeu entier, pour exécuter ce Problême. On les diſpoſera en rond, comme vous

Digitized by Google

voyez les dix premiers nombres dans la figure. Planche L'As sera représenté par la lettre A jointe à 1, & le dix sera représenté par la lettre K jointe à 10. I. Fig. 2.

Ayant fait toucher un nombre, ou une carte telle que voudra celui qui en aura pensé une, ajoûtez au nombre de cette carte touchée le nombre des cartes que l'on aura choisies, comme 10 dans cet exemple ; puis faites compter * la somme que vous aurez à celui qui a pensé la carte, par un ordre contraire à la suite naturelle des nombres, en commençant par la carte qu'il aura touchée, & en attribuant à cette carte le nombre de celle qu'il aura pensée ; car en comptant de la sorte, il finira à compter cette somme sur le nombre ou sur la carte qu'il aura pensée, & vous fera par conséquent connoître cette carte.

Comme si l'on a pensé 3 marqué par la lettre C, & qu'on ait touché 6 marqué par la lettre F, ajoûtez 10 à ce nombre 6, vous aurez la somme 16 : puis faites compter * cette somme 16 depuis le nombre touché F vers E, D, C, B, A, & ainsi de suite par un ordre rétrograde, en sorte que l'on commence à compter le nombre pensé 3 sur F, 4 sur E, 5 sur D, 6 sur C, & ainsi de suite jusqu'à 16 ; ce nombre 16 se terminera en C, & fera connoître qu'on a pensé 3, qui répond à C.

REMARQUES.

I.

On peut prendre un plus grand ou un plus petit nombre de cartes, selon qu'on le jugera à propos. S'il y avoit 15 ou 8 cartes, il faudroit ajoûter 15 ou 8 au nombre de la carte touchée.

* Observez qu'on ne doit pas compter cette somme tout haut, mais en soi-même, & seulement par pensée.

Digitized by Google

II.

Pour mieux couvrir l'artifice, il faut renverſer les cartes, en ſorte que les points ſoient cachez, & bien retenir la ſuite naturelle des cartes, & en quel endroit eſt le premier nombre, ou l'As, afin de ſçavoir le nombre de la carte touchée, pour trouver celui juſqu'où il faut faire compter.

PROBLEME XXX.

Ayant fait prendre à trois perſonnes un nombre de jettons ou de cartes à certaines conditions, deviner combien chacune en aura pris.

FAites prendre au troiſiéme un nombre de jettons ou de cartes, tel qu'il voudra, pourvû qu'il ſoit pairement pair, c'eſt-à-dire, diviſible par 4 : puis faites prendre au ſecond autant de fois 7 que le premier aura pris de fois 4, & au premier autant de fois 13. Après cela dites au premier de donner de ſes jettons aux deux autres autant qu'ils en auront chacun, & au ſecond de donner de ſes jettons auſſi aux deux autres autant qu'ils en auront chacun ; & enfin au troiſiéme de donner auſſi de ſes jettons aux deux autres autant qu'ils en auront chacun : il arrivera alors qu'ils auront chacun autant de jettons l'un que l'autre, & le nombre de chacun ſera double de celui que le troiſiéme a pris au commencement. C'eſt pourquoi ſi vous demandez à l'une de ces trois perſonnes le nombre de ſes jettons, la moitié de ce nombre ſera le nombre des cartes ou des jettons que le troiſiéme avoit au commencement : & ſi vous pre-

Digitized by Google

nez autant de fois 7, & autant de fois 13, qu'il y aura de fois 4 dans le nombre du troiſiéme, vous aurez le nombre des cartes ou des jettons que le ſecond & le premier avoient pris.

Comme ſi le troiſiéme prend 8 cartes, le ſecond en doit prendre 14, ſçavoir, deux fois 7, parce que dans 8 il y a deux fois 4, & le premier en doit prendre 26, ſçavoir, deux fois 13, par la même raiſon. Si le premier, qui a 26 cartes, en donne 14 au ſecond, qui en a auſſi 14, & 8 au premier, qui en a auſſi 8, il lui en reſtera ſeulement 4, le ſecond en aura 28, & le troiſiéme 16. Mais ſi le ſecond, qui a 28 cartes, en donne 4 au premier qui en a auſſi 4, & 16 au troiſiéme, qui en a auſſi 16, il lui en reſtera 8, & le premier en aura 8, & le troiſiéme 32. Enfin ſi le troiſiéme, qui a 32 cartes, en donne 8 à chacun des deux autres qui en ont chacun 8, ils en auront chacun 16, qui eſt le double du nombre 8 des cartes que le premier a pris au commencement, &c.

1e.	2e.	3e.
26	14	8
4	28	16
8	8	32
16	16	16

PROBLEME XXXI.

Des trois cartes inconnues, deviner celle que chacune des trois perſonnes aura priſe.

IL ne faut pas que le nombre des points de chacune des trois cartes qui aura été priſe, ſurpaſſe 9; & alors pour trouver ce nombre, dites à la premiére perſonne d'ôter 1 du double du nombre des points de ſa carte, & qu'après avoir multiplié le reſte par 5, elle ajoûte au produit le nombre des

Digitized by Google

points de la carte que la ſeconde perſonne aura priſe. Après cela faites ajoûter 5 à cette ſomme, pour avoir une ſeconde ſomme, & ayant fait ôter 1 du double de cette ſeconde ſomme, faites multiplier le reſte par 5, & ajoûter au produit le nombre des points de la carte que la troiſiéme perſonne aura priſe. Enfin demandez la ſomme qui vient de cette derniére addition; car ſi vous y ajoûtez 5, vous aurez une autre ſomme compoſée de trois figures, dont la premiére vers la gauche ſera le nombre des points de la carte que la premiére perſonne aura priſe, celle du milieu ſera le nombre des points de la carte de la ſeconde perſonne, & la derniére vers la droite fera connoître la carte de la troiſiéme perſonne.

Comme ſi le premier a pris un 3, le ſecond un 4, & le troiſiéme un 7, en ôtant 1 du double 6 du nombre 3 des points de la carte du premier, & en multipliant le reſte 5 par 5, on a 25, auquel ajoûtant le nombre 4 des points de la carte du ſecond, on a cette ſomme 29, à laquelle ſi l'on ajoûte 5, on a cette ſeconde ſomme 34, dont le double eſt 68, d'où ôtant 1, il reſte 67, qui étant multiplié par 5, donne 335, auquel ajoûtant le nombre 7 des points de la carte du troiſiéme, & 5 de plus, on a cette derniére ſomme 347, dont les trois figures repréſentent ſéparément les nombres des points de chaque carte.

Autrement.

Ayant dit au premier d'ajoûter 1 au double du nombre des points de ſa carte, faites multiplier la ſomme par 5, & ajoûter au produit le nombre des points de la carte du ſecond; puis ayant fait encore ajoûter 1 au double de la ſomme précédente,

Digitized by Google

faites multiplier le tout par 5, & ajoûter au produit le nombre des points de la carte du troiſiéme. Après cela demandez la ſomme qui viendra de cette derniére addition, d'où vous ôterez 55, pour avoir au reſte un nombre qui ſera compoſé de trois figures, dont chacune repréſentera, comme auparavant, le nombre des points de chaque carte.

Comme dans le même exemple, en ajoûtant 1 au double 6 du nombre 3 des points de la carte du premier; & en multipliant la ſomme 7 par 5, on a 35, auquel ajoûtant le nombre 4 des points de la carte du ſecond, on a 39, dont le double eſt 78, auquel ajoûtant 1, & multipliant la ſomme 79 par 5, on a 395, auquel ajoûtant le nombre 7 des points de la carte du troiſiéme, on a 402, d'où ôtant 55, il reſte 347, dont les trois figures repréſentent en particulier le nombre des points de chaque carte.

PROBLEME XXXII.

Trois cartes ayant été préſentées à trois perſonnes, deviner celle que chacun aura priſe.

ON doit ſçavoir quelles cartes ont été préſentées: c'eſt pourquoi nous appellerons l'une A, l'autre B, & la troiſiéme C. Mais on laiſſe la liberté aux trois perſonnes de choiſir en particulier telle carte qu'il leur plaira. Quand ce choix, qui peut ſe faire en ſix maniéres différentes, ſera fait, donnez à la premiére perſonne ce nombre 12, à la ſeconde ce nombre 24, & à la troiſiéme ce nombre 36. Après cela dites à la premiére perſonne d'ajoûter enſemble la moitié du nombre de celle qui a pris la carte A, le tiers du nombre de

Digitized by Google

celle qui a pris la carte B, & le quart du nombre de celle qui a pris la carte C, & demandez-lui la

1e.	2e.	3e.	*Sommes.*
12	24	36	
A	B	C	23
A	C	B	24
B	A	C	25
C	A	B	27
B	C	A	28
C	B	A	29

ſomme qui ſera ou 23, ou 24, ou 25, ou 27, ou 28, ou 29, comme vous voyez dans cette Table, qui montre que ſi cette ſomme eſt, par exemple, 25, la premiére perſonne aura pris la carte B, la ſeconde la carte A, & la troiſiéme la carte C: & que ſi cette ſomme eſt 28, la premiére perſonne aura pris la carte B, la deuxiéme la carte C, & la troiſiéme la carte A. Ainſi des autres.

PROBLEME XXXIII.

Deviner entre pluſieurs cartes, celle que quelqu'un aura penſé.

AYant pris à volonté dans un Jeu de cartes, un certain nombre de cartes, montrez-les par ordre ſur une table à celui qui en veut penſer une, commencez par celle de deſſous, & mettez-les proprement l'une ſur l'autre; puis dites-lui de ſe ſouvenir du nombre qui exprime la quantiéme qu'il aura penſé, ſçavoir, de 1, s'il a penſé la premiére; de 2, s'il a penſé la ſeconde; de 3, s'il a penſé la troiſiéme, &c. Mais en même temps comptez

Digitized by Google

ſecretement celles que vous montrez, dont le nombre ſera, par exemple, 12; & ſéparez-les adroitement du reſte du Jeu. Après cela mettez ces cartes, dont vous ſçavez le nombre, dans une ſituation contraire, en commençant à mettre ſur le reſte du Jeu la carte qui aura été miſe la premiére ſur la table, & en finiſſant par celle qui aura été montrée la derniére; enfin ayant demandé le nombre de la carte penſée, que nous ſuppoſerons être la quatriéme, remettez à découvert vos cartes ſur la table l'une après l'autre, en commençant par celle de deſſus, à laquelle vous attribuerez le nombre 4 de la carte penſée, en comptant 5 ſur la ſeconde carte ſuivante, & pareillement 6 ſur la troiſiéme carte plus baſſe, & ainſi de ſuite, juſqu'à ce que vous ſoyez parvenu au nombre 12 des cartes que vous aviez priſes au commencement; car la carte ſur laquelle tombera ce nombre 12, ſera celle qui aura été penſée.

PROBLEME XXXIV.

Pluſieurs cartes différentes étant propoſées ſucceſſivement à autant de perſonnes, pour en retenir une dans ſa mémoire, deviner celle que chacun aura penſé.

S'Il y a, par exemple, trois perſonnes, montrez trois cartes à la premiére perſonne, pour en retenir une dans ſa penſée, & mettez à part ces trois cartes. Préſentez auſſi trois autres cartes à la ſeconde perſonne, pour en penſer une à ſa volonté, & mettez auſſi à part ces trois cartes. Enfin préſentez à la troiſiéme perſonne trois autres cartes, pour lui faire penſer celle qu'il voudra,

Digitized by Google

& mettez pareillement à part ces trois derniéres cartes. Cela étant fait, diſpoſez à découvert les trois premiéres cartes en trois rangs, & mettez deſſus les trois autres cartes, & deſſus celles-ci les trois derniéres, pour avoir ainſi toutes les cartes diſpoſées en trois rangs, dont chacun ſera compoſé de trois cartes. Après quoi il faut demander à chaque perſonne dans quel rang eſt la carte qu'il a penſée : alors il ſera facile de connoître cette carte, parce que la carte de la premiére perſonne ſera la premiére de ſon rang ; de même la carte de la ſeconde perſonne ſera la ſeconde de ſon rang ; enfin la carte de la troiſiéme perſonne ſera la troiſiéme de ſon rang.

PROBLEME XXXV.

Pluſieurs cartes étant diſpoſées également en trois rangs, deviner celle que quelqu'un aura penſé.

IL eſt évident que le nombre des cartes doit être diviſible par 3, afin qu'on en puiſſe faire trois rangs égaux. Suppoſant donc qu'il y ait, par exemple, 36 cartes, dont chaque rang en comprendra par conſéquent 12, demandez en quel rang eſt la carte qu'on aura penſé, & ayant ramaſſé toutes les cartes, en ſorte que le rang où ſera la carte penſée, ſoit entre les deux autres rangs ; diſpoſez de nouveau ces 36 cartes en trois rangs égaux, en mettant la premiére au premier rang, la ſeconde au ſecond, la troiſiéme au troiſiéme, puis la quatriéme au premier rang, & pareillement la ſuivante au ſecond rang, en continuant ainſi juſqu'à ce que toutes les cartes ſoient rangées. Après quoi vous demanderez encore dans quel rang eſt la car-

Digitized by Google

te penſée, & ayant ramaſſé de nouveau toutes les cartes, en ſorte que le rang où ſera la carte penſée, ſoit auſſi entre les deux autres, vous ferez, comme auparavant, trois rangs égaux des mêmes cartes. Ayant enfin demandé dans quel rang eſt la carte penſée, vous connoîtrez aiſément cette carte, parce qu'elle ſe trouvera au milieu de ſon rang, ſçavoir, dans cet exemple, la ſixiéme. Ou bien, pour mieux cacher l'artifice, elle ſe trouvera au milieu de toutes les cartes, ou la dix-huitiéme, lorſqu'on les aura ramaſſées comme auparavant; mais il faut faire en ſorte que le rang où ſera la carte penſée, ſoit toûjours entre les deux autres.

PROBLEME XXXVI.

Deviner combien il y a de points dans une carte que quelqu'un aura tirée d'un Jeu de carte.

AYant pris un Jeu entier de 52 cartes, préſentez-le à quelqu'un de la compagnie, qui tirera celle qu'il lui plaira, ſans vous la montrer. Enſuite faiſant valoir toutes les cartes ſelon leur valeur marquée, vous ferez valoir le Valet 11, la Dame 12, & le Roy 13; puis comptant les points de toutes les cartes, vous ajoûterez les points de la premiére carte aux points de la ſeconde, ceux-ci aux points de la troiſiéme, & ainſi de ſuite: vous rejetterez tous les 13, & garderez le reſte pour l'ajoûter à la carte ſuivante. On voit qu'il eſt inutile de compter les Rois qui valent 13. Enfin s'il reſte quelques points à la derniére carte, vous ôterez ces points de 13, & le reſte marquera les points de la carte qu'on aura tirée; enſorte que ſi le reſte eſt 11, ce ſera un Valet qu'on aura tiré; ſi

Digitized by Google

le reste est 12, ce sera une Dame, &c. mais s'il ne reste rien, on aura tiré un Roy. Vous connoîtrez quel est ce Roy, en regardant celui qui manque dans les cartes que vous avez.

Si l'on veut se servir d'un Jeu composé seulement de 32 cartes, dont on se sert à présent pour jouer au Piquet, on ajoûtera tous les points des cartes, comme on vient de dire; mais on rejettera tous les 10 qui se trouveront en faisant cette addition. Enfin on ajoûtera 4 aux points de la derniére carte pour avoir une somme, laquelle étant ôtée de 10, si elle est moindre, ou de 20, si elle surpasse 10, le reste sera le nombre de la carte qu'on aura tirée, de sorte que s'il reste 2, ce sera un Valet; s'il reste 3, ce sera une Dame, & si le reste est 4, on aura tiré un Roy, &c.

Si le Jeu de cartes est imparfait, on doit prendre garde aux cartes qui manquent, & ajoûter à la derniére somme le nombre des points de toutes ces cartes qui manquent, après qu'on aura ôté de ce nombre autant de fois 10 qu'il sera possible; & la somme qui viendra de cette addition, doit être, comme auparavant, ôtée de 10, ou de 20, selon qu'elle sera au dessous, ou au dessus de 10. Il est évident que si l'on regarde encore une fois les cartes, on pourra nommer celle qui aura été tirée.

PROBLEME XXXVII.

Deviner le nombre de tous les points qui sont en deux cartes qu'on aura tirées d'un Jeu de cartes entier.

DItes à celui qui aura tiré à l'avanture deux cartes d'un Jeu composé de 52 cartes, d'ajoû-

Digitized by Google

ter à chacune de ſes cartes autant d'autres cartes que le nombre de ſes points ſera au deſſous de 25, qui eſt la moitié de toutes les cartes, diminué de l'unité, en donnant à chaque carte figurée tel nombre qu'on voudra. Comme ſi la premiére carte eſt un Dix, on y ajoûtera 15 cartes, & ſi la ſeconde carte eſt un Sept, on y ajoûtera 18 cartes; ce qui ſera en tout 35 cartes: de ſorte que dans cet exemple il reſtera 17 cartes de tout le Jeu. Prenant donc les cartes qui reſtent du Jeu, & trouvant qu'il en reſte 17, ce nombre 17 ſera le nombre de tous les points pris enſemble des deux cartes qu'on aura tirées.

Pour mieux cacher l'artifice, il ne faut point toucher aux cartes; mais il faut faire ôter le nombre des points de chacune des deux cartes qui ont été priſes de 26, qui eſt la moitié du nombre de toutes les cartes, & faire ajoûter enſemble les deux reſtes, pour avoir leur ſomme, que vous devez demander, afin de l'ôter du nombre de toutes les cartes, c'eſt-à-dire, de 52; car le nombre qui reſtera, ſera celui qu'on cherche.

Comme dans cet exemple, où l'on ſuppoſe qu'on a pris un Dix & un Sept, en ôtant 10 de 26, il reſte 16, & en ôtant 7 de 26, il reſte 19, & en ajoûtant enſemble les deux reſtes 16, 19, on a 35 pour leur ſomme, laquelle étant ôtée de 52, il reſte 17 pour le nombre des points des deux cartes qu'on a tirées.

On fera la même choſe avec un Jeu de Piquet, compoſé de 36 cartes, ou ſeulement de 32 cartes.

Mais pour cacher encore mieux l'artifice, au lieu de la moitié 26 de toutes les cartes, quand il y en a 52, prenez un autre nombre moindre, mais plus grand que 10, comme 24, duquel ôtant 10 &

Digitized by Google

7, il reſte 14 & 17, dont la ſomme 31 étant ôtée de la ſomme 52 de toutes les cartes, il reſte 21, d'où vous ôterez encore 4, qui eſt le double de l'excès de 26 ſur 24, pour avoir au reſte 17 le nombre des points des deux cartes qu'on a tirées, ſçavoir, du Dix & du Sept.

Quand on ſe ſervira d'un Jeu de Piquet, compoſé de 36 cartes, au lieu de la moitié 18 du nombre 36 de toutes les cartes, on prendra pareillement un nombre moindre, comme 16, duquel ôtant 10 & 7, il reſte 6 & 9, dont la ſomme 15 étant ôtée du nombre 36 de toutes les cartes, il reſte 21, d'où vous ôterez encore 4, qui eſt le double de l'excès de 18 ſur 16, pour avoir au reſte 17 le nombre des points des deux cartes qui ont été tirées.

Pareillement, ſi le Jeu de Piquet n'eſt que de 32 cartes, au lieu de la moitié 16 du nombre 32 de toutes les cartes, on prendra un nombre moindre tel que l'on voudra, pourvû qu'il ſoit plus grand que 10, comme 14, duquel ôtant 10 & 7, il reſte 4 & 7, dont la ſomme 11 étant ôtée de 32, il reſte 21, d'où il faut encore ôter 4, qui eſt le double de l'excès de 16 ſur 14, pour avoir au reſte 17 le nombre des points du Dix & du Sept qu'on a tiré.

PROBLEME XXXVIII.

Deviner le nombre de tous les points qui ſont en trois cartes, qu'on aura tirées à volonté d'un Jeu de cartes.

I.

POur réſoudre ce Problême comme le précédent, en ſuivant la voye la plus courte, il faut que le nombre des cartes dont le Jeu eſt compoſé, ſoit

Digitized by Google

soit divisible par 3 ; ainsi le Jeu de 52 cartes, & celui de 32 cartes ne sont pas si convenables : celui de 36 cartes convient mieux, parce que 36 a pour troisiéme partie 12, qui nous servira pour résoudre la Question en cette sorte.

Dites à celui qui aura tiré à volonté trois cartes d'un Jeu de Piquet, composé de 36 cartes, d'ajoûter à chacune de ses cartes autant d'autres cartes que le nombre de ses points sera au dessous de 11, qui est le tiers du nombre de toutes les cartes diminué de l'unité, en donnant, comme dans le Problême précédent, à chaque carte figurée tel nombre qu'on voudra. Comme si la premiére carte est un Neuf, on y ajoûtera 2 cartes ; si la seconde carte est un Sept, on y ajoûtera 4 cartes, & si la troisiéme carte est un Six, on y ajoûtera 5 cartes, ce qui fait en tout 14 cartes qu'on a tiré du jeu ; de sorte que dans cet exemple il restera 22 cartes de tout le Jeu. Prenant donc les cartes qui restent du Jeu, & trouvant qu'il en reste 22, ce nombre 22 fera connoître le nombre de tous les points des trois cartes qu'on aura tirées.

Ou bien sans toucher aux cartes, & pour mieux cacher l'artifice, faites ôter de 12, qui est le tiers du nombre 36 de toutes les cartes, le nombre des points de chacune des trois cartes qu'on a prises, & faites ajoûter ensemble les trois restes, pour avoir leur somme, que vous devez demander, afin de l'ôter du nombre de toutes les cartes, c'est-à-dire, de 36 ; car le nombre qui restera, sera celui qu'on cherche.

Comme dans cet exemple, où l'on a supposé qu'on a pris un Neuf, un Sept & un Six, ôtant 9 de 12, il reste 3 ; ôtant 7 de 12, il reste 5 ; enfin ôtant 6 de 12, il reste 6, & ajoûtant ensemble les

Digitized by Google

trois restes 3, 5, 6, on a 14 pour leur somme laquelle étant ôtée de 36, il reste 22 pour le nombre des points des trois cartes qui ont été tirées.

II.

Pour mieux encore cacher l'artifice, & pour appliquer la régle à un Jeu de plus ou de moins de 36 cartes, comme de 52 cartes, servez-vous d'un nombre plus grand que 10, & moindre que 17, tiers de 52, par exemple, de 15 : & dites à celui qui aura tiré les trois cartes, d'ajoûter à chacune de ses cartes autant d'autres cartes que le nombre de ses points sera au dessous de 15, comme si la premiére carte est un Neuf, on y ajoûtera 6 cartes, si la seconde carte est un Sept, on y ajoûtera 8 cartes, & si la troisiéme carte est un Six, on y ajoûtera 9 cartes, ce qui sera en tout 26 cartes; de sorte que dans cet exemple il restera de tout le Jeu 26 cartes. Prenant donc les cartes qui restent du Jeu, & trouvant qu'il en reste 26, ôtez de 26 le nombre 4, qui est l'excès de 52, nombre de toutes les cartes sur le triple de 15, augmenté de 3, c'est-à-dire, sur 48, & le reste 22 sera le nombre de tous les points des trois cartes qui auront été tirées du Jeu.

Ou bien sans toucher aux cartes, faites ôter le nombre des points de chacune des trois cartes qui auront été prises de 16, qui surpasse de l'unité le premier nombre 15, & faites ajoûter ensemble tous les restes, pour avoir leur somme, que vous devez demander, afin de l'ôter du nombre précédent 48; car le reste sera le nombre de tous les points des trois cartes qu'on aura prises.

Comme dans cet exemple, où l'on suppose qu'on a pris un Neuf, un Sept & un Six, en ôtant 9 de 16, il reste 7; ôtant 7 de 16, il reste 9; en-

Digitized by Google

fin ôtant 6 de 16, il reste 10, & ajoûtant ensemble les trois restes 7, 9, 10, on a 26 pour leur somme, laquelle étant ôtée de 48, il reste 22 pour le nombre des points des trois cartes qui ont été prises.

Mais si vous voulez vous servir d'un Jeu composé de 36 cartes, & prendre un nombre plus grand que 10, comme 15, après avoir ajoûté les cartes, qui feront au nombre de 26, comme vous avez vû, ôtez 26 de 36, nombre de toutes les cartes, ajoûtez au reste 10 ce nombre 12, qui est l'excès du triple de 15, augmenté de 3, c'est-à-dire, de 48 sur le nombre 36 de toutes les cartes, & la somme 22 sera le nombre des points qu'on cherche. Au lieu de 12, il faut ajoûter 16, pour un Jeu de Piquet de 32 cartes, parce qu'ôtant 32 de 48, il reste 16.

III.

A l'imitation de ce Problême & du précédent, il sera aisé de résoudre la Question pour quatre cartes qu'on aura tirées, & pour un plus grand nombre.

REMARQUES.

De quelque maniére qu'on exécute ce Problême, soit avec un Jeu entier de cartes, ou avec un Jeu qui ne soit point entier, soit qu'on tire du Jeu trois cartes ou davantage, soit enfin qu'après avoir tiré du Jeu un certain nombre de cartes, on fasse accomplir 15, ou quelqu'autre nombre, comme 14, 13, 16, &c. selon ce qui a été dit dans l'article II. Voici la régle générale qu'on doit suivre.

Multipliez le nombre que vous faites accomplir par le nombre des cartes choisies; ajoûtez au

Digitized by Google

produit ce même nombre des cartes choisies, & ôtez cette somme du nombre des cartes du Jeu dont on se sera servi, comme de 52, si le Jeu est entier, ou de 36, s'il n'est point entier, &c. le reste sera le nombre qu'il faudra ôter des cartes qui seront restées de tout le Jeu. Le nombre des cartes restées après cette dernière soustraction, exprimera le nombre des points des cartes choisies.

Exemple.

Supposé qu'on ait choisi dans un Jeu entier 4 cartes, dont les points soient 3, 5, 7, 10; & qu'on ait fait accomplir les points de chacune jusqu'à 11, il faut multiplier 11 par 4, nombre des cartes choisies; & ajoûter au produit 44 le même nombre 4; la somme sera 48, que vous ôterez de 52, nombre des cartes du Jeu entier, il restera 4, qu'il faudra ôter de 29, nombre des cartes qui seront restées du Jeu, après que celui qui aura choisi les quatre cartes en aura tiré 8, pour accomplir 11 avec les 3 points de la premiére carte, 6 pour accomplir 11 avec les 5 points de la seconde carte, 4 pour accomplir 11 avec les 7 points de la troisiéme carte; & 1 pour accomplir 11 avec les 10 points de la quatriéme: toutes ces cartes 8, 6, 4, 1, avec les 4 choisies, font 23, qui étant ôtez de 52, donnent pour reste 29. Ayant donc ôté 4 de 29, le reste 25 marquera la somme des points des quatre cartes choisies, 3, 5, 7, 10.

Si après avoir ôté du nombre des cartes du Jeu proposé la somme composée du nombre des cartes choisies, & du produit de ce même nombre des cartes choisies par le nombre qu'on a fait accomplir, il ne reste rien, le nombre des cartes res-

Digitized by Google

tées de tout le Jeu, exprimera le nombre des points des cartes choisies.

Exemple.

Qu'on ait choisi dans un Jeu entier trois cartes, dont les points soient 1, 3, 4, 7, & qu'on les ait fait accomplir jusqu'à 12, il faut multiplier 12 par 4 nombre des cartes choisies, & ajoûter au produit 48 le même nombre 4, la somme sera 52 égale au nombre des cartes du Jeu entier. Comme il ne reste rien, c'est une marque que le nombre des points des cartes choisies sera exprimé par le nombre des cartes restantes, qui est 15. Car pour accomplir 12 avec 1 point de la premiére carte, il faut 11 cartes; pour accomplir 12 avec les trois points de la seconde carte, il faut 9 cartes; pour accomplir 12 avec les 4 points de la troisiéme carte, il faut 8 cartes : enfin pour accomplir 12 avec les 7 points de la quatriéme carte, il faut 5 cartes. Toutes ces cartes 11, 9, 8, 5, avec les 4 choisies, font 37, qui étant ôté de 52, donnent pour reste 15, nombre des points des cartes choisies 1, 3, 4, 7.

Si la somme composée du nombre des cartes choisies, & du produit de ce même nombre par le nombre qu'on a fait accomplir, se trouve plus grande que le nombre des cartes du Jeu proposé, alors il faut soustraire de cette somme le nombre des cartes du Jeu proposé, & le reste sera un nombre qu'il faudra ajoûter au nombre des cartes restées, pour avoir le nombre des points des cartes choisies.

Exemple.

Si l'on avoit choisi dans un Jeu de trente-six cartes 4 cartes, dont les points fussent 4, 7,

Digitized by Google

9, & qu'on ſe proposât d'accomplir ces points jusqu'à 15 avec le nombre des cartes qu'on auroit tiré du Jeu, il faudroit multiplier 15, nombre qu'on a fait accomplir, par 3 nombre des cartes choisies, le produit est 45, auquel on ajoûtera 3, nombre des cartes choisies. La ſomme 48 est plus grande que 36, nombre des cartes du Jeu proposé : il faut donc ôter 36 de 48, le reste 12 doit être ajoûté au nombre des cartes restées, qui est 8; car on a dû tirer du Jeu proposé 11 cartes, pour accomplir 15 avec les 4 points de la premiére carte, 8 pour accomplir 15 avec les 7 points de la deuxiéme carte, & 6 pour accomplir 15 avec les 9 points de la troisiéme carte : toutes ces cartes 11, 8, 6 avec les 3 choisies, font 28, qui étant ôtés de 36 nombre des cartes du Jeu proposé, donnent pour reste 8. Ayant donc ajoûté ces 8 cartes avec les 12, différence de 48, ſomme trouvée, à 36, nombre des cartes du Jeu proposé, on aura 20 pour le nombre des points des cartes choisies 4, 7, 9

Il faut obſerver, 1°. qu'on peut faire accomplir tel nombre qu'on voudra, en comptant les points de chaque carte jusqu'à ce nombre : il n'est pas même néceſſaire de faire accomplir le même nombre avec les points des cartes choisies. Par exemple, on peut, avec les points de trois cartes choisies, faire accomplir trois différens nombres, comme 13, 14, 15; alors on ajoûtera enſemble ces trois nombres, que l'on augmentera de 3 nombre des cartes choisies, & l'on achevera le reste, comme on a dit.

Il faut 2°. prendre garde qu'il peut arriver que la ſomme des nombres qui vient, lorſqu'on a fait accomplir, est ſi grande qu'il n'y aura point aſſez de cartes dans le Jeu proposé pour les en tirer.

Digitized by Google

Néanmoins on réſoudra le Problême, ſi on ſçait de combien le nombre des cartes qu'on devroit retirer ſurpaſſe celui des cartes du Jeu propoſé. Par exemple, ſi le nombre des cartes du Jeu propoſé étoit 36, qu'on eût fait accomplir 15, & que les trois cartes choiſies fuſſent 2, 3, 4, il eſt certain qu'on ne pourroit pas retirer de 36 toutes les cartes, lorſqu'on auroit fait accomplir 15 avec tous les points de chacune des cartes; car il faudroit prendre 13 cartes pour accomplir 15 avec 2 points de la premiére carte, 12 pour la ſeconde, & 11 pour la troiſiéme; mais ces trois nombres 13, 12, 11, avec 3, nombre des cartes choiſies, font 39, qui eſt plus grand que 36. Il faudra donc ſçavoir que 39 ſurpaſſe 36 de 3 : alors on ôtera ces excès 3 de 12, autre excès de 36, nombre des cartes du Jeu propoſé a 48 ſomme de 3, nombre des cartes choiſies, & du produit de ce même nombre 3 par 15, nombre qu'on a fait accomplir; & le reſte 9 eſt le nombre des points des trois cartes choiſies 2, 3, 4. Conſultez Bachet dans ſes *Problêmes plaiſans & délectables*, où vous trouverez des démonſtrations de pluſieurs Problêmes qu'on propoſe dans ces Problêmes d'Arithmétique.

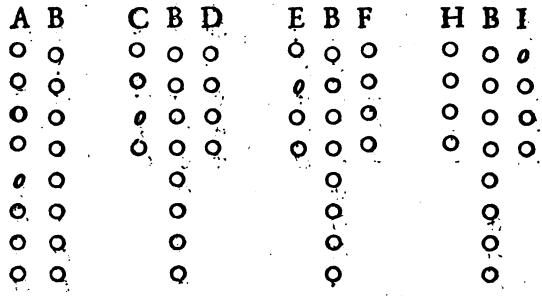
PROBLEME XXXIX.

De 16 jettons, deviner celui que quelqu'un aura penſé.

IL faut diſpoſer ces jettons en deux rangs, en ſorte qu'il y en ait 8 en l'un & 8 en l'autre, comme on le voit dans la figure ſuivante. Enſuite il faut demander à celui qui aura penſé un jetton dans quel rang il eſt. S'il répond qu'il eſt dans le

Digitized by Google

rang A, levez les jettons de la rangée A, & disposez-les en deux rangées, dont l'une contiendra 4 jettons, & la seconde 4 autres, comme vous voyez en C & D, ayant laissé la rangée B sans y toucher. Demandez encore en quel rang est le



jetton pensé. Si on dit qu'il est dans le rang C, levez le rang C & le rang D, de maniére que les jettons d'un rang ne soient point confondus avec les jettons de l'autre rang, & faites-en deux autres rangs, comme vous voyez en E & F; mais en les rangeant, faites que les jettons du rang C soient posez de côté & d'autre du rang B, en sorte que le premier du rang C soit le premier du rang E, le second du rang C, soit le premier du rang F, & le troisiéme du rang C, soit le second du rang E, puis le quatriéme du rang C, soit le second du rang F, &c. Demandez encore en quel rang se trouve le jetton pensé; & si on vous dit qu'il est dans le rang E, levez encore les jettons comme on vient de le dire, & disposez-les de la même façon. Demandez enfin en quel rang est le jetton pensé, il doit occuper la premiére place du rang où l'on aura dit qu'il se trouve : comme dans cette figure, où le jetton italique est le premier de son rang.

Digitized by Google

REMARQUE.

Il seroit plus aisé d'exécuter ce Problême avec des cartes, & on couvriroit davantage l'artifice, en battant les cartes, après avoir reconnu celle qui aura été pensée, & en les comptant pour la découvrir.

PROBLEME XL.

Du Jeu de l'Anneau.

CE Jeu se peut pratiquer agréablement dans une compagnie composée de plusieurs personnes, dont le nombre ne doit pas être plus grand que 9, afin d'y pouvoir plus facilement appliquer le Problême XXI.* On fera valoir 1 la premiére personne, 2 la seconde, 3 la troisiéme, & ainsi de suite. On fera aussi valoir 1 la main droite, & 2 la main gauche. On donnera pareillement 1 au premier doigt d'une main, 2 au second, 3 au troisiéme, 4 au quatriéme, 5 au cinquiéme. Enfin on donnera 1 à la premiére jointure, 2 à la seconde, & 3 à la troisiéme. Cela étant imaginé, si l'on fait mettre à l'une de ces personnes, par exemple, à la cinquiéme, un Anneau à la premiére jointure du quatriéme doigt de sa main gauche, il est évident que pour deviner la personne qui aura pris cet Anneau ou Bague, & dire en quelle main, en quel doigt & en quelle jointure il est, il n'y a qu'à deviner ces quatre nombres 5, 1, 4, 2, le premier 5 représentant la cinquiéme personne, le second 1 la premiére jointure, le troisiéme 4 le quatriéme doigt, & le quatriéme 2 la main gauche. Ce qui se fera en suivant la derniére méthode du Problême XXI.* comme vous allez voir.

* page 163. art. IV.

Digitized by Google

Otant 1 de 10, double du premier nombre 5, & multipliant le reſte 9 par 5, on a 45, auquel ajoûtant le ſecond nombre 1, on a cette ſomme 46, à laquelle ſi on ajoûte 5, on a cette ſeconde ſomme 51, dont le double eſt 102, d'où ôtant 1, il reſte 101, qui étant multiplié par 5, produit 505, auquel ajoûtant le troiſiéme nombre 4, on a cette ſomme 509, à laquelle ajoûtant encore 5, on a cette ſeconde ſomme 514, dont le double 1028 étant diminué de 1, & le reſte 1027 étant multiplié par 5, produit 5135, auquel ajoûtant le quatriéme nombre 2, on a cette ſomme 5137, à laquelle ajoûtant 5, on a cette ſeconde ſomme 5142, dont les quatre figures repréſentent les quatre nombres qu'on cherche, & font connoître par conſéquent que l'Anneau eſt dans la premiére jointure du quatriéme doigt de la main gauche de la cinquiéme perſonne.

Autre maniére.

On prendra pour premiére perſonne celle qui eſt le plus à main gauche, comme cela ſe fait ordinairement, pour la ſeconde celle qui eſt après, pour troiſiéme celle qui eſt enſuite, & ainſi des autres. On ne fera point d'autre diſtinction entre les deux mains, que d'obſerver le même ordre en comptant pour premier doigt le petit doigt de la main droite, & pour le dixiéme le petit doigt de la main gauche, ou d'une autre façon, ſuivant qu'on le trouvera plus commode. Enfin on diſtinguera par ordre les trois jointures de chaque doigt, en commençant par celle qui eſt la plus proche de la racine du doigt, ou par celle qui eſt la plus proche du bout du doigt. Cependant comme il ſemble qu'il n'y a que deux jointures au pouce, il ſeroit peut-

Digitized by Google

être plus à propos de compter ces jointures par celle qui eſt la plus près de l'extrêmité du doigt, & d'avertir qu'on commencera à compter par celle-là.

Cela étant ſuppoſé, dites que l'on double le nombre qui convient à la perſonne qui a la Bague, & que l'on ajoûte 5 à ce double ; dites enſuite qu'on multiplie le tout par 5, & que l'on ajoûte à ce produit le nombre qui convient au doigt : cela étant fait, dites encore que l'on multiplie cette ſomme par 10, & que l'on ajoûte au produit le nombre qui convient à la jointure où eſt la Bague. Demandez enfin la ſomme de ces nombres.

Si vous ôtez ſecretement de cette ſomme le nombre 250, le reſte exprimera par les centaines le nombre de la perſonne qui a la Bague, par les dixaines le quantiéme des doigts, & par les unitez la jointure du doigt.

Exemple.

Je ſuppoſe que la ſeptiéme perſonne de la compagnie ait la Bague au neuviéme doigt, c'eſt-à-dire, au doigt annulaire de la main gauche, & à la deuxiéme jointure de ce doigt. Faites doubler 7, le double ſera 14, auquel vous ferez ajoûter 5, la ſomme ſera 19 : faites multiplier ces 19 par 5, le produit ſera 95 ; auſquels faiſant ajoûter le nombre 9 qui convient au doigt, il viendra 104. Faites multiplier ce nombre 104 par 10, on aura pour produit 1040, auſquels faiſant ajoûter 2, qui convient à la jointure, la ſomme ſera 1042 ; vous demanderez cette ſomme, & quand vous la ſçaurez vous en ôterez ſecretement 250, il reſtera 792, dont le 7 exprimera la ſeptiéme perſonne qui a la Bague, le 9 marquera que c'eſt au neuviéme doigt, & le 2 fera voir que c'eſt à la deuxiéme jointure.

Digitized by Google

REMARQUE.

S'il y avoit un zero au rang des dixaines, ce seroit une marque que la Bague se trouveroit au dixiéme doigt : alors il faudroit ôter 1 du nombre des centaines, & le reste marqueroit le nombre qui convient à la personne qui auroit la Bague.

PROBLEME XLI.

Plusieurs cartes étant disposées en divers rangs, deviner celle que quelqu'un aura pensé.

ON prend ordinairement quinze cartes, que l'on dispose en trois rangs, de maniére qu'il y en ait cinq en chaque rang. 1°. Les cartes étant ainsi rangées, & ayant demandé à celui qui en aura pensé une, en quel rang elle se trouve ; ramassez chaque rang, & rassemblez-les en mettant dans le milieu celui où se trouvera la carte pensée. 2°. Disposez encore toutes les cartes en trois rangs, mettant la premiére, c'est-à-dire, celle de dessus, au premier rang, la suivante au second rang, la troisiéme au troisiéme rang, la quatriéme au premier rang, la cinquiéme au second rang, & les autres de la même maniére, jusqu'à ce qu'elles soient toutes rangées. Puis ayant encore demandé en quel rang est la carte pensée, vous ramasserez, comme auparavant, chaque rang, & les rassemblerez, en mettant au milieu celui où se trouve la carte pensée. 3°. Vous rangerez encore les cartes de la même maniére qu'on vient de faire, & ayant demandé en quel rang se trouve la carte pensée, vous serez assuré qu'elle sera la troisiéme de ce même rang. 4°. Ayant reconnu la carte pensée, vous pou-

Digitized by Google

vez ramaſſer les rangs, en mettant encore au milieu celui où eſt la carte penſée ; pour lors elle ſe trouvera au milieu des quinze cartes, & de quelque côté que l'on commence à compter, elle ſe trouvera la huitiéme. On peut auſſi, après avoir reconnu la carte penſée, mêler les cartes, & montrer la carte penſée, en les découvrant l'une après l'autre.

REMARQUES.

On peut faire ce même Jeu avec un autre nombre de cartes, & en pluſieurs façons différentes. On prendra, par exemple, ſeize cartes, que l'on diſpoſera en quatre rang, & à chaque rang on mettra quatre cartes. Après avoir ſçû en quel rang eſt la carte penſée, on levera les rangs ; on retiendra dans ſa mémoire celui où eſt la carte penſée, & on rangera les cartes de la maniére qu'on l'a dit, en ſorte que les cartes des rangs précédens ſe ſéparéront, & que chacune ſe trouvera dans un autre rang : je veux dire que la premiére, ou celle de deſſus les cartes levées, ſe trouvera au premier rang, la ſuivante ſe trouvera au ſecond rang, la troiſiéme au troiſiéme rang, & la quatriéme au quatriéme rang. Ainſi les quatre cartes qui étoient enſemble dans la diſpoſition précédente, ſe trouveront dans les quatre rangs dans cette ſeconde diſpoſition. Par conſéquent, ſi l'on avoit mis le rang où ſe trouvoit la carte penſée au deſſus des autres, on ſeroit aſſuré que cette carte eſt la prémiére dans l'un des rangs de cette ſeconde diſpoſition. Il ſera donc très-aiſé de la deviner, quand on aura demandé en quel rang elle ſe trouve dans cette ſeconde diſpoſition, puiſqu'elle eſt infailliblement la premiére.

Digitized by Google

Mais si le rang où se trouvoit la carte dans la premiére disposition, avoit été mis au dessous du premier des rangs levez, cette même carte se trouveroit la seconde dans l'un des rangs de la deuxiéme disposition. On juge bien qu'elle se trouveroit la troisiéme dans la seconde disposition, si le rang où elle se trouvoit en premier lieu, avoit été mis dans la troisiéme place des rangs levez, & qu'elle se trouveroit la quatriéme de l'un des rangs de la seconde disposition, si ce rang levé avoit été mis à la quatriéme place des rangs levez.

PROBLEME XLII.

Ayant un Vase rempli de huit pintes de quelque liqueur, en mettre justement la moitié dans un autre Vase de cinq pintes, par le moyen d'un troisiéme Vase contenant trois pintes.

ON propose ordinairement cette Question de la sorte : Quelqu'un ayant une Bouteille pleine de 8 pintes d'excellent vin, en veut faire présent de la moitié, ou de quatre pintes, à un de ses amis : mais pour la mesurer il n'a que deux autres Bouteilles, dont l'une contient 5 pintes, & l'autre 3. On demande comment il doit faire pour mettre quatre pintes dans la Bouteille qui en contient cinq.

Pour le sçavoir, appellons A la Bouteille de 8 pintes, B celle de 5, & C celle de 3, en supposant qu'il y a 8 pintes de vin dans la Bouteille A, & que les deux autres B, C, soient vuides, comme vous voyez en D. Ayant rempli la Bouteille B du vin de la Bouteille A, où il ne restera plus que 3 pintes, comme vous voyez en E, remplissez

Digitized by Google

la Bouteille C du vin de la Bouteille B, où par conséquent il ne restera plus que 2 pintes, comme vous voyez en F. Après cela versez le vin de la Bouteille C dans la Bouteille A, où par conséquent il y aura 6 pintes, comme vous voyez en G, & versez les 2 pintes de la Bouteille B dans la Bouteille C, où il y aura 2 pintes, comme vous voyez en H. Enfin ayant rempli la Bouteille B du vin de la Bouteille A, où il restera seulement 1 pinte, comme, comme vous voyez en I; achevez de remplir la Bouteille C du vin de la Bouteille B, où il restera 4 pintes, comme vous voyez en K, & ainsi la Question se trouvera résolue.

	8.	5.	3.
	A.	B.	C.
D.	8.	0.	0.
E.	3.	5.	0.
F.	3.	2.	3.
G.	6.	2.	0.
H.	6.	0.	2.
I.	1.	5.	2.
K.	1.	4.	3.

REMARQUE.

Si au lieu de faire rester les quatre pintes de vin dans la Bouteille B, vous voulez qu'elles restent dans la Bouteille A, que nous avons supposé remplie de huit pintes, rempliſſez la Bouteille C du vin qui est dans la Bouteille A, où alors il ne restera plus que 5 pintes, comme vous voyez en D, & versez les trois pintes de la Bouteille C, dans la Bouteille B, où il y aura par conséquent 3 pintes de vin, comme vous voyez en E. Puis ayant rempli la Bouteille C du vin de la Bouteille A, où il ne restera

	8.	5.	3.
	A.	B.	C
	8.	0.	0.
D	5.	0.	3.
E.	5.	3.	0.
F.	2.	3.	3.
G.	2.	5.	1.
H.	7.	0.	1.
I.	7.	1.	0.
K.	4.	1.	3.

Digitized by Google

plus que 2 pintes, comme vous voyez en F; achevez de remplir la Bouteille B du vin qui eſt dans la Bouteille C, où il ne reſtera plus qu'une pinte, comme vous voyez en G. Enfin ayant verſé le vin de la Bouteille B dans la Bouteille A, où il ſe trouvera 7 pintes, comme vous voyez en H, verſez la pinte de vin, qui eſt en C, dans la Bouteille B, où il y aura par conſéquent 1 pinte, comme vous voyez en I, & rempliſſez la Bouteille C du vin de la Bouteille A, où il ne reſtera que 4 pintes, comme il étoit propoſé, & comme vous voyez en K.

PROBLEME XLIII.

Une perſonne a une Bouteille de douze pintes pleine de vin: il en veut donner ſix pintes au Frere Queſteur; il n'a pour les meſurer que deux autres Bouteilles, l'une de ſept pintes, & l'autre de cinq. Que doit il faire pour avoir les ſix pintes dans la Bouteille de ſept pintes?

CE Problême eſt la même choſe que le précédent; on l'exécutera auſſi de de la même maniére. Soit nommé D la Bouteille de douze pintes, S celle de ſept pintes, & C celle de cinq pintes. La Bouteille D eſt pleine, & les deux autres S, C, ſont vuides, comme on voit en G. Rempliſſez la Bouteille C, du vin qui eſt en D, & la Bouteille D ne contiendra plus que 7 pintes, comme on voit en H. Puis verſez dans S le vin que contient la Bouteille C, qui demeurera vuide, & la Bouteille S contiendra 5 pintes, comme on voit en I. Enſuite ayant rempli C avec le vin qui eſt en D, la Bouteille D ne contiendra plus que 2 pintes, la Bouteille

Digitized by Google

Bouteille S en contiendra 5, & la Bouteille C sera pleine, comme on voit en K : après cela versez de la Bouteille C du vin dans la Bouteille S pour la remplir, & la Bouteille D ne contiendra encore que deux pintes, la Bouteille S en contiendra sept, & la Bouteille C n'en contiendra plus que trois, comme on voit en L. Cela étant fait, vuidez S en D, & C en S, & il y aura neuf pintes en D, trois pintes en S, & C sera vuide, comme on le voit en M. Ensuite rempliſſez C de la Bouteille D, & de C versez en S pour la remplir ; alors il y aura quatre pintes en D, sept pintes en S, & une pinte en C, comme vous voyez en N. Cela fait, remettez les sept pintes de S dans D, & la pinte de C dans S, & C contiendra onze pintes, S en contiendra une, & C sera vuide, comme on le voit en P. Enfin ayant rempli de la Bouteille D la Bouteille C, qui contient cinq pintes, & ayant versé ces cinq pintes de C dans la Bouteille S, qui en contient déja une, on trouvera que D contient six pintes, & que S en contient auſſi six ; ainsi on eſt parvenu à ce qu'on souhaitoit.

	12.	7.	5.	
	D.	S.	C.	
G.	12.	0.	0.	
H.	7.	0.	5.	
I.	7.	5.	0.	
K.	2.	5.	5.	
L.	2.	7.	3.	
M.	9.	3.	0.	
N.	4.	7.	1.	
P.	11.	1.	0.	
Q.	6.	6.	0.	

Digitized by Google

PROBLEME XLIV.

Partager à trois perſonnes vingt-un tonneaux, dont il y en a ſept vuides, ſept pleins, & ſept demi pleins; de telle maniére que ces trois perſonnes ayent autant de tonneaux & de vin l'une que l'autre.

CEtte Queſtion peut être réſolue en deux maniéres. On voit d'abord que chacune de ces perſonnes doit avoir ſept tonneaux. On peut partager 7 en 3 parties, 2, 2, 3, qui priſes enſemble font 7. Ces trois nombres ſervent à la premiére ſolution de la Queſtion.

Premiére Solution.

Le premier de ces nombres 2 doit être appliqué à la premiére perſonne, qui prendra 2 tonneaux pleins, 2 tonneaux vuides, & par conſéquent 3 à moitié pleins, pour en avoir 7. Le ſecond nombre 2 s'appliquera à la deuxiéme perſonne, qui prendra, comme la premiére, 2 tonneaux pleins, 2 vuides, & 3 demi pleins. Enfin le troiſiéme nombre 3 s'appliquera à la troiſiéme perſonne, qui prendra 3 tonneaux pleins, 3 tonneaux vuides, & 1 tonneau demi plein, pour en avoir 7. De cette maniére, ces trois perſonnes auront autant de tonneaux & de vin l'une que l'autre.

	pleins.	*vuides.*	$\frac{1}{2}$ *pleins.*
1e. Perſ.	2	2	3
2e. Perſ.	2	2	3
3e. Perſ.	3	3	1

Digitized by Google

Le même nombre 7 peut être encore partagé en 3 autres parties, 3, 3, 1, qui prises ensemble font 7. Ces trois nombres servent à la deuxiéme solution de la Question.

Deuxiéme Solution.

Le premier de ces nombres 3 s'appliquera à la premiére personne, qui prendra 3 tonneaux pleins, 3 vuides, & 1 à moitié plein, pour en avoir sept. Le deuxiéme nombre 3 s'appliquera à la seconde

	pleins.	*vuides.*	$\frac{1}{2}$ *pleins.*
1e. Pers.	3	3	1
2e. Pers.	3	3	1
3e. Pers.	1	1	5

personne, qui prendra ses tonneaux comme la premiére personne. Enfin le troisiéme nombre 1, s'appliquera à la troisiéme personne, qui prendra un tonneau plein, un tonneau vuide, & cinq à moitié pleins, pour en avoir sept. Ainsi ces trois personnes auront autant de tonneaux & de vin l'une que l'autre.

On a mis ici deux Tables, que l'on peut distinguer en colonnes perpendiculaires, & en colomnes horisontales. Les colomnes perpendiculaires marquent la qualité des tonneaux qui doivent être distribuez à chacune des trois personnes, & les colomnes horisontales ou transversales marquent la quantité des tonneaux, eu égard à leur qualité, qui doivent être distribuez à chaque personne.

Il est évident que les trois personnes ont chacune 7 tonneaux, comme il paroît en ajoûtant ensem-

Digitized by Google

ble les nombres qui ſe trouvent dans une colomne horiſontale, & qui appartiennent à une ſeule perſonne. Il eſt aiſé de reconnoître qu'elles ont autant de vin l'une que l'autre, en ajoûtant les tonneaux pleins, avec la moitié des tonneaux demi pleins d'une part, & les tonneaux vuides avec la moitié reſtante des tonneaux demi pleins, ou plûtôt demi vuides d'autre part pour la même perſonne. On fera la même obſervation ſur les exemples & les Tables ſuivantes.

REMARQUES.

La régle générale pour réſoudre ces ſortes de Queſtions, eſt de diviſer le nombre des tonneaux par le nombre des perſonnes. Si le quotient n'eſt pas un nombre entier, la Queſtion eſt impoſſible : mais ſi le quotient eſt un nombre entier, il faut partager ce quotient en autant de parties qu'il y a de perſonnes, avec cette condition, que chacune de ces parties ſera plus petite que la moitié du quotient trouvé. Chaque perſonne prendra autant de tonneaux vuides que pleins.

S'il étoit propoſé de partager 21 tonneaux à 4 perſonnes, la Queſtion ſeroit impoſſible, puiſqu'on ne peut diviſer exactement 21 par 4. * Mais ſi on propoſoit de partager à 4 perſonnes 24 tonneaux, avec les mêmes conditions ci-deſſus, la Queſtion eſt très-poſſible ; car diviſant 24 par 4, il vient au quotient 6, qui eſt un nombre entier, & 6 peut être diviſé en ces quatre parties 2, 2, 1, 1, qui ſerviront à la ſolution de la Queſtion propo-

* Pour partager également à quatre perſonnes 21 tonneaux, il faudroit en donner $5\frac{1}{4}$ à chacune. On ne peut ainſi briſer un tonneau en pluſieurs piéces.

Digitized by Google

ſée, ſelon la Table qu'on a ajoûté ici, où l'on voit

	pleins.	*vuides.*	$\frac{1}{2}$ *pleins.*	$\frac{1}{2}$ *vuides.*
1e. Perſ.	2	2	1	1
2e. Perſ.	2	2	1	1
3e. Perſ.	1	1	2	2
4e. Perſ.	1	1	2	2

que les quatre perſonnes ont autant de tonneaux & de vin l'une que l'autre.

Cette Queſtion n'a qu'une ſeule ſolution, parce que le nombre 6 ne peut être partagé en 4 autres parties, telles que la plus petite ſoit moindre que la moindre que la moitié de lui-même.

On peut encore partager 27 tonneaux à trois perſonnes, avec les mêmes conditions que l'on a ſuppoſé dans les autres exemples : car 27 peut être exactement diviſé par 3, & le quotient eſt 9; mais ce nombre 9 peut être diviſé en trois parties, dont chacune ſera plus petite que la moitié de lui-même : ce qui ſe peut faire en trois maniéres diffé-

	pleins.	*vuides.*	$\frac{1}{2}$ *pleins.*
1e. Perſ.	3	3	3
2e. Perſ.	3	3	3
3e. Perſ.	3	3	3

rentes : car 9 peut être premiérement partagé en ces trois parties 3, 3, 3, dont la ſomme fait 9. La Table qui eſt ci-deſſus montre ce que chacune des trois perſonnes doit avoir de tonneaux tant pleins que vuides & demi pleins.

Ce même nombre 9 peut en ſecond lieu être

Digitized by Google

diviſé en trois autres nombres 1, 4, 4, qui pris

	pleins.	*vuides.*	$\frac{1}{2}$ *pleins.*
1e. Perſ.	1	1	7
2e. Perſ.	4	4	1
3e. Perſ.	4	4	1

enſemble font 9. Les trois perſonnes ſeront partagées de la maniére qu'on le voit dans cette Table.

Enfin ce nombre 9 peut être partagé en ces trois autres nombres, 2, 3, 4, dont la ſomme eſt 9,

	pleins.	*vuides.*	$\frac{1}{2}$ *pleins.*
1e. Perſ.	2	2	5
2e. Perſ.	3	3	3
3e. Perſ.	4	4	1

& les trois perſonnes ſeront partagées comme il eſt marqué dans la Table qu'on a ici ajoûté.

On voit dans ces trois derniéres Tables que les trois perſonnes ont autant de tonneaux & de vin l'une que l'autre.

PROBLEME XLV.

Quinze Chrêtiens & quinze Turcs ſe trouvant ſur Mer dans un même Vaiſſeau, il ſurvient une furieuſe tempête. Après avoir jetté dans l'eau toutes les marchandiſes, le Pilote dit qu'il eſt encore néceſſaire d'y jetter la moitié des perſonnes. Il les fait ranger de ſuite, & en comptant de neuf en neuf, il jette chaque neuviéme dans la Mer, en recommençant à compter le premier du rang, lorſque le

Digitized by Google

rang eſt fini : il ſe trouve qu'après avoir jetté quinze perſonnes, les quinze Chrétiens ſont reſtez. Comment a-t'il diſpoſé les trente perſonnes pour ſauver les Chrétiens ?

LA diſpoſition de ces trente perſonnes ſe tirera de ces deux vers François.

Mort, tu ne failliras pas,
En me livrant le trépas.

Il ſuffit de faire attention aux voyelles A, E, I, O, U, qui ſe trouvent dans les ſyllabes des mots qui compoſent ces deux Vers. On doit ſuppoſer que A vaut 1, E vaut 2, I vaut 3, O vaut 4, & U vaut 5. On commencera à ranger des Chrétiens, puis des Turcs, & ainſi de ſuite, en mettant alternativement des Chrétiens & des Turcs, juſqu'à ce qu'on ait rangé les trente perſonnes. Cela étant ſuppoſé, l'O, qui eſt dans la premiére ſyllabe (Mort) fait connoître qu'on doit ranger d'abord 4 Chrétiens ; l'U, qui eſt dans la ſeconde ſyllabe (tu) montre qu'on doit ranger enſuite 5 Turcs ; l'E, qui eſt dans la troiſiéme ſyllabe (ne) fait voir qu'on doit diſpoſer 2 Chrétiens ; l'A de la quatriéme ſyllabe (fail) montre qu'on doit mettre enſuite 1 Turc ; l'I de la cinquiéme ſyllabe fait connoître qu'on doit ranger 3 Chrétiens, & ainſi des autres, en appliquant les voyelles de chaque ſyllabe aux nombres qu'on leur a attribué.

REMARQUE.

Au lieu des deux Vers François, on peut employer ce Vers Latin, où l'on trouve les mêmes voyelles dans le même ordre.

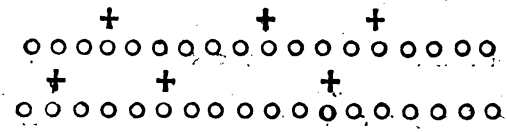
Populeam virgam mater Regina ferebat.

Digitized by Google

On donnera ici plus d'étendue à ce Problême, afin qu'il puiſſe être utile aux Capitaines, qui ayant pluſieurs Soldats à punir, ſont obligez de les faire décimer. Par ce moyen ils feront tomber le ſort ſur les plus coupables, en les rangeant de la maniére que nous allons enſeigner.

La régle eſt d'écrire autant de zeros qu'il y a de perſonnes coupables, & commençant à compter par le premier zero de marquer avec une croix le tantiéme qu'on voudra punir, & de faire la même choſe en recommençant le rang, & paſſant les zeros marquez juſqu'à ce qu'on ait marqué le nombre qu'on ſouhaite punir. Il faudra diſpoſer les Soldats de la même maniére qu'on a rangé les zeros, & mettre les plus coupables au lieu où ſe trouveront les zeros marquez de la croix.

Par exemple, ſi trente ſix Soldats ſont coupables, & qu'on en veuille punir ſix des plus coupables en les décimant, c'eſt-à-dire, en les comptant dix à dix, pour faire punir chaque dixiéme, on les rangera comme on voit ces trente-ſix zeros rangez, & on aura ſoin de faire mettre les plus coupables à la place où l'on voit des croix ſur les zeros.



Il eſt aiſé d'appliquer cette régle à quelque nombre que ce ſoit, & à quelque quantiéme qu'on veuille rejetter d'un nombre déterminé.

On prétend que c'eſt en pratiquant cette régle, que Joſephe, l'Hiſtorien Juif, reſta ſeul avec un autre, de quarante & un qu'ils étoient dans une caverne, où ils s'étoient retirez après la priſe de

Digitized by Google

Jotapata par Vespasien. L'Histoire en est assez curieuse pour la rapporter ici : je ne ferai que la copier de la Préface de Bachet sur ses *Problêmes plaisans & délectables*, après l'avoir conféré avec ce qu'en dit lui-même Josephe, dans son Histoire de la Guerre des Juifs, liv. 3. chap. 14.

Hegesippus, dit Bachet, rapporte au troisiéme livre de la Prise de Jerusalem, la mémorable « Histoire de Josephe, qui étant Gouverneur dans « la Ville de Jotapata, lorsqu'elle fut assiegée, & « un peu après emportée d'assaut par Vespasien, « fut contraint de se retirer dans *une caverne qui étoit au fond d'une fosse, où il trouva quarante braves guerriers*, pour éviter la fureur des armes « victorieuses des Romains. Mais il fut exposé à « un plus grand péril parmi les siens, que parmi les « ennemis ; car comme il eut arrêté de s'aller rendre à la discrétion du Vainqueur, ne pouvant « imaginer aucun autre moyen de se garantir de la « mort, il trouva ses Soldats saisis d'une telle frénésie, qu'ils vouloient tous mourir, & s'entre-« tuer les uns les autres plûtôt que de prendre ce « parti. Josephe s'efforça de les détourner d'une si « malheureuse entrepriſe ; mais ce fut en vain : car « rejettant tout ce qu'il put alleguer au contraire, « & persistant en leur opinion, ils en vinrent jusques-là que de le menacer, s'il ne s'y portoit « volontairement, de l'y contraindre par force, & « de commencer par lui-même l'exécution de leur « tragique dessein. Alors sans doute c'étoit fait de « sa vie, s'il n'eût eu l'esprit de se défaire de ces « furieux par l'artifice de mon vingt-troisiéme Problême : car feignant d'adhérer à leur volonté, il « se conserva l'autorité qu'il avoit sur eux, & par « ce moyen leur persuada facilement, que pour «

Digitized by Google

» éviter le désordre & la confusion qui pourroient » survenir en un tel acte, s'ils s'entretuoient à la » foule, il valoit mieux se ranger par ordre en » quelque façon, & commençant à compter par » un bout, massacrer toûjours le tantiéme (l'Au- » teur n'exprime pas le quantiéme) jusqu'à ce qu'il » n'en demeurât qu'un seul, lequel seroit obligé » de se tuer lui-même. Tous en étant demeurez » d'accord, Josephe les disposa de sorte, & choisit » pour lui une si bonne place, que la tuerie étant » continuée jusqu'à la fin, il demeura seul avec un » autre, qu'il sauva apparemment de la même ma- » niére, parce qu'il pouvoit en attendre une entié- » re & parfaite obéïssance.

Bachet nous instruit lui-même dans son vingt-troisiéme Problême de la maniére dont Josephe a pû s'y prendre pour se sauver lui-même avec un de ses compagnons. Comme il y avoit quarante Soldats avec Josephe dans cette caverne, ce qui faisoit en tout quarante & une personnes, on peut supposer qu'il ordonna que comptant de trois en trois on tueroit toûjours le troisiéme. Cela étant supposé, il est aisé de connoître par la régle, qu'il se mit le trente & uniéme, & qu'il fit mettre en la seiziéme place celui qu'il voulut sauver.

PROBLEME XLVI.

Trois choses ayant été distribuées secretement à trois personnes, deviner celle que chacune aura pris.

QUe ces trois choses soient une Bague, un Ecu & un Gant; vous vous représenterez la Bague par la lettre A, l'Ecu par E, & le Gant par I. Que les trois personnes soient Pierre, Si-

Digitized by Google

mon & Thomas ; vous les regarderez dans leur place tellement rangez, que l'un, comme Pierre, ſera le premier, Simon le ſecond, & Thomas le troiſiéme. Ayant fait ces diſpoſitions en vous-même, vous prendrez vingt-quatre jettons, dont vous donnerez un à Pierre, deux à Simon, & trois à Thomas ; vous laiſſerez les dix-huit autres ſur la table : enſuite vous vous retirerez de la compagnie, afin que les trois perſonnes ſe diſtribuent les trois choſes propoſées, ſans que vous le voyez. Cette diſtribution étant faite, vous direz que celui qui a pris la Bague prenne des dix-huit jettons qui ſont reſtez, autant de jettons que vous lui en avez donné ; que celui qui a pris l'Ecu, prenne des jettons reſtez deux fois autant de jettons que vous lui en avez donné : enfin que celui qui a pris le Gant, prenne ſur le reſte des jettons quatre fois autant de jettons que vous lui en avez donné. (Dans notre ſuppoſition Pierre en aura pris un, Simon quatre, & Thomas douze; par conſéquent il ne ſera reſté qu'un jetton ſur la table.) Cela étant fait, vous reviendrez, & vous connoîtrez par ce qui ſera reſté de jettons la choſe que chacun aura pris, en faiſant uſage de ce Vers François.

1 2 3 5 6 7
Par fer Ceſar jadis devint ſi grand Prince.

Pour pouvoir ſe ſervir des mots de ce Vers, il faut ſçavoir qu'il ne peut reſter qu'un jetton, ou 2, ou 3, ou 5, ou 6, ou 7, & jamais 4 : il faut de plus faire attention que chaque ſyllabe contient une des voyelles, que nous avons dit repréſenter les trois choſes propoſées : enfin il faut conſiderer ce Vers, comme n'étant compoſé que de ſept mots, & que la premiére ſyllabe de chaque

Digitized by Google

mot représente la première personne, qui est Pierre, & la seconde syllabe représente la seconde personne, qui est Simon. Cela bien conçû, s'il ne reste qu'un jetton, comme dans nôtre supposition, vous vous servirez du premier mot, ou plûtôt des deux premiéres syllabes, *Par fer*, dont la premiére qui contient A, fait voir que la premiére personne, ou Pierre, a la Bague représentée par A, & la seconde syllabe, qui contient E, montre que la seconde personne, ou Simon, a l'écu représenté par E; d'où vous conclurez facilement que la troisiéme personne, ou Thomas, a le Gant.

S'il restoit 2 jettons, vous consulteriez le second mot *Cesar*, dont la premiére syllabe, qui contient E, feroit connoître que la premiére personne auroit l'Ecu représenté par E, & la seconde syllabe, qui contient A, montreroit que la seconde personne auroit la Bague représentée par A; d'où il seroit aisé de conclure que la troisiéme personne auroit le Gant. En un mot, selon le nombre des jettons qui resteront, vous employerez le mot du Vers qui sera marqué du même nombre.

REMARQUES.

Au lieu du Vers François qu'on a rapporté, on peut se servir de ce Vers Latin.

1 2 3 5 6 7
Salve certa anima semita vita quies.

Ce Problême peut être exécuté un peu autrement qu'on vient de le faire, & on peut l'appliquer à plus de trois personnes: ceux qui voudront en être plus particuliérement instruits, consulte-

Digitized by Google

ront Bachet dans le vingt-cinquiéme de ſes *Problêmes plaiſans & délectables.*

PROBLEME XLVII.

Trois perſonnes ont un certain nombre d'écus. La premiére donne des ſiens aux deux autres autant qu'elles en ont chacune. Enſuite la ſeconde en donne aux deux autres autant qu'elles en ont chacune. Enfin la troiſiéme en donne aux deux autres autant qu'elles en ont chacune. Cette diſtribution étant faite, il ſe trouve que chaque perſonne a huit écus. On demande combien elles en avoient chacune.

LA premiére perſonne avoit 13 écus, la ſeconde 7, & la troiſiéme 4; ce qu'il eſt aiſé de reconnoître en diſtribuant les écus de chaque perſonne, ſuivant ce qui eſt énoncé dans le Problême.

REMARQUE.

L'Algébre donne aiſément la réſolution de ce Problême. Ceux qui commencent à l'apprendre, pourront s'exercer à la trouver, & à former d'autres Problêmes ſur ce modéle. Comme ſi la premiére perſonne donne trois fois autant d'écus aux deux autresqu'elles en ont, &c. & qu'au lieu de déterminer le nombre égal d'écus que chaque perſonne a à la fin, ils le laiſſent indéterminé, ils trouveront des ſolutions à l'infini. Ils reconnoîtront auſſi que ce Problême quarante-ſeptiéme eſt le fondement du trentiéme.

Digitized by Google

PROBLEME LXVIII.

Il ſe trouve trois perſonnes dans une compagnie, la ſeconde eſt plus âgée que la premiére de douze ans, la troiſiéme eſt plus âgée que la ſeconde de treize ans : leurs trois âges font le nombre de cent ans. On demande quel eſt l'âge de chaque perſonne.

IL faut ajoûter les deux différences des âges données, qui ſont ici 12 & 25; (car la troiſiéme perſonne ayant 13 ans plus que la ſeconde, il faut joindre la différence de ſes années avec celle des années de la ſeconde.) La ſomme de ces deux différences eſt 37, qu'il faut ôter de la ſomme totale 100, le reſte 63 ſera diviſé par 3, nombre des perſonnes dont on veut ſçavoir les âges : le quotient 21 eſt l'âge de la premiére perſonne ; par conſéquent 33 eſt l'âge de la ſeconde, & 46 l'âge de la troiſiéme. Ces trois nombres 21, 33, 46, font enſemble 100.

PROBLEME XLIX.

Déconvrir ſi un ouvrage que l'Ouvrier aſſure être de pur or, eſt mêlé d'argent, ſans l'endommager.

VItruve rapporte que le Roy Hieron voulant faire faire une couronne d'or d'un poids conſidérable, en donna la matiére à un Orfévre. La couronne fut très-bien faite, & elle ſe trouva être d'un poids égal à l'or qui avoit été fourni : on appréhenda cependant que l'Orfévre n'eût volé de l'or, & n'y eût mêlé de l'argent. Archiméde fut chargé de

Digitized by Google

découvrir la fraude, sans endommager la couronne. Il le fit en plongeant entiérement la couronne dans un vase plein d'eau, & en pesant exactement la quantité d'eau qui en étoit sortie : il plongea aussi entiérement dans le même vase plein d'eau deux masses, l'une d'or, & l'autre d'argent, & pesa exactement la quantité d'eau qu'avoient fait sortir du vase ces deux masses, qui y avoient été plongées l'une après l'autre, il trouva que la masse d'or pur avoit fait sortir une plus petite quantité d'eau que la couronne d'or, & que la couronne d'or en avoit fait sortir une plus petite quantité que la masse d'argent.

Le même Auteur ne dit point quelle étoit la quantité de l'or, ni quel fut le raisonnement d'Archiméde pour découvrir la tromperie de l'Orfévre. Mais on peut supposer que la couronne pesoit 20 marcs ; qu'ayant été plongée dans un vaisseau plein d'eau, elle en fit sortir 13 marcs d'eau ; que la masse d'or pur & d'égal poids n'en fit sortir que 12 marcs d'eau ; qu'enfin la masse d'argent en fit sortir 18 marcs d'eau.

Cela supposé, on découvrira par la régle de fausse position, ou par quelques équations Algébriques, que l'Orfévre avoit mêlé 3 marcs & un tiers d'argent dans la couronne. Voyez l'*Abregé de l'Arithmétique* d'Irson, p. 395, on y trouvera la solution de plusieurs questions par Algébre.

PROBLEME L.

Un Boucher donne commission d'acheter pour cent écus cent bêtes, sçavoir, des bœufs, des veaux, des brebis & des cochons. Le Commissionnaire lui amene cent bêtes : il a payé 9 écus de chaque bœuf,

Digitized by Google

1 écu de chaque veau, 30 ſols de chaque brebis; & 3 écus de chaque cochon. On demande combien il a amené de bœufs, de veaux, de brebis & de cochons.

CE Problême eſt capable d'un grand nombre de réſolutions; c'eſt ce qui fait qu'on ne peut déterminer préciſément le nombre de chaque ſorte de bêtes que le Commiſſionnaire a amené. Il pourroit avoir amené 3 bœufs, 44 veaux, 52 brebis & un cochon, qui font en tout 100 bêtes: le prix des bœufs eſt 27 écus, le prix des veaux eſt 44 écus; le prix des brebis eſt 26 écus, & le prix du cochon eſt 3 écus: tous ces prix font enſemble 100 écus, ſelon les conditions du Problême. On peut dire encore qu'il a amené 4 bœufs, 17 veaux, 76 brebis, & 3 cochons: ce qu'on pourra vérifier par les prix de chaque ſorte de bêtes, qu'on a déterminé dans les conditions du Problême: ou bien 5 bœufs, 5 veaux, 88 brebis, & 2 cochons, &c.

PROBLEME LI.

QUESTION I.

Un Particulier a fait marché avec un Ouvrier pour creuſer un puits de 20 toiſes de profondeur, à condition de lui donner 30 livres, quand il aura achevé ce puits. L'Ouvrier tombe malade, apres avoir creuſé 12 toiſes. On demande combien il eſt dû à cet Ouvrier.

IL eſt dû à cet Ouvrier 11 livres & $\frac{1}{7}$. Pour réſoudre cette Queſtion, & les autres de même nature, il faut faire une régle de trois, dont le premier

Digitized by Google

premier terme ſera la ſomme des toiſes de la Progreſſion Arithmétique depuis 1 juſqu'à 20, que l'on trouvera * être ici 210, le ſecond terme ſera la ſomme dont on eſt convenu, qui eſt dans cette queſtion 30 livres, & le troiſiéme terme ſera la ſomme des termes depuis 1 juſqu'à 12, que l'on trouvera * être ici 78; car il eſt conſtant qu'il y a plus de peine à creuſer les toiſes plus avancées, que celles qui le ſont moins, & cela en proportion Arithmétique.

* Par le Probl. XI. art. I. p. 59.

QUESTION II.

Un Tailleur a pris ſix aulnes de draps, qui a trois quarts de large, pour faire un habit complet: on veut ſçavoir combien il faut d'aulnes d'une étoffe qui n'a qu'une demie aulne de large.

ON prendra neuf aulnes de cette étoffe, qui n'a qu'une demie aulne de large. Cette queſtion paroît embarraſſante; il faut s'y conduire avec quelque précaution. Elle ſe réduit à une régle de trois inverſe, qu'on peut énoncer de cette façon.

Si $\frac{3}{4}$ donnent 6 aulnes, combien $\frac{1}{2}$ ou $\frac{2}{4}$? On exprime la demie aulne par $\frac{2}{4}$, afin que le troiſiéme terme ſoit analogue au premier. Pour réſoudre cette queſtion ainſi énoncée, il ne faut point avoir égard au dénominateur 4, qui eſt le même dans les deux fractions, il ſuffit de multiplier 6 aulnes par 3 numérateur de la premiére fraction; & de diviſer le produit 18 par 2 numérateur de l'autre fraction.

Digitized by Google

REMARQUES.

Il y a certaines questions qui se résolvent par l'attention que l'on fait à la chose exprimée, & à la maniére dont elle est exprimée; on en donnera quelques exemples dans les articles suivans.

I.

Un Rotisseur achete 20 perdrix, 8 livres à raison de 2 livres les cinq : un autre Rotisseur de ses voisins a besoin de perdrix, il le prie de lui en rendre quelques-unes au prix coûtant. Que doit faire le Rotisseur pour les vendre au même prix, & y gagner ? Il doit en faire deux parts, en séparant les dix meilleures d'avec les autres qui ne sont pas si bonnes. Il vendra la paire des meilleures une livre, & trois des moindres une livre aussi : ces cinq vaudront 2 livres, qui est le prix coûtant. De cette maniére le Rotisseur vendra 5 livres les dix perdrix grasses, & des dix moindres il en vendra neuf pour 3 livres ; de sorte qu'il lui restera une perdrix pour le gain.

II.

On demande le juste prix d'un cent pesant de cordage godronné ; supposant que le cent pesant de chanvre coûte 16 livres, & qu'on paye 52 sols 6 deniers pour la peine de l'espader, peigner & filer. On suppose en second lieu que le cent pesant de chanvre diminue de 8 livres dans sa réduction, ou conversion en fil blanc, & qu'on donne 4 sols 9 deniers pour la peine de godronner le cent pesant de fil blanc. On suppose en troisiéme lieu que le cent pesant de fil blanc ne prend que

Digitized by Google

20 livres de godron par cent, que la livre de godron vaut 8 deniers, & qu'on paye 16 sols pour la peine de le cordager.

Solution.

Je mets en une somme 16 livres, & 52 sols 6 deniers, c'est-à-dire, le prix du chanvre & de sa façon, pour le réduire en fil blanc; cela fait 18 livres 12 sols 6 deniers: ce sera le prix des 92 livres de fil blanc seulement, à cause des 8 livres de déchet en le façonnant. Je dis, si 92 livres de fil blanc coûtent 18 livres 12 sols 6 deniers, combien coûteront 100 livres du même fil blanc? il vient 20 livres 4 sols 10 deniers, & $\frac{16}{23}$ de denier, pour la valeur du cent de fil blanc prêt à godronner.

Il ne reste donc plus qu'à ajoûter à cette somme les 4 sols 9 deniers pour la peine de godronner le cent pesant de fil blanc; il faut encore y ajoûter 13 sols 4 deniers pour les 20 livres de godron à 8 deniers la livre: ces trois sommes ajoûtées ensemble font 21 livres 2 sols 11 deniers $\frac{16}{23}$ de denier pour le prix de 120 livres de fil godronné.

Il faut ensuite dire, si 120 livres de fil godronné coûtent 21 livres 2 sols 11 deniers, & $\frac{16}{23}$ de denier, combien coûteront 100 livres? il viendra 17 livres 12 sols 5 deniers, & $\frac{103}{138}$ de denier, pour la valeur du cent pesant de fil godronné, auquel ajoûtant 16 sols pour la peine de le cordager, on aura 18 livres 8 sols 5 deniers, & $\frac{103}{138}$ de denier,

Digitized by Google

pour la valeur juſte du cent peſant de cordage gordonné.

Cet exemple eſt extrait de l'Arithmétique Univerſelle : on a crû qu'il étoit aſſez curieux pour trouver ici ſa place.

PROBLEME LII.

Faire parcourir au Cavalier du Jeu des Echets toutes les caſes du Damier, l'une après l'autre, ſans entrer deux fois dans la même caſe.

ON ſçait que le Cavalier du Jeu des Echets a une marche toute particuliére ; il va, pour ainſi dire, en caracolant, & il paſſe d'une caſe d'un rang à une caſe d'un autre rang, en ſautant par-deſſus deux caſes, & allant du blanc au noir, & du noir au blanc.

I.

Ce Problême peut recevoir un grand nombre de ſolutions ; il eſt aſſez conſiderable pour avoir mérité l'attention de quelques grands Géométres. Il eſt vrai qu'ils n'en ont point donné de ſolution générale : c'eſt ce qui marque la difficulté qu'il y a à la trouver ; ils en ont cependant communiqué quelques-unes particuliéres : on ne rapportera ici que trois de ces ſolutions ; dans les deux premiéres, on commence à faire partir le Cavalier de la caſe d'un angle du Damier, & dans la troiſiéme on commence à le faire partir de l'une des quatre caſes qui ſont au milieu du Damier ; cette derniére maniére de réſoudre le Problême propoſé, eſt plus difficile à trouver que les autres.

La premiére eſt de M. de Montmort, Auteur

Digitized by Google

de l'Eſſai de l'Analyſe ſur les Jeux de hazard ; la ſeconde eſt de M. Moivre, Anglois ; la troiſiéme eſt de M. de Mairan, Directeur de l'Académie Royale des Sciences, * à qui je dois le Problême, * 1722.
& les trois ſolutions qu'on trouve ici.

Les Tables ſuivantes repréſentent un Damier ; on a mis des nombres dans les caſes que le Cavalier doit parcourir l'une après l'autre. Ainſi dans la maniére de M. de Montmort, le Cavalier ſe place d'abord ſur la premiére caſe d'en haut, qui eſt à côté gauche : de-là on le fait paſſer à la troiſiéme caſe du ſecond rang horiſontal, où l'on a marqué 2 ; enſuite on le fait ſauter dans la cinquiéme caſe du premier rang horiſontal marqué 3 ; après on le fait paſſer dans la ſeptiéme caſe du ſecond rang horiſontal marqué 4 : on continue à le faire aller dans les caſes qui ſont marquées des nombres ſelon leur

I. *de M. de Montmort.*

1	38	31	44	3	46	29	42
32	35	2	39	30	43	4	47
37	8	33	26	45	6	41	28
34	25	36	7	40	27	48	5
9	60	17	56	11	52	19	50
24	57	10	63	18	49	12	53
61	16	59	22	55	14	51	20
58	23	62	15	64	21	54	13

ordre naturel, juſqu'à ce qu'il ſoit parvenu à la cinquiéme caſe du dernier rang horiſontal d'en

Digitized by Google

bas, marquée 64, qui eſt la derniére où il arrive, après avoir paſſé dans toutes les caſes les unes après les autres.

On fera la même obſervation dans les deux autres Tables ; on ſuivra l'ordre naturel des nombres, pour conduire le Cavalier dans toutes les caſes.

II. *de M. Moivre.*

34	49	22	11	36	39	24	1
21	10	35	50	23	12	37	40
48	33	62	57	38	25	2	13
9	20	51	54	63	60	41	26
32	47	58	61	56	53	14	3
19	8	55	52	59	64	27	42
46	31	6	17	44	29	4	15
7	18	45	30	5	16	43	28

III. *de M. de Mairan.*

40	9	26	53	42	7	64	29
25	52	41	8	27	30	43	6
10	39	24	57	54	63	28	31
23	56	51	60	1	44	5	62
50	11	38	55	58	61	32	45
37	22	59	48	19	2	15	4
12	49	20	35	14	17	46	33
21	36	13	18	47	34	3	16

Digitized by Google

Il suffit de jetter les yeux sur ces trois Tables, pour connoître la marche qu'on doit faire tenir au Cavalier, lorsqu'on l'a placé sur l'une des cases marquées 1. On peut choisir telle autre case qu'il plaira, & rechercher soi-même par quelles cases passera le Cavalier, pour les lui faire parcourir toutes l'une après l'autre, quand on l'aura placé sur la case qui aura été choisie

II.

Premiére maniére.

Pour exécuter ce Problême sur un Damier, il faut mettre un jetton sur chaque case, en sorte que toutes les cases blanches & noires soient couvertes de jettons. On commencera par ôter le jetton de la case où l'on placera d'abord le Cavalier, & à mesure qu'on le fera entrer dans une autre case, on ôtera le jetton qui la couvre. Ainsi on sera sûr d'avoir fait parcourir toutes les cases au Cavalier, quand tous les jettons auront été levez.

Seconde maniére.

Au lieu de couvrir d'abord de jettons toutes les cases, on peut ne couvrir chaque case, qu'à mesure qu'on y fera passer le Cavalier, & quand toutes les cases seront couvertes, on sera assuré d'avoir executé le Problême.

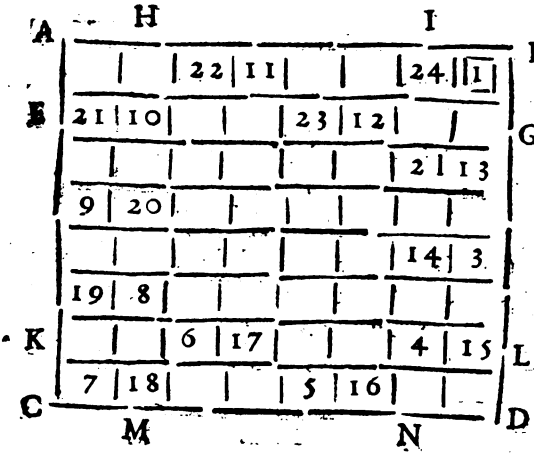
III.

La méthode de M. Moivre a paru la plus simple; c'est ce qui a engagé à la développer: mais afin de faire voir l'ordre qu'il a suivi, je vais séparer & décomposer, pour ainsi dire, les nombres

Digitized by Google

marquez dans les cases du second quarré précédent, & donner trois autres quarrez, par le moyen desquels j'espere qu'il sera aisé de retenir cette maniére, pour la pratiquer sur le champ, sans avoir besoin de consulter aucun modéle.

Soit donc le quarré ABCD, divisé en 64 quarrez, qui représentent les cases d'un Damier. J'appelle les bandes ou les rangs AB, BD, AC, CD, *premiéres bandes*, ou *premiers rangs en dehors.* J'appelle encore les bandes EG, KL, HM, IN, *secondes bandes*, ou *seconds rangs en dehors*, par rapport aux premiers rangs en dehors, qu'on vient d'indiquer; & ainsi des autres, à mesure qu'on rentre dans le milieu du quarré.



1°. On peut placer indifféremment le Cavalier sur la case de l'un des quatre angles du quarré. On commencera à le placer ici sur la case de l'angle

B, ſuivant le modéle qui m'a été communiqué par M. de Mairan; de la caſe B marquée 1, on ira à la caſe marquée 2 dans la ſeconde bande IN; de-là on placera le Cavalier à la caſe marquée 3 du premier rang en dehors BD; d'où on viendra à la caſe marquée 4 du ſecond rang IN; puis à la caſe marquée 5 du premier rang en dehors CD, & ainſi de ſuite, juſqu'à ce qu'on ſoit parvenu à la caſe 12, en faiſant le tour du Damier, ſans ſortir des deux premiéres bandes en dehors.

2°. Quand on ſera parvenu à la caſe marquée 12, on recommencera un ſecond tour du Damier dans le même ſens qu'on vient de le faire. Ainſi de la caſe marquée 12, on ira à la caſe marquée 13 du premier rang BD; de 13 on viendra à 14, dans le ſecond rang IN; puis à 15; enſuite à la caſe marquée 16 du premier rang en dehors CD, & ainſi des autres, juſqu'à ce qu'on ſoit parvenu à la caſe marquée 24, qui eſt à côté de celle par laquelle on a commencé, en faiſant en même ſens qu'auparavant le tour du Damier, ſans ſortir des deux premiéres bandes en dehors, vers les extrémitez du Damier.

REMARQUES.

Il nous a paru que le principe fondamental de la méthode de M. Moivre, étoit de remplir d'abord les caſes des deux premiéres bandes en dehors, en tournant en même ſens autour du Damier comme on vient de le pratiquer, & comme on le pratiquera encore dans la ſuite, juſqu'à ce qu'on avertiſſe qu'il faut prendre un ſens contraire en tournant autour du centre du Damier.

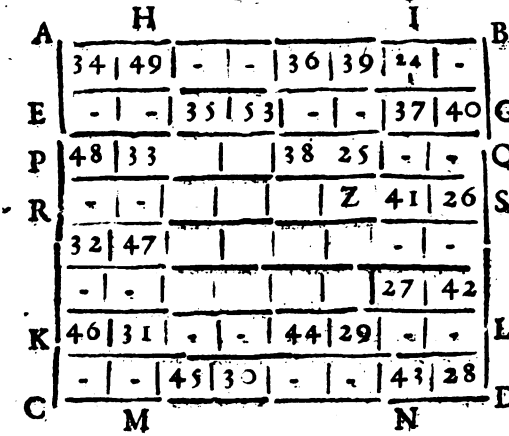
Pour éviter la confuſion dans le quarré ſuivant,

Digitized by Google

on n'a point marqué les vingt-quatre nombres marquez dans les cases du quarré précédent ; mais à leur place on a mis des points, pour faire connoître que ces cases ont été parcourues par le Cavalier.

3°. Quand on est parvenu à la case marquée 24, on est forcé d'aller à la case marquée 25 ; mais de cette case on ira à celle qui est marquée 26 de la premiére bande BD, pour faire un troisiéme tour en même sens qu'auparavant, & continuer à remplir les cases des deux premiéres bandes en dehors, suivant le principe fondamental : de la case marquée 26, on viendra à la case marquée 27 ; puis à celle qui est marquée 28 ; ensuite à 29, & ainsi des autres, jusqu'à ce qu'on soit parvenu à la case marquée 37, qui suit immédiatement dans la même diagonale la case marquée 1, qui est celle par où l'on a commencé ; ce qu'il est à propos d'observer sur le Damier.

4°. De la case marquée 37, on ne peut aller qu'à la



case marquée 38 dans la troisiéme bande BQ, ou à

Digitized by Google

celle qui eſt marquée Z dans la quatriéme bande RS; mais on préférera la caſe qui eſt marquée 38 dans la bande PQ, pour ſatisfaire au principe fondamental, qui eſt de faire parcourir d'abord au Cavalier les deux premiéres bandes en dehors ; car de la caſe Z on ne peut venir dans les deux premiers rangs BD, IN, pour recommencer un quatriéme tour en même ſens que les autres : mais en portant le Cavalier à la caſe marquée 38, on peut retourner à la premiére bande BD, en paſſant par la caſe marquée 39 de la premiére bande AB, & de-là à la caſe 40 de la bande BD, où l'on voit qu'on reprend le même ſens que dans les autres tours.

5°. Ainſi de 38 on paſſera à 39, & de 39 on viendra à la caſe qui eſt marquée 40 dans le premier rang en dehors BD ; d'où l'on paſſera à la caſe marquée 41 dans la ſeconde bande IN, puiſque les autres caſes ſont remplies : on continuera à faire le tour en même ſens que les autres, ſuivant la marche du Cavalier dans les deux premiéres bandes en dehors, juſqu'à ce qu'on ſoit parvenu à la caſe marquée 50 dans la ſeconde bande EG.

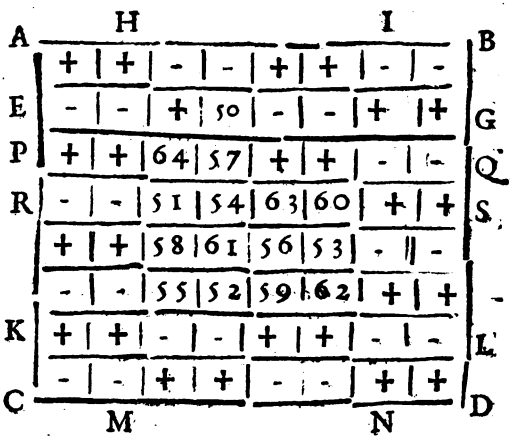
REMARQUES.

On a dit qu'on doit recommencer les tours en même ſens : cela doit s'entendre que le Cavalier étant parvenu dans les caſes de la diagonale, où il a d'abord été placé, ou dans une caſe voiſine, il faut le placer auſſi-tôt qu'on le peut dans l'une des caſes de la premiére bande en dehors BD, & ſuivre les extrêmitez du Damier dans les deux premiéres bandes en dehors, en allant de la bande BD en DC, de DC en CA, & de CA en AB.

Digitized by Google

Pour éviter encore la confuſion, on ne marquera pas les nombres marquez dans les quarrez précédens : on laiſſera les points du quarré précédent ; mais à la place des nombres qui y ſont, on mettra des croix, pour faire connoître que toutes ces caſes ſont remplies, c'eſt-à-dire, couvertes de jettons, ſi on ſuit la ſeconde maniére d'exécuter le Problême ſur le Damier, ou découvertes ſi on ſuit la premiére.

6°. Quand on ſera parvenu à la caſe marquée 50, on ne peut plus recommencer le tour en même ſens, puiſque les caſes des deux premiéres bandes ſont remplies : on en commencera un autre en ſens contraire, c'eſt-à-dire, qu'on tournera autour du centre du Damier, en s'éloignant de ce centre autant qu'on le pourra, & l'on ira vers la premiére bande en dehors AC, oppoſée à la bande BD.



Ainſi de la caſe 50, on placera le Cavalier à la caſe 51 ; de 51, on ira à 52 ; puis à 53, & ainſi de

ſuite, en tournant autour du centre du Damier en ſens contraire aux premiers, & en s'éloignant du centre autant qu'il ſera poſſible.

REMARQUES.

On voit que les trois derniers nombres 62, 63, 64, ſont ici diſpoſez d'une autre maniére que dans la ſolution de M. Moivre : cette différente diſpoſition vient de ce qu'on a jugé à propos de continuer depuis la caſe 50 à faire les tours en ſens contraire, afin d'établir une même régle, & de pouvoir la pratiquer dans toute l'étendue de la ſolution du Problême, quoiqu'avec quelque différence.

Cette méthode a paru facile à retenir, & à exécuter, quand on y ſera quelque attention.

Digitized by Google

PROBLEMES DE GEOMETRIE.

LA Géométrie n'eſt pas moins féconde que l'Arithmétique ; mais elle n'eſt pas ſi ailée dans ſes opérations, ni par conſéquent ſi agréable dans la réſolution de ſes Problêmes : c'eſt pourquoi je ne mettrai que ceux qui me paroîtront les plus faciles & les plus agréables.

PROBLEME I.

Elever une perpendiculaire à une ligne donnée par l'une de ſes extrêmitez.

I.

Planche 1. Fig. 3. POur élever une perpendiculaire à la ligne donnée AB, par ſon extrêmité A, mettez à l'extrémité A une des pointes du compas ouvert à volonté, & prenez ſur cette ligne AD prolongée, s'il eſt néceſſaire, trois parties égales AC, CD, DB, dont la derniére DB ſe termine ici par hazard à l'autre extrêmité B de la ligne donnée AB. Décrivez de l'intervalle CB des deux derniéres parties, & par leurs extrêmitez B, C, deux arcs de Cercle, qui ſe coupent au point E : puis des deux points E, C, & avec la même ouverture du compas décrivez deux autres arcs de Cercle, qui ſe coupent ici au point F. Par ce point F, & par

Digitized by Google

l'extrêmité donnée A, vous tirerez la droite AF, qui sera perpendiculaire à la ligne proposée AB. Planche 1. Fig. 3.

II.

Si vous voulez tirer par l'autre extrêmité B de la même ligne donnée AB, une ligne qui lui soit en même temps égale & perpendiculaire, divisez la ligne AB en trois parties égales aux points C, D. Puis ayant trouvé le point F, comme il vient d'être enseigné, décrivez de l'extrêmité donnée B, & de l'intervalle AF, l'arc de Cercle GHI, & portez sur cet arc la même ouverture du compas deux fois de G en H, & de H en I. Décrivez avec la même ouverture du compas & des deux points H, I, deux arcs de Cercle qui se coupent ici au point K. Enfin menez la droite BK, elle sera égale & perpendiculaire à la ligne proposée AB.

* Voyez le Problême III. suivant.

PROBLEME II.

Mener par un point donné une ligne parallele à une ligne donnée.

I.

POur mener par le point donné C, une ligne parallele à la ligne donnée AB, prenez à volonté sur cette ligne AB, deux points proche des deux extrêmitez A, B, comme D, E : puis du point donné C & de l'intervalle D E, décrivez un arc de Cercle vers F ; ensuite du point E & de l'intervalle CD, décrivez un autre arc de Cercle, qui rencontre ici le premier au point F. Par ce point F, & par le point donné C, vous menerez la droite CF, qui sera parallele à la proposée AB. Fig. 4.

Digitized by Google

II.

Planche I. Fig. 4. Si vous voulez que la ligne parallele ſoit égale à la ligne AB, au lieu de vous ſervir des deux points D, E, ſervez-vous des deux extrêmitez A, B. Du point donné C, & de l'intervalle de la ligne donnée AB, décrivez un arc de Cercle vers G: puis de l'extrêmité B, & de l'intervalle AC, décrivez un autre arc de Cercle qui coupera le premier en G. Par ce point G, où ces deux arcs ſe coupent, & par le point donné C, menez la droite CG, elle ſera égale & parallele à la propoſée AB.

PROBLEME III.

Diviſer d'une même ouverture de compas une ligne donnée en autant de parties égales qu'on voudra.

Fig. 5. SI vous voulez diviſer la ligne donnée AB en quatre parties égales, prolongez-la autant qu'il eſt néceſſaire, comme ici juſqu'en E, en ſorte que AB, BC, CD, DE, ſoient quatre parties égales chacune à AB. Faites ſur ces parties les quatre Triangles équilateraux ABF, BCG, CDH, DEI; ce qu'on peut faire avec la même ouverture de compas. Enfin menez les droites AG, AH, AI, alors la ligne HM repréſentera une des quatre parties de la ligne AB, la ligne DM en repréſentera par conſéquent trois, & la ligne FK, ou BK en repréſentera deux.

Mais la ſeule ligne AI ſuffit, car elle retranche la ligne B1, égale à la quatriéme partie de la ligne AB, la ligne C2 égale à la moitié de la même ligne AB, & la ligne D3 égale aux trois quarts de la même ligne AB.

La

La ligne AH ſert pour diviſer la ligne propoſée AB en trois parties égales ; car la ligne GL en repréſente une, & la ligne CL en repréſente par conſéquent deux. Mais la même ligne AI ſuffit auſſi pour la diviſion de la ligne donnée AB en trois parties égales, parce que la ligne BN en repréſente une, & la ligne CO en repréſente deux. D'où il ſuit que la ligne HO en repréſente auſſi une.

PROBLEME IV.

Faire un angle qui ſoit la moitié, ou le double d'un angle donné.

PRemiérement, pour faire un angle ADG, qui ſoit la moitié de l'angle donné ABC ; de ſon ſommet B comme centre, & de l'intervalle BD pris à volonté ſur l'un des côtez AB prolongé à diſcrétion, décrivez le demi-cercle DEF. Puis par le point D & par le point E, où le demi-cercle coupe l'autre côté BC de l'angle donné, menez la ligne DG : l'angle ADG ſera la moitié de l'angle donné ABC. Planche 2. Fig. 6.

Secondement, pour faire une angle ABC, qui ſoit double de l'angle donné ADG ; d'un point B comme centre pris à volonté ſur l'un des côtez AD, & de l'intervalle BD diſtance de B, juſques au ſommet D de l'angle donné, décrivez le demi-cercle DEF. Puis par le point B & par le point E, où le demi-cercle coupe l'autre côté de l'angle donné, menez la ligne BC : l'angle ABC ſera double de l'angle donné ADG.

Digitized by Google

PROBLEME V.

Faire un angle qui ſoit le tiers, ou le triple d'un angle donné.

Planche 2. Fig. 7. PRemiérement, pour faire un angle égal à la troiſiéme partie de l'angle donné ABC; de ſon ſommet B comme centre, & de l'intervalle BD pris à volonté, décrivez le demi-cercle DEF; puis appliquez une régle bien droite au point E, en ſorte que ſa partie GI, terminée par la circonférence du demi-cercle DEF, & par la ligne AD prolongée, ſoit égale au demi-diamétre BD, ou BE. Après cela menez la droite GE, qui fera au point G, l'angle AGH égal à la troiſiéme partie de l'angle ABC. L'arc ID ſera auſſi égal à la troiſiéme partie de l'arc EF, qui meſure l'angle donné ABC.

Secondement, pour faire un angle égal au triple de l'angle donné AGH; ayant pris à diſcrétion ſur la ligne GH, le point I, portez la longueur IG ſur la ligne AG, de I en B, pour décrire du point B, & de l'intervalle IB, le demi-cercle DEF, qui paſſera par le point I, & donnera ſur la ligne GH le point E. Par ce point E & par le point B, vous tirerez la droite BE, qui fera l'angle ABC, triple du donné AGH.

PROBLEME VI.

Trouver à deux lignes données une troiſiéme, & autant d'autres proportionnelles qu'on voudra.

8. Fig. POur trouver aux deux lignes données AB, AC, une troiſiéme proportionnelle, décrivez

Digitized by Google

de l'extrêmité B de la premiére AB, par l'autre extrêmité A, l'arc de cercle AF, ſur lequel ayant mis la longueur de la ſeconde AC, de A en F, portez la même longueur ſur la ligne AC, prolongée autant qu'il ſera beſoin, de F en D, & la ligne AD ſera troiſiéme proportionnelle aux deux lignes données AB, AC.

De même pour trouver aux trois lignes AB, AC, AD, une quatriéme proportionnelle, ou ce qui eſt la même choſe, aux deux AC, AD, une troiſiéme proportionnelle, décrivez de l'extrêmité C de la premiére AC, par l'autre extrêmité A, l'arc de cercle AG, ſur lequel ayant mis la longueur de l'autre ligne AD, de A en G, portez la même longueur AD ſur la ligne AD prolongée, de G en E, & la ligne AE ſera celle qu'on cherche : & ainſi de ſuite.

PROBLEME VII.

Décrire ſur une ligne donnée autant de Triangles différens qu'on voudra, dont les aires ſoient égales.

SI la ligne donnée eſt AB, tirez à diſcrétion la parallele CD, ſur laquelle ayant pris à volonté autant de points différens que vous voudrez de Triangles égaux, comme E, F, G, pour trois Triangles, menez de ces trois points E, F, G, aux extrêmitez A, B, de la ligne donnée AB, des lignes droites, & vous aurez les trois Triangles égaux AEB, AFB, AGB, ſur la même baſe AB. Planche 2. Fig. 9.

Digitized by Google

PROBLEME VIII.

Décrire sur une ligne donnée autant de Triangles différens qu'on voudra, dont les contours soient égaux.

Planche 2. Fig. 10. SI la base donnée est AB, divisez-la en deux également au point C, & prolongez-la de part & d'autre à volonté en D, & en E, en sorte que les deux lignes CD, CE, soient égales entre elles. Toute la ligne DE sera prise pour la somme des deux côtez de chaque Triangle, qu'on décrira sur la base donnée AB en cette sorte.

Décrivez du point A, avec une ouverture de compas un peu plus grande que AD, un arc de cercle vers F. Puis ayant porté cette ouverture sur la ligne DE, de D en I, décrivez du point B, & de l'intervalle IE, un autre arc de cercle, qui coupera le premier au point F. Ce sera le sommet du premier Triangle ABF.

Décrivez pareillement du point A, avec une ouverture de compas un peu plus grande que AF, un arc de cercle vers G. Puis ayant porté cette ouverture sur la ligne DE, de D en K, décrivez du point B, & de l'intervalle KE, un autre arc de cercle, qui coupera le premier au point G. Ce sera le sommet du second Triangle AGB, dont le contour sera égal au contour du premier AFB.

Si vous voulez un troisiéme Triangle, décrivez encore du point A un arc de cercle vers H, avec une ouverture de compas un peu plus grande que AG. Puis ayant porté, comme auparavant, cette ouverture sur la ligne DE, de D en L, décrivez du point B, & de l'intervalle LE un autre arc de

Digitized by Google

cercle, qui coupe ici le premier au point H. Ce sera le sommet du troisiéme Triangle AHB, dont le contour sera le même que celui des deux précédent. Ainsi des autres.

Vous remarquerez que les sommes F, G, H, de tous ces Triangles, se trouvent sur la circonférence d'une Ellipse, dont le grand Axe est DE, & les deux Foyers sont A, B.

PROBLEME IX.

Decrire deux Triangles isoscèles differens, de même aire, & de même contour.

AYant préparé une Echelle IK, divisée en autant de parties égales qu'il conviendra, prenez sur la base AB, les deux Segmens GA, GB, chacun de 12 parties prises sur l'Echelle; élevez au point G sur la même base AB la perpendiculaire GC de 35 des mêmes parties; tirez les deux lignes égales AC, BC, & vous aurez le premier Triangle isoscéle ACB, dont chacun des côtez égaux AC, BC, se trouvera de 37 parties, comme on le connoîtra en ajoûtant le quarré 144 du Segment AG, avec le quarré 1225 de la perpendiculaire CG, & en prenant la racine quarrée de la somme 1369. Planche 2. Fig. 11.

Pour avoir un Triangle de même aire & de même contour que le précédent, prenez sur la base DE, les deux Segmens HD, HE, chacun de 20 parties, & ayant élevé au point H sur la base DE la perpendiculaire HF de 21 parties, tirez les lignes égales EF, DF; dont chacune se trouvera de 29 parties, comme on le connoîtra en ajoûtant le quarré 400 du Segment DH, avec le quarré 441

Digitized by Google

de la perpendiculaire HF, & en prenant la racine quarrée de la ſomme 841.

Ainſi vous aurez le Triangle iſoſcéle DEF, dont le contour 98 eſt égal au contour, c'eſt-à-dire, à la ſomme des trois côtez du premier Triangle iſoſcéle ABC, & dont l'aire, ou le contenu 420 eſt égal au contenu du premier Triangle iſoſcéle ABC, comme on le connoît en multipliant DH par FH, ou 20 par 21 : car le produit 420 qui en vient pour l'aire du Triangle DEF, eſt le même que celui qui vient en multipliant AG par CG ; ou 12 par 35, pour l'aire du Triangle ABC.

On peut décrire autant de couples qu'on voudra de Triangles iſoſcéles de même aire & de même contour, en trouvant en nombres ces couples ; ce qui ſe peut faire en cherchant les deux nombres générateurs des moitiez ACG, DFH, qui ſont deux Triangles rectangles égaux. Ces nombres générateurs connus ſerviront à en trouver d'autres, par le moyen deſquels on trouvera deux Triangles rectangles, comme il a été enſeigné au *Problême IX. d'Arithmétique, pag.* 50. Voici la méthode de trouver les nombres générateurs des deux Triangles rectangles ACG, DFH, qui eſt générale pour tout autre Triangle rectangle, dont on connoît les trois côtez, ou au moins deux.

Pour trouver les nombres générateurs du Triangle ACG, ajoûtez l'hypoténuſe 37 à l'un des côtez 12, vous aurez le quarré 49, dont la racine eſt 7, que vous garderez. Ajoûtez encore l'hypoténuſe 37 à l'autre côté 35, pour avoir une ſomme 72, dont la moitié 36 a pour racine quarrée 6, qui eſt un des nombres générateurs. Enfin prenez la différence de 6 à 7, & vous aurez 1 pour l'autre nombre générateur du Triangle ACG.

Digitized by Google

Il faut ſuivre la même opération pour trouver les nombres générateurs du Triangle DFH : ajoûtez l'hypoténuſe 29 au côté 20, vous aurez encore le quarré 49, dont la racine eſt 7, que vous garderez : ajoûtant encore la même hypoténuſe 29 à l'autre côté 21, vous aurez 50, dont la moitié 25 a pour racine quarrée 5, qui eſt un des nombres générateurs. Enfin prenez la différence de 5 à 7, & vous aurez 2 pour l'autre nombre générateur du Triangle DFH.

Ainſi les nombres générateurs du Triangle ACG ſont 6, 1 : & les nombres générateurs du Triangle DFH ſont 5, 2.

A préſent *pour avoir autant qu'on voudra de couples de Triangle de même aire & de même contour*, il faut multiplier les nombres générateurs 6, 1 ; 5, 2, par un même nombre tel qu'il plaira : ſi on les multiplie par 2, on aura 12, 2, & 10, 4 pour nombres générateurs de deux autres Triangles rectangles de même aire : car multipliant 12 par 2, on aura 24, dont le double 48 ſera AG, un des côtez du nouveau Triangle ; puis ajoûtant 144, 4 quarrez de 12, 2, on aura la ſomme 148 pour l'hypoténuſe AC. Enfin ôtant 4, quarré de 2, de 144, quarré de 12, on aura 140 pour l'autre côté CG : ainſi le Triangle rectangle ACG, dont les côtez étoient 37, 35, 12, ſe trouvera transformé en un autre, dont les côtez ſeront 148, 140, 48. Probl. IX. p. 50.

Pour avoir un Triangle iſoſcéle, il ne faut que prolonger la baſe AG juſqu'en B, faire GB égale à AG, qui eſt ici de 48 parties, & tirer la ligne CB, qui ſera de 148 parties comme AC. Ce Triangle iſoſcéle ainſi ſuppoſé, aura 392 parties de contour & 6720 de ſuperficie.

De même pour avoir l'autre nouveau Triangle, dont

Digitized by Google

les nombres générateurs ſont 10, 4, on multipliera 10 par 4, & l'on aura 40, dont le double 80 ſera le côté DH ; enſuite ajoûtant 100 & 16, quarrez de 10, 4, on aura 116 pour l'hypoténuſe DF, & ôtant 16, quarré de 4, de 100, quarré de 10, 4, on aura 84 pour l'autre côté FH : ainſi le Triangle rectangle DFH, dont les côtez étoient 29, 21, 20, ſe trouvera transformé en un autre, dont les côtez ſeront 116, 84, 80. Pour achever le Triangle iſoſcéle, il ne faut que prolonger DH juſqu'en E, en faiſant DE égale à DH, qui eſt ici de 80 parties, & tirer la ligne FE, qui ſera de 116 parties, comme DF. Ce nouveau Triangle iſoſcéle aura 392 parties de contour, & 6720 de ſuperficie : par conſéquent il ſera de même aire & de même contour que l'autre.

On peut s'exercer en multipliant les nombres générateurs 6, 1 : 5, 2 par tel autre nombre qu'on voudra.

PROBLEME X.

Décrire trois différens Triangles rectangles, dont les aires ſoient égales.

Planche 3. Fig. 12. AYant préparé une Echelle diviſée en parties égales, prenez la baſe AB de 42 parties, & la hauteur ou perpendiculaire AC de 40 ; l'hypoténuſe BC du premier Triangle rectangle ABC ſe trouvera de 58 parties, comme on le connoîtra en ajoûtant le quarré 1764 de la baſe AB, au quarré 1600 de la hauteur AC, & en prenant la racine quarrée de la ſomme 3364.

Prenez enſuite la baſe DE du ſecond Triangle rectangle DEF de 70 parties, & la hauteur DF de

Digitized by Google

24 ; l'hypoténuſe EF ſe trouvera de 74 parties, comme on le connoîtra en ajoûtant enſemble le quarré 4900 de la baſe DE, & le quarré 576 de la hauteur DF, & en prenant la racine quarrée de la ſomme 5476. L'aire de ce ſecond Triangle rectangle DEF ſera égale à celle du premier ABC, chacune étant 840, comme on le connoît en multipliant la baſe par la hauteur, & en prenant la moitié du produit.

Enfin prenez la baſe FG du troiſiéme Triangle rectangle FGH, de 112 parties, & la hauteur FH de 15 ; l'hypoténuſe BC ſe trouvera de 113 parties, comme on le connoîtra en ajoûtant enſemble le quarré 12544 de la baſe FG, & le quarré 225 de la hauteur FH, & en prenant la racine quarrée de la ſomme 12769. L'aire de ce troiſiéme Triangle rectangle FGH ſera auſſi 840

Ces trois Triangles rectangles ont été trouvez en nombres entiers, par ce Canon que nous avons tiré de l'Algébre, qui nous apprend que pour trouver en nombres entiers, trois Triangles rectangles égaux, on doit auparavant trouver trois nombres qui ſerviront de nombres générateurs, en cette ſorte.

Si on ajoute le produit de deux nombres quelconques à la ſomme de leurs quarrez, on aura le premier nombre. La différence de leurs quarrez ſera le ſecond : & la ſomme de leur produit & du quarré du plus petit, ſera le troiſiéme nombre générateur.

Si de ces trois nombres ainſi trouvez, on forme trois Triangles rectangles, ſçavoir, l'un des deux premiers, l'autre des deux extrêmes, & le troiſiéme du premier & de la ſomme des deux autres, ces trois Triangles rectangles ſeront égaux entr'eux.

* Voyez le Probl. IX. d'Arithm. p. 50.

Digitized by Google

On peut trouver en nombres rompus autant d'autres Triangles rectangles qu'on voudra, dont les aires seront égales entr'elles & à l'un des trois précédens, en trouvant par le moyen de ce Triangle rectangle un autre Triangle rectangle égal, en cette sorte.

Formez de l'hypoténuse du Triangle rectangle proposé, & du quadruple de son aire, un autre Triangle rectangle, que vous diviserez par le double du produit, qui viendra en multipliant l'hypoténuse du Triangle rectangle proposé par la différence des quarrez des deux autres côtez du même Triangle rectangle, & vous aurez un Triangle rectangle égal au proposé.

PROBLEME XI.

Décrire trois Triangles égaux, dont le premier soit rectangle, le second soit acutangle, & le troisiéme soit obtusangle.

Planche 3. Fig. 13. AYant préparé, comme auparavant, une Echelle divisée en parties égales, qui peuvent représenter des pieds, des toises, & tout ce qu'il vous plaira, prenez la base AB du Triangle rectangle ABC de 24 parties, & la hauteur AC de 7; l'hypoténuse BC se trouvera de 25 parties, comme on le connoîtra en ajoûtant ensemble le quarré 576 de la base AB, & le quarré 49 de la hauteur AC, & en prenant la racine quarrée de la somme 625.

Prenez ensuite sur la base DE du Triangle acutangle DEF, le Segment KD de 5 parties, & le Segment KE de 9; élevez du point K sur la base DE, la perpendiculaire KF de 12 parties: alors

Digitized by Google

le côté DF se trouvera de 13 parties, comme on le connoîtra en ajoûtant ensemble le quarré 25 du Segment DK, & le quarré 144 de la hauteur FK, & en prenant la racine quarrée de la somme 169. L'autre côté se trouvera de 15 parties, comme on le connoîtra en ajoûtant ensemble le quarré 81 du Segment KE, & le quarré 144 de la perpendiculaire KF, & en prenant la racine quarrée de la somme 225.

Enfin prenez sur la base GH du Triangle obtusangle GHI, le Segment LG de 6 parties, & le Segment LH de 15; élevez du point L, sur la base GH, la perpendiculaire LI de 8 parties; alors le côté GI se trouvera de 10 parties, comme on le connoîtra en ajoûtant ensemble le quarré 36 du Segment GL, & le quarré 64 de la hauteur IL, & en prenant la racine quarrée de la somme 100. Le côté HI se trouvera de 17 parties, comme on le connoîtra en ajoûtant au quarré 225 du Segment LH, le quarré 64 de la perpendiculaire LI, & en prenant la racine quarrée de la somme 289.

On connoît que le Triangle ABC est rectangle en A, parce que la somme 625 des quarrez 49, 576, des deux côtez AC, AB, est égale au quarré du troisiéme côté BC: que le Triangle DEF est acutangle, parce que la somme des quarrez de deux côtez quelconques est plus grande que le quarré du troisiéme côté: enfin que le Triangle GHI est obtusangle, & que l'angle I est obtus, parce que le quarré 441 de son côté oppose GH, qui est de 21 parties, est plus grand que la somme 389 des quarrez 100, 289, des deux autres côtez GI, HI.

Enfin on connoît que ces trois Triangles ABC, DEF, GHI, sont égaux, c'est-à-dire, que leurs

Digitized by Google

aires ſont égales, parce qu'en multipliant la baſe AB par la hauteur AC, il vient le même produit qu'en multipliant la baſe DE par la hauteur FK, ou la baſe GH par la hauteur LI, ſçavoir, 168, qui eſt le double de l'aire de chaque Triangle, laquelle par conſéquent ſera 84. La perpendiculaire FK, & les trois côtez du Triangle acutangle DEF, ſont dans une proportion continue Arithmétique.

PROBLEME XII.

Trouver une ligne droite égale à un arc de cercle donné.

Planche 3. Fig. 14.

POur trouver une ligne droite égale à l'arc de cercle BCD, dont le centre eſt A, & le rayon ou demi-diamétre eſt AB, ou AD, diviſez * cet arc en deux également au point C. Tirez les cordes BC, CD, BD. Prolongez la corde BD en E, en ſorte que la ligne BE ſoit double de l'une des deux cordes égales BC, CD, c'eſt-à-dire, égale à la ſomme de ces deux cordes. Prolongez encore la ligne BE en F, en ſorte que la ligne EF ſoit égale à la troiſiéme partie de la ligne DE, * & la ligne droite BF ſera à peu près égale à la courbe BCD. J'ai dit à peu près, parce que la ligne BF eſt tant ſoit peu moindre que l'arc BCD; mais la différence eſt ſi petite lorſque l'arc BCD ne paſſe pas 30 degrez, qu'il ne s'en faut pas une partie de cent mille qu'on peut donner au rayon AB, ou AD.

* Voyez le Probl. III. pag. 272

REMARQUE.

Si l'arc BCD eſt préciſément de 30 degrez, ou la douziéme partie de la circonférence de tout le

Digitized by Google

cercle, & que le rayon AB, ou AC ſoit de 50000 parties, on connoîtra par la Trigonométrie que chacune des deux cordes BC, CD, eſt de 13053 parties. Ainſi leur ſomme, ou la ligne BE ſera de 26106 parties, de laquelle ôtant la corde BD, qui ſe trouvera de 25882 parties, il en reſtera 224 pour la ligne DE, dont la troiſiéme partie eſt 74 pour la ligne EF. Cette troiſiéme partie étant ajoûtée à la ligne BE, ou à 26106, la ſomme ſera 26180 pour la ligne BF, ou pour l'arc BCD. Enfin multipliant cet arc, ou 26180 par 12, on aura 314160 pour la circonférence du cercle. Ainſi nous ſçavons que quand le diamétre d'un cercle eſt de 100000 parties, la circonférence eſt d'environ 314160 ſemblables parties, & par conſéquent que le diamétre d'un cercle eſt à ſa circonférence à peu près, comme 100000 eſt à 314160, ou comme 10000 à 31416.

Ce rapport ſert à *trouver la circonférence d'un cercle, dont on connoît le diamétre.* Il faut multiplier ce diamétre par 31416, & diviſer le produit par 10000. Cette diviſion ſe fera en retranchant de ce produit quatre figures à la droite : les figures qui reſteront à la gauche, feront connoître la circonférence du cercle, & les figures retranchées ſeront le numérateur d'une fraction, dont le dénominateur ſera 10000.

Pour connoître la circonférence d'un baſſin rond d'un jet d'eau, dont le diamétre eſt, par exemple, de 64 pieds, on multipliera 64 par 31416, on retranchera quatre figures à la droite du produit 2010624, & l'on aura 201 pieds $\frac{6\,2\,4}{10\,0\,0\,0}$, pour la circonférence qu'on cherche.

Il faudra faire tout le contraire, ſi on veut

Digitized by Google

connoître le diamétre d'un cercle, ou d'une boule par ſa circonférence connue, c'eſt-à-dire, qu'il faudra multiplier cette circonférence par 100000; ce qui ſe fera en lui ajoûtant vers la droite quatre zeros, & l'on diviſera le produit par 31416.

Ainſi pour connoître le diamétre d'une Tour ronde, dont on ſçait que le contour ou la circonférence meſurée en dehors par le moyen d'une longue corde, eſt de 154 pieds, on ajoûtera quatre zeros à la droite de ce nombre 154, on diviſera 1540000 par 31416, & l'on aura 49 pieds $\frac{616}{31416}$, pour le diamétre qu'on cherche.

PROBLEME XIII.

Trouver entre deux lignes données une, ou deux, ou trois moyennes proportionnelles.

I.

Planche 3. Fig. 15. PRemiérement, pour trouver entre deux lignes données AB, AC, une moyenne proportionnelle, partagez la plus grande AB en deux parties égales au point E. De ce point E, comme centre & de l'intervalle AE, ou EB, décrivez le demi-cercle ADB; portez enſuite de A en C la plus petite ligne AC: élevez au point C la perpendiculaire CD, & menez la droite AD, qui ſera moyenne proportionnelle entre les deux AB, AC.

II.

Fig. 16. En ſecond lieu, pour trouver entre deux lignes données AB, AC, deux moyennes continuement proportionnelles, faites de ces deux lignes données

Digitized by Google

AB, AC, le Parallelogramme rectangle ABCD : puis décrivez de son centre E, l'arc de cercle GHF de telle grandeur que la droite FG, qui sera tirée par les deux points F, G, où il coupe les deux lignes données AC, AB, prolongées, passe par le sommet D de l'angle droit du Parallelogramme. Alors les deux lignes CF, BG, seront les deux moyennes proportionnelles, qu'on cherche. De sorte que les quatre lignes AB, CF, BG, AC, seront continuement proportionnelles. Planche 3. Fig 16.

III.

Enfin, pour trouver entre deux lignes données AB, AC, trois moyennes continuement proportionnelles, après avoir trouvé entre ces deux lignes données AB, AC, une moyenne proportionnelle AD, comme il a été enseigné, * cherchez de la même façon entre cette moyenne AD, & la premiére AC, une autre moyenne proportionnelle AF, & entre la même moyenne AD & la derniére AB, une autre moyenne proportionnelle AG. Les trois lignes AF, AD, AG, seront les moyennes proportionnelles qu'on cherche : de sorte que les cinq lignes AC, AF, AD, AG, AB, seront dans une proportion continue. Fig. 15. * Art. II.

REMARQUES.

Si les deux lignes AB, AC, sont données en nombres, comme si AB étoit de 32 pieds, & AC de 2, on pourra exprimer en nombres les trois moyennes AF, AD, AG, en multipliant ensemble les deux nombres 32, & 2, des deux lignes données AB, AC, & en prenant la racine quarrée du produit 64, qui donnera 8 pour la moyen-

Digitized by Google

ne AD, laquelle étant multipliée séparément par la premiére AC, & par la derniere AB, les racines quarrées des deux produits 16, 256, donneront 4 pour AF, & 16 pour AG.

Fig. 16. Mais pour trouver en nombres seulement deux moyennes proportionnelles entre les deux proposées AB, AC, telles que sont les deux CF, BG, en supposant que la plus petite AB soit de deux pieds, & la plus grande AC de 16; multipliez le quarré 4 de la premiere AB, par la derniére AC, & prenez la racine cubique du produit 64, qui donnera 4 pour CF premiere des deux moyennes proportionnelles cherchées. De même multipliez le quarré 256 de la derniére AC, par la premiere AB, & prenez la racine cubique du produit 512, qui donnera 8 pour l'autre moyenne proportionnelle BG.

PROBLEME XIV.

Décrire dans un cercle donné quatre cercles égaux qui se touchent mutuellement, & qui touchent aussi la circonférence du cercle donné.

Planche 3. Fig. 17. AYant divisé le cercle donné ABCD, dont le centre est E, en quatre parties égales par les deux diamétres perpendiculaires AC, BD, prenez sur le diamétre BD, la ligne DF, égale à la ligne CD, qui est la soûtendante ou la corde du quart de cercle. La ligne EF sera la longueur du rayon de chacun des quatre cercles égaux qu'on cherche. Si donc on porte la longueur de cette ligne EF sur les extrêmitez des diamétres perpendiculaires AC, BD, en AK, BG, CH, DI; & que des centres K, G, H, I, on décrive par les points

Digitized by Google

points A, B, C, D, quatre circonférences de cercle, elles se toucheront mutuellement, & elles toucheront aussi celle du cercle donné ABCD.

REMARQUES.

Si l'on joint deux centres quelconques, comme I, K, par la ligne droite IK, cette ligne droite IK sera parallele à sa corde correspondante DA, & passera par le point d'attouchement O : elle fera aussi en I un angle demi-droit, ou de 45 degrez avec le diamétre BD ; d'où il suit que l'arc LO sera de 45 degrez, aussi-bien que l'arc MO, & que tout l'arc LM est un quart de cercle.

Si on joint la droite CF, l'angle ECF sera de 22 degrez 30 minutes ; d'où l'on peut tirer une autre construction pour la résolution du Problême.

PROBLEME XV.

Décrire dans un demi-cercle donné trois cercles, qui touchent la circonférence & le diamétre de ce demi-cercle donné, & dont celui du milieu, qui est le plus grand, touche les deux autres, qui sont égaux.

ELevez du centre D du demi-cercle donné ABC, sur son diamétre AC, la perpendiculaire DB, & divisez-la en deux également au point E. Ce point sera le centre du cercle BIDK, le plus grand des trois qu'on cherche. Planche 4. Fig. 181

Pour décrire les deux autres cercles, qui sont égaux entr'eux, divisez le demi-diamétre DE, en deux également au point H ; puis de l'intervalle BH, & des deux points E, D, comme centres,

Digitized by Google

décrivez de part & d'autre deux arcs de cercle, qui se coupent ici en F & G. Ces deux points F, G, seront les centres des deux cercles égaux, qu'il ne sera pas difficile de décrire, parce que le rayon de chacun est égal à la ligne DH, ou à la quatriéme partie du diamétre BD, ou bien, ce qui est la même chose, à la huitiéme partie du grand diamétre AC.

REMARQUE.

Il est évident que le demi-cercle ABC est double du cercle BIDK, le diamétre AC étant double du diamétre BD, & que le demi-cercle BID est aussi double du cercle LOI, le rayon DE étant double du rayon FI, ou FL. D'où il est aisé de conclure que le Triangle mixtiligne ABID est égal au demi-cercle BDI, & par conséquent que le demi-cercle ABC se trouve divisé en quatre parties égales par le diamétre BD, & par la circonférence BIDK.

PROBLEME XVI.

Décrire quatre cercles proportionnels, en sorte que leur somme soit égale à un cercle donné, & que la somme de leurs rayons soit égale à une ligne donnée.

Planche 4. Fig. 19.

SOit ABCD le cercle donné, dont le point O est le centre, & AC un diamétre. Soit AE la ligne donnée, qui doit être plus grande que le rayon AO, & moindre que le diamétre AC, si l'on veut que les quatre cercles qu'on cherche, soient inégaux. Les diamétres de ces quatre cercles se détermineront en cette sorte.

Digitized by Google

Ayant tiré à volonté dans le cercle donné ABCD la ligne FG parallele au diamétre AC, & ayant retranché de la ligne donnée AE la partie EH égale à la moitié de la ligne FG, élevez à l'extrêmité A, du diamétre AC, la ligne AI, faites-la égale à AH, & perpendiculaire * au diamétre AC, & menez par le point I la ligne IB parallele au diamétre AC : cette parallele IB rencontre ici la circonférence du cercle donné au point B. Par ce point B, tirez la ligne BD, perpendiculaire à * la ligne FG. Les quatre lignes KF, KB, KG, KD, seront les diamétres des quatre cercles qu'on cherche.

* Probl. 1. p. 27.

REMARQUE.

Il arrivera que les deux plus petits cercles KF, KB, seront égaux entr'eux, aussi-bien que les deux plus grands KG, KD, lorsque la ligne FG sera égale à la ligne donnée AE. Ainsi quand on voudra que tous ces quatre cercles soient inégaux, on doit tirer la ligne FG plus grande ou plus petite que la ligne donnée AE : alors le cercle KF sera le plus petit de tous, & le cercle KD sera le plus grand.

PROBLEME XVII.

Déterminer sur la circonférence d'un cercle donné un arc, dont le Sinus soit égal à la corde du complement de cet arc.

POur déterminer sur la circonférence du quart de cercle ABC, dont le centre est A, l'arc CD, dont le Sinus ED soit égal à la corde BD du complement de cet arc ; élevez à l'extrêmité B

Plan. che 5. Fig. 20.

Digitized by Google

du rayon AB, la perpendiculaire BG égale à la corde BC du quart de cercle, & tirez du centre A par le point G, la droite AG : puis ayant pris sur le rayon AB, la partie AF égale à la partie GH, élevez au point F sur AB, la perpendiculaire FD, qui déterminera l'arc CD qu'on cherche.

REMARQUE.

La Secante AG de l'arc BH est égale à la Tangente d'un arc de 60 degrez, c'est-à-dire, que le rayon AH étant de 100000 parties, la ligne AG en comprend 173205, de laquelle ôtant AH, ou 100000, le reste 73205 est la partie GH, ou AF, c'est-à-dire, le Sinus ED de l'arc CD, qui se trouvera de 47°. 3'. 31''. & par consequent son complement BD de 42°. 56'. 29''. Ainsi nous sçavons que le Sinus d'un arc de 47°. 3'. 31''. est égal à la corde d'un arc de 42°. 56'. 29''. qui est son complement.

PROBLEME XVIII.

Décrire un Triangle rectangle, dont les trois côtez soient en Proportion Geométrique.

Planche 5. Fig. 21.

AYant décrit à volonté le demi-cercle ABC, dont le centre est D, & dont le diamétre AC sera pris pour l'hypoténuse du Triangle rectangle qu'on cherche, tirez par l'extrêmité C de ce diamétre AC, la ligne CE égale & perpendiculaire au même diamétre AC. Joignez la droite DE, qui se trouve ici coupée par la circonférence du demi cercle ABC au point F. Portez la longueur de la partie EF sur la circonférence ABC, de A en B, & joignez les droites AB, BC, qui

Digitized by Google

feront au point B un angle droit. Le Triangle rectangle ABC, sera celui qu'on cherche, de sorte qu'il y aura même raison du côté AB, au côté BC, que du même côté BC, à l'hypoténuse AC. Planche 5, Fig. 21.

REMARQUES.

Si de l'angle droit B, on mene la ligne BG perpendiculaire à l'hypoténuse AC, le plus grand Segment CG sera égal au plus petit côté opposé AB, ou à la partie EF. De-là on peut tirer cette autre construction pour la resolution du Problême. Prenez sur le diamétre AC, la partie CG égale à la partie EF, & abbaissant du point G, la perpendiculaire GB, elle coupera la circonference ABC au point B; d'où l'on menera les lignes AB, BC, qui formeront le Triangle rectangle cherché.

On aura une troisiéme construction, si l'on considere que l'hypoténuse AC se trouve coupée au point G par sa perpendiculaire BG, en moyenne & extrême raison, c'est-à-dire, que l'hypoténuse AC est à son plus grand Segment CG, comme le même plus grand Segment CG est au plus petit AG.

Si vous voulez une quatriéme construction, abbaissez de l'extrêmité A, la ligne AG perpendiculaire au diamétre AC, & égale à la troisiéme partie du même diamétre AC, & tirez par le point G, au diamétre AC, la parallele GH : cette ligne GH sera égale à la troisiéme partie du petit Segment AG, &c.

Digitized by Google

PROBLEME XIX.

Décrire quatre cercles égaux qui se touchent mutuellement, & qui touchent par le dehors la circonference d'un cercle donné.

Planche 21. Fig. 22. AYant divisé le cercle donné ABCD en quatre parties égales par les deux diamétres AC, BC, qui se coupent à angles droits au centre E, prenez sur le diamétre AC prolongé la ligne AF égale à la ligne AB, ou à la corde du quart de cercle. La ligne EF donnera la longueur du rayon de chacun des quatre cercles égaux qu'on cherche. Si donc on porte cette longueur EF sur chacun des deux diamétres prolongés AC, BD, depuis la circonference du cercle donné ABCD, aux points G, H, I, K, & que de ces points, G, H, I, K, comme centres, on décrive par les points A, B, C, D, autant de cercles égaux, ces quatre cercles se toucheront mutuellement, & toucheront aussi la circonference du cercle donné ABCD.

REMARQUE.

Si l'on joint deux centres quelconques, comme G, H, par la droite GH, cette ligne GH sera parallele à la corde correspondante AB, & elle passera par le point d'attouchement O. Elle fera par consequent aux points G, H, des angles demi-droits, ou de 45 degrez; ce qui fait que chacun des arcs AO, BO, sera aussi de 45 degrez. D'où il est aisé de conclure, qu'en prolongeant de part & d'autre la corde AB en M & en N, chacun des arcs AM, BN, sera un quart de cercle.

Digitized by Google

PROBLEME XX.

Décrire un Triangle rectangle, dont les trois côtez soient en Proportion Arithmétique.

MArquez sur la ligne indéfinie AB cinq parties égales de telle grandeur qu'il vous plaira, de A en B, & prenant la ligne terminée AB pour l'hypoténuse du Triangle rectangle qu'on cherche, décrivez de son extrêmité A, à l'ouverture de trois parties un arc de cercle, & de l'autre extrêmité B, à l'ouverture de quatre parties un autre arc de cercle, qui coupera le premier en un point C, d'où vous tirerez aux deux extrêmitez A, B, de l'hypoténuse AB, les droites AC, BC. Le Triangle ABC sera rectangle en C, & ses trois côtez AB, BC, AC, seront en Proportion Arithmétique, c'est-à-dire, qu'ils se surpasseront également, puisque le côté AB est de 5 parties, le côté BC de 4, & le côté AC de 3. Planche 6. Fig. 23.

REMARQUE.

Ce Triangle rectangle est seul de son espéce, dont les trois côtez soient arithmétiquement proportionnels. Ils sont tels, que la somme de leurs cubes en nombres est un cube parfait; car AB étant 5, son cube est 125, BC étant 4, son cube est 64, & AC étant 3, son cube est 27, & la somme 216 de ces trois cubes 125, 64, 27, a pour racine cubique 6, qui dans ce Triangle rectangle se rencontre égale a son aire.

Si on double tous les côtez du Triangle ABC en sorte que le côté AB soit de 10 parties, le côté Fig. 24.

Digitized by Google

BC de 8, & le côté AC de 6, on aura un autre Triangle rectangle semblable au précedent. Ses trois côtez seront encore en Proportion Arithmétique, & la somme de leurs cubes sera aussi un cube parfait, sçavoir, 1728, dont le côté, ou la racine cubique est 12. De plus, l'aire & le contour de ce second Triangle rectangle ABC, seront égaux entr'eux, chacun étant 24. Voyez le *Problême XXIII.*

PROBLEME XXI.

Décrire autour d'un Triangle équilateral donné six cercles égaux, qui se touchent mutuellement, dont trois touchent les trois côtez du Triangle, & les trois autres soient portez par ses sommets.

Planche 6, Fig. 25. QUe le Triangle équilateral donné soit ABC, & que son centre soit D. Tirez de ce centre D, par les trois angles A, B, C, & par les milieux E, F, G, des trois côtez autant de lignes droites, sur lesquelles on doit déterminer les centres K, L, M, N, O, P, des six cercles qu'on cherche, & qu'on trouvera en cette sorte.

Ayant pris sur le côté AB la partie EH égale à la moitié de la perpendiculaire DE, & ayant joint la droite DH, prolongez cette ligne DH en I, en sorte que la partie HI soit égale à la partie HE. Toute la ligne DI donnera la longueur du rayon de chacun des six cercles égaux qu'on veut décrire, dont les centres se trouveront en portant cette longueur DI de E en K, de B en L, &c.

REMARQUE.

Si l'on joint les deux centres P, L, par la droite

Digitized by Google

PL, cette ligne PL ſera parallele au côté AB, & diviſera par conſéquent à angles droits & en deux également au point Q, le rayon EK. D'où il ſuit que ſi l'on joint la droite EL, & la droite KL, qui paſſera par le point d'attouchement R, le Triangle ELK ſera iſoſcéle, chacun des deux côtez égaux EL, KL, étant double de la baſe EK: l'arc ER ſera de 75°. 31'. 20". & l'arc BR de 44°. 28'. 40". ce qui fait que ces deux arcs ſont enſemble préciſément 120 degrez, ſçavoir, autant que l'angle PDL.

PROBLEME XXII.

Pluſieurs demi-cercles qui ſe touchent au ſommet de l'angle droit de deux lignes perpendiculaires, & qui ont leurs centres ſur l'une de ces deux lignes étant donnez; déterminer les points où ces demi-cercles peuvent être touchez par des lignes droites tirées de ces points à un point donné ſur l'autre ligne perpendiculaire.

QUe les demi-cercles ABC, ADE, AFG, AHI, AKL, qui ont leurs centres ſur la ligne AL perpendiculaire à la ligne AM, ſe touchent au ſommet de l'angle droit MAL, & qu'il faille trouver les points où tous ces demi-cercles ſeront touchez chacun par une ligne droite tirée du point M donné ſur la ligne AM. Planche 6. Fig. 26.

Décrivez du point donné M, comme centre, par le point d'attouchement A, l'arc de cercle AK, qui coupera les circonferences des demi-cercles donnez en des points, comme B, D, F, H, K, qui ſeront les points d'attouchement qu'on cherche.

Digitized by Google

REMARQUE.

Lorsque les divisions de la ligne AL seront égales entr'elles, on pourra se servir de ces demi-cercles pour diviser une ligne donnée en parties égales. On portera cette ligne, comme seroit AK, ou AO, du point A jusqu'à la circonference du cinquiéme demi-cercle, si on la veut diviser en cinq parties égales : elle se trouvera divisée en cinq parties égales par les circonferences des autres demi-cercles. On divisera de la même maniére en trois parties égales la ligne proposée, ou telle autre qu'on voudra, comme AN, &c.

PROBLEME XXIII.

Décrire un Triangle rectangle, dont l'aire exprimée en nombre, soit égale au contour.

Planche 7. Fig. 27. TIrez les deux lignes perpendiculaires AB, AC, de telle grandeur, que l'une AB soit de 5 parties prises sur une Echelle divisée en parties égales, & que l'autre AC soit de 12 parties de la même Echelle. Joignez l'hypoténuse BC, qui se trouvera préciſément de 13 parties égales, comme on le connoîtra en ajoûtant ensemble les quarrez 25, 144, des deux côtez AB, AC, & en prenant la racine quarrée de la somme 169. L'aire du Triangle rectangle ABC sera égale à son contour, ou à la somme des trois côtez, chacun étant 30. Il arrive la même chose à cet autre Triangle rectangle exprimé en nombres entiers, 6, 8, 10, dont l'aire & le contour sont chacun 24.

Digitized by Google

REMARQUE.

Il n'y a en nombres entiers que ces deux Triangles rectangles, 6, 8, 10, & 5, 12, 13, de chacun desquels l'aire soit égale à son contour : mais en nombres rompus il y en a une infinité, que l'on peut trouver par ce Canon général qui a sa démonstration. *Formez d'un nombre quarré quelconque, & du même nombre quarré augmenté de 2, un Triangle rectangle : divisez le par ce nombre quarré, & vous aurez un second Triangle rectangle, dont l'aire sera égale à son contour.* Planche 7. Fig. 27.

Comme si de 9 & de 11, on forme ce Triangle rectangle 40, 198, 202, & qu'on le divise par 9, on aura cet autre Triangle rectangle $\frac{40, 198, 202}{9}$, dont l'aire & le contour sont égaux, chacun étant $\frac{440}{9}$. Pareillement si de 16 & de 18, on forme, ce Triangle rectangle 68, 576, 580, & qu'on le divise par 16, on aura cet autre Triangle, $\frac{68, 576, 580}{16}$, ou bien celui-ci étant réduit à ses moindres termes, $\frac{17, 144, 145}{4}$, dont le contour & l'aire sont chacun $\frac{153}{2}$. Ainsi des autres. Probl. IX. d'Arithm. P. 50.

PROBLEME XXIV.

Décrire au dedans d'un Triangle équilateral, trois cercles égaux qui se touchent mutuellement, & qui touchent aussi les trois côtez de ce Triangle.

POur inscrire dans le Triangle équilateral ABC, trois cercles égaux, qui se touchant mutuelle- Fig. 28.

Digitized by Google

Planche 7. Fig. 28. ment, touchent auſſi les côtez de ce Triangle, diviſez chacun de ces côtez en deux également aux points D, E, F. Par ces points D, E, F, tirez aux angles oppoſez autant de lignes droites, ſur leſquelles vous marquerez les centres G, H, I, des trois cercles qu'on cherche, en tranſportant ſur chaque ligne perpendiculaire la moitié du côté du Triangle équilateral de ſon point de milieu, vers le ſommet de l'angle, c'eſt-à-dire, la moitié AD, ou BD, de D en G, de E en I, & de F en H.

Pour avoir le rayon des cercles cherchés, joignez deux centres G, H par la ligne GH, qui ſe trouvera diviſée en deux parties égales par la ligne tirée du milieu du côté CB, au ſommet de l'angle A. Cette moitié ſera le rayon de chacun des cercles qu'on cherche : ou bien diviſez GC en deux parties égales, la moitié ſera auſſi le rayon des cercles cherchés.

REMARQUE.

Les droites qui joignent les centres G, H, I, paſſent par les points d'attouchement, & forment le Triangle équilateral GHI, dont les côtez ſont paralleles à ceux du Triangle donné ABC. Il ſe forme auſſi trois Trapezoïdes égaux AIHB, BHGC, CGIA, dont chacun a trois côtez égaux à ceux du Triangle équilateral GHI, & dont les aires ſont égales chacune à la huitiéme partie du quarré du côté AB du Triangle donné ABC.

Digitized by Google

PROBLEME XXV.

Décrire un Triangle rectangle, dont l'aire exprimée en nombre soit sesquialtere du contour aussi exprimé en nombres.

TIrez les deux lignes perpendiculaires AB, AC, de telle grandeur que l'une AB soit de 8 parties prises sur une Echelle divisée en parties égales, & que l'autre AC soit de 15 parties de la même Echelle. Joignez l'hypoténuse BC, qui se trouvera précisément de 17 parties égales, comme on le connoîtra en ajoûtant ensemble les quarrez 64, 225, des deux côtez AB, AC, & en prenant la racine quarrée de la somme 289. L'aire 60 du Triangle rectangle ABC sera au contour 40, comme 3 est à 2. Il arrive la même chose à cet autre Triangle rectangle en nombres entiers 7, 24, 25, dont l'aire 84 est aussi sesquialtere du contour 56, de sorte que ce contour 56 est égal aux deux tiers de l'aire 84. Planche 7. Fig. 29.

REMARQUE.

Il n'y a en nombres entiers que ces deux Triangles rectangles 8, 15, 17, & 7, 24, 25, de chacun desquels l'aire soit sesquialtere de son contour : mais en nombres rompus il y en a une infinité d'autres qui ont la même proprieté. On peut les trouver par ce Canon général, que nous avons tiré de l'Algébre. *Formez d'un nombre quarré quelconque, & du même nombre quarré augmenté de 1, un Triangle rectangle ; divisez-le par ce nombre quarré, & vous aurez un second Triangle rectangle, dont l'aire sera sesquialtere du contour.*

Digitized by Google

Problême IX. d'Arithmétique, pag. 50.

Comme si de 4 & de 7, on forme ce Triangle rectangle 33, 56, 65, & qu'on le divise par 4, on aura cet autre Triangle rectangle $\frac{33,56,65}{4}$, dont l'aire, $\frac{231}{4}$ est à son contour $\frac{77}{2}$, comme 3 est à 2. Pareillement si de 16 & de 19 on forme ce Triangle rectangle 105, 608, 617, & qu'on le divise par 16, on aura cet autre Triangle rectangle $\frac{105,608,617}{16}$, dont l'aire $\frac{19951}{16}$ est à son contour $\frac{665}{8}$, comme 3 est à 2. Ainsi des autres.

PROBLEME XXVI.

Décrire au dedans d'un quarré donné quatre cercles égaux, qui se touchent mutuellement, & qui touchent aussi les côtez de ce quarré.

Planche 7. Fig. 30.

SI le quarré donné est ABCD, divisez chacun de ses côtez en deux également aux points F, G, H, I, & menez les droites FH, GI, qui se couperont à angles droits & en deux également au centre E du quarré. On marquera sur ces deux lignes FH, GI, les centres L, M, N, O, des quatre cercles qu'on cherche, en cette sorte.

Joignez la droite HI, & retranchez-en la partie IK égale à la moitié IE de la ligne IG, ou du côté du quarré donné. Le reste HK sera le rayon de chacun des quatre cercles qu'on veut décrire. C'est pourquoi si l'on porte la longueur HK sur les lignes FH, GI, depuis leurs extrêmitez F, G, H, I, aux points N, M, L, O, le Problême sera résolu.

On peut encore le résoudre de cette maniére: retranchez de la ligne IG, la partie IT, égale à

Digitized by Google

la ligne IH, faites les lignes EL, EM, EN, EO, égales chacune au reſte TG, & vous aurez, comme auparavant, les centres L, M, N, O, des quatre cercles qu'on cherche, & que l'on trouvera auſſi en faiſant les lignes FN, GM, HL, IO, égales chacune à la partie ET.

Voici encore une autre maniére. Faites les quatre lignes AP, AQ, CR, CS, égales chacune à la ligne IH, & joignez les droites PQ, RS, qui donneront ſur les deux lignes FH, GI, les centres L, M, N, O, des quatre cercles qu'on cherche.

REMARQUE.

Il eſt aiſé à démontrer que chacune des deux lignes PQ, RS, eſt égale au côté AB du quarré donné ABCD, & que chacune des deux lignes PR, QS, eſt égale au diamétre de chacun des cercles égaux, qui ſe touchent. On peut encore démontrer aiſément que chacun des deux Triangles iſoſcéles rectangles APQ, CRS, eſt égal au quarré DIEH, ou à la quatriéme partie du quarré propoſé ABCD: & que le Triangle iſoſcéle rectangle OEN, eſt égal au quarré du rayon OI.

PROBLEME XXVII.

Décrire un Parallelogramme rectangle, dont l'aire exprimée en nombres, ſoit égale au contour.

TIrez les deux lignes perpendiculaires AB, AD, de telle grandeur, que l'une AB, ſoit de 3 parties priſes ſur une Echelle diviſée en parties égales, & que l'autre AD ſoit de 6 parties de la même Echelle. Décrivez du point D, comme Planche 7. Fig 31.

Digitized by Google

Planche 7. Fig. 31. centre, & de l'intervale AB, un arc de cercle vers C, & du point B, comme centre, & de l'intervale AD, un autre arc de cercle, qui coupera le premier au point C. De ce point C vous tirerez les deux lignes CB, CD, qui acheveront le rectangle ABCD, dont l'aire eſt égale au contour, chacun étant 18.

REMARQUE.

Il n'y a que trois Parallelogrammes rectangles, dont l'aire égale au contour ſoit exprimée en nombres entiers : ce ſont le rectangle qu'on vient de décrire, celui qui a pour côtez des nombres doubles des côtez de celui-ci (12, 6) & le quarré dont le côté eſt 4. Mais il y a une infinité de Parallelogrammes rectangles exprimez en nombres rompus, dont on peut déterminer les côtez de cette ſorte.

Ayant donné au côté AD tel nombre qu'on voudra, plus grand que 2, comme 8, diviſez ſon double 16 par le même côté diminué de 2, c'eſt-à-dire, par 6 : le quotient $\frac{8}{3}$ ſera l'autre côté AB. Ainſi on aura en nombres un Parallelogramme rectangle, ayant 8 pour longueur, & $\frac{8}{3}$ pour largeur, dont le contour & l'aire ſeront chacun $\frac{64}{3}$, ou $21\frac{1}{3}$.

PROBL.

PROBLEME XXVIII.

Mesurer avec le chapeau une distance qui n'est accessible qu'en une de ses deux extrêmitez.

LA distance à mesurer doit être d'une grandeur médiocre, autrement il seroit difficile de la mesurer exactement avec le chapeau, parce que pour peu que l'on manquât à viser juste, ou à se tenir bien droit, on se tromperoit sensiblement dans sa mesure, sur-tout si le terrain étoit un peu inégal. Planche 8. Fig. 32.

Pour mesurer donc avec le chapeau la distance AB, qui n'est accessible qu'en son extrêmité A, comme seroit la largeur d'une petite riviere, il faut que celui qui la veut mesurer se tienne bien droit à cette extrêmité A, & qu'appuyant son menton sur un petit bâton, qui doit être aussi appuyé sur quelque bouton de son habit, afin que sa tête puisse demeurer en même état, il abbaisse son chapeau sur le front, jusqu'à ce que le bord cache à sa vûë l'extrêmité inaccessible B de la distance à mesurer AB. Après quoi il doit se tourner vers un terrain égal & uniforme, & remarquer en regardant par le même endroit du bord de son chapeau le point de ce terrain, où sa vûë se terminera comme en C. Alors en mesurant avec un cordeau, ou avec une chaîne la distance AC, il aura la longueur de la distance proposée AB.

Digitized by Google

PROBLEME XXIX.

Mesurer une ligne horisontale, qui n'est accessible qu'en l'une de ses deux extrêmitez, par le moyen de deux bâtons inégaux.

Planche 8. Fig. 33. POur connoître la longueur de la ligne horisontale AB, qui represente la largeur du fossé ABCD, & qui n'est accessible qu'en son extrêmité A, élevez à plomb en cette extrêmité A, le plus petit bâton AE des deux, dont vous voulez vous servir pour mesurer cette ligne AB. Plantez aussi à plomb l'autre bâton plus grand FG, en ligne droite avec la ligne à mesurer AB, & à telle distance du premier AE, que par les deux bouts E, G, de ces deux bâtons ainsi élevez, vous apperceviez l'autre extrêmité B inaccessible. Après cela mesurez exactement la distance AF, que nous supposerons de 12 pieds, & la longueur des deux bâtons AE, FG, dont le plus petit AE, sera supposé de 3 pieds, & le plus grand FG, de 5. De sorte que dans cette supposition l'excès du grand bâton FG, sur le plus petit AE, sera de 2 pieds, comme on le connoît en ôtant 3 de 5. Cet excès 2 sera le premier terme d'une régle de trois directe; 12, ou la distance AF, sera le second; 3, ou le plus petit bâton AE, sera le troisiéme; & la ligne AB, qu'on cherche, sera le quatriéme : elle se trouvera de 18 pieds. Car si on multiplie le second terme 12, qui est la distance AF, par le troisiéme 3, qui est le plus petit bâton AE, & qu'on divise le produit 36 par 2, qui est l'excès du grand bâton FG sur le plus petit AE, on a 18 pieds pour la longueur de la ligne proposée AB.

Digitized by Google

PROBLEME XXX.

Mesurer une hauteur accessible par le moyen de son ombre.

POur connoître la hauteur accessible AB, par le moyen de son ombre AC, terminée par le rayon BC du Soleil, élevez à plomb le bâton DE d'une longueur prise à volonté, comme de 8 pieds, & mesurez la grandeur de son ombre DF, que nous supposerons de 12 pieds. Mesurez en même temps l'ombre AC, qui soit, par exemple, de 36 pieds. J'ai dit en même temps, parce qu'autrement le Soleil changeant de place à chaque instant, les rayons BC, EF, ne seroient plus paralleles; ce qui empêcheroit de pouvoir trouver la hauteur AB par cette régle de trois directe: si 12 pieds de l'ombre DF proviennent d'une hauteur DE de 8 pieds, de quelle hauteur proviendra l'ombre AC de 36 pieds? On trouvera 24 pieds pour la hauteur AB, qu'on cherche. Car en multipliant le troisiéme terme 36 par le second 8, & en divisant le produit 288 par le premier 12, on a pour quotient 24, qui est le quatriéme terme proportionnel, ou la hauteur proposée AB. Planche 8. Fig. 34.

PROBLEME XXXI.

Trouver à trois lignes données une quatriéme proportionnelle.

POur trouver aux trois lignes données AB, AC, AD, une quatriéme proportionnelle, décrivez des deux extrêmitez B, D, de la premiére & de Fig 35.

Digitized by Google

la troiſiéme ligne donnée, par l'extrêmité commune A, les deux arcs de cercle AEF, AGH, & ayant appliqué ſur le premier AEF la ligne AE, égale à la ſeconde ligne donnée AC, prolongez cette ligne AE juſqu'à ce qu'elle rencontre le ſecond arc AGH, en quelque point, comme en G. Toute la ligne AG ſera la quatriéme proportionnelle qu'on cherche.

PROBLEME XXXII.

Décrire ſur une ligne donnée un Parallelogramme rectangle, dont l'aire ſoit double de celle d'un Triangle donné.

Planche 8. Fig. 36. SI le Triangle donné eſt ABC, & que la ligne donnée ſoit BE, élevez à l'extrêmité E la perpendiculaire EF, qui ſoit la quatriéme proportionnelle à la baſe donnée BE, à la baſe AB du Triangle donné ABC, & à ſa hauteur CD. Achevez le rectangle BEFG, qui ſera celui qu'on cherche. Ce Problême n'a été mis que pour réſoudre le ſuivant.

PROBLEME XXXIII.

Changer un Triangle donné en un autre Triangle, dont chaque côté ſoit plus grand que chaque côté du Triangle donné.

Fig. 37. SI le Triangle donné eſt ABC, prolongez ſa baſe AB de part & d'autre en D & en E, en ſorte que la ligne AD ſoit égale au côté AC, & la ligne BE au côté BC, & par le moyen du Problême précédent, décrivez ſur la ligne DE le Parallelogramme rectangle DEGF, qui ſoit double

Digitized by Google

du Triangle donné ABC. Cela étant fait, si l'on prend sur la ligne DE, entre les points A, B, un point à discrétion, comme H, d'où l'on tire aux deux extrêmitez F, G, les droites FH, GH, le Triangle FGH sera celui qu'on cherche, c'est-à-dire, qu'il sera égal au proposé ABC, l'un & l'autre étant chacun la moitié du rectangle FGED, & chacun de ses côtez sera plus grand que chacun des côtez du Triangle donné ABC.

REMARQUE.

On peut même avoir un Triangle moindre que le proposé ABC, quoique tous ses côtez soient plus grands que tous les côtez du Triangle ABC, en prenant le sommet H du Triangle FGH au dessous de la base AB.

PROBLEME XXXIV.

Deux demi-cercles qui se touchent en dedans, étant donnez sur une même ligne droite, décrire un cercle qui touche la ligne droite, & les circonférences des deux demi-cercles donnez.

JE suppose que les deux demi-cercles ABC, ADE, sont posez sur la ligne droite AC, & qu'ils se touchent au point A. Pour décrire un cercle qui touche les deux circonférences ABC, ADE, & la partie EC de la ligne droite AC, portez la longueur du demi-diamétre AG, du grand demi-cercle ABC, de F centre du petit demi-cercle ADE, en O, pour avoir la ligne AO, égale à la somme des demi-diamétres AF, AG, des deux demi-cercles donnez ABC, ADE. Elevez Planche 8. Fig. 38.

Digitized by Google

Planche 8. Fig. 38. au point E, sur AC, la perpendiculaire EB, & joignez la droite AB. Cherchez aux deux lignes AO, AB, une troisiéme proportionnelle AH, pour avoir en H le point d'attouchement du cercle qu'on veut décrire, & de la ligne droite EC. Elevez de ce point H sur EC la perpendiculaire HI quatriéme proportionnelle aux trois lignes AO, AH, FG, pour avoir en I le centre du cercle qu'on cherche, dont la circonférence touchera EC en H, & les circonférences des deux cercles donnez, le plus grand au dedans, & le plus petit au dehors.

REMARQUE.

Si au dedans de l'espace terminé par les deux circonférences ABC, ADE, on décrit un second cercle qui touche le premier décrit du centre I, & les deux circonférences ABC, ADE, & que du centre K de ce second cercle on abbaisse la droite KL perpendiculaire au diamétre AC, cette perpendiculaire KL sera triple du rayon du cercle décrit du centre K. Si au dedans du même espace on décrit un troisiéme cercle, qui touche le second décrit du centre K, & les circonférences ABC, ADE, la perpendiculaire abbaissée du centre M de ce troisiéme cercle sur le diamétre AC, sera quintuple du rayon du même cercle. De même, si au dedans du même espace on décrit un quatriéme cercle, qui touche le troisiéme décrit du centre M, & les circonférences des deux demi-cercles, la perpendiculaire abbaissée du centre P de ce quatriéme cercle sur le diamétre AC, sera septuple du rayon du même cercle, & ainsi des autres, selon la progression des nombres impairs 3, 5, 7, 9, &c.

Nous remarquerons ici, que tous les cercles in-

Digitized by Google

finis qui peuvent toucher les deux circonférences ABC, ADE, ont leurs centres dans la circonférence d'une Ellipſe, dont un Axe eſt AO, qui a pour Paramétre la ligne AH.

PROBLEME XXXV.

Trois demi-cercles qui ſe touchent en dedans étans donnez ſur une ligne droite, décrire un cercle qui touche les circonférences des trois demi-cercles.

SOient les trois demi-cercles ABC, ADE, EIC, dont les centres F, G, H, ſont ſur la ligne droite AC. Ayant trouvé à la ligne FG, & au rayon AF, une troiſiéme proportionnelle AL, cherchez à la ſomme des deux lignes AL, AG, au rayon AG, & au rayon AF, une quatriéme proportionnelle, qui ſera la longueur du rayon KI du cercle que l'on cherche. Portez cette quatriéme proportionnelle KI ſur la ligne AC de G en M, & de F en N. Enſuite du centre F & de l'intervalle NE, décrivez vers K un arc de cercle : puis du centre H & de l'intervalle FM, décrivez un autre arc de cercle qui coupera le premier en K. Ce point d'interſection K ſera le centre du cercle cherché, qu'il ne ſera pas difficile de décrire, puiſque ſon rayon GM, ou FN, eſt connu. Planche 9. Fig. 32.

Obſervez que l'on auroit pû trouver le point d'interſection K, en décrivant le ſecond arc de cercle du centre G & de l'intervalle MC.

REMARQUE.

Si l'on joint le centre K avec les centres F, G, H, des trois demi-cercles donnez, par les lignes droites FK, GK, HK, on aura les deux Triangles FKG, GKH, de même contour, le contour de

Digitized by Google

chacun étant égal au diamétre AC du grand demi-cercle donné ABC, à cauſe des deux lignes égales AF, GH.

Si entre les deux circonférences ABC, ADE, on décrit, comme dans le Problême précédent, autant de cercles qu'on voudra, qui ſe touchant mutuellement, touchent auſſi les deux circonférences ABC, ADE, & que de leurs centres O, P, Q, K, on tire ſur le diamétre AC, autant de perpendiculaires, la perpendiculaire KV ſera égale au diamétre de ſon cercle, la perpendiculaire QT ſera double du diamétre de ſon cercle, la perpendiculaire PS ſera triple du diamétre de ſon cercle, la perpendiculaire OR ſera quadruple du diamétre de ſon cercle, & ainſi des autres, ſelon la ſuite des nombres naturels 1, 2, 3, 4, 5, 6, &c.

PROBLEME XXXVI.

Trois demi cercles qui ſe touchent en dedans étant donnez ſur une ligne droite, avec une autre ligne droite tirée par le point d'attouchement des deux demi cercles interieurs, & perpendiculaire à la premiére ligne droite; décrire deux cercles égaux qui touchent cette perpendiculaire & les circonférences de deux demi-cercles.

Planche 9. Fig. 40.

SOient les trois demi-cercles donnez ABC, ADE, EOC, dont les centres F, G, H, ſont placez ſur la ligne droite AC, qui eſt coupée à angles droits au point E, par la ligne droite BE. On trouvera le rayon commun aux deux cercles égaux qui doivent toucher la perpendiculaire BE, & les circonférences de deux demi-cercles, en décrivant du point A par le centre F, l'arc de cercle

Digitized by Google

FI, puis du point I par le point A, l'arc de cercle AK; la ligne KF donnera la longueur du rayon des deux cercles égaux que l'on cherche, dont les centres M, N, se trouveront en cette sorte. Plan. che 9. Fig. 40.

Ayant fait la ligne GL égale à la ligne KF, décrivez du centre G & de l'intervalle LC, l'arc de cercle MN, puis du centre F, & de l'intervalle KE, un autre arc de cercle, qui coupant le premier MN, donnera le centre M du cercle qui doit toucher les circonférences des deux demi-cercles ABC, ADE, & la perpendiculaire EB. Décrivez aussi du centre H & de l'intervalle FL, un autre arc de cercle, qui coupant le premier MN, donnera le centre N du cercle qui doit toucher la perpendiculaire BE, & les deux circonférences ABC, EOC.

REMARQUE.

Si on joint les deux centres M, N, avec les trois F, G, H, par des lignes droites, on aura les deux Triangles FMG, GNH, d'un contour égal; ce contour étant dans chaque Triangle égal au diamétre AC du plus grand demi-cercle donné ABC, à cause des deux côtez égaux GM, GN, de la base GH, égale au rayon AF, ou FD, des rayons égaux MD, NO, & de la base FG égale au rayon EH, ou HO. De plus le rayon MD, ou NO, est quatriéme proportionnel aux trois lignes AG, AF, FG. Enfin si on joint les droites AO, CD, la ligne AO sera perpendiculaire au rayon HO, ou NO, & touchera par conséquent les circonférences de ces deux rayons au point O : la ligne CD sera aussi perpendiculaire à chacun des deux rayons FD, MD, & touchera par conséquent au point D, les circonférences de ces deux rayons.

Digitized by Google

D'où l'on peut tirer une autre construction pour la résolution du Problême.

PROBLEME XXXVII.

Décrire un Triangle, dont l'aire & le contour soient un même nombre quarré.

Planche 9. Fig. 42. AYant fait la base AB de 17 parties prises sur une Echelle divisée en parties égales, décrivez de l'extrêmité A, avec l'ouverture de 9 de ces parties, un arc de cercle vers le point C, & un autre arc de cercle de l'autre extrêmité B, avec l'ouverture de 10 des mêmes parties, qui coupera le premier arc de cercle en un point, comme C. Joignez les droites AC, BC, & le Triangle ABC sera celui que l'on cherche; son aire & son contour étant chacun 36, dont la racine quarrée est 6.

REMARQUE.

Ce Triangle a été trouvé en nombres par le moïen de ces deux Triangles rectangles en nombres 72, 135, 153, & 72, 154, 170, qui sont de même hauteur; leurs nombres générateurs sont 12, 3, & 11, 7. Car joignant ensemble ces deux Triangles, on a Fig. 42. le Triangle obliquangle ABC, dont la hauteur CD sera 72 à l'égard de la base AB, qui est 289, & en divisant chaque côté par la racine quarrée 17 de cette base 289, on a les trois côtez 17, 10, 9.

Digitized by Google

PROBLEME XXXVIII.

Faire paſſer une circonférence de cercle par trois points donnez, ſans en connoître le centre.

IL faut que les trois points propoſez ne ſoient pas dans une même ligne droite, mais qu'ils puiſſent former un Triangle ACB. Pour décrire une circonférence de cercle, qui paſſe par les trois points donnez A, C, B, ſans en chercher le centre, on commencera par décrire l'arc de cercle AC en cette ſorte. Planche 9. Fig. 43.

Ayant imaginé les lignes AC, CB, on fera avec une carte ou du carton un angle égal à l'angle ACB, dont les côtez CA, CB, ſoient prolongez vers A & vers B. Après avoir appliqué cet angle de carton ACB ſur l'angle ACB, on décrira l'arc CA en abbaiſſant la pointe C vers A, de façon que le point A ſoit toûjours appliqué le long du côté AC, en même temps que le point B demeurera appliqué le long du côté du carton CB prolongé; le point C par ſon mouvement décrira l'arc CA.

Le même angle de carton ACB ſervira à décrire l'autre arc CB; en même temps qu'on abbaiſſera la pointe C vers B, il faut que le point B demeure appliqué le long du côté CB, & que le point A ſoit appliqué le long du côté AC prolongé. C'eſt ainſi que la pointe C décrira l'arc de cercle CB.

Mais pour décrire le troiſiéme arc de cercle AB ſur le côté AB, on fera un angle de carton égal à l'angle ABC, dont les côtez ſeront prolongés vers A & vers C. On obſervera les mêmes précautions que l'on a obſervé, en décrivant les deux arcs AC, CB. La pointe B par ſon mouvement de B vers A,

Digitized by Google

décrira un arc soûtenu par la ligne AB. Ces trois arcs AC, CB, BA, formeront la circonférence du cercle ACB, que l'on cherchoit, sans en connoître le centre.

REMARQUE.

Pour décrire l'arc AB, au lieu de faire l'angle de carton égal à l'angle ABC, on peut le faire égal à l'angle BAC, & faire mouvoir la pointe A vers B.

PROBLEME XXXIX.

Deux lignes perpendiculaires à une ligne tirée par leurs extrêmitez, étant données, trouver sur cette ligne aussi donnée, un point également éloigné des deux autres extrêmitez des deux lignes données.

Planche 9. Fig. 44. SOient données les deux lignes égales ou inégales AB, CD, perpendiculaires à la ligne AC, qui passe par leurs extrêmitez A, C. On trouvera sur cette ligne AC le point F également éloigné des deux autres extrêmitez B, D, en joignant ces deux extrêmitez par la droite BD, & en tirant à cette même ligne BD par E son point du milieu, la perpendiculaire EF, qui donnera sur la ligne AC le point F, que l'on cherche, de sorte que les deux lignes FB, FD, seront égales entr'elles.

REMARQUE.

Ce Problême se propose ordinairement ainsi : ***Les hauteurs AB, CD, & leur distance AC étant données, trouver sur le terrain AC, le point F, en sorte que les cordes qui seront tendues depuis les***

Digitized by Google

ſommets B, D, juſqu'au point F, ſoient égales entr'elles.

Lorſque les hauteurs AB, CD, & leur diſtance AC ſeront connues en nombres, comme ſi la hauteur AB étoit de 56 pieds, la hauteur CD de 63, & la diſtance AC de 49, on trouvera la partie AF en ôtant de la ſomme des deux quarrez AC, CD, le quarré AB, & en diviſant le reſte par le double de AC. De même on trouvera la partie CF, en ôtant de la ſomme des quarrez AC, AB, le quarré CD, & en diviſant le reſte par le double de AC. Ainſi la partie AF ſe trouvera de 33 pieds, & l'autre partie CF de 16 : & chacune des deux cordes égales FC, FD, ſe trouvera de 65 pieds, comme on le connoîtra en ajoûtant enſemble les deux quarrez AB, AF, ou bien les deux CD, CF, & en prenant la racine quarrée de la ſomme 4225.

PROBLEME XL.

Décrire deux Triangles rectangles, dont les lignes ſoient telles, que la différence des deux plus petites du premier Triangle ſoit égale à la différence des deux plus grandes du ſecond, & réciproquement que la différence des deux plus petites lignes du ſecond Triangle ſoit égale à la différence des deux plus grandes du premier.

TIrez premiérement, les deux lignes AB, AC perpendiculaires l'une à l'autre, de telle grandeur que la premiére AB ſoit de 60 parties priſes ſur une Echelle diviſée en parties égales, & la ſeconde AC de 11 parties. Alors l'hypoténuſe BC ſe trouvera de 61 parties, comme on le connoîtra en ajoûtant enſemble les quarrez AB, AC, & Planche 9. Fig. 45.

Digitized by Google

Planche 9. Fig. 45.

en prenant la racine quarrée de la somme 3721. Tirez ensuite deux autres lignes DE, EF, aussi perpendiculaires l'une à l'autre, dont la premiére DE soit de 119 parties, & la seconde EF de 120. Alors l'hypoténuse DF se trouvera de 169 parties, comme on le connoîtra en ajoûtant ensemble les quarrez DE, EF, & en prenant la racine quarrée de la somme 28561. Les deux Triangles rectangles ABC, DEF, satisferont au Problême. Car la difference 49 des deux plus petites lignes AB, AC, est égale à la différence des deux plus grandes DF, EF du second DEF. Réciproquement la différence 1 des deux plus petites DE, EF, du second Triangle DEF, est égale à la différence des deux plus grandes AB, BC, du premier ABC.

REMARQUE.

Ces deux différences 49, 1, se rencontrent ici des nombres quarrez, & elles seront toûjours telles dans les autres couples de Triangles rectangles qu'on peut trouver par ce Canon général, que j'ai tiré de l'Algébre; *Le double du produit du plus grand de deux nombres quelconques par leur somme, & la somme des quarrez des deux mêmes nombres, sont les deux nombres générateurs de l'un des deux Triangles rectangles que l'on cherche. Et le double du produit du plus petit des deux mêmes nombres par leur somme & la même somme des quarrez, sont les deux nombres générateurs de l'autre Triangle rectangle que l'on cherche.*

De ces trois nombres générateurs, celui qui est commun aux deux Triangles rectangles, est l'hypoténuse d'un troisiéme Triangle rectangle, l'un des deux autres est le contour de ce troisiéme

Digitized by Google

Triangle rectangle, & le troisiéme est le même contour, en y changeant le plus grand nombre générateur du troisiéme Triangle rectangle au plus petit.

PROBLEME XLI.

Diviser la circonférence d'un demi-cercle donné en deux arcs inégaux, en sorte que le demi-diamétre soit moyen proportionnel entre les cordes de ces deux arcs.

SI le demi-cercle donné est AEB, dont le centre soit D, décrivez par ce centre D, de l'extrêmité B, du diamétre AB, l'arc de cercle DE, & ayant divisé l'arc BE en deux également au point C, tirez les deux cordes AC, BC, entre lesquelles le demi-diamétre AD, ou CD, sera moyen proportionnel. Planche 10. Fig. 46.

REMARQUE.

Il est évident que l'arc BE est de 60 degrez, par conséquent sa moitié BC, ou CE, est de 30 degrez, & l'autre arc AEC de 150 degrez. D'où il est aisé de conclure, que le Sinus d'un arc étant la moitié de la corde d'un arc double, & la moitié du rayon ou Sinus total étant le Sinus d'un arc de 30 degrez, ce Sinus d'un arc de 30 degrez est moyen proportionnel entre le Sinus d'un arc de 15 degrez, & le Sinus de son complement, ou le Sinus d'un arc de 75 degrez.

Digitized by Google

PROBLEME XLII.

Une Echelle d'une longueur connue étant appuyée par le haut contre une muraille, & en étant éloignée par le pied d'une certaine distance, trouver de combien elle descendra, lorsqu'on l'éloignera davantage du pied de la même muraille.

Planche 10. Fig. 48.

SUppoſons que l'Echelle EF, qui eſt appuyée contre la muraille ABCD, ſoit longue de 25 pieds, & éloignée du pied de la même muraille de 7 pieds, en ſorte que la ligne FG, qui eſt perpendiculaire à la muraille, ſoit de 7 pieds. Suppoſons encore qu'on éloigne cette Echelle de F vers H, de 8 pieds, en ſorte qu'ayant la ſituation HI, la partie FH ſoit de 8 pieds, & toute la ligne GH par conſéquent de 15 pieds; alors l'Echelle ſera deſcendue de la ligne EI, que l'on trouvera en cette ſorte.

Multipliez la longueur EF de l'Echelle par elle-même, c'eſt-à-dire, 25 par 25, pour avoir ſon quarré 625. Multipliez auſſi la longueur FG par elle-même, c'eſt-à-dire, 7 par 7, pour avoir ſon quarré 49, qu'il faut ôter du quarré précédent 625. Le reſte 576 ſera le quarré de la hauteur EG, à cauſe du Triangle EFG rectangle en G. C'eſt pourquoi ſi on prend la racine quarrée de ce reſte 576, on aura 24 pieds pour la hauteur EG.

Multipliez pareillement la longueur HI par elle-même, ou 25 par 25, pour avoir ſon quarré 625. Multipliez auſſi la longueur HG par elle-même, ou 15 par 15, pour avoir ſon quarré 225, lequel étant ôté du précédent quarré 625, il reſtera 400 pour le quarré de la hauteur IG. C'eſt pourquoi ſi

on

Digitized by Google

on prend la racine quarrée de ce reſte 400, on aura 20 pour la hauteur IG. Cette hauteur étant ôtée de la hauteur EG, qui a été trouvée de 24 pieds, le reſte donnera 4 pieds pour la ligne EI que l'on cherche.

PROBLEME XLIII.

Meſurer une diſtance acceſſible ſur la terre par le moyen de la lumiére & du bruit d'un Canon.

FAites avec une balle de mouſquet un pendule long de 11 pouces & 4 lignes, en prenant cette longueur depuis le centre de mouvement juſqu'au centre de la balle : & au moment que vous appercevrez la lumiére du Canon, qui doit être au lieu dont vous cherchez la diſtance du lieu où vous êtes, mettez le pendule en branle, en ſorte que les arcs des vibrations ne paſſent pas 30 degrez. Enfin multipliez par 100 le nombre des vibrations ſimples qui ſe ſeront faites depuis le moment que vous avez apperçû la lumiére juſqu'à celui où vous avez entendu le bruit du coup de Canon : le produit donnera en toiſes de Paris la diſtance du lieu où vous êtes au lieu où l'on a tiré ce coup de Canon.

REMARQUE.

C'eſt à peu près de la même maniére qu'on pourra meſurer la hauteur d'une nuée, lorſqu'elle eſt proche du Zenit, & qu'il y fait des éclairs & des Tonnerres ; mais cette maniére de meſurer une telle diſtance, eſt fort incertaine : je ne l'ai indiqué ici que par récréation.

Elle ſera plus certaine, lorſqu'on voudra meſu-

Digitized by Google

rer une médiocre distance sur la terre, dont les extrêmitez sont tellement situées, que de l'une on ne peut voir l'autre : mais au lieu du canon, il sera plus commode de se servir de l'arquebuse, dont le son se porte à la distance de 230 toises en une seconde de temps.

Ainsi pour mesurer cette distance, il faut par le moyen d'une horloge à pendule, compter les secondes de temps, qui se seront écoulées entre la lumiére de l'arquebuse qui aura été tirée à l'une des deux extrêmitez de la distance proposée, & le son qui sera parvenu aux oreilles d'une personne, qui doit être à l'autre extrêmité de la même distance; car en multipliant le nombre des secondes par 230, on aura en toises la longueur de la ligne proposée.

Il n'est point nécessaire de se servir des secondes d'un pendule; on peut s'en tenir aux vibrations simples du pendule fait avec une balle de mousquet. Celui qui est au pendule tire un coup, en mettant le pendule en branle; l'autre qui est à l'extrêmité de la distance à mesurer, tire si-tôt qu'il l'entend, & le premier arrête le pendule dès qu'il entend le coup du second. Cette observation faite, si on multiplie le nombre des vibrations par 100, on a en toises le double de la distance, sçavoir, l'aller & le revenir du son; & si l'on en prend la moitié, on a la distance qu'on vouloit mesurer.

On a déja remarqué qu'en mettant le pendule en branle, il ne falloit pas lui faire décrire un arc plus grand que 30 degrez : on doit ajoûter que les 22 vibrations du pendule font une lieue moyenne de France, telle qu'on en compte deux depuis le grand Châtelet de Paris jusqu'à la porte de l'Eglise de l'Abbaye de S. Denis.

Digitized by Google

M. de la Hire vouloit que le pendule ne fût long que de 9 pouces, & qu'on en multipliât les vibrations par 90 toises.

Le Pere Schot dit que par plusieurs expériences on a connu qu'un boulet de gros canon pointé horizontalement, fait une lieue d'Allemagne de 4000 pas Géométriques en deux secondes de temps; ce qui peut servir aussi pour mesurer une distance sur la terre, s'il est vrai que la vîtesse du son est égale à celle du boulet; car ainsi l'on pourra dire que la distance en pas Géométriques est au temps en secondes entre la lumiére & le coup entendu, comme 4000 est à 2, ou comme 2000 à 1, &c.

PROBLEME XLIV.

Mesurer la surface d'un Parallelogramme.

I.

SOit un Parallelogramme rectangle ABCD, dont l'un des côtez AB est de 8 toises, & l'autre AC est de 6 toises, on veut sçavoir combien il contient de toises dans sa surface. Il suffit pour cela de multiplier le côté AB, 8, par le côté AC, 6, le produit 48 est le nombre des toises que contient la surface du Parallelogramme rectangle ABCD. Planche * Fig. 2.

II.

Si le Parallelogramme est obliquangle, comme EIFH, dont un des côtez EF est de 3 toises, & l'autre FH est de 10; du sommet de quelqu'un des angles, comme de E, il faut abbaisser la perpendiculaire EG, qui se trouve être ici de 2 toises, on multipliera ces 2 toises par les 10 que con- Planche * Fig. 3.

Digitized by Google

tient le côté FH, sur lequel on a abbaissé la perpendiculaire : le produit 20 est le nombre des toises que contient la surface du Parallelogramme obliquangle EIFH.

Procès à décider.

Planche * Fig 4. & 5.

Caius avoit un champ parfaitement quarré, dont chaque côté étant de 6 toises, le circuit par conséquent étoit de 24 toises. Sempronius voulant s'en accommoder, il propose à Caius de l'échanger pour une piéce de terre qui avoit aussi 24 toises de circuit, mais qui n'étoit point parfaitement quarrée : c'étoit un Parallelogramme rectangle, dont un des côtez avoit 3 toises de large, & l'autre avoit 9 toises de long.

Caius ne sçavoit point de Géométrie, & il avoit été trompé par le raisonnement captieux de Sempronius, qui lui assuroit que les figures qui ont un même circuit, sont égales entr'elles. Dans la suite ses amis lui firent connoître qu'il avoit été la dupe de Sempronius, qui lui avoit donné un champ qui ne contenoit que 27 toises, en échange d'un qui en contenoit 36.

La contestation fut portée devant le Juge du lieu, qui après avoir pris l'avis d'un Arpenteur, déclara que Caius avoit été surpris, & par conséquent que l'échange étoit nul.

REMARQUE.

Entre deux quarrez parfaits, dont l'un a le côté double du côté de l'autre, celui-là est quadruple de celui-ci. Qu'on propose deux quarrez, dont l'un ait pour côté 6 pieds, & l'autre 3, le quarré qui a 6 pour côté, est quadruple de celui qui a 3

Digitized by Google

pour côté ; car le premier contient 36 pieds de ſurface, & le ſecond en contient 9, qui eſt le quart de 36.

PROBLEME XLV.

Meſurer la ſurface d'un Cercle.

IL faut connoître le diamétre du cercle, & ſa circonférence, multiplier le demi-diamétre ou le rayon par la moitié de la circonférence, ou bien toute la circonférence par le quart du diamétre ; le produit ſera la ſurface du cercle. Voyez le Probl. XII. pag. 285

I.

Si l'on n'avoit que le diamétre d'un cercle, & qu'il fût difficile de meſurer ſa circonférence, il faudra, pour l'obtenir, faire une régle de trois, dont le premier terme ſera 7, le ſecond 22, & le troiſiéme ſera le diamétre du cercle dont on cherche la ſurface. La régle étant faite, on aura pour quatriéme terme la circonférence du même cercle. On ſçait, par exemple, que le diamétre d'un baſſin eſt de 28 pieds ; pour avoir ſa circonférence il faut multiplier 28 par 22, & diviſer le produit 616 par 7, le quotient 88 eſt le nombre des pieds que contient la circonférence de ce baſſin. Ainſi pour avoir ſa ſurface, on multipliera 44 moitié de la circonférence par 14 moitié du diamétre, ou toute la circonférence 88 par 7 quatriéme partie du diamétre 28 ; le quotient 616 donnera le nombre des pieds de la ſurface du cercle.

II.

Au contraire il peut arriver qu'on connoiſſe la

Digitized by Google

circonférence, ſans connoître le diamétre du cercle, pour lors il faut faire une régle de trois, dont le premier terme ſera 22, le ſecond 7, & le troiſiéme ſera la circonférence connue : la régle faite donnera un quatriéme terme, qui ſera le diamétre cherché.

On a meſuré le circuit d'une Tour que je ſuppoſe être de 88 toiſes ; pour avoir ſon diamétre on multipliera 88, circuit de la Tour par 7, & l'on diviſera le produit 616 par 22 ; le quotient 28 ſera le nombre des toiſes que contiendra le diamétre de la Tour.

III.

On peut encore avoir la ſurface d'un cercle en faiſant cette régle de trois : comme 14 eſt à 11, ainſi le quarré du diamétre du cercle eſt à un quatriéme nombre, qui ſera la ſurface du cercle cherché.

REMARQUE.

Ce qu'on a remarqué des quarrez, doit auſſi s'entendre de deux cercles, dont l'un auroit le diamétre double du diamétre de l'autre : je veux dire que celui qui a le diamétre double, a une ſurface quadruple de la ſurface de l'autre. Si, par exemple, un cercle a 6 pieds de diamétre, & qu'un autre en ait trois, la ſurface de celui qui a 6 pieds de diamétre, eſt à la ſurface de celui qui a 3 pieds de diamétre, comme 36 à 9, ou 4 à 1. On doit appliquer à la circonférence ou au circuit, ce qu'on vient de dire du diamétre.

Digitized by Google

QUESTION I.

Une Cuiſiniere étant allée au marché, convient qu'on lui donnera pour un certain prix autant de bottes d'Aſperges qu'elle en pourra lier avec une ficelle d'un pied de long ; il ſe trouve qu'elle en a eu quatre bottes. Le lendemain ayant beſoin d'une plus grande quantité d'Aſperges, elle retourne au marché, avec une ficelle longue de deux pieds. Elle offre le double du prix qu'elle a donné le jour précédent, pour avoir autant de bottes d'Aſperges qu'elle en pourra lier avec la ficelle de deux pieds de long. On demande ſi elle n'auroit que 8 bottes d'Aſperges.

SUivant les Remarques précédentes, elle doit avoir ſeize bottes d'Aſperges ; car la ficelle étant double, elle fait un quarré ou un cercle, dont le circuit eſt double : par conſéquent la ſurface en ſera quadruple ; c'eſt-à-dire, que le lien qui eſt double contiendra quatre fois plus que le ſimple.

La méthode pour réſoudre ces ſortes de queſtions, eſt de faire une régle de trois, dont le premier terme eſt le quarré de la choſe propoſée, le ſecond la choſe qui eſt contenue, & le troiſiéme le quarré de la choſe dont on veut ſçavoir le contenu. Comme dans cet exemple, ſi 1 quarré de 1 meſure du lien, donne 4 bottes d'Aſperges, combien 4 quarré de 2 meſure du ſecond lien, dont on veut ſçavoir le contenu.

Digitized by Google

QUESTION II.

Une corde de 10 pieds de long entoure 200 piques; on veut sçavoir combien une corde de 8 pieds de long entourera de piques.

ON trouvera par la régle qu'on vient de proposer, que la corde de 8 pieds entourera 128 piques, en faisant cette régle de trois: si 100 quarré de 10 donne 200, combien 64 quarré de 8, longueur de la corde, dont il est proposé de connoître ce qu'elle doit contenir de piques.

QUESTION III.

Sempronius a emprunté de Caius un sac de blé qui avoit 5 pieds de haut & 4 pieds de large: quand il falut rendre le blé, Sempronius prit quatre sacs hauts de 5 pieds & larges d'un pied seulement, Sempronius rendit-il à Caius tout le blé qu'il avoit emprunté?

IL s'en faut de beaucoup, Sempronius ne rendît que le quart du blé que Caius lui avoit prêté.

QUESTIONS IV. V. VI.

ON ne fera que proposer les questions suivantes: il sera aisé de résoudre, par les principes qu'on a posé, non seulement celles qu'on va lire, mais encore plusieurs autres qui sont de la même nature.

Un Particulier a pour son usage un pouce d'eau; il reçoit du Magistrat la permission d'en avoir une fois davantage; il n'y a point de doute que si ce

Digitized by Google

Particulier faisoit faire un tuyau qui eût deux pouces de diamétres, il auroit quatre fois plus d'eau qu'il n'en avoit.

Une Vieille ayant acheté des marrons plein un sac pour un certain prix ; elle en demande pour le prix double dans un sac qui a deux fois plus d'étoffe dans son circuit, quoiqu'il soit de la même hauteur que le premier, elle aura quatre fois plus de marrons.

Si on défonce deux futailles, & qu'on en fasse une seule des douves de ces deux futailles, la futaille faite des deux contiendra quatre fois plus de vin que l'une des deux n'en contenoit.

PROBLEME XLVI.

Tracer un ovale sur le terrein.

L'Ovale a deux diamétres, dont l'un CD est plus grand que l'autre EG. Sur le plus grand CD on choisit deux points A, B, qu'on appelle foyers, qui sont également éloignez des extrémitez C, D du grand diamétre. On plante à ces deux points deux jalons ou piquets, ausquels on attache un cordeau AHB : ce cordeau doit être de la même grandeur que le diamétre CD ; on le replie avec un troisiéme jalon, ou un bâton tel que vous voyez en H, & l'on conduit ce bâton, en tenant toûjours le cordeau également tendu, depuis C par HE jusqu'en D. Ensuite on repasse le cordeau de l'autre côté du diamétre CD, on trace de la même façon l'autre côté CGD, & l'on a un ovale CEDGC tracé sur le terrein. On l'appelle l'ovale du Jardinier, parce que c'est de cette maniére que les Jardiniers le tracent. Planche 8, Fig. 6.

Digitized by Google

REMARQUE.

Si on vouloit tracer un cercle, au lieu de mettre deux jalons A, B aux foyers de l'ovale, il suffiroit d'en mettre un en C, centre du cercle, on plieroit un cordeau de la longueur du rayon CA, on y attacheroit un jalon en A, & l'on feroit mouvoir ce cordeau autour du jalon planté en C, de maniére que le jalon A traceroit un cercle en tenant toûjours le cordeau également tendu.

PROBLEME XLVII.

Mesurer la surface d'un ovale.

APrès avoir multiplié les deux diamétres, vous ferez une régle de trois, dont le premier terme sera 14, le second 11, & le troisiéme sera le produit des deux diamétres de l'ovale dont on cherche la surface. Comme si le grand diamétre Fig. CD est de 16 pieds, & que le petit soit de 9 pieds, on multipliera 9 par 16, le produit sera 144. Ensuite on divisera par 14 le produit 1584 de 144 par 11; & le quotient $113\frac{1}{7}$ sera la surface de l'ovale CEDGC.

Digitized by Google

PROBLEMES DE MUSIQUE.

LA Muſique a pour objet le ſon en tant qu'il eſt agréable à l'organe de l'ouïe. Le ſon eſt cauſé par les vibrations & fremiſſemens du corps ſonore, ou de ſes parties, qui étant ordinairement tranſmis à l'oreille par le moyen de l'air, excitent une ſenſation agréable ou deſagréable. On peut conſiderer un ſon ſeul, ou comparer pluſieurs ſons enſemble.

L'impreſſion qu'un ſon ſeul cauſe à l'oreille eſt forte ou foible : elle peut auſſi être plus vive ou moins vive.

Lorſque deux ou pluſieurs corps ſonores forment des ſons, ſi les vibrations des uns & des autres ſont telles qu'elles s'accordent enſemble de temps en temps, & par conſéquent leurs impreſſions, cette union d'impreſſions s'appelle *accord*. Cet accord peut donc être exprimé par des nombres, puiſque ce n'eſt que le rapport du nombre des vibrations du corps ſonore, au nombre des vibrations d'un autre corps ſonore entre les unions d'impreſſions. Si, par exemple, deux ſons réuniſſent leurs impreſſions dans un certain temps après cinq vibrations de l'un & ſix de l'autre, ce rapport de 5 à 6 des vibrations de ces deux corps ſonores, exprimera un accord.

Les accords ſe diviſent en conſonnances & en diſſonnances. Les conſonnances ſont des accords

Digitized by Google

agréables à l'ouïe par eux-mêmes ; on les exprime par de petits nombres, comme de 2 à 3. Les dissonances sont des accords qui sont desagréables ; on les exprime par de grands nombres, comme de 15 à 16.

On considere donc dans la Musique, 1°. le son, qui se divise en tons & en demi-tons. 2°. La durée de ces tons & demi-tons, qui est ce qu'on appelle la *Mesure*. 3°. Les accords de ces tons ou demi-tons, avec d'autres qui en sont éloignez dans de certaines distances, & qui frappent l'oreille de différens tons en même temps ; ce qui s'appelle *Harmonie*.

Les accords peuvent encore être exprimez par des cordes également grosses & également tendues : par exemple, cet accord $\frac{1}{2}$ peut être marqué par la longueur de deux cordes également grosses & tendues ; de sorte que la longueur de la corde qui fait le son plus grave aura trois parties, telles que la corde qui fait le son plus aigu en aura deux ; car il est à remarquer que les vibrations des cordes sont en raison réciproque de leurs longueurs, c'est-à-dire, que la corde qui a trois parties, fait deux vibrations, & par conséquent un son plus grave, tandis que celle qui a deux parties fait trois vibrations, & par conséquent un son plus aigu.

PROBLEME I.

Faire sur les accords les quatre opérations de l'Arithmétique.

I

POur ajoûter deux accords $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, on multipliera les numérateurs ensemble & les dénomi-

Digitized by Google

nateurs enſemble ; le produit $\frac{18}{10}$ ou $\frac{9}{5}$ eſt la ſomme des accords propoſez.

II.

Pour ôter un accord $\frac{6}{5}$ d'un autre $\frac{3}{2}$, on renverſera les termes de l'accord à ôter $\frac{6}{5}$ en écrivant $\frac{5}{6}$, on ajoûtera enſemble les accords $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{6}$, la ſomme $\frac{15}{12}$ ou $\frac{5}{4}$, ſera la différence des deux accords propoſez.

Remarquez que ſi l'on ôtoit un grand accord $\frac{3}{2}$ d'un petit $\frac{6}{5}$, on auroit $\frac{12}{15}$ ou $\frac{4}{5}$, qui eſt le même accord que le précédent, mais renverſé.

III.

Pour multiplier un accord, on prendra les puiſſances des deux termes de cet accord. Si on veut doubler l'accord $\frac{3}{2}$, on prendra le quarré $\frac{9}{4}$: ſi on veut le tripler, on prendra le cube $\frac{27}{8}$, & ainſi des autres.

IV.

Pour diviſer un accord, on prendra la racine quarrée, cubique, &c. de cet accord. Ainſi pour avoir la moitié de l'accord $\frac{9}{4}$, il en faut prendre la racine quarrée $\frac{3}{2}$. De même, pour avoir le tiers de l'accord $\frac{27}{8}$, ou, ce qui eſt la même choſe pour le diviſer par 3, il en faut prendre la racine cubique, qui eſt $\frac{3}{2}$, &c.

Si on propoſoit de diviſer en quatre parties cet

Digitized by Google

accord $\frac{16}{15}$, qui n'eſt point une quatriéme puiſſance, il faudroit multiplier les termes de cet accord par 4, on auroit $\frac{64}{60}$, & prendre entre 64, 60 deux autres termes qui euſſent la même différence que les termes propoſez, comme $\frac{63}{62}$, qui ſera ſenſiblement le quart de l'accord $\frac{16}{15}$. De même, pour diviſer l'accord $\frac{33}{31}$, en 7 parties, on multipliera ces nombres par 7, & l'on aura $\frac{231}{217}$, entre leſquels on prendra $\frac{225}{223}$, qui ſera ſenſiblement la ſeptiéme partie de l'accord propoſé. Ainſi des autres.

PROBLEME II.

Exprimer les accords par Logarithmes.

POur avoir l'accord $\frac{3}{2}$ en Logarithmes, on cherchera les Logarithmes de 3 & de 2, qui ſont $\frac{0.477121}{0.301030}$, ou en retranchant les trois derniers chiffres des Logarithmes, on aura $\frac{0.4771}{0.3010}$, & en ôtant le petit Logarithme du grand, on aura $\frac{0.1761}{0.0000}$, ou ſimplement 0. 1761, qui exprimera en Logarithmes l'accord $\frac{3}{2}$.

REMARQUE.

Quand on a les accords exprimez en Logarithmes, on peut les ajoûter & les ſouſtraire par la régle ordinaire, c'eſt-à-dire, par l'addition & la ſou-

Digitized by Google

ſtraction. Comme ſi l'on avoit ces deux Logarithmes o. 1249 ($\frac{4}{3}$) o. 1761 ($\frac{3}{2}$) on aura auſſi leur ſomme o. 3010 en les ajoûtant enſemble, & leur différence o. 0512 en ôtant o. 1249 de o. 1761. Mais pour multiplier un accord, il faut multiplier le Logarithme par le nombre propoſé : ainſi pour quadrupler l'accord o. 1761 ($\frac{3}{2}$) on multipliera o. 1761 par 4, & le produit o. 7044 eſt le quadruple de l'accord propoſé $\frac{3}{2}$. Au contraire, pour diviſer un accord o. 3010 ($\frac{2}{1}$) en douze parties, on prendra la douziéme partie du Logarithme o. 3010, qui eſt o. 0251

PROBLEME III.

Partager l'intervalle de l'Octave en ſept autres intervalles ſimples, qui ſont les Tons & demi-Tons.

LE plus ſimple de tous les accords s'exprime par ce rapport $\frac{1}{1}$; il s'appelle l'Uniſſon : le rapport ſuivant $\frac{2}{1}$ s'appelle Octave. L'Uniſſon & l'Octave ont tant de rapport enſemble, que les Muſiciens les prennent indifféremment l'un pour l'autre. Cet autre rapport $\frac{4}{1}$ s'appelle double Octave ; celui-ci $\frac{8}{1}$ ſe nomme triple Octave, & ainſi de ſuite.

L'Octave peut être diviſée de deux maniéres, numériquement ou géométriquement : on donnera ces deux diviſions dans les deux articles ſuivans.

Digitized by Google

I.

Pour diviſer l'Octave numériquement, 1°. doublez les termes de l'Octave $\frac{2}{1}$, vous aurez $\frac{4}{2}$; prenez le nombre 3, qui eſt entre les termes 2, 4, formez-en deux rapports avec les mêmes termes 4, 2, & l'Octave ſe trouvera diviſée en $\frac{3}{2}$, qui eſt la Quinte, & $\frac{4}{3}$, qui eſt la Quarte.

2°. Doublez les termes de la Quinte $\frac{3}{2}$, vous aurez $\frac{6}{4}$; prenez le nombre 5, qui eſt entre ces termes 4, 6, formez-en deux autres rapports avec les mêmes termes 4, 6, & la Quinte ſera diviſée en $\frac{5}{4}$, qui eſt la Tierce majeure, & $\frac{6}{5}$, qui eſt la Tierce mineure.

3°. Doublez les termes de la Tierce majeure $\frac{5}{4}$; vous aurez $\frac{10}{8}$; prenez le nombre 9, qui eſt entre ces termes, 8, 10, formez-en deux rapports avec les mêmes termes 8, 10, & la Tierce majeure ſe trouvera diviſée en $\frac{9}{8}$, qui eſt le Ton majeur, & $\frac{10}{9}$, qui eſt le Ton mineur. Ces deux Tons ſont les premiéres diſſonances nées de ces diviſions.

4°. Pour trouver la diviſion de la Quarte $\frac{4}{3}$, ôtez-en * la Tierce majeure $\frac{5}{4}$, le reſte ſera le demi-Ton majeur $\frac{16}{15}$: ainſi la Quarte contiendra la Tierce majeure $\frac{5}{4}$, & le demi-Ton majeur $\frac{16}{15}$.

* Problême I. Art. II. p. 333.

5°. Pour connoître la diviſion de la Tierce mineure $\frac{6}{5}$, ôtez-en le Ton majeur $\frac{9}{8}$, le reſte ſera le demi-

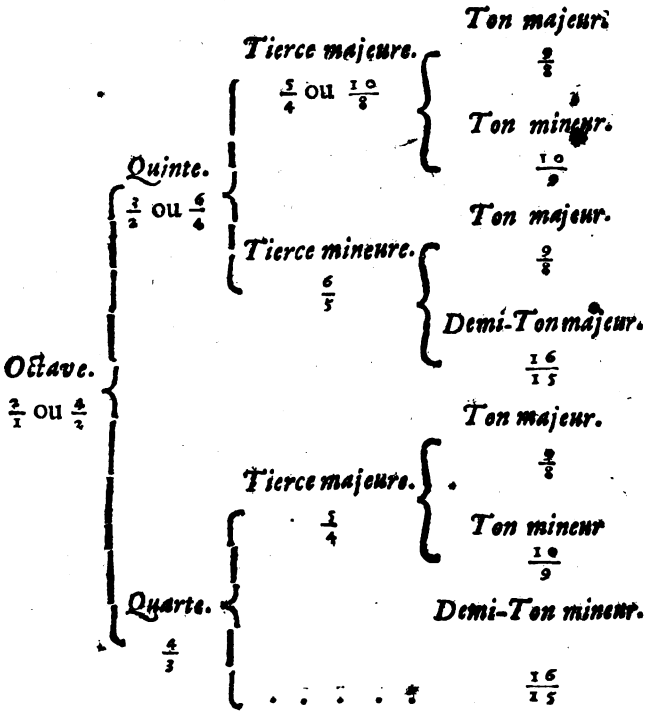
Digitized by Google

demi-Ton majeur $\frac{16}{15}$, & de cette maniére la Tierce mineure contiendra le Ton majeur $\frac{9}{8}$, & le demi-Ton majeur $\frac{16}{15}$.

Ainſi l'Octave ſe diviſant en Quinte & en Quarte; la Quinte ſe diviſe en Tierce majeure & en Tierce mineure : la Tierce majeure en Ton majeur & en Ton mineur ; & la Tierce mineure en Ton majeur & en demi-Ton majeur. De même la Quarte ſe diviſe en Tierce majeure & en demi-Ton majeur ; cette Tierce majeure a déja été diviſée en Ton majeur & en Ton mineur : par conſéquent l'Octave contient trois Tons majeurs, deux Tons mineurs & deux demi-Tons majeurs.

C'eſt ce qu'on comprendra mieux en jettant les yeux ſur la Table qu'on a joint ici, où toutes les diviſions que contient l'Octave ſe trouvent les unes ſous les autres dans la derniére colomne à main droite. Ce qu'on dira dans l'article ſuivant ſervira encore d'éclairciſſement à ce qu'on vient de dire.

Digitized by Google



Après avoir donné la division de l'Octave en nombres, on va la donner géométriquement en l'appliquant à une corde.

II.

Planche Fig. Pour diviser l'Octave géométriquement, soit PB une corde tendue, & de telle longueur qu'il vous plaira. 1°. Divisez-la également en b, le point b marquera l'Octave, c'est-à-dire, que si l'on mettoit un chevalet en b, la partie Pb fera l'Oc-

Digitized by Google

tave avec toute la corde PB. Pour mieux entendre ce qui vient d'être dit, il faut concevoir que s'il y avoit deux cordes également groſſes & tendues, dont l'une fût égale à PB, & l'autre à Pb; PB ayant été pincée, feroit une vibration, tandis que Pb en feroit deux, ſuivant ce qu'on a dit ci-deſſus. On doit ſuppoſer la même choſe dans la ſuite.

Il faut faire attention que les deux moitiez de la corde ſéparées par le chevalet forment l'uniſſon qu'on a dit être exprimée par ce rapport $\frac{1}{1}$.

2°. Diviſez bB également en E, alors PE fera la Quinte avec Pb, & la Quarte avec PB.

3°. Partagez également bE en G, alors PG fera la Tierce majeure avec Pb, & la Tierce mineure avec PE.

4°. Diviſez bG également en A, alors PA fera le Ton majeur avec Pb, & le Ton mineur avec PG.

5°. Partagez PG en huit parties égales, & faites GF égale à une de ces huit parties, alors PF fera un Ton majeur avec PG, & un demi-Ton majeur avec PE.

6°. Diviſez PE en quatre parties égales, portez-en une en EC, alors PC fera avec PB un demi-Ton majeur, & avec PE une Tierce majeure. Cette quatriéme partie eſt la diſtance AE.

7°. Diviſez EC également en D, alors PD fera le Ton majeur avec PE, & le Ton mineur avec PC.

L'Octave ſe trouve ainſi diviſée en 7 intervalles ou 7 accords, qui ſont trois Tons majeurs, deux Tons mineurs & deux demi-Tons majeurs. Si on prend Pc moitié de PC, qui eſt ſon Octave, au

Digitized by Google

lieu des divisions de l'Octave Bb, on aura l'Octave Cc, qui contiendra les mêmes intervalles.

REMARQUES.

On a ajoûté aux divisions qu'on vient de faire de la corde PB, des nombres qui étant comparez les uns aux autres, suivant ce qu'on vient de dire, expriment les accords qu'on a trouvé dans l'article précédent. On a d'abord l'Octave $\frac{64}{32}$; & les autres accords comme la Quinte $\frac{48}{32}$, la Quarte $\frac{64}{48}$, &c. Mais en prenant 30, moitié de 60, au lieu d'avoir l'Octave de 32 à 64, on a l'Octave de 30 à 60.

L'Octave & ses divisions prises entre les nombres 30 & 60, s'accorde avec les noms particuliers qu'Aretin, Moine Benedictin, a donné aux sons différens de ces divisions. On les a marqué dans la figure, quoiqu'ils soient assez connus; on sçait qu'ils ont été tirez des premiéres syllabes de chaque hémistiche de l'Hymne de S. Jean.

UT queant laxis, REsonare fibris,
MIra gestorum FAmuli tuorum;
SOLve polluti LAbii reatum,
SAncte Joannes.

Si on double les nombres qui sont entre 30 & 60, on aura une seconde Octave divisée en ses accords: on auroit une troisiéme Octave en doublant les nombres de cette seconde Octave; & ainsi de suite pour avoir autant d'Octaves qu'on voudra.

Digitized by Google

PROBLEME IV.

Mesurer la durée des Tons.

POur mesurer le temps qu'on employe à marquer les Tons selon leur durée, il faut concevoir un mouvement précipité très-égal, comme le battement de l'artere, ou la vibration d'un pendule, & comptant 1, 2, 3, 4, recommencer toûjours à compter de quatre en quatre, afin de se faire une juste idée de ce qu'on appelle un Temps de la Musique.

On doit ensuite s'accoûtumer la main droite à marquer un mouvement à peu près semblable à celui qui vient d'être expliqué, en l'abbaissant & comptant un; en l'élevant un peu en dehors, & comptant deux; puis trois en la retirant un peu vers soi; enfin quatre, en l'élevant un peu au dessus de l'endroit où elle étoit au premier Temps, observant que les quatre divers mouvemens soient égaux, on la replacera également où elle étoit au premier : d'où on recommencera à compter 1, 2, 3, 4. Il est nécessaire de s'habituer à ce mouvement, qui sert de base à tous les autres qui se font dans la Musique, ou qui en dépendent.

REMARQUES.

Outre ce mouvement réglé de quatre en quatre, il y a encore une autre mesure qui se régle de trois en trois; en sorte qu'après avoir compté un en baissant la main, on compte deux, comme au second Temps de la Mesure ci-devant; mais le troisiéme se compte en élevant la main : après quoi

Digitized by Google

on recommence à compter 1, 2, 3, comme la premiére fois; & ainſi de ſuite.

La durée d'un Ton eſt réglée par un ou pluſieurs de ces Temps, ou par la moitié, le quart ou la douziéme partie d'un Temps, ainſi qu'on le marque par les notes ou caracteres qui ſont uſitez dans la Muſique.

PROBLEME V.

Faire trembler ſenſiblement & à vûe d'œil la corde d'une Baſſe de Viole, ou de quelqu'autre Inſtrument, ſans que perſonne y touche.

PRenez une Baſſe de Viole, ou autre ſemblable Inſtrument de Muſique; choiſiſſez deux cordes tellement éloignées l'une de l'autre, qu'il y en ait une entre deux: accordez ces deux cordes, ſans toucher à celle du milieu. Enſuite touchez un peu fort avec l'archet ſur la plus groſſe corde, & vous verrez qu'en même temps que celle-ci tremblera, celle qui en eſt éloignée, mais accordée au même Ton, tremblera auſſi ſenſiblement, ſans qu'on y touche. Ce qui eſt très-remarquable, c'eſt que la corde qui ſera au milieu n'aura aucun mouvement, & qu'auſſi-tôt qu'on aura mis la groſſe corde ſur un autre Ton, en lâchant ou ſerrant la cheville, ou bien en mettant le doigt ſur quelque endroit de cette corde, l'autre ne tremblera plus. La choſe paroîtra encore plus merveilleuſe, ſi on l'execute ſur deux Baſſes de Viole.

REMARQUES.

Cette merveille ne vient que de ce que ces deux cordes ſont tellement tendues, que les vibrations

Digitized by Google

de l'une répondent aux vibrations de l'autre, en ſorte que la premiére étant ébranlée, la ſeconde ſe trouve auſſi ébranlée par l'entremiſe de l'air, qui reçoit les mêmes frémiſſemens que la groſſe corde, & les communique à l'autre par des vibrations qui leur conviennent; au lieu que la corde du milieu n'étant point accordée avec les deux autres, n'eſt pas ſuſceptible des mêmes vibrations, & par conſéquent ne reçoit aucun mouvement.

On remarque le même effet ſur deux verres que l'on met à l'uniſſon, en verſant de l'eau peu à peu dans celui qui a le ſon plus clair : ſi on frotte le bord de l'un de ces verres avec le doigt mouillé, en ſorte que l'on forme un ſon par ce frottement, l'autre verre, qui doit être aſſez proche, ſera ébranlé : ce que l'on connoîtra par le mouvement d'une épingle tortuée qu'on mettra ſur le bord.

De même ſi deux Timbales ſont à l'uniſſon, & que l'on frappe l'une des deux avec leur bâton, on fera ſauter de la monnoye qu'on aura miſe ſur l'autre. On obſerve encore qu'en battant du Tambour, les vitres qui ſont à l'uniſſon, en ſont ébranlées, & que dans les lieux où l'on joue d'une Baſſe de Violon, ou de quelque autre Inſtrument fort, en mettant la main ſur des planches, ſur la forme d'un chapeau, ou ſur d'autres corps un peu fermes & minces, on les ſent fremir, lorſque l'on produit le ſon ſur des cordes qui ſont à l'uniſſon avec ces corps.

On ajoûtera ici comme une choſe très-curieuſe, que deux pendules poſées ſur une même tablette, s'accorderont à aller à la même heure, quoique leurs aiguilles n'ayent point été miſes d'abord à la même heure.

Digitized by Google

AVERTISSEMENT.

M. Sauveur a inventé un ſyſtême de Muſique, il diviſe l'Octave en 43 parties, qu'il appelle Merides, & ces Merides ſont encore diviſées en ſept Heptamerides; de ſorte que l'Octave contient 301 Heptamerides: il exprime tous les accords par Merides & Heptamerides, & il donne des noms de lettres aux différens ſons de l'Octave. Ainſi au lieu de UT, RE, MI, FA, SOL, LA, SI, UT, il a imaginé ces ſept noms PA, RA, GA, FO, BO, LO, DO, PA, qu'il applique aux ſept ſecondes de l'Octave, dont chaque Ton contient 7 Merides, & chaque demi-Ton 4 Merides. Pour exprimer les Merides & les Heptamerides, & pour varier les Tons, il change les voyelles de cette Gamme en d'autres voyelles, ſelon qu'il veut abbaiſſer ou élever ces Tons.

Il a encore inventé des notes qui répondent aux différens noms, dont ſa Gamme eſt ſuſceptible par les changemens de voyelles dont on vient de parler. Ces notes reçoivent auſſi divers changemens, ſoit pour exprimer la durée du Temps, ſoit pour exprimer les Merides, Heptamerides, & même les demi-Heptamerides, par rapport à l'élevation & à l'abbaiſſement des Tons. Elles ſe rangent ſur une ſeule ligne, au commencement de laquelle on met une des Clefs, qui ſont encore de l'invention de M. Sauveur, & qui ſervent à marquer les différentes Octaves. On peut conſulter ſur ce nouveau Syſtême le Memoire de l'Académie Royale des Sciences aux années 1701 & 1702.

Digitized by Google

PROBLEMES D'OPTIQUE.

L'Optique est une science qui considere les proprietez de la lumiére, & par conséquent les couleurs : elle comprend tout ce qui sert d'objet à la vûe.

La lumiére considerée en elle-même, peut être regardée de trois différentes maniéres. 1°. En tant qu'elle est directe, c'est-à-dire, que ses rayons sont envoyez du corps lumineux ou coloré vers l'œil. 2°. En tant qu'elle est réflechie, c'est-à-dire, que ses rayons ayant frappé quelque corps poli, comme un miroir, ils sont renvoyez vers l'œil. 3°. En tant qu'elle est rompue, c'est-à-dire, que ses rayons ayant rencontré un corps transparent, ils le pénétrent en se brisant.

La premiére maniére de considerer la lumiére, sert d'objet à la perspective, qui trompe agréablement l'imagination. Cette partie de l'Optique nous apprend à tracer géométriquement sur un plan la représentation des objets selon leurs dimensions & leurs situations différentes ; en sorte que ces représentations fassent sur nos yeux le même effet que feroient les objets mêmes dont elles ne sont que les images.

On examine la lumiére réflechie dans la Catoptrique, qui considere les proprietez des Miroirs plats, convexes & concaves. Cette partie suppose

Digitized by Google

que l'angle de réflexion eſt égal à l'angle d'incidence.

La Dioptrique conſidere les proprietez de la lumiére rompue. L'expérience apprend qu'un rayon de lumiére paſſant obliquement d'un milieu dans un autre, ſe détourne en s'éloignant ou en s'approchant de la perpendiculaire. Il s'en éloigne ſi le milieu dans lequel il entre, eſt plus difficile à pénétrer que celui dans lequel il eſt : mais il s'en approche, ſi le milieu dans lequel il paſſe eſt plus aiſé à pénétrer que celui qu'il quitte.

L'Optique ſuppoſe auſſi que les objets qui ſont vûs ſous de plus petits angles, paroiſſent plus petits ; ce qui arrive ordinairement, lorſqu'ils ſont plus éloignez. Sur ces ſuppoſitions, nous réſoudrons pluſieurs Problêmes utiles & agréables, comme vous allez voir.

PROBLEME I.

Faire qu'un objet étant vû de loin, ou de près, paroiſſe toûjours de la même grandeur.

Planche 10. Fig. 47. POur faire que la ligne AB paroiſſe d'une même grandeur, lorſqu'elle ſera miſe en différens lieux plus ou moins éloignez de l'œil placé en C, il faut décrire un cercle dont la circonférence paſſera par l'œil, & mettre la ligne AB en tel endroit de la circonférence qu'il plaira, comme vous le voyez en ED & AB. Cette ligne étant en ED, qui eſt la ſituation la plus éloignée de l'œil, paroîtra de la même grandeur, que ſi elle étoit en AB, qui eſt beaucoup plus proche : car l'œil arrêté en C, voit ces deux lignes égales AB, DE, ſous les angles égaux ACB, DCE.

Digitized by Google

REMARQUE.

Il eſt évident que la ligne propoſée AB ſera toûjours vûe ſous un même angle, & que par conſéquent elle paroîtra toûjours d'une même grandeur à quelque diſtance que l'œil ſoit de cette ligne, pourvû qu'il ne quitte jamais la circonférence du cercle qui paſſe par les deux extrêmitez A, B. Ainſi ſans changer la ſituation de la ligne AB, on peut changer celle de l'œil, en le plaçant en tel point qu'on voudra de la circonférence d'un cercle quelconque qui paſſe par les deux extrêmitez de la ligne, ou grandeur propoſée AB, comme en F, ou en G : les angles viſuels AFB, AGB, ACB, étant toûjours égaux.

Il eſt auſſi évident qu'une même ligne AB paroîtra toûjours de la même grandeur en l'approchant de l'œil C, ſans la placer dans la circonférence d'un cercle, pourvû que ſes deux extrêmitez demeurent toûjours dans les mêmes rayons viſuels AC, BC, comme il arrive en lui donnant la ſituation AD ; parce que dans cette ſituation elle eſt vûe ſous le même angle viſuel ACB ; ce qui ne doit point changer ſa grandeur apparente, quoiqu'elle ſoit plus proche de l'œil C. Planche 10. Fig. 50.

PROBLEME II.

La ligne AC étant donnée, & la ligne CZ indéterminée étant perpendiculaire ſur AC à ſon extrêmité C, trouver dans la ligne CZ un point D, d'où la partie AB de la ligne AC ſoit vûe la plus grande qu'elle puiſſe être vûe dans toute l'étendue de la ligne CZ.

DIviſez la ligne AB au point F en deux parties égales AF, FB ; des points A & B com- Planche 9. Fig. 7.

Digitized by Google

me centre, & de l'intervalle FC, décrivez deux arcs de cercles qui se couperont en G. Du point G menez sur CZ la perpendiculaire GD, le point D sera celui où l'œil étant placé, il verra la ligne AB la plus grande qu'il la puisse voir dans toute l'étendue de la ligne indéterminée CZ : car ayant décrit le cercle ABD, il est aisé de démontrer que l'angle ADB est le plus grand de tous ceux dont le sommet sera dans la ligne CZ, & qui auront pour base la ligne AB. Tous les angles qui sont au dessus ou au dessous de D, sont plus petits que celui qui est en D.

REMARQUE.

Il est clair qu'en quelque point du plus grand arc ADB on place l'œil, la ligne AB sera vûe d'une même grandeur, puisqu'elle sera vûe sous le même angle.

PROBLEME III.

L'œil étant placé en un point comme B, & regardant vers la ligne AE, couper de cette ligne la partie DE, qui soit vûe de la même grandeur qu'une autre partie AC de la même ligne AE.

Planche ** Fig. 8.

AYant tiré les lignes BA, BC, BE, du point B, comme centre & de l'intervalle BI pris à volonté, décrivez l'arc de cercle IFH ; faites GH égal à IF ; par le point G menez la ligne BGD, la partie DE sera vûe de la même grandeur que la partie AC, puisqu'elles sont vûes sous les mêmes angles.

Digitized by Google

REMARQUES.

C'eſt par cette égalité des angles viſuels, que l'on peut écrire contre une muraille des caractéres, qui bien qu'inégaux paroîtront égaux, étant vûs d'un certain point, & que l'on peut placer ſur un pinacle, ou ſur quelque haut frontiſpice une ſtatue d'une telle longueur & d'une telle groſſeur, qu'étant vûe d'en bas, elle paroiſſe d'une grandeur proportionnée à la hauteur du lieu, ſans qu'il ſoit beſoin de polir extrêmement cette figure, & encore moins de s'arrêter aux muſcles du corps, ni aux plis de la draperie, comme l'on feroit ſi la figure ſe voyoit de plus près.

Lorſqu'on voudra executer ce Problême ſur une muraille, il faudra d'abord l'executer ſur le papier : mais on doit prendre la diſtance du point de vûe à la muraille, & la hauteur de la muraille ou de ſes parties, afin de rapporter ces meſures ſur le papier par le moyen d'une échelle. On portera les diſtances trouvées ſur le papier à la muraille, en obſervant de donner autant de toiſes ou de pieds ſur la muraille, qu'on aura trouvé ſur le papier de parties, qui correſpondent dans l'échelle aux toiſes, pieds, pouces, &c.

PROBLEME IV.

Trouver un point, duquel deux parties inégales d'une ligne droite paroiſſent égales.

IL y a une infinité de points différens, d'où les deux parties inégales AB, BC, de la ligne droite AC, étant vûes, peuvent paroître égales, parce qu'ils ſont dans la circonférence d'un cercle : mais Planche 10. Fig. 49.

Digitized by Google

ſans nous arrêter à la Théorie, nous enſeignerons ici une méthode très-courte pour trouver un de ces points, comme vous allez voir.

Décrivez des deux extrêmitez A, B, & de l'intervalle AB deux arcs de cercle, qui ſe coupent ici au point D, d'où il faudra décrire avec la même ouverture de Compas un autre arc de cercle vers F. Décrivez pareillement des deux extrêmitez B, C, & de l'intervalle BC, deux arcs de cercle, qui ſe coupent ici au point E, & décrivez de ce point E, avec la même ouverture de Compas un autre arc de cercle, qui coupe ici en F celui que vous avez décrit du point D. Ce point F ſera celui duquel les deux lignes propoſées AB, BC, étant vûes, paroîtront égales, à cauſe de l'égalité des deux angles viſuels AFB. BFC.

REMARQUE.

On opérera de la même façon, lorſque les deux extrêmitez des deux lignes propoſées AB, BC, ne ſe joindront pas. Nous avons enſeigné dans nôtre *Dictionnaire Mathématique*, la maniére de trouver un point, duquel trois parties inégales d'une ligne droite étant vûes, paroîtront égales.

PROBLEME V.

Un Anneau étant placé à une certaine diſtance, propoſer de l'enfiler avec une Baguette recourbée par l'une de ſes extrêmitez.

IL faut, 1°. que celui qui ſe prépare à enfiler l'Anneau, puiſſe le toucher avec la Baguette. 2°. Qu'il n'en voie point l'ouverture. * 3°. Qu'il

* C'eſt-à-dire, que l'Anneau doit lui préſenter ſon bord.

Digitized by Google

ferme un œil. 4°. Qu'il essaye à enfiler l'Anneau avec le bout recourbé de la Baguette.

Il n'est pas aisé d'enfiler cet Anneau aux conditions qu'on vient de marquer. Cette difficulté vient de ce qu'avec un œil seul on ne peut pas juger de la distance des objets.

PROBLEME VI.

Représenter en perspective tel objet que l'on voudra, sans se servir de point de vûe.

PRemiérement, pour trouver dans le Tableau l'apparence de quelque point du plan Géométral, par exemple, du point E, tirez de ce point E, la ligne EG perpendiculaire à la ligne de terre CD. Portez la longueur de cette perpendiculaire GE, de part & d'autre du point G, sur la même ligne de terre CD, aux points F, D. Après cela ayant pris à volonté sur la ligne horisontale AB, les deux points de distance A, B, tirez de ces deux points A, B, par les points D, F, les droites AD, BF, qui donneront par leur intersection l'apparence H du point proposé E. Planche 11. Fig. 55.

C'est de la même façon que l'on trouvera l'apparence de quelqu'autre point du plan Géométral, & par conséquent la représentation de la base de quelque corps que ce soit, lequel se pourra représenter en perspective, en tirant de tous les points de son assiete, ou plan perspectif des lignes perpendiculaires à la ligne de terre CD, & égales en apparence à la hauteur du corps proposé; ce qui se fera en cette sorte.

Ayant porté la hauteur naturelle du corps proposé sur la ligne de terre CD, par exemple, de

Digitized by Google

C en K; tirez de ces deux points C, K, au point L pris à discrétion sur la ligne horisontale AB; les droites LC, LK, qui termineront les hauteurs apparentes de tous les points du corps proposé, en tirant de ces points des lignes paralleles à la ligne de terre CD. Comme pour trouver la hauteur du point H, on tirera de ce point H une ligne parallele à CD, qui coupera le Triangle LCK, & donnera MN. On portera cette longueur MN en HO, qu'on fera perpendiculaire à CD. Cette ligne HO sera la hauteur apparente du corps représenté dans le Tableau.

On fera la même chose à l'égard de tous les autres points du plan perspectif, & les lignes tirées de ces points parallelement à CD, donneront dans le Triangle LCK les hauteurs apparentes, qu'il faut élever perpendiculairement à CD à chaque point du plan perspectif, comme on vient de le faire.

PROBLEME VII.

Représenter en perspective un Polyedre équilateral, terminé par six quarrez égaux, & par huit exagones réguliers & égaux entr'eux.

Planche 12. Fig. 56. CEux qui entendent la Perspective représenteront facilement ce corps dans le Tableau, dont le point de vûe est V, & un des deux points de distance est D, marqué sur la ligne horisontale DV, qui est parallele à la ligne de terre AB, pourvû qu'ils en sçachent décrire le plan & le profil; ce qui se fera en cette sorte.

Premiérement, si l'on veut que ce corps s'appuye sur l'un de ses huit exagones, comme 1, 2, 3, 4, 5, 6, on décrira de son centre C un cercle,

Digitized by Google

cle, dont le rayon ou demi-diamétre C8, ou C9, soit tel, que son quarré soit au quarré de celui de l'exagone, comme 7 est à 3; de sorte que si le rayon ou le côté 1, 2, de l'exagone est de 65465 parties égales, le rayon C8, ou C9 du grand cercle en contiendra 100000. Planche 12. Fig. 56.

Ayant donc ainsi décrit ce grand cercle, on le divisera inégalement, comme vous voyez dans la figure, en sorte que le plus petit côté 8, 9, & les autres cinq soient égaux chacun au côté de l'exagone, & que le plus grand 7, 10, & les cinq autres soient doubles chacun du plus petit; auquel cas, le plus petit soûtiendra un arc de 38. 12′. & le plus grand, ou son double un arc de 81. 48′. Mais sans cela il sera aisé de décrire ce plan par la seule inspection de la figure.

Pour le profil, décrivez autour du plus petit côté 21, 15, le demi-cercle 21, O, 15, & ayant décrit du point 4 par le point 15, l'arc de cercle 15, O, joignez la droite 21, , O qui sera la hauteur des points 9, 8, 14, 13, 20, 17, la hauteur des points 7, 12, 15, 21, 16, 10, étant égale au double de la ligne 21, O, & la hauteur des points 1, 2, 3, 4, 5, 6, étant égale au triple de la même ligne 21, O.

Si l'on met en perspective ce plan ainsi décrit, & que de tous ses angles on éleve des perpendiculaires à la ligne de terre, pour y mettre les hauteurs convenables à celles du profil, il n'y aura plus qu'à joindre les côtez, comme vous voyez dans la figure, & encore mieux dans la 57. *fig.* que nous avons représentée en plus grand volume, pour vous mieux faire distinguer les côtez qu'il faut joindre, dont ceux qui sont marquez par des lignes noires, sont ceux qui paroissent à l'œil, & les Planche 13. Fig. 57.

Digitized by Google

autres qui ſont marquées par des lignes ponctuées, ſont ceux qu'on ne voit pas.

Secondement, ſi l'on veut que le corps s'appuye ſur l'une de ſes ſix ſurfaces quarrées, comme ſur le quarré *a*, *b*, 15, 21, le plan, ou l'aſſiete de ce Polyëdre changera, & elle ſera telle que vous la voyez dans la figure 58, qu'il ne faut que regarder pour la comprendre, pour le moins quand on ſçaura que le grand côté de l'octogone irrégulier, comme *d*12 eſt égal à la diagonale *a*15, ou *b*21 du quarré intérieur, qui ſert de baſe au Polyëdre.

Planche 13. Fig. 58.

Le profil change auſſi; car la hauteur des points 3, 7, 6, 10, eſt égale à la moitié *cd* du grand côté *d*12 de l'octogone irrégulier, la hauteur des points 4, 5, 17, 6, *m*, *d*, eſt égale au côté entier *d*12, la hauteur des points 14, 20, *n*, *c*, eſt égale au même côté *d*12, & à ſa moitié *cd*; enfin la hauteur des points *a*, *b*, 15, 21, eſt double du même côté *d*12, dont le quarré eſt au quarré du rayon de l'octogone irrégulier, comme 4 eſt à 5; ce qui fait que ſi le rayon eſt de 100000 parties égales, le grand côté *d*12 en contient 89442, & ſoûtient un arc de 53. 8'. & que le petit côté *dm* en comprend 63245, & ſoûtient un arc de 36. 52'. Par le moyen de ce plan & de ce profil, nous avons mis le Polyëdre en perſpective, comme vous voyez dans la 59. *fig.*

Planche 14. Fig. 59.

Digitized by Google

PROBLEME VIII.

Représenter en perspective un Polyëdre équilateral, terminé par six Quarrez égaux, & par huit Triangles équilateraux, & égaux entr'eux.

SI vous voulez que le Polyëdre s'appuye sur l'un de ses six quarrez égaux, comme 9, 10, 11, 12, il n'y aura qu'à lui circonscrire un autre quarré, & le plan sera achevé, dont le profil est tel. Planche 14. Fig. 60.

La hauteur des points 5, 6, 7, 8, est égale à la moitié 3, 5, du côté 6, 5, du quarré circonscrit, & la hauteur des points 1, 2, 3, 4, est égale au côté entier 6, 5, ou à la diagonale 11, 9, ou 10, 12, du quarré inscrit, qui sert de base au Polyëdre.

Par le moyen de ce plan & de ce profil, nous avons mis ce Polyëdre en perspective, comme vous voyez dans la 61. *Fig.* qui vous fait voir distinctement les côtez qu'il faut joindre, quand on a trouvé dans le Tableau l'apparence des points qui bornent leurs extrêmitez. Planche 15. Fig. 61.

PROBLEME IX.

Représenter en perspective un Polyëdre équilateral, terminé par six Quarrez égaux, & par douze Triangles isoscéles & égaux entr'eux, dont la hauteur est égale à la base.

PRemiérement, si vous voulez que le Polyëdre s'appuye sur l'un de ses six quarrez égaux, comme 3, 6, 9, 12, son assiete sera telle que vous la voyez dans la Figure, où les demi-cercles Planche 15. Fig. 62.

Digitized by Google

qui ſont décrits des quatre angles droits de la baſe 3, 6, 9, 12, & des milieux A, B, des deux côtez oppoſez 5, 2, & 12, 9, font aſſez connoître la deſcription de ce plan, ſans qu'il ſoit beſoin d'en parler davantage.

Pour le profil, nous dirons que la hauteur des points 4, 11, 7, 8, 1, 14, eſt égale à la touchante 7, 15, & que la hauteur des points 5, 6, 13, 12, eſt double de la précédente, c'eſt-à-dire, double de la même touchante 7, 15. Après quoi il n'y a plus qu'à regarder la 63. *Fig.* pour comprendre la maniére de repréſenter ce Polyëdre en perſpective, que je vous repréſente encore tout ombré, & vû d'une autre façon dans la 64. *Fig.*

Planche 16. Fig. 63. Planche 17. Fig. 64.

Secondement, ſi vous voulez que le Polyëdre ſoit élevé droit ſur l'un de ſes angles ſolides, comme 1, auquel cas ſon aſſiete ſera le ſimple exagone régulier 2, 3, 4, 5, 6, 7, dont le centre ſera le point 1, & le profil ſera tel.

Fig. 65.

La hauteur des points 8, 9, 10, 11, 12, 13, eſt égale à la moitié du côté de l'exagone : la hauteur des points 2, 3, 4, 5, 6, 7, eſt égale au triple de la précédente, c'eſt-à-dire, à trois moitiez du côté de l'exagone : & la hauteur du point 1 eſt double du côté de l'exagone, ou égale au diamétre 4, 7.

Je n'enſeignerai pas ici la maniére de repréſenter en perſpective ce Polyëdre ſelon ſon plan & ſon profil, parce que nous en avons ſuffiſamment parlé dans nôtre *Traité de Perſpective*; c'eſt pourquoi je me contenterai de vous en donner ſimplement ici la Figure.

Planche 18. Fig. 66.

Digitized by Google

PROBLEME X.

Représenter en perspective un Polyëdre équilateral, terminé par douze Quarrez égaux, par huit exagones réguliers & égaux, & par six octogones réguliers & égaux.

SI vous voulez que la base de ce corps soit l'un de ses six octogones, comme 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, dont le centre est O, joignez les extrémitez de deux côtez opposez & paralleles par des lignes droites paralleles entr'elles, qui par leurs mutuelles intersections formeront un quarré, comme ABCD. Prolongez les deux côtez opposez & paralleles 1, 2, & 5, 6, & pareillement les deux côtez opposez & paralleles 3, 4, & 7, 8, qui en rencontrant les deux premiers, formeront un autre quarré plus grand EFGH. Après quoi il sera facile d'achever le plan, sçavoir, en faisant la ligne E20 égale à la partie E7, &c. Planche 19. Fig. 6.

Pour une description plus exacte de ce plan, on considerera qu'en supposant le rayon O1, ou O2, de 1000 parties égales, le rayon O13, ou O16, du cercle moyen comprend 1514. de ces parties, & que le rayon O12, ou O15, du plus grand cercle en contient 1731. Que le plus petit côté soûtient dans le plus grand cercle un arc 11, 12, ou 14, 15, de 25 degrez 32′. dans le moyen un arc 1, 2, de 29 degrez 16′. & dans le plus petit un arc 1, 2, de 45 degrez. Et que le plus grand côté soûtient dans le plus grand cercle un arc 14, 11, de 64 degrez 28′. & dans le cercle moyen un arc 10, 13, ou 9, 16, de 60 degrez, 44′. dont la corde est double du plus petit côté 9, 10.

Digitized by Google

Pour le profil, on donnera toute la ligne 15, 12, à la hauteur des points 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, dont l'assiete est l'octogone intérieur, ou le plus petit octogone régulier 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. On donnera la partie 15, G, à la hauteur des points 9, 10, 13, 25, 22, 21, 18, 16, dont l'assiete est l'octogone moyen. On donnera la partie 15, 2, à la hauteur des points 14, 11, 12, 24, 23, 20, 19, 15, dont l'assiete est le plus grand octogone. On donnera la partie 15, 1, à la hauteur des points 26, 27, 30, 31, 34, 35, 38, 39, dont l'assiete est le plus grand octogone. Enfin l'on donnera la partie 15, H, à la hauteur des points 40, 41, 28, 29, 32, 33, 36, 37, dont l'assiete est l'octogone moyen.

La hauteur 15, 12, se trouvera de 2930 parties, dont le rayon O1 du plus petit octogone en contient 1000, la hauteur 15, G, est de 2389 semblables parties : la hauteur 15, 2, en contient 1848 : la hauteur 15, 1, en comprend 1082 : enfin la hauteur 15, H, en contient 541

Planche 20. Fig. 70. Quand on aura mis en perspective le plan de ce Polyëdre terminé par 26 faces, & qu'on aura déterminé la position de ses angles solides suivant leurs hauteurs différentes, que le profil précédent vous donne, on joindra ces angles solides par des lignes droites qui feront les côtez égaux du Polyëdre comme vous voyez dans la Figure, qu'il suffit de regarder pour la comprendre.

Des Miroirs plats.

Ce qu'on va dire des Miroirs plats, doit s'entendre des Miroirs de glaces, quoiqu'on puisse en appliquer une grande partie à ceux de fonte, d'acier, &c.

Digitized by Google

PROBLEME XI.

Un point de quelque objet, & le lieu de l'œil, étant donnez, trouver le point de réflexion ſur la ſurface d'un Miroir plat.

SOit B un point de l'objet, A l'œil, & le Miroir repréſenté par la ligne CD. Du point B menez à CD la perpendiculaire BD, que vous prolongerez juſqu'en F, en ſorte que DF ſoit égale à DB. Par les points F & A tirez la ligne AF, qui coupera CD en E. Ce point E ſera le point de réflexion cherché : de ſorte que ſi l'on tire les deux lignes AE, BE, l'angle de réflexion AEC ſera égal à l'angle d'incidence BED, comme il eſt aiſé de le démontrer. Planche 10. Fig. 51.

REMARQUE.

Dans nôtre *Dictionnaire Mathématique* on trouve ce Problême appliqué à un Miroir Sphérique : mais il ſe peut aiſément appliquer au Jeu de Billard. Suppoſons que la ligne CD repréſente un bord du Billard, & qu'aux deux points A, B, du tapis ou table du même Billard, il y ait deux billes, dont l'une, comme A, ne peut être envoyée directement contre l'autre B, à cauſe du Fer qui eſt entre deux. On trouvera le point E, comme il vient d'être enſeigné, & ce point E ſera celui où le Joueur envoyera la bille A, afin que par une bricole elle puiſſe toucher l'autre bille qui ſera en B. Mais dans la pratique, cela ſe peut executer plus facilement en cette ſorte.

On trouvera, dis-je, le point E, en prolon-

Digitized by Google

geant par la penſée la perpendiculaire BD juſqu'en F, en ſorte que la ligne DF ſoit égale à cette perpendiculaire BD, & ayant mis en F une marque viſible, le Joueur pouſſera ſa bille A, ſelon la ligne AF. Alors cette bille A rencontrant le bord du Billard en E, ſe réfléchira, & ira rencontrer la bille B; mais on doit obſerver de pouſſer fortement la bille A, pour ſurmonter les défauts du Billard.

Comme dans ce Jeu il n'eſt pas toûjours facile, ni même permis de mettre une marque viſible en F, parce que l'adverſaire a la liberté de l'ôter, il faut que le Joueur viſe du point F, la bille A, & qu'il remarque par le rayon viſuel FA, le point E ſur le bord du Billard, où il doit envoyer ſa bille pour la faire réfléchir en B.

Planche 10. Fig. 52. Si vous voulez trouver le point E de réflexion, pour faire que la bille A rencontre la bille B par deux bricoles, tirez du point A, la ligne AC, parallele à la ligne DG, & du point B, la ligne BG parallele à la ligne CD. Cherchez à la ſomme des deux lignes paralleles AC, GD, à la ligne AC, & à la ſomme des deux lignes paralleles CD, BG, une quatriéme proportionnelle, dont la longueur étant portée en CE, donnera le point E qu'on cherche.

PROBLEME XII.

Tirer par derriere l'épaule un piſtolet auſſi juſtement que ſi on le couchoit en joue.

Planche 11. Fig 53. SOit AB une ligne qui repréſente le Miroir, & CD la perpendiculaire, menée à ce Miroir de C but où l'on veut tirer. Soit encore D l'image ou apparence de ce but qui paroîtra ſur cette per-

Digitized by Google

pendiculaire aussi éloignée au-delà du Miroir, que le but C l'est en-deçà. Soit enfin l'œil placé en E qui regarde le but en D par la ligne de réflexion EFD. Le rayon d'incidence sera la ligne CF, selon laquelle il faut placer le pistolet GH derriere l'épaule, & le tourner de maniére que son apparence IK convienne avec la ligne de réflexion EFD, & soit dirigée vers l'apparence D du but C. Le pistolet GH ainsi tourné, regardera directement le but C, & ne manquera point de le frapper, si on lâche le coup.

PROBLEME XIII.

Les points de l'œil & de quelque objet, avec le point de réflexion sur la surface d'un Miroir plan, étant donnez, déterminer le lieu où l'on doit voir l'image de l'objet proposé.

SI l'œil est A, l'objet B, & E le point de réflexion sur la surface CD d'un Miroir plan, tirez de l'objet B, la ligne indéfinie BF perpendiculaire à cette surface, & prolongez le rayon de réflexion AE jusqu'à ce qu'il rencontre cette perpendiculaire en un point, comme F; ou bien faites DF égale à DB. Le point F sera le lieu de l'image de l'objet B, c'est-à-dire, le point où l'objet B sera vû par l'œil A dans le Miroir plan CD. Car l'Optique apprend que l'image d'un objet se fait au concours du rayon de réflexion, & d'une ligne droite tirée de l'objet perpendiculairement à la surface du Miroir, soit que cette surface soit plane, soit qu'elle soit Sphérique. Planche 10. Fig. 51.

D'où il est aisé de conclure par l'égalité des angles de réflexion & d'incidence, que quand le

Digitized by Google

Planche 10. Fig. 51. Miroir eſt plan, comme nous le ſuppoſons ici; l'objet doit être vû auſſi enfoncé dans le Miroir, qu'il en eſt éloigné; & c'eſt à cauſe de cela que nous avons fait la ligne DF égale à la perpendiculaire DB.

Il s'enſuit auſſi que la diſtance AF de l'image F eſt égale au rayon d'incidence BE, & au rayon de réfléxion AE, parce que le rayon d'incidence BE eſt égal à la ligne EF, à cauſe de l'égalité des deux Triangles rectangles EDB, EDF.

Il s'enſuit encore que ſi l'œil A s'approche ou s'éloigne dans le même rayon de réfléxion AE du point de réfléxion E, d'une certaine quantité, l'image F de l'objet B, ſera approchée ou éloignée de l'œil A de la même quantité; parce que la diſtance EF demeurant toûjours la même, la diſtance AF croîtra ou décroîtra comme la diſtance AE.

Il s'enſuit de plus que quand le Miroir plan eſt parallele à l'horiſon, comme CD, une grandeur perpendiculaire à l'horiſon, comme BD, doit paroître renverſée; & que quand le Miroir plan eſt perpendiculaire à l'horiſon, la main droite d'une perſonne lui doit paroître à la gauche de ſon image, & la gauche à la droite.

Enfin il s'enſuit que la diſtance de l'œil à l'image de quelque objet vû dans le dernier Miroir par pluſieurs réfléxions à l'aide de pluſieurs Miroirs plans, eſt égale à la ſomme de tous les rayons d'incidence & de réfléxion, & qu'un objet ſe peut quelquefois multiplier dans un Miroir plan, lorſqu'il eſt de verre.

C'eſt ainſi que l'on voit quelquefois qu'un flambeau allumé paroît double dans un Miroir plan de verre un peu épais, à cauſe de la double réfléxion qui s'y fait, l'une ſur la ſurface extérieure du Mi-

Digitized by Google

roir, & l'autre ſur le fonds du mê e Miroir. Car la lumiére ne ſe réfléchiſſant pas toute ſur la ſurface extérieure du Miroir, elle pénétre la glace, & va rencontrer cette feuille d'étain qu'on met derriere, pour empêcher les rayons de paſſer outre, où elle ſe réfléchit une ſeconde fois. L'œil ſe rencontrant dans le concours des deux rayons de réfléxion, qui ne peuvent être paralleles, il ne faut pas s'étonner ſi on voit l'objet double, ou en deux endroits différens du Miroir. Il eſt évident que la diverſe irrégularité du verre produiſant diverſes réfléxions, peut multiplier davantage l'objet, ſur tout lorſqu'il ſera vû un peu de côté.

PROBLEME XIV.

Se repréſenter dans un Miroir comme volant.

IL faut placer une grande glace, de ſorte qu'elle faſſe un angle demi-droit avec l'horiſon, ou le plancher d'une chambre. Si on avance vers le Miroir ainſi incliné, & qu'on étende les bras en les agitant, comme les oiſeaux font leurs aîles, le corps paroîtra horiſontal à la terre, & il ſemblera voler en l'air : mais il faut porter toute ſon attention vers ſa tête, afin de ne point jetter les yeux ſur le pavé, qui eſt auſſi élevé que les pieds.

PROBLEME XV.

Diſpoſer pluſieurs Miroirs de maniere qu'on ſe voye dans chacun en même temps.

ON diſpoſera ces Miroirs à la circonférence d'un cercle, de telle ſorte qu'ils conviennent avec les cordes de ce cercle. Pour ſe voir dans

Digitized by Google

chacun de ces Miroirs, il faut se placer au centre du cercle.

REMARQUE.

C'est par le moyen de ce Problême qu'on peut faire voir plusieurs Jets d'eau dans une chambre Optique, quoiqu'il n'y en ait qu'un.

PROBLEME XVI.

Un mari jaloux étant dans une chambre, lui faire voir ce que fait sa femme dans une autre chambre, l'un & l'autre étant près de la muraille qui sépare les deux chambres.

Planche 3 * Fig 9. QUe la figure ABCD représente les deux chambres où se trouvent le mari & la femme : que EH soit la muraille qui sépare ces deux chambres : que le mari soit en G, & la femme en H.

Il faut laisser entre la muraille de séparation & le plancher une ouverture où l'on puisse placer horisontalement un Miroir comme E. Il faut encore en mettre deux autres F & I aux deux murailles AC, BD, de maniére que les rayons qui partiront du point H ayant frappé quelque point du Miroir I, aillent frapper le Miroir E ; d'où s'étant réfléchis, ils tomberont sur le Miroir F, & de-là se réfléchiront en G, où nous avons supposé que le mari s'étoit posté : il sera témoin de toutes les actions de sa femme. Il est vrai que s'il ne veut pas être apperçû, il ne doit point avoir de lumiére, ou bien il doit fermer les volets des fenêtres de la chambre où il est, si c'est pendant le jour qu'il veut satisfaire sa jalousie. Les glaces dont on se

Digitized by Google

ſert à préſent pour orner les Salons, ſont très-commodes pour ce ſujet. La lumiére ayant été obligée de ſe détourner à la rencontre des trois Miroirs, s'affoiblira quelque peu.

REMARQUES.

On pourroit par ce moyen, étant dans une chambre, voir tout ce qui ſe paſſeroit dans la rue, ſi on mettoit le Miroir ſur la tablette de la fenêtre, & qu'on le diſpoſât de maniére que les rayons des objets qui viendroient frapper le Miroir, puſſent ſe réfléchir dans la chambre. Mais pour n'être point vû, il faudroit fermer les volets des fenêtres, & ne laiſſer d'eſpace qu'autant qu'il ſeroit néceſſaire pour laiſſer paſſer les rayons des objets qu'on voudroit voir. Si on laiſſoit le Miroir dans la même diſpoſition pendant la nuit, & que la chambre fût fort éclairée, on pourroit voir de la rue tout ce qui s'y paſſeroit.

PROBLEME XVII.

Faire paroître dans un Miroir un autre objet que celui qui ſemble devoir y être repréſenté.

I.

PLacez une glace de Miroir plus élevée que la hauteur d'un homme, en l'inclinant tant ſoit peu à l'horiſon, s'il eſt néceſſaire : mettez quelque objet vis-à-vis de ce Miroir, de maniére qu'il ſemble que les rayons de cet objet ayant frappé le Miroir, duſſent être renvoyez à l'œil. Au deſſus du premier objet placez un autre objet, qui ſera caché par quelque artifice, & dont les rayons pourtant ayant frappé le Miroir, ſeront réfléchis

Digitized by Google

vers les yeux des Spectateurs. Alors le Miroir représentera autre chose que ce qu'il paroît devoir représenter. Si on a placé devant le Miroir un cercle, il représentera un quarré. Ayant mis la statue d'un homme, on verra un lion, ou quelqu'autre animal ; ou bien ayant placé une pendule qui marque une certaine heure, elle paroîtra marquer dans le Miroir une heure toute contraire.

II.

On placera une grande glace, qui ira assez près du plancher, auquel on fera une ouverture entre des solives, avec assez d'artifice pour que ceux qui sont dans la chambre ne s'en apperçoivent point. On mettra quelque image fort éclairée dans la chambre au dessus, de maniére qu'elle puisse être vue dans le Miroir par ceux qui y regarderont. On sera fort étonné de voir ces objets qui ne paroissent point dans la chambre.

Au lieu de mettre l'image dans une chambre au dessus du Miroir, on peut la mettre dans une chambre à côté, en ménageant adroitement une ouverture dans la muraille de séparation.

REMARQUES.

C'est-là le fondement de ces curiositez d'Optique, qui donnent tant d'admiration aux Spectateurs. Lorsqu'on est dans une chambre entierement obscure, & qu'on regarde vers un côté où sont placées des glaces, dont on ne s'est point apperçû auparavant, à cause d'un rideau qui étoit au devant : on voit avec étonnement le ciel représenté avec les étoiles, le soleil levant, des mers ou des lacs, des vaisseaux, des tours, des montagnes, des villes, des canons,

Digitized by Google

dont on apperçoit la lumiére, lorſqu'ils tirent pour rendre le ſalut aux vaiſſeaux qui paſſent. On y voit enfin tout ce qu'une adreſſe ingénieuſe peut inventer pour donner un plaiſir qui eſt d'autant plus grand, que l'on ne ſçait point d'où viennent tous ces objets : l'eſprit inquiet croit que c'eſt quelque enchantement, quoique ce ſpectacle agréable ne vienne que du lieu qui eſt au deſſus des Spectateurs.

PROBLEME XVIII.

Faire une boete où l'on voye des objets tout differens de ceux que l'on avoit vû en regardant par une autre ouverture, quoique les uns & les autres paroiſſent occuper toute la boete.

IL faut faire une boete qui ait pluſieurs côtez, comme celle-ci AEDIHM, qui en a ſix. On ſéparera le dedans de la boete en pluſieurs cellules par des ais qui iront de chaque angle A, F, E, &c. au centre de la boete G. Il y aura autant de ſéparations que de côtez : on appliquera à chacun de ces ais des Miroirs plats ; on fera à chaque côté de la boete des ouvertures comme h, i, pour regarder dans les ſéparations ; on mettra à ces ouvertures des morceaux de verre, dont la face qui ſera au dedans de la boete, ne doit point être polie, mais un peu uſée, afin qu'on ne puiſſe pas voir ce qui eſt dans les cellules. On mettra dans ces cellules ou ſéparations les objets qu'on voudra : enfin on couvrira le deſſus de cette boete d'un parchemin fort mince, pour donner paſſage à la lumiére. Planche 3. Fig. 10.

Quand on regardera par une ouverture, on verra les objets de cette cellule repréſentez dans les Miroirs, & l'on croira qu'ils occupent toute la

Digitized by Google

boete ; mais en regardant par une autre ouverture on y verra d'autres objets qui paroîtront encore occuper toute la boete, & ainſi des autres.

REMARQUES.

Pour rendre plus tranſparent le parchemin qu'on met ſur les machines d'Optique, il faut le laver pluſieurs fois dans une leſcive claire, que l'on changera à chaque fois : on le lavera pour la derniére fois dans de l'eau de fontaine. Enfin on le mettra ſecher à l'air, en le tenant étendu avec des cloux, ou avec des morceaux de bois.

Si on veut donner de la couleur à ce parchemin, on ſe ſervira pour le verd, de verd de gris délayé dans du vinaigre, avec un peu de verd foncé; pour le rouge, de l'infuſion de bois de breſil; pour le bleu, du ſuc de jeunes mirtes ; pour le jaune, de l'infuſion faite avec des baies de nerprun cueillies au mois d'Août. On paſſera de temps en temps un vernis ſur le parchemin.

PROBLEME XIX.

Faire une machine d'Optique, où il paroîtra une gallerie, ou une allée d'arbres, &c. continuée à l'infini.

CEtte boete, au lieu d'être poligone, comme celle qu'on vient de décrire, ſera quarrée ; on lui donnera environ un pied & demi de face, plus ou moins, ſelon qu'on le jugera à propos. On appliquera ſur chaque face perpendiculaire intérieure des glaces : on fera au milieu d'une des faces une ouverture ronde d'environ un pouce de diamétre,

Digitized by Google

mettre, & à cet endroit on ôtera l'étain qui eſt ſur la glace, afin qu'on puiſſe regarder dans la boete : ſur le fond intérieur on mettra tels objets qu'on voudra, comme une galérie, une allée d'arbres, &c. accompagnées de bâtimens ſuperbes, de jardins, de campagnes, de bois & autres ornemens qu'on imaginera : enfin on couvrira cette boete d'un parchemin ſemblable à celui dont on a parlé dans le Problême précédent. En regardant par l'ouverture du milieu d'une des faces, il ſemblera que les objets mis au fond de la boete, ſeront continuez à l'infini. Si c'eſt une gallerie, par exemple, compoſée de colomnes, on la verra très-longue, & allant toûjours en diminuant ; ce qui fait un très-bel effet.

REMARQUES.

A l'imitation de ces machines d'Optique, on pourroit conſtruire des cabinets revêtus de glaces, dont l'effet rempliroit les Spectateurs d'admiration. On a des glaces aſſez grandes pour faire ces ſortes de cabinets. Ce ſeroit un ouvrage ſuperbe, & qui mériteroit l'attention des Curieux. Il faudroit au deſſus de ces glaces laiſſer des ouvertures qu'on fermeroit de quarreaux de verre, pour donner du jour dans ces cabinets.

Après les Problêmes qu'on vient de propoſer ; il ne ſera point difficile d'imaginer des machines d'Optique, qui ſeront compoſées de celles qu'on a décrites, & qui ſeront très-curieuſes, à cauſe des différens objets vûs de diverſes maniéres, qui ſurprendront, lorſqu'on les regardera.

Digitized by Google

Observations diverses sur les Miroirs plats.

I.

Dans un Miroir plat, ce qui est à droite paroît à gauche, & ce qui est à gauche paroît à droite, & lorsqu'on l'éleve au dessus de la tête, les pieds & le pavé paroissent en haut, tandis que la tête paroît en bas.

II.

Si on se regarde la tête dans un Miroir depuis le menton jusqu'au front, l'espace qui comprend cette grandeur prise sur le Miroir, n'est que la moitié de cette grandeur même, c'est-à-dire, de la tête. La même chose arrivera à l'égard de tous les objets qui seront aussi éloignez du Miroir que l'œil en est éloigné.

III.

Si on approche un objet d'un Miroir dont la glace est épaisse, on y remarque deux images; l'une est bien éclairée, & l'autre est représentée avec une lumiére plus foible.

IV.

Lorsqu'on approche fort obliquement une bougie allumée de l'extrêmité d'un Miroir, & qu'on met l'œil à peu près aussi obliquement à l'extrêmité opposée, on apperçoit plusieurs images de la lumiére de la bougie, dont les uns sont plus foibles que les autres.

V.

Si on dispose à angles droits deux Miroirs, & qu'on s'approche de l'un en suivant une ligne qui lui soit perpendiculaire, il paroîtra que la même

Digitized by Google

perſonne ſe meut en ſens contraire. Car dans celui qui eſt parallele à la perſonne qui marche, elle paroîtra aller d'un ſens comme du Septentrion au Midi; mais dans le Miroir dont elle s'approche, elle paroîtra aller d'un ſens contraire, c'eſt-à-dire, du Midi au Septentrion.

VI.

Si deux Miroirs font un angle obtus un peu plus grand qu'un droit, par rapport à celui qui regarde, il ſe verra avec un ſeul œil; mais s'ils font un angle aigu un peu plus petit qu'un droit, il ſe verra avec trois yeux, deux nez, deux bouches, &c. l'angle des Miroirs étant plus obtus ou moins aigu, on verra d'autres figures groteſques.

VII.

Si on diſpoſe dans un cabinet de jardin pluſieurs Miroirs les uns plus bas & inclinez à l'horiſon, & les autres plus haut, auſſi inclinez à l'horiſon, ceux qui entreront dans ce cabinet, ſe verront d'une figure monſtrueuſe.

VIII.

Les objets repréſentez dans un Miroir plat, paroiſſent autant enfoncez derriere le Miroir, qu'ils en ſont éloignez par-devant. Ainſi pour voir un objet qui eſt dans un petit eſpace, comme s'il étoit fort éloigné, il faut ſui faire faire pluſieurs réflexions ſur des Miroirs diſpoſez ſur les faces d'un poligone.

IX.

Quand on préſente quelque écriture à un Miroir, elle paroît d'un ſens contraire. S'il y a ARREST, les lettres paroiſſent retournées, &

Digitized by Google

on lit du même ſens qu'il faut les mettre dans les formes des Imprimeries.

PROBLEME XX.

Meſurer une hauteur par réfléxion.

I.

Planche 11. Fig. 54.

SI la hauteur eſt acceſſible, comme AB, en ſorte qu'on puiſſe approcher de ſon extrêmité B, & connoître de combien on en eſt éloigné, lorſqu'on eſt dans un plan horiſontal, & au niveau de cette baſe B; faites ſur ce plan horiſontal à une diſtance connue du point B, un petit creux C, que vous remplirez d'eau. Vous vous éloignerez de ce petit creux, de maniére que vous puiſſiez voir dans l'eau le ſommet A de la hauteur à meſurer AB, par le rayon de réfléxion CE, qui paſſe par l'œil que je ſuppoſe en E. Meſurez exactement la hauteur de l'œil ED, & ſa diſtance CD du point C de réfléxion. Nous ſuppoſerons la hauteur ED de 4 pieds, la diſtance CD de 3, & la diſtance BC de 48. Après quoi on dira par la régle de Trois directe, ſi la diſtance CD de 5 pieds donne 4 pieds pour la hauteur ED, combien donnera la diſtance BC de 48 pieds? & l'on trouvera 64 pieds pour la hauteur AB qu'on cherche; car en multipliant enſemble les deux derniers termes 4, 48, & en diviſant leur produit 192 par le premier 3, il vient 64 pour le quatriéme proportionnel.

II.

Mais ſi la hauteur AB eſt inacceſſible, en ſorte qu'on ne puiſſe pas meſurer actuellement la diſtan-

Digitized by Google

ce BC, il faudra dans la même plaine faire en ligne droite sur CB prolongée, un autre creux à une distance connue du premier C, comme F, qu'on remplira pareillement d'eau. La même personne s'éloignera encore, de maniére qu'elle puisse voir le même sommet A, par le rayon de réflexion FH, qui passe par l'œil que je suppose en H. J'ai dit la même personne, afin que la hauteur de l'œil GH soit la même que la premiére DE, que nous avons supposée de 4 pieds. Comme nous avons supposé la distance CD de 3, si l'on suppose la distance CF de 32, & la distance FG de 5, en multipliant ensemble les lignes ED, CF, c'est-à-dire, 4, 32, & en divisant le produit 128 par l'excès 2 de la distance FG sur la distance CD, on aura 64 pieds pour la hauteur AB qu'on cherche.

REMARQUE.

Si vous voulez connoître la distance BC, sans sçavoir la hauteur AB, multipliez ensemble les deux distances CD, CF, c'est-à-dire, 3 & 32, & divisez leur produit 96 par l'excès 2 de la distance FG, sur la distance CD. Le quotient donnera 48 pieds pour la distance BC.

Des Miroirs Cilindriques & Spheriques.

PROBLEME XXI.

Les points de l'œil & de quelque objet, avec le point de réflexion sur la surface convexe d'un Miroir Sphérique, étant donnez, déterminer l'endroit où l'on doit voir l'image de l'objet proposé.

SI l'œil est A, l'objet B, & E le point de réflexion sur la surface convexe DEL d'un Miroir Planche 19. Fig. 69.

Planche 19. Fig. 69. Sphérique, dont le centre eſt C ; tirez de ce centre C, à l'objet B, la droite BC, qui ſera perpendiculaire à la ſurface du Miroir Sphérique. C'eſt dans cette ligne BC que ſera l'image de l'objet B, ſçavoir, au point H, qu'on trouvera en prolongeant le rayon de réfléxion AE, qui rencontre ici au dedans du Miroir la cathete d'incidence BC au point H : car il la peut rencontrer au point D de la ſurface du Miroir, & au dehors, ſçavoir, lorſque l'angle d'incidence BEF, ou l'angle de réfléxion AEG ſera très-petit ; ce qui fait que l'objet B peut être vû au dedans du Miroir Sphérique, comme ici, quelquefois en ſa ſurface, & quelquefois au dehors.

SCOLIE.

La touchante FG qui paſſe par le point E de réfléxion, détermine, comme vous voyez, les angles d'incidence & de réfléxion, & coupe la cathete d'incidence BC en I ; de telle ſorte que les quatre lignes BC, CD, BI, DI, ſont proportionnelles, & que par conſéquent la ligne BC ſe trouve coupée aux points I, D, dans la moyenne & extrême raiſon proportionnelle, c'eſt-à-dire, que le rectangle ſous toute la ligne BC, & ſa partie du milieu DI, eſt égal au rectangle ſous les deux autres parties extrêmes BI, CD, comme on le démontrera aiſément, en tirant par le point B, la ligne BK parallele au rayon de réfléxion AE.

Il eſt évident par la proprieté des foyers d'une Ellipſe, que les deux points A, B, ſont les foyers d'une Ellipſe qui touche le Miroir ſphérique au point de réfléxion E, & qui a pour grand axe la ſomme des deux rayons AE, BE, de réfléxion & d'incidence. Ainſi pour trouver le point de réflé-

Digitized by Google

xion E, il n'y a qu'à décrire une Ellipſe qui touche la circonférence DEL, & dont les foyers ſoient les deux points A, B : ce qui ſe peut aiſément faire par l'interſection de la circonférence DEL, & d'une hyperbole entre ſes aſymptotes, dont l'oppoſée paſſe par le centre C de la même circonférence DEL, comme nous avons démontré dans nôtre *Dictionnaire Mathematique*. Planche 19. Fig. 69.

Il eſt évident auſſi, que l'apparence H de l'objet B, eſt plus proche du point de réfléxion E, que du centre C ; car la ligne CH eſt toûjours plus grande que la ligne EH, puiſque l'angle CEH eſt toûjours plus grand que l'angle ECH, comme on le connoîtra en prolongeant vers L le rayon d'incidence BE, & en lui tirant par le centre C, une parallele MN.

Il eſt encore évident, que la même apparence H de l'objet B eſt auſſi plus proche du point de réfléxion E, ou du point D de la ſurface du Miroir, que l'objet B, c'eſt-à-dire, que la ligne EH eſt moindre que le rayon d'incidence BE, & que la ligne DH eſt moindre que la cathete d'incidence BD.

Enfin il eſt évident, que ſi la grandeur OE eſt perpendiculaire à la ſurface du Miroir ſphérique DEL, en ſorte qu'étant prolongée elle paſſe par ſon centre C, le point P plus proche du Miroir, doit paroître moins enfoncé que le point O plus éloigné : & que cette grandeur OE doit paroître renverſée & plus petite.

D'où il ſuit qu'une grandeur doit paroître dans un Miroir ſphérique convexe toûjours plus grande à meſure qu'elle s'approche du Miroir parallelement à ſoi-même, parce qu'alors elle paroît moins enfoncée, & par conſéquent plus près de l'œil, &

Digitized by Google

qu'elle se trouve renfermée dans un plus grand angle. Il arrivera la même chose si l'objet demeure immobile, & que l'œil s'approche du Miroir, parce qu'alors il verra cet objet moins enfoncé dans le Miroir, & par conséquent plus grand, puisqu'il le verra de plus proche.

PROBLEME XXII.

Déterminer le lieu de quelque objet, vû par réflexion sur la surface d'un Miroir cylindrique.

Planche 18. Fig. 67.

CE Problême est assez difficile, parce qu'un Miroir cylindrique étant pris selon sa longueur, peut être considéré comme un Miroir plan; étant pris exactement selon sa rondeur, il peut être considéré comme un Miroir sphérique : enfin étant pris en tout autre sens, il participe des proprietez d'un Miroir plan & d'un sphérique.

C'est pourquoi si l'œil & le point de quelque objet sont dans un plan qui passe par l'axe du Miroir cylindrique, ce point sera vû par réfléxion dans le Miroir cylindrique, comme dans un Miroir plan, je veux dire aussi enfoncé dans le Miroir qu'il en sera éloigné.

Comme si l'on suppose l'œil B & un point A de quelque objet dans un plan qui passe par l'axe CD du Miroir cylindrique EFGH, ce point A sera vû par le rayon de réfléxion BIM en M, qui est le point où se rencontrent ce rayon de réfléxion & la ligne ALM perpendiculaire à la commune section EH du Miroir & du plan qui passe par l'œil & par le point de l'objet A. Dans ce cas, il est évident que l'objet A paroît aussi enfoncé dans le Miroir, qu'il en est éloigné, c'est-à-dire, que les

Digitized by Google

lignes AL, LM, sont égales entr'elles, à cause des deux Triangles rectangles égaux ALI, MLI.

Mais si l'œil & le point de l'objet sont dans un plan parallele à la base du Miroir cylindrique, comme la section de ce plan & du Miroir est un cercle, l'objet paroîtra dans ce Miroir cylindrique, comme nous avons vû qu'il devoit paroître dans un Miroir sphérique. * D'où il suit que les grandeurs paralleles à la base d'un Miroir cylindrique y paroissent fort racourcies, & que celles qui sont paralleles à l'axe du même Miroir, y paroissent presque de la même grandeur, comme dans un Miroir plan. Cela est encore vrai dans un Miroir Conique, comme il est aisé de le démontrer.

* Problême précédent.

PROBLEME XXIII.

Les points de l'œil & de quelque objet, avec le point de réflexion sur la surface concave d'un Miroir Sphérique, étant donnez, déterminer l'endroit où l'on doit voir l'image de l'objet proposé.

SI l'œil est A, l'objet B, & E le point de réflexion sur la surface concave FEG d'un Miroir Sphérique, dont le centre est C, tirez de ce centre C, à l'objet B, la droite BC, qui étant prolongée, rencontre ici le rayon de réflexion AE aussi prolongé, au point H, qui sera l'image ou la représentation de l'objet proposé B, parce que ce point H est le concours du rayon de réflexion AE & de la cathete d'incidence CD, tirée du centre C par l'objet B.

Planche 19. Fig. 71.

REMARQUE.

Si l'objet avoit été plus près du Miroir, comme

Digitized by Google

Planche 20. Fig 71.

en K, ſon apparence I ſe ſeroit trouvée de l'autre côté, ſçavoir, au concours du rayon de réfléxion AE, & de la cathete d'incidence CI, tirée du centre C par l'objet K. Si l'objet étoit en L, on ne le verroit point du tout, parce que dans ce cas la cathete d'incidence FG, tirée du centre C par l'objet L, ne rencontreroit point le rayon de réfléxion AE, ces deux lignes étant paralleles. Enfin ſi l'objet étoit en M, ſon apparence N ſe trouveroit en dehors, ſçavoir, au concours du rayon de réfléxion AE, & de la cathete d'incidence CN, tirée du centre C par l'objet M.

Par-là on voit la raiſon de ce que l'expérience nous fait connoître, ſçavoir, qu'un objet peut être vû par réfléxion dans un Miroir concave, comme dans un convexe, hors de la ſurface du Miroir, comme eſt ici le point N, qui eſt l'image de l'objet M: & en dedans, comme H, qui eſt l'image de l'objet B, ou I, qui eſt l'image de l'objet K. Ces deux images H, I, paroiſſent enfoncées dans le Miroir, mais jamais tant que dans un Miroir plan. Cela vient des différens concours des rayons de réfléxion, & des cathetes d'incidence, qui peuvent faire voir les objets quelquefois en la ſurface du Miroir, quelquefois en dedans, & d'autres fois en dehors & pardevant, plus ou moins loin du Miroir; de ſorte qu'on les voit tantôt entre l'objet & le Miroir, tantôt au lieu même où eſt l'objet; ce qui fait que l'on peut manier l'image de ſa main ou de ſa face hors du Miroir: tantôt plus loin du Miroir que l'objet n'en eſt éloigné; & tantôt au lieu même où l'œil eſt placé. D'où il arrive que ceux qui en ignorent la raiſon, ont peur, & ſe retirent, quand ils voyent ſortir du Miroir l'image d'une épée ou d'une dague, que quelqu'un tient derriere eux.

Digitized by Google

Il eſt évident que la touchante OP, qui paſſe par le point E de réfléxion, détermine l'angle d'incidence BEP, & ſon égal, ou l'angle de réfléxion AEO : & que la ligne CE, qui eſt perpendiculaire à la touchante OP, diviſe en deux également l'angle AEB fait par les rayons d'incidence & de réfléxion. D'où il ſuit que ſi on diviſe en deux également cet angle par une ligne droite, cette ligne droite paſſera par le centre C du Miroir Sphérique, parce qu'elle ſera perpendiculaire à la touchante OP.

Il eſt aiſé de juger que l'objet B peut être vû par réfléxion en deux endroits différens, lorſque l'œil eſt placé en un certain point : car ſi on mene un rayon d'incidence quelconque BE, avec ſon rayon de réfléxion AE, & un autre rayon d'incidence BQ, avec ſon rayon de réfléxion QR, qui rencontrera le premier en un point, comme A, où l'œil étant mis, il verra l'objet B par les deux rayons de réfléxion AE, AQ, & par conſéquent en deux endroits différens, ſçavoir, aux points H, R, au dedans & au dehors du Miroir.

Il eſt auſſi facile de juger que ſi l'objet eſt placé au centre C du Miroir, ſon image ſe réfléchit contre lui-même : car dans ce cas l'angle d'incidence eſt droit. C'eſt pourquoi celui qui aura l'œil au centre C du Miroir, ne pourra voir autre choſe que ſoi-même.

PROBLEME XXIV.

Des Miroirs ardans.

NOus avons vû dans le Problême précédent, que deux rayons de réfléxion, qui appartien- Voyez le Probl. XII. de Phyſique

Digitized by Google

Planche 20. Fig. 71. nent à un même objet, comme AE, AQ, qui appartiennent à l'objet B, s'uniſſent & ſe rencontrent au point A, au-devant du Miroir : ce qui n'arrive pas aux Miroirs plans, où les rayons de réfléxion s'écartent, & encore moins aux Miroirs convexes, où les rayons de réfléxion s'écartant encore davantage, s'uniſſent au-delà du Miroir. D'où il ſuit que par leur moyen on ne peut pas produire du feu, comme l'on fait avec un Miroir concave, qu'on appelle pour cela *Miroir ardant*, & qui peut être parabolique ou ſphérique.

Il eſt facile de faire des Miroirs ſphériques, parce que le tour peut aiſément ſervir à en faire des modéles, & qu'on peut aiſément les polir : mais le tour ne peut pas être mis ſi facilement en uſage, pour faire des modéles qui puiſſent ſervir à conſtruire des Miroirs paraboliques ; ce qui fait qu'ils ſont très-rares, & qu'ils ne ſont pas ſi bons que les ſphériques, quoique ſelon la Théorie, ils duſſent être meilleurs. C'eſt pourquoi nous parlerons ſeulement ici des Miroirs ſphériques.

Planche 21. Fig. 72. Soit donc ABC la ſurface concave d'un Miroir ſphérique bien poli, dont le centre ſoit D, & un demi-diamétre BD. Soit EF un rayon de lumiére parallele au demi-diamétre BD, qui ſe réfléchiſſant par le rayon de réfléxion FG, coupera le demi-diamétre BD en un point, comme G, plus proche de la ſurface du Miroir ſphérique, que de ſon centre, c'eſt-à-dire, que la ligne BG ſera toûjours plus petite que la ligne DG, comme on le connoîtra en tirant le demi-diamétre DF, & menant GK perpendiculaire au milieu de DF, le Triangle FGD ſera iſoſcéle : les lignes DG, GF ſeront plus grandes que DF, égal à DB. Ayant donc ôté DG de part & d'autre, il

Digitized by Google

reſtera GF, égal à DG, plus grand que GB. Planche 21.

Il eſt aiſé de juger que ſi de l'autre côté il y a un rayon de lumiére HI parallele au même demi-diamétre BD, & auſſi éloigné de ce demi-diamétre BD que le rayon EF, en ſorte que les arcs BF, BI, ſoient égaux, ce rayon HI ſe réfléchira par le rayon IG, qui paſſera par le même point G. Si ce rayon de lumiére étoit plus ou moins éloigné du demi-diamétre BD, ſon rayon de réfléxion ne couperoit pas ce demi-diamétre BD au même point G; mais en quelque lieu qu'il le coupe, ce point de rencontre ſera toûjours plus éloigné du centre que de la ſurface du Miroir. Or, comme on peut concevoir une infinité de rayons différens paralleles entr'eux & au demi-diamétre BD, & également éloignez du même demi-diamétre BD, il eſt évident que tous ces rayons doivent ſe réfléchir en un même point, comme G, qu'on appelle *Foyer*. C'eſt dans ce point qu'on peut aux rayons du Soleil allumer une bougie, ou un flambeau, fondre en peu de temps quelque métail que ce ſoit, & vitrifier la pierre, quand le Miroir eſt un peu grand. Fig. 72.

On peut aiſément connoître par la Trigonométrie la diſtance de ce Foyer G à la ſurface du Miroir, la diſtance du rayon d'incidence ou de lumiére étant connue en degrez, & le demi-diamétre du Miroir étant connu en pieds ou en pouces. Comme ſi le rayon d'incidence EF eſt éloigné du demi-diamétre BD, par exemple, de 5 degrez, en ſorte que l'arc BF, ou l'angle BDF ſoit de 5 degrez; & ſi l'on ſuppoſe le demi-diamétre DB, ou DF de 100000 parties, on trouvera en ces mêmes parties la diſtance DG, en tirant du Foyer G la ligne GK perpendiculaire au demi-diamétre DF,

Digitized by Google

Plan. che 21. Fig. 72. qui sera divisé en deux également au point K ; ce qui fait que sa moitié DK sera de 50000 parties, & en faisant dans le Triangle DKG cette analogie.

Comme le Sinus total	100000
A la Secante de l'angle D	100382
Ainsi la ligne DK	50000
A la ligne DG	50191

Ce nombre 50191 étant ôté du demi-diamétre BD, ou de 100000, il restera 49809 pour la ligne GB, ou pour la distance du Foyer à la surface concave du Miroir.

C'est de cette manière que nous avons supputé la Table suivante, où l'on voit que le Foyer G s'approche toûjours de la surface concave d'un Mi-

1	49992	16	47985	31	41668	46	28022
2	49970	17	47715	32	41041	47	26686
3	49932	18	47427	33	40382	48	25276
4	49878	19	47269	34	39689	49	23787
5	49809	20	46791	35	38961	50	22214
6	49725	21	46443	36	38197	51	20549
7	49625	22	46073	37	37393	52	18787
8	49509	23	45682	38	36549	53	16918
9	49377	24	45268	39	35662	54	14935
10	49229	25	44831	40	34730	55	12828
11	49064	26	44370	41	33749	56	10586
12	48883	27	43884	42	32798	57	8196
13	48685	28	43372	43	31634	58	5646
14	48468	29	42832	44	30492	59	2920
15	48236	30	42265	45	29289	60	0000

roir sphérique, à mesure que les rayons d'incidence s'éloignent du centre du Miroir ; de sorte que quand ils en sont éloignez de 60 degrez, le Foyer

Digitized by Google

G se trouve précisément au point B de la surface concave du Miroir.

On voit aussi dans cette Table, que les rayons d'incidence, depuis un degré jusqu'environ à 15 degrez de distance, s'unissent par réflexion presque en un même point, parce que la distance du Foyer G ne décroît pas sensiblement. Ce qui fait qu'une telle quantité de rayons envoyez du Soleil sur la surface concave d'un Miroir sphérique, qui peuvent passer pour paralleles, à cause de la grande distance du Soleil à la terre, se réfléchit presque en un même point. Par conséquent tous les rayons de réflexion, qui se trouvent compris dans une portion concave de Sphere d'environ 30 degrez, peuvent par leur union produire du feu, comme l'expérience le montre.

On voit encore dans la Table précédente, que le Foyer G est éloigné de la surface concave du Miroir d'environ la quatriéme partie du diamétre, ou de la moitié du demi-diamétre DB, & que par conséquent un Miroir concave spherique doit brûler d'autant plus loin, que son diamétre sera plus grand. Il ne faut pourtant pas croire qu'il puisse brûler à une distance énorme; car outre la difficulté qu'il y auroit à faire un Miroir assez grand, pour produire cet effet, les rayons de réflexion qui s'unissent en un très-petit espace vers G dans un petit Miroir, ne s'uniroient pas si parfaitement dans un grand Miroir; ce qui diminueroit considerablement la force des rayons. Ainsi il n'est pas croiable qu'Archiméde se soit servi d'un Miroir concave pour brûler la Flote des Romains à une distance de 375 pas Géométriques, qui reviennent à 1875 pieds.

Digitized by Google

COROLLAIRE.

Il ſuit de ce qui a été dit dans ce Problême & dans le précédent, que ſi l'on met un corps lumineux, comme une chandelle au Foyer G, ſes rayons ſe réfléchiront par des lignes paralleles entr'elles & au demi-diamétre BD : & que ſi on la met au centre D, ſes rayons ſe réfléchiront contr'eux-mêmes, parce qu'alors ils ſeront perpendiculaires à la ſurface du Miroir.

On peut par le moyen d'un ſemblable Miroir, repréſenter tels caracteres qu'on voudra ſur une muraille obſcure, pourvû que le Miroir n'en ſoit pas fort éloigné. On écrira ſur la ſurface concave du Miroir avec de la cire ou autre matiére, des lettres renverſées, & d'un caractere un peu gros, & on expoſera le Miroir au Soleil, de maniére que les rayons renvoyez vers la muraille, y faſſent paroître les lettres, qui ſe trouveront dans leur ſituation ordinaire.

On peut auſſi par le moyen du même Miroir, augmenter la lumiére dans une grande chambre, en appliquant une bougie allumée au Foyer de ce Miroir ; car les rayons de cette bougie ſe réfléchiront par toute la chambre, & feront une telle clarté, qu'on pourra aiſément lire de loin ſur les murailles.

Enfin on peut ſe ſervir de la même façon de ce Miroir pour s'éclairer la nuit, & voir de bien loin ce qui ſe paſſe : il peut être utile à ceux qui veulent conſerver leur vûe, en ſe ſervant de la lumiére d'une lampe miſe au Foyer du Miroir, qui doit être placé un peu haut, & à côté, afin qu'il puiſſe envoyer commodément la lumiére de la lampe ſur la table où l'on veut lire, ou écrire.

Remarques

Digitized by Google

Remarques sur les Miroirs concaves.

I.

Les Miroirs ardans se font ordinairement de métal ; la réfléxion s'y fait plus facilement, & l'effet en est plus prompt & plus vigoureux. On peut aussi les faire de verre, la réfléxion s'y fera presque aussi-bien, pourvû que le verre soit bien net, & un peu mince, & que l'enduit en soit bon, pour empêcher les rayons d'incidence de traverser & de se briser.

II.

Pour trouver facilement le foyer d'un Miroir concave, quand il est exposé aux rayons du Soleil, il faut éloigner ou approcher du Miroir une petite piéce de bois, ou de quelqu'autre matiére solide, en telle sorte que le disque de lumiére qui paroîtra par réfléxion contre cette piéce, paroisse le plus petit qu'il sera possible ; car alors la piéce se trouvera au foyer. Ou bien on mettra de l'eau chaude auprès du Miroir du côté de la concavité qui regarde directement le Soleil : la fumée qui sortira de cette eau chaude, fera voir avec plaisir le cone de réfléxion, dont la pointe sera le foyer. Ou bien encore on jettera de la poussiere au devant de la concavité du Miroir qui regarde directement le Soleil ; on connoîtra dans cette poussiere, comme dans la fumée, le cone de lumiére réfléchie, & par conséquent sa pointe, qui sera le foyer qu'on cherche. On peut même en hyver remarquer ce foyer & tout le cone de réfléxion sans poussiere & sans fumée, lorsque l'air sera grossier & condensé par le froid.

Digitized by Google

III.

Quoiqu'il ſemble que pour produire du feu par le moyen d'un Miroir concave, il doive être éclairé des rayons du Soleil, afin que la réfléxion s'y puiſſe faire, on peut néanmoins en produire dans un lieu obſcur, en renvoiant les rayons du Soleil contre la concavité de ce Miroir par le moien d'un Miroir plan, qui doit être un peu grand, afin qu'un plus grand nombre de rayons s'uniſſant au foyer, puiſſe brûler avec plus de force.

IV.

Volfius remarque dans ſa Catoptrique, que Kirker étant à Siracuſe, avoit obſervé que la diſtance à laquelle les Vaiſſeaux des Romains auroient dû être brûlez, n'étoit que de trente pas. Quoique cette diſtance ſoit bien moindre que celle qu'on a rapporté ſur la fin du Problême XXIV. elle eſt cependant encore aſſez conſiderable pour faire douter de la verité du fait; puiſqu'Archiméde auroit dû ſe ſervir d'une portion de Sphere, dont le diamétre auroit eu plus de 120 pieds. Une telle portion de Sphere auroit fort approché de la figure plate, & par conſéquent elle n'auroit pû faire un grand effet. On dit encore que Proclus, par le même artifice qu'Archiméde, brûla la Flote de Vitalien qui aſſiegeoit Biſance: mais la verité de ces faits eſt fort incertaine, pour la raiſon qu'on vient de dire.

V.

Il vaut mieux s'en tenir à ce que dit le même Volfius de quelques Miroirs qui ſont très-remarquables. Manfrede Septala, Chanoine de Milan,

Digitized by Google

avoit un Miroir parabolique, dont le foyer étoit à 15 ou 16 pas, où il brûloit des morceaux de bois. Villette, Ouvrier de Lyon, avoit fait trois Miroirs, dont les effets rapportez par Volfius, ſont très-dignes de remarque; leur foyer étoit aſſez large, & n'étoit éloigné que de trois pieds. L'un de ces Miroirs fut préſenté au Roy de Perſe par Tavernier, connu par ſes Voiages : l'autre fut acheté par le Roy de Dannemark, & le troiſiéme fut donné au Roy de France. M. Tſchirnaus en avoit fait un qui l'emportoit ſur tous ceux-là : il étoit compoſé d'une lame de cuivre, qui n'étoit gueres plus épaiſſe que deux fois le dos d'une lame de couteau ordinaire : la largeur du Miroir étoit d'environ trois aulnes de Lipſick, & ſon foyer n'avoit que deux de ces aulnes de diſtance. Voici quelques-uns de ſes effets.

1°. Il mettoit le feu en un moment à un morceau de bois mis à ſon foyer ; la flamme expoſée au plus grand vent, ne s'éteignoit point. 2°. Il faiſoit bouillir l'eau avec tant de violence, que les œufs qu'on y mettoit étoient bien-tôt cuits, & ſi on laiſſoit l'eau un peu de temps, elle s'évaporoit entierement. 3°. Un morceau d'étain ou de plomb préſenté au foyer, ſe fondoit goute à goute, & étoit percé en deux ou trois minutes. 4°. Des lames de fer, d'acier, de cuivre, d'argent, &c. devenoient rouges ſur le champ, & étoient percées en moins de ſix minutes. 5°. Les pierres, les briques, & les autres matiéres qui ne ſe liquefient point, devenoient rouges comme un fer ardent. 6°. L'ardoiſe, les tuiles, les morceaux de pots caſſez, qui avoient ſouffert un feu violent, les pierres de ponce, les morceaux de creuzet, les os, les motes de terre, ſe changeoient en verre.

Digitized by Google

VI.

A l'imitation du Miroir de M. Tschirnaus, un Artisan de Dresde en fit quelques-uns de bois, qui produisoient des effets presque aussi surprenans. Trabere rapporte qu'on peut faire des Miroirs ardans avec des morceaux d'or * ou de verre. On les dispose dans une jatte de bois, creusée en forme de Miroir spherique : on les y attache avec de la poix mêlée de cire, dont on a enduit également le dedans de la jatte. Zahn rapporte aussi qu'un Ingénieur nommé Néuman, fit * à Vienne en Autriche un Miroir concave, qui étoit composé de carton fort & de paille colez ensemble. Ce Miroir avoit assez de force pour faire fondre toutes sortes de métaux.

* Auro trepero.

* en 1699.

VII.

Il y a du plaisir à regarder dans les Miroirs concaves, sur-tout lorsque ce sont des portions de grandes Spheres. Si on en approche d'assez près, on se voit une face fort large, un nez extrêmement long, de grands yeux, les cheveux & la barbe d'une grosseur considerable ; le poil follet y paroît comme une grosse barbe : enfin on remarque sur le visage les moindres taches, & des monticules sur la peau, qui paroît sans miroir la plus unie. Si on s'éloigne du Miroir à une certaine distance, on s'y voit renversé. Si on se met à une autre distance, & qu'on avance la main ou une épée nue, on apperçoit l'image de la main ou celle de l'épée entre soi & le Miroir : il semble qu'on se touche les doigts, & que l'épée même avance vers l'œil, quand on la porte vers le Miroir. Un flambeau présenté derriere la personne qui regarde le Miroir,

Digitized by Google

paroîtra lui venir brûler le visage. Peut-être y auroit-il quelque plaisir à voir les figures d'un Singe, à qui on présenteroit un Miroir concave, & qui verroit sa pate & son image au dehors.

VIII.

Quand on place l'œil au centre du Miroir concave, on ne voit qu'un grand œil représenté près de la surface du Miroir. Si le Miroir dont on se sert est une portion d'une petite Sphere, on s'y voit d'une figure monstrueuse, avec deux nez, trois yeux, deux bouches, quelquefois avec des yeux qui n'ont qu'une seule paupiere, entre deux nez. On peut examiner ce qui arriveroit, si on enchassoit un Miroir concave entre deux Miroirs plats, &c.

IX.

Si le verre du Miroir est teint de quelque couleur, il la communique à celui qui se regarde; en sorte qu'on se voit pâle, cendré, livide, &c. suivant les couleurs qu'on a donné à la glace du Miroir. V. les Remarques du Probl. XLII.

X.

Il seroit difficile de rapporter toutes les différentes situations où l'on peut placer le Miroir, pour y représenter des figures surprenantes. Je me contenterai de rapporter celle-ci, qui est de placer un Miroir fait d'une portion d'une grande Sphere au haut du plancher, on s'y verra comme pendu en l'air hors du Miroir; la tête paroîtra en haut & les pieds en bas, dans la même situation qu'un pendu.

Digitized by Google

PROBLEME XXV.

Conſtruire une chambre Optique, où l'on voye les objets plus grands que la boete.

Planche 3 * Fig. 11. FAites une boete quarrée ABCDEFG, convenable pour le Miroir concave, dont vous voulez vous ſervir : il faut que le centre du Miroir tombe hors de la boete, c'eſt-à-dire, qu'il faut que la largeur AD de la boete ſoit plus petite que le rayon de la Sphere, dont le Miroir eſt une portion. Couvrez le deſſus de la boete d'un parchemin tranſparant, comme celui qu'on a décrit au Problême XVIII. ou d'un verre bruni & non poli. * Appliquez à la face interieure ABG un Miroir concave, on doit préferer une portion de grande Sphere : placez à la face intérieure oppoſée DEFC, quelque image peinte, comme celle d'un homme, d'un bâtiment, &c. ménagez au haut de cette même face en IH une ouverture en long, que vous garnirez d'un verre poli. Lorſqu'on regardera par cette ouverture, on verra la peinture beaucoup plus grande que la boete.

PROBLEME XXVI.

Faire le moule d'un Miroir concave Spherique.

1°. AYant pris de la boue deſſechée, & l'ayant réduite en poudre, paſſez-la au tamis, pour en ôter le gravier & les autres ordures.

2°. Détrempez cette poudre tamiſée dans de

* On brunira ce verre, en le frottant ſur une ſurface plane avec du menu ſable broyé.

Digitized by Google

l'eau, & étant réduite en bouillie, passez-la par un bluteau, ou tamis.

3°. Prenez de la fiente de cheval & de la bourre, mêlez-la avec cette masse jusqu'à ce que ce composé ne fasse plus qu'un corps d'une certaine consistance. On y peut joindre du poussier ou de la brique bien pilée & passée au crible.

4°. Avec de la pierre qu'on trouve dans les sablonnieres, faites deux moules grossierement ébauchez, dont l'un sera convexe & l'autre concave; puis frottez l'un dans l'autre, jusqu'à ce qu'ils s'emboitent bien ensemble; & pour y réussir plus aisément, vous aurez soin de mettre entre ces deux moules du sable mouillé, qu'il est bon d'avoir passé auparavant au crible, afin qu'il n'y reste point de gravier, ni de petites pierres, qui pourroient gâter la surface des moules.

5°. Servez-vous d'un rouleau de bois pour étendre sur une table ce lut ou cette masse ci-devant préparée, jusqu'à ce qu'elle ait l'épaisseur que vous voulez donner au Miroir spherique. Ce lut étant ainsi étendu, vous le soupoudrerez de poudre de brique pilée, afin qu'il ne s'attache point au moule convexe, dont vous lui ferez prendre la figure, en le mettant dans ce moule.

6°. Après qu'il sera sec, vous le frotterez de quelque graisse, & le remplirez d'un couvercle fait de la même matiére, c'est-à-dire, du même lut.

7°. Ce couvercle étant sec, vous ôterez le lut qui a la figure du Miroir, & qui occupe la place qui est entre le moule de pierre & le couvercle, puis vous frotterez le dedans du moule de pierre d'une composition faite avec de la craie & du lait, & vous mettrez le couvercle dessus.

8°. Mais pour empêcher que ce couvercle ne

Digitized by Google

tombe au fond du moule de pierre, vous y ferez un rebord, qui s'appuyera sur le bord du moule de pierre, de maniére qu'étant posé dans le moule de pierre, il y occupe la même place qu'il occupoit lorsque le moule du Miroir y étoit.

9°. Enfin vous garnirez de fils de fer le dehors du moule de pierre, & vous ménagerez au rebord deux trous, afin que quand on versera la matiére du métal par l'un, l'air enfermé entre ces moules, puisse sortir par l'autre.

PROBLEME XXVII.

Faire la composition que l'on employe aux Miroirs de métal.

PRenez huit parties d'un cuivre qui n'ait point encore servi, deux parties d'étain d'Angleterre, & cinq parties de marcassie; faites-les fondre ensemble; puis vous prendrez au bout d'un fer chaud un peu de cette matiére fondue: si étant refroidie elle est trop rouge, vous y mettrez un peu d'étain; mais si elle est trop blanche, vous y ajoûterez un peu de cuivre, jusqu'à ce que la couleur soit convenable: enfin vous verserez cette matiére fondue dans le moule préparé au Problême précédent.

REMARQUE.

On peut encore faire une autre composition avec dix parties de cuivre, quatre parties d'étain d'Angleterre, quelque peu d'antimoine & de sel ammoniac; on remue cette matiére fondue avec une baguette ou espatule, jusqu'à ce qu'il en sorte une vapeur, qu'il faut bien prendre garde de respirer, parce que c'est un poison.

Digitized by Google

PROBLEME XXVIII.

Polir les Miroirs de métal.

VOus ajusterez avec de la poix noire une molette ou poignée de bois au miroir de métal, & vous le frotterez sur le moule rond de pierre, dont on a parlé au Problême XXVI. en y mettant d'abord du sable ou grez broyé & mouillé. Quand le Miroir sera bien frotté, vous n'employerez plus de grez; cependant vous frotterez jusqu'à ce que vous le voyez propre à être poli. Alors vous laisserez secher le moule rond de pierre, & quand il sera sec, vous l'envelopperez d'un papier blanc, sur lequel vous mettrez du tripoli & de la potée d'étain: vous frotterez le Miroir jusqu'à ce qu'il soit bien poli.

REMARQUE.

On polit de la même maniére les Miroirs de verre; mais il faut les frotter dans le moule creux.

Du Sable ou Grez.

Le sable ou grez dont on a parlé dans les Problêmes précédens, & dont on se sert principalement pour travailler le verre & le polir, est fait avec des morceaux de meules à aiguiser. On les broye pour les réduire en poudre: on doit avoir trois ou quatre sortes de cette poudre, qui auront chacune leur degré de force, pour les employer selon la qualité de l'ouvrage qu'on veut faire. On les sépare fort commodément de cette sorte: on met tout le grez broyé dans un grand vaisseau plein d'eau, que l'on remue beaucoup

Digitized by Google

pendant quelque temps ; on le laiſſe un peu repoſer ; pendant ce temps tout le plus gros va au fond. Alors inclinant promptement ce vaiſſeau, on verſe toute l'eau encore trouble dans un autre ; on laiſſe auſſi repoſer cette ſeconde eau un peu de temps, puis on verſe cette eau dans un troiſiéme vaiſſeau, & ainſi de ſuite : de cette maniére on a le grez qui ſe trouve au fonds des vaiſſeaux dont on a verſé l'eau, & ces différens grez ont des degrez de force différens, ſuivant le nombre des vaiſſeaux où l'on a reçû ces eaux troubles, qu'on a laiſſé repoſer. On conſerve ces diverſes ſortes de grez dans des vaiſſeaux ſéparez.

Du Tripoli.

Le Tripoli eſt une pierre ou eſpéce de terre ; le meilleur eſt celui qui vient d'Allemagne, & celui qu'on tire d'une montagne près de Rennes en Bretagne : mais le Tripoli qu'on apporte d'Auvergne n'eſt pas ſi eſtimé : de quelque endroit qu'il vienne, il faut choiſir le plus leger. On peut employer le Tripoli tel qu'on le tire de la terre ſans autre préparation, lorſqu'il a de bonnes qualitez.

La ſeconde maniére de préparer le Tripoli, eſt de le broyer en le détrempant avec de l'eau de vie, ou à ſon défaut avec du vin blanc, & d'en mettre une certaine quantité dans un vaiſſeau de verre bien bouché. Quand ce Tripoli ſera reſté quatre ou cinq mois dans ce vaiſſeau, il ſera fort adouci : on en prendra ce qu'on jugera à propos pour en faire de petites maſſes, qu'on laiſſera ſécher à l'ombre. On s'en ſert à ſec, quoiqu'on puiſſe auſſi l'employer tel qu'on le retire du vaiſſeau où il aura été gardé.

Digitized by Google

La troisiéme maniére de préparer le Tripoli, sert à l'adoucir extrêmement, & à augmenter sa qualité déterſive. On emplit de Tripoli deux creuzets, que l'on met l'un sur l'autre : on les lute bien, tant à leur jointure que tout à l'entour ; ensuite on laisse sécher le lut à l'ombre, afin qu'il ne se fende point. On met ces creuzets dans un four de Boulanger, où les ayant enterré dans la braise, on les laisse au moins pendant deux jours. C'est un excellent Tripoli, qui peut être employé sec ou détrempé.

De la Potée d'Etain.

Il y a deux sortes de Potée d'Etain, l'une qui est blanche, & l'autre qui est grise. Celle-ci se fait avec des ratures d'étain qu'on jette dans de l'eau forte, où elle se précipite, & se résout en une poussiere grisâtre & très-subtile, mais cependant plus grossiere que la blanche.

La Potée blanche se fait de cette maniére. On met de l'étain fin d'Angleterre dans un pot de terre qui puisse résister au feu : on couvre ce pot, & on le lute avec de la terre de Potier bien corroyée & mêlée avec de la bourre. On laisse sécher ce lut, puis on met le pot dans un four de Potier de terre, avec les autres vaisseaux ; on l'y laisse jusqu'à ce qu'il soit réfroidi de lui-même. Cela étant fait, on trouve dans le pot une Potée très-blanche, qui n'est que l'étain parfaitement calciné. Voyez la Dioptrique Oculaire du P. Cherubin d'Orleans, p. 353. & 354

Digitized by Google

Des Spheres de verre, propres à produire du feu aux rayons du Soleil.

ON peut encore produire du feu aux rayons du Soleil avec une Sphere de verre, de criſtal, ou de quelqu'autre matiére qui puiſſe facilement être pénetrée par la lumiére, comme avec de l'eau renfermée dans une bouteille bien ronde, ou avec une Sphere de glace. Ce feu n'eſt pas produit par réflexion, mais par réfraction, qui peut auſſi aſſembler en un point pluſieurs rayons de lumiére paralleles entr'eux. Ces rayons en entrant dans la Sphere, ſe briſent en s'approchant de la perpendiculaire, & en ſortant de la Sphere ils ſe briſent de nouveau en s'écartant de la perpendiculaire. Ce qui les fait approcher du diamétre de la Sphere qu'ils rencontrent en dehors dans un point qui eſt le foyer; mais l'effet n'eſt pas ſi prompt, ni ſi vigoureux que dans un Miroir ardant.

PROBLEME XXIX.

Trouver le Foyer d'une Sphere ou Boule de verre.

Planche 21. Fig. 73.

SOit BCD une Sphere ou Boule de verre, dont le centre ſoit F, & CD un diamétre. Soit un rayon de lumiere ou d'incidence AB, qui rencontrant la ſurface de la Boule de verre en B, la pénetre, & entre dedans: mais au lieu de continuer ſelon la ligne droite ABH, comme il arriveroit, s'il ne rencontroit aucune réſiſtance, il ſe briſe en ce point B, (lequel à cauſe de cela eſt appellé *point de réfraction*) & en s'approchant de la perpendiculaire GBF vers le centre F, il

Digitized by Google

continue selon la ligne BI. Cette ligne BI étant prolongée, rencontre le diamétre CD, aussi prolongé au point E, qui seroit le foyer, si le rayon brisé BI ne se brisoit de nouveau au point I, par la ligne IO, qui en s'écartant de la perpendiculaire IL, va rencontrer le diamétre CD au point O, qui est le foyer. Planche 21. Fig. 73.

Avant que d'enseigner à trouver ce foyer O, ou sa distance DO à la surface de la Boule de verre, nous expliquerons ici quelques termes & quelques proprietez des angles brisez & des angles de réfraction dans le verre, qui ne sont pas les mêmes dans les autres corps diaphanes, comme l'expérience le fait connoître.

Si la ligne AB est un *rayon d'incidence* la droite BI s'appelle *rayon de réfraction*, & l'angle HBI se nomme *angle de réfraction*. La droite BG, qui est perpendiculaire à la surface de la Boule, s'appelle *axe d'incidence*. La ligne BF, qui passe par le centre, & qui n'est que la ligne BC prolongée, se nomme *axe de réfraction*.

Le plan qu'on imagine par le rayon d'incidence AB, & par le rayon de réfraction BI, s'appelle *plan de réfraction*: il est toûjours perpendiculaire à la surface de la Boule qu'on nomme *surface rompante*, parce que le rayon d'incidence se brise au point où il rencontre cette surface. Il est évident que le plan de réfraction passe par les axes d'incidence & de réfraction, & qu'il contient l'angle de réfraction HBI, l'angle IBF, qu'on appelle *angle brisé*, & l'angle ABG, qui se nomme *angle d'inclinaison*, lequel est toûjours égal au complement de l'*angle d'incidence* ABP.

L'angle brisé croît ou décroît à mesure que l'angle d'inclinaison est plus grand ou plus petit;

Digitized by Google

Planche 21. Fig. 73. de sorte que quand l'un de ces deux angles est nul, l'autre angle est aussi nul. Comme si la perpendiculaire BG est un rayon d'incidence, l'angle d'inclinaison sera nul; ce rayon d'incidence GB en pénetrant le verre, ne se brisera point, mais continuera en ligne droite vers le centre F; ce qui fait que l'angle brisé est aussi nul. Ainsi vous voyez que lorsque le rayon d'incidence est perpendiculaire à la surface rompante, il ne se fait aucune réfraction, parce qu'il n'y a aucune raison pour laquelle cette réfraction se doive faire plûtôt d'un côté que d'un autre.

Quoique l'angle brisé croisse à mesure que l'angle d'inclinaison augmente, neanmoins il ne croît pas de la même façon, c'est-à-dire, que si l'angle d'inclinaison augmente, par exemple, d'un degré, l'angle brisé n'augmentera pas aussi d'un degré. Mais cette augmentation est telle, que les Sinus des angles d'inclinaison dans un même milieu sont proportionnels aux Sinus de leurs angles brisez dans un autre milieu plus facile ou plus difficile à pénetrer: de sorte que le Sinus d'un angle d'inclinaison est au Sinus de son angle brisé, comme le Sinus d'un autre angle d'inclinaison est au Sinus de son angle brisé. C'est pourquoi si l'on a une fois connu par expérience un angle brisé pour quelque angle d'inclinaison que ce soit, il sera facile de connoître par supputation les angles brisez pour tous les autres angles d'inclinaison.

Parce que les deux lignes AH, CD, sont paralleles, l'angle E est égal à l'angle de réfraction HBE: & parce que dans tout Triangle rectiligne les Sinus des angles sont proportionnels à leurs côtez opposez, on connoît que le Sinus de l'angle brisé EBF, est à son côté opposé EF, comme

Digitized by Google

le Sinus de l'angle BFC, ou de l'angle d'inclinaiſon ABG, au rayon de réfraction BE. Et comme on a reconnu par expérience, que lorſque la Boule BCD eſt de verre, le Sinus de l'angle briſé EBF eſt au Sinus de l'angle d'inclinaiſon ABG, ou BFC, comme 2 eſt à 3, il s'enſuit que ſi la ligne EF eſt de 200 parties, le rayon de réfraction BE en doit contenir 300. Ainſi on peut facilement trouver par la Trigonométrie l'angle E, ou l'angle de réfraction HBE, l'angle briſé EBF, & le demi-diamétre BF, lorſque l'on connoît l'angle d'inclinaiſon ABG, ou ſon égal BFC, dans le Triangle obliquangle BFE, où trois choſes ſont connues, ſçavoir, le côté BE de 300 parties, le côté EF de 200, & l'angle BFE, qui eſt le reſte à 180 degrez de l'angle BFC, qui eſt égal à l'angle d'inclinaiſon ABG, que l'on ſuppoſe connu. Planche 21. Fig. 73.

Suppoſons que l'angle d'inclinaiſon ABG ſoit de 10 degrez, auquel cas l'angle BFE ſera de 170 degrez, & qu'on veuille trouver l'angle briſé EBF, on fera cette analogie,

Comme le côté BE	300
Au Sinus de l'angle oppoſé BFE	17365
Ainſi le côté EF	200
Au Sinus de l'angle briſé EBF	11577

qui ſe trouvera d'environ 6. 39′. & qui étant ôté de l'angle BFC, ou de l'angle d'inclinaiſon ABG, que nous avons ſuppoſé de 10 degrez, donnera 3. 21′. pour l'angle de réfraction HBE, ou pour l'angle E, qui ſervira à trouver le demi-diamétre BF, par cette analogie,

Digitized by Google

Planche 21. Fig. 73.

Comme le Sinus de l'angle BFE	17365
A son côté opposé BE	300
Ainsi le Sinus de l'angle E	5843
A son côté opposé BE	101

Mais si le demi-diamétre BF est déja connu, comme s'il avoit 100 parties, on trouvera dans les mêmes parties la ligne EF, en faisant dans le même Triangle BEF, cette analogie,

Comme le demi-diamétre BF	101
A la ligne EF	200
Ainsi le même demi-diamétre BF	100
A la même ligne EF	198

à laquelle ajoûtant le demi-diamétre FC, ou 100, on aura 298 pour la ligne CF.

C'est de cette maniére qu'on a supputé la Table suivante, où l'on trouve vis-à-vis de l'angle d'inclinaison ABG, la quantité de l'angle brisé EBF, &

ABG	EBF	HBE	CE	ABG	EBF	HBE	CE
1	0. 40	0. 20	300	11	7.18	3. 42	297
2	1. 20	0. 40	300	12	7.58	4. 2	297
3	2. 0	1. 0	300	13	8.38	4. 22	297
4	2. 40	1. 20	300	14	9.16	4. 44	296
5	3. 20	1. 40	300	15	9.56	5. 4	295
6	4. 0	2. 0	299	16	10.35	5. 25	295
7	4. 40	2. 20	299	17	11.14	5. 46	294
8	5. 19	2. 41	298	18	11.53	6. 7	293
9	5. 59	3. 1	298	19	12.32	6. 28	292
10	6. 39	3. 21	298	20	13.11	6. 49	292

Digitized by Google

& de l'angle de réfraction HBE, avec celle de la ligne CE; le diamétre CD de la Sphere de verre étant supposé de 200 parties. Planche 21. Fig. 73.

Nous n'avons pas prolongé cette Table au-delà du vingtiéme degré d'inclinaison, parce qu'elle suffit pour faire voir en quelle proportion la ligne CE décroît; car elle décroît fort lentement, étant par tout à peu près égale à trois demi-diamétres, puisque sa plus grande différence n'est qu'environ la vingt-cinquiéme partie du diamétre; ce qui fait que la ligne DE est presque égale au demi-diamétre de la même Sphere, c'est-à-dire, à la ligne DF.

Cette ligne DE, qui se trouve de 92 parties pour un angle d'inclinaison de 26 degrez, comme on le connoît en ôtant CD de CE, ou 200 de 292, servira à trouver le foyer O. Mais il faut remarquer auparavant que l'angle brisé EBF est presque double de l'angle de réfraction HBE, & que cet angle de réfraction HBE est à peu près égal à la troisiéme partie de l'angle d'inclinaison ABG, comme on le voit sans peine dans la Table précédente.

Pour trouver le foyer O, on considerera que puisque les lignes DE, DF, sont presque égales, les angles IEF, IFE, sont à peu près égaux; ce qui fait que l'angle EIL, qui leur est égal, est presque double de chacun, & par conséquent de l'angle E. Cela étant supposé, si on considere la ligne OI comme un rayon d'incidence, en sorte que l'angle OIL soit un angle d'inclinaison: alors la ligne IB sera un rayon de réfraction, l'angle OIE sera un angle de réfraction, & l'angle EIL un angle brisé. On connoîtra aussi que cet angle brisé EIL est double de l'angle de réfraction

Digitized by Google

Planche 21. Fig. 73.

EIO, comme nous avons remarqué auparavant.

D'où il suit que les deux angles E, EIO, sont égaux entr'eux, & que par conséquent les lignes OE, OI, sont aussi égales entr'elles. Et parce que la ligne OI est presque égale à la ligne OD, la ligne OE sera aussi presque égale à la ligne OD. Ainsi le foyer O est à peu près au milieu de la ligne DE, & par conséquent la ligne DO est égale à la moitié de la ligne DE, ou du demi-diamétre DF. Si donc on prend sur le diamétre prolongé la ligne DO égale à la moitié du demi-diamétre DF, ou au quart du diamétre CD, on aura en O le foyer qu'on cherche.

REMARQUES.

L'angle EBF, qui est un angle brisé à l'égard du rayon d'incidence AB, qui sortant de l'air pour entrer dans le verre, se brise par la ligne BE, qui est un rayon de réfraction, devient un angle d'inclinaison à l'égard du rayon d'incidence IB, qui sortant du verre pour entrer dans l'air, se brise réciproquement par la ligne AB, qui sera un rayon de réfraction. Et comme cet angle EBF est double de l'angle de réfraction HBE, on voit que lorsqu'un rayon d'incidence sort du verre pour entrer dans l'air, l'angle d'inclinaison est double de l'angle de réfraction ; ce qu'il est bon de remarquer, parce que cela nous servira pour le Problême suivant.

Digitized by Google

Des Lentilles de verre, propres à produire du feu aux rayons du Soleil.

LEs Lentilles de verre qui ſervent à produire du feu, étant expoſées directement aux rayons du Soleil, peuvent être plates d'un côté & convexes de l'autre, comme un ſegment de Sphere; ou bien convexes des deux côtez, comme les lunettes des vieillards, & les microſcopes qui groſſiſſent extraordinairement les objets, & ſervent à découvrir les moindres parties & plus petits corps de la nature; ou bien convexes d'un côté & concaves de l'autre: celles-ci ne ſont pas ſi utiles que les autres, parce qu'elles ne peuvent ſervir à produire du feu que quand leur convexité eſt tournée directement au Soleil; car lorſque leur concavité regarde le Soleil, les rayons de réfraction au lieu d'être *convergens*, deviennent *divergens*, c'eſt-à-dire, qu'ils s'écartent les uns des autres; ce qui les empêche de s'unir, & de produire du feu, comme nous ferons voir dans la ſuite.

PROBLEME XXX.

Trouver le foyer des Lentilles de verre convexes d'un côté & planes de l'autre, faites en forme de ſegment de Sphere.

I.

EXpoſons premiérement au Soleil la ſurface plane FC de la Lentille de verre FBC, dont la convexité FBC a ſon centre E dans l'axe d'incidence EBH, qui diviſe l'arc FBC en deux également au point B, & ſa corde FC auſſi en deux également au point I. C'eſt auſſi dans cet axe EH que Planche 21. Fig. 74.

Digitized by Google

Planche 21. Fig. 74.

se trouve le foyer H de tous les rayons d'incidence qui lui sont paralleles, & par conséquent perpendiculaires à la surface plane FC. Ce foyer H, ou sa distance BH depuis la convexité du Miroir, se déterminera en cette sorte.

Soit un rayon d'incidence DA, lequel étant parallele à l'axe d'incidence EH, tombera sur la surface plane FC à angles droits, & la traversera par conséquent sans se briser; mais étant parvenu au point A de la surface convexe, il se brisera en sortant du verre; & au lieu d'aller droit en G, il se détournera par le rayon de réfraction AH, qui coupera l'axe d'incidence EH au point H, où tous les autres rayons d'incidence paralleles au rayon DA, s'uniront par réfraction, pourvû neanmoins que l'arc BC ou BF ne soit pas plus grand que 20 degrez; car les rayons de réfraction ne s'uniroient pas au même point H, mais plus près du point B, si ces arcs étoient plus grands que 20 degrez, comme on l'a vû dans le Probleme précédent. Ainsi le point H sera le foyer, parce que c'est le lieu où les rayons du Soleil s'unissant par réfraction, peuvent produire du feu.

Cela étant supposé, on considerera que l'angle d'inclinaison DAE, ou son égal AEH étant double de l'angle de réfraction GAH, ou AHE son égal, comme nous avons vû au Problême précédent, le Sinus de l'angle AEH sera presque double du Sinus de l'angle AHE, à cause de la petitesse de ces angles. Mais parce que dans un Triangle rectiligne les côtez sont proportionnels aux Sinus de leurs angles opposez, le côté AH, sera aussi presque double du côté AE, & comme le côté AH approche d'être égal à la ligne BH, il s'ensuit que la distance BH du foyer H à la surface convexe

Digitized by Google

FBC est presque double du demi-diamétre AE, ou BE, que par conséquent toute la distance EH est à peu près triple de ce demi-diamétre.

II.

Mais si l'on tourne la partie convexe FBC vers le Soleil, le rayon DA, & tous les autres paralleles à l'axe d'incidence EB, se briseront deux fois avant que de s'unir au point K, qui sera le foyer; une fois en entrant dans le verre par la ligne AH, qui s'approche de la perpendiculaire EAO, & une seconde fois en sortant du verre par la ligne LK, qui s'écarte de la perpendiculaire LM. Planche 21. Fig. 75.

Il est évident par ce qui a été dit au Problême précédent, que dans la premiére réfraction l'angle d'inclinaison DAO, ou AEB, est triple de l'angle de réfraction GAH, ou AHE, & que par consequent la ligne AH est triple du demi-diamétre EA. Mais parce que la ligne AH est presque égale à la ligne BH, cette ligne BH sera aussi presque triple du même demi-diamétre AE, ou BE, comme auparavant: ce qui fait connoître que le foyer seroit en H, s'il n'y avoit qu'une réfraction; mais comme il y en a deux,

Il est évident aussi par la remarque du Problême précédent, que dans la seconde réfraction HLM, ou KHL est double de l'angle de réfraction KLH; par consequent la ligne KL est double de la ligne KH. Et parce que la ligne KL est presque égale à la ligne KB, lorsque la Lentille BI est fort mince, comme nous la supposons ici, cette ligne KB est aussi presque double de la ligne KH; par consequent toute la ligne BH est à peu près triple de la ligne KH. Mais nous avons reconnu que la même ligne BH est aussi triple

Digitized by Google

du demi-diamétre BE ; il s'enſuit donc que ce demi-diamétre BE eſt égale à la ligne KH, & par conſequent la ligne KB eſt double du demi-diamétre BE, ou égale à tout le diamétre. Si donc on porte le demi-diamétre EB depuis le centre E en K, ce point K ſera le foyer qu'on cherche.

PROBLEME XXXI.

Trouver le foyer des Lentilles de verre, convexes des deux côtez.

Planche 21. Fig. 76. POur trouver le foyer de la Lentille de verre ABCD, dont l'axe EI paſſe par le centre E de la convexité ADC, & par le centre F de la convexité ABC, tirez un rayon quelconque d'incidence GH parallele à l'axe EI, & ayant pris ſur cet axe la ligne BI triple du demi-diamétre BF, menez la droite HI, qui donnera le point K de la ſeconde réfraction. Par ce point K tirez du centre E la droite EKM, qui ſera perpendiculaire à la ſurface rompante ADC. La ligne IK étant conſiderée comme un rayon d'incidence, l'angle IKM ſera un angle d'inclinaiſon, lequel eſt double de l'angle de réfraction, comme il a été remarqué au Problême précédent : ſi donc on fait en K l'angle IKL égal à la moitié de l'angle IKM, on aura en L le foyer qu'on cherche, à l'égard de la convexité ABC expoſée au Soleil.

REMARQUE.

Lorſque les demi-diamétres ED, BF, ſeront égaux entr'eux, c'eſt-à-dire, lorſque les convexitez ABC, ADC, ſeront des portions égales de

Digitized by Google

la ſuperficie d'une même Sphere, le foyer ſe trouvera à peu près au centre F de la convexité ABC expoſée au Soleil, ou au centre E de la convexité ADC tournée vers le Soleil. Mais ſoit que les demi-diamétres ED, BF, ſoient égaux ou inégaux, la diſtance du foyer L ſera toûjours la même, en tournant vers le Soleil celle qu'on voudra des deux convexitez ABC, ADC.

PROBLEME XXXII.

Trouver le foyer des Lentilles de verre, convexes d'un côté, & concaves de l'autre.

I.

LE foyer d'une ſemblable Lentille ſe trouve, comme dans la précédente, lorſque ſa convexité regarde le Soleil. Mais il y a une méthode abregée pour le trouver, quand le diamétre de la concavité eſt triple de celui de la convexité. Alors le foyer ſe trouve éloigné d'un diamétre & demi, ou de trois demi-diamétres de la convexité, que nous ſuppoſons tournée vers le Soleil, c'eſt-à-dire, qu'il eſt au centre de la concavité, en conſiderant l'épaiſſeur de la Lentille comme très-petite. Planche 21. Fig. 27.

Propoſons la Lentille de verre ABCD, telle que le demi-diamétre EB de la convexité ABC, qui eſt expoſée au Soleil, ſoit la troiſiéme partie du demi-diamétre FD de la concavité ADC. Cela étant, je dis que tous les rayons d'incidence paralleles à l'axe BF, comme GH, s'uniront par réfraction au centre F de la concavité ADC : car ce rayon GH traverſant le verre, ſe briſera par la droite HI, qui étant continuée paſſeroit par le point F, éloigné de la convexité ABC de trois

Digitized by Google

demi-diamétres, comme on l'a vû auparavant. Mais ce rayon de réfraction HF ſe trouvant perpendiculaire à la ſurface concave ADC, ne ſe briſera point en I, lorſqu'il ſortira du verre; il continuera directement vers le point F, lequel par conſequent ſera le foyer qu'on cherche.

II.

Planche 21. Fig. 78. Mais ſi l'on tourne la concavité vers le Soleil, le foyer ſe trouvera de même que dans les articles précédens. On pourra auſſi le trouver par une méthode plus courte, lorſque le demi-diamétre AB de la concavité ſera la troiſiéme partie du demi-diamétre CD de la convexité. Dans ce cas, le foyer ſe trouvera au centre C de la convexité, lorſque l'épaiſſeur BD de la Lentille ne ſera pas conſiderable; ce qu'il faut toûjours ſuppoſer, comme on le connoîtra par un raiſonnement ſemblable au précedent. Mais on ne peut tirer aucune utilité d'une telle Lentille expoſée au Soleil, puiſque ſes rayons de réfraction s'écartent, au lieu de s'unir. Ainſi le point C n'eſt appellé foyer qu'improprement, parce que les rayons de réfraction ne peuvent pas s'aſſembler en ce point, qui eſt du côté du Soleil; mais ils s'écartent par des lignes qui tendent à ſe réunir en ce point.

REMARQUES.

I.

Ce foyer C, qui ne peut ſervir à produire du feu, eſt appellé *foyer virtuel*, pour le diſtinguer du *foyer véritable*, où les rayons du Soleil s'uniſſant par réfraction, peuvent produire du feu.

On peut trouver ce foyer véritable par cette

Digitized by Google

analogie, qui suppose que l'épaisseur de la Lentille, dont la convexité regarde le Soleil, est très-petite.

Comme la différence des demi-diamétres de la concavité & de la convexité,
Au demi-diamétre de la convexité;
Ainsi le diamétre de la concavité,
A la distance du foyer à la Lentille.

II.

Dans une Lentille convexe des deux côtez, le foyer qui est toûjours véritable, se peut trouver par cette analogie, qui comme la précedente, suppose que l'épaisseur de la Lentille est très-petite.

Comme la somme des demi-diamétres des deux convexitez,
Au demi-diamétre de l'une des convexitez;
Ainsi le diamétre de l'autre convexité,
A la distance du foyer à la Lentille.

III.

Cette analogie servira aussi à trouver le foyer d'une Lentille concave des deux côtez; mais comme ce foyer n'est que virtuel dans cette espéce de Lentilles, aussi-bien que dans celles qui sont plates d'un côté, & concaves de l'autre, nous n'en parlerons pas davantage.

IV.

Si l'on fait une Lentille de verre ABCG, concave d'un côté, & convexe de l'autre, en sorte que la convexité ABC soit la surface d'une portion de Spheroïde produit par la circonvolution Planche 21. Fig 79.

Digitized by Google

Planche 21. Fig. 79. de l'Ellipſe ABCD, autour de ſon grand axe BD, qui ſoit à la diſtance EF des deux foyers E, F, de l'Ellipſe, comme 3 eſt à 2, & dont la concavité AGC ait pour centre le foyer E; en expoſant cette Lentille aux rayons du Soleil, en ſorte que ſa convexité ABC regarde directement le Soleil, tous les rayons d'incidence qui ſeront paralleles au grand axe BD, s'uniront par réfraction au foyer E, lequel par conſequent ſera le foyer véritable de cette Lentille Spherico-Elliptique. Sa convexité ſe peut auſſi faire hyperbolique; mais cela eſt trop ſpéculatif pour des Récréations Mathématiques. Voyez la Dioptrique du Pere Dechales.

V.

Ce ſeroit ici le lieu de parler des grands Verres ardans de M. Tſchirnaus, & principalement de celui que ce Gentilhomme Saxon a vendu à M. le Duc d'Orleans; mais il trouvera ſa place dans les Problêmes de Phyſique, où l'on aura encore occaſion de parler des Lentilles & de leurs effets. On ajoûtera cependant quelques effets de ces Verres, dont il eſt fait mention dans les Actes de Sçavans de l'année 1697. page 415 & ſuivantes. Le bois le plus dur, humecté même d'eau, mis à leur foyer, prend feu en un moment; l'eau boult auſſi-tôt qu'elle y eſt préſentée, pourvû qu'elle ſoit contenue dans un petit vaſe; les métaux ſe fondent; les briques, la pierre de ponce, la porcelaine d'Hollande & l'aſbeſte ſe changent en verre; le ſoufre, la colophane, la poix & les autres matiéres de même nature, ſe liquefient en eau; les charbons & les cendres ſe vitrifient: en un mot, tout ce qu'on préſente au foyer de ces Verres ardans ſe fond, ou ſe change en chaux, ou s'évapore dans l'air.

Digitized by Google

Comme ces Lentilles ſont fort grandes, on a ſoin, pour faire ces expériences, d'ajoûter une petite Lentille vers le foyer de la grande, afin de raſſembler en un eſpace plus proche les rayons rompus.

PROBLEME XXXIII.

Repréſenter dans une chambre fermée les objets de dehors avec leurs couleurs naturelles, par le moyen d'une Lentille de verre convexe des deux coſtez.

AYant fermé la porte & les fenêtres de la chambre, en ſorte que toutes les avenues ſoient bouchées à la lumiére, excepté un petit trou que l'on fera à une fenêtre qui réponde ſur quelque place fréquentée, ou ſur quelque beau jardin, ſi cela ſe peut; appliquez à ce trou une Lentille de verre convexe des deux côtez, qui ait fort peu d'épaiſſeur, afin que ſon foyer ſoit plus éloigné, comme un verre des lunettes dont ſe ſervent les vieillards. Alors les images des objets de dehors, qui paſſeront au travers de ce verre étant reçûes ſur un linge blanc tendu à plomb, ou ſur un carton bien blanc placé au foyer du même Verre, y paroîtront avec leurs couleurs naturelles, & même plus vives que le naturel, ſur tout lorſque le Soleil les éclairera. Il ne faut point que le Verre ſoit expoſé au Soleil, parce que la trop grande lumiére frappant le Verre, empêcheroit de diſcerner avec plaiſir les images des objets extérieurs, qui ſans cela s'y diſtingueront d'une telle maniére avec leurs mouvemens, que l'on pourra ſans peine diſcerner les hommes d'avec les animaux qui paſſeront, &

Digitized by Google

même un homme d'avec une femme, remarquer les oiseaux qui voleront en l'air, & connoître s'il y a du vent par le tremblement des herbes ou des feuilles des arbres, qui se rendra sensible sur le linge ou sur le carton.

REMARQUES.

I.

On peut aussi sans Verre distinguer sur une muraille de la chambre, ou sur le plancher, les images des objets exterieurs, & principalement de ceux qui sont en mouvement; mais ces images ne paroissent pas avec tant d'agrément & de distinction, parce que leurs couleurs ne sont que sombres & mortes. Or de quelque maniére qu'on les voye, elles paroîtront toûjours renversées; mais on les peut redresser en plusieurs maniéres: ce qui ne sert pourtant de rien, parce que cela n'augmente pas le plaisir qu'il y a de les voir avec un Verre dans leurs couleurs naturelles, & ne diminue en rien l'usage qu'on en tire, qui est que l'on peut représenter en racourci sur le carton les païsages, & tout ce qui pourra envoyer son image sur ce carton. Ce qui se fera en passant un crayon sur tous les traits de cette représentation, qui paroîtra comme en perspective, dont les parties seront d'autant mieux proportionnées, que la Lentille de verre sera moins épaisse par le milieu, & que le trou par où les espéces passent pour entrer dans le Verre, sera petit. Ce trou ne doit pas avoir une épaisseur considerable; c'est pourquoi il doit être fait dans une platine de métal bien mince, qu'on appliquera contre le trou de la fenêtre, qu'il est bon de faire un peu grand, afin de don-

Digitized by Google

ner un passage libre aux espéces ou images des objets de dehors, qui seront de côté.

II.

On peut aussi voir dans une chambre, dont les fenêtres seront fermées, pourvû que la porte soit ouverte, ce qui se passe au dehors par le moyen de plusieurs Miroirs plans, qui pourront se communiquer par réflexion les espéces l'un à l'autre, &c.

III.

J'ai oublié de dire, que par cette maniére de représenter sur une surface les images des objets avec une Lentille de verre, les Physiciens expliquent comment se fait la vûe, en prenant le creux de l'œil pour la chambre fermée, le fond de l'œil, ou la retine pour la surface qui reçoit les espéces, le cristallin pour la Lentille de verre, & le trou de la prunelle pour le trou de la fenêtre par où passent les espéces ou images des objets.

IV.

L'œil artificiel représente beaucoup mieux l'œil naturel que cette chambre fermée. On va le décrire tel qu'il est décrit dans les *Expériences Physiques* * *de M. Poliniere*, qui nous a communiqué dans ce Livre ses découvertes sur la Physique, avec plusieurs autres, qu'il a rendu fort claires, tant par l'exposition des expériences, que par leur explication. C'est un Livre que les jeunes Physiciens sur tout doivent avoir; il se trouve dans la même boutique où l'on vend ces Récréations.

* page 472. seconde édition.

Planche 3 * Fig. 12.

AB est une boule de bois creuse, qu'on peut séparer en deux parties en DE; son diamétre est d'environ 5 à 6 pouces. En BC est un Verre len-

Digitized by Google

ticulaire, dont le foyer en eſt éloigné de 5 pouces ou environ. FA eſt un tuyau collé à la boule AB en AH : ce tuyau eſt de 8 à 9 pouces de long, & à 2 pouces & demi de diamétre. GA eſt un tuyau qui entre dans l'autre FA, & qui porte à ſon extrêmité AH un papier huilé, ou un verre plane, qui a été un peu dépoli en le frottant ſur une ſurface plane avec du menu ſable broyé. Ce verre eſt appliqué au bout du tuyau mobile GA, pour être facilement placé au foyer du verre CB.

Si l'œil eſt placé vers G pour regarder le verre AH, en repouſſant un peu, ou en retirant le tuyau G, il appercevra diſtinctement les objets extérieurs peints ſur le verre AH dans une ſituation renverſée.

On voit que dans cet œil artificiel la Lentille BC tient la place des humeurs de l'œil, & le verre bruni ou papier huilé AH, celle de la retine, que l'on croit vraiſemblablement tranſmettre au cerveau les images qui y ſont peintes.

V.

Pour bien voir ces images dans l'œil naturel, il faut ſéparer un œil de mouton des chairs & peaux dont il eſt entouré ; couper un peu du fond de cet œil pour découvrir l'humeur vitrée. Alors y ayant mis un petit morceau de papier huilé, & ayant placé le devant de cet œil à une petite ouverture de fenêtre d'une chambre fermée, l'image des objets éclairez paroît ſur ce papier dans une ſituation renverſée. Cet œil étant de même expoſé vis-à-vis d'une bougie allumée, l'image de la flamme paroît renverſée ſur ce papier, les objets proches ſont mieux repréſentez que les objets éloignez.

Digitized by Google

L'œil de mouton eſt préferable à celui de bœuf ou de veau, parce que la prunelle des moutons ou des brebis ne ſe ferme pas tant en mourant que celle des bœufs.

PROBLEME XXXIV.

Conſtruire une chambre obſcure, qu'on puiſſe tranſporter.

FAites une caiſſe de bois ABCD, à laquelle vous donnerez environ 9 pouces de largeur, & 2 ou 3 pieds de longueur plus ou moins, ſelon la diſtance des foyers des Lentilles dont vous voulez vous ſervir. Ajuſtez à l'un des côtez un tuyau EF, ou pluſieurs qui s'emboitant l'un dans l'autre, puiſſent s'alonger ou s'acourcir, ſelon le beſoin : vous appliquerez dans ces tuyaux deux, ou même trois Lentilles convéxes des deux côtez. Les foyers des Lentilles extérieures auront environ 7 pouces de diſtance, & celui de la Lentille intérieure aura environ 5 pouces. Vous attacherez un papier huilé GH, qui ſera ſuſpendu perpendiculairement à travers la caiſſe dans le lieu où l'on jugera que ſe doivent peindre les images des objets, dont les rayons auront été rompus dans les verres lenticulaires du tuyau. Enfin ménagez au côté oppoſé au tuyau une ouverture en I, qui ſoit aſſez grande pour recevoir les deux yeux. La caiſſe doit être bien fermée de tous côtez. Planche 3 * Fig. 13.

Quand vous voudrez voir quelques objets, vous tournerez le tuyau garni de ſes Lentilles vers ces objets, & vous les ajuſterez de maniére que l'image en ſoit peinte clairement ſur le papier huilé. Ce que vous reconnoîtrez en regardant par

Digitized by Google

l'ouverture I. Pour mieux voir, il eſt bon de s'envelopper la tête & l'ouverture, afin qu'il n'y entre point de lumiére par cette ouverture. Les objets paroîtront repréſentez avec toutes leurs couleurs, de même que dans la chambre fermée qu'on a décrit dans le Problême précédent.

REMARQUES.

I.

Volfius rapporte dans ſa Dioptrique une autre conſtruction de chambre obſcure, pour redreſſer les images des objets qu'on voit dans une ſitution renverſée. Si l'on veut avoir quelque choſe de ſingulier en ce genre, il faut conſulter les expériences Phyſiques citées ci-deſſus, dans les expériences 101 & 103 de la ſeconde Édition.

II.

Mais on augmentera la multiplicité des objets, ſi on ajuſte à la place du premier Verre lenticulaire un Verre à facettes, pour recevoir les rayons des objets, & qu'on mette à ſon foyer un autre Verre convexe dans le tuyau de la chambre obſcure. Ces Verres à facettes ſont une curioſité d'Optique, dont on parlera dans le Problême ſuivant.

III.

Voici la deſcription d'une autre chambre obſcure, inventée par G.J. 'sGraveſande, qui l'a donné à la ſuite de ſon Eſſai de Perſpective.

Planche 4 Fig. 14. Cette Machine a la forme à peu près d'une Chaiſe à Porteur. Le deſſus en eſt arrondi vers le derriere, & par le devant elle eſt faite en talut juſqu'à la moitié de ſa hauteur. Voyez la Figure

Digitized by Google

re qui représente cette Machine, dont le côté opposé à la porte est supposé enlevé, pour qu'on en puisse voir le dedans. Planche 4 * Fig 14.

1. Au dedans la planche A sert de table; elle tourne sur deux chevilles de fer qui entrent dans les bois qui forment le devant de la Machine. Cette table est soûtenue par deux chaînettes; de sorte qu'on peut la soulever pour entrer plus commodément par la porte qui est de côté.

2. De part & d'autre il y a vers le derriere de la Machine un tuyau de fer blanc recourbé vers les deux bouts, comme on le voit dans la Figure 15. Ce tuyau se place dans la garniture qui est au dedans, & il a une de ses extrêmitez, qui donne dans la Machine, & une qui aboutit au dehors: il sert à donner de l'air, sans que la lumiére y puisse passer. On peut avoir plusieurs de ces tuyaux, & les ajuster à la chaise, si on en a besoin pour donner plus d'air. Fig 15.

3. Au derriere de la Machine en dehors sont attachez quatre petits fers c, c, c, c, dans lesquels glissent deux régles de bois DE, DE, lesquelles sont de la largeur d'environ trois pouces. Au travers de ces deux régles passent vers DD deux lattes qui tiennent attachées une planche F, laquelle par leur moyen on peut faire avancer & reculer. Fig. 15.

4. Au dessus de la Machine il y a une planche longue d'environ quinze pouces, & large de neuf, dans laquelle il y a une échancrure PMOQ, longue de neuf ou dix pouces, & large de quatre.

5. On attache sur cette planche deux régles faites en forme de queue d'aronde, entre lesquelles on fait glisser une autre planche de même longueur que la premiére, & large d'environ six pouces. Cette se-

Digitized by Google

Planche 4 * Fig. 14. conde planche eſt percée par le milieu, & dans cette ouverture qui doit avoir trois pouces de diamétre, on fait une écroue, qui ſert à élever & à abbaiſſer un cilindre, ſur lequel il y a une vis, & dont la hauteur eſt d'environ quatre pouces. C'eſt dans ce cilindre, comme on le verra dans la ſuite, qu'eſt placé le verre convexe.

6. On fait gliſſer au deſſus de la planche dont on a parlé *n.* 4. une boete X, en forme de petite tour quarrée, large d'environ ſept ou huit pouces, & haute de dix; le côté B, qui lui ſert de porte, eſt tourné vers le devant de la Machine. Le derriere de cette boete a vers le bas une ouverture quarrée N, d'environ quatre pouces, laquelle peut ſe fermer par une petite planche I, qui gliſſe entre deux régles.

7. Au deſſus de cette ouverture quarrée il y a une fente parallele à l'horiſon, & qui tient toute la largeur de la boete: par cette fente on fait entrer dans la boete un petit Miroir, qui des deux côtez gliſſe entre deux régles placées de telle maniére, que la glace du Miroir, qui eſt tournée vers la porte B, fait avec l'horiſon un angle de cent douze degrez & demi.

8. Ce Miroir, ſur le milieu du côté qui reſte hors de la boete, a une petite platine de fer qui tient lieu de baſe à une petite vis, laquelle avance & ſert à arrêter le Miroir dans l'endroit où on le voit en H. Pour le fixer ainſi, on fait paſſer la vis dans un petit trou qu'on fait dans la planche dont il eſt parlé *n.* 5. & par une fente qu'on fait pour cet effet dans la planche qui eſt au deſſous de celle-là, & dont on a parlé *n.* 4. Ce Miroir ſe tourne verticalement de tous côtez, & on l'arrête par le moyen d'une écroue R. Quand on ôte le Miroir

Digitized by Google

de cette ſituation, la fente dont on vient de parler ſe ferme par une petite planche, qui au dedans de la Machine gliſſe entre deux petites régles. Quant à la fente dont il eſt parlé *n.* 7, elle ſe ferme en partie par la planche I, quand on ouvre l'ouverture N, & les deux bouts qui reſtent ouverts, ſe ferment par de petites régles.

9. A un des côtez de la boete, on fait gliſſer une régle dans deux petits fers, pareils à ceux qui ſont au derriere de la Machine *n.* 3. Cette régle paſſe de quelques pouces le derriere de la boete, & à ſon extrêmité elle a un trou par où l'on fait paſſer la vis du Miroir dont je viens de parler; de ſorte qu'on peut incliner ce Miroir ſous toutes ſortes d'angles au devant de l'ouverture N.

10. Outre ce premier Miroir, il y en a un autre marqué L, qui eſt plus petit; il eſt attaché vers ſon milieu à une latte, qui paſſe par le milieu du haut de la boete. Cette latte peut s'arrêter à vis, & elle ſert à élever & à abbaiſſer le Miroir qui lui eſt attaché, de maniére à pouvoir être fixé à toutes ſortes d'inclinaiſons.

REMARQUE.

Ceux qui croiront que les tuyaux dont il eſt parlé *n.* 2, ne ſuffiſent point pour donner de l'air à la Machine, pourront mettre ſous le ſiege un petit ſoufflet, qu'on fera agir par le moyen du pied. De cette maniére on renouvellera continuellement l'air de la Machine, le ſoufflet chaſſant celui qui y eſt, & obligeant ainſi celui de dehors d'entrer par les tuyaux.

Digitized by Google

Usage de la Machine qu'on vient de décrire.

I.

Représenter les objets dans leur situation naturelle.

Planche 4 * Fig. 14.

QUand on veut représenter les objets dans cette Machine, on étend un papier sur la table; ou bien, ce qui est mieux, on étend le papier sur une autre planche, en sorte qu'il déborde, & on insere cette planche ainsi couverte dans un quadre; de maniére qu'elle soit fixée par le moyen de deux régles faites en forme de queue d'aronde.

On met dans le cilindre C, qui tourne à vis dans le haut de la Machine, un verre convexe, dont le foyer est à une distance à peu près égale à la hauteur de la Machine au-dessus de la table: on ouvre par derriere la boete qui est au-dessus de la Machine, & on incline vers cette ouverture le Miroir L; en sorte qu'il fasse avec l'horison un angle demi droit, quand on veut représenter les objets pour le tableau perpendiculaire. Alors si on ôte le Miroir H, & la planche F, aussi-bien que les régles DE, DE, on verra se placer sur le papier tous les objets, qui envoyent sur le Miroir L des rayons, qui peuvent être réflechis sur le verre convexe, lequel on éleve, ou l'on abbaisse par le moyen de la vis du cilindre, jusques à ce que les objets paroissent entierement distincts.

Quand on veut représenter ces mêmes objets pour le tableau incliné, on doit donner au Miroir la moitié de l'inclinaison qu'on veut donner au tableau.

Pour le tableau parallele, il faut fermer l'ouver-

Digitized by Google

ture N, & ouvrir la porte B : après quoi il faut élever le Miroir L jusques au haut de la boete, en le mettant dans une situation parallele à l'horison. Cette disposition de la Machine peut servir, quand on est sur un balcon, ou quelque étage élevé, à dessiner un Parterre qui seroit au bas.

Si on vouloit dessiner une Statue, qui seroit dans un lieu un peu élevé, & qu'on voulût la représenter de la maniére qu'il faudroit la peindre, contre un plafond, il faudroit tourner le derriere de la Machine vers la Statue, & tourner aussi la boete, en sorte que la porte B regardât la Statue. Alors après avoir ouvert la porte, il faudroit mettre le Miroir L verticalement, la glace tournée vers la Statue, & avancer ou reculer la boete, ou bien élever ou abbaisser le Miroir, jusques à ce que les rayons qui viennent de la Statue sur le Miroir, pûssent être réflechis sur le verre. Quand ces changemens de la boete ou du Miroir ne suffisent pas pour donner cette réflexion sur le verre, il faut avancer ou reculer la Machine entiere.

II.

Représenter les objets, en faisant paroître à droite ce qui doit être à gauche.

AYant mis la boete X dans la situation qu'on voit dans la Figure, il faut ouvrir la porte B, & fermer l'ouverture N, puis mettant le Miroir H dans la disposition qui a été dite *n.* 7, élevez le Miroir L vers le haut de la boete, & inclinez-le vers le premier Miroir, en sorte qu'il fasse avec l'horison un angle de 22 degrez & demi, c'est-à-dire, que le dessus de la Machine, après une double réflexion, paroisse vertical dans le premier Miroir.

Digitized by Google

Planche 4 * Fig. 14.

Pour le tableau incliné, il faut que le Miroir L faſſe avec l'horiſon un angle égal à la moitié de l'angle de l'inclinaiſon du tableau, moins le quart d'un angle droit. On trouve cet angle avec aſſez de préciſion pour la pratique, en inclinant le Miroir L juſques à ce que l'apparence du deſſus de la Machine, après une double réflexion, paroiſſe dans l'autre Miroir ſous un angle avec l'horiſon, égal à l'inclinaiſon qu'on veut donner au tableau. Si l'inclinaiſon du tableau étoit moindre que du quart de 90 degrez, il ne faudroit pas incliner le Miroir L vers le premier, comme il vient d'être dit ci-deſſus, mais du côté oppoſé, en faiſant l'angle de l'inclinaiſon du Miroir égal à la différence de l'angle de l'inclinaiſon du tableau, au quart de 90 degrez.

Quand on veut repréſenter les objets pour le tableau parallele, il faut mettre le Miroir L dans la diſpoſition qui a été dite, Article I. de l'Uſage, & le Miroir H dans celle qui a été dite au *n.* 9, en l'inclinant vers l'horiſon, ſous un angle demi-droit, la glace tournée vers la terre, quand on ſuppoſe le tableau au deſſous de l'œil, & vers le ciel, quand on le ſuppoſe au deſſus.

Cette diſpoſition de la Machine peut auſſi être d'uſage pour les tableaux inclinez, qui font avec l'horiſon un angle fort petit; mais alors il faut diminuer l'inclinaiſon d'un des Miroirs, de la moitié de l'inclinaiſon du tableau.

Digitized by Google

III.

Représenter tour à tour les objets qui sont aux environs d'une campagne ou d'un jardin, au milieu duquel on a placé la Machine, & faire paroître ces objets redressez devant celui qui est assis dans la Machine.

IL faut tourner le dos de la Machine vers le Soleil, parce que les objets qui sont derriere la Machine se représentant par une seule réflexion, leur apparence sera toûjours plus claire, bien qu'ils soient dans l'ombre, que celle des objets placez aux autres côtez, & qui ne peuvent être vûs que par une double réflexion.

Les objets qui sont aux deux côtez de la Machine, se représentent par le moyen du Miroir H, situé comme on le voit dans la Figure & *n.* 8. On couvre ce Miroir d'une tour ou boete de carton, ouverte du côté des objets, comme aussi du côté de l'ouverture N de la boete X : on doit user de cette précaution; car si on laisse le Miroir entierement exposé, il réflechira sur le Miroir L, les rayons de lumiere qui viennent de côté, lesquels entrant par le verre convexe, après avoir été réflechis par le Miroir L, affoibliront extrêmement la représentation.

Les objets qui sont au devant de la Machine, se représentent comme il a été dit au commencement de l'Article II.

IV.

Représenter des Tableaux ou des Tailles-douces.

LEs Tableaux & les Tailles-douces qu'on veut représenter, s'attachent contre la planche F, du côté qui regarde le derriere de la Machine.

Digitized by Google

Planche 4 * Fig. 14.

que l'on tourne, en sorte que ces Tailles-douces soient exposées au Soleil. Dans cette situation on les représente comme les autres objets (Art. I.) avec cette seule différence, qu'il faut changer le verre convexe, qui est dans le cilindre C : car si on se propose de donner aux Tailles-douces leur véritable grandeur, il faut que la distance du foyer à ce verre soit égale à la moitié de la hauteur de la Machine au-dessus de la table, c'est-à-dire, à la moitié de AC. Si on vouloit, dans le dessein donner à ces mêmes figures plus de grandeur qu'elles n'en ont véritablement, il faudroit que la distance du foyer à son verre fût encore plus petite ; & il faudroit au contraire qu'elle fût plus grande, si on vouloit représenter les figures plus petites qu'elles ne sont. L'éloignement dans lequel il faut mettre les Tailles-douces, se trouve en avançant ou en reculant la planche F, jusques à ce qu'elles paroissent distinctement dans la Machine. On peut déterminer cet éloignement par la proportion suivante.

La hauteur de la Machine au dessus de la table, moins la distance du foyer au verre, est à
La hauteur de la Machine au-dessus de la table, comme *La distance du foyer au verre*, est à
La distance du verre à la figure.

Remarquez que cette distance du verre à la figure, se mesure par un rayon réflechi, qui part de la figure parallelement à l'horison, & qui est réflechi par le Miroir perpendiculairement sur le verre. Remarquez encore que quand on veut éloigner les figures au-delà du derriere de la Machine, il faut les attacher contre le côté F de la planche, & la

Digitized by Google

tourner en faiſant paſſer ſes lattes par les régles DE, DE, de maniére que la face F regarde l'ouverture N.

REMARQUE I.

Sur la repréſentation des Viſages.

Il ſeroit aſſurément très-curieux & très-utile de pouvoir deſſiner les viſages des hommes au naturel. La choſe réuſſit fort bien en petit, quand même l'apparence de la perſonne entiere n'occuperoit pas un demi-pouce ſur le papier. Mais il y a plus de difficulté à réuſſir en grand.

REMARQUE II.

Sur l'ouverture du Verre convexe.

Dans tout ce qui vient d'être dit, il ne faut pas négliger d'examiner l'ouverture qu'on doit donner au verre convexe; car bien qu'on ne puiſſe pas réduire cette ouverture à une meſure fixe, il ſera bon toûjours de faire attention aux remarques ſuivantes. 1. Qu'on peut ordinairement donner au verre la même ouverture qu'on donneroit à une lunette d'approche, dont ce verre ſeroit l'objectif. 2. Qu'il faut diminuer cette ouverture, quand les objets ſont fort éclairez, & qu'il la faut augmenter, quand au contraire ils ſont expoſez à un jour plus foible. 3. Que les traits paroiſſent mieux marquez avec une petite ouverture qu'avec une plus grande; & qu'ainſi lorſqu'on veut deſſiner, il faut donner au verre le moins d'ouverture qu'il ſera poſſible; avec cette précaution pourtant, qu'il ne faut pas trop exténuer la lumiere qui entre par-là dans la Machine.

On voit par toutes ces remarques, qu'il eſt bon d'avoir pluſieurs piéces de fer blanc, ou de

Digitized by Google

Planche 4 * Fig. 14. cuivre mince, qui soient rondes, de la grandeur du verre, & percées différemment, afin de pouvoir ainsi donner au verre l'ouverture dont on a besoin. On pourroit encore faire différentes ouvertures dans une lame de cuivre, qu'on feroit glisser sur le verre, ou se servir d'une plaque ronde, qui tournant sur son centre, feroit passer sur le verre des trous de différentes grandeurs.

REMARQUE III.

On trouvera, dans l'Essai de Perspective, qu'on a cité, les Démonstrations de tous ces Usages, & la Description d'une autre Machine, qui a des avantages particuliers, mais qui cependant n'est point préférable à celle qu'on a décrite ici.

PROBLEME XXXV.

Des Verres à facettes.

Planche 5 * Fig. 16. LEs Verres à facettes sont des Verres taillez à plusieurs faces, tels que le Verre LHIM, dont on n'a représenté ici que trois faces LH, HI, IM. Ces Verres représentent autant de fois le même objet qu'ils ont de facettes; en sorte que si un Verre à 41 facettes, & qu'on regarde un Soldat armé, en mettant l'œil dans le point où les rayons de l'objet, qui se sont brisez en passant dans les 41 faces, se croisent, on voit une Compagnie de 41 Soldats, quoiqu'il n'y en ait qu'un.

C'est ce qu'on peut remarquer en jettant les yeux sur la figure, qui représente la coupe de trois faces. L'objet A envoye ses rayons sur les trois faces LH, HI, IM. Ces faces sont tellement taillées, que ces rayons s'étant rompus en passant

Digitized by Google

par le Verre, ils vont se croiser au point G, où l'œil étant placé, il appercevra l'objet A en A, en B & en C, par les trois rayons directs GA, GB, GC : car on a coûtume de rapporter dans la ligne droite, qui vient en dernier lieu frapper l'organe de la vûe, les objets apperçûs, quoique les rayons qui passent de ces objets ayent souffert plusieurs détours, comme on le voit assez par les Miroirs plans.

On peut enchasser un de ces Verres à facettes à l'extrêmité d'un tuyau, & placer à l'autre extrêmité une Lentille dans l'endroit où tous les rayons du Verre à facettes se croisent, & que j'ai appellé son foyer. On a représenté un de ces Verres ainsi enchassé dans la Figure HLIM. Planche 5. Fig. 17.

REMARQUES.

Si on présente un Verre à facettes aux rayons du Soleil, & qu'on le mette à la seule ouverture qu'on aura laissé dans une chambre bien fermée, on verra représenter sur un papier blanc, mis à une distance convenable, autant d'images du Soleil qu'il y aura de facettes au Verre : & ces images seront d'autant plus vives, que la chambre sera plus obscure.

Mais on verra quelque chose d'agréable, si après avoir mis à l'ouverture de la chambre obscure un prisme triangulaire, on fait passer par un grand Verre à facettes les différentes couleurs des rayons du Soleil, produites par le prisme, & qu'on les reçoive sur un papier blanc. On variera encore ces couleurs en leur présentant des Verres lenticulaires, & en les faisant ensuite passer par un Verre à facettes. On remarquera sans aucune confusion

Digitized by Google

dans le foyer du Verre à facettes, les couleurs les plus belles & les plus brillantes qu'on puisse voir.

PROBLEME XXXVI.

Construire un Tableau Magique.

Planche 5 * Fig. 18.

C'Est avec un Verre à facettes qu'on fait voir une Figure très-bien faite, quoiqu'elle soit tout-à-fait difforme sur le Tableau où elle est peinte. Pour construire ces sortes de Tableaux, qu'on appelle *Magiques*, on élevera à plomb sur une table ABCD une autre table ou planche ADEF : on fera sur ces deux tables des reinures, suivant leur longueur ; les reinures AB & CD de la table horisontale serviront à éloigner ou avancer le pied BCH, & les reinures AF, DE de la planche verticale, serviront à hausser ou baisser un carton sur lequel on colera un papier blanc. On ajustera au haut du pied BCH un tuyau KI dans un autre IH, le tuyau KI contiendra un Verre à facettes, placé en I, & un carton en K, auquel on aura fait un petit trou vers le foyer du Verre à facettes.

Cela étant ainsi disposé, on placera le pied BHC sur la table horisontale, dans un lieu convenable, & on l'éloignera plus ou moins de la planche verticale, selon qu'on voudra que les parties de la Figure à dessiner sur le papier blanc du Tableau, & qu'on veut rassembler par le Verre à facettes, soient plus ou moins éloignées les unes des autres. Au petit trou K on placera une lampe (ce ne doit point être une chandelle) qui renvoyera de la lumiere sur le papier blanc appliqué à la planche verticale ADEF, & l'on marquera avec du crayon le contour de ces surfaces lumineuses.

Digitized by Google

Quand on aura examiné, en regardant par le trou K, si ces surfaces lumineuses paroissent faire une même superficie, on peindra dans chacune de ces superficies les parties d'un objet qui doivent se réunir toutes, quand on les regardera par le Verre à facettes, placé dans le tuyau KI. Et sur les espaces qui sont entre ces surfaces, on mettra telles Figures groteſques qu'il plaira, pour faire paroître le Tableau d'autant plus difforme. On peut aussi peindre dans ces espaces des Figures qui composeront une même Figure, en les considerant à la vûe, avec celles qui seront représentées sur les surfaces lumineuses.

Ainsi lorsqu'on regardera par le trou K, on ne remarquera qu'une seule figure ou image composée de toutes les parties qui sont peintes sur les surfaces lumineuses, & l'on n'appercevra en aucune façon celles qui sont peintes dans les espaces qui sont au milieu. Voyez Wolfius dans sa Dioptrique, & Niceron dans sa Perspective curieuse.

PROBLEME XXXVII.

De la Lanterne Magique.

LA Lanterne Magique est une sorte de Lanterne qui contient une lampe mise au foyer d'un verre convexe, ou d'un Miroir concave, à laquelle on applique de petites figures peintes sur des verres renfermez dans un chassis de bois, qu'on fait passer devant la lampe. Ces figures se représentent d'une grandeur énorme sur une muraille ou un drap blanc, exposé à une certaine distance dans une chambre entierement obscure. Planche 6 * Fig. 19.

On ne s'étendra pas ici davantage sur la descrip-

Digitized by Google

tion, ni sur les effets de la Lanterne Magique; parce qu'on aura occasion d'en parler dans les Problêmes de Physique.

PROBLEME XXXVIII.

Des Lunettes d'approche ou Telescopes.

ENtre les différentes Machines d'Optique, les Lunettes d'approche sont celles qui sont d'un plus grand usage. Elles sont composées des verres dont on a parlé dans le Problême XXX. & suivans, & servent à faire paroître près les objets éloignez. Il y a plusieurs sortes de Lunettes d'approche, 1°. à deux verres, dont l'un est convexe & l'autre concave, qui représentent les objets droits, comme on les voit naturellement. 2°. à deux verres convexes, qui représentent les objets renversez. 3°. à quatre verres convexes, qui redressent les objets qui paroissent renversez, en les regardant avec deux verres convexes.

REMARQUES.

I.

Il est aisé de faire une Lunette d'approche de la première sorte, qu'on appelle *Lunette d'Hollande* ou *de Galilée*. On prend un verre plan d'un côté, & convexe de l'autre, ou convexe des deux côtez, pourvû que la convexité soit faite avec une portion de grande Sphere : on ajuste ce verre, qu'on nomme *objectif*, à l'extrêmité d'un tuyau de carton ou d'autre matiére, selon qu'on le trouvera meilleur : on emboite dans ce tuyau un autre tuyau de même matiére, de sorte que celui-ci puisse

Digitized by Google

rentrer dans le premier : on ajuſte encore à l'extrêmité de ce ſecond tuyau un autre verre concave des deux côtez. Enfin on place ce verre concave en coulant le tuyau dans lequel il eſt enchaſſé, de maniére qu'on puiſſe voir diſtinctement les objets qu'on veut regarder. La concavité de ce verre, qu'on nomme *Oculaire*, doit être faite avec la portion d'une petite Sphere. Le verre concave ſera placé entre le verre convexe & ſon foyer. Si un verre concave ne faiſoit point paroître les objets aſſez clairement, on en chercheroit un autre juſqu'à ce qu'on en ait trouvé un qui les fiſt voir diſtinctement.

II.

Quand on a trouvé le point où l'on voit diſtinctement les objets aſſez éloignez, on fait une marque au tour du ſecond tuyau avec de l'encre, à l'endroit où finit le premier, afin de le remettre au même endroit, lorſqu'on veut voir les mêmes objets. Mais il eſt à remarquer que cet endroit ne conviendra pas à toutes ſortes de perſonnes pour voir le même objet, ni à la même perſonne pour regarder des objets inégalement éloignez. Il faut que chacun ajuſte le ſecond tuyau, qui contient l'oculaire, à la portée de ſa vûe.

III.

On aura une Lunette d'approche fort claire & fort commode d'un pied huit pouces de longueur ou environ, ſi on ſe ſert d'un objectif convexe des deux côtez, qui ait quatre pieds de diamétre, & d'un oculaire concave des deux côtez, qui ait quatre pieds & demi de diamétre. Mais on fera un très-bon Teleſcope avec un oculaire concave des deux côtez, dont le diamétre ſoit de cinq

Digitized by Google

pouces & demi, & un objectif convexe des deux côtez, ou d'un côté seulement, & plan de l'autre, dont le diamétre soit de douze pieds. Ce Telescope sera excellent pour observer les Astres.

IV.

Les Lunettes à deux verres convexes se feront de la même maniére ; mais l'oculaire sera placé au dessous du foyer de l'objectif. Comme les objets paroissent renversez, on pourra corriger ce défaut en plaçant un Miroir au-dessus du foyer de l'oculaire, à peu près à l'endroit où l'on doit placer l'œil. Ce Miroir sera de métal, bien poli, d'un pouce en ovale, & faisant un angle demi-droit avec l'axe des verres : il faudra en approcher l'œil assez près pour voir distinctement les objets qui paroîtront dans leur situation naturelle. Quand on observe les Astres, il n'est pas nécessaire d'y ajoûter un Miroir, il importe peu en quelle situation ils paroissent : d'ailleurs on s'accoûtume bien-tôt à distinguer leur partie orientale d'avec l'occidentale.

V.

On observera que dans ces sortes de Lunettes, le diamétre de l'objectif doit être grand par rapport à celui de l'oculaire : car, par exemple, une Lunette dont l'objectif est de vingt-cinq pieds, portera un oculaire de trois pouces, & celle dont l'objectif sera de cinquante pieds, portera un oculaire, qui n'aura que quatre pouces & demi de diamétre. On peut faire une Lunette d'une grandeur commode, avec un objectif de deux pieds trois pouces, & un oculaire d'un pouce & demi.

VI.

Il y a une différence à faire entre les objectifs convexes

Digitized by Google

convexes des deux côtez, & les objectifs convexes plans. Les objectifs convexes des deux côtez d'une même convexité ont leur foyer au centre de l'une des convexitez, & les objectifs convexes plans ont leur foyer à l'extrêmité du diamétre de la convexité. On meſure la longueur de ces Lunettes par l'éloignement du foyer de leur objectif. Ainſi on dit qu'une Lunette a douze pieds, ſi le demi-diamêtre de l'objectif convexe des deux côtez eſt de douze pieds, ou bien ſi le diamétre de l'objectif plan-convexe eſt de douze pieds.

VII.

Si l'on ajoûte à la Lunette qu'on vient de décrire deux Lentilles ſemblables à l'oculaire, on aura une Lunette d'approche qui fera paroître les objets dans leur ſituation ordinaire, & qui ſera meilleure que la Lunette appellée communément *Lunette de Galilée*. Ces deux Lentilles ajoûtées, ſe placent auprès de l'oculaire dans un tuyau ſéparé, qu'on peut ôter quand on veut. Ainſi une Lunette à deux verres peut devenir Lunette à quatre verres, en ajoûtant le tuyau qui contient les deux oculaires, & en ôtant ce même tuyau, une Lunette à quatre verres deviendra facilement Lunette à deux verres. Si la Lunette à quatre verres a quelque avantage ſur la Lunette à deux verres, elle a auſſi ce déſavantage, qu'elle repréſente les objets moins clairement.

VIII.

Pour rendre l'objet vû par les Lunettes plus clair, on met ſur l'objectif un carton percé au milieu; on fait pluſieurs de ces cartons, dont les ouvertures ſont de différente grandeur: on eſſaye ce-

Digitized by Google

lui avec lequel on voit l'objet plus distinctement? Ce carton doit avoir son diamétre égal à la largeur de l'objectif ; il faut aussi le noircir, aussi-bien que le dedans des tuyaux, pour empêcher les rayons de lumiére de se réflechir.

IX.

On frottera le dedans des tuyaux d'un noir huilé, puis on y mettra du charbon broyé, & on les secouera ; enfin on les laissera sécher. On peut encore noircir ces tuyaux de Lunettes avec la fumée d'une bougie de poix résine.

Des Microscopes.

Les Lunettes d'approche nous font voir les objets, que nous n'appercevons à la vûe que confusément, à cause de leur éloignement ; les Microscopes nous font voir distinctement les parties des corps que leur petitesse nous rend insensibles. On distingue en général deux sortes de Microscopes ; le simple, qui est fait avec une seule Lentille, & le composé, qui est fait de plusieurs Lentilles. Les Microscopes n'ont été connus que dans le siécle dernier vers l'an 1620.

On ne donnera ici la description que de quelques Microscopes simples, qu'on peut faire soi-même pour se divertir, la dépense n'en sera pas grande. Si on veut avoir d'autres Microscopes, soit simples, soit composez, on consultera les Auteurs qui en ont traité, comme Volfius, Jobelot, & autres.

Digitized by Google

PROBLEME XXXIX.

Faire une Lentille pour un Microscope simple.

IL faut prendre un morceau de glace de Miroir ou de carosse, le réduire en très-petits morceaux avec un gresoir de Vitrier; au défaut de cet instrument on se servira des dents d'une clef. On choisira entre ces petits morceaux ceux qui seront les plus petits & les plus plats : on en prendra un avec la pointe d'une grosse aiguille, qui doit être assez longue. On mettra ce petit morceau de glace dans la flamme d'une bougie, où il se fondra en peu de temps; lorsqu'il sera fondu, il tombera de lui-même.

REMARQUES.

On mouillera la pointe de l'aiguille avec de la salive, pour y coler le petit morceau de glace, s'il ne s'y attache point autrement : on panchera un peu la bougie, afin que la Lentille ne tombe point dans la cire, & pour la recevoir, il faut mettre au-dessous un morceau de papier, dont les bords soient relevez; car s'ils ne l'étoient pas, les petites goutes en tombant sauteroient & se perdroient : si ces petites goutes n'étoient pas assez rondes, on les reprendroit, & on les feroit refondre pour les arondir davantage. On prend une aiguille assez longue, afin de ne se point brûler, quand on la met dans la flamme de la bougie. On préférera la flamme bleue de la bougie, ou la flamme de l'esprit de vin à la flamme de la bougie.

Digitized by Google

PROBLEME XL.

Faire un Microscope avec la Lentille dont on vient de donner la construction.

PRenez une petite plaque de plomb, que vous rendrez plus ou moins mince, à proportion de la petitesse de la Lentille. Faites-y avec la pointe de l'aiguille un trou propre à recevoir la Lentille que vous voulez y appliquer; vous l'y arrêterez avec les bords du trou que vous releverez.

Usage de ce Microscope.

Ayant laissé tremper pendant deux ou trois jours de l'écorce de chêne, des feuilles d'herbes ou de fleurs séches, ou autres choses dans de l'eau, on en prendra une goute avec un petit bâton; on appliquera cette goute d'eau sur la surface d'un côté de la Lentille: on approchera le plus près qu'on pourra de l'œil l'autre côté de la Lentille, & en regardant à la lumiére d'une bougie, on verra une infinité de petits animaux, qui sont dans un mouvement continuel.

On peut appliquer sur l'une des surfaces de la Lentille, un cheveu, ou autre chose, qu'on y attachera avec un peu de cire des deux côtez de la Lentille.

PROBLEME XLI.

Faire un Microscope avec une goute d'eau.

AU lieu de la Lentille, on mettra une goute de l'infusion dans le trou de la plaque de plomb, dont on vient de parler dans le Problême

Digitized by Google

précédent ; on regardera à travers cette goute d'infusion à la lumiére d'une bougie, & l'on y appercevra les petits animaux, qui ne ceſſent de ſe mouvoir, juſqu'à ce que la goute ſoit deſſéchée, ou qu'elle ait perdu la figure ſphérique.

On peut ajuſter ce Microſcope à l'extrêmité d'un tuyau de carton, afin que la lumiére du grand jour n'empêche point celle de la bougie. Il ſera aiſé à chacun de faire des réflexions ſur ce qu'on vient de dire, pour rendre ces Microſcopes plus complets, ou pour en inventer d'autres.

Remarques ſur les Microſcopes ſimples.

Les Microſcopes ſimples augmentent le diamétre de l'objet qu'on regarde, en raiſon de la diſtance du foyer à huit doigts, qui eſt la diſtance où l'on peut voir diſtinctement un petit objet, comme ſeroient les lettres d'une écriture aſſez menue. Ainſi ſi la diſtance du foyer d'un Microſcope à ce Microſcope eſt d'un demi-doigt, le diamétre de l'objet poſé dans le foyer, ſera augmenté de ſeize fois, c'eſt-à-dire, que ce diamétre paroîtra ſeize fois plus grand. Plus la diſtance du foyer ſera petite, plus le diamétre de l'objet, ſera augmenté. D'où il ſuit que les Microſcopes ſimples ſeront d'autant meilleurs, qu'ils ſeront faits de Spheres plus petites.

En comparant une goute d'eau avec une goute de glace, dont on a fait les Microſcopes dans les Problêmes précédens, on trouve que la goute de glace augmente plus le diamétre de l'objet, que la goute d'eau : car ſuppoſant que ces deux goutes ayent chacune $\frac{1}{10}$ de doigt pour leurs diamétres, le diamétre d'un même objet paroîtra aug-

Digitized by Google

menté d'environ 103 fois en le regardant à travers la goute de glace, au lieu qu'il ne paroîtra augmenté que d'environ 80 fois en le regardant à travers la goute d'eau.

La Géométrie nous apprend que la ſuperficie d'un quarré ou d'un cercle eſt en raiſon doublée du côté du quarré ou du diamétre du cercle, & que le corps cubique ou ſphérique eſt en raiſon triplée du côté du cube ou du diamétre de la Sphére. Ainſi la ſuperficie d'un corps, dont le diamétre ſera augmenté de 100 fois, paroîtra 10000 fois plus grande, & le corps même paroîtra 1000000 fois plus grand, que s'il étoit vû ſans Microſcope. Ce qui eſt une augmentation très-conſiderable.

C'eſt avec cette ſorte de Microſcope qu'on remarque que la pouſſiere qui eſt ſur les papillons, eſt ſemblable à des plumes; que celle qui eſt ſur l'étamine des fleurs, paroît être une multitude de petites boules; que l'eau qui ſe trouve dans les moules contient un grand nombre de petites moules; que la ſemence des animaux contient une grande quantité de petits animaux qui s'y remuent en tous ſens; que les cheveux ſont ronds & creux. Enfin on peut obſerver la figure des parties du ſang, du lait, &c.

Obſervations ſur les Microſcopes compoſez.

Les Microſcopes compoſez ont des avantages très-conſiderables. Les grains de ſable fort menus paroiſſent comme de petits criſtaux; les parties du corps d'une mouche s'y voyent très-diſtinctement; les particules d'acier qui tombent du fuſil quand on le bat pour allumer du feu, paroiſſent rondes

Digitized by Google

& ſemblables au plomb des Chaſſeurs. On remarque très-diſtinctement la circulation du ſang, principalement dans la queue d'un Poiſſon appellé *Tanche*, &c. Voyez Poliniere dans ſes Expériences Phyſiques, p. 501. de la ſeconde édition.

De la Perſpective curieuſe.

PROBLEME XLII.

Décrire ſur un plan une figure difforme, qui paroiſſe au naturel, étant regardée d'un point déterminé.

ON peut déguiſer, c'eſt-à-dire, rendre difforme une figure, par exemple, une tête, en ſorte qu'elle n'aura aucune proportion étant regardée de front ſur le plan où on l'aura tracée; mais étant vûe d'un certain point, elle paroîtra belle, c'eſt-à-dire, dans ſes juſtes proportions. Cela ſe pratiquera de la ſorte.

Ayant deſſiné ſur du papier la figure que vous voulez déguiſer avec ſes juſtes meſures, décrivez un quarré autour de cette figure, comme ABCD, & réduiſez-le en pluſieurs autres petits quarrez, diviſant les côtez en pluſieurs parties égales, par exemple, en ſept, & tirant des lignes droites en long & en travers par les points oppoſez des diviſions, comme font les Peintres, quand ils veulent contre-tirer un tableau, & le réduire au petit pied, c'eſt-à-dire, de grand en petit. Planche 22. Fig. 80.

Cette préparation étant faite, décrivez à diſcrétion ſur le plan propoſé le quarré long EBFG, & diviſez l'un des deux plus petits côtez EG, BF, comme EG, en autant de parties égales qu'en contient DC, l'un des côtez du quarré ABCD, comme ici en ſept. Diviſez l'autre côté BF en deux également au point H, duquel vous tirerez

Digitized by Google

par les points de diviſion du côté oppoſé EG, autant de lignes droites, dont les deux dernieres ſeront EH, GH.

Après cela ayant pris à diſcrétion ſur le côté BF, le point I, au-deſſus du point H, pour la hauteur de l'œil au-deſſus du plan du tableau, tirez de ce point I, au point E, la ligne droite EI, qui coupe ici celles qui partent du point H, aux points 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Par ces points d'interſection vous tirerez des lignes droites paralleles entr'elles, & à la baſe EG du Triangle EHG, qui ſe trouvera ainſi diviſé en autant de trapezes qu'il y a de quarrez dans le quarré ABCD. C'eſt pourquoi ſi l'on rapporte dans ce Triangle EGH, la figure qui eſt dans le quarré ABCD, en faiſant paſſer chaque trait par les mêmes trapezes ou quarrez perſpectifs, qui ſont repréſentez par les quarrez naturels du grand ABCD, la figure difforme ſe trouvera décrite. On la verra conforme à ſon prototype, c'eſt-à-dire, comme dans le quarré ABCD, en la regardant par un trou qui doit être petit du côté de l'œil, & bien évaſé du côté de la figure, comme K, que je ſuppoſe perpendiculairement élevé ſur le point H, en ſorte que ſa hauteur LK ſoit égale à la hauteur HI, qui ne doit pas être bien grande, afin que la figure ſoit plus difforme dans le tableau. Voyez le Probl. XLIV.

PROBLEME XLIII.

Décrire ſur un plan une figure difforme, qui paroiſſe dans ſa perfection, étant vûe par réflexion dans un Miroir plan.

Planche 12. Fig. 81.

AYant, comme on vient de faire, compris la figure qu'on veut déguiſer dans un quarré,

Digitized by Google

tel qu'eſt ABCD, diviſé en pluſieurs autres petits quarrez, qui ſont ici au nombre de ſeize, & ſuppoſant que le Miroir eſt une glace parfaitement quarrée, toute nue & ſans quadre, comme EFGH, tirez ſur le plan du tableau la ligne droite IK, égale au côté EF du Miroir, afin que la figure occupe entierement le Miroir EFGH. Enſuite ayant diviſé en deux également au point P cette ligne IK, menez par le point du milieu P, la perpendiculaire indéfinie LM, en ſorte que les deux parties PL, PM, ſoient égales entr'elles, & d'une longueur priſe à volonté. Plan. che 22. Fig. 81.

Après cela élevez au point L, la ligne LQ perpendiculaire à la ligne LM, & égale au double de la ligne IK, ou du côté du Miroir EF, & au point M, la ligne NO perpendiculaire à la même ligne LM, que vous prendrez auſſi double de la ligne IK, en ſorte que chacune des deux parties MN, MO, ſoit égale à la ligne IK. Joignez les droites LN, LO, qui paſſeront par les points I, K, & formeront le Triangle LNO, que l'on diviſera, comme au Problême précédent, en autant de quarrez perſpectifs, que le quarré ABCD en contient de naturels, pour y tranſporter de la même façon la figure du quarré ABCD, qui ſe trouvera difforme ſur le plan du tableau, & qui paroîtra belle & ſemblable à ſon prototype, étant vûe du point Q élevé perpendiculairement ſur le point L, comme nous avons dit au Problême précédent: ou bien on la verra en ſon naturel par réflexion dans le Miroir EFGH, placé ſur la ligne IK, en regardant le Miroir par un petit trou élevé perpendiculairement ſur le point M, à la hauteur de LQ, comme vous le voyez dans la Fig. 82. où IRSK repréſente le Miroir, & Q le point de l'œil, &c. Fig. 82.

Digitized by Google

PROBLEME XLIV.

Decrire sur un plan horisontal une figure difforme, qui paroisse au naturel sur un plan vertical transparant, posé entre l'œil & la figure difforme.

Planche 23. Fig. 83.

IL est évident que si l'on met en perspective quelque figure que ce soit sur du papier, considerè comme un plan horisontal, & que sur la ligne de terre on éleve à angles droits un plan transparant, qui soit, par exemple, de verre; l'œil étant placé vis-à-vis du point de vûe, à une hauteur égale à la distance de la ligne de terre à la ligne horisontale, & éloigné du plan transparant, qui représente le tableau d'une distance égale à celle qu'on a supposée dans la perspective, on verra dans le verre la figure difforme dans son naturel. Ceux qui entendent la perspective, comprennent facilement ce que je viens de dire, & ceux qui ne l'entendent pas, pourront résoudre ce Problême mécaniquement en cette sorte.

Ayant décrit sur une piéce de carton ABCD, la figure que vous voulez déguiser, avec ses justes proportions, par exemple, l'œil EF, picquez cette figure EF, comme si vous vouliez faire un poncis: & ayant élevé à angles droits ce carton ainsi picqué sur le plan MNOP, où vous voulez décrire la figure difforme, mettez derriere le carton ABCD, une bougie allumée à telle hauteur & à telle distance qu'il vous plaira, comme en G. Alors la lumiére passant par les trous du carton ABCD, portera la figure sur le plan MNOP, & l'y représentera toute défigurée, comme HIKL,

Digitized by Google

que l'on marquera avec un crayon, ou autrement. Cette image ainſi défigurée, paroîtra en ſon naturel ſur un verre mis à la place du carton ABCD, étant regardée par l'œil placé au point G. Elle paroîtra auſſi ſemblable à ſon prototype EF, étant vûe ſimplement par un petit trou mis au point G, comme au Problême XLII.

PROBLEME XLV.

Décrire ſur la ſurface convexe d'une Sphere une figure difforme, qui paroiſſe au naturel, étant regardée d'un point déterminé.

AYant deſſiné ſur du papier la figure que vous voulez déguiſer avec ſes juſtes proportions, enfermez-la dans un cercle ABCD, dont le diamétre AC, ou BD, ſoit égal au diamétre de la Sphere propoſée. Diviſez la circonférence de ce cercle en autant de parties égales qu'il vous plaira, par exemple, en ſeize. Tirez du centre de ce cercle par les points de diviſion, autant de lignes droites. Diviſez auſſi le diamétre AC, ou BD, de ce cercle en un certain nombre de parties égales, comme en huit, & décrivez du même centre par les points de diviſion des circonférences de cercle, leſquelles avec les lignes droites tirées du centre, diviſeront le cercle ABCD en 64 petits eſpaces. Planche 24. Fig. 84.

Décrivez encore un autre cercle EFGH égal au précédent ABCD, & menez de ſon centre I la ligne droite IK, égale à la diſtance de l'œil au centre de la Sphere propoſée, en ſorte que la partie GK ſoit égale à la hauteur de l'œil ſur la ſurface de la même Sphere. Enſuite ayant mené par le même centre I, le diamétre FH perpendiculaire à la li-

Digitized by Google

Planche 24. Fig. 84.

gne IK, diviſez ce diamétre FH en autant de parties égales, que le diamétre du premier cercle ABCD, ſçavoir, en huit parties égales. Puis tirez du point K, par les points de diviſion autant de lignes droites, qui donneront ſur le demi-cercle FGH, les points 1, 2, 3, 4, & ſur l'autre demi-cercle FEH, les points 5, 6, 7.

Cette préparation étant faite, décrivez ſur la ſurface convexe du globe propoſé MLO du point L, comme pole, & des intervales G1, G2, G3, G4, GF, des cercles paralleles entr'eux, dont le plus grand ſera MNO, duquel on ne voit ici que la moitié, qu'il faut diviſer en autant de parties égales que la moitié du cercle ABCD, comme ici en huit parties égales. Décrivez par les points de diviſion & par le pole L, autant de grands cercles, qui avec les précédens diviſeront l'hemiſphére LMNO en autant de petits eſpaces que le cercle ABCD, dans leſquels on tranſportera l'image du cercle ABCD. Cette image ou figure, qui ſera défigurée dans l'hemiſphere LMNO, paroîtra neanmoins ſemblable à ſon prototype, qui ſe trouve dans le cercle ABCD, étant regardée d'un point élevé perpendiculairement ſur le point L, & éloigné de ce point L d'une diſtance égale à la ligne GK.

REMARQUE.

Ce que nous avons fait ſur la ſurface convexe d'une Sphere, ſe peut faire de la même façon ſur la ſurface concave de la même Sphere, excepté que les cercles paralleles qui ont été décrits du pole L, avec les ouvertures G1, G2, G3, &c. doivent être décrits avec les ouvertures E5, E6, E7, EF, c'eſt-à-dire, qu'au lieu de ſe ſervir du demi-cercle

Digitized by Google

FGH, que l'œil placé au point K voit par sa convexité, on doit se servir de l'autre demi-cercle FEH, que l'œil placé au même point K, voit par sa concavité.

PROBLEME XLVI.

Décrire sur la surface convexe d'un cylindre une figure difforme, qui paroisse belle quand elle sera vûe d'un point déterminé.

AYant, comme à l'ordinaire, renfermé la figure qu'on veut déguiser en un quarré KLMN, divisé en plusieurs autres petits quarrez, & ayant déterminé le point de l'œil en O, à une distance raisonnable du cylindre proposé ABCD, dont la base est le cercle AFBG, tirez du centre E de cette base par le point déterminé O, la ligne droite EO; menez perpendiculairement à cette ligne EO, par le même centre E, le diamétre AB, que vous diviserez en autant de parties égales, qu'en contient le côté KL du quarré KLMN. Tirez du point O, par les points de division autant de lignes droites, qui donneront sur la circonférence du demi-cercle AFB, que l'œil voit, les points 1, 2, 3, 4, & sur la circonférence de l'autre demi-cercle AGB, que l'œil ne voit pas, les points 5, 6, 7. Planche 24. Fig. 85.

Après cela tirez par les points 1, 2, 3, 4, sur la surface du cylindre des lignes paralleles entre elles, & à l'axe du même cylindre, ou au côté AD, ou BC. Puis ayant divisé une de ces paralleles en autant de parties égales qu'en contient le diamétre AB, décrivez sur la surface du même cylindre par les points de division des circonfé-

Digitized by Google

rences de cercle paralleles à la circonférence AFBG, lesquelles, avec les lignes droites paralleles précédentes, formeront de petits espaces, dans lesquels on transportera la figure du quarré KLMN. Cette image qui se trouvera défigurée sur la surface du cylindre ABCD, paroîtra neanmoins conforme à son prototype, étant regardée par un petit trou placé au point O, où l'œil a été supposé dans la construction.

REMARQUE.

Ce que nous venons de faire sur la surface convexe du cylindre ABCD, se peut faire de la même façon dans sa surface concave, en se servant du demi-cercle AGB, comme nous avons fait du demi-cercle AFB, c'est-à-dire, en élevant des perpendiculaires des points 5, 6, 7, dans la surface concave, comme nous avons fait des points 1, 2, 3, 4, dans la surface convexe, &c.

PROBLEME XLVII.

Décrire sur la surface convexe d'un cone une figure difforme, qui paroisse en son naturel, étant regardée d'un point déterminé.

Planche 25. Fig. 86. DEcrivez autour de la figure que vous voulez déguiser, un cercle à volonté, comme ABCD, & divisez sa circonférence en autant de parties égales qu'il vous plaira, comme en huit. Tirez par les points de division A, E, B, F, &c. au centre O, autant de demi-diamétres. L'un de ces demi-diamétres, comme AO, étant divisé, par exemple, en trois parties égales aux points 7, 8,

Digitized by Google

vous décrirez du centre O, par ces points de division 7, 8, autant de circonférences de cercles, qui avec les demi-diamétres précédens, diviseront l'espace terminé par la premiére & plus grande circonference ABCD en 24 petits espaces, qui serviront à contre-tirer l'image qui y sera comprise, & à la défigurer sur la surface convexe du cone, quand cette surface aura été divisée en autant de semblables petits espaces, en cette sorte. Planche 25 Fig. 86.

Ayant tiré à part la ligne IK égale au diamétre de la base du cone proposé, & l'ayant divisé en deux également au point L, élevez en ce point L la perpendiculaire LM égale à la hauteur du cone. Joignez les droites MI, MK, qui représenteront les côtez de ce cone, que je suppose droit, comme si ce cone avoit été coupé par un plan tiré par son axe, de sorte que le Triangle isoscéle IKM représentera le Triangle de l'axe.

Cela étant fait, prolongez la perpendiculaire LM en N, autant au-dessus du point M, qui représente la pointe du cone, que vous voudrez que l'œil soit élevé au-dessus de cette pointe; en sorte que la ligne MN soit égale à la distance de l'œil au sommet du cone. Ayant divisé la moitié IL de la base IK en autant de parties égales que le demi-diamétre AO du prototype, tirez du point N, par les points de division 1, 2, les droites N1, N2, qui donneront sur le côté IM les points 4, 3. Enfin décrivez de la pointe du cone & des intervales M3, M4, des circonférences de cercles sur la convexité du cone, qui représenteront les circonférences du prototype ABCD. Puis ayant divisé la circonférence de la base du cone en autant de parties égales qu'en contient la circonférence ABCD, tirez de la pointe du cone par les

Digitized by Google

points de diviſion autant de lignes droites, qui, avec les circonférences précédentes, diviſeront la ſurface convexe du cone en 24 eſpaces difformes, qui repréſenteront ceux du prototype ABCD, & dans leſquels par conſéquent on tranſportera la figure de ce prototype, qui ſe trouvera difforme ſur la ſurface du cone, & qui étant regardé de l'œil mis directement au-deſſus de la pointe du cone à la diſtance MN, paroîtra comme une ſurface plane, & conforme à ſon prototype.

REMARQUE.

Planche 25. Fig. 87. Ce que nous venons de faire ſur la ſurface convexe d'un cone poſé ſur ſa baſe, ſe peut pratiquer de la même façon ſur la ſurface concave d'un cone creux, poſé ſur ſa pointe, excepté qu'il faut prolonger la perpendiculaire LM au-delà du point L en N; de ſorte que la ligne MN ſoit égale à la diſtance de l'œil à la pointe du cone, qui dans ce cas lui doit ſervir de baſe, afin que l'œil placé en N, le puiſſe voir par le dedans, &c.

PROBLEME XLVIII.

Décrire ſur un plan horiſontal une figure difforme, qui paroiſſe belle ſur la ſurface convexe d'un Miroir cylindrique droit, étant vûe par réflexion d'un point donné.

Fig. 88. IL faut premiérement enfermer dans un quarré, comme ABCD, la figure qu'on veut déguiſer, & diviſer ce quarré ABCD en ſeize autres petits quarrez, qui ſerviront à tranſporter la figure du prototype ſur les quarrez ſemblables difformes qu'on

qu'on aura décrits sur la surface placée au pied du Miroir cylindrique, dont la base est le cercle FGHI, qui a le point E pour centre. Ce qui se fera en cette sorte. Planche 51. Fig. 88.

Si K est l'assiete de l'œil, c'est-à-dire, le point qui répond sur le plan horisontal perpendiculairement à l'œil, qui peut être éloigné du cylindre d'un ou de deux pieds, & un peu plus haut que le cylindre, afin qu'il puisse voir par réflexion plus de parties du plan horisontal; tirez par ce point K & par le centre E, la droite KE. Divisez KE en deux parties égales au point L. De ce point L. & pour rayon LE, décrivez l'arc de cercle FEH, qui donnera sur la circonférence FGHI, les deux points F, H. Par le point K, & par les points F, H, vous tirerez les droites KFS, KHT, qui toucheront cette circonférence aux mêmes points F, H.

Après cela divisez chacun des deux arcs égaux EF, EH, en deux également aux points M, N, & tirez du point K par les points M, N, les droites KM, KN, qui donneront sur la circonférence FIH, les deux points O, P. Par ces points O, P, vous tirerez les deux lignes OQ, PR, en sorte que l'angle de réflexion FOQ soit égal à l'angle d'incidence POK, en prenant la ligne KO pour un rayon d'incidence, & que pareillement l'angle de réflexion HPR soit égal à l'angle d'incidence OPK, en prenant la ligne KP pour un rayon d'incidence. Alors les cinq lignes IK, OQ, PR, FS, HT, représenteront les lignes du prototype, qui sont paralleles aux deux côtez AD, BC, que les deux touchantes FS, HT, représentent. Il ne reste plus qu'à diviser ces lignes en quatre parties égales en représentation; ce que je

Digitized by Google

Planche 25. Fig. 88.

ferai de la maniére qui ſuit, pour avoir plûtôt fait, ſans que l'erreur puiſſe être conſiderable.

Ayant mené par le point I, où la ligne KE coupe la circonférence FIH, la ligne 1, 2, perpendiculaire à la même ligne KE, qui ſera terminée aux points 1, 2, par les deux touchantes KF, KH, tirez du centre E par le point H la droite Ho, que vous ferez égale à la ligne 1, 2, & diviſez-la en quatre parties égales aux points 7, 8, 9. Tirez enſuite par le point K, la droite KX, que vous ferez égale à la hauteur de l'œil, & parallele à la ligne Ho, ou perpendiculaire à la touchante KH. Ayant appliqué une régle bien droite au point X, & aux points de diviſion 7, 8, 9, 0, marquez des points ſur la ligne HT, dans les endroits où elle ſe trouvera coupée ſucceſſivement par la régle. La ligne HT ſe trouvera diviſée aux points 7, 8, 9, T, en parties égales en apparence à celles de la ligne 1, 2, qui eſt diviſée par les lignes tirées du point K, en quatre parties qui ſont preſque égales entr'elles. Enfin portez les diviſions de la touchante HT ſur l'autre touchante FS.

Pour diviſer la ligne PR en quatre parties égales en repréſentation à celles de la ligge 1, 2, tirez par le point P la ligne P6, que vous ferez perpendiculaire à la ligne KP, & égale à la ligne 1, 2. Diviſez cette perpendiculaire P6 en quatre parties égales aux points 3, 4, 5. Tirez pareillement par le point K, la ligne KV, que vous ferez égale à la hauteur de l'œil, & parallele à la ligne P6, ou perpendiculaire à KP. Ayant, comme auparavant, appliqué une régle au point V, & aux points de diviſion 3, 4, 5, 6, marquez ſur la ligne KP prolongée les points 3, 4, 5, 6,

Digitized by Google

dans les endroits où elle ſera coupée par la régle. Enfin portez les diviſions de la ligne PN ſur chacune des deux lignes PR, OQ, & faites paſſer par les points également éloignez de la circonférence FGHI, qui ont été marquez ſur les quatre lignes FS, OQ, PR, HT, quatre circonférences de cercle, qui avec les lignes droites FS, OQ, IK, PR, HT, formeront ſeize quarrez difformes, dans leſquels on tranſportera la figure du prototype ABCD, qui ſe trouvera défigurée ſur le plan horiſontal, & qui paroîtra dans ſa perfection ſur la ſurface convexe du Miroir cylindrique, poſé droit ſur la baſe FGHI, quand elle ſera vûe par réflexion de l'œil élevé perpendiculairement ſur le point K à une hauteur égale à la ligne KV, ou KX. Voyez la remarque du Problême ſuivant. Planche 25. Fig. 88.

PROBLEME XLIX.

Décrire ſur un plan horiſontal une figure difforme qui paroiſſe belle ſur la ſurface convexe d'un Miroir conique élevé à angles droits ſur ce plan, étant vûe par réflexion d'un point donné dans l'axe prolongé de ce Cone.

DEcrivez autour de la figure que vous voulez déguiſer, le cercle ABCD d'une grandeur priſe à volonté, & diviſez ſa circonférence en tel nombre de parties égales qu'il vous plaira. Tirez du centre E par les points de diviſion autant de demi-diamétres; dont l'un, comme AE, ou DE, doit auſſi être diviſé en un certain nombre de parties égales. Décrivez du centre E par les points de diviſion autant de circonférences de cercle, qui Planche 26. Fig. 89.

Digitized by Google

Planche 26. Fig. 89. avec les demi-diamétres précédens, diviſeront l'eſpace terminé par la premiére & plus grande circonférence ABCD, en pluſieurs petits eſpaces, qui ſerviront à contretirer la figure qui y ſera compriſe, & à la défigurer ſur le plan horiſontal autour de la baſe FGHI du Miroir conique en cette ſorte.

Ayant pris le cercle FGHI, dont le centre eſt O, pour la baſe du cone, faites à part le Triangle rectangle KLM, dont la baſe KL ſoit priſe égale au demi-diamétre OG de la baſe du cone, & la hauteur KM égale à la hauteur du même cone. Prolongez cette hauteur KM en N, de ſorte que la partie MN ſoit égale à la diſtance de l'œil à la pointe du cone, ou toute la ligne KN égale à la hauteur de l'œil au-deſſus de la baſe du cone. Ayant diviſé la baſe KL en autant de parties égales qu'en contient le demi-diamétre AE, ou DE, du prototype, tirez du point N, par les points de diviſion P, Q, R, autant de lignes droites, qui donneront ſur l'hypoténuſe LM, qui repréſente le côté du cone, les points S, T, V. Faites au point V l'angle LV1 égal à l'angle LVR, au point T l'angle LT2 égal à l'angle LTQ, au point S l'angle LS3 égal à l'angle LSP, & au point M, qui repréſente le ſommet du cone, l'angle LM4 égal à l'angle LMK, pour avoir ſur la baſe KL prolongée les points 1, 2, 3, 4.

Enfin décrivez du centre O de la baſe FGHI du Miroir conique, & des intervales K1, K2, K3, K4, des circonférences de cercle, qui repréſenteront celles du prototype ABCD, & dont la plus grande doit être diviſée en autant de parties égales que la circonférence ABCD. Puis tirez du centre O, par les points de diviſion des demi-diamétres,

Digitized by Google

qui donneront sur le plan horisontal autant de petits espaces difformes que dans le prototype ABCD, dans lesquels par conséquent on pourra transporter la figure du prototype. Cette image se trouvera extrêmement défigurée sur le plan horisontal, & paroîtra neanmoins par réflexion dans ses justes proportions sur la surface du Miroir conique posée sur le cercle FGHI, quand l'œil sera mis perpendiculairement au-dessus du centre O, & éloigné de ce centre O d'une distance égale à la ligne KN.

REMARQUE.

Pour ne vous pas tromper en transportant ce qui est dans le prototype ABCD, sur le plan horisontal, on prendra garde que ce qui est le plus éloigné du centre E, doit être le plus proche de la base FGHI du Miroir conique, comme vous voyez par les mêmes lettres *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, *h*, du plan horisontal & du prototype. On observera la même chose à l'égard d'un Miroir cylindrique, comme vous voyez aussi par les quatre lettres semblables *a*, *b*, *c*, *d*, du plan horisontal & du prototype. Planche 25. Fig. 88.

PROBLEME L.

Décrire une Lanterne artificielle, par le moyen de laquelle on puisse lire la nuit de fort loin.

FAites une Lanterne qui ait la forme d'un cylindre, ou d'un petit tonneau situé selon sa longueur, comme un tonneau de vin posé dans une cave, en sorte que la fumée passe par le bondon. Mettez à l'un de ses deux fonds un Miroir

Digitized by Google

concave parabolique. Appliquez à ſon foyer la flamme d'une bougie, dont la lumiere ſe réflechira fort loin en paſſant par l'autre fond qui doit être ouvert, & elle paroîtra ſi éclatante, que de nuit on pourra lire de fort loin des lettres très-petites, lorſqu'on les regardera avec des lunettes de longue-vûe. Ceux qui verront de loin la lumiére de cette bougie, croiront voir un grand feu, qui paroîtroit encore plus éclatant, ſi la Lanterne étant étamée par le dedans, avoit la figure d'une Ellipſe.

REMARQUE.

On ſe ſert auſſi d'un ſemblable Miroir pour la *Lanterne Magique*, ainſi appellée, parce que par ſon moyen l'on fait voir ſur une muraille blanche de quelque chambre obſcure tout ce que l'on veut. De ſorte qu'on peut faire paroître des monſtres & des ſpectres ſi affreux, que celui qui les voit ſans en connoître le ſecret, croit que cela ſe fait par magie. La lumiére qui ſe réflechit par le moyen de ce Miroir, paſſe par un trou de la Lanterne, où il y a un verre de lunette. On fait paſſer entre ce verre & la lumiére une piéce de bois plate & déliée, contenant pluſieurs petits verres peints de diverſes figures extraordinaires & affreuſes, que l'on fait couler ſucceſſivement par une fente qui eſt dans le corps de la Lanterne. Ces petites figures ſe repréſentent ſur la muraille oppoſée avec leurs mêmes couleurs & proportions en plus grand volume: ce qui donne de la terreur, & cauſe de l'admiration aux ſpectateurs qui n'en connoiſſent pas l'artifice. Voyez les Problêmes de Phyſique.

Digitized by Google

PROBLEME LI.

Par le moyen de deux Miroirs plans faire paroître un visage sous des formes différentes.

AYant placé horisontalement l'un des deux Miroirs plans, élevez l'autre à peu près à angles droits au-dessus du premier : les deux Miroirs demeurant dans cette situation, si vous vous approchez du Miroir perpendiculaire, vous y verrez votre visage tout-à-fait difforme & imparfait. Car il paroîtra sans front, sans yeux, sans nez & sans oreilles, vous ne verrez que la bouche & le menton fort élevez. Si vous inclinez tant soit peu le Miroir perpendiculaire, votre visage y paroîtra avec toutes ses parties, excepté les yeux & le front. Si vous l'inclinez un peu plus, vous y verrez deux nez & quatre yeux, & en l'inclinant encore un peu davantage, vous y verrez trois nez & six yeux. Si vous continuez à l'incliner un peu davantage, vous ne verrez plus que deux nez, deux bouches & deux mentons ; & en l'inclinant encore un peu plus, vous y verrez seulement un nez & une bouche : & votre visage cessera de paroître entierement dans ce Miroir, si vous l'inclinez encore un peu plus ; ce qui arrivera lorsque l'angle d'inclinaison sera d'environ 45 degrez.

Si vous inclinez les deux Miroirs l'un à l'autre, vous y pourrez voir votre visage tout entier, & par les différentes inclinaisons, vous verrez dans le même Miroir l'image de votre visage alternativement droite & renversée, &c.

REMARQUES.

Si on mêle avec la matiére du Miroir, lorsqu'elle

Digitized by Google

eſt encore dans la fournaiſe, un peu de maſſicot, de ſaffran, ou quelqu'autre couleur jaune, celui qui s'y mirera paroîtra avoir la jauniſſe. Si on y mêle du noir en petite quantité, il paroîtra avoir la face livide & comme plombée: ſi on en mêle en plus grande quantité, il ſemblera avoir le viſage d'un Ethiopien. Si on y jette de la lacque, du cinabre ou vermillon, celui qui s'y regardera, ſera étonné de ſe voir tout rouge & comme enflammé de colere, ou enluminé comme un yvrogne. En un mot, on paroîtra avoir autant de couleurs différentes qu'on en aura mêlé dans la matiére dont on aura fait les Miroirs, où l'on ſe regardera.

PROBLEME LII.

Faire voir un Jetton qui ſeroit caché à l'œil dans le fond d'un vaſe vuide.

ON a mis un jetton G au fond d'un vaſe vuide AB. On s'eſt éloigné du vaſe, juſqu'à ce que l'extrêmité E du bord de ce vaſe ait caché ce jetton à l'œil placé en D. On propoſe de faire en ſorte que l'œil apperçoive le jetton, ſans changer la ſituation de l'un ni de l'autre. Faites emplir d'eau le vaſe: auſſi-tôt l'œil appercevra le jetton, comme s'il étoit un peu élevé vers F.

On a déja dit que les rayons de lumiére ſe rompoient en s'écartant de la perpendiculaire, lorſqu'ils paſſoient d'un milieu tranſparant dans un autre milieu tranſparant plus fluide. Le vaſe étant vuide, on ne pouvoit appercevoir le jetton, parce que le bord du vaſe empêchoit les rayons de lumiére d'être réflechis du jetton à l'œil. Mais le

Digitized by Google

vaſe ayant été rempli d'eau, un rayon de lumiére, par exemple, CE, ſortant de l'eau, au lieu de continuer juſqu'en G par la droite EG, ſe détourne, & va frapper l'œil par la ligne ED, qui s'écarte de la perpendiculaire EH.

Ce jetton paroît un peu élevé vers F, à cauſe qu'on croit le voir par la ligne droite DF, qui eſt égale aux deux lignes AE & EC.

On explique par ce principe pourquoi un bâton mis obliquement dans l'eau, paroît rompu.

PROBLEME LIII.

Repréſenter une Iris ſur le plancher d'une chambre obſcure.

IL faut ſe ſervir d'un priſme triangulaire, que les Artiſans appellent ſimplement *triangle*, qui étant appliqué ſur la racine du nez, fait paroître les objets avec des couleurs ſemblables à celles de l'Iris, ou Arc-en-ciel. Mettez ce priſme à une fenêtre de la chambre où le Soleil donne, les rayons du Soleil en paſſant au travers de ce verre triangulaire, formeront ſur le plancher de la chambre une Iris, qui ſera très-agréable à voir, principalement ſi le plancher eſt fait en voûte, parce que cela donnera à l'Iris une figure ronde & ſemblable à celle de l'Iris que nous voyons dans les nuées.

REMARQUES.

Ce priſme triangulaire nous donne occaſion de rapporter ici ce que M. de Mairan a dit dans ſa Diſſertation ſur les Phoſphores & les Noctiluques, touchant les rayons de lumiére qui paſſent

Digitized by Google

au travers d'un prisme triangulaire. Voici de quelle maniére il s'exprime.

» On prouve par des expériences décisives,

» Que la lumiére contient en elle-même toutes les » couleurs indépendamment des configurations in- » térieures ou extérieures des corps au travers des- » quels elle passe, ou sur lesquels elle se réflechit; » c'est-à-dire, qu'un rayon sensible du Soleil, par » exemple, est composé de particules de différente » espéce, dont chacune a la proprieté d'exciter » dans l'ame, par le moyen de l'organe de la vûe, » le sentiment de couleur particuliere de cette es- » péce, sans qu'aucune réflexion, ni qu'aucune » réfraction puisse jamais la changer.

» Que le blanc n'est pas proprement une couleur, » mais un composé de toutes les couleurs, & que » le noir au contraire n'est que la négation de tou- » tes les couleurs.

» Que chaque couleur des corps ne consiste dans » la figure & dans l'arrangement particulier des » parties qui le composent, qu'entant qu'ils sont » par-là plus propres à rompre & à absorber dans » leurs pores la lumiére d'une certaine couleur, & » à réflechir celles d'une autre couleur. Ainsi le » carmin, par exemple, est fort rouge, parce qu'il » ne réflechit que la lumiere rouge, & que toutes » les autres espéces de lumiére se rompent & se » perdent dans les pores sans se réflechir.

» Enfin que chaque espéce de lumiére a sa réfra- » ction déterminée, c'est-à-dire, que chaque cou- » leur en passant obliquement d'un milieu dans un » autre, de l'air, par exemple, dans le cristal se » rompt à sa rencontre par un angle particulier, » différent de celui des autres couleurs. C'est ce » que M. *Newton*, Auteur de cette découverte,

Digitized by Google

appelle la *différente réfrangibilité des couleurs de la lumière.* C'eſt principalement par cette pro- « prieté qu'il a reconnu toutes les autres, & les « ingénieuſes expériences dont il s'eſt ſervi pour « s'en aſſurer, pourroient toutes ſeules immortali- « ſer un nom moins célébre que le ſien. Voici la « plus facile, qui ſuffira neanmoins pour mettre les « perſonnes qui n'ont pas vû l'Optique de M. « Newton, au fait de ce que j'ai à dire ſur cette « matiére. «

Faites entrer un raion de ſoleil dans une chambre « obſcure, par un petit trou rond de 3 ou 4 lignes « de diamétre : placez horiſontalement auprès de « ce trou un priſme triangulaire de verre, dans une « telle ſituation, que le rayon du Soleil ſoit à peu « près perpendiculaire à l'axe de ce priſme, & qu'il « entre par une de ſes ſurfaces, & ſorte par l'au- « tre, de maniére que le tranchant formé par ces « deux ſurfaces, regarde en bas. Ce rayon, après « avoir traverſé le priſme, entrera dans la cham- « bre, en s'étendant de bas en haut, & s'ira pein- « dre ſur le mur oppoſé. Il eſt encore mieux de le « recevoir ſur un carton bien blanc, à ſept ou « huit pas de la fenêtre, & il y formera une bande « verticale d'un pied de longueur, par exemple, & « de deux ou trois pouces de largeur. Cette bande « contiendra ſéparément les cinq *couleurs primiti-* « *ves*, rouge, jaune, verd, bleu & violet, qui la « diviſeront en cinq eſpaces un peu inégaux, en « commençant par le bas dans l'ordre précedent, « rouge, &c. Les nuances, ou les couleurs ſecon- « des, ſe trouveront entre les couleurs primitives, « dont elles participent ; ſçavoir, entre le rouge & « le jaune, le couleur d'or foncé ; entre le bleu azu- « ré & le violet, le bleu turquin, & ainſi des au- «

Digitized by Google

» tres. Si l'on fait passer au travers d'un autre pris-
» me, à quatre ou cinq pas du premier, une seule
» de ces couleurs séparées, qui composoient le
» rayon, elle ne changera point du tout en s'y rom-
» pant, parce qu'elle ne contient qu'une lumiére
» homogene : mais si on les ramasse toutes par le
» moyen de quelque verre convexe, elles se con-
» fondront, & il se formera de leur confusion un
» nouveau rayon de lumiére blanc tirant sur le jau-
» ne, & tel qu'il étoit en partant du Soleil, ou
» avant que d'avoir traversé ce premier prisme.
» On peut varier cette expérience de mille manié-
» res, & à force de filtrer, si je l'ose dire, & de
» tamiser ainsi la lumiére, se convaincre parfaite-
» ment qu'elle a toutes les proprietez dont j'ai fait
» mention. Il faut observer sur-tout que le diffé-
» rent degré de *réfrangibilité* de ses couleurs, lors-
» qu'elle passe au travers d'un prisme, est l'uni-
» que cause de leur séparation, & qu'ainsi le violet,
» par exemple, est plus *réfrangible* que le rouge
» de la quantité d'un angle, dont le sinus est pro-
» portionnel à la distance qu'il a du rouge au vio-
» let dans la bande verticale.

Fin du premier Tome.

C 11123
NAPOLI
Digitized by Google

TABLE
DES PROBLEMES.

PROBLEMES D'ARITHMETIQUE.

PROBLEME I. *Des Religieuſes ſont retirées en huit Cellules tellement diſpoſées, qu'il y en a quatre dans les quatre coins du Dortoir bâti en quarré, & chacune des quatre autres eſt au milieu de chaque côté. L'Abbeſſe, qu'on ſuppoſe aveugle, fait ſa viſite : elle compte le nombre des Religieuſes qui ſont dans les trois Cellules d'un rang ; elle trouve que le nombre des Religieuſes d'un rang eſt égal à celui de chaque autre rang, en prenant pour un rang deux Cellules des coins & celle du milieu. Cette Abbeſſe fait une ſeconde viſite, & compte dans chaque rang le même nombre de perſonnes que dans la premiére viſite, quoiqu'il y ſoit entré quatre hommes. Enfin dans la troiſiéme viſite qu'elle fait, elle trouve encore dans chaque rang le même nombre de perſonnes qu'auparavant, quoique les quatre hommes ſoient ſortis, & qu'ils ayent emmené chacun une Religieuſe.* page 1

PROBL. II. *On a mené ſur le bord d'une riviere un Loup, une Chévre & un Chou. On propoſe à un Batelier de les paſſer ſeul à ſeul, de maniére qu'en ſon abſence le Loup ne faſſe aucun mal à la Chévre, & que la Chévre ne touche point au Chou.* 3

PROBL. III. *Trois maris jaloux ſe trouvent avec leurs femmes pendant une nuit fort obſcure, au paſſage d'une riviere. Ils rencontrent un bateau ſans Batelier. Ce bateau eſt ſi petit, qu'il ne peut porter que deux perſonnes à la fois. On demande comment ces ſix perſonnes paſſeront deux à deux, de ſorte qu'aucune*

Digitized by Google

Femme ne demeure en la compagnie d'un ou de deux hommes, si son mari n'est présent. 4
PROBL. IV. *Faire l'addition d'une manière particulière, & qui soit inconnue à tout autre.* 5
PROBL. V. *Soustraire par une seule opération plusieurs sommes de plusieurs autres sommes données.* 6
PROBL. VI. *Multiplication abrégée.* 7
Multiplication par les doigts. 11
Autre Multiplication abrégée. 12
PROBL. VII. *Division abrégée.* 13
PROBL. VIII. *De quelques proprietez des nombres.* 16
Régle générale pour trouver tant de nombres amiables qu'on voudra. 39
Table des nombres premiers entre 1 *&* 10000. 47
PROBL. IX. *Des Triangles rectangles en nombres.* 50
PROBL. X. *De la Progression Arithmétique.* 56
QUESTION I. *Un proprietaire fait faire un puits à un Maçon, avec cette condition, qu'il lui donnera* 3 *livres pour la première toise de profondeur,* 5 *pour la seconde,* 7 *pour la troisiéme, & ainsi de suite en augmentant de* 2 *liv. à chaque toise, jusqu'à* 20 *toises de profondeur. On demande combien il sera dû au Maçon quand les* 20 *toises de profondeur seront achevées.* 60
QUEST. II. *Un Voyageur a fait* 100 *lieues en huit jours: chaque jour il a fait également plus de chemin que le jour précedent, & le premier jour il a fait* 2 *lieues; on demande combien de lieues il a fait chaque jour.* 61
QUEST. III. *Un Voyageur a fait* 100 *lieues en* 8 *jours, & il a fait chaque jour* 3 *lieues plus que le précedent; on demande combien de lieues il a fait chaque jour.* 62
QUEST. IV. *Un Voleur en s'enfuyant fait* 8 *lieues par jour; il est poursuivi par un Archer qui n'a fait que* 3 *lieues le premier jour,* 5 *le second,* 7 *le troisiéme, & ainsi de suite en augmentant de* 2 *lieues chaque jour. On demande en combien de jours l'Archer atteindra*

Digitized by Google

le Voleur, & combien de lieues chacun aura fait. 63

QUEST. V. *On suppose que de Paris à Lyon il y a* 100 *lieues, que deux Couriers sont partis en même tems & par la même route, l'un de Paris pour aller à Lyon, en faisant* 2 *lieues chaque jour plus que le précedent, & l'autre de Lyon pour venir à Paris en faisant* 3 *lieues chaque jour plus que le précedent: & que précisément au milieu du chemin ils se sont rencontrez, le premier au bout de* 5 *jours, & le second au bout de* 4 *jours. On demande combien de lieues ces deux Couriers ont fait chaque jour.* 64

QUEST. VI. *Il y a un panier & cent pommes rangées en ligne droite, & éloignées par tout d'un pas l'une de l'autre. On demande combien de pas feroit celui qui entreprendroit de cueillir ces pommes les unes après les autres, & de les rapporter dans le panier, qui resteroit toûjours dans la même place.* 65

QUEST. VII. *Un Marchand est convenu avec un de ses créanciers de lui donner de l'argent chaque semaine: la premiére semaine il lui a donné cent liv. la seconde quatre cens liv. il a augmenté chaque semaine son payement de trois cens liv. On demande combien il a payé la vingt-huitiéme semaine.* 66

QUEST. VIII. *Un reservoir a douze canaux: par le second il s'écoule dans une heure* 2 *pintes d'eau plus que par le premier: par le troisiéme* 2 *pintes plus que par le second, & ainsi de suite. On sçait que tous ces canaux laissent écouler* 168 *pintes d'eau dans une heure. On veut sçavoir combien chacun de ces canaux laisse écouler d'eau pendant une heure.* 67

QUEST. IX. *Un pere de famille ordonne par son testament que l'aîné de ses enfans prendra sur tous ses biens* 10000 *liv. & le septiéme de ce qui restera; que le second prendra* 20000 *liv. & le septiéme de ce qui restera; que le troisiéme prendra* 30000 *liv. & le septiéme de ce qui restera, & ainsi de suite en augmen-*

Digitized by Google

tant toûjours de 10000 *liv. avec le ſeptiéme du reſtant. Les enfans ayant ſuivi la diſpoſition du teſtament, il ſe trouve qu'ils ont été également partagez. On demande quel étoit le bien à partager, le nombre des enfans, & la ſomme que chacun a eu.* 67

PROBL. XI. *De la Progreſſion Géométrique.* 68

QUEST. I. *Un grand Navire en pourſuit un plus petit, dont il eſt éloigné de* 4 *lieues, & il va deux fois plus vîte que le plus petit : ils ſont ſur le même Rumb. On demande le chemin que le grand Navire doit faire pour atteindre le petit.* 75

QUEST. II. *On ſuppoſe qu'Achille aille dix fois plus vîte qu'une Tortue, qui auroit une lieue d'avance. On demande s'il eſt poſſible qu'Achille attrape cette Tortue, & à quelle diſtance il l'attrapera.* 76

QUEST. III. *Une pendule à deux aiguilles, l'une des heures, & l'autre des minutes. Suppoſons qu'elles partent toutes deux du point de midi, on demande en quel autre point elles doivent ſe rencontrer.* ibid.

QUEST. IV. *Un Maquignon vend un très-beau cheval ; il ſe contente du prix du vingt-quatriéme clou du cheval, pourvû qu'on veuille compter de maniére que du premier clou on donnât* 1 *denier, du ſecond* 2 *deniers, du troiſiéme* 4 *deniers, & ainſi de ſuite, en doublant les deniers juſqu'au vingt-quatriéme clou. On demande de quel prix ſeroit le cheval.* 77

QUEST. V. *Une vielle Dame poſſede trente-deux belles Terres ; elle eſt fort avare, elle aime l'argent encore plus que ſes Terres, elle voudroit en vendre quelques-unes, afin d'avoir le plaiſir de marcher ſur l'or ; mais pour ne point effrayer un de ſes héritiers, qui eſt homme de cœur, elle ne propoſe d'abord que la moindre à vendre, ſous prétexte que l'argent eſt rare, & qu'elle a quelques dettes à payer, quoique ſes coffres ſoient pleins. On offre de lui donner pour cette Terre*

la

Digitized by Google

la ſomme qui conviendroit à la trente-deuxiéme de ſes Terres, ſi on payoit 1 ſol pour la premiere, 2 ſols pour la ſeconde, 4 ſols pour la troiſiéme, & ainſi de ſuite en doublant les ſols juſqu'à la trente-deuxiéme Terre. Cette Dame appréhende d'être trompée, elle demande quel prix on lui donneroit de ſa Terre. 78

QUEST. VI. *On ſuppoſe qu'un grain de bled produiſe 50 autres grains dans la premiére année; qu'on ſeme ces 50 grains, & qu'ils produiſent chacun 50 grains la deuxiéme année, & ainſi de ſuite. On demande quel ſera le nombre des grains de bled qui ſeront produits pendant douze ans.* 79

QUEST. VII. 80

PROBL. XII. *Des Quarrez Magiques.* 82

Des Quarrez Magiques impairs, formez par des termes en progreſſion Arithmétique. 83

QUEST. *Diſpoſer en trois rangs les neuf premiéres cartes, depuis l'as juſqu'au neuf, de ſorte que tous les points de chaque rang pris en long, ou en large, ou en diagonale, faſſent enſemble une même ſomme.* 93

Des Quarrez Magiques pairs formez par des termes en progreſſion Arithmétique. 94

Des Quarrez Magiques pairs formez par des termes en progreſſion Géométrique. 98

Des Quarrez Magiques impairs, dont les termes ſont en progreſſion Géométrique. 100

Des Quarrez Magiques en proportion Harmonique. 101

PROBL. XIII. *Du Triangle Arithmétique.* 103

Des Combinaiſons. ibid.

QUEST. I. 112

QUEST. II. 113

Des Permutations. ibid.

Digitized by Google

QUEST. I. 118
QUEST. II. ibid.
QUEST. III. 119
QUEST. IV. ibid.
QUEST. V. 120
QUEST. VI. 121
QUEST. VII. 122
Des Partis du Jeu. 123
Du Jeu des Dez. 151
PROBL. XIV. *Pluſieurs Dez étant jettez, trouver le nombre des points qui en proviennent après quelques opérations.* 135
PROBL. XV. *Deux Dez étant jettez, trouver les points de deſſus de chaque Dé, ſans les voir.* 138
PROBL. XVI. *Trois Dez étant jettez, trouver les points de deſſus de chaque Dé, ſans les voir.* 140
PROBL. XVII. *Deviner le nombre que quelqu'un a penſé.* 143
PROBL. XVIII. *Trouver le nombre qui reſte à quelqu'un après quelques opérations, ſans lui rien demander.* 151
PROBL. XIX. *Trouver le nombre que quelqu'un aura penſé, ſans lui rien demander.* 154
PROBL. XX. *Deviner deux nombres que quelqu'un aura penſé.* 156
PROBL. XXI. *Deviner pluſieurs nombres que quelqu'un aura penſé.* 160
PROBL. XXII. *Une perſonne tenant dans une main un certain nombre pair de piſtoles, & un nombre impair en l'autre main, deviner en quelle main eſt le nombre pair.* 164
QUESTION. *Une perſonne tenant une piéce d'or dans une main, & une piéce d'argent en l'autre, trouver en quelle main eſt la piéce d'or, & en quelle main eſt la piéce d'argent.* 166

Digitized by Google

PROBL. XXIII. *Trouver deux nombres, dont on connoît la raiſon & la différence.* 167
QUESTION. *Quelqu'un ayant dans une main autant de piéces de monnoye que dans l'autre, deviner combien il y en a en chaque main.* 168
PROBL. XXIV. 169
QUEST. I. *Une perſonne ayant pris autant de jettons, ou piéces de monnoye dans une main que dans l'autre, deviner combien il y en a en tout.* 169
QUEST. II. *Une perſonne charitable ſortant de ſa maiſon, rencontre à ſa porte un certain nombre de pauvres, &c.* 175
QUEST. III. *De l'Aſne & du Mulet.* 176
QUEST. IV. *Les Graces portant des couronnes de fleurs, &c.* 178
QUEST. V. *Trois perſonnes veulent acheter une maiſon 26000 livres; mais ils ſont convenus que l'un donneroit la moitié de l'argent, l'autre le tiers, & le troiſiéme le quart. On demande combien ils doivent donner chacun.* 179
QUEST. VI. *Un pere en mourant laiſſe ſa femme enceinte, &c.* ibid.
QUEST. VII. *On dit d'une perſonne qu'elle a paſſé le quart de ſa vie en enfance, la cinquiéme partie en la jeuneſſe, le tiers en l'âge viril, & qu'il y a 13 ans qu'elle a commencé à entrer dans la vieilleſſe. On demande l'âge de cette perſonne.* ibid.
QUEST. VIII. *Quarante-une perſonnes ſe ſont trouvées à un repas: il y avoit des hommes, des femmes & des enfans. La dépenſe a été de 40 ſols; les hommes ont payé 4 ſols par tête, les femmes 3 ſols chacune, & les enfans 4 deniers chacun. On demande le nombre des hommes, celui des femmes, & celui des enfans.* 180
QUEST. IX. *Du Lion de bronze, &c.* ibid.

Digitized by Google

QUEST. X. *Trois Imprimeurs veulent entreprendre l'impreſſion d'un livre, &c.* 181

PROBL. XXV. *Deux perſonnes étant convenu de prendre à volonté des nombres moindres qu'un nombre propoſé, en continuant alternativement juſqu'à ce que tous leurs nombres faſſent enſemble un nombre déterminé plus grand que le propoſé, faire qu'on arrive le premier à ce nombre déterminé plus grand.* 182

PROBL. XXVI. *Diviſer un nombre donné en deux parties, dont la raiſon ſoit égale à celle de deux nombres donnez.* 184

QUEST. I. *Faire la monnoye d'un écu blanc en deux eſpéces differentes, en ſorte qu'il y ait autant d'une eſpéce que de l'autre.* 185

QUEST. II. *Un Marchand de vin n'a que deux ſortes de vins, l'un à 10 ſols, & l'autre à 5 ſols la bouteille. On lui demande 30 bouteilles de vin à 8 ſols. Que doit-il faire pour mêler ces deux vins, de ſorte que la bouteille revienne à 8 ſols?* 187

PROBL. XXVII. *Trouver un nombre tel qu'étant diviſé ſéparément par des nombres donnez, il reſte par tout 1, & étant diviſé par un autre nombre donné, il ne reſte rien.* 188

QUESTION. *Trouver combien il y avoit de louïs d'or dans une bourſe, qu'une perſonne dit avoir perdue, & qui aſſure qu'en les comptant deux à deux, ou trois à trois, ou cinq à cinq, il en reſtoit toûjours un, & qu'en les comptant ſept à ſept, il n'en reſtoit point.* 192

PROBL. XXVIII. *Diviſer pluſieurs nombres donnez chacun en deux parties, & trouver deux nombres, en ſorte que multipliant la premiére partie de chacun des nombres donnez par le premier nombre trouvé, & la ſeconde par le ſecond, la ſom-*

Digitized by Google

me des deux produits ſoit par tout la même. 199
QUEST. I. *Une femme a vendu* 10 *pommes au marché à un certain prix ; une autre femme en a vendu* 25 *au même prix, & une troiſiéme femme en a vendu* 30 *auſſi au même prix, & chacune a rapporté une même ſomme d'argent. On demande comment cela ſe peut faire.* 201
QUEST. II. *Du Chef de cuiſine, &c.* 211
QUEST. III. *Une femme de la campagne a porté au marché des œufs, des fromages, &c.* 212
PROBL. XXIX. *Pluſieurs nombres pris ſuivant leur ſuite naturelle* 1, 2, 3, 4, *&c. étant diſpoſez en rond, deviner celui que quelqu'un aura penſé.* ibid.
PROBL. XXX. *Ayant fait prendre à trois perſonnes un nombre de jettons ou de cartes à certaines conditions, deviner combien chacun en aura pris.* 214
PROBL. XXXI. *De trois cartes inconnues, deviner celle que chacune des trois perſonnes aura priſe.* 215
PROBL. XXXII. *Trois cartes ayant été préſentées à trois perſonnes, deviner celle que chacun aura priſe.* 217
PROBL. XXXIII. *Deviner entre pluſieurs cartes celle que quelqu'un aura penſée.* 218
PROBL. XXXIV. *Pluſieurs cartes différentes étant propoſées ſucceſſivement à autant de perſonnes, pour en retenir une dans ſa memoire, deviner celle que chacun aura penſé.* 219
PROBL. XXXV. *Pluſieurs cartes étant diſpoſées également en trois rangs, deviner celle que quelqu'un aura penſé.* 220
PROBL. XXXVI. *Deviner combien il y a de points dans une carte que quelqu'un aura tirée d'un jeu de cartes.* 221
PROBL. XXXVII. *Deviner le nombre de tous les points qui ſont en deux cartes qu'on aura tirées*

Digitized by Google

d'un jeu de cartes entier. 222

PROBL. XXXVIII. *Deviner le nombre de tous les points qui ſont en trois cartes, qu'on aura tirées à volonté d'un jeu de cartes.* 224

PROBL. XXXIX. *De 16 jettons, deviner celui que quelqu'un aura penſé.* 231

PROBL. XL. *Du Jeu de l'Anneau.* 233

PROBL. XLI. *Pluſieurs cartes étant diſpoſées en divers rangs, deviner celle que quelqu'un aura penſé.* 236

PROBL. XLII. *Ayant un vaſe rempli de huit pintes de quelque liqueur, en mettre juſtement la moitié dans un autre vaſe de cinq pintes, par le moyen d'un troiſiéme vaſe contenant trois pintes.* 238

PROBL. XLIII. *Une perſonne a une bouteille de douze pintes pleine de vin : il en veut donner ſix pintes au Frere Queſteur ; il n'a pour les meſurer que deux autres bouteilles, l'une de ſept pintes, & l'autre de cinq. Que doit-il faire pour avoir les ſix pintes dans la bouteille de ſept pintes ?* 240

PROBL. XLIV. *Partager à trois perſonnes vingt-un tonneaux, dont il y en a ſept vuides, ſept pleins, & ſept demi pleins ; de telle maniere que ces trois perſonnes ayent autant de tonneaux & de vin l'une que l'autre.* 242

PROBL. XLV. *Quinze Chrêtiens & quinze Turcs ſe trouvant, &c.* 246

PROBL. XLVI. *Trois choſes ayant été diſtribuées ſecretement à trois perſonnes, deviner celle que chacun aura pris.* 250

PROBL. XLVII. *Trois perſonnes ont un certain nombre d'écus : la premiére perſonne donne des ſiens aux deux autres autant qu'elles en ont chacune ; enſuite la ſeconde en donne aux deux autres autant qu'elles en ont chacune ; enfin la troiſiéme en*

Digitized by Google

donne aux deux autres autant qu'elles en ont chacune. Cette distribution étant faite, il se trouve, que chaque personne a huit écus. On demande combien elles en avoient chacune. 253

PROBL. XLVIII. *Il se trouve trois personnes dans une compagnie, la seconde est plus âgée que la premiére de douze ans, la troisiéme est plus âgée que la seconde de treize ans : leurs trois âges font le nombre de cent ans. On demande quel est l'âge de chaque personne.* 254

PROBL. XLIX. *Découvrir si un ouvrage que l'Ouvrier assure être de pur or, est mêlé d'argent, sans l'endommager.* ibid.

PROBL. L. *Un Boucher donne commission d'acheter pour cent écus cent bêtes, sçavoir, des bœufs, des veaux, &c.* 255

PROBL. LI. QUEST. I. *Un particulier a fait marché avec un Ouvrier pour creuser un puits, &c.* 256

QUEST. II. *Un Tailleur a pris six aulnes de draps, qui a trois quarts de large, pour faire un habit complet : on veut sçavoir combien il faut d'aulnes d'une étoffe qui n'a qu'une demie aulne de large.* 357

PROBL. LII. *Faire parcourir au Cavalier du Jeu des Echets toutes les cases du Damier, l'une après l'autre, sans entrer deux fois dans la même case.* 260

PROBLEMES DE GEOMETRIE.

PROBLEME I. *Elever une perpendiculaire à une ligne donnée par l'une de ses extrêmitez.* 270

PROBL. II. *Mener par un point donné une ligne parallele à une ligne donnée.* 271

PROBL. III. *Diviser d'une même ouverture de compas une ligne donnée en autant de parties égales qu'on voudra.* 272

Digitized by Google

PROBL. IV. *Faire un angle qui soit la moitié, ou le double d'un angle donné.* 273
PROBL. V. *Faire un angle qui soit le tiers, ou le triple d'un angle donné.* 274
PROBL. VI. *Trouver à deux lignes données une troisième, & autant d'autres proportionnelles qu'on voudra.* ibid.
PROBL. VII. *Décrire sur une ligne donnée autant de Triangles différens qu'on voudra, dont les aires soient égales.* 275
PROBL. VIII. *Décrire sur une ligne donnée autant de Triangles différens qu'on voudra, dont les contours soient égaux.* 276
PROBL. IX. *Décrire deux Triangles isoscèles différens, de même aire, & de même contour.* 277
PROBL. X. *Décrire trois différens Triangles rectangles, dont les aires soient égales.* 280
PROBL. XI. *Décrire trois Triangles égaux, dont le premier soit rectangle, le second soit acutangle, & le troisième soit obtusangle.* 282
PROBL. XII. *Trouver une ligne droite égale à un arc de cercle donné* 284
PROBL. XIII. *Trouver entre deux lignes données une, ou deux, ou trois moyennes proportionnelles.* 286
PROBL. XIV. *Décrire dans un cercle donné quatre cercles égaux qui se touchent mutuellement, & qui touchent aussi la circonférence du cercle donné.* 288
PROBL. XV. *Décrire dans un demi-cercle donné trois cercles, qui touchent la circonférence & le diamétre de ce demi-cercle donné, & dont celui du milieu, qui est le plus grand, touche les deux autres, qui sont égaux.* 289
PROBL. XVI. *Décrire quatre cercles proportionnels, en sorte que leur somme soit égale à un cercle donné,*

Digitized by Google

donné, & que la somme de leurs rayons soit égale à une ligne donnée, 290

PROBL. XVII. *Déterminer sur la circonférence d'un cercle donné un arc, dont le sinus soit égal à la corde d'un complement de cet arc.* 291

PROBL. XVIII. *Décrire un Triangle rectangle, dont les trois côtez soient en proportion Géométrique.* 292

PROBL. XIX. *Décrire quatre cercles égaux qui se touchent mutuellement, & qui touchent par le dehors la circonférence d'un cercle donné.* 294

PROBL. XX. *Décrire un Triangle rectangle, dont les trois côtez soient en Proportion Arithmétique.* 295

PROBL. XXI. *Décrire autour d'un Triangle équilateral donné six cercles égaux, qui se touchent mutuellement, dont trois touchent les trois côtez du Triangle, & les trois autres sont portez par ses sommets.* 296

PROBL. XXII. *Plusieurs demi cercles qui se touchent au sommet de l'angle droit de deux lignes perpendiculaires, & qui ont leurs centres sur l'une de ces deux lignes étant donnez; déterminer les points où ces demi-cercles peuvent être touchez par des lignes droites tirées de ces points à un point donné sur l'autre ligne perpendiculaire.* 297

PROBL. XXIII. *Décrire un Triangle rectangle, dont l'aire exprimée en nombre, soit égale au contour.* 298

PROBL. XXIV. *Décrire au dedans d'un Triangle équilateral, trois cercles égaux qui se touchent mutuellement, & qui touchent aussi les trois côtez de ce Triangle.* 299

PROBL. XXV. *Décrire un Triangle rectangle, dont l'aire exprimée en nombre, soit sesquialtere du*

Digitized by Google

contour auſſi exprimé en nombres. 301

PROBL. XXVI. *Décrire au dedans d'un quarré donné quatre cercles égaux, qui ſe couchent mutuellement, & qui touchent auſſi les côtez de ce quarré.* 302

PROBL. XXVII. *Décrire un Parallelogramme rectangle, dont l'aire exprimée en nombres, ſoit égale au contour.* 303

PROBL. XXVIII. *Meſurer avec le chapeau une diſtance qui n'eſt acceſſible qu'en une de ſes extrêmitez.* 305

PROBL. XXIX. *Meſurer une ligne horiſontale, qui n'eſt acceſſible qu'en l'une de ſes deux extrêmitez, par le moyen de deux bâtons inégaux.* 306

PROBL. XXX. *Meſurer une hauteur acceſſible par le moyen de ſon ombre.* 307

PROBL. XXXI. *Trouver à trois lignes données une quatriéme proportionnelle.* ibid.

PROBL. XXXII. *Décrire ſur une ligne donnée un Parallelogramme rectangle, dont l'aire ſoit double de celle d'un Triangle donné.* 308

PROBL. XXXIII. *Changer un Triangle donné en un autre Triangle, dont chaque côté ſoit plus grand que chaque côté du Triangle donné.* ibid.

PROBL. XXXIV. *Deux demi-cercles qui ſe touchent en dedans étant donnez ſur une même ligne droite. décrire un cercle qui touche la ligne droite, & les circonferences des deux demi-cercles donnez.* 309

PROBL. XXXV. *Trois demi-cercles qui ſe touchent en dedans, étant donnez ſur une ligne droite, décrire un cercle qui touche les circonferences des trois demi-cercles.* 311

PROBL. XXXVI. *Trois demi-cercles qui ſe touchent en dedans, étant donnez, &c.* 312

PROBL. XXXVII. *Décrire un Triangle, dont l'ai-*

Digitized by Google

re & le contour ſoient un même nombre quarré. 314
PROBL. XXXVIII. *Faire paſſer une circonference de cercle par trois points donnez, ſans en connoître le centre.* 315
PROBL. XXXIX. *Deux lignes perpendiculaires à une ligne tirée par leurs extrêmitez, étant données, trouver ſur cette ligne auſſi donnée, un point également éloigné des deux autres extrêmitez des deux lignes données.* 316
PROBL. XL. *Décrire deux Triangles rectangles, dont les lignes ſoient telles, &c.* 317
PROBL. LXI. *Diviſer la circonference d'un demi-cercle donné en deux arcs inégaux, en ſorte que le demi-diamétre ſoit moyen proportionnel entre les cordes de ces deux arcs.* 319
PROBL. LXII. *Une Echelle d'une longueur connue, &c.* 320
PROBL. LXIII. *Meſurer une diſtance acceſſible ſur la terre par le moyen de la lumiere & du bruit d'un Canon.* 321
PROBL. LXIV. *Meſurer la ſurface d'un Parallelogramme.* 323
PROBL. XLV. *Meſurer la ſurface d'un Cercle.* 325
QUEST. I. *Une Cuiſiniere étant allée au marché, &c.* 327
QUEST. II. *Une corde de 10 pieds de long entoure 200 piques; on veut ſçavoir combien une corde de 8 pieds de long entourera de piques.* 328
QUEST. III. *Sempronius a emprunté de Caius un ſac de blé, qui avoit 5 pieds de haut & 4 pieds de large: quand il falut rendre le blé, Sempronius prit quatre ſacs hauts de 5 pieds, &c.* ibid.
QUEST. IV. V. VI. ibid.
PROBL. XLVI. *Tracer un ovale ſur le terrein.* 329
PROBL. XLVII. *Meſurer la ſurface d'un ovale.* 330

Digitized by Google

PROBLEMES DE MUSIQUE.

PROBLEME I. *Faire sur les accords les quatre opérations de l'Arithmétique.* 332

PROBL. II. *Exprimer les accords par Logarithmes.* 334

PROBL. III. *Partager l'intervalle de l'Octave en sept autres intervalles simples, qui sont les Tons & demi-Tons.* 335

PROBL. IV. *Mesurer la durée des Tons.* 341

PROBL. V. *Faire trembler sensiblement & à vûe d'œil la corde d'une Baſſe de Viole, ou de quelqu'autre Inſtrument, ſans que perſonne y touche.* 342

PROBLEMES D'OPTIQUE.

PROBL. I. *Faire qu'un objet étant vû de loin, ou de près, paroiſſe toûjours de la même grandeur.* 346

PROBL. II. *La ligne AC étant donnée, & la ligne CZ indéterminée étant perpendiculaire ſur AC à ſon extrêmité C, trouver dans la ligne CZ un point D, d'où la partie AB de la ligne AC ſoit vûe la plus grande qu'elle puiſſe être vûe dans toute l'étendue de la ligne CZ.* 347

PROBL. III. *L'œil étant placé en un point comme B, & regardant vers la ligne AE, couper de cette ligne la partie DE, qui ſoit vûe de la même grandeur qu'une autre partie AC de la même ligne AE.* 348

PROBL. IV. *Trouver un point, duquel deux parties inégales d'une ligne droite paroiſſent égales.* 349

PROBL. V. *Un Anneau étant placé à une certaine diſtance, propoſer de l'enfiler avec une Baguette recourbée par l'une de ſes extrêmitez.* 350

PROBL. VI. *Repreſenter en Perſpective tel objet que l'on voudra, ſans ſe ſervir de point de vûe.* 351

Digitized by Google

PROBL. VII. *Représenter en perspective un Polyëdre équilateral, terminé par six quarrez égaux, & par huit exagones réguliers & égaux entr'eux.* 352

PROBL. VIII. *Représenter en perspective un Polyëdre équilateral, terminé par six Quarrez égaux, & par huit Triangles équilateraux, & égaux entr'eux.* 355

PROBL. IX. *Représenter en perspective un Polyëdre équilateral, terminé par six Quarrez égaux, & par douze Triangles isoscéles & égaux entr'eux, dont la hauteur est égale à la base.* ibid.

PROBL. X. *Représenter en perspective un Polyëdre équilateral, terminé par douze Quarrez égaux, par huit exagones réguliers & égaux, & par six octogones réguliers & égaux.* 357

PROBL. XI. *Un point de quelque objet, & le lieu de l'œil, étant donnez, trouver le point de réflexion sur la surface d'un Miroir plat.* 359

PROBL. XII. *Tirer par derriere l'épaule un pistolet aussi justement que si on le couchoit en joue.* 360

PROBL. XIII. *Les points de l'œil & de quelque objet, avec le point de réflexion sur la surface d'un Miroir plan, étant donnez, déterminer le lieu où l'on doit voir l'image de l'objet proposé.* 361

PROBL. XIV. *Se représenter dans un Miroir comme volant.* 363

PROBL. XV. *Disposer plusieurs Miroirs de maniere qu'on se voye dans chacun en même temps.* ibid.

PROBL. XVI. *Un mari jaloux étant dans une chambre, lui faire voir ce que fait sa femme, &c.* 364

PROBL. XVII. *Faire paroître dans un Miroir un autre objet que celui qui semble devoir y être représenté.* 365

PROBL. XVIII. *Faire une boete où l'on voye des objets, &c.* 367

Digitized by Google

PROBL. XIX. *Faire une machine d'Optique, où il paroîtra une gallerie, &c.* 368
PROBL. XX. *Mesurer une hauteur par reflexion.* 372
Des Miroirs cylindriques & spheriques. 373
PROBL. XXI. *Les points de l'œil & de quelque objet, avec le point de reflexion sur la surface convexe d'un Miroir sphérique, étant donnez, déterminer l'endroit où l'on doit voir l'image de l'objet proposé.* ibid.
PROBL XXII. *Déterminer le lieu de quelque objet, vû par reflexion sur la surface d'un Miroir cylindrique.* 376
PROBL. XXIII. *Les points de l'œil & de quelque objet, avec le point de reflexion sur la surface concave d'un Miroir sphérique, étant donnez, déterminer l'endroit où l'on doit voir l'image de l'objet proposé.* 377
PROBL. XXIV. *Des Miroirs ardans.* 379
PROBL. XXV. *Construire une chambre optique, où l'on voye les objets plus grands que la boete.* 390
PROBL. XXVI. *Faire le moule d'un Miroir concave sphérique.* ibid.
PROBL. XXVII. *Faire la composition que l'on employe aux Miroirs de métal.* 392
PROBL. XXVIII. *Polir les Miroirs de métal.* 393
Du Sable ou Grez. ibid.
Du Tripoli. 394
De la Potée d'Etain. 395
Des Spheres de verre, propres à produire du feu aux rayons du soleil. 396
PROBL. XXIX. *Trouver le foyer d'une Sphere ou boule de verre.* ibid.
Des Lentilles de verre, propres à produire du feu aux rayons du soleil. 403
PROBL. XXX. *Trouver le foyer des Lentilles de ver-*

Digitized by Google

re convexes d'un côté & planes de l'autre, faites en forme de segment de Sphere. ibid.
PROBL. XXXI. *Trouver le foyer des Lentilles de verre, convexes des deux côtez.* 406
PROBL. XXXII. *Trouver le foyer des Lentilles de verre, convexes d'un côté, & concaves de l'autre.* 407
PROBL. XXXIII. *Repreſenter dans une chambre fermée les objets, &c.* 411
PROBL. XXXIV. *Conſtruire une chambre obſcure, qu'on puiſſe tranſporter.* 415
Uſage de la Machine qu'on vient de décrire. 420
I. *Repréſenter les objets dans leur ſituation naturelle.* ibid.
II. *Repreſenter les objets, en faiſant paroître à droite ce qui doit être à gauche.* 421
III. *Repreſenter tour à tour les objets qui ſont aux environs d'une campagne ou d'un jardin, &c.* 423
IV. *Repreſenter des Tableaux ou des Tailles-douces.* ibid.
PROBL. XXXV. *Des Verres à facettes.* 426
PROBL. XXXVI. *Conſtruire un Tableau Magique.* 428
PROBL. XXXVII. *De la Lanterne Magique.* 429
PROBL. XXXVIII. *Des Lunettes d'approche ou Teleſcopes.* 430
Des Microſcopes. 434
PROBL. XXXIX. *Faire une Lentille pour un Microſcope ſimple.* 435
PROBL. XL. *Faire un Microſcope avec la Lentille dont on vient de donner la conſtruction.* 436
Uſage de ce Microſcope. ibid.
PROBL. XLI. *Faire un Microſcope avec une goute d'eau.* ibid.
De la Perſpective curieuſe. 439
PROBL. XLII. *Décrire ſur un plan une figure difforme, qui paroiſſe au naturel, étant regardée d'un*

Digitized by Google

point déterminé. 439
PROBL. XLIII *Décrire sur un plan une figure difforme, qui paroisse dans sa perfection, étant vûe par réflexion dans un Miroir plan.* 440
PROBL. XLIV. *Decrire sur un plan horisontal une figure difforme, qui paroisse au naturel sur un plan vertical transparant, posé entre l'œil & la figure difforme.* 442
PROBL. XLV. *Décrire sur la surface convexe d'une Sphere une figure difforme, qui paroisse au naturel, étant regardée d'un point déterminé.* 443
PROBL. XLVI. *Décrire sur la surface convexe d'un cylindre une figure difforme, qui paroisse belle quand elle sera vûe d'un point déterminé.* 445
PROBL. XLVII. *Décrire sur la surface convexe d'un cone une figure difforme, qui paroisse en son naturel, étant regardée d'un point déterminé.* 446
PROBL. XLVIII. *Décrire sur un plan horisontal une figure difforme, qui paroisse belle sur la surface convexe d'un Miroir cylindrique droit, étant vûe par réflexion d'un point donné.* 448
PROBL. XLIX. *Décrire sur un plan horisontal une figure difforme qui paroisse belle sur la surface convexe d'un Miroir conique élevé à angles droits sur ce plan, étant vûe par réflexion d'un point donné dans l'axe prolongé de ce cone.* 451
PROBL. L. *Décrire une Lanterne artificielle, par le moyen de laquelle on puisse lire la nuit de fort loin.* 453
PROBL. LI. *Par le moyen de deux Miroirs plans faire paroître un visage sous des formes différentes.* 455
PROBL. LII. *Faire voir un Jetton qui seroit caché à l'œil dans le fond d'un vase vuide.* 456
PROBL. LIII. *Représenter une Iris sur le plancher d'une chambre obscure.* 457

Fin de la Table du I. Tome.

Digitized by Google

TABLE DU TOME I.

DES RECREATIONS MATHEMATIQUES,

Servant à trouver les pages où ſont placées les Figures. Les petits chifres qui ſont deſſus les chifres des Figures, ſervent à trouver les pages où il en eſt fait mention.

Pages	Planches.	Figures.
103	I	pa. 114 103 213 270 271 272 fig. 1 2 3 4 5
113	*	pa. 121 112 323 323 324 324 329 fig. 1 2 3 4 5 6
275	II	pa. 373 274 274 275 276 277 fig. 6 7 8 9 10 11
281	III	pa. 280 282 284 286 287 288 fig. 12 13 14 15 16 17
290	IV	pa. 289 290 fig. 18 19
291	V	pa. 291 292 294 fig. 20 21 22
297	VI	pa. 295 295 296 297 fig. 23 24 25 26
299	VII	pa. 298 199 301 302 393 fig. 27 28 29 30 31
307	VIII	pa. 305 306 307 307 308 308 fig. 32 33 34 35 36 37 pa. 309 fig. 38
311	IX	pa. 311 312 314 31 315 fig. 39 40 41 42 43
317	X	pa. 316 317 319 346 340 349 fig. 44 45 46 47 48 49 pa. 347 361 359 360 fig. 50 51 52

Digitized by Google

Pages	*Planches.*	*Figures.*
338	2 *	*pa.* 347 348 *fig.* 7 8
351	XI	*pa.* 360 372 351 *fig.* 53 54 55
352	XII	*pa.* 352 352 *fig.* 56 56
353	XIII	*pa.* 353 354 *fig.* 57 58
355	XIV	*pa.* 354 355 *fig.* 59 60
356	XV	*pa.* 351 352 *fig.* 61 62
356	XVI	*pa.* 356 *fig.* 63
356	XVII	*pa.* 356 356 *fig.* 64 65
356	XVIII	*pa.* 356 376 *fig.* 66 67
357	XIX	*pa.* 357 378 *fig.* 68 69
359	XX	*pa.* 358 377 *fig.* 70 71
365	3 *	*pa.* 365 367 390 413 413 *fig.* 9 10 11 12 13
381	XXI	*pa.* 380 396 403 405 406 407 *fig.* 72 73 74 75 76 77 *pa.* 408 409 *fig.* 78 79
416	4 *	*pa.* 423 420 416 417 *fig.* 14 15

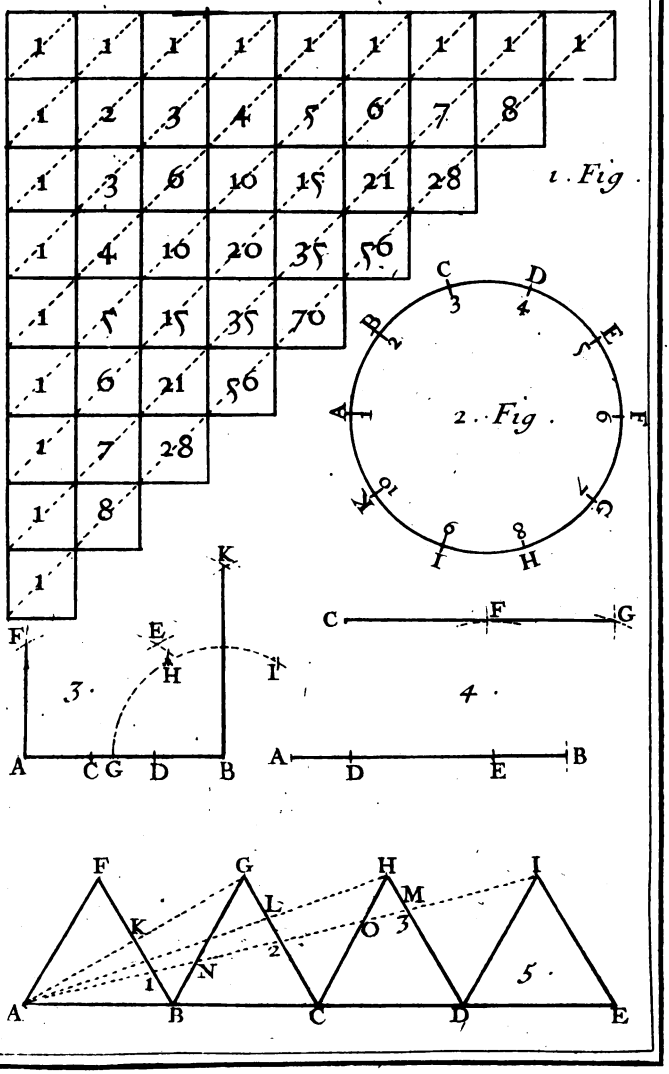
Digitized by Google

Pages	*Planches.*	*Figures.*
427	5 *	*pa.* 426 427 428 *fig.* 16 17 18
430	6 *	*pa.* 429 456 *fig.* 19 20
440	XXII	*pa.* 439 440 441 *fig.* 80 81 82
442	XXIII	*pa.* 442 *fig.* 83
443	XXIV	*pa.* 443 445 *fig.* 84 85
447	XXV	*pa.* 446 448 448 *fig.* 86 87 88 88
452	XXVI	*pa.* 451 *fig.* 89

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google



Tome I. Planche 1.

Digitized by Google

Figure. Ier pa. 113

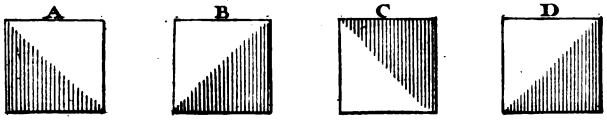


Figure. 3.

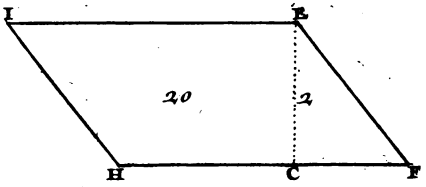


Figure. 2.

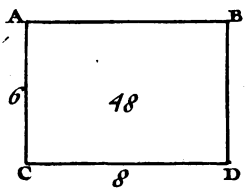


Figure 5

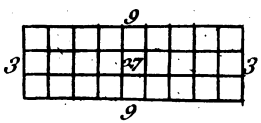


Figure 4

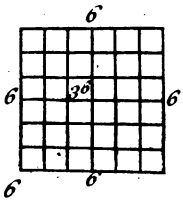


Figure 6

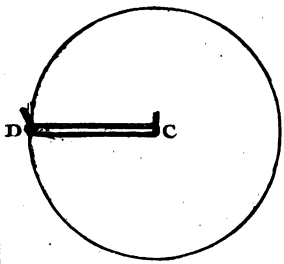
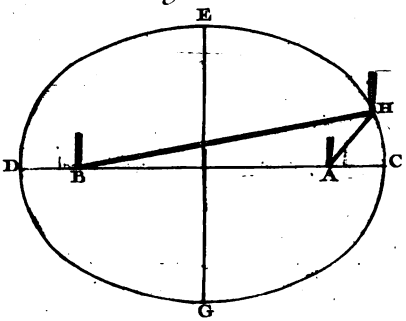


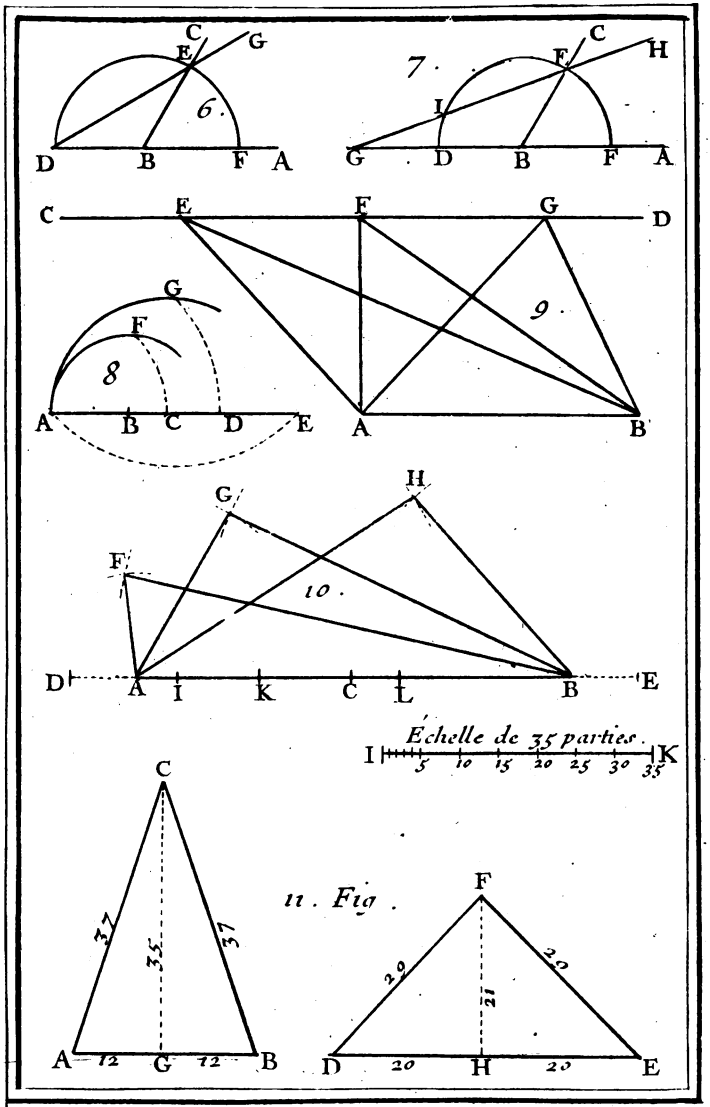
Figure 6



To. I. Pl. 2.

Digitized by Google

Digitized by Google

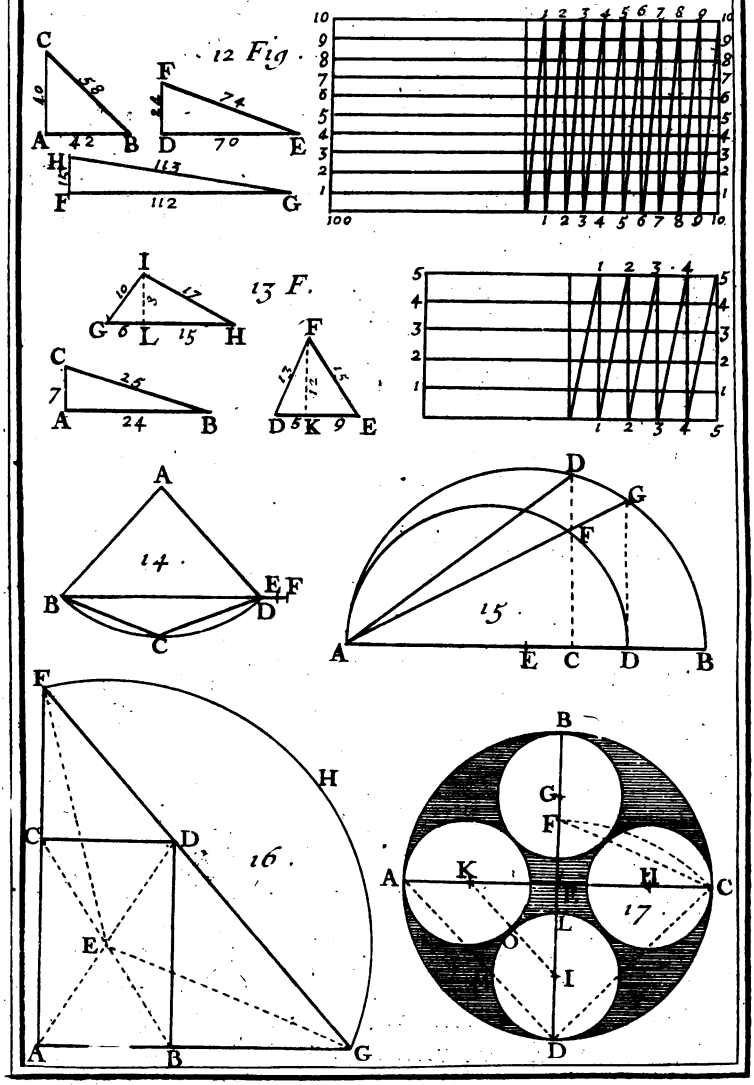


To. I. pl 3

Digitized by Google

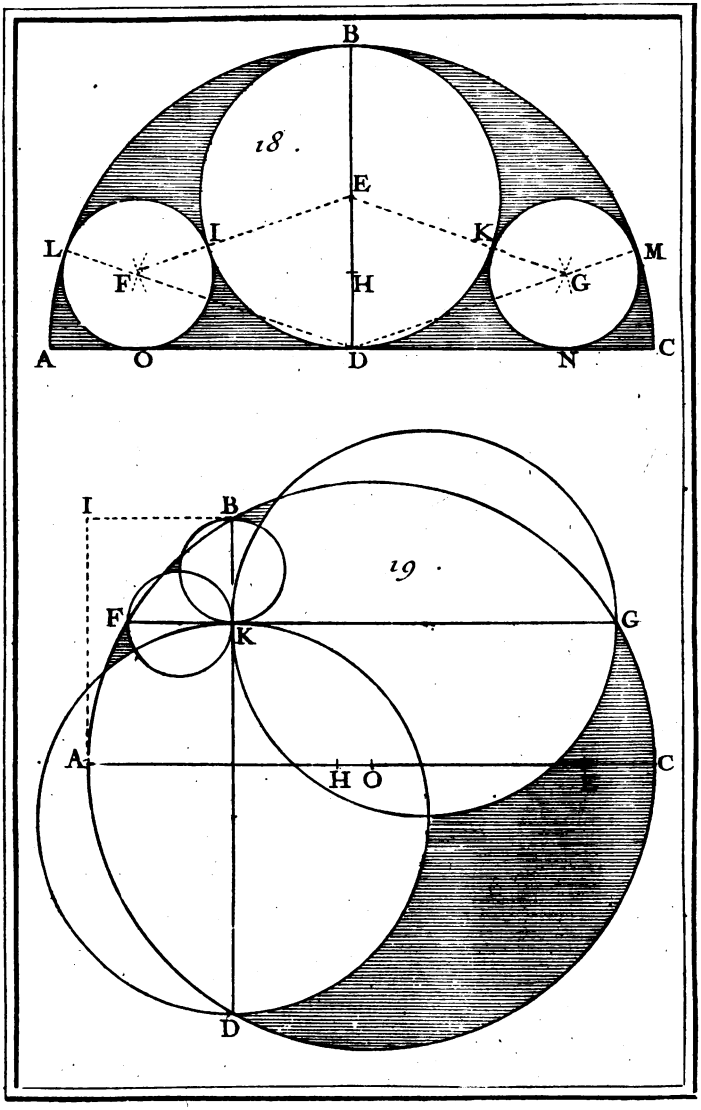
Digitized by Google

Digitized by Google



To. I. Pl. 4.

Digitized by Google

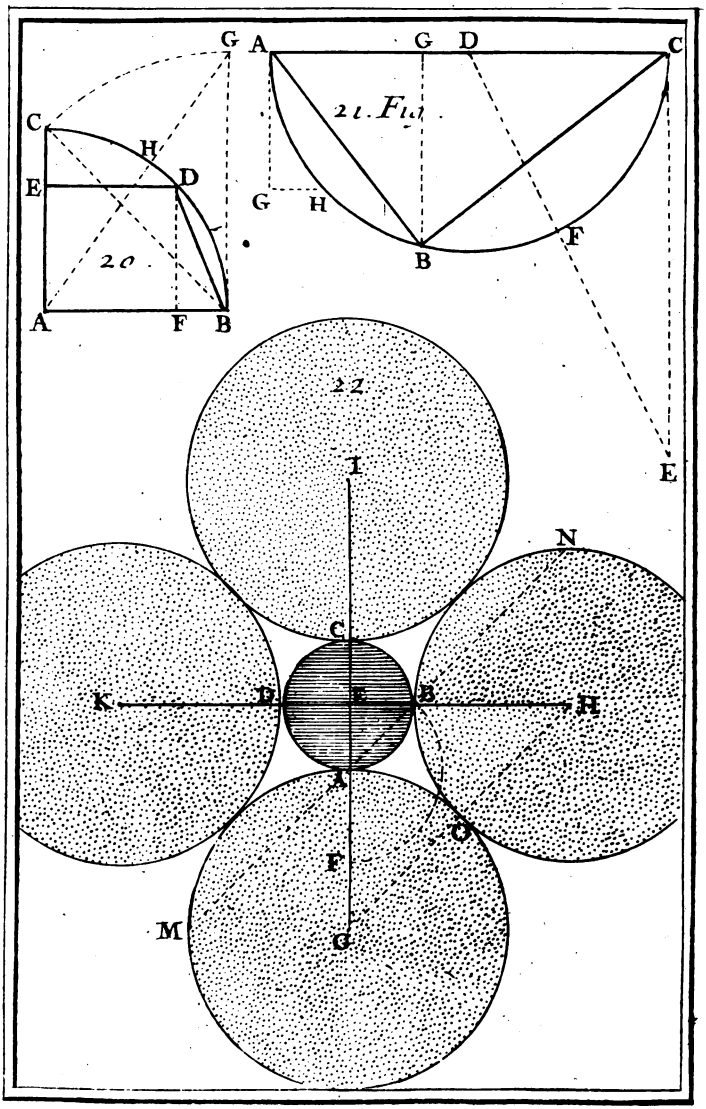


To . 1 . Pl . 5

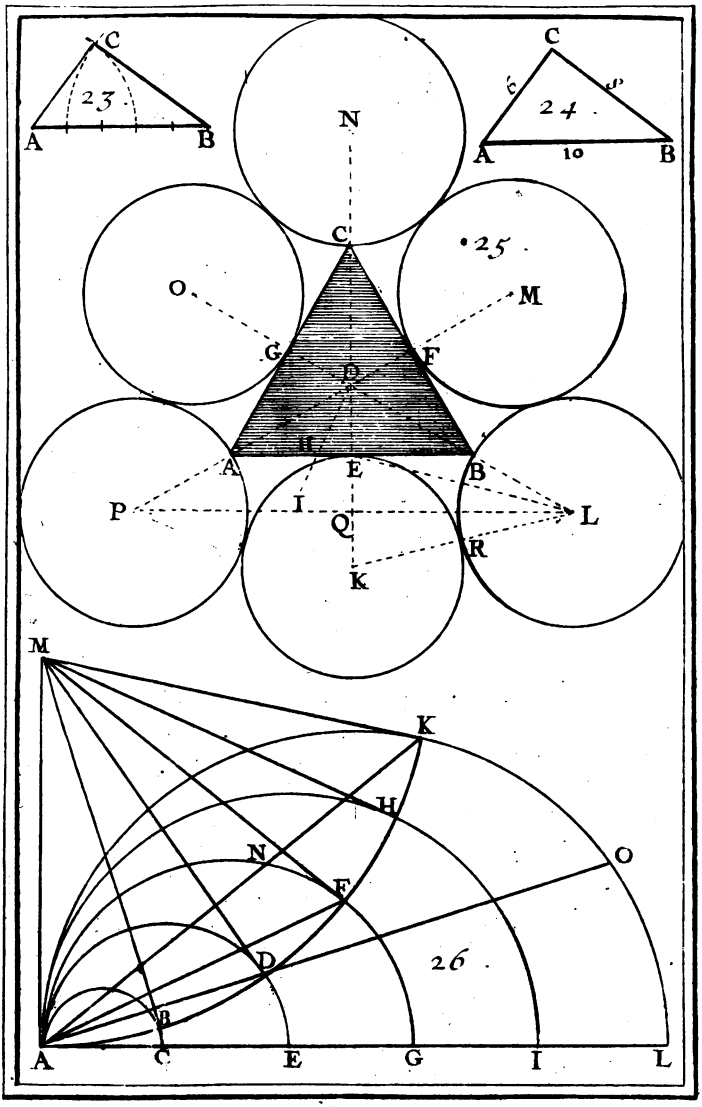
Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google



Digitized by Google

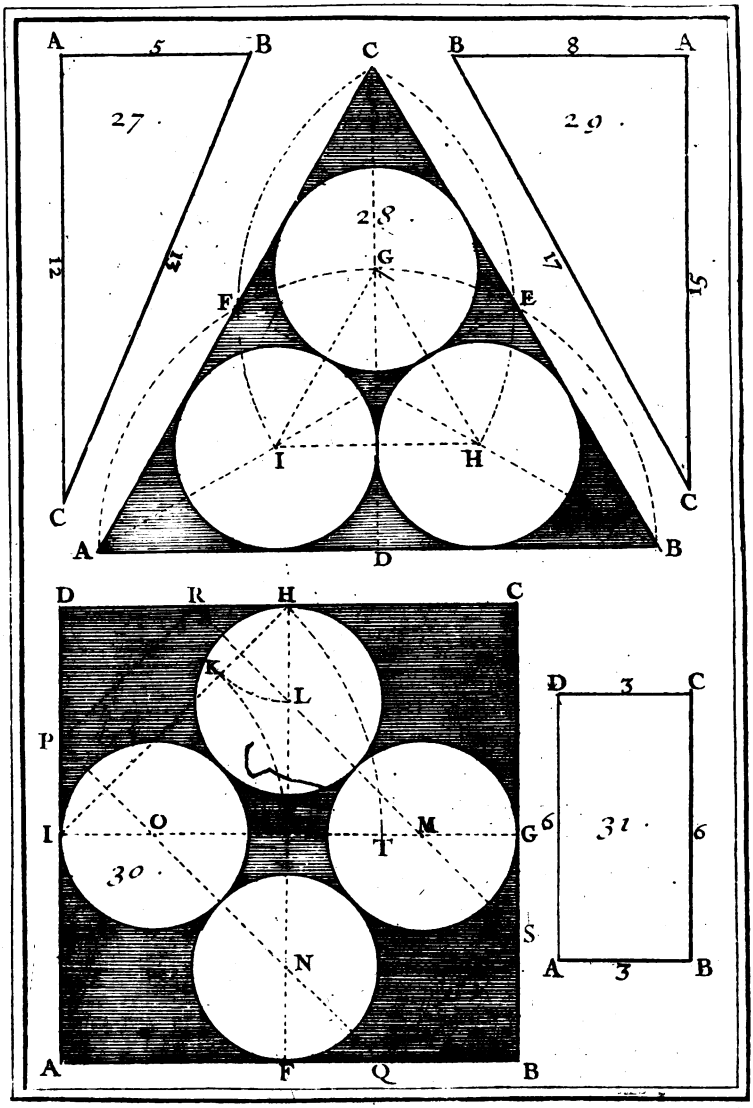


To. I. Pl. 7.

Digitized by Google

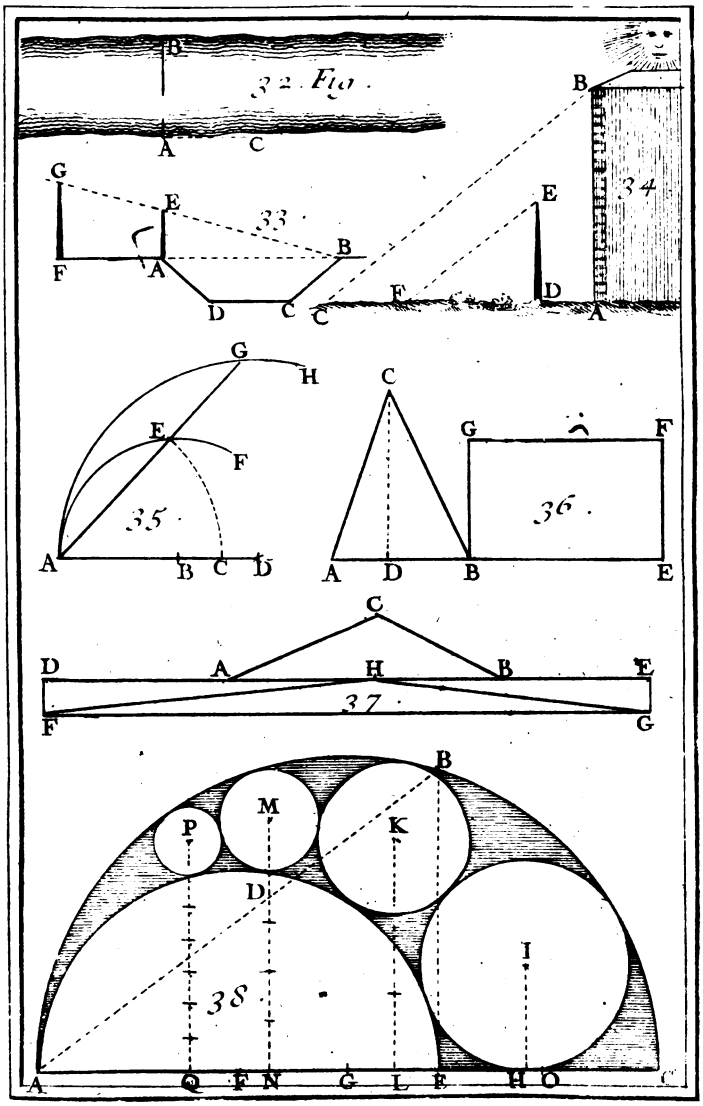
Digitized by Google

Digitized by Google



To. I. Pl. 8.

Digitized by Google



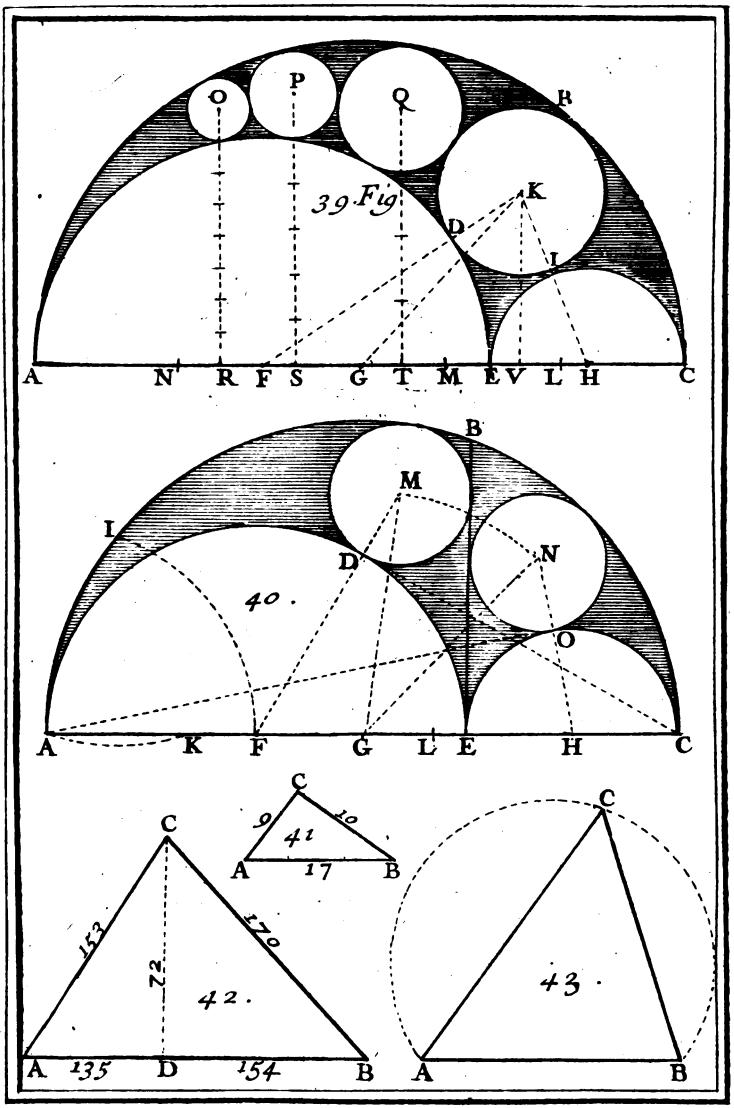
To. I. Pl. 9.

Digitized by Google

Digitized by Google

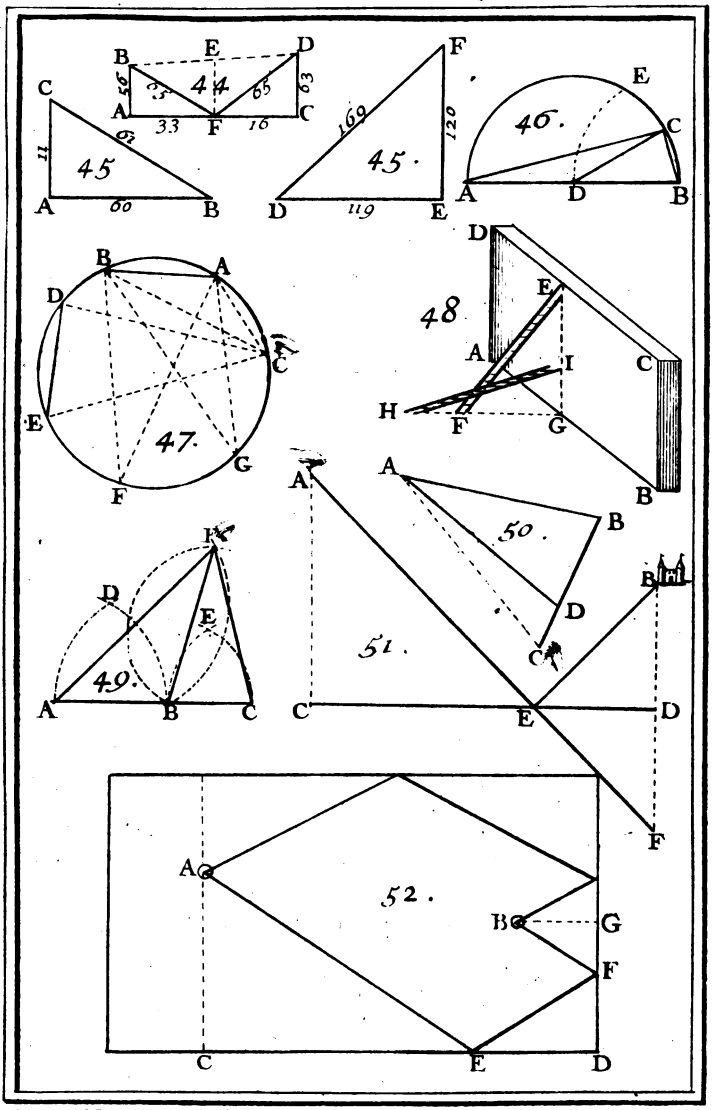


Digitized by Google



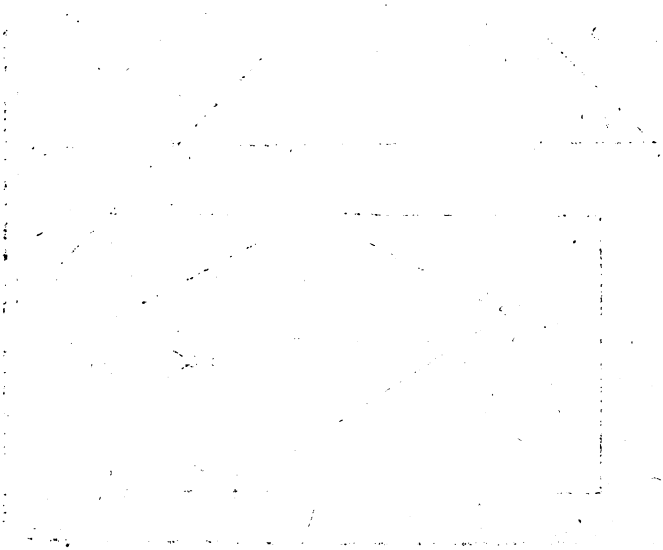
To I. Pl. 10.

Digitized by Google



To. I. Pl. 11.

Digitized by Google

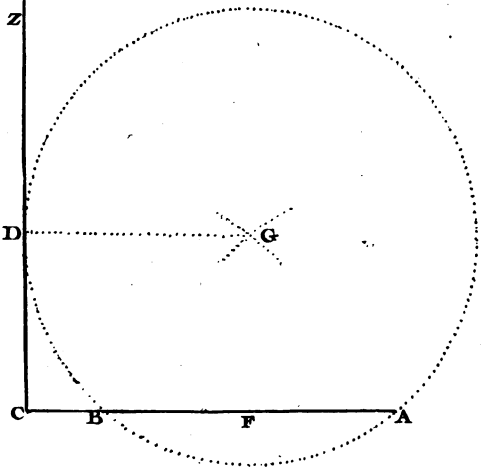


Digitized by Google

Musique. page. 338.

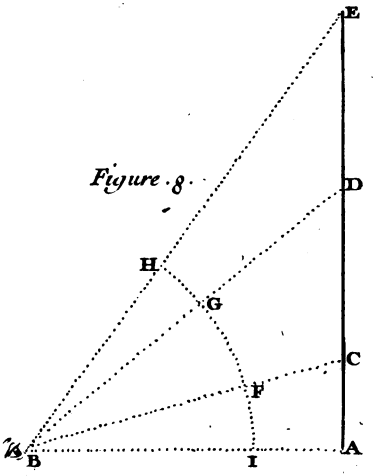
Figure. 7.

pag. 339



30 C . UT
32 B . SI
36 A . LA
40 G . SOL
35 F . FA
48 E . MI
54 D . RE
60 C . UT
64 B . SI

Figure. 8.

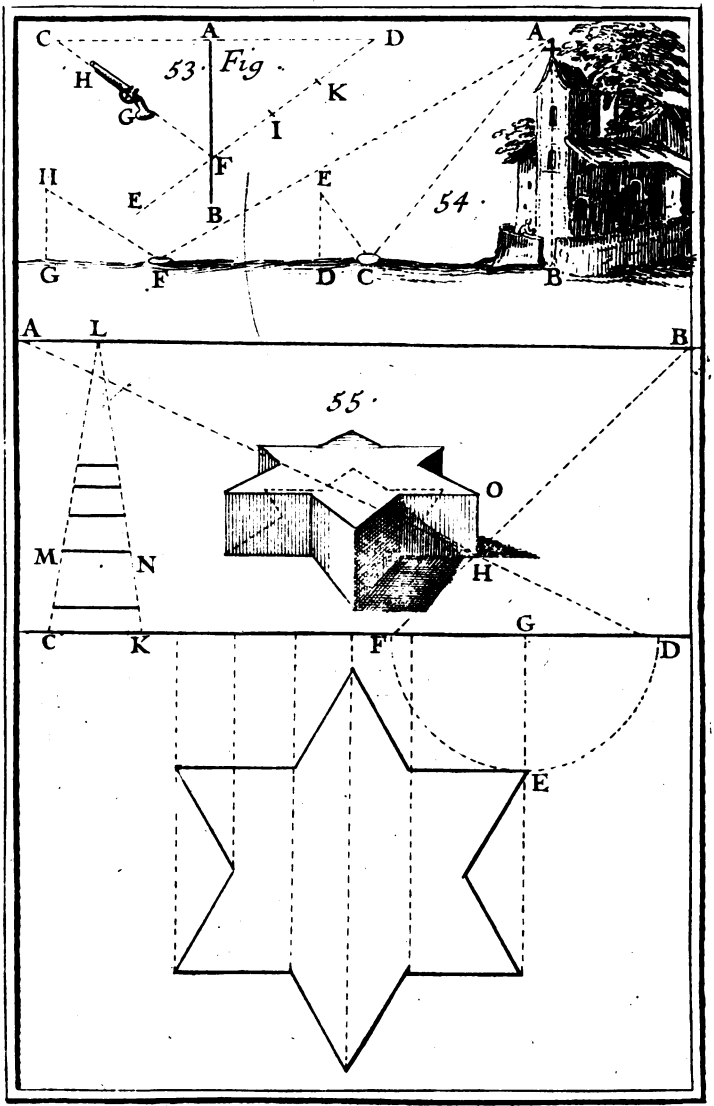


To. I. Pl. 12

Digitized by Google

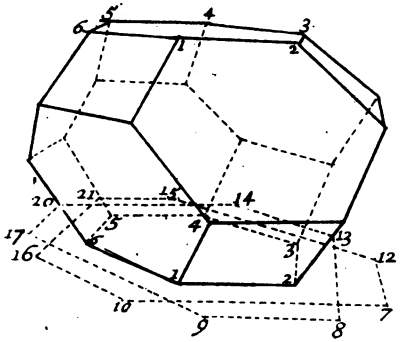
Digitized by Google

Digitized by Google

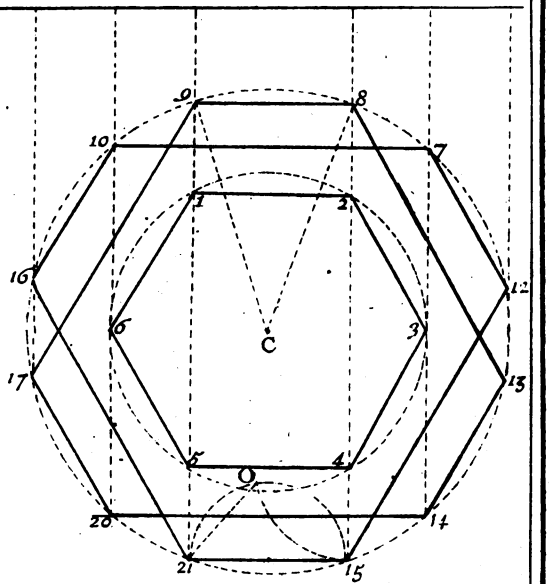


Berey fecit To. I. Pl. 13

Digitized by Google



56. Fig.



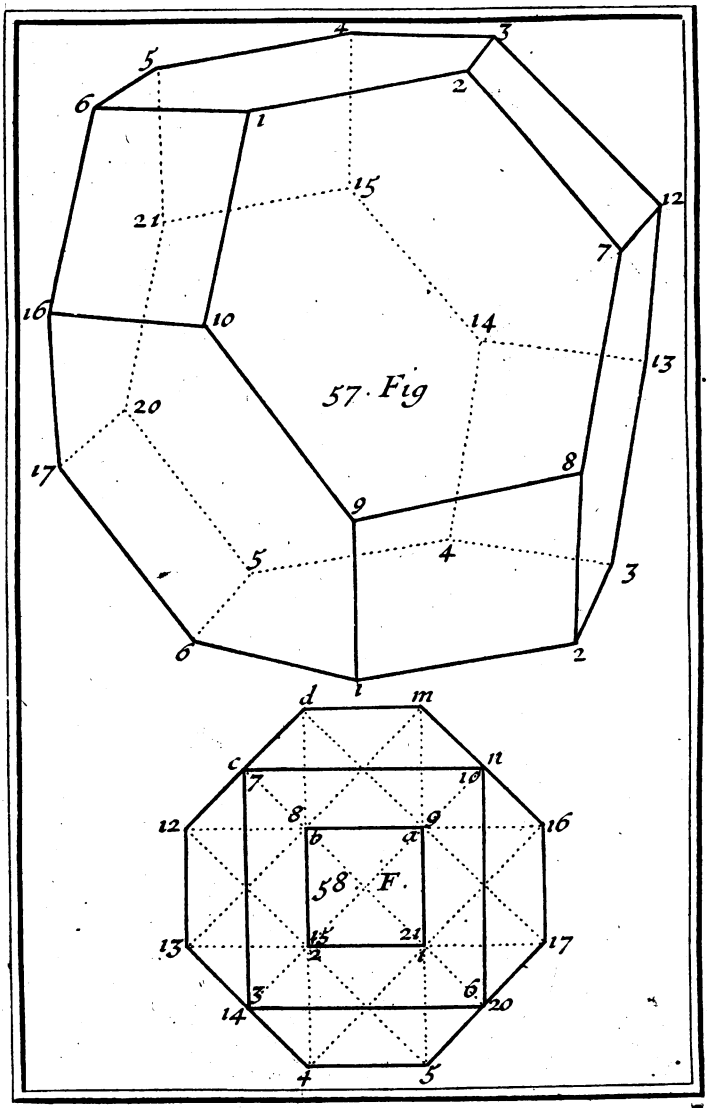
56.

To. I. Pl. 14

Digitized by Google

Digitized by Google

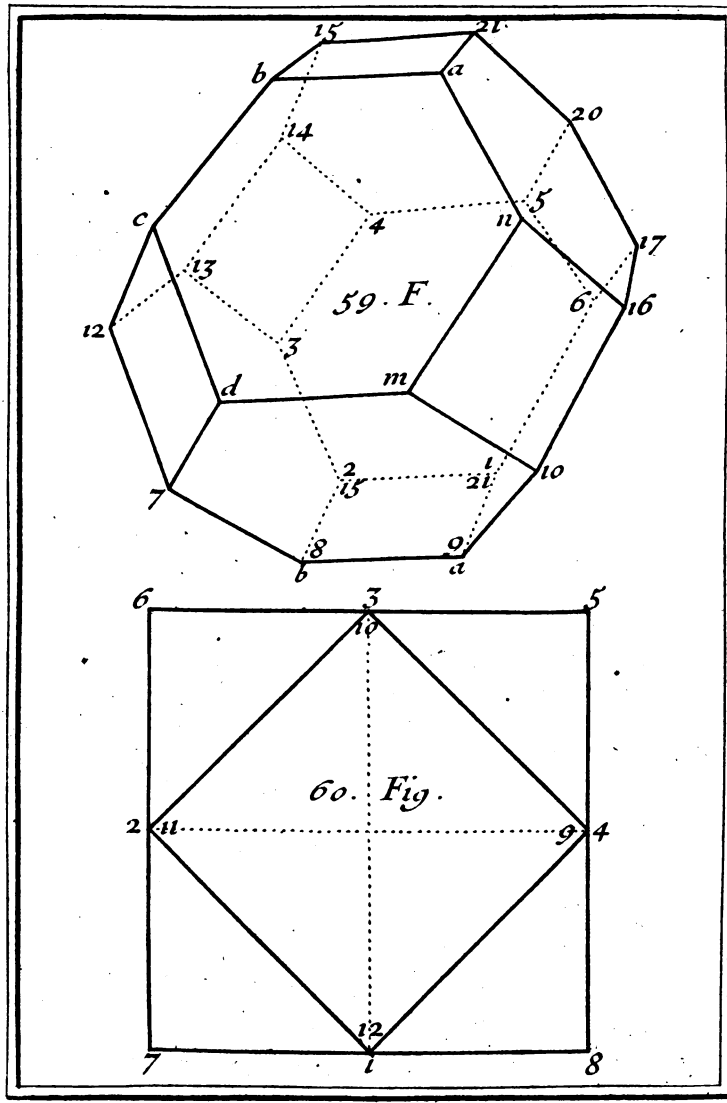
Digitized by Google



To. I. Pl. 15

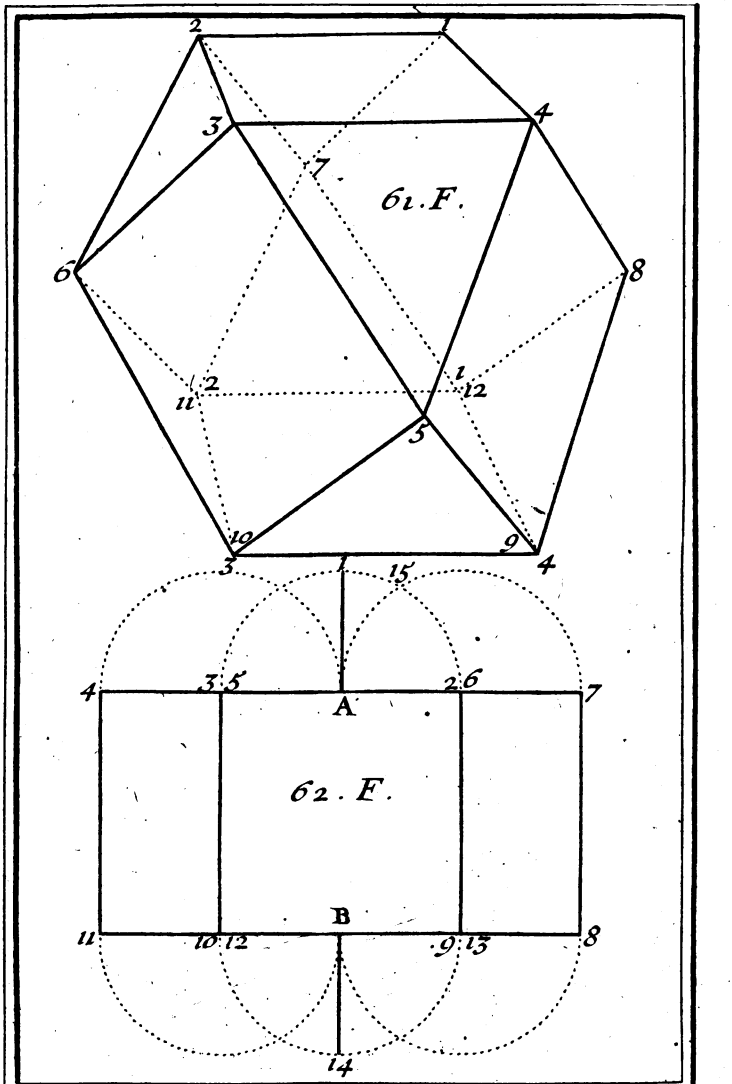


Digitized by Google



To. I. Pl. 16

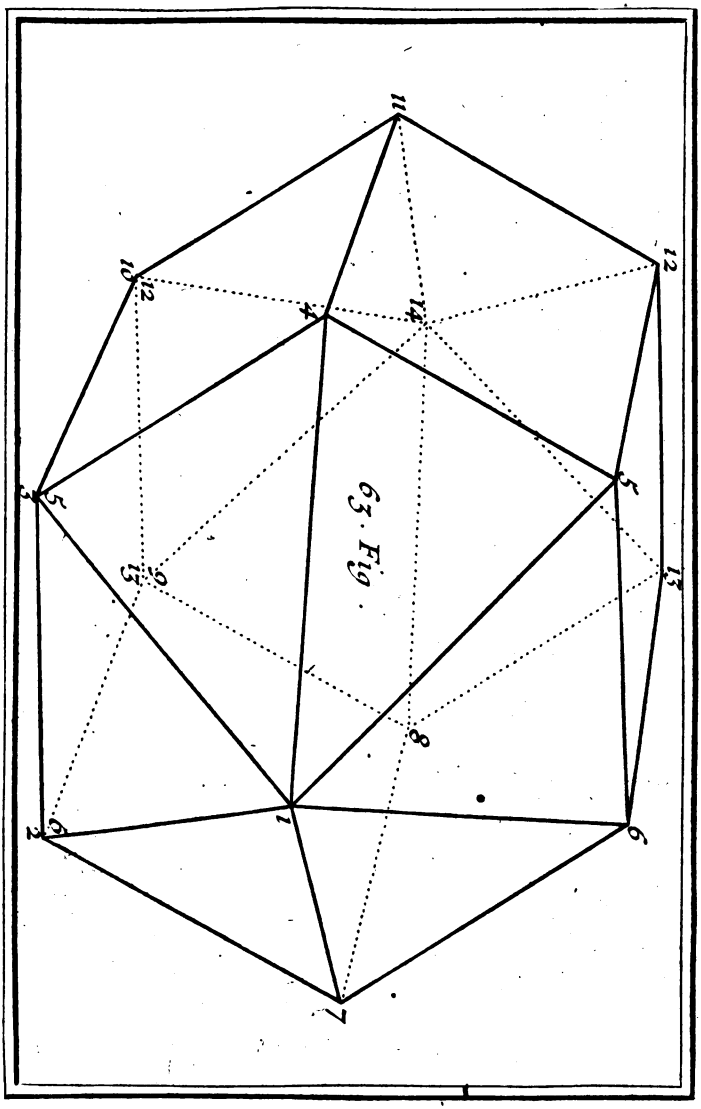
Digitized by Google



Berey fecit To. I. Pl. 17

Digitized by Google

Digitized by Google

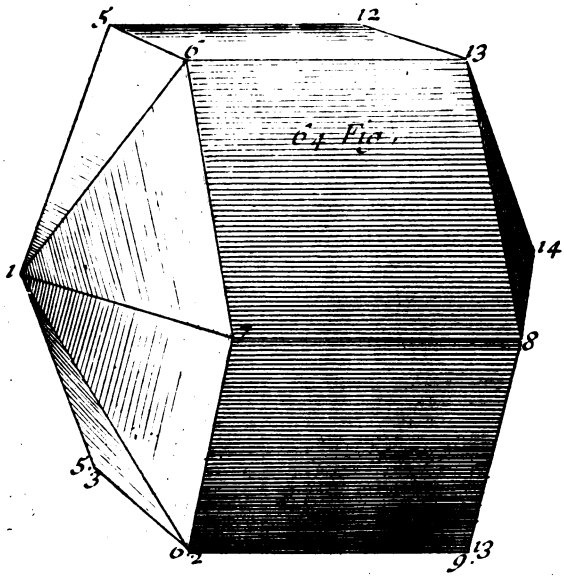


To. I. Pl. 18

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

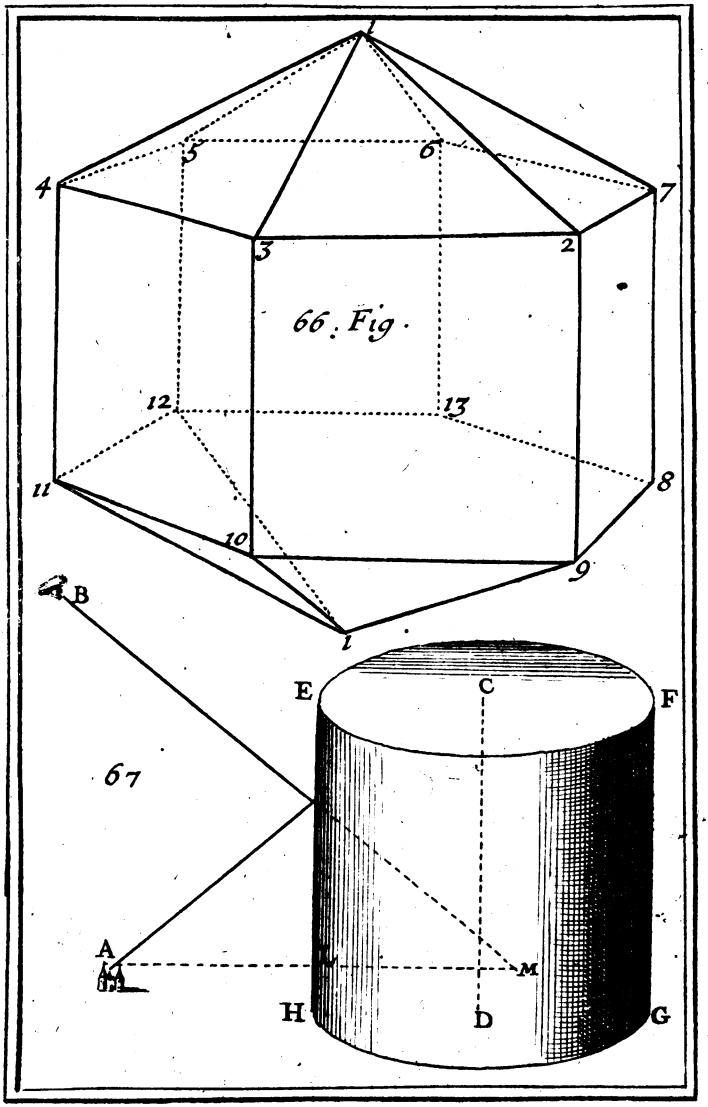


64 Fig.

65. Fig.

Berey fecit To. I. Pl. 19

Digitized by Google

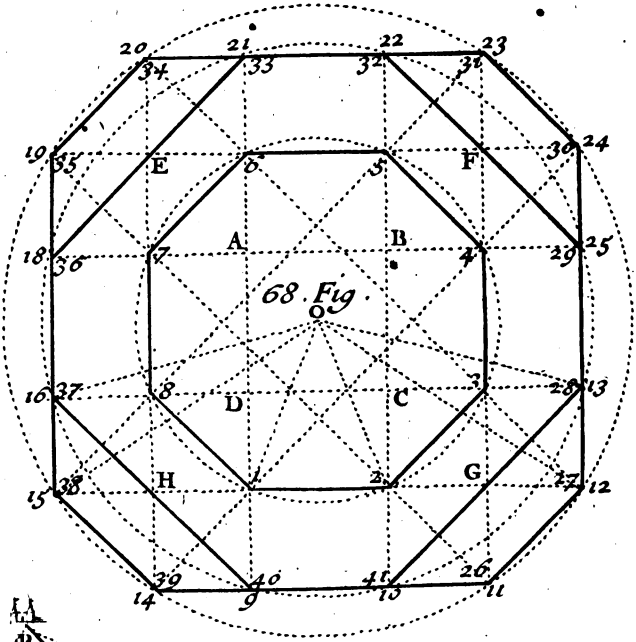


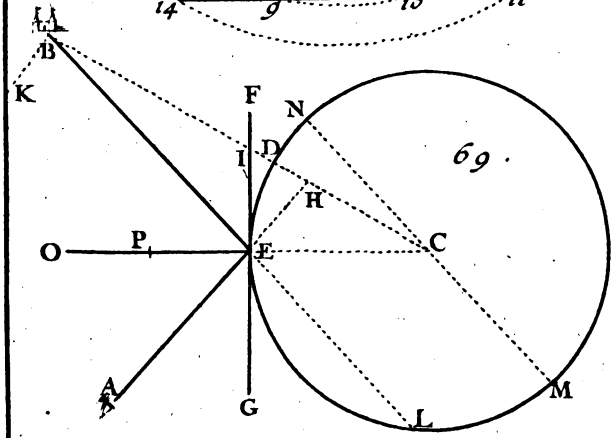
To. I. Pl. 20.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

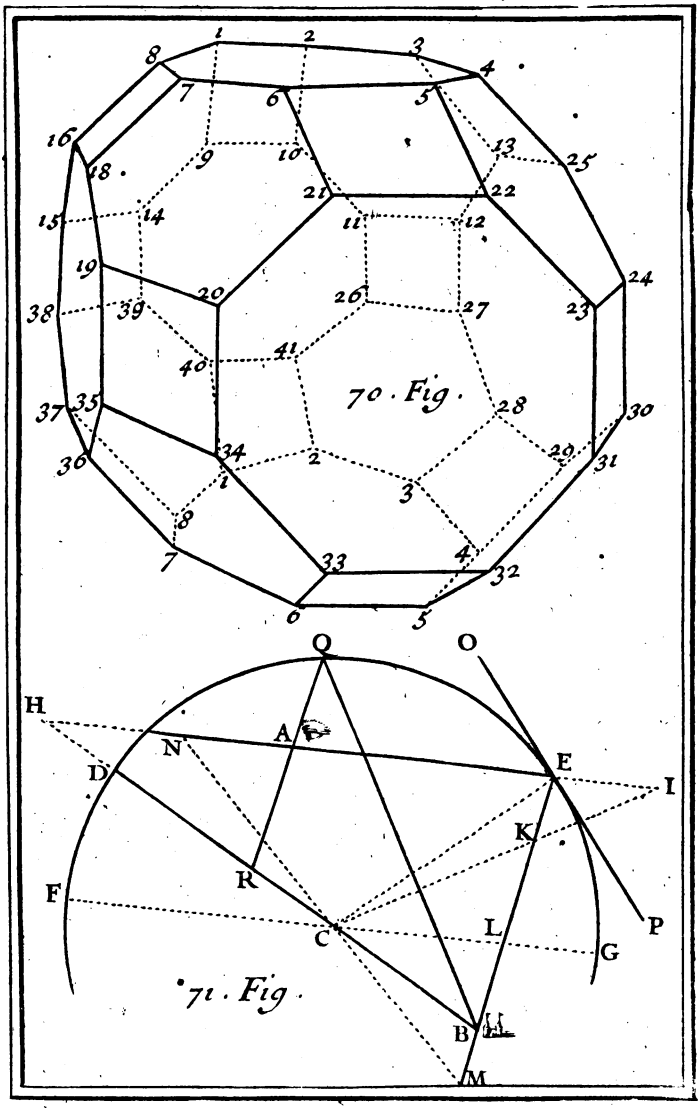




Berey fecit

To. I. Pl. 21.

Digitized by Google



To. I. Pl. 22.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Figure. 9.

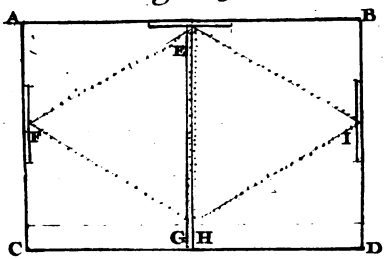


Figure. 10.

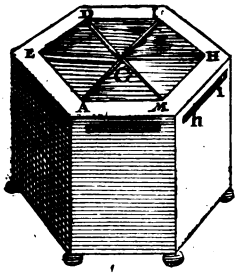


Figure. 11.

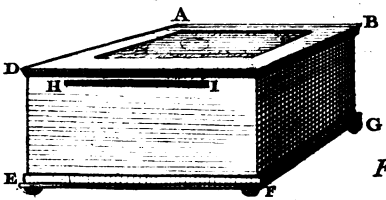


Figure. 12.

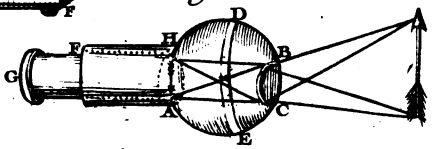
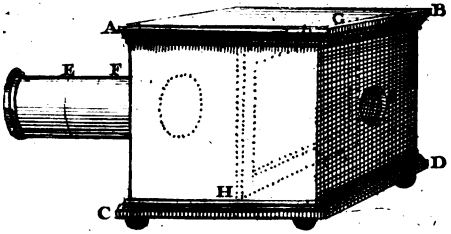
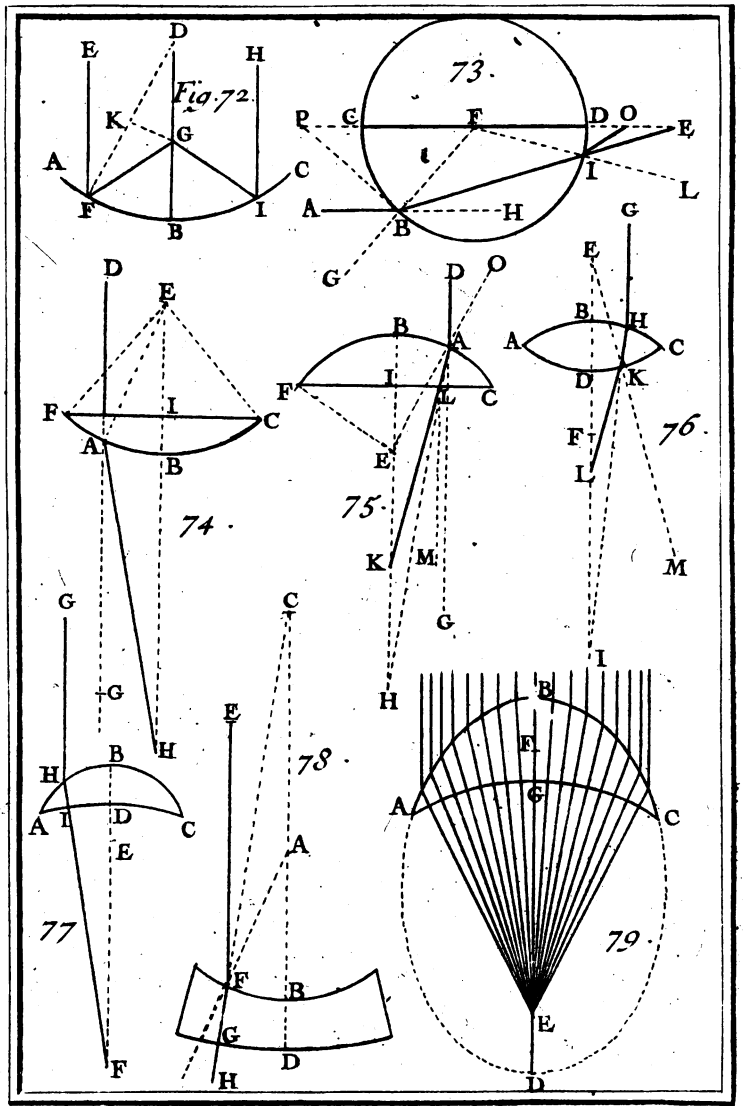


Figure. 13.



T. I. Pl. 23

Digitized by Google



Digitized by Google

Digitized by Google

Figure. 14. pag. 416

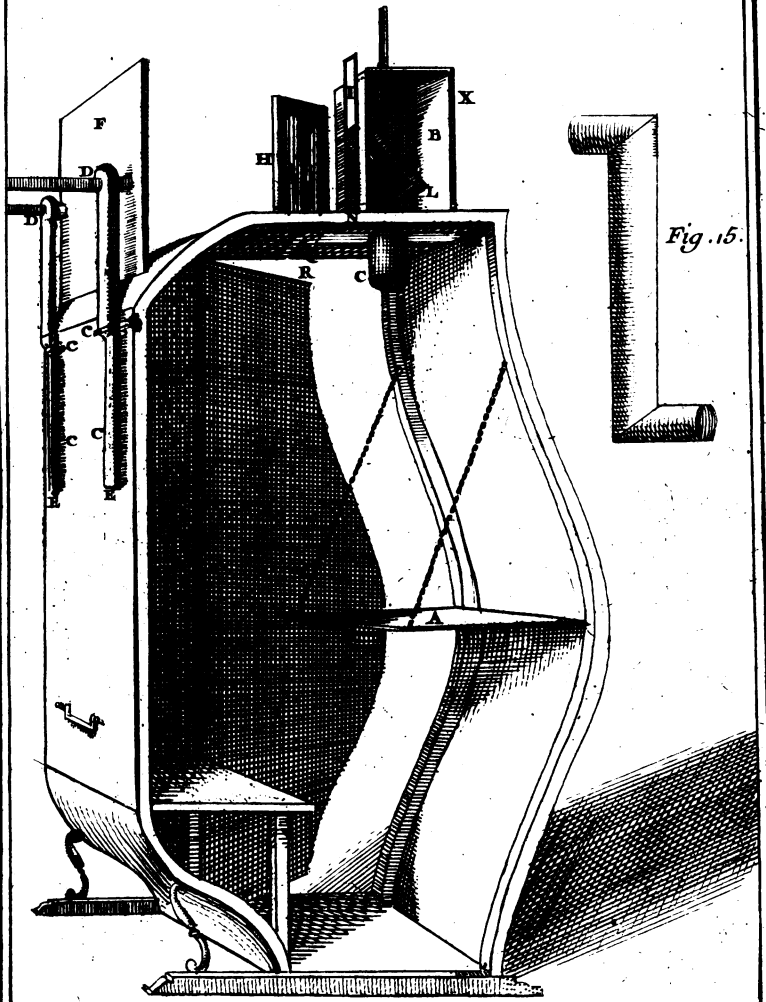
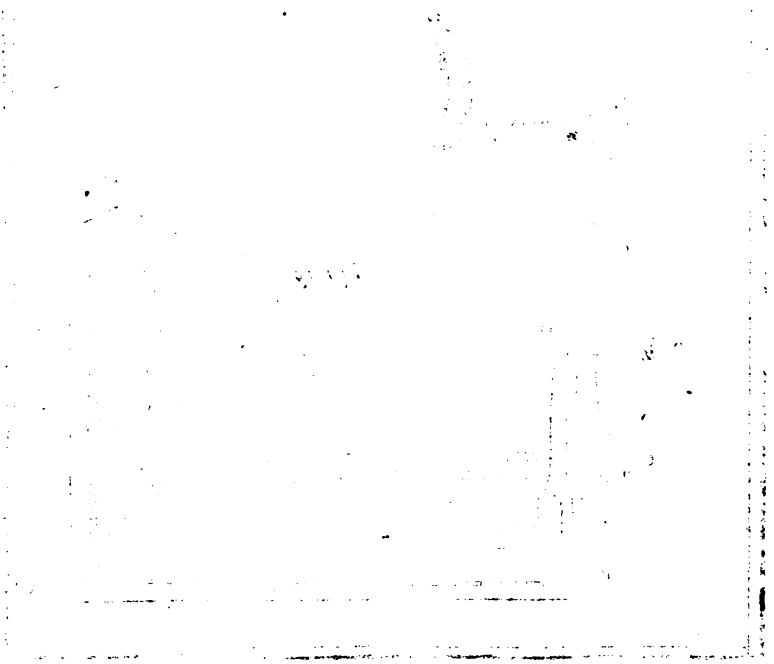


Fig. 15.

T. I. Pl 25.

Digitized by Google

Digitized by Google



Digitized by Google

Fig. 16.

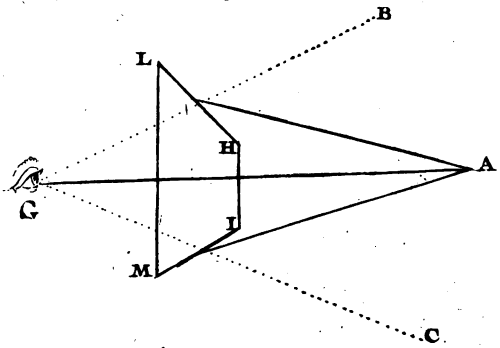


Fig. 17.

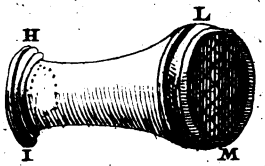
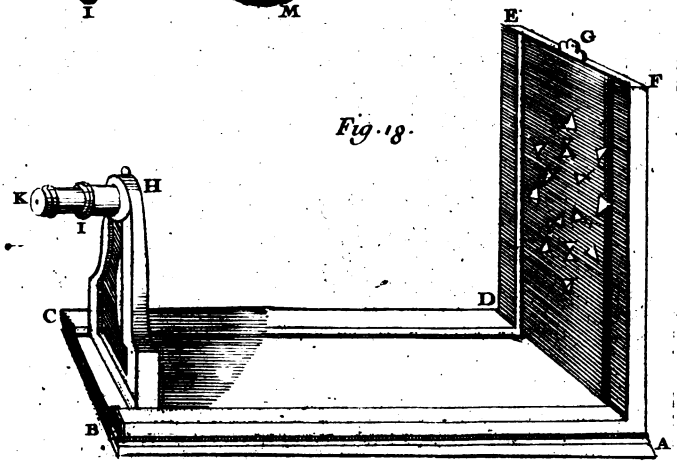


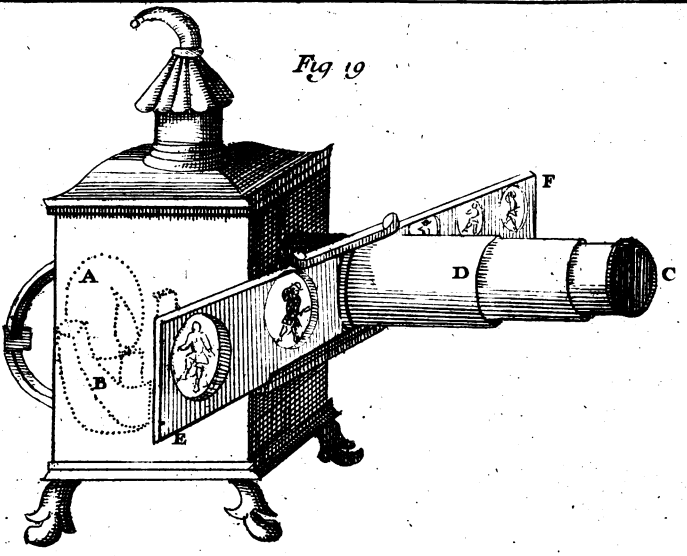
Fig. 18.

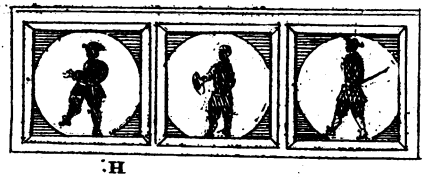


To. I. Pl. 26

Digitized by Google

Fig 19





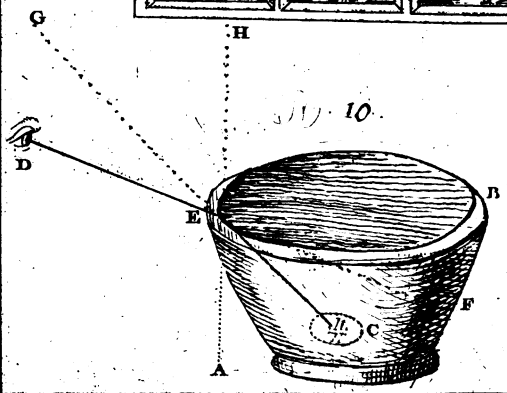
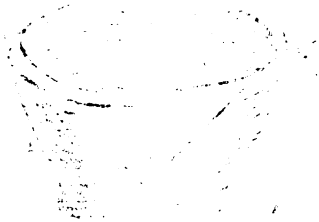


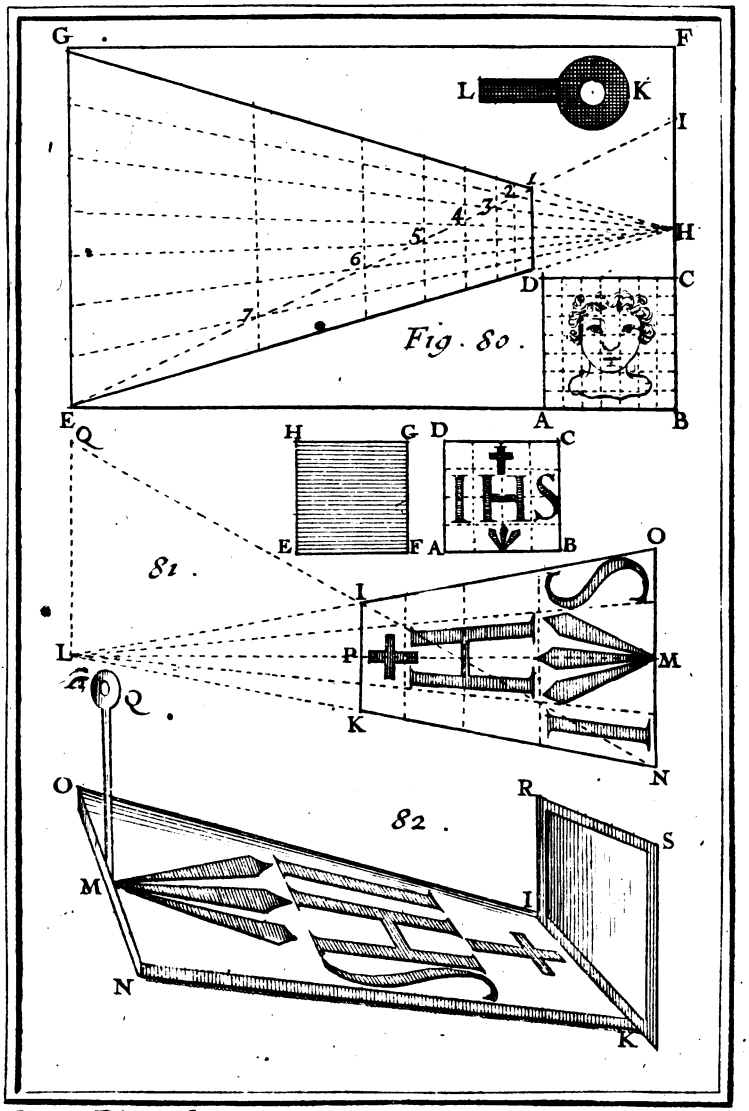
Fig. 10.

To. I. Pl. 27.

Digitized by Google



Digitized by Google



To. I. Pl. 28.

Digitized by Google

Digitized by Google

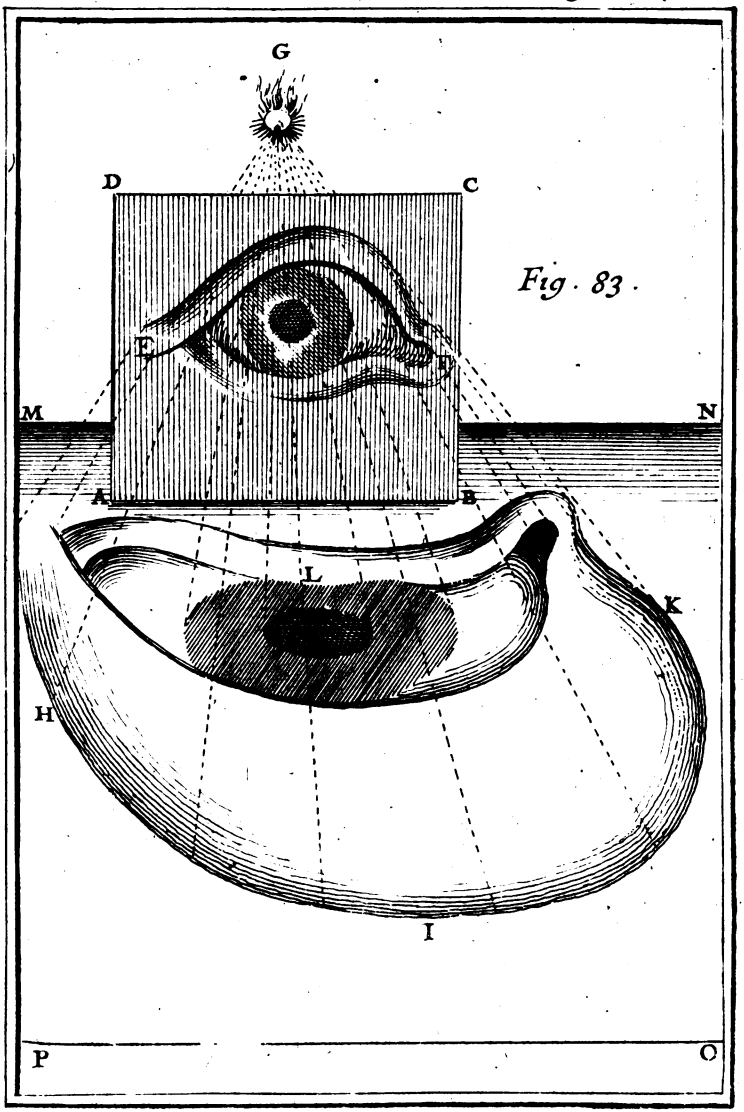


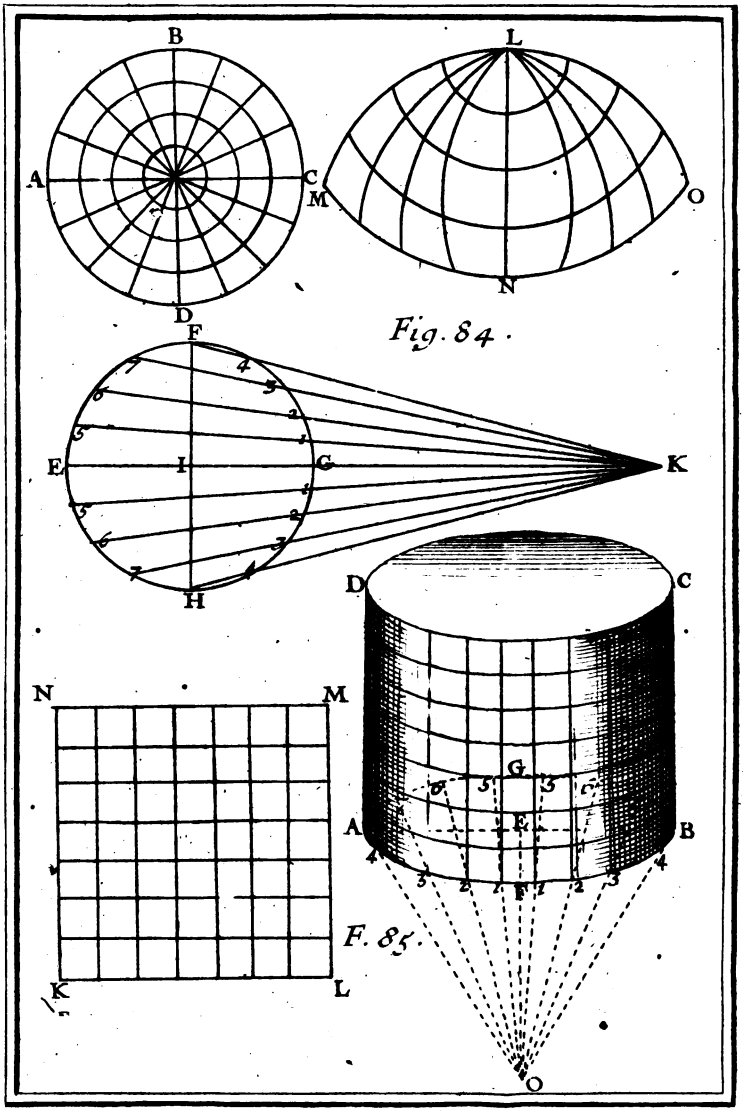
Fig. 83.

To. I. Pl. 29.

Digitized by Google

Digitized by Google

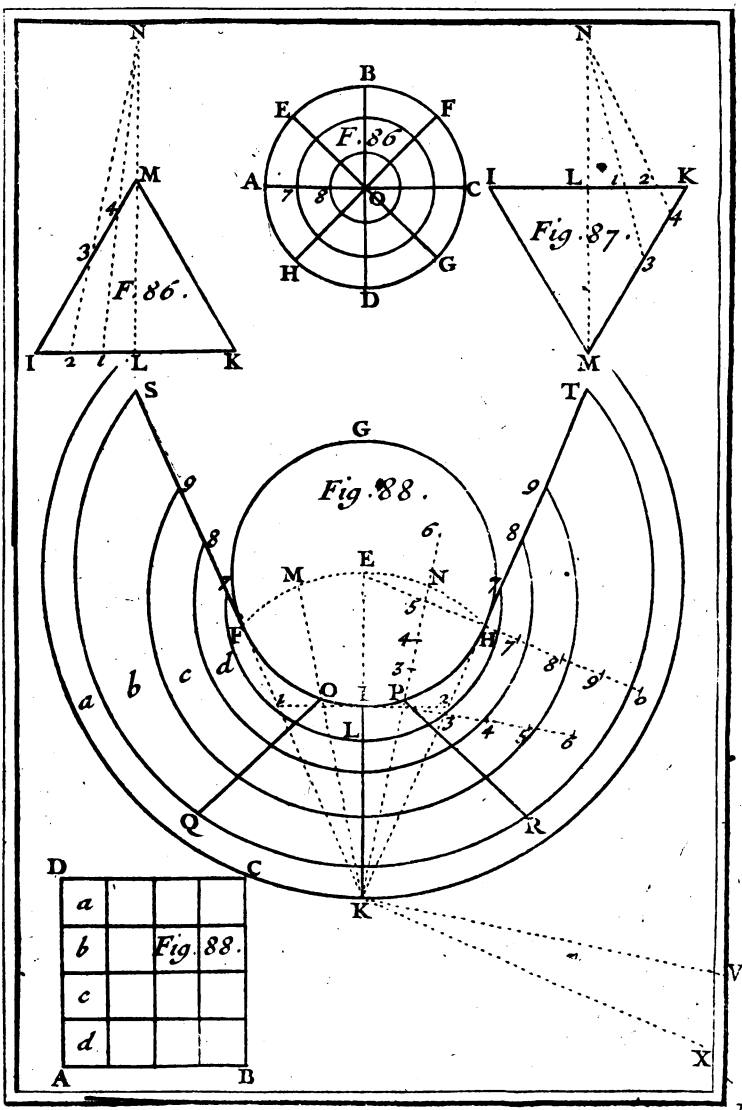
Digitized by Google



To. I. Pl. 30.

Digitized by Google

Digitized by Google



To. I. Pl. 31

Digitized by Google

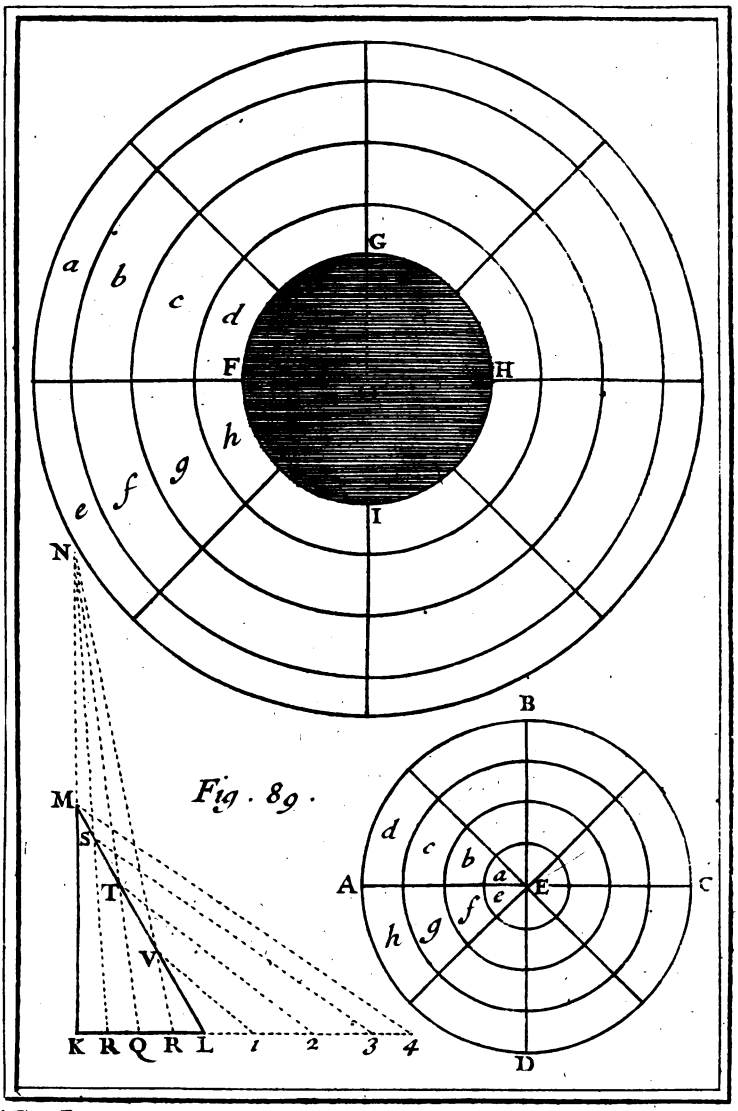


Fig. 89.

To. I. Pl. 32

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google



