Ozanam, Jacques

Recreations Mathematiques Et Physiques Qui Contiennent Plusieurs Problêmes d'Arithmétique, de Géometrie, de Musique, d'Optique, de Gnomonique, de Cosmographie, de Mécanique, de Pyrotechnie, & de Physique. Avec un Traité des Horloges Elementaires
Bd.: 2

Paris 1723

Mathesis. Opera varia mathesin illustr.
64.

R

RECREATIONS MATHEMATIQUES ET PHYSIQUES,

QUI CONTIENNENT

Plusieurs Problêmes d'Arithmétique, de Géométrie, de Musique, d'Optique, de Gnomonique, de Cosmographie, de Mécanique, de Pyrotechnie, & de Physique. Avec un Traité des Horloges Elementaires.

Par feu M. OZANAM, *de l'Académie Royale des Sciences, & Professeur en Mathématique.*

NOUVELLE EDITION,

Revûe, corrigée & augmentée.

TOME SECOND.

A PARIS,
Chez CLAUDE JOMBERT, rue S. Jacques, au coin de la rue des Mathurins, à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. XXIII.

AVEC PRIVILEGE DU ROY.

Remarques sur les Crepuscules à Paris.

I.

LE Soleil entrant en ♑, sa distance au Méridien au commencement du Crepuscule du matin est de 89 d. 8' 31", lesquels réduits en tems, sont 5 h. 56' 34" 4'''. Cela étant, le Crepuscule commence en Caper à cinq heures 56' 34" 4'''. Cette distance ôtée de l'arc semi-nocturne, qui est de 119 d. 47' 36", il reste 30 d. 29' 5", lesquels réduits en tems, sont 2 h. 2' 56" pour la durée du Crepuscule en ♑. Ainsi le Soleil devroit se lever à 7 h. 59' 10" 24'''; mais à cause de la réfraction qui avance de 4' 5" 36''' l'heure de son lever, cet Astre se leve à 7 h. 55' 4" 48'''.

II.

Le Soleil entrant dans ♈, sa distance au Méridien au commencement du Crepuscule du matin est de 62 d. 0' 4", lesquels réduits en tems, sont 4 h. 8' 0" 16'''. Cela étant, le Crepuscule du matin en Aries commence à quatre heures 8' 0" 16'''. Cette distance ôtée de l'arc semi-nocturne, qui est alors de 6 heures ou 90 d. il reste 27 d. 59' 56", lesquels réduits en tems, sont 1 h. 51' 59" 44''' pour la durée du Crepuscule en ♑. Ainsi le Soleil devroit paroître à l'horison à 6 heures; mais à cause de la réfraction qui avance son lever de 3' 18" 32''', on le voit se lever à 5 heures 56' 41" 28'''.

III.

Le Soleil entrant en ♋, le Crepuscule dure toute la nuit, parce que sous la latitude de Paris (48 d.

50') la dépreſſion Méridienne du Soleil qui eſt de 17 d. 41', eſt moindre que l'arc Crepuſculaire, qui eſt de 18 d. L'arc ſemi-diurne vrai eſt de 119 d. 47' 35", l'arc ſemi-nocturne eſt de 60 d. 12' 25", leſquels réduits en tems font 4 h. 0' 49" 40"', qui eſt la vraye heure à laquelle le Soleil ſe leve à ſon entrée en Cancer; mais la réfraction avance le lever de cet Aſtre de 4' 8" 12"' de tems; car elle fait l'arc ſemi-diurne apparent de 120 d. 49' 38", qui ſurpaſſe l'arc ſemi-diurne vrai de 1 d. 2' 3", comme on le connoîtra en ôtant 119 d. 47' 35", de 120 d. 49' 38". Ainſi le lever apparent du Soleil eſt à 3 h. 56' 41" 28"'. L'amplitude Orientale vraie du Soleil en Cancer eſt de 37 d. 15' 18"; l'amplitude apparente eſt de 38 d. 24' 17".

IV.

Le plus court Crepuſcule de l'année arrive au 17e d. 24' 20" de ♎. & au 12 d. 35' 40" de ♓ (ces deux points de l'Ecliptique ayant même déclinaiſon Auſtrale de 6 d. 50' 45") ce qui arrive vers le 11 d'Octobre, & vers le 3 de Mars; la diſtance du Soleil au Méridien au commencement du Crepuſcule du matin eſt de 70 d. 23' 38", leſquels réduits en tems font 4 h. 41' 34" 32"', qui eſt l'heure que commence le Crepuſcule; l'arc ſemi-nocturne eſt de 97 d. 53' 44", leſquels réduits en tems font 6 h. 31' 34" 56"'; partant ſi on ôte 4 h. 41' 34" 32"', de 6 h. 31' 34" 56"', il reſtera 1 h. 50' 0" 24"' pour la durée du plus court Crepuſcule, qui ſera encore racourci par la réfraction.

V.

Le Crepuſcule égal à celui des Equinoxes arrive au 6e d. 47' 48" du ♏, & au 23e d. 12' 12" de ♒

(ces deux points de l'Ecliptique ayant même déclinaison Australe de 13 d. 48′′ 32′′′) ce qui arrive environ le 30 Octobre, & environ le 12 Février; la distance du Soleil au Méridien au commencement du Crepuscule du matin, est de 78 d. 19′ 36′′, l'arc semi-nocturne est de 106 d. 17′ 54′′; leur différence 27 d. 58′ 18′′ étant réduite en tems, donne 1 h. 51′ 53′′ 12′′′ pour la durée du Crepuscule égal à celui des Equinoxes, ou du moins qui n'en est différent que de 6′′ 32′′′, comme on le connoîtra, en ôtant 1 h. 51′ 53′′ 12′′′, de 1 h. 51′ 59′′ 44′′′, qui est la quantité du Crepuscule Equinoctial déterminée en la II. Remarque.

Fautes à corriger dans le second Tome.

Page 74. *lig.* 24. Kirker, *lis.* Kircher.
Pag. 76. *lig.* 24. GH, *lis.* GF.
Ibid. lig. 32 opposé, *lis.* opposée.
Pag. 77. *lig.* 17. hauteurs du jour, *lis.* heures du jour.
Page 78. *lig.* 2. après ce mot soir, *mettez* qui; & renfermez entre deux paranthefes ce discours en cette sorte (les heures du matin & du soir qui sont également distantes du Midi, ayant même vertical & même hauteur du Soleil.)
Pag. 79. *lig.* 8. 53 degrez, *lis.* 55 degrez.
Pag. 83. *lig.* 9. effacez *aux.*
Pag. 89. *lig.* 31. effacez *on.*
Pag. 112. *lig.* 16 IB, *lisez* βI.
Ibid. lig. 29. H*b*, PI, *lis.* H*b*PI.
Pag. 113. *lig* 27. OK, *lis.* OC.
Pag. 114. *lig.* 27. lignes, *lis.* angles.
Pag. 120. *lig.* 29. par, *lis.* pour.

Pag. 125. *lig.* 3. *en comptant du bas*, au lieu de l'arc E12D, *lis.* l'angle OE12.

Pag 126 *lig.* 25. après ce mot, division, *mettez* une virgule.

Ibid. lig. 19. *ces mots*, on pourra les percer l'un à côté de l'autre, *& les suivans*, se rapportent à une construction différente de celle dont on vient de parler.

Pag. 279. *lig.* 13. *moins de la moitié*, lisez *moins que la moitié.*

Pag. 285 *lig.* 13. continu, *lis.* continus.

Pag. 289. *lig.* 22. *effacez* vrai.

Pag. 294. *lig.* 4. *s'éleve*, lisez *se leve.*

Ibid. l. avant derniere, proportion, *lis.* proposition.

Pag. 305. *lig.* 20. Venus, *lis.* Mercure.

RECREATIONS

RECREATIONS MATHEMATIQUES ET PHYSIQUES.

Problemes de Gnomonique.

LA Gnomonique est la partie la plus agréable des Mathematiques. Comme j'en ai assez amplement traité dans mon Cours de Mathematique, & qu'elle dépend d'une théorie profonde, quand on veut la posseder à fonds, ce qui ne convient pas à des Récréations Mathematiques, je me suis proposé de mettre seulement ici les Problêmes qui me sembleront les plus divertissans & les plus faciles à pratiquer & à comprendre.

PROBLEME I.

Tracer une Ligne meridienne.

SUr un plan horisontal fermement arrêté, piquez une éguille ou une pointe de fer, de maniére qu'elle soit oblique à ce plan. Prenez un équerre, qui peut être fait d'un quarré de papier plié en plusieurs doubles à angle droit : cherchez avec cet équerre sur le plan horisontal le point qui répondra à l'extrêmité de l'éguille. Vous pendrez ce point pour le centre de quelques cercles, que vous décrirez sur le plan horisontal. Remarquez quelques heures avant midi, comme vers les dix heures, & dans quelque intervale de temps, les points d'ombre de l'extrêmité de l'éguille qui tomberont sur la circonférence des cercles : observez encore quelques heures après midi, comme vers les deux heures, le point d'ombre de l'extrêmité de l'éguille, qui tombera sur la circonférence d'un de ces cercles. Divisez l'arc compris entre ces deux points trouvez avant & après midi, en deux parties égales, par une ligne qui passera par le centre du cercle. Cette ligne sera la méridienne.

REMARQUE.

On a soin de décrire plusieurs cercles, & d'observer avant midi les points d'ombre sur chacun, afin de pouvoir remarquer un point d'ombre sur un de ces cercles après midi ; car les nuages pourroient empêcher de l'observer, si on ne faisoit qu'un cercle.

PROBLEME II.

Construire des Cadrans réguliers par deux ouvertures de Compas.

I.

Planche 1. Fig. 1.

ON mene la meridienne SM, & du point C pris vers le milieu, comme centre, on décrit à discrétion le cercle ETOP, qui sera la première ouverture de Compas : puis on décrira quatre grands cercles d'une même grandeur EO, qui sera la seconde ouverture de Compas ; sçavoir, du point O, & de l'intervale OE, on décrira le cercle EAMB ; ensuite du point E, & du même intervale EO, on décrira le cercle AOBS. Ces deux cercles se couperont aux points A & B. De ces points comme centre, & de la même ouverture de Compas, on fait les deux derniers cercles, sçavoir, du point A le cercle XIEF, & du point B le cercle ZLEG. Observez les intersections F, G, afin de tirer les lignes EG, EF. Cela étant fait, par les intersections A, B des deux premiers cercles, vous menerez la ligne XACBZ, qui sera l'équinoctiale, laquelle se trouvera coupée aux points des heures requises. C'est pourquoi on y marquera les heures 7, 8, 9, 10, 11, 12, 1, 2, 3, 4, 5, aux points des sections faites par les cercles & par les lignes menées du point E aux points F & G.

II.

Pour avoir le centre de chaque Cadran en particulier, & premiérement de l'horisontal, on divisera CO en trois parties égales, pour en transporter une de O en H, qui sera le centre du Cadran horisontal.

III.

Pour avoir le centre du Cadran vertical, divisez CE en deux parties, & portant une de ces parties en V, on aura le centre du Cadran vertical.

IV.

Le point E est le centre du Cadran équinoctial;

V.

On achevera le Cadran horiſontal en menant du point H ſon centre des lignes aux points des heures qui ſont marquées ſur la ligne XCZ; la ligne de 6 heures paſſera par le centre H : on la fera parallele à l'équinoctiale XCZ. Les 7 & 8 heures du matin prolongées au-delà du centre H, donneront les 7 & 8 heures du ſoir, comme les 4 & 5 heures du ſoir prolongées par le centre, donneront les 4 & 5 heures du matin. Du point H, ou de quelque autre point pris à diſcrétion, on décrira une ou deux circonférences de cercles, qui ſerviront à terminer les lignes horaires.

Voyez les Remarques.

On aura la hauteur du ſtile du Cadran horiſontal, en portant CV ſur l'équinoctiale de C en R, & l'on tracera HR, qui ſera l'axe; de ſorte que HRC ſera l'éguille du Cadran horiſontal, qu'il faut élever ſur la ligne de 12 heures. On la prolongera, ſi l'on veut.

VI.

On achevera le Cadran vertical, en décrivant du point V, ou de quelque autre point, une ou deux circonférences, pour terminer les lignes horaires menées du centre V par les points des heures marquées ſur la ligne XCZ. La ligne de 6 heures ſe tracera par le centre V parallele à la ligne XCZ.

On aura l'éguille en prenant la diſtance CH, que l'on tranſportera de C en Q ſur la ligne XCZ, afin de tracer l'éguille VQC, que l'on pourra prolonger à diſcrétion, & on élevera à plomb cette éguille VQC ſur la ligne de 12 heures.

VII.

Pour faire un Cadran équinoctial, décrivez de son centre E une ou deux circonférences pour terminer les lignes horaires, que vous menerez du point E par les points des heures marquées sur la ligne XCZ. Vous tracerez la ligne de 6 heures, & les autres heures qui sont au dessus en la maniére que nous avons dit ci-devant.

L'éguille est un stile ou bâton placé à plomb sur le plan au point E.

VIII.

Pour faire un Cadran polaire, faites tomber à l'équerre des lignes horaires à tous les points marquez sur la ligne XCZ. Ces lignes doivent être paralleles entr'elles & à la meridienne SM. On les prolonge de part & d'autre de l'équinoctiale, & on les termine haut & bas par deux autres lignes, entre lesquelles on trace les heures.

L'éguille s'éleve à plomb sur le plan du Cadran, de la grandeur de 12 à 3 heures, on la place au point C.

IX.

Pour les Cadrans orientaux & occidentaux, voici de quelle maniére on s'y prend. On mene pour l'oriental à main droite, & pour l'occidental à main gauche du plan, une ligne verticale AB, par le moyen d'un fil chargé d'un plomb, en prenant vers bas le point I : on décrit une circonférence, sur laquelle on prend de la ligne AB l'élevation du pole, qui est ici à Paris de 49 degrez, pour y faire passer la ligne IL : on la coupe vers le haut à l'équerre de la ligne SFM ; puis on ap- Planche 2*. Fig. 2.

plique ſur IFL du Cadran, tous les points des heures priſes à la Figure 1. mais ſeulement deux au deſſus de F. Enſuite on fait tomber des lignes à l'équerre de tous ces points des heures, qui ſeront paralleles entr'elles, & on les prolongera autant d'une part que d'autre. On terminera ces lignes haut & bas de deux lignes, pour y renfermer le nombre des heures qui ſont changées en ces Cadrans; car la ligne qui paſſe par F eſt 6 heures, les deux au deſſus de F dans l'oriental, ſont 5 & 4; & au deſſous vers bas ſont 7, 8, 9, 10, 11. Aux occidentaux les deux au deſſus de F, ſont 7, 8; & au deſſous vers bas ſont 5, 4, 3, 2, 1.

L'éguille ou le ſtile s'y fait de la hauteur de 6 à 3 ou 9 heures, élevée préciſément ſur la ligne de 6 heures.

REMARQUES.

On remarquera que ces centres & axes ne ſont que pour les élevations du pole de 49 degrez, comme Paris: mais pour les avoir pour tout Pays, on comptera au quart de cercle EP, qu'on ſçait être de 90 degrez de E vers P en K, pareil nombre de degrez que ſera l'élevation du pole du lieu, afin qu'en menant du centre C à ce point déterminé K la ligne CKD, on la coupe perpendiculairement en K, point d'interſection en la circonférence. Cette perpendiculaire prolongée juſques à la méridienne, y déterminera le centre du Cadran vertical en V, dont elle ſera l'axe: elle déterminera encore ſur l'équinoctiale le centre du Cadran horiſontal en A; mais il faudra tranſporter CA de C en H, qui ſera le vrai centre du Cadran horiſontal. Pour avoir l'axe du Cadran ho-

Planche 2* Fig. 3.

risontal, on transportera sur l'équinoctiale la distance CV de C en R, & l'on tirera HR, qui sera l'axe du Cadran horisontal.

Le point K sera le centre du Cadran équinoctial; mais au lieu du point K, on se servira du centre E.

Exemple.

Si l'élevation du pole étoit de 55 degrez, faites l'arc EK de 55 degrez; au point K élevez la perpendiculaire VKA, qui coupera la méridienne & l'équinoctiale: V sera le centre du Cadran vertical, & A le centre du Cadran horisontal, &c. Planche 2* Fig. 4.

PROBLEME III.

Construire les mêmes Cadrans par une seule ouverture de Compas.

MEnez par un point C deux lignes SM, 75 perpendiculaires l'une à l'autre; de ce même point C, décrivez le cercle ETOP, de quelque ouverture de Compas que ce soit; puis l'ouverture de Compas étant la même, portez une pointe sur O, & l'autre sur Q; de Q détournez au point 4, & de 4 par deux tours sur 5; de 5 revenez par quatre tours sur 11. Planche 2* Fig. 3.

Mettez encore le Compas sur O & sur N; de N détournez sur 8, & de 8 par deux tours sur 7; de 7 revenez par quatre tours sur 1. Ensuite vous tirerez les lignes EN, EQ, qui donneront sur la ligne 75, 2 heures & 10 heures, & le Cadran sera fait. Le centre de ces Cadrans se trouvera, comme on a dit dans le Problême précedent.

REMARQUE.

Plan-che 2 * Fig. 3.

Si vous ne voulez pas mener perpendiculairement les deux lignes SM, 75, tirez seulement la ligne VH, & faites le cercle ETOP : divisez ce cercle en six parties égales aux points O, Q, G, E, F, N. Du point Q faites l'arc 4 de la même ouverture de Compas, & du point G vous couperez cet arc ; puis faisant de même des points F & N, vous aurez le point 8. Enfin par ces deux intersections 4, 8, vous menerez la ligne RA, qui sera perpendiculaire à la ligne VH.

PROBLEME IV.

Décrire un Cadran horisontal par le moyen d'une Ellipse, sans avoir besoin de trouver les points horaires sur la ligne équinoctiale.

De quelque méthode qu'on se serve pour décrire un Cadran horisontal, on tombera toûjours dans un inconvenient, qui est, qu'on ne peut tirer avec justesse les lignes horaires qui sont proche la ligne de 6 heures, à cause qu'elles coupent l'équinoctiale en des points très-éloignez. La pratique que l'on va enseigner paroît la meilleure de toutes. Voici ce qu'il faut faire.

Plan-che 3 * Fig. 5.

Tracez sur un plan horisontal la méridienne AB, & la ligne de 6 heures DE, qui se coupent à angles droits en C, qui est le centre du Cadran, la ligne de l'axe CH, faisant avec la méridienne AB l'angle GCH de 49 degrez, & la ligne IH perpendiculaire sur CH, qui donne le point I sur la méridienne, par lequel l'équinoctiale doit passer perpendiculairement, qu'il n'eſt pas néceſſaire de décrire, lorſque la ligne CI a une longueur conſiderable ; ce qui arrivera toutes les fois que le point H pris ſur l'axe, eſt aſſez éloigné du centre C du Cadran, ou que le ſtile GH a été donné ou pris d'une bonne grandeur. Décrivez du centre C deux cercles, l'un avec le rayon CI, & l'autre avec le rayon HI, qui ſeront diviſez chacun en quatre arcs égaux par la méridienne AB, & par la ligne de 6 heures DE.

Mais ſi le point I ſe trouve trop proche du centre du Cadran, comme dans cette Figure, pour avoir pris le ſtile GH trop petit, ou bien pour avoir pris le point H trop proche du même centre ; prenez à volonté dans l'axe prolongé CH un point F, le plus éloigné que vous pourrez du centre C, afin que le Cadran en ſoit plus juſte, & menez FB perpendiculaire à l'axe : puis décrivez du centre C deux cercles, l'un comme ADBE, avec le rayon CB, & l'autre comme NPMQ, avec le rayon CM, égal à la perpendiculaire FB, qui ſeront diviſez chacun en quatre quarts égaux par la méridienne AB, & par la ligne de 6 heures DE.

Diviſez chacun de ces quarts de cercles en ſix arcs égaux, comme ceux du cercle extérieur ADBE aux points O, O, O, & ceux du cercle intérieur NPMQ aux points R, R, R ; mais les diviſions du cercle extérieur ſuffiſent pour avoir celles de l'intérieur, que l'on trouve en tirant des lignes droites du centre du Cadran par les diviſions du cercle extérieur, qui donneront celles de l'intérieur.

Il faut enſuite joindre tous les points O, O par des lignes qui ſeront paralleles entr'elles, & à la ligne de 6 heures DE, & qui par conſequent ſeront toutes perpendiculaires à la méridienne AB. Il en eſt de même des points R, R, que l'on joint par des lignes paralleles entr'elles & à la méridienne AB, qui ſont toutes perpendiculaires ſur la ligne de 6 heures DE. Ces dernieres paralleles couperont les premiéres dans les points S, S, S, qui ſeront tous dans la circonférence d'une Ellipſe, dont le grand axe eſt le diamétre AB du grand cercle extérieur, & le petit axe eſt le diamétre NM du petit cercle intérieur. Il ne reſte préſentement qu'à tirer des lignes droites du centre C du Cadran par tous les points de l'Ellipſe S, S : ce ſeront les lignes horaires qu'il falloit décrire ſur le Cadran horiſontal, dont l'axe du monde eſt CF, que l'on dreſſe perpendiculairement ſur la méridienne AB du plan horiſontal.

REMARQUES.

I.

On vient de décrire un Cadran horiſontal ; mais on peut décrire le vertical en faiſant l'angle ICH de 41 degrez.

II.

Le grand axe AB, & le petit axe NM de l'ovale étant donnez, on peut décrire l'ovale ſelon la méthode qu'on a enſeigné dans le Problême XLVI. de Géométrie, Tom. I. pag. 329.

III.

Il n'eſt pas néceſſaire de marquer ſur le Cadran les points des heures marquées au-deſſus de la courbe 8, 4.

IV.

On marquera les heures entre la circonférence du grand cercle, & une autre qu'on décrira au-delà à volonté.

V.

Il est inutile d'avertir qu'on fera l'angle ICH pour telle élevation de pole qu'on voudra.

PROBLEME V.

Tracer un Cadran équinoctial.

D'Un point C comme centre, décrivez un cercle AEDB; menez les deux diamétres AD, EB, qui se coupent à angles droits au centre C: divisez ensuite chaque quart de cercle en six parties égales, & menez les rayons C1, C2, C3, & les autres que vous voyez dans la Figure. Ces rayons seront les lignes qui marqueront les heures par le moyen d'un stile qu'on plantera à plomb sur le plan du Cadran, qui sera placé dans le plan de l'Equateur. La ligne AD doit concourir avec le plan de la méridienne, & le point A doit être tourné du côté du midi. Planche 4. Fig. 6.

REMARQUES.

I.

Ce Cadran équinoctial étant placé, si les lignes horaires regardent le ciel, il est appellé *supérieur*; mais si elles regardent la terre, il est nommé *inférieur*.

II.

Le Cadran équinoctial supérieur ne montre les heures du jour que dans le Printems & l'Esté ; & le Cadran inférieur ne les montre que pendant l'Automne & l'Hyver : mais dans les Equinoxes, lorsque le Soleil est dans l'Equateur, ou qu'il en est fort près, les Cadrans équinoctiaux ne sont d'aucun usage, puisqu'ils ne sont point éclairez du Soleil.

III.

On sçait qu'à Paris l'élevation du plan de l'Equateur est de 41 degrez, qui est le complement de l'élevation du pole.

IV.

D'où l'on voit qu'il est aisé de construire un Cadran équinoctial universel, que l'on ajustera à telle élevation de pole que l'on voudra. Il ne faut que joindre deux piéces d'yvoire ou de cuivre ABCD, & CDEF, qui s'ouvriront à discrétion par une charniere mise en CD, *décrire sur les deux surfaces de la piéce ABCD deux Cadrans équinoctiaux, dont l'un sera supérieur sur la surface supérieure, & l'autre inférieur sur la surface inférieure, & mettre un stile qui traversera à plomb par le centre I la piéce ABCD. On ménagera au milieu G de la piéce CDEF une petite boete pour y placer une éguille aimantée, que l'on couvrira d'un verre : on attachera à cette même piéce un quart de cercle HL divisé en degrez, que l'on fera passer par une ouverture faite en H dans la piéce ABCD. Les degrez & minutes doivent commencer à se compter en L.

* Planche 4. Fig. 7.

Quand on voudra se servir de ce Cadran pour quelque lieu que ce soit, on mettra l'éguille aimantée dans la méridienne, ayant pourtant égard à sa déclinaison dans ce lieu, & l'on fera faire aux deux piéces ABCD, & CDEF un angle BCF, qui ſoit égal à l'élevation de l'Equateur du lieu où l'on ſe trouve. On obſervera de tourner le quart de cercle du côté du Midi. L'un & l'autre des Cadrans équinoctiaux montrera l'heure de ce lieu.

PROBLEME VI.

Tracer un Cadran ſur quelque plan vertical que ce ſoit ſans Bouſſole pendant la nuit, avec une bougie.

APrès avoir échafaudé, s'il eſt néceſſaire, tracez une méridienne ſur une table, de la maniére qu'on l'a enſeigné dans le Problême premier. Poſez le long de cette méridienne un Cadran horiſontal, qu'il eſt aiſé de faire. Ajuſtez le long de l'axe un fil ou ficelle, qui étant tendue, aille rencontrer le plan ſur lequel on a propoſé de conſtruire le Cadran. Le point où la ficelle rencontrera le plan, ſera l'endroit où il faudra mettre l'axe, de maniére qu'il ſoit en ligne droite avec la ficelle, ou plûtôt qu'il ne faſſe qu'une ligne avec elle. La méridienne ſe tracera en laiſſant tomber un plomb du centre du Cadran.*

Pour tracer les lignes des autres heures, comme celle d'une heure, par exemple, ayant arrêté la ficelle, ſuivant l'axe des deux Cadrans, ſervez-vous d'une bougie, avec laquelle vous ferez en ſorte que l'ombre de l'axe du Cadran horiſontal tombe ſur la ligne d'une heure de ce Cadran. La ficelle jettera une ombre ſur le plan vertical. Vous prendrez un point ſur

* Le centre du Cadran eſt le point où l'axe eſt planté dans le plan du Cadran, lorſque l'axe rencontre ce plan.

cette ombre. Par ce point & par le centre du Cadran, vous menerez une ligne droite, qui marquera la ligne d'une heure sur le plan vertical. Vous ferez la même chose pour les autres heures, & vous aurez un Cadran exactement tracé sans l'embarras qu'on a ordinairement.

REMARQUES.

I.

Si vous le voulez tracer pendant le jour, il faut attendre que le Soleil luise, & vous servir d'un Miroir avec lequel vous ferez la même chose que vous avez fait avec la bougie.

II.

Si le plan vertical étoit tellement situé, que la ficelle ne pût le rencontrer, alors vous attacherez au plan deux soûtiens, pour arrêter une verge de fer, qui fera une même ligne avec la ficelle, & vous opererez le reste de la même maniére qu'on vient de dire.

III.

Comme le Cadran équinoctial est le plus aisé de tous à construire, on pourra s'en servir utilement à tracer toutes sortes de Cadrans par le moyen de son stile, qu'on prolongera autant qu'on le jugera à propos.

PROBLEME VII.

Connoître l'heure qu'il est par le moyen de la main gauche.

QUoique cette maniére ne soit point précise, elle peut neanmoins être de quelque utilité, lorsqu'on se trouve à la campagne, ou qu'on est en voyage.

Il faut d'abord étendre la main gauche, & la poser horisontalement, en sorte que le dedans soit tourné vers le ciel; puis on prendra un brin de paille ou de bois, qu'on placera à angles droits à la jointure entre le pouce & le doigt indice, & qu'on tiendra élevé au-dessus de la main de la longueur qui est depuis cette jointure jusqu'à l'extrêmité du doigt indice, comme on le voit représenté dans la Figure en A : ce brin de paille sert de stile. Ensuite on tournera la racine du pouce vers le Soleil, la main étant toûjours étendue, jusqu'à ce que l'ombre du muscle qui est au dessous du pouce, se termine à la ligne de vie marquée C. Alors l'extrêmité de l'ombre du brin de paille montrera l'heure, en tournant le poignet ou la racine de la main vers le Soleil, & tenant les doigts également étendus. L'ombre tombant au bout du doigt indice marquera 5 heures du matin, ou 7 heures du soir : au bout du doigt du milieu, 6 heures du matin & du soir : au bout du doigt suivant, 7 heures du matin & 5 heures du soir : au bout du petit doigt, 8 heures avant midi & 4 heures du soir : à la jointure prochaine du même petit doigt, 9 heures du matin & 3 heures après midi : à la jointure suivante du petit doigt, 10 heures avant midi & 2 heures après midi : à la racine du même doigt, 11 heures du matin & 1 heure après midi : enfin l'ombre tombant sur la ligne de la main marquée D, dite *ligne de la table*, marquera 12 heures, ou midi.

Planche 4. Fig. 8.

PROBLEME VIII.

Décrire dans un parterre un Cadran horisontal avec des herbes.

On peut décrire par les méthodes ordinaires un Cadran horisontal dans un parterre, en marquant les lignes des heures avec du buis, ou autrement, & en faiſant ſervir de ſtile quelque arbre planté bien droit ſur la ligne meridienne, qui par l'extrêmité de ſon ombre marquera les heures au Soleil, comme dans les Cadrans ordinaires qui ſe font ſur les murailles. Mais au lieu d'un arbre, une perſonne pourra ſe ſervir de ſa propre hauteur pour ſtile, en ſe plaçant bien droit au pied du ſtile, qui doit avoir été marqué ſur la méridienne conformément à cette hauteur ; ce qui ſera facile à celui qui entendra la Gnomonique.

On peut auſſi tracer un ſemblable Cadran par le moyen d'une table des hauteurs du Soleil, ou bien par le moyen d'une table des verticaux du Soleil, comme nous avons enſeigné dans notre Gnomonique ; ou bien encore de cette ſorte.

Planche 17. Fig. 90. Ayant tiré par le point A, pris à diſcrétion ſur le plan horiſontal, la ligne méridienne BC, & ayant décrit à volonté du même point A, le cercle 6B6C, diviſez ſa circonférence en 24 parties égales, ou de 15 degrez en 15 degrez, pour les 24 heures du jour naturel, en commençant depuis la méridienne BC. Joignez les deux points oppoſez & également éloignez de la méridienne BC, par des lignes droites, qui ſeront paralleles ent'relles & à la méridienne BC, ou perpendiculaires au diamétre 6, 6, qui détermine ſur le cercle les points de 6 heures du matin, & de 6 heures du ſoir.

On marquera ſur chacune de ces lignes paralleles les points des heures qui ſe trouveront ſur la circonférence d'une Ellipſe, en cette ſorte. Ayant fait au centre A, avec la ligne A6 l'angle 6AD égal à l'élevation du pole, qui eſt de 49 degrez à Paris, portez la diſtance perpendiculaire du point 6 à la ligne AD, ſur la méridienne BC, de part & d'autre depuis le centre A, aux points 12, 12; la distance perpendiculaire du point I, à la même ligne AD, sur chacune des deux paralleles, les plus proches de la ligne BC, depuis E & K, de part & d'autre aux points 1, 11; la distance perpendiculaire du point H, à la même ligne AD, sur chacune des deux paralleles suivantes, également éloignées & plus proches des deux précedentes, depuis F, & L, de part & d'autre, aux points 2, 10, & ainsi des autres. Planche 27. Fig. 90.

Il faut ensuite marquer le commencement de chaque Signe du Zodiaque, qui répond environ au 20. jour de chaque mois, deçà & delà depuis le centre A, qui represente le commencement de ♈, & de ♎, sur la ligne meridienne BC, en cette sorte.

Ayant fait au centre A, avec la meridienne AB, l'angle BAM égal à l'élevation du pole, par la ligne AM perpendiculaire à la ligne AD, & ayant pris l'arc DN égal à la déclinaison du Signe que vous voulez marquer, comme de 23 degrez & demi pour ♋, & ♑, de 20 degrez & un quart pour ♊, ♌, & pour ♒, ♐, & de 11 degrez & demi pour ♉, ♍, & pour ♓, ♏, tirez par le point N, la ligne NP, parallele à la ligne AD, & la ligne NQ parallele à la ligne A6. Portez la partie A12 de P sur la ligne NQ en R; de sorte que la ligne PR soit égale à la partie A12, ou à la distance perpendiculaire du point 6, à la ligne AD. La partie OP terminée par les deux lignes A6, AM, sera la distance du Signe proposé depuis le centre A, qui represente les deux points équinoctiaux.

Ce Cadran étant ainsi décrit avec ses ornemens, on pourra connoître les heures aux rayons du Soleil, comme dans les précedens, pourvû qu'on le place environ au degré du Signe courant du Soleil, avec cette différence, qu'au lieu que dans l'horisontal le stile ne peut être que d'une certaine grandeur, ici il peut être de telle grandeur que l'on voudra. Il est bon même de le faire un peu long, parce que s'il étoit bien petit, son ombre pourroit en Esté devenir si petite, qu'elle ne parviendroit pas aux points horaires marquez sur les paralleles, & ne pourroit par conséquent faire connoître les heures. Ainsi quand on voudra se servir de sa propre hauteur pour connoître les heures dans un semblable Cadran, il ne faudra pas décrire du centre A un cercle d'une grandeur énorme, de peur que les points des heures ne s'éloignent trop de ce centre.

PROBLEME IX.

Décrire un Cadran horisontal, dont on a le centre & la ligne équinoctiale.

Planche 17. Fig. 91.

SI le centre donné est A, & la ligne équinoctiale BC, tirez à cette ligne BC, par le centre A la perpendiculaire AD, qui sera la ligne meridienne. Ayant décrit autour de la ligne AE le demi-cercle AFE, prenez l'arc EF, égal au double de l'élevation du pole, comme de 98 degrez à Paris, où le pole est élevé sur l'horison à peu près de 49 degrez. Décrivez du point E par le point F, une circonférence de cercle, qui donnera sur l'équinoctiale BC, les points G, H, de 3 & de 9 heures, & sur la meridienne AD, les deux points I, D, dont chacun peut être pris pour le centre diviseur de l'équinoctiale BC, sur laquelle on marquera les points des autres heures en cette ſorte.

Portez la même ouverture de compas EF ſur la circonférence du cercle décrit du centre E, de G & H, aux points K, L, & de I, de part & d'autre, aux points M, N. Tirez du point D, par les points K, L, M, N, des lignes droites, qui donneront ſur l'équinoctiale BC, les points O, P, Q, R, de 1, 11, 2, & 10 heures. Si vous portez la même ouverture de compas EF, de M, & N, ſur l'équinoctiale BC, aux points S, T, vous aurez en S le point de 4 heures, & en T le point de 8 heures. Enfin ſi vous portez la même ouverture de compas EF, deux fois à droit & à gauche, des points S, T, ſur la même ligne équinoctiale BC, vous aurez les points de 5 & de 7 heures, qui ſe rencontreront ici au dehors du plan du Cadran, &c.

PROBLEME X.

Décrire un Cadran horiſontal par le moyen d'un quart de cercle.

JE ſuppoſe que le quart de cercle eſt diviſé en ſes 90 degrez, comme ABC, au dedans duquel il faudra tirer la ligne DE perpendiculaire au demi-diametre AB, ou parallele à l'autre demi-diamétre AC, plus ou moins éloignée du centre A du quart de cercle, ſelon que l'on voudra faire un Cadran plus grand ou plus petit. Cette ligne DE ſera diviſée inégalement par les lignes droites tirées du centre A de 15 en 15 degrez, en des points qui repreſenteront les points horaires de la ligne équinoctiale du Cadran horiſontal, que l'on décrira en cette ſorte.

Planche 28. Fig. 92.

Plan-che 28. Fig. 92.

Ayant tiré sur le plan horisontal la ligne meridienne FG, & y ayant pris à volonté le point F pour le centre du Cadran, prenez depuis ce centre sur la meridienne FG, la partie FH égale à la partie AI, terminée par la ligne DE sur la ligne de l'élevation du pole, que nous avons ici supposée de 30 degrez, en la comptant depuis C. Menez par le point H la ligne KL perpendiculaire à la meridienne FG; cette ligne KL sera prise pour la ligne équinoctiale, sur laquelle on transportera depuis H, de part & d'autre, les divisions de la ligne DE, en les prenant depuis D, pour avoir les points des heures, par lesquels on tirera du centre F les lignes horaires, &c.

Si vous voulez trouver le pied & la longueur du stile, tirez dans le quart de cercle du point D, qui represente le bout du stile, la ligne DO perpendiculaire à la ligne AI de l'élevation du pole, qui represente la ligne meridienne du Cadran horisontal, & faites HM égale à AO, ou FM, égale à IO, pour avoir en M le pied du stile, dont la longueur est égale à la perpendiculaire DO, parce que le point I represente le centre du Cadran, comme il est évident à ceux qui entendent la Gnomonique.

PROBLEME XI.

Décrire un Cadran horisontal, & un Cadran vertical meridional, par le moyen d'un Cadran Polaire.

Plan-che 29. Fig. 93.

SI le Cadran polaire est supposé dans un plan parallele au cercle de six heures, en sorte que la ligne équinoctiale AB soit perpendiculaire à la ligne meridienne CD, & à toutes les autres lignes horaires, qui ſont paralleles entr'elles, & à la meridienne; faites au point E de 9 heures ſur l'équinoctiale, avec la même équinoctiale AE, l'angle AEF égal au complement de l'élevation du pole. Par le point F, où la ligne EF coupe la meridienne CD, tirez à cette meridienne CD, la perpendiculaire GH, qui ſe trouvera coupée par les lignes horaires du Cadran polaire en des points, par où vous tirerez au centre C les lignes horaires du Cadran horiſontal. On trouvera ce centre C ſur la meridienne CD, en prenant la ligne FC égale à la ligne EF. Planche 29. Fig. 93.

Si par le même point E vous tirez la ligne EI, perpendiculaire à la ligne EF, ou, ce qui eſt la même choſe, ſi au point E on fait l'angle AEI égal à la hauteur du pole ſur l'horiſon, & que par le point I, où la ligne EI coupe la meridienne CD, on tire la ligne KL perpendiculaire à la meridienne, ou parallele à l'équinoctiale, cette ligne KL, qui repreſente le premier vertical, ſera coupée par les lignes horaires du Cadran polaire en des points, par où l'on tirera au centre D les lignes horaires du Cadran vertical meridional. Ce centre D ſe trouvera ſur la meridienne CD, en faiſant la ligne ID égale à la ligne IE.

REMARQUE.

L'axe CM du Cadran horiſontal eſt parallele à la ligne EF, & l'axe DN du Cadran vertical eſt parallele à la ligne EI.

PROBLEME XII.

Décrire un Cadran horisontal, & un Cadran vertical meridional, par le moyen d'un Cadran équinoctial.

Planche 19. Fig. 94. SI le Cadran équinoctial est supposé décrit sur un plan parallele à l'Equateur, en sorte que la ligne de six heures AB soit perpendiculaire à la ligne meridienne CD, faites au point E pris à discrétion sur la ligne de six heures AB, l'angle AEF égal à l'élevation du pole. Par le point F, où la ligne EF coupe la meridienne CD, tirez à cette meridienne CD, la perpendiculaire GH, qui se trouvera coupée par les lignes horaires du Cadran équinoctial, en des points, par où vous tirerez les lignes horaires du Cadran horisontal de son centre C, que vous trouverez en portant la ligne EF sur la meridienne CD, de F en C.

Pour le Cadran vertical, il faut tirer par le même point E, la ligne EI perpendiculaire à la ligne EF, ou bien, ce qui est la même chose, il faut faire au point E l'angle AEI, égal au complement de la hauteur du pole sur l'horison. Par le point I, où la ligne EI coupe la meridienne CD, tirez à la ligne de six heures AB, la parallele KL, qui se trouvera coupée par les lignes horaires du Cadran équinoctial, qui partent du centre O, en des points, par où l'on tirera les lignes horaires du Cadran vertical de son centre D, qu'on trouvera en portant sur la meridienne CD la longueur de la ligne EI, de I en D.

REMARQUE.

L'axe CM du Cadran horisontal est parallele à la ligne EI, & l'axe DN du Cadran vertical, eſt parallele à la ligne EF.

PROBLEME XIII.

Décrire un Cadran vertical ſur un quarreau de vitre, où l'on puiſſe connoître les heures aux rayons du Soleil, ſans aucun ſtile.

JE fis autrefois un Cadran vertical déclinant ſur un quarreau de vitre d'une fenêtre, où l'on pouvoit ſans aucun ſtile connoître facilement les heures au Soleil. Je m'y pris de cette ſorte.

Je détachai un quarreau de vitre, qui étoit colé en dehors contre le chaſſis de la fenêtre : j'y traçai un Cadran vertical, ſelon la déclinaiſon de la fenêtre, & la hauteur du pole ſur l'horiſon, ayant pris pour longueur du ſtile l'épaiſſeur du chaſſis de la même fenêtre. Je fis enſuite recoler ce quarreau de vitre en dedans contre le chaſſis, ayant donné à la ligne meridienne une ſituation perpendiculaire à l'horiſon, telle qu'elle doit être dans les Cadrans verticaux. Je fis coler en dehors contre le même chaſſis, vis-à-vis du Cadran, un papier fort, qui n'étoit point huilé, afin que les rayons du Soleil le pénétrant moins, la ſurface du Cadran en fût plus obſcure. Et pour pouvoir connoître les heures au Soleil ſans l'ombre d'un ſtile, je fis un petit trou avec une épingle dans le papier, vis-à-vis le pied du ſtile, que j'avois marqué dans le Cadran. Le trou repreſentant le bout du ſtile, & les rayons du Soleil paſſant au travers, faiſoient ſur la vitre une petite lumiere, qui montroit agréablement les heures dans l'obſcurité du Cadran.

PROBLEME XIV.

Décrire trois Cadrans ſur trois plans differens, où l'on pourra connoître les heures au Soleil par l'ombre d'un ſeul axe.

Plan-che 30. Fig. 95.

PRéparez deux plans rectangulaires ABCD, BEFC, d'une largeur égale BC. Joignez-les enſemble ſelon cette ligne BC, qui repréſentera leur commune ſection, en ſorte qu'ils faſſent un angle droit; ce qui fera que l'un, comme ABCD, étant pris pour un plan horiſontal, l'autre BEFC ſera pris pour un plan vertical.

Cette préparation étant faite, ou plûtôt avant que de joindre enſemble ces deux plans, diviſez leur commune largeur BC en deux également au point I, & tirez par ce point I, dans le plan ABCD, la ligne GI perpendiculaire à la ligne BC, & dans le plan BEFC, la ligne HI perpendiculaire à la même ligne BC. Chacune des deux lignes HI, GI, ſera priſe pour la meridienne de ſon plan.

Si on prend le plan ABCD pour horiſontal, on y fera un Cadran horiſontal, dont le centre G ſera pris à volonté ſur la meridienne GI : & ſur l'autre plan BEFC, on fera un Cadran vertical meridional, dont le centre H ſe trouvera ſur la meridienne HI, par le moyen du Triangle rectangle GIH, dont l'angle IGH doit être égal à l'élevation du pole. Ce Triangle GIH rectangle en I, doit être d'une matiére forte, pour pouvoir être appliquée contre ces deux plans, & les maintenir dans l'angle droit, comme vous voyez dans la Figure. Alors l'hypoténuſe GH ſervira d'axe pour le Cadran horisontal du plan ABCD, & pour le vertical du plan BEFC. Planche 30. Fig. 95.

Ces deux plans ABCD, BEFC, étant ainsi attachez & arrêtez par le troisiéme plan triangulaire GIH, tirez dans ce troisiéme plan GIH, du sommet I de son angle droit, la ligne IO perpendiculaire à l'axe GH, & vous servant de cette ligne IO comme de rayon, faites un quatriéme plan coupé en rond KLMN, dont le demi-diamétre soit égal à la ligne IO, & la circonférence KLMN soit divisée en 24 parties égales, pour y faire un Cadran équinoctial, tant le supérieur que l'inférieur, en sorte que les lignes horaires de l'un répondent aux lignes horaires de l'autre.

Ce Plan KLMN doit être coupé en dedans comme un cercle de Sphere, & il doit être fendu le long de la meridienne, afin qu'il puisse s'ajuster par cette fente au plan triangulaire GIH, selon la ligne IO, en sorte que le point K de midi touche le point I. En ce cas l'axe GH passera par le centre P du Cadran équinoctial, & sera perpendiculaire à son plan; ce qui fait qu'il sera aussi l'axe de ce Cadran, dont le plan étant tourné droit au Midi, en sorte que le centre G regarde directement le Midi, sera parallele à l'Equateur; & alors l'ombre de cet axe commun GH montrera les heures aux rayons du Soleil sur chacun de ces trois Cadrans, excepté au temps des Equinoxes, où il ne montrera les heures que dans le Cadran horisontal & dans le vertical.

Pour tourner le centre G du Cadran horisontal directement au Midi, en sorte que la ligne meridienne de chacun de ces trois Cadrans soit dans le plan du Meridien, & que l'axe GH convienne avec l'axe du Monde, on se servira d'une Boussole, où la déclinaison de l'Aimant soit marquée ; laquelle est présentement à Paris * d'environ 13 degrez Nord-Ouest. Ou bien on marquera les points du commencement de chaque Signe du Zodiaque, qui répond environ au 20. de chaque mois, sur l'axe GH de part & d'autre depuis le point O, qui représente les points équinoctiaux, ou les commencemens de ♈ & de ♎, selon la déclinaison des Signes, en faisant au point I, avec la ligne IO, de côté & d'autre des angles égaux à cette déclinaison. En donnant ainsi au plan ABCD une situation horisontale, & en le tournant jusqu'à ce que l'ombre de la circonférence KLMN tombe sur le degré du Signe courant du Soleil, le centre G se trouvera tourné directement au Midi, & chaque ligne meridienne se trouvera dans le plan du cercle meridien. Je ne dis pas que les Signes septentrionaux se doivent marquer depuis O vers G, parce que ceux qui entendent la Sphere, sçavent bien que dans cette Zone que nous habitons, le point G represente le pole septentrional.

* 1722.

PROBLEME XV.

Tracer un Cadran sur un plan horisontal par le moyen des deux points d'ombre marquez sur ce plan au temps des Equinoxes.

Planche 30. Fig. 96.

SI les deux points d'ombre sont B, C, on les joindra par la ligne droite BC, qui representera la ligne équinoctiale. Afin que l'erreur soit moins sensible, il ne faudra pas que les deux points d'ombre B, C, soient beaucoup éloignez entre eux, parce qu'autour des Equinoxes la déclinaison du Soleil change sensiblement ; mais ils ne doivent pas aussi être trop proches, parce qu'il est difficile de tirer exactement une ligne droite par deux points extrêmement proches. Planche 30. Fig. 96.

Ayant ainsi tiré la ligne équinoctiale BC, menez par le pied du stile A la perpendiculaire GD, qui sera la ligne meridienne, sur laquelle on marquera le centre D de l'Equateur, & le centre G du Cadran, en cette sorte. Ayant tiré par le même pied du stile A, la ligne AF perpendiculaire à la ligne meridienne, ou parallele à la ligne équinoctiale, & égale au stile, joignez le rayon de l'Equateur EF. Portez-en la longueur de E pris sur la meridienne au point D, qui sera le centre de l'Equateur. Si vous tirez au même rayon de l'Equateur EF, par le point F, la perpendiculaire FG, vous aurez en G sur la meridienne le centre du Cadran.

Il ne reste plus qu'à marquer les points horaires sur l'équinoctiale BC, ce qui pourra se faire *par le Probl. IX.* ou bien en cette sorte. Ayant décrit du centre de l'Equateur D, avec une ouverture de compas prise à volonté, le demi-cercle HEI, & ayant divisé sa circonférence en 12 parties égales, ou de 15 degrez en 15 degrez, tirez du même centre D, par les points de division, autant de lignes droites, qui étant prolongées, donneront sur la ligne équinoctiale BC, les points des heures qu'on cherche.

Ou bien plus facilement, portez la longueur du rayon de l'Equateur EF, depuis E, de part & d'autre sur la ligne équinoctiale BC, pour avoir les points de 3 & de 9 heures. Du centre D, & de la distance de ces deux points trouvez de 3 & de 9 heures prise sur l'équinoctiale, faites un arc de cercle, qui coupera l'équinoctiale en deux

Planche 30. Fig. 96.

points, qui seront les points de 4 & de 8 heures. De chacun de ces points de 4 & de 8 heures sur l'équinoctiale, portez de côté & d'autre la même distance de 3 & de 9 heures, pour avoir d'une part les points de 5 & de 11 heures, & de l'autre les points de 1 & de 7 heures. De cette maniére vous aurez tous les points horaires sur l'équinoctiale, excepté ceux de 2 & de 10 heures, que vous trouverez en divisant en trois parties égales la distance des points de 4 & de 8 heures.

REMARQUES.

Vous remarquerez que la distance du point E de Midi au point de 4 ou de 8 heures sur la ligne équinoctiale, est la moitié de la distance des points de 1 à 5 heures, ou des points de 11 à 7 heures: que la distance des points de 2 à 9 heures, ou de 10 à 3 heures, est égale à la moitié de la distance du point de 2 à 5 heures, ou du point de 10 à 7 heures: & que par consequent la distance des points de 2 & de 9 heures, ou de 10 & de 3 heures, est égale au tiers de la distance des points de 5 & de 9 heures, ou de 3 & de 7 heures. D'où il suit qu'on peut trouver autrement qu'auparavant, les points de 2 & de 10 heures, sçavoir, en divisant en trois parties égales la distance des points de 5 & de 9 heures, & la distance des points de 3 & de 7 heures.

Si outre les points horaires de la ligne équinoctiale BC, vous voulez avoir les points des demi-heures, il faut diviser le demi-cercle HEI en deux fois plus de parties égales, c'est-à-dire, en 24 parties égales, & en 48 parties égales, si vous voulez avoir les quart-d'heures, & ainsi de suite. Ou bien pour avoir les points des demi-heures, on mettra une des pointes du compas sur les points horaires de la ligne équinoctiale BC, qui sont en nombre impair, sçavoir, sur les points de 1, 11, 3, 9, 5 & 7 heures, & on étendra l'autre pointe jusqu'au centre de l'Equateur D, pour avoir des ouvertures, qui étant portées depuis les mêmes points horaires de part & d'autre sur l'équinoctiale, donneront les points des demi-heures, par le moyen desquels on trouvera de la même façon les points des quart-d'heures, & ainsi de suite.

PROBLEME XVI.

Tracer un Cadran sur un plan horisontal, où les points de 5 & de 7 heures sont donnez sur la ligne équinoctiale.

COmme il arrive souvent que les points de 5 & de 7 heures de la ligne équinoctiale se trouvent hors du plan, pour avoir pris un stile trop long par rapport à la largeur du plan; ce qui empêche de marquer ces deux points de 5 & de 7 heures sur la ligne équinoctiale, & d'achever le Cadran : il sera bon de déterminer ces deux points sur l'équinoctiale, comme A, B, dont le milieu O sera le point de midi, & l'on achevera le Cadran en cette sorte. Planche 31. Fig. 97.

Ayant tiré par le point de midi O, la ligne meridienne DE perpendiculaire à l'équinoctiale BC, on trouvera en premier lieu sur cette meridienne DE, le centre de l'Equateur D, & par son moyen le centre du Cadran I, d'où l'on tirera les lignes horaires par les points des heures, qu'on marquera sur la ligne équinoctiale AB, comme il a été en-

Planche 31. Fig. 97. seigné au Problême précédent, par le moyen du centre de l'Equateur D, que nous trouverons ici en trois maniéres différentes, comme vous allez voir.

Première méthode.

Ayant décrit du point de midi O, par les points A, B, de 5 & de 7 heures, le demi-cercle AFB, & ayant décrit du point A, par le même point O, l'arc de cercle OF, divisez en deux également l'arc AF au point G, & menez la droite BG, qui donnera sur la ligne meridienne DE, le centre de l'Equateur D.

Seconde méthode.

Ayant décrit, comme auparavant, le demi-cercle AFB, & l'arc de cercle OF, décrivez du point B, par le point F, l'arc de cercle FH, & faites la ligne OD égale à la partie AH, pour avoir en D le centre de l'Equateur qu'on cherche.

Troisiéme méthode.

Décrivez des deux points A, B, de 5 & de 7 heures avec une ouverture de compas égale à la distance AB, deux arcs de cercle, qui se coupent ici sur la meridienne au point E. Décrivez de ce point E, avec la même ouverture de compas l'arc de cercle ADB, qui donnera sur la meridienne DE le centre de l'Equateur D.

Pour trouver le centre du Cadran, faites au centre de l'Equateur l'angle ODC égal au complement de la hauteur du pole sur l'horison, & portez la longueur de la ligne CD sur la meridienne DE, de O en I. Le point I sera le centre du Cadran, où toutes les lignes horaires iront aboutir.

Si vous voulez trouver le pied & la longueur du ſtile, ayant décrit autour de la ligne IO le demi-cercle OKI, portez ſur ſa circonférence la longueur de la ligne OD, de O en K, & tirez du point K, la ligne KL perpendiculaire au diamétre OI, pour avoir en L le pied du ſtile, dont la longueur ſera la perpendiculaire KL.

Il eſt évident que la ligne OK eſt le rayon de l'Equateur, & que la ligne IK repreſente l'axe du Cadran, de ſorte que l'angle LIK eſt égal à l'élevation du pole.

PROBLEME XVII.

Un Cadran horiſontal ou vertical étant donné, trouver pour quelle latitude il a été fait, lorſque l'on connoît la longueur & le pied du ſtile.

I.

SI le Cadran eſt horiſontal, on tirera par le pied du ſtile A, la ligne AF égale au ſtile, & perpendiculaire à la meridienne, & l'on tirera du centre G du Cadran par le point F, la droite FG, qui repreſentera l'axe du Cadran, & qui fera avec la meridienne l'angle FGA égal à la latitude qu'on cherche.

Planche 30. Fig. 96.

II.

On travaillera de la même façon pour un Cadran vertical meridional, ou ſeptentrional, qui ne déclinera point; ce que l'on connoîtra lorſque la ligne meridienne paſſera par le pied du ſtile. Alors l'angle que fera l'axe du Cadran avec la meridienne ſera le complement, ou le reſte à 90 degrez de l'élevation du pole, pour laquelle le Cadran aura été fait.

III.

Si le Cadran vertical regarde directement l'Orient, ou l'Occident, en sorte qu'il soit meridien, ce que l'on connoîtra, lorsque les lignes horaires seront paralleles entr'elles, on mesurera l'angle que fait l'une de ces lignes horaires avec la ligne horisontale, ou avec quelqu'autre ligne parallele à l'horisontale, & cet angle sera l'élevation du pole qu'on cherche.

IV.

Planche 32. Fig. 98.

Si le Cadran vertical est déclinant, ce que l'on connoîtra, lorsque la ligne meridienne ne passera pas par le pied du stile, comme AH, qui ne passe pas par le pied du stile C; tirez par ce point C, la ligne horisontale FD perpendiculaire à la meridienne AH, qui se tire à plomb dans tous les Cadrans verticaux, & la ligne CE parallele à la meridienne AH, ou perpendiculaire à l'horisontale FD, & égale au stile. Portez la longueur de l'hypoténuse EB (qu'on peut appeller *Ligne de déclinaison*, parce que l'angle CEB est la déclinaison du plan) sur l'horisontale de B en D. Par ce point D, & par le centre du Cadran A, menez la droite DA, qui fera au point D, avec l'horisontale FD, l'angle BDA, dont la quantité fera connoître la latitude qu'on cherche, c'est-à-dire, l'élevation du pole sur l'horison, pour laquelle le Cadran a été fait.

REMARQUES.

Si vous voulez sçavoir l'élevation du pole sur le plan du Cadran, c'est-à-dire, de combien de degrez est élevé le pole sur l'horison, auquel le plan

du

du Cadran est parallele, tirez la soustilaire AC. Planche 32. Fig. 98.
Du pied du stile C, & du rayon CE, décrivez vers G un arc de cercle. Du centre du Cadran A, & du rayon AD décrivez un autre arc, qui coupera le premier en G. Par ce point G, menez au centre A l'axe du Cadran AG, qui fera avec la soustilaire AC, l'angle CAG, égal à la hauteur du pole sur le plan.

Si vous voulez aussi sçavoir la différence des meridiens de l'horison du lieu, & de l'horison du plan, c'est-à-dire, la différence des longitudes entre celle de l'horison, pour lequel le Cadran a été fait, & celle de l'horison parallele au plan du Cadran; prolongez la ligne soustilaire AC vers L. Du point F, section de la ligne de six heures & de l'horisontale, menez à AC la perpendiculaire FK, qui sera la ligne équinoctiale. Portez la longueur du rayon de l'Equateur IG, sous la soustilaire, de I en L, où sera le centre de l'Equateur. Par ce point L, & par le point M, section de la meridienne & de l'équinoctiale, tirez la droite LM, qui fera avec la soustilaire AL, l'angle CLM, dont la quantité fera connoître la différence des longitudes qu'on cherche.

Parce que le centre du Cadran A se trouve ici au-dessus de la ligne horisontale, on connoît, 1°. que le plan du Cadran décline du Midi; 2°. qu'il décline à l'Orient, parce que le pied du stile C se trouve entre la ligne meridienne & les lignes des heures du matin, ou avant midi. On connoît aussi qu'au temps des Equinoxes le Cadran ne sera pas éclairé du Soleil à trois heures après midi, parce que la ligne de trois heures étant prolongée, ne coupe point la ligne équinoctiale du côté des heures après midi. Enfin on connoît qu'en tout temps le plan du Cadran, n'eſt point éclairé des rayons du Soleil aux heures dont les lignes dans le Cadran, ne coupent point du côté des mêmes heures la ligne horiſontale.

PROBLEME XVIII.

Trouver le pied & la longueur du ſtile dans un Cadran vertical déclinant.

Plan-che 32. Fig. 98.

S'Il arrive qu'un Cadran vertical déclinant ſe trouve décrit ſur une muraille ſans aucun ſtile, & ſans aucune marque du lieu où il avoit été planté, ou du point où l'on a ſuppoſé ſon pied, quand on a tracé le Cadran, on pourra trouver ce pied, & déterminer la longueur du ſtile, en cette ſorte.

Si ayant prolongé la meridienne AH, on prolonge quelqu'autre ligne horaire, elles ſe couperont en un point A, qui ſera le centre du Cadran. De ce point A menez une ligne indéfinie AD, qui doit faire avec la meridienne AH un angle BAD, égal au complement de l'élevation du pole. Par quelque point D pris à diſcrétion ſur la ligne AD, menez à la meridienne AH une perpendiculaire DF, qui ſera la ligne horiſontale.

Cela étant fait, tirez par le point D, à la ligne AD la perpendiculaire DM, qui donnera ſur la meridienne AH, le point M. Par ce point M, & par le point F de ſix heures pris ſur l'horiſontale, vous tirerez la ligne équinoctiale FK, à laquelle vous menerez du centre A la perpendiculaire AL, qui repréſentera la ligne ſouſtilaire, & donnera par conſequent ſur l'horiſontale FD, le pied du ſtile au point C.

Pour trouver la longueur du ſtile, tirez de ſon pied trouvé C, la ligne indéfinie CE perpendiculaire à l'horisontale FD. Du point B, & du rayon BD, décrivez un arc de cercle, qui déterminera sur la perpendiculaire CE la longueur du stile qu'on cherche. Cette ligne CE servira à faire connoître la déclinaison du plan, qui est représentée par l'angle CEB, l'élevation du pole sur le plan, que l'angle CAG représente, & la différence des longitudes, qui est représentée par l'angle ILM, comme il a été enseigné au Problême précedent. Planche 32. Fig. 98.

REMARQUES.

Quand la déclinaison du plan est fort petite, on ne peut avoir le point F de six heures sur l'horisontale, parce qu'il est trop éloigné. Alors ne pouvant mener la ligne équinoctiale FK par le point F, on la menera par le point M, en lui faisant faire avec la meridienne AH, l'angle BMF, qu'on trouvera par le moyen de la déclinaison du plan, & de l'élevation du pole, en faisant cette Analogie.

Comme le Sinus total.
Au Sinus de la déclinaison du plan;
Ainsi la tangente du complement de l'élevation du pole,
A la tangente du complement de l'angle qu'on cherche.

Je parle à ceux qui entendent la Trigonométrie, & qui par le moyen de la même déclinaison du plan & de l'élevation du pole, pourront trouver l'angle de la ligne de six heures avec la meridienne, la différence des longitudes, & l'éleva-

Planche 32. Fig 98.

tion du pole sur le plan, par ces trois Analogies ;

1.

Comme le Sinus total,
Au Sinus de la déclinaison du plan ;
Ainsi la tangente de l'élevation du pole sur l'horison,
A la tangente du complement de l'angle de la ligne de six heures avec la meridienne.

2.

Comme le Sinus total,
Au Sinus de la hauteur du pole sur l'horison ;
Ainsi la tangente du complement de la déclinaison du plan,
A la tangente du complement de la difference des longitudes.

3.

Comme le Sinus total,
Au Sinus du complement de la déclinaison du plan ;
Ainsi le Sinus du complement de l'élevation du pole sur l'horison,
Au Sinus de la hauteur du pole sur le plan.

Il arrive qu'on ne peut avoir le centre du Cadran, lorsque l'élevation du pole est fort grande, ou que le plan décline beaucoup ; comme on ne peut alors ni connoître la déclinaison du plan, ni déterminer le pied & la longueur du stile par la méthode précedente ; on mesurera l'angle de la ligne de six heures avec l'horisontale. Par le moyen de cet angle, & de l'élevation du pole, on connoîtra la déclinaison du plan, en faisant cette Analogie,

Comme le Sinus total,

A la tangente du complement de l'élevation du pole ; Planche 32. Fig. 98.

Ainsi la tangente de l'angle de la ligne de six heures avec l'horisontale,

Au Sinus de la déclinaison du plan.

La déclinaison du plan ayant été ainsi connue, on décrira autour de la partie FB, terminée par la ligne de six heures, & la meridienne, le demi-cercle FEB. On prendra depuis F, l'arc EF égal au double du complement de la déclinaison du plan, & l'on tirera du point E, à l'horisontale FD, la perpendiculaire EC, qui donnera la longueur du stile, & déterminera son pied au point C.

Si vous voulez tirer par le pied du stile trouvé C, la ligne soustilaire, tirez auparavant la ligne équinoctiale FK, par le point de six heures F, en lui faisant faire à ce point F, avec l'horisontale FD, un angle qu'on trouvera par cette Analogie,

Comme le Sinus total,

Au Sinus de la déclinaison du plan ;

Ainsi la tangente du complement de l'élevation du pole,

A la tangente de l'angle qu'on cherche.

Si à la ligne équinoctiale FK, on tire par le pied du stile C, la perpendiculaire CL, elle représentera la ligne soustilaire, qu'on pourra aussi tirer, en lui faisant faire au point C, avec l'horisontale FD, un angle, qu'on trouvera par cette Analogie,

Comme le Sinus total,

Au Sinus de la déclinaison du plan ;

Ainsi la tangente du complement de l'élevation du pole,
A la tangente du complement de l'angle qu'on cherche.

Ou bien portez la diſtance BE ſur l'horiſontale FD de B en D. Faites au point D, l'angle BDM égal au complement de la hauteur du pole ſur l'horiſon, pour avoir le point M, ſur la meridienne. Par ce point M, & par le point F de ſix heures, on tirera la ligne équinoctiale FM, à laquelle on menera par le point C la ligne perpendiculaire CL, qui ſera la ligne ſouſtilaire qu'on cherche.

PROBLEME XIX.

Décrire un Cadran portatif dans un quart de cercle.

Planche 32. Fig. 99. POur décrire un Cadran portatif dans le quart de cercle ABC, dont le centre eſt A, & dont la circonference BC eſt diviſée en ſes 90 degrez, décrivez autour du demi-diamétre AC, une demi-circonference de cercle, qui ſera priſe pour la ligne meridienne. Par le moyen de cette meridienne A12C, & de la Table ſuivante, qui montre la hauteur du Soleil à chaque heure du jour, de 10 degrez en 10 degrez des Signes du Zodiaque, pour la latitude de 49 degrez, telle qu'eſt à peu près celle de Paris, vous décrirez premierement les paralleles des Signes, & par leur moyen les autres lignes horaires par des cercles, en cette ſorte.

Pour décrire, par exemple, le Tropique de ♋, connoiſſant par la Table ſuivante, que le Soleil étant en ♋, est à midi élevé sur l'horison de 64 degrez & demi, vous appliquerez une regle sur le centre A, & sur le 64. degré & demi du quart

Table des hauteurs du Soleil.

Heu.	XII.	XI.	X.	IX.	VIII.	VII.	VI.	V.	*du M*
Sign.	D.M.	D.M.	D.M.	D.M.	D.M.	D.M.	D.M.	D.M.	*Sign.*
♋	64.32	61.56	55.19	46.36	37. 1	27.12	17.32	8.22	♋
10	64. 9	61.33	55. 1	46.18	36.44	26.36	7.12	8. 4	20
20	63. 2	60.31	54. 4	45.28	35.39	26. 8	16.22	7.12	10
♌	61.13	58.49	52.54	44. 7	34.40	24.51	15. 7	5.50	♊
10	58.48	56.30	50.29	42.14	32.54	23. 7	13.21	3.57	20
20	55.52	53.42	47.57	39.55	30.42	20.58	11.12	1.40	10
♍	52.31	50.30	45. 1	37.14	28.10	18.29	8.40		♉
10	48.51	46.58	41.44	34.13	25.19	15.43	5.54		20
20	44.58	43.12	38.15	31. 0	22.18	12.48	2.59		10
♎	41. 0	39.20	34.37	27.28	19. 9	9.47			♈
10	37. 2	35.26	30.58	24.12	15.58	6.42			20
20	33. 9	31.40	27.24	20.55	12.51	3.44			10
♏	29.29	28. 4	23.58	17.42	9.10	0.54			♓
10	26. 8	24.46	20.51	14.45	7. 5				20
20	23.12	21.52	18. 5	22.12	4.42				10
♐	20.47	19.30	15.48	10. 3	2.42				♒
10	18.58	17.42	14. 6	8.27	1.12				20
20	17.51	16.30	13. 3	7.27	0.18				10
♑	17.29	16.19	12.44	7. 8	0 .2				♑
Heu.	XII.	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	*du S*

de cercle BC, en comptant depuis B vers C. Par le point où la régle coupera la ligne meridienne, vous décrirez du centre A un quart de cercle, qui

Planche 32. Fig. 99.

représentera le Tropique de ♋. Ainsi des autres.

Pour décrire les autres lignes horaires, on en trouvera trois points, en marquant un point de chacune sur trois paralleles de Signes différens, tels que l'on voudra, pour faire passer par ces trois points une circonference de cercle, qui representera la ligne horaire qu'on cherche. Ces points horaires se trouveront dans l'intersection du parallele du Signe proposé, & d'une ligne droite tirée du centre A par le degré de la hauteur que le Soleil doit avoir sur l'horison à l'heure proposée, lorsqu'il est dans ce Signe, telle qu'on la trouve dans la Table précedente.

Pour connoître l'heure aux rayons du Soleil par le moyen de ce Cadran, ajustez au centre A un petit stile bien droit, avec un filet pendant librement par la pesanteur d'un plomb qu'il doit avoir à son extrêmité. Tournez ce centre A vers le Soleil, en sorte que la ligne AC regarde directement le Soleil; ce que vous connoîtrez lorsque l'ombre du stile élevé au point A, couvrira cette ligne AC. Alors le filet pendant librement du centre A, marquera sur le parallele du Signe courant du Soleil, l'heure qu'on cherche, & de plus sur le quart de cercle BC, les degrez de la hauteur du Soleil.

REMARQUES.

I.

Cette maniére de representer les lignes horaires par des circonferences de cercle, n'est pas bonne dans la rigueur géométrique; mais comme l'erreur est petite, on peut s'en servir très-utilement. Mais au lieu de cercles, on peut avoir des lignes droites, ſans que l'erreur ſoit auſſi beaucoup conſidérable. Ce ſera en décrivant du centre A, avec une ouverture de compas, priſe à volonté, les deux quarts de cercle ♋ ♑, ♈ ♎, dont le premier ſera pris pour l'un des tropiques, & l'autre pour l'Equateur. Après quoi on trouvera ſur chacun de ces deux quarts de cercle un point de chaque heure, pour joindre deux points d'une même heure par une ligne droite, en cette ſorte. Planche 33. Fig. 100.

Pour trouver, par exemple, le point de midi ſur l'Equateur ♈ ♎, où le Soleil étant, il eſt élevé ſur l'horiſon de 41 degrez, appliquez au centre A & au quarante-unième degré du quart de cercle BC, une régle bien droite, qui donnera ſur l'Equateur ♈ ♎, le point 12 de midi. De même parce que le Soleil étant dans ♋ eſt élevé à midi ſur l'horiſon de 64 degrez & demi, vous appliquerez ſur le centre A & ſur le 64. degré & demi du quart de cercle BC, la même régle qui donnera ſur le quart de cercle ♋ ♑, conſidéré comme le tropique de ♋, un ſecond point de midi, lequel étant joint avec le premier, donnera la ligne méridienne, qui ſervira pour les ſix Signes ſeptentrionaux, ſçavoir, depuis l'Equinoxe du Printems, juſqu'à l'Equinoxe d'Automne.

Si l'on conſidere le même quart de cercle ♋ ♑, comme le tropique du ♑, on y trouvera de la même façon le point de midi, par lequel & par le premier point de midi, qui a été trouvé ſur l'Equateur ♈ ♎, tirant une ligne droite, on aura une ſeconde ligne méridienne, qui ſervira pour les ſix Signes méridionnaux, ſçavoir, depuis l'Equinoxe d'Automne, juſqu'à l'Equinoxe du Printems.

C'eſt de la même maniére qu'on marquera les autres lignes horaires, tant pour les ſix Signes ſep-

Planche 33. Fig. 100. tentrionaux, que pour les six méridionaux, & il ne faut que regarder la Figure pour la comprendre. Les paralleles des autres Signes se décriront par le moyen de la ligne méridienne, comme il a été enseigné auparavant, sans qu'il soit besoin de le repeter ici. On connoît aussi les heures sur ce Cadran, comme sur le précedent ; c'est pourquoi nous n'en parlerons pas davantage.

II.

Fig. 101. Nous dirons cependant que la maniére la plus exacte de faire ce Cadran, est la suivante. Décrivez à volonté du centre A sept quarts de cercle, qui soient, si vous voulez, également éloignez entr'eux. Vous les prendrez pour les commencemens des douze Signes du Zodiaque, le premier & le dernier étant pris pour les deux tropiques, & celui du milieu par consequent pour l'Equateur. Vous marquerez sur chacun de ces paralleles des Signes les points des heures selon la hauteur que le Soleil doit avoir à ces heures au commencement de chaque Signe ; ce que vous connoîtrez par la Table précedente, comme il a été enseigné auparavant. Après quoi il n'y aura plus qu'à joindre par des lignes courbes tous les points d'une même heure, pour avoir le Cadran achevé, sur lequel on connoîtra les heures, comme il a été dit auparavant. Nous avons dit qu'il falloit se servir d'un petit stile élevé droit au centre A : mais au lieu de stile, on pourra se servir de deux pinnules, dont les trous répondent perpendiculairement & à une hauteur égale sur la ligne AC, ou sur une autre qui lui soit parallele. De cette maniére, au lieu de l'ombre du stile, qui doit couvrir la ligne AC, on fera passer les rayons du Soleil par les trous de

chaque pinnule. Et pour connoître l'heure plus facilement, on pourra ajoûter au filet qui pend du centre A, une petite perle enfilée, qu'on avancera sur le Signe & degré du Soleil marqué sur la ligne AC, lorsqu'on voudra connoître l'heure. Cette perle montrera l'heure qu'on cherche, lorsque les rayons du Soleil passeront par les trous des deux pinnules, & que le filet avec son plomb, pendera librement du centre A, sans qu'il soit besoin de remarquer où le filet coupe le degré du Signe courant du Soleil. Planche 33. Fig. 101.

On voit aisément que par le moyen d'un semblable Cadran, on peut connoître l'heure sans Soleil, pourvû que l'on sçache le lieu du Soleil dans le Zodiaque, & sa hauteur au-dessus de l'horison. Comme si le Soleil étant au commencement de ♈ ou de ♎, est élevé sur l'horison de 27 degrez & demi, en appliquant une régle bien droite sur le centre A, & sur le 27. degrés & demi du quart de cercle BC, elle coupera le parallele de ♈ & de ♎, au point de 9 heures du matin, ou de 3 heures du soir. Ce qui fera connoître qu'il est 9 heures du matin, si la hauteur du soleil a été observé avant midi, ou 3 heures du soir, si la hauteur du Soleil a été prise après midi.

III.

On peut *connoître l'heure sans Cadran par le moyen de la hauteur du soleil, & de la Table précedente*, en cherchant dans cette Table la hauteur trouvée du Soleil, ou sa plus proche dans la colonne du Signe courant du Soleil, ou du 10. degré le plus proche; car on trouvera vis-à-vis de cette hauteur l'heure en haut, si l'observation a été faite le matin, ou en bas, si la hauteur du Soleil a été observée après midi.

IV.

Planche 34. Fig. 102 On peut auſſi connoître l'heure ſans Cadran par la Géometrie, & par la Trigonométrie, comme nous enſeignerons après avoir dit que la hauteur du Soleil ſe peut prendre par le moyen d'un ſimple quart de Cercle, comme vous avez vû: ou bien par le moyen de l'ombre d'un ſtile élevé à angles droits ſur le plan horiſontal, ou vertical, en cette ſorte.

Premierement, ſi l'ombre du ſtile AB élevé à plomb ſur un plan horiſontal eſt AC, menez à cette ombre AC, par le pied du ſtile A, la perpendiculaire AD que vous ferez égale au ſtile AB, & tirez du point D, par l'extrêmité C de l'ombre AC, la droite CD, & l'angle ACD ſera l'élevation

Fig. 103 du Soleil qu'on cherche.

Mais ſi vous travaillez ſur un plan vertical, tirez par l'extremité C, de l'ombre AC, la ligne à plomb CD, & par le pied du ſtile A, la ligne horizontale EF perpendiculaire à cette ligne CD. Tirez-encore par le pied du ſtile A, la ligne à plomb AG, que vous ferez égale au ſtile AB, & ayant porté la longueur de la ligne DG ſur l'horizontale EF, de D en F, joignez la ligne CF; l'angle DFC donnera la hauteur du Soleil ſur l'horizon.

V.

La hauteur du Soleil étant ainſi connuë, ou au-

Fig. 104. trement, on *connoîtra l'heure du jour par la Géometrie*, en cette ſorte. Décrivez à diſcretion le demi-cercle ABCD, dont le centre eſt E, & le diamettre AD: prenez d'un côté l'arc DC égal à l'élevation du Pole, & de l'autre côté l'arc AB égal au complement de la même élevation du Pole: joi-

gnez les droites EB, EC, qui seront perpendiculaires l'une à l'autre : la premiere EB representera l'équateur, & la seconde EC l'axe du Monde ; parceque le point E represente le centre du monde, le point C le pole élevé sur l'horison, representé par le diametre AD, & le cercle ABCD represente tout ensemble le meridien & le colure des solstices, en supposant que ce colure convient avec le meridien. Planche 34. Fig. 104.

Dans cette supposition, on prendra l'arc BL, egal à la plus grande déclinaison du Soleil, ou de 23 degrez & demi, depuis B vers C, si le Soleil est dans les Signes septentrionaux, ou de l'autre côté vers A, si le Soleil est dans les Signes meridionaux. On tirera du centre E par le point L, la droite EL, qui representera l'écliptique, selon les loix de la projection ortographique de la Sphere. Aprés cela on fera l'arc LM égal à la distance du Soleil au solstice le plus proche. On menera du point M la ligne MI perpendiculaire à l'écliptique EL, qui se trouve ici coupée par cette perpendiculaire MI au point I, par où on tirera à l'Equateur EB la parallele FG, qui representera le parallele du Soleil, & qui coupe ici l'axe EC en G. De ce point G, comme centre, on décrira par le point F, l'arc de cercle FOK.

Enfin ayant pris l'arc AH égal à la hauteur du Soleil, menez par le point H, à l'horison AD, la parallele HN, qui representera l'almicantarat du Soleil, & donnera sur le parallele FG, son lieu en N, d'où l'on tirera la ligne NO perpendiculaire à la ligne FG. L'arc FO étant converti en temps, en prenant 15 degrez pour une heure, donnera l'heure qu'on cherche, avant ou après midi.

VI.

Planche 34. Fig. 104. L'arc BF fait connoître la déclinaison du Soleil, que l'on peut avoir plus exactement par le moyen de sa plus grande déclinaison, qui est de 23 degrez & demi, & de sa distance au plus proche Equinoxe, en faisant cette analogie :

Comme le Sinus total,
Au Sinus de la plus grande déclinaison du Soleil ;
Ainsi le Sinus de sa distance au plus proche Equinoxe,
A la déclinaison qu'on cherche.

VII.

Il est évident que quand le Soleil n'aura point de declinaison, ce qui arrivera au temps des Equinoxes, au lieu de tirer la perpendiculaire NO du point N, il faudra la tirer du point P, où l'Equateur EB se trouve coupé par l'almicantarat HI, pour avoir en ce jour des Equinoxes l'heure qu'on cherche. Mais on pourra la trouver dans ce cas plus exactement par cette analogie :

Comme le Sinus du complement de l'élevation du Pole,
Au Sinus de la hauteur du Soleil ;
Ainsi le Sinus total,
Au Sinus de la distance du Soleil à six heures.

VIII.

Lorsque le Soleil aura une déclinaison, on l'ôtera de 90 degrez, si elle est septentrionale, ou on l'ajoûtera à 90 degrez, si elle est méridionale, pour avoir la distance du Soleil au pole, par le moyen de laquelle, & de l'élevation du pole, avec la hauteur du Soleil, on trouvera par la Trigonométrie l'heure du jour, en cette sorte.

Ajoûtez ensemble ces trois choses, le complement de la hauteur du Soleil, le complement de l'élevation du pole, & la distance du Soleil au pole. Otez separément de la moitié de leur somme le complement de l'élevation du pole, & la distance du Soleil au pole, pour avoir deux différences, qui avec le complement de l'élevation du pole, & la distance du Soleil au pole, serviront à faire ces deux analogies ;

1.

Comme le Sinus de la distance du Soleil au pole,
Au Sinus de l'une des deux différences ;
Ainsi le Sinus de l'autre différence,
A un quatriéme Sinus.

2.

Comme le Sinus du complement de l'élevation du pole,
Au quatriéme Sinus trouvé ;
Ainsi le Sinus total,
A un septiéme Sinus.

lequel étant multiplié par le Sinus total, donnera un produit, dont la racine quarrée sera le Sinus de la moitié de la distance du Soleil au méridien.

PROBLEME XX.

Décrire un Cadran portatif sur une carte.

LE Cadran que nous allons décrire, eſt ordinairement appellé *le Capucin*, parce qu'il reſſemble à la tête d'un Capucin, qui a ſon capuchon renverſé. Il ſe peut décrire ſur une petite piéce de carton, ou bien ſur une carte, en cette ſorte.

Planche 34. Fig. 105. Ayant décrit à volonté une circonférence de cercle, dont le centre eſt A, & le diamétre B12, diviſez cette circonférence en 24 parties égales, ou de 15 degrez en 15 degrez, en commençant depuis le diamétre B12. Joignez les deux points de diviſion également éloignez du diamétre B12, par des lignes droites paralleles entr'elles, & perpendiculaires à ce diamétre B12. Ces paralleles ſeront les lignes horaires, dont celle qui paſſe par le centre A, ſera la ligne de ſix heures.

Après cela faites au point 12, avec le diamétre B12, l'angle B12 ♈ égal à l'élevation du pole, & ayant mené par le point ♈, où la ligne 12 ♈ coupe la ligne de ſix heures, la ligne indéfinie ♋ ♑, perpendiculaire à la ligne 12 ♈, vous terminerez cette ligne ♋ ♑ aux points ♋, ♑, par les lignes 12♋, 12 ♑, qui feront avec la ligne 12 ♈, chacune un angle de 23 degrez & demi, telle qu'eſt la plus grande déclinaiſon du Soleil.

On trouvera ſur cette perpendiculaire ♋ ♑ les points des autres Signes, en décrivant du point ♈, comme centre, par les points ♋, ♑, une circonférence de cercle, & en la diviſant en douze parties égales, ou de 30 degrez en 30 degrez, pour les commencemens des douze Signes du Zodiaque,

diaque. Joignez deux points de division opposez & également éloignez des points ♋, ♑, par des lignes paralleles entr'elles, & perpendiculaires au diamétre ♋ ♑, qui donneront sur ce diamétre les commencemens des Signes, d'où comme centres, on décrira par le point 12 des arcs de cercle, qui représenteront les paralleles des Signes, ausquels par consequent on ajoûtera les mêmes caracteres, comme vous voyez dans la Figure. Planche 34. Fig. 105.

Ces arcs des Signes serviront à connoître les heures aux rayons du Soleil, en cette sorte. Ayant tiré à volonté la ligne C ♑, parallele au diamétre B12, élevez à son extrêmité C, un petit stile bien droit, & tournez le plan du Cadran, en sorte que le point C regardant obliquement le Soleil, l'ombre du stile couvre la ligne C ♑. Alors un filet pendant librement avec son plomb du point du degré du Signe courant du Soleil, marqué sur la ligne ♋ ♑, montrera en bas sur l'arc du même Signe l'heure qu'on cherche.

REMARQUES.

I.

Afin que le filet se puisse mettre facilement sur le degré du Signe courant du Soleil, il faut que le plan du Cadran soit fendu le long de la ligne ♋ ♑. De cette maniere, on pourra facilement avancer le filet à tel point que l'on voudra de cette ligne, & l'arrêter à ce point. Si l'on enfile à ce filet une petite perle, on pourra se passer des arcs des Signes pour connoître l'heure du jour, en avançant la perle au point 12, lorsque le filet aura été arrêté au degré du Signe courant du Soleil. Cette perle montrera l'heure qu'on cherche, lors-

Planche 34. Fig. 105. que le point C aura été tourné droit vers le Soleil, en sorte que, comme nous avons dit, l'ombre du stile couvre la ligne C ♑.

II.

On auroit pû marquer les Signes plus exactement sur la ligne ♋ ♑, en faisant au point 12 avec la ligne 12 ♈ de part & d'autre des angles égaux à la déclinaison de ces Signes : mais comme l'erreur n'est pas considerable, lorsque le Cadran est petit, comme il arrive ordinairement, on aura plûtôt fait de suivre la methode précedente.

III.

Ce Cadran tire son origine d'un certain Cadran rectiligne universel, qui a été autrefois publié par le P. de Saint Rigaud Jesuite, sous ce titre : *Analemma novum.* Voici la maniere qu'il nous a enseigné pour sa construction & pour son usage.

Planche 35. Fig. 106. Décrivez, comme auparavant, les lignes horaires par le moyen d'un cercle divisé en 24 parties égales, qui a le point A pour centre, & la ligne ♈ ♎ pour diamétre, à laquelle toutes les lignes horaires sont perpendiclaires, dont celle qui passe par l'extrêmité ♈, représente la ligne de midi, & celle qui passe par l'autre extrêmité ♎, représente la ligne de minuit. Prenez le diamétre ♈ ♎ pour l'Equateur, & décrivez les paralleles des autres Signes par des lignes droites, en cette sorte.

Prenant le diamétre ♈ ♎ pour l'Equateur, faites avec cette ligne au centre A un angle égal à la plus grande déclinaison du Soleil, ou de 23 degrez & demi, par la ligne droite ♋ ♑, qui sera prise pour l'écliptique, & qui se trouvera coupée par les lignes horaires de 15 degrez en 15 degrez, en des points, par lesquels on tirera des lignes droites paralleles entr'elles & à l'Equateur ♈ ♎, qui représenteront les commencemens des Signes & de leurs moitiez. Planche 35. Fig. 106.

Enfin tirez du centre A, par les degrez du demi-cercle d'en bas des lignes droites de cinq en cinq, ou de dix en dix degrez. Prolongez-les jusqu'à ce qu'elles rencontrent chacune des deux lignes meridiennes ♋70, ♋20, où vous ajoûterez des chifres, de maniere que les chifres d'une ligne meridienne fassent avec les chifres correspondans de l'autre 90 degrez, pour avoir ainsi les degrez de latitude marquez sur chaque ligne meridienne, qui serviront à connoître l'heure en cette sorte.

Tirez du centre A au degré de la latitude du lieu où vous êtes, qui est marqué sur la ligne de minuit ♋20, comme au degré 50, si le pole est élevé sur votre horison de 50 degrez, la droite A50, qui représentant cet horison, fera connoître l'heure du lever & du coucher du Soleil au point, où elle coupera le parallele du degré du Signe où le Soleil sera pour lors. Attachez à ce point un filet pendant avec son plomb, ayant une petite perle enfilée, afin que le filet étant étendu depuis le même point sur le degré de la même latitude, marqué sur la ligne de midi ♋70, cette perle se puisse avancer sur ce degré de latitude; après quoi la perle demeurant immobile à l'endroit du filet où elle se trouvera, on laissera pendre ce filet librement avec son plomb & sa perle immobile, pour pouvoir connoître l'heure du jour aux rayons du Soleil, par une méthode semblable à la précedente, comme vous allez voir.

Planche 35. Fig. 106.

Elevez un petit ſtile bien droit à l'extrêmité ♎ de la ligne ♈ ♎, ou de quelqu'autre qui lui ſoit parallele, & le point ♎ étant tourné obliquement vers le Soleil, en ſorte que le filet pendant librement avec ſon plomb, l'ombre du ſtile couvre ſa ligne : la perle fera connoître l'heure qu'on cherche.

I V.

Voilà ce que nous avons appris du P. de S. Rigaud, & voici ce que nous avons ajoûté à ſon Analemme. On peut le faire ſervir de Cadran horiſontal univerſel, en prenant la ligne de ſix heures pour la meridienne, & le centre A pour le centre du Cadran, auquel cas la ligne ♈ ♎ ſera la ligne de ſix heures, & en portant ſur les lignes horaires depuis la ligne de ſix heures ♈ ♎, les parties des horiſons terminées par les lignes horaires, en les prenant depuis le centre A. De cette maniere on aura des points ſur les lignes horaires, qui étant joints par des lignes courbes, formeront des ellipſes, qui repréſenteront les cercles de latitude, ſur leſquelles on connoîtra les heures aux rayons du Soleil par l'ombre de l'axe qui doit faire avec la meridienne au centre A, un angle égal à l'élevation du pole.

V.

Mais on peut décrire autrement & très-facilement un Cadran horiſontal elliptique univerſel, comme nous enſeignerons après vous avoir enſeigné dans le Problême ſuivant deux manieres différentes de décrire un Cadran horiſontal rectiligne univerſel.

PROBLEME XXI.

Planche 36. Fig. 108.

Décrire un Cadran horisontal rectiligne universel.

I.

AYant tiré par le centre du Cadran A, pris à volonté sur un plan horisontal, les deux lignes perpendiculaires AB, CD, prenez la premiere AB pour la meridienne, & la deuxiéme CD pour la ligne de six heures : puis décrivez à discrétion du centre A, le quart de cercle EF : menez par le point E, la ligne GH perpendiculaire à la meridienne, qui représentera le 90. degré de latitude, & par le point F, la ligne FK parallele à la même meridienne, qui représentera la ligne de 9 heures, & le 30. cercle de latitude à l'égard des lignes horaires qui lui sont perpendiculaires. Divisez le quart de cercle EF, en six parties égales, ou de 15 degrez en 15 degrez. Tirez du centre A par les points de division des lignes droites, qui donneront sur la ligne GH, les points des autres heures, par où l'on tirera les autres lignes horaires paralleles à la meridienne. On omettra les lignes de 5 & de 7 heures, pour ne pas donner une trop grande largeur au Cadran. Pour le faire encore moins large, on pourroit aussi omettre les lignes de 4 & de 8 heures, qui représentent le 60. degré de latitude, à l'égard des lignes horaires qui leur sont perpendiculaires, & qui suppléeront au défaut des lignes horaires qui auront été negligées ; je parle de celles qui sont paralleles à la meridienne AB.

Ces mêmes lignes droites qui partent du centre A, étant prolongées, donneront sur la ligne FK de 9 heures des points, par où l'on décrira du cen-

Planche 36. Fig. 108.

tre A, des arcs de cercle, qui donneront ſur la meridienne AB, les points 15, 30, 45, 60, 75. Par ces points on menera autant de lignes droites paralleles entr'elles & à la ligne GH, ou perpendiculaires à la meridienne AB, qui repréſenteront les cercles de latitude de 15 degrez en 15 degrez, à l'égard des lignes horaires paralleles à la meridienne AB.

Pour avoir d'autres cercles de latitude, & d'autres lignes horaires, qui ſerviront au défaut de celles qui ont été negligées, décrivez du point E par le centre A, le demi-cercle AIB, & diviſez ſa circonference en ſix parties égales, ou de 30 degrez en 30 degrez. Du centre A, & par les points de diviſion, décrivez des arcs de cercle, qui donneront ſur la ligne de ſix heures des points, par où l'on tirera des lignes paralleles à la meridienne AB, qui repréſenteront des cercles de latitude de 15 degrez en 15 degrez.

Pour décrire les lignes horaires qui conviennent à ces cercles de latitude, & qui doivent être paralleles à la ligne de ſix heures, telle qu'eſt la ligne de 3 & de 9 heures, qui paſſe par le point B, & qui repréſente le 30. cercle de latitude à l'égard des premieres lignes horaires, tirez du point B, par les points de diviſion du demi-cercle AIB, des lignes droites, qui étant prolongées, donneront ſur la ligne de ſix heures les points L, M, C. Les diſtances AL, AM, AC, étant portées de part & d'autre du centre A, ſur la ligne meridienne AB, donneront des points par leſquels on tirera des lignes paralleles à la ligne de ſix heures.

On connoîtra les heures dans ce Cadran univerſel, comme dans le précedent, en tournant le centre A droit au midi, comme aux Cadrans horiſontaux ordinaires, & en mettant au même centre A, un axe élevé ſur la meridienne à un angle de la latitude du lieu où l'on eſt. L'ombre de cet axe donnera ſur la ligne de la même latitude, l'heure qu'on cherche.

II.

On peut autrement & plus facilement décrire un Cadran rectiligne univerſel ſur un plan horiſontal, en cette ſorte. Ayant mené, comme auparavant, par le centre du Cadran A, les deux perpendiculaires AB, CD, & par le point 90 pris à diſcrétion ſur la meridienne AB, la ligne EF perpendiculaire à la même meridienne, décrivez du centre A, par le point 90, le demi-cercle C90D, qui coupe ici la ligne de ſix heures CD en C & D. Par ces points C, D, & par le point 90, tirez les droites C90, D90. Diviſez la circonference de ce demi-cercle en douze parties égales, ou de 15 degrez en 15 degrez, & tirez du centre A par les points de diviſion des lignes droites, qui donneront ſur chacune des deux lignes C90, D90, des points, par où l'on tirera les lignes horaires paralleles à la meridienne. Ces mêmes lignes, qui partent du centre A, étant prolongées, rencontreront la ligne EF en des points, par où l'on décrira du centre A, des arcs de cercle, qui donneront ſur la meridienne les points 30, 45, 60, 75. Par ces points on tirera aux deux points C, D, autant de lignes droites, qui repréſenteront les cercles de latitude de 15 degrez en 15 degrez. Le Cadran ſera achevé, & l'on connoîtra les heures aux rayons du Soleil, comme dans le précedent. Planche 37. Fig. 109.

REMARQUES.

On peut *rendre universel un Cadran horisontal décrit pour quelque latitude particuliere que ce soit,* en deux manieres ; l'une par le moyen des lignes horaires, l'autre seulement par le moyen de la ligne équinoctiale divisée en heures, comme vous allez voir.

I.

Planche 31. Fig. 97. La premiere maniere se pratique en élevant le plan du Cadran horisontal au dessus de l'horison du lieu où l'on est, vers le Septentrion, si la latitude de ce lieu est plus grande que celle pour laquelle le Cadran a été fait, ou vers le Midi si elle est plus petite, des degrez de la différence de ces deux latitudes. Alors l'axe de l'ombre IK montrera les heures aux rayons du Soleil, lorsque le centre I sera tourné droit au Midi.

II.

La seconde maniere se pratique en mettant au point O, section de la meridienne DI, & de l'Equinoctiale AB, un petit plan perpendiculaire semblable au Triangle rectangle OKI, qui soit mobile autour de ce point O, en telle sorte que le côté OK fasse avec la meridienne OL, qui doit être fendue en cet endroit, un angle égal au complement de l'élevation du pole sur l'horison du lieu où l'on est. Alors l'ombre de l'axe KI montrera sur l'équinoctiale AB, l'heure qu'on cherche, lorsque le centre I sera tourné directement vers le Midi.

PROBLEME XXII.

Décrire un Cadran horisontal elliptique universel.

AYant mené, comme dans le Problême précedent, par le centre du Cadran A pris à discrétion sur un plan horisontal, les deux perpendiculaires AB, CD, & décrit du même centre A le demi-cercle CBD d'une grandeur prise à volonté, divisez sa circonference en douze parties égales, ou de 15 degrez en 15 degrez. Joignez deux points de division opposez & également éloignez de la ligne de six heures CD, par des lignes droites perpendiculaires à la meridienne AB, ou paralleles à la ligne de six heures CD, qui représenteront les autres lignes horaires, sur lesquelles on marquera les points de latitude, en cette sorte. Planche 35. Fig. 107.

Pour marquer sur chaque ligne horaire le point, par exemple, du 60. degré de latitude, faites au centre A, avec la meridienne AB, un angle de 60 degrez par la ligne AE. Portez les distances perpendiculaires des points où la meridienne se trouve coupée par les lignes horaires à la ligne AE, sur les lignes horaires opposées, depuis la meridienne AB de part & d'autre en des points, que vous joindrez par une ligne courbe, qui sera la circonference d'une demi-ellipse, & qui représentera le 60. cercle de latitude. C'est ainsi que nous avons représenté les autres cercles de latitude de 15 degrez en 15 degrez, par le moyen desquels on connoîtra les heures aux rayons du Soleil, comme il a été enseigné au Problême précedent.

PROBLEME XXIII.

Décrire un Cadran horisontal hyperbolique universel.

Plan-che 37. Fig. 110.

AYant mené, comme auparavant, par le centre du Cadran A, les deux lignes perpendiculaires AB, CD, & décrit à volonté du même centre A, le demi-cercle EFG divisé en douze parties égales, ou de 15 degrez en 15 degrez, tirez de ce centre A, par les points de division des lignes indéfinies, au dedans desquelles, comme entre des asymptotes, vous décrirez par le point F pris à discrétion sur la meridienne AB, des hyperboles qui représenteront les lignes horaires.

Après cela, menez par le même point F, à la meridienne AB, la perpendiculaire HI, qui représentera le 90. cercle de latitude, & qui se trouvera coupée par les asymptotes tirées du centre A, en des points, par où vous décrirez du même centre A, des arcs de cercle, qui donneront sur la meridienne AB, les points 75, 60, 45, 30, 15. Par ces points vous menerez à la même meridienne AB, autant de perpendiculaires, qui représenteront les cercles de latitude de 15 degrez en 15 degrez, par le moyen desquels on connoîtra les heures au Soleil, comme dans le Cadran précedent.

REMARQUE.

Ceux qui entendent les Sections coniques, sçavent que pour décrire une hyperbole par le point F, entre les asymptotes AK, AL, par exemple, il faut tirer à discrétion par le point F, la ligne

MN, terminée en M & en N, par les deux aſymptotes AK, AL, & porter la longueur de la partie FN ſur la ligne MN de M en O, qui ſera un point de l'hyperbole qu'on veut décrire, &c.

Ceux qui n'entendent pas les Sections coniques, pourront marquer les points des lignes horaires ſur chaque cercle de latitude, comme nous enſeignerons dans le Problême ſuivant, pour joindre les points qui appartiendront à une même heure, par des lignes courbes, qui ſeront neceſſairement des hyperboles.

PROBLEME XXIV.

Décrire un Cadran horiſontal parabolique univerſel.

AYant mené, comme auparavant, par le centre du Cadran A, les deux perpendiculaires AB, CD, tirez le point B pris à diſcrétion ſur la meridienne AB, la ligne EF, perpendiculaire à la même meridienne AB, qui repréſentera le 90. degré de latitude. Décrivez, comme dans le Problême précedent, du centre A, par le même point B, le demi-cercle CBD, qui doit être diviſé en douze parties égales, pour joindre les points de diviſion oppoſez & également éloignez de la ligne de ſix heures CD, par des lignes droites, qui repréſenteront les cercles de latitude de 15 degrez en 15 degrez. Planche 38. Fig. 111.

On marquera ſur chacun de ces cercles de latitude, par exemple, ſur la ligne GH, qui repréſente le 60. cercle de latitude, les points horaires, en cette ſorte. Du point 60, ſection de la meridienne AB, & de la ligne GH, menez une perpendiculaire à la ligne AI, qui fait au centre A,

Planche 38. Fig. 111.

avec la meridienne AB, un angle de 60 degrez. Portez cette perpendiculaire ſur la meridienne AB, du centre A en K. Par ce point K vous menerez la ligne KL perpendiculaire à la meridienne AB. Cette perpendiculaire KL ſe trouvera coupée par les lignes droites qui ſont tirées du centre A par les douze diviſions du demi-cercle CBD en des points, dont les diſtances priſes depuis K, & portées ſur la ligne GH, de part & d'autre depuis le point 60, donneront ſur cette ligne GH (qui dans ce cas eſt conſiderée comme une ligne équinoctiale, à l'égard de l'axe AI) les points horaires qu'on cherche.

C'eſt de la même façon que l'on marquera ſur les autres lignes de latitude, conſiderées comme autant de lignes équinoctiales, les points horaires, dont ceux qui appartiendront à la même heure, ſeront joints par des lignes courbes, qui repréſenteront les lignes horaires, & qui ſeront des paraboles, ayant le centre A pour ſommet commun, & la ligne de ſix heures CD pour axe commun. On connoîtra les heures dans ce Cadran comme dans le précedent.

PROBLEME XXV.

Décrire un Cadran ſur un plan horiſontal, où l'on puiſſe connoître les heures au Soleil ſans l'ombre d'aucun ſtile.

CE Cadran ſe fait ordinairement en deux manieres, par la Table des verticaux du Soleil, telle qu'eſt la ſuivante, qui montre le vertical du Soleil depuis le Meridien à chaque heure du jour au commencement de chaque Signe du Zodiaque, pour la latitude de 49 degrez ; ou bien sans aucune Table, par la projection stéréographique de la Sphere, comme vous allez voir.

Table des Verticaux du Soleil depuis le Meridien, à chaque heure du jour, pour la latitude de 49 degrez.

H.	XI.	X.	IX.	VIII.	VII.	VI.	V.	IV.
S.	D. M.	D. M	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.
♋	30.17	53.40	70.30	83.57	95.20	105.56	116.28	127.26
♌ ♊	27.58	50.33	67.34	81. 6	92.45	103.35	1 4.56	—
♍ ♉	23.30	43.5[illegible]	60.29	74.17	86.21	97.36	—	—
♎ ♈	19.33	37.25	52.58	66.57	78.34	—	—	—
♏ ♓	16.42	32.25	46.30	59.28	7[illegible].12	—	—	—
♐ ♒	1[illegible].56	29.11	42.23	54.26	—	—	—	—
♑	14. 9	28. 2	40.48	—	—	—	—	—
H.	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.

I.

Pour décrire premierement ce Cadran par le moyen de la Table précedente, qui l'a fait appeller *Cadran Azimutal*, décrivez sur le plan horisontal, que je suppose mobile, le Parallelogramme rectangle ABCD. Divisez chacun des deux côtez opposez AB, CD, en deux également aux points E, F. Joignez ces points par la droite EF, qui sera prise pour la meridienne. Prenez à discrétion sur cette ligne EF le point G pour le pied du stile, & les deux points F, H, pour les points solstitiaux de ♋ & de ♑, par lesquels vous décrirez du point G, comme centre, deux circonferen-

Planche 39. Fig. 112.

Planche 39. Fig. 112. ces de cercle, qui representeront les tropiques, ou les commencemens du ♋ & du ♑.

Pour représenter les paralleles du commencement des autres Signes, divisez l'espace FH en six parties égales. Décrivez du même point G, par les points de division, d'autres arcs de cercle, qui représenteront les commencemens des Signes. Vous marquerez les points des heures, en prenant, de part & d'autre depuis la meridienne EF sur ces arcs, les degrez du vertical du Soleil, tels qu'on les trouve dans la Table précedente à chaque heure du jour, pour le commencement de chaque Signe, & en joignant les points qui appartiendront à une même heure, par des lignes courbes, qui seront les lignes horaires. Le Cadran sera achevé, & l'on pourra connoître l'heure sans stile, en cette sorte.

Appliquez au centre G des arcs des Signes une éguille aimantée élevée sur un petit pivot, autour duquel elle puisse tourner librement, comme dans les Boussoles ordinaires. Tournez le point E directement vers le Soleil, en sorte que chacun des deux côtez AD, BC, qui sont paralleles à la ligne meridienne EF, cessant d'être éclairé du Soleil, ne fasse aucune ombre. Alors l'éguille aimantée montrera sur le Signe courant du Soleil l'heure qu'on cherche.

II.

Fig. 113. Pour décrire ce Cadran par le moyen de la projection stéréographique de la Sphere (lequel dans ce cas prend le nom d'*Astrolabe horisontal*) tirez par le centre I du quarré ABCD, les deux lignes perpendiculaires EF, GH, dont l'une, comme EF, qui est parallele au côté AD, étant prise pour

la meridienne, l'autre GH, qui est parallele au côté AB, représentera le premier vertical, parce que le point I représente le zenit. De ce point I, comme centre, décrivez à discrétion le cercle E ♈ F ♎, qui représentera l'horison. Planche 39. Fig. 113.

Prenez sur la circonference de ce cercle, d'un côté l'arc EO égal à l'élevation du pole sur l'horison; & de l'autre côté l'arc FL égal au complement de la même élevation du pole. Tirez du point ♎, par le point O, la droite ♎O, qui donnera sur la meridienne le pole en P; par lequel & par les deux points ♈ ♎, vous ferez passer une circonference de cercle, qui représentera le cercle de six heures. Tirez encore du même point ♎ par le point L la droite ♎L, qui donnera sur la meridienne le point M, par lequel, & par les deux mêmes points ♈, ♎, vous décrirez une circonference de cercle ♈ M ♎, qui sera l'Equateur.

On pourroit diviser ce cercle, ou Equateur ♈ M ♎, en heures, ou de 15 degrez en 15 degrez, par les régles de la Projection stéréographique, pour décrire par chaque deux points diamétralement opposez, & par le pole P, des circonferences de cercle, qui seroient les lignes horaires. Mais on aura plûtôt fait de prendre sur l'horison E ♈ F ♎, de part & d'autre, depuis les deux points E, F, les arcs de l'horison, compris entre le cercle meridien & les cercles horaires, qui sont égaux aux angles que font les lignes horaires avec la meridienne au centre d'un Cadran horisontal, & qui dans la latitude de 49 degrez, doivent être de 11. 26'. pour 1. & 11. heures, de 23. 33'. pour 2. & 10. heures, de 37. 3'. pour 3. & 9. heures, de 52. 35'. pour 4. & 8. heures, & de 70. 27'. pour 5. & 7. heures, pour décrire les

Planche 39. Fig. 113. lignes, ou cercles horaires, comme auparavant. Il suffira de marquer ces lignes horaires entre les deux tropiques, que l'on décrira avec les paralleles des autres Signes du Zodiaque, en cette sorte.

Pour décrire les paralleles des Signes, on se servira de leur déclinaison, qui est de 23. 30'. pour ♋, ♑, de 20. 12'. pour ♊, ♌, ♒, ♐, & de 11. 30'. pour ♉, ♍, ♓ ♏, par le moyen de laquelle on trouvera trois points de chaque Signe, un sur la meridienne EF, & deux sur l'horison E ♈ F ♎. On décrira par ces trois points une circonference de cercle, qui sera le parallele du Signe qu'on cherche.

Mais pour trouver ces trois points, par exemple, pour le tropique du ♑, prenez depuis L, qui répond au point équinoctial M vers F (parce que ce Signe est meridional; car s'il étoit septentrional, il faudroit prendre depuis L vers ♈) l'arc LQ, de 23. 30'. telle qu'est la déclinaison du ♑. Tirez du point ♎, par le point Q, la droite ♎Q, qui donnera sur la meridienne EF, le point 12 du ♑. Si par le point Q on tire à la ligne LI, la parallele QN, & par le point N, où cette ligne QN coupe la meridienne, la ligne ♑N♑ perpendiculaire à la même meridienne, on aura sur l'horison E ♈ F ♎, les deux points ♑, ♑, par lesquels, & par le point 12, on décrira l'arc de cercle ♑ 12 ♑, qui représentera le tropique du ♑.

C'est de la même façon que l'on représentera les paralleles des autres Signes, & le Cadran sera achevé, où l'on connoîtra les heures, comme dans le précedent : ou bien en élevant au point I un stile bien droit d'une longueur prise à discrétion, & en tournant le point E directement vers

le

le Soleil ; alors l'ombre de ce ſtile montrera ſur le Signe courant du Soleil l'heure qu'on cherche : ou bien encore de la maniere qui ſuit.

Décrivez ſur la même meridienne EF, un Cadran horiſontal ordinaire, dont le centre ſoit, par exemple, R, où vous ajoûterez un axe qui s'appuye ſur le ſtile droit élevé en I. Tournez le plan du Cadran, en ſorte que l'ombre de l'axe montre dans ſon Cadran la même heure que l'ombre du ſtile dans le ſien. Alors cette heure ſera celle qu'on cherche.

PROBLEME XXVI.

Décrire un Cadran à la Lune.

Quoique nous ayons déja parlé de ce Cadran, du ſuivant, & des précedens dans notre Traité de Gnomonique, qui fait la ſeconde partie du cinquiéme & dernier Volume de notre Cours de Mathématique ; neanmoins comme ces Cadrans m'ont ſemblé curieux & agréables, j'ai crû que je devois les ajoûter ici, pour ceux qui ſe contenteront d'avoir ce Traité de Recreations Mathématiques & Phyſiques.

Pour décrire un Cadran à la Lune ſur quelque plan que ce ſoit, par exemple, ſur un plan horiſontal, tracez ſur ce plan un Cadran horiſontal au Soleil pour la latitude du lieu où vous ſerez, comme nous avons enſeigné au Problême IX. Tirez à volonté les deux lignes 5 7, 3 9, paralleles entr'elles, & perpendiculaires à la meridienne A12, dont la premiere 5 7 étant priſe pour le jour de la Pleine-Lune, la deuxiéme 3 9 repréſentera le jour de la nouvelle-Lune, où les heures

Planche 40. Fig. 114.

Planche 40. Fig. 114. lunaires conviennent avec les ſolaires : ce qui fait que les points horaires marquez ſur ces deux paralleles par les lignes horaires qui partent du centre du Cadran A, ſont communs au Soleil, & à la Lune.

Cette préparation étant faite, diviſez l'eſpace terminé par les deux lignes paralleles 3 9, 5 7, en douze parties égales. Menez à ces deux mêmes lignes par les points de diviſion autant de lignes paralleles, qui repréſenteront les jours de la Lune, auſquels elle s'éloigne ſucceſſivement par ſon mouvement propre vers l'orient d'une heure, auſquels par conſequent elle ſe leve plus tard d'une heure chaque jour. De ſorte que la premiere parallele 4, 10, ſera le jour auquel la Lune ſe leve d'une heure plus tard que le Soleil, auquel cas le point B, par exemple, de 11 heures à la Lune ſera le point de midi au Soleil : & la ſuivante 5, 11, repréſentera le jour auquel la Lune ſe leve deux heures plus tard que le Soleil : auquel cas le point C, par exemple, de 10 heures à la Lune, ſera le point de midi au Soleil, & ainſi des autres.

Il eſt évident que ſi l'on joint les points 12, B, C, & tous les autres qui appartiendront à midi, & que l'on peut trouver par un raiſonnement ſemblable au précedent, par une ligne courbe ; cette ligne courbe ſera la ligne meridienne lunaire. C'eſt de la même façon qu'on tracera les autres lignes horaires à la Lune, & il ne faut que regarder la Figure pour le comprendre.

Parce que la Lune employe environ quinze jours depuis ſa conjonction avec le Soleil juſqu'à ſon oppoſition, c'eſt-à-dire, depuis qu'elle eſt nouvelle juſqu'à ce qu'elle ſoit pleine, ou diamétra-

lement opposée au Soleil, en sorte qu'elle se leve Planche 40. Fig. 114.
quand le Soleil se couche, on effacera toutes les paralleles précedentes, excepté les deux premieres 57, 39. Et au lieu de diviser leur intervalle en douze parties égales, on le divisera en quinze, pour tirer par les points de division d'autres paralleles, qui représenteront les jours de la Lune, ausquels par consequent on ajoûtera les chifres convenables, comme nous avons ici fait le long de la ligne meridienne, par le moyen desquels on connoîtra de nuit l'heure du Soleil aux rayons de la Lune, en cette sorte.

Appliquez au centre du Cadran A, un axe, c'est-à-dire, une verge qui fasse à ce centre A, avec la soustilaire A12, un angle égal à l'élevation du pole sur le plan du Cadran, qui est la même que la hauteur du pole sur l'horison dans un Cadran horisontal. Cet axe montrera par son ombre sur le jour courant de la Lune l'heure qu'on cherche.

REMARQUES.

I.

Parce que la Lune par son mouvement propre s'éloigne du Soleil à chaque jour d'environ trois quarts d'heure vers l'Orient, ce qui fait qu'à chaque jour elle se leve de trois quarts-d'heure plus tard que le jour précedent, il est évident qu'en sçachant l'âge de la Lune, on peut par le moyen d'un simple Cadran au Soleil, connoître l'heure de nuit aux rayons de la Lune, en ajoûtant à l'heure que la Lune marquera sur ce Cadran, autant de fois trois quarts-d'heure, que la Lune aura de jours entiers. L'âge de la Lune se trouvera, comme nous enſeignerons dans la Coſmographie.

Si le 4e jour de la Lune, par exemple, le ſtile du Cadran ſolaire marque aux rayons de la Lune ſix heures, multipliez les trois jours entiers de l'âge de la Lune par $\frac{3}{4}$, il viendra au quotient $2\frac{1}{4}$, que vous ajoûterez à 6, & vous connoîtrez qu'il eſt 8 heures & $\frac{1}{4}$ du ſoir.

II.

Si vous voulez avoir plus préciſément l'heure du Soleil, ayant obſervé l'heure marquée par les rayons de la Lune, comptez le nombre des jours entiers écoulez depuis la nouvelle-Lune : ajoûtez autant de fois $\frac{4}{5}$ d'heure à l'heure obſervée à la Lune, la ſomme ſera l'heure du Soleil.

Ayant trouvé, par exemple, que l'ombre de la Lune marque ſix heures du ſoir le ſixiéme jour de la Lune, ajoûtez à 6 heures du ſoir 5 fois $\frac{4}{5}$, qui valent 4 heures, la ſomme 10 fait connoître qu'il eſt dix heures du ſoir ſelon le Soleil.

III.

Obſervez qu'au ſeiziéme de la Lune, il faut recommencer à compter pour le ſecond, au dix-ſeptiéme pour le troiſiéme, & ainſi de ſuite juſqu'à la fin. Quand on aura trouvé un nombre plus grand que 12, on aura ſoin de retrancher les 12, & le reſte ſera l'heure qu'on cherche.

IV.

Lorſque la Lune eſt nouvelle, l'heure de la Lune eſt la même que l'heure du Soleil ; & le jour de la pleine Lune, ſon ombre marque préciſément la même heure que marqueroit le Soleil, puiſque la Lune ſe trouve dans le même point, où s'eſt trouvé le Soleil douze heures auparavant.

PROBLEME XXVII.

Conſtruire une Machine pour trouver avec juſteſſe & préciſion l'heure au clair de la Lune.

CEtte machine eſt compoſée de deux plaques faites de cuivre, de leton, ou de carton. L'une AHGI eſt fixe & immobile ; l'autre *b e f l*, eſt mobile. Sur la plaque immobile il y a un cercle *abgi*, diviſé en 24 parties égales, qui ſervent à repréſenter les 24 heures du jour, dont chacune doit être diviſée en demies & quarts d'heure. Sur le centre C de ce cercle on applique l'autre plaque ronde & mobile *b e f l*, dont le bord eſt diviſé en parties qui repréſentent les heures que la Lune fait par ſon ombre ſur un Cadran au Soleil. Ces heures ne ſont pas égales à celles du Soleil, décrites ſur le cercle immobile ; mais elles doivent être plus grandes de la valeur de deux minutes par heures ; car la Lune retarde d'environ 48 minutes par jour, & de 12 minutes en ſix heures. Ainſi puiſqu'un degré de Signe vaut 4 minutes de tems, il eſt clair que 3 degrez valent 12 minutes de tems. C'eſt pourquoi ayant tiré la ligne de midi ACG, il faut prendre pour ſix heures 93 degrez de part & d'autre, depuis le point *b*, juſqu'aux points *e*, *l*, & diviſer chacun de ces eſpaces en ſix parties égales pour 6 heures, puis en demies & en quarts, comme on le voit dans la Figure. Planche 6. Fig. 9.

Usage.

Placez l'index *a b* de la plaque mobile sur l'heure du passage par le méridien du jour auquel vous voulez trouver l'heure. La machine étant ainsi disposée, observez quelle heure marque l'ombre de la Lune sur un Cadran horisontal, la même heure sur la plaque mobile vous montrera vis-à-vis sur la plaque immobile la vraye heure au Soleil.

REMARQUE.

Pour connoître le passage de la Lune par le méridien, il faut consulter le Livre de la Connoissance des Temps, calculez par M. *Lieutaud*, Membre de l'Académie Royale des Sciences.

PROBLEME XXVIII.

Decrire un Cadran par réflexion.

ON peut décrire sur une muraille obscure, ou bien sur une voute un Cadran, où l'on puisse connoître les heures par réfléxion, en cette sorte. Décrivez un Cadran sur un plan horisontal qui puisse être éclairé des rayons du Soleil, par exemple, sur une fenêtre, en sorte que le centre du Cadran regarde directement le Septentrion, & que les lignes horaires ayent une situation contraire à celle qu'on leur donne dans les Cadrans horisontaux ordinaires. Ce Cadran étant ainsi construit, avec son petit stile droit, appliquez un filet sur quelque point que ce soit de chaque ligne horaire, & l'étendez fermement jusqu'à ce que passant par le bout du stile, il rencontre la muraille ou la voute en un point qui appartiendra à l'heure sur laquelle le filet aura été appliqué. On trouvera de cette maniere autant d'autres points qu'on voudra de chaque ligne horaire, qu'on joindra par une ligne droite ou courbe. Le Cadran ſera achevé, & l'on connoîtra les heures par réflexion, en appliquant au bout du ſtile du Cadran horiſontal une petite piece de Miroir plat, qui doit être poſée bien horiſontalement. Au lieu d'un Miroir plat, on peut ſe ſervir d'eau, qui ſe met naturellement dans une ſituation horiſontale : cette eau par ſon mouvement fera mieux diſtinguer la réflexion ſur la muraille ou ſur le plancher, où l'on a tracé le Cadran, lorſque la lumiere du Soleil eſt foible.

PROBLEME XXIX.

Décrire un Cadran par réfraction.

ON peut décrire très-facilement un Cadran horiſontal par réfraction dans le fond d'un vaſe rempli d'eau, par le moyen de la table des verticaux du Soleil, qui eſt à la page 61 de la table des hauteurs du Soleil, qu'on trouve à la pag. 39, & de la table ſuivante, dont la premiere colomne vers la gauche contient les angles d'inclinaiſon des rayons du Soleil, c'eſt-a-dire, les degrez du complement de la hauteur du Soleil ſur l'horiſon, ou de la diſtance du Soleil au zenit, auſquels répondent dans la ſeconde colonne vers la droite les degrez & les minutes des angles briſez qui ſe font dans l'eau, c'eſt-à-dire, la diminution des angles d'inclinaiſon, qui ſe fait dans l'eau, lorſque le Soleil eſt éloigné du zenit d'autant de degrez. Ce qui fait racourcir l'ombre du ſtile, qui doit être couvert d'eau, quand on veut connoître les heures aux rayons du Soleil par le moyen de ce Cadran, dont la conſtruction eſt telle.

Ayant tiré par le pied du ſtile A, la ligne méri-

Table des Angles briſez dans l'eau, pour tous les degrez des Angles d'inclinaiſon.

A	D.M.	A	D.M.	A	D.M.
1	0.46	31	23.38	61	42.52
2	1.33	32	24.21	62	43.23
3	2.20	33	25. 4	63	43.53
4	3. 7	34	25.47	64	44.21
5	3.54	35	26.30	65	44.50
6	4.40	36	27.13	66	45.17
7	5.27	37	27.55	67	45.44
8	6.13	38	28.37	68	46.10
9	7. 0	39	29.19	69	46.34
10	7.46	40	30. 0	70	46.58
11	8.30	41	30.41	71	47.21
12	9.18	42	31.22	72	47.43
13	10. 4	43	32. 2	73	48. 3
14	10.50	44	32.42	74	48.23
15	11.36	45	33.22	75	48.43
16	12.22	46	34. 2	76	49. 1
17	13. 9	47	34.41	77	49.17
18	13.55	48	35.19	78	49.33
19	14.40	49	35.57	79	49.47
20	15.25	50	36.35	80	50. 0
21	16.11	51	37.12	81	50.12
22	16.57	52	37.47	82	50.23
23	17.42	53	38.24	83	50.32
24	18.27	54	39. 0	84	50.41
25	19.12	55	39.25	85	50.48
26	19.56	56	40. 9	86	50.54
27	20.40	57	40.43	87	50.58
28	21.25	58	41.17	88	51. 1
29	22.10	59	41.49	89	51. 3
30	22.54	60	42.21	90	0. 0

dienne AB, vous marquerez ſur cette méridienne

AB, les points des Signes, par exemple, le point du commencement de ♑, par le moyen de la Table précedente des angles brisez, & de la Table des hauteurs du Soleil sur l'horison, en menant à la méridienne AB, par le pied du stile A, la perpendiculaire AD, égale au stile AC, & en faisant au point D, l'angle ADB de la distance brisée au zenit, qui au commencement du ♑ se trouve à midi d'environ 48 degrez, par la ligne DB, qui donnera sur la méridienne AB, le point B de ♑. Ainsi des autres. Planche 40. Fig. 115.

Pour trouver la distance brisée du Soleil au zenit, on regardera premierement la Table des hauteurs du Soleil, où l'on connoît que le Soleil étant au commencement de ♑, il est élevé à midi sur l'horison de 17 d. 29', qu'il estpar consequent éloigné du zenit de 72 d. 31', qui sont le reste de la hauteur méridienne à 90 degrez. Puis considerant cette distance comme un angle d'inclinaison, on connoîtra par la Table des angles brisez, que cet angle d'inclinaison se change en un angle d'environ 48 degrez pour la distance brisée du Soleil au zenit.

C'est de la même façon que l'on trouvera par le moyen de ces deux Tables la distance brisée du Soleil au zenit au commencement de quelqu'autre Signe, non seulement à midi, mais encore aux autres heures du jour. Ce qui servira pour en trouver les points, & en même tems les points des Signes par le moyen de la Table des Verticaux du Soleil, en cette sorte.

Pour trouver, par exemple, le point du commencement de ♑, & de 1 heure, auquel tems le Soleil est dans un vertical éloigné du méridien de 14 d. 19', faites au pied du stile A, avec la méridienne AB, l'angle BAF de 14 d. 19', par la ligne AF, qui repréſentera le vertical du Soleil. Ayant mené à cette ligne AF, par le même pied du ſtile A, la perpendiculaire AE, égale au ſtile AC, faites au point E l'angle AEF égal à la diſtance briſée du Soleil au zenit, qui ſe trouvera de 48 d. 18', pour avoir en F ſur le vertical AF, le point de 1 heure & du ♑.

On trouvera de la même façon les autres points des Signes, & des autres heures, & ſi l'on joint ceux qui appartiendront à une même heure par une ligne courbe, & pareillement ceux qui appartiendront au même Signe par une ligne courbe, le Cadran ſera achevé. On y connoîtra les heures par réfraction, lorſque tout le ſtile AC ſera couvert d'eau, & que le pied de ce ſtile A ſera tourné directement vers le midi, en ſorte que le point B regarde le ſeptentrion. Le bout de l'ombre du ſtile AC montrera en même tems le Signe du Soleil.

PROBLEME XXX.

Conſtruire un Cadran ſur la ſurface convexe d'un cylindre perpendiculaire à l'horiſon.

LE P. Kirker, qui donne la maniere de conſtruire un Cadran ſur un cylindre fixe poſé perpendiculairement à l'horiſon, obmet de parler du ſtile : ce qui a échappé à ce Pere, ſe trouve dans une des Lettres de Benedictus, où il enſeigne la façon de ce Cadran, & preſcrit la longueur du ſtile, ou de trois ſtiles égaux, dont il ſe ſert. Le P. Quenet, à qui cette pluralité de ſtiles a paru incommode, les ſupprime tout-à-fait, & ſubſtitue ingenieuſement à leur place un cercle, dont il environne le cylindre : ce cercle tient lieu de tous les ſtiles qu'on peut imaginer autour de ce cylindre. On le place au haut du cylindre, à l'extrêmité ſuperieure du Cadran. Voyez la Figure 13. Planche 9*. Le P. Quenet étoit Religieux Benedictin Conventuel de l'Abbaye de ſaint Denis ; il a fait l'ouvrage, dont on donne ici la deſcription ; il l'a executé en marbre & en pierre, & placé dans le jardin des PP. Benedictins de l'Abbaye de ſaint Germain des Prez à Paris. C'eſt un ouvrage digne de la curioſité des connoiſſeurs.

Soit AB le diamétre du cylindre, ſur lequel on veut décrire le Cadran. De l'une de ſes extrêmitez, comme A, ayant mené la tangente AE, égale au demi-diamétre AC, on tirera la ſecante CE, qui rencontrera la tangente au point E, & coupera la circonférence du cylindre au point D : la diſtance DE ſera la longueur du ſtile. Enſuite du centre C, on décrira un cercle par le point E : ce cercle, qui eſt concentrique au premier, repréſentera l'extrêmité du ſtile ou des ſtiles qu'on peut imaginer, comme nous avons dit, autour du cylindre, dont il eſt par-tout égalemement éloigné de la quantité DE : ſur la grandeur de ce cercle on en fait un de fer, que l'on ſoutient par des tenons, qui l'entretiennent à égale diſtance du cylindre ; il ſert à marquer les heures ſur le Cadran qui y eſt tracé. Planche 6* Fig 10.

Il eſt bon d'avertir que quoiqu'on ait fait la tangente AE égale au demi-diamétre du cylindre pour établir une régle fixe & générale, qui donne en ce cas au ſtile DE le plus de longueur qu'il puiſſe avoir, cela n'empêche pas qu'on ne puiſſe prendre cette tangente plus petite, d'où il réſulteroit néceſſairement une moindre longueur du ſtile ; mais ſans préjudice du ſuccès de l'opération.

Planche 7* Fig. 11. Cela étant fait, ſur KF égale à la tangente AE, ayant décrit le quart de cercle FN, & l'ayant diviſé en ſes degrez, on comptera depuis F vers N la plus grande hauteur du Soleil ſur l'horiſon du lieu, laquelle étant à Paris de 64 degrez 39', donnera l'arc FM d'autant de degrez & minutes. On tirera par le point M la ſecante KI, laquelle rencontrant le cylindre au point I, on aura FI, tangente de 64 degrez 39' pour la hauteur du Cadran. Remarquez que le cylindre doit être pris de telle groſſeur, que les heures puiſſent être marquées très-diſtinctement ſur ſa ſurface.

Comme l'opération ſur le corps cylindrique ſe fait de même que ſur le plan, nous développerons ici la ſurface du cylindre ſous la figure du rectangle FHLI, qui lui ſera égale, en faiſant ſa longueur FH égale à la circonférence ADB du cylindre, & ſa hauteur FI égale à la tangente de 64 degrez 39', qui eſt, comme nous l'avons déja dit, la hauteur du Cadran.

Ayant diviſé FH par le milieu en G, tirez-lui par ce point la perpendiculaire GXII : après quoi diviſez chacun des deux eſpaces HG, GH en 180 parties ou degrez, la numeration commençant de part & d'autre du point G, qui eſt le point de midi. Les points de 90 degrez qui partagent en deux également chacun des intervalles HG, GF, ſont les points de 6 heures du matin & du ſoir, qui ſe trouvent diamétralement oppoſez ſur le cylindre, comme auſſi la ligne GXII de midi y eſt diamétralement oppoſé à la ligne FI ou HL, ſi on imagine que ces deux lignes, qui ſont ſeparées ſur le plan HFLI, ſe réuniſſent, & n'en font qu'une ſur le cylindre.

Ensuite par les divisions du quart de cercle FN, tirez des secantes, qui marqueront sur FI les tangentes des hauteurs du Soleil à chaque heure du jour pendant toute l'année. Pour plus de certitude & de facilité, lorsque vous voudrez travailler sur le corps cylindrique, où il faudra vous servir de régles pliantes, faites de plomb, de carte, de baleine, ou de ressort de montre, il sera bon de diviser, comme on a divisé FI, quelque ligne qui lui soit parallele, comme la ligne HL, ou la ligne GXII, ou bien quelque ligne occulte, que vous tirerez entre GXII & FI, sur laquelle vous porterez les divisions qui sont sur FI. Vous pourrez aussi porter les divisions de FH sur IL.

Ces préparations faites, il faut avoir une table des verticaux & des hauteurs du Soleil à toutes les hauteurs du jour pour le commencement de chaque Signe, comme celle que l'on donne ici pour la latitude ou hauteur du pole de Paris, qui est de 48 degrez 50', où l'on trouve ensemble le vertical & la hauteur du Soleil pour une même heure & un même parallele. Le parallele de ♋ & celui de ♑, *l'un le premier, & l'autre le dernier dans la Table, n'ont chacun qu'un seul Signe, parce qu'étant les termes de la course du Soleil, il ne peut y avoir que les paralleles entre-moyens, qui ayent chacun deux Signes, comme on voit que le parallele qui suit immédiatement celui de ♋, appartient aux deux Signes de ♊ & de ♌, qui sont également distans de ce même Signe, l'un en montant, l'autre en descendant, les heures y sont marquées en double rang, celles du matin avec celles du soir, qui leur correspondent en égale

Planche 8 Fig. 12.

* Voyez la signification de ces figures dans le Problême XXIX. de la Cosmographie.

Planche 8. Fig. 12.

distance de midi dans cet ordre, XII $\frac{XI}{I}$ $\frac{X}{II}$ $\frac{IX}{III}$ &c. Les heures du matin & du soir sont également distantes du Midi, ayant même vertical & même hauteur du Soleil : les verticaux & les hauteurs du Soleil pour les demi-heures sont marqués par une étoile placée entre les heures.

Maintenant pour avoir les heures sur ce Cadran par le moyen de cette Table, & y marquer, par exemple, le point de X heures du matin ou de II heures du soir pour le tems de l'entrée du Soleil en ♋, vous trouverez en la colonne de la Table sous $\frac{X}{II}$ heures le nombre 53 degrez 49′, pour le vertical du Soleil à $\frac{X}{II}$ heures en ♋, c'est-à-dire, pour la distance du Soleil au Méridien du lieu, mesurée par un arc de l'horison : car les verticaux du Soleil se comptent sur l'horison représenté par l'horisontale FH, & les hauteurs du Soleil sur un cercle perpendiculaire à l'horison, représenté par la ligne FI, qui est perpendiculaire à l'horisontale FH. Continuant ensuite dans la même colonne, vous trouverez que la hauteur du Soleil pour la même heure, & le même parallele est de 55 degrez 22′. Avec ces deux nombres vous irez au Cadran, où vous compterez sur l'horisontale FH, depuis le point G de XII heures vers F, 53 degrez 49′, pour le vertical du Soleil, & sur FI vous compterez depuis F 55 degrez 22′, pour la hauteur de cet Astre. Puis posant la régle sur le nombre 53 degrez 49′ de la ligne FH perpendiculairement à la même ligne, ou pour le mieux, comme j'en ai déja averti, étendant votre régle jusques sur le même nombre 53 degrez 49′. que vous devez avoir marqué ſur la ligne LI, vous tracerez un trait léger.

Appliquant enſuite la régle ſur le nombre 55 degrez 22′ de la ligne FI perpendiculairement à la même ligne, ou encore mieux, comme je l'ai déja dit, poſant l'autre bout de la régle ſur le nombre 53 degrez 22′, que vous aurez dû avoir marqué ſur la ligne HL, ou ſur quelqu'autre que vous aurez tiré parallele à la ligne FI, vous tracerez un autre trait, & vous aurez dans l'interſection des deux traits, le point de X heures, qui ſera auſſi un point par lequel doit paſſer le parallele de ♋. La même opération vous donnera auſſi le point de II heures après midi, en prenant de l'autre part du point G le même nombre 53 degrez 49′, pour le vertical du Soleil à deux heures, & avec la même hauteur 55 degrez 22′ comptée ſur FI ou ſur LH, agiſſant de même que vous avez fait pour avoir le point de X heures.

Remarquez que les heures du ſoir doivent être à la droite de la ligne de midi entre cette ligne de midi GXII, & la ligne HL, celles du matin à la gauche entre la ligne de midi GXII, & la ligne FI.

Je ſuppoſe encore, pour inſtruire le Lecteur par plus d'un exemple, que l'on veuille marquer le point de VII heures du matin & de V heures du ſoir pour le tems de l'entrée du Soleil aux Signes de ♉ & de ♍, on conſultera la Table, & l'on trouvera en la colomne ſous $\frac{\text{VII}}{\text{V}}$ heures, que le nombre vis-à-vis le vertical du Soleil en ♉ & ♍ eſt de 86 degrez 23′; & continuant dans la même colomne, on trouvera que la hauteur du Soleil pour la même heure, & le même parallele eſt de 18 degrez 29'. Avec ces deux nombres on viendra au Cadran, & l'on comptera ſur FH depuis G 86 degrez 23' pour le vertical du Soleil, & ſur la ligne FI, on comptera depuis F 18 degrez 29' pour la hauteur du même Aſtre. L'interſection des deux lignes que l'on tirera par ces nombres, donnera le point de VII heures du matin & de V heures du ſoir, par une opération ſemblable à celle de l'exemple précedent.

Par ces points ainſi trouvez, on menera une courbe, qui ſera la repréſentation ou projection du parallele pour lequel ces heures ont été marquées. On aura de la même façon la projection des autres paralleles, & enſemble les points des lignes des heures. On placera les caracteres des Signes à ces paralleles, donnant à celui qui eſt le plus bas le Signe de ♋, & à celui qui eſt le plus haut & le plus près de l'horiſontale le Signe de ♑.

Pour connoître l'heure ſur ce Cadran, il faut ſçavoir premierement que le Soleil éclairant un cylindre poſé perpendiculairement à l'horiſon, l'ombre de ce cylindre eſt marquée ſur lui-même par une ligne droite, qui eſt auſſi perpendiculaire à l'horiſon; & c'eſt cette ligne que nous appellerons la ligne de l'ombre du cylindre; ſecondement, qu'une moitié d'un cylindre eſt toûjours éclairée, & l'autre moitié ombrée; ce qui lui eſt commun avec les corps ſpheriques. Cela étant ainſi, je dis que l'heure eſt marquée & connue ſur ce Cadran par l'interſection de ces trois lignes enſemble; ſçavoir, de l'ombre du cercle, qui ſert de ſtile (que nous appellerons ſimplement dans la ſuite ombre du ſtile) qui eſt une ligne courbe; du parallele du Soleil, qui eſt auſſi une ligne courbe; & de l'ombre du cylindre, qui eſt une ligne droite.

On

On peut cependant, ſans avoir égard à ces trois lignes enſemble, n'obſerver que l'interſection de deux ; ce qui ſuffira pour connoître l'heure : par exemple, l'interſection de l'ombre du ſtile avec l'ombre du cylindre; ou bien l'interſection de l'ombre du cylindre avec le parallele du Soleil ; ou bien encore l'interſection du parallele du Soleil avec l'ombre du ſtile, ſelon que le point de ſection des deux lignes ſe rencontrera ſur une ligne horaire ou eſpace horaire : ce qui ſera confirmé par le concours de la troiſiéme ligne en ce même point de ſection.

Pour me faire entendre, je ſuppoſe que la ligne que l'on a tracé dans ce Cadran par le nombre 53 degrez 49', qui a ſervi dans le premier exemple à marquer II heures après midi ; je ſuppoſe, dis-je, que cette ligne ſoit celle de l'ombre du cylindre, & que l'on veuille connoître alors l'heure qu'il eſt. Pour cela il faut ſçavoir quel parallele le Soleil parcourt, & ſçachant, par exemple, que c'eſt celui de ♒ & de ♐, on connoîtra, lorſque la ligne de l'ombre du cylindre coupe la ligne de ce parallele au point du milieu entre la ligne de III heures & $\frac{1}{2}$, & la ligne de IV heures, qu'il doit être trois heures trois quarts. Si le Soleil, dans le tems qu'on demande l'heure, ſe trouvoit dans le commencement de ♓ & de ♏ (la ligne de l'ombre du cylindre étant au même endroit) on connoîtroit qu'il ſeroit près de trois heures & demie ; parce que cette ligne coupe le parallele de ces Signes un peu avant la demie de trois heures. Si le Soleil étoit au commencement d'♈ & de ♎, on connoîtroit qu'il ſeroit près de trois heures, parce que la ligne de l'ombre du cylindre coupe ce parallele un peu avant III heures. Le Soleil entrant dans les Signes de ♉ & ♍, il seroit presque deux heures & demie. Le Soleil parcourant le parallele de son entrée aux Signes de ♊ & de ♌, il seroit près de deux heures & un quart. Enfin le Soleil entrant au Signe de ♋, on connoîtroit qu'il seroit deux heures ; parce que l'ombre du cylindre coupe ce parallele au point, où il est rencontré pat la ligne de deux heures.

Je suppose encore que le Soleil soit au dixiéme degré de ♈, ou au vingtiéme de ♍ ; en ce cas il faudroit imaginer comme décrit le parallele qui passeroit par le dixiéme degré de ♈, & qui n'a pas été tracé, pour ne point embarrasser la Figure par la multitude des lignes (la ligne de l'ombre du cylindre coupant ce parallele imaginaire en un point comme θ, qui fait justement le milieu entre la demie de deux heures, & la ligne de trois heures) on connoîtroit qu'il seroit deux heures trois quarts.

J'ajoûte encore, que le Soleil étant au quinziéme degré du ♉ ou du ♌, si on imagine un parallele décrit par ce degré, lequel se trouve coupé par la ligne de l'ombre du cylindre en un point, comme ω, qui fait justement le milieu entre la ligne de II heures, & la ligne de II heures & demie, on connoîtra qu'il est deux heures & un quart, & ainsi des autres.

REMARQUES.

On doit faire attention que ces courbes qu'on imaginera décrites, ne pouvant être paralleles à celles qui sont déja décrites, sont au moins conçûes suivre leur forme & figure. Il faut obſerver que quand même aucun des paralleles ne ſeroit décrit, on ne laiſſeroit pas d'avoir l'heure marquée, puiſqu'on a toûjours la ſection de l'ombre du ſtile avec l'ombre du cylindre, qui marque non ſeulement l'heure, mais encore la trace du parallele qui n'eſt pas décrit, ſelon ce qui a déja été dit, que des trois lignes qui concourent toûjours à nous indiquer l'heure, ſi l'une manque, la ſection des deux aux autres peut ſuffire. Les exemples rapportez ci-deſſus ſuffiſent pour apprendre à connoître l'heure, lorſque la ligne de l'ombre du cylyndre ſe trouvera en quelqu'autre endroit du Cadran.

PROBLEME XXXI.

Conſtruire un Cadran ſur un Globe.

ON a parlé dans le Problême précedent du Cadran tracé ſur le cylindre; nous allons maintenant parler du Cadran décrit ſur la ſurface d'un Globe, qu'on peut poſer ſur le cylindre. Ce Cadran, qui eſt le plus ſimple & le plus naturel de tous, conſiſte en la diviſion du cercle de l'Equateur en 24 parties égales pour les 24 heures du jour naturel. Le point de XII heures du Globe répondant à la ligne de XII heures du cylindre, l'un & l'autre étant tournés directement à l'Occident, l'heure y eſt marquée par l'ombre du Globe, laquelle coupant le cercle de l'Equateur dans l'une ou l'autre de ſes diviſions, fait connoître l'heure, ou la partie d'heure qu'il eſt. Ces Cadrans ainſi dirigez doivent, s'ils ſont bien conſtruits, marquer une même heure.

La raiſon pour laquelle on dirige le point de

XII heures de ces Cadrans vers l'Occident ; vient de ce que le Soleil éclairant toûjours la moitié tant du Globe que du cylindre, l'ombre est toûjours éloignée de 90 degrez de l'aspect perpendiculaire de cet Astre, ou du cercle horaire, où il est alors. Ainsi, par exemple, quand cet Astre arrive au Méridien, faisant le Midi du lieu, l'ombre marque XII heures en un point qui regarde l'Occident : or l'Occident est éloigné du Midi d'un quart de cercle, ou de 90 degrez.

Quand ce Cadran auroit de la part de l'ouvrier toute la perfection possible, il a toutefois le défaut de ne pouvoir marquer assez précisément l'heure, à cause de la *Penombre*, qui se forme sur les corps spheriques. On appelle *Penombre* la rencontre indécise de la lumiere & de l'ombre qui partagent également le Globe, ou bien c'est le mêlange confus de l'une & de l'autre : elle s'étend en un zone ou ceinture, qui pour être ordinairement trop dilatée, fait que le vrai point de séparation de l'Hemisphere illuminé d'avec l'ombre, est toûjours équivoque & douteux. Or ce point manquant, il suit qu'on ne peut avoir qu'imparfaitement la vraie heure, qui seroit marquée par ce point.

Construction des Cadrans Polaires.

Pour remedier à ce défaut, on décrit sur le même Globe deux autres cercles pour en faire des Cadrans : ces cercles sont les deux Polaires, Arctique & Antarctique, que l'on divise en 24 parties égales, comme on a divisé l'Equateur qui y est tracé. On prend huit de ces divisions dans le Polaire Antarctique, pour les huit heures dont est composé le plus court jour à Paris ; & on en prend ſeize dans le Polaire Arctique, pour les ſeize heures du plus grand jour. Les heures ſont marquées dans ces deux Cadrans diſtinctement & ſans équivoque, par l'ombre de l'axe du Monde: elles y ſont dans leurs places naturelles, le point de XII heures convenant avec le Meridien du lieu, au lieu que dans le Cadran de l'Equateur, c'eſt le point de VI heures, qui eſt dans le plan de ce Méridien.

Comme il arrive le plus ſouvent que l'ombre du Globe couvre en partie ces Cadrans, & que par conſequent l'ombre de l'axe du Monde ne peut marquer l'heure, on y ſupplée par le moyen d'un Index mobile autour de cet axe. Cet Index porte deux verges droites attachées près de ſes extrêmitez. On obſerve dans la poſition de ces verges, qu'elles ſoient dans le plan que l'on conçoit paſſer par l'axe du Monde, & par les extrêmitez de l'Index. Or ce plan étant celui d'un Méridien, il ſuit que ces verges ſont ſucceſſivement par le mouvement de l'Index dans le plan de chacun des Méridiens, & font ainſi connoître l'heure dénommée du Méridien dans lequel elles ſe trouvent avec le Soleil. On doit avoir ſoin de faire ces verges aſſez longues, pour qu'elles puiſſent recevoir les rayons du Soleil dans ſa moindre élevation ſur l'horiſon.

Pour connoître l'heure par le moyen de cet Index, on dirige une de ſes extrêmitez vers le Soleil, en ſorte que les deux verges faſſent enſemble une ſeule ombre, ou, pour mieux dire, les trois ombres des trois verges n'en faſſent qu'une; car il ne ſe peut faire autrement que l'ombre de l'axe ne s'uniſſe avec celles-ci, & alors l'autre extrêmité de l'Index marque l'heure ſur le cercle

Polaire. L'usage de cet Index a lieu presque durant toute l'année ; il n'y a que le tems des Solstices, où l'on peut s'en passer ; à cause qu'alors l'ombre de l'axe marque l'heure sur l'un ou l'autre de ces Cadrans. Je dis l'un ou l'autre, parce qu'en un jour de Solstice l'un des Cadrans est tout entier dans l'Hemisphere illuminé, pendant que l'autre est nécessairement tout entier dans l'Hemisphere ombré : & reciproquement celui qui est alors dans l'Hemisphere ombré, se trouve au jour du Solstice suivant tout entier dans l'Hemisphere illuminé. J'ajoûterai qu'on doit faire cet Index de telle longueur, que ses extrêmitez puissent aborder la circonférence du cercle Polaire. On le fait ordinairement de cuivre, aussi-bien que les verges: il doit être recourbé de façon qu'il puisse s'ajuster à la sphericité du Globe. Le même Index, que l'on applique ordinairement au Cadran du cercle Polaire Arctique, pourroit avoir également sa place au Polaire Antarctique.

Planche 9* Fig. 13. La Figure 13. représente le Globe disposé selon l'élevation du pole du lieu, élevé sur son pied; posé au milieu de la coupe supérieure du cylindre.

Le cercle FBDC représente dans cette position du Globe le Méridien du lieu, sur lequel est le point B de VI heures du Cadran de l'Equateur.

CAB est le cercle de l'Equateur servant de Cadran divisé en heures marquées seulement par des points sans aucun cercle, n'étant pas besoin d'en tracer d'autres que celui-ci, dont la section avec l'ombre du Globe, marque l'heure. Le point A de XII heures est tourné à l'Occident ; le point B de VI heures, qui est sur la partie élevée du Globe, est tourné au Midi ; l'autre point C de VI heures, qui eſt ſur la partie déprimée du Globe, eſt dirigé au Nord.

MNK eſt le cercle Polaire Arctique, LYT le Polaire Antarctique; l'un & l'autre ſont diviſez en heures, de même que l'Equateur, pour ſervir, comme lui, de Cadran.

F eſt le pole Arctique Boreal ou Septentrional élevé ſur l'horiſon.

D eſt le pole Antarctique Auſtral ou Méridional abaiſſé ſous l'horiſon.

g e eſt l'axe du Monde.

F g, D e ſont les portions de l'axe du Monde excédant le Globe.

MFK eſt l'Index, dont les extrêmitez pointues M & K abordent la circonférence du cercle Polaire MNK; cet Index eſt mobile en F autour de l'axe Fg, & peut parcourir librement le cercle Polaire.

t i, ſ h, ſont des verges droites attachées ſur l'Index près de ſes extrêmitez; elles peuvent être d'une longueur priſe à volonté, ou du moins telle qu'elles puiſſent recevoir les rayons du Soleil dans ſa moindre hauteur ſur l'horiſon.

Le cercle ponctué KAL repréſente le bord de l'illumination, qu'on appelle auſſi l'horiſon du Soleil, qui ſépare l'Hemiſphere éclairé KBL de l'Hemiſphere ombré KCL: en quoi l'on voit que dans le Solſtice d'Hyver, comme on le ſuppoſe dans l'exemple de cette Figure, le Polaire Arctique MNK eſt tout entier dans l'Hemiſphere ombré, pendant que ſon oppoſé le Polaire Antarctique LYT eſt tout entier dans l'Hemiſphere illuminé KBL. Et il arrivera le contraire, quand le Soleil parviendra au Solſtice d'Eſté.

OQP eſt la circonférence de la coupe ſupérieure du cylindre, le plan de laquelle eſt parallele à l'horiſon, & au milieu de laquelle eſt poſé le pied qui porte le Globe.

m m eſt la ligne horiſontale du Cadran.

n n n n eſt le cercle de fer environnant le cylindre, ſervant de ſtile au Cadran qui y eſt tracé, & éloigné du même cylindre de la longueur du ſtile, ſoutenu par des tenons Πn de fer, qui l'entretiennent à égale diſtance du cylindre.

R O P S eſt le profil du cylindre.

On remarquera qu'il faut que la ligne horiſontale m m du Cadran réponde au bord inférieur du cercle n n n, qui ſert de ſtile.

Le Soleil eſt ici repréſenté dans ſa moindre élevation ſur l'horiſon, ſon image eſt de grandeur égale à la figure du Globe, pour faire entendre que par l'effet de ſes rayons paralleles, le bord de ce qui eſt éclairé eſt toûjours un grand cercle.

Remarques ſur les Cadrans Cylindriques & Spheriques.

I.

Juſques ici nous avons conſideré le Cadran cylindrique comme fixe & immobile: mais ſi on veut le rendre portatif, on ſe ſervira pour l'orienter d'une Bouſſole, que l'on placera ſur la coupe ſupérieure du cylindre (le pied qui porte le Globe poſé au centre du verre qui couvre la Bouſſole) on ſuppoſe en ce cas le Globe & le Cylindre faits de quelque matiére légére & fléxible, comme de lame d'argent ou de cuivre mince, ou de carte. Ou bien on fait faire par quelque bon Tourneur un cylindre en bois, ſur lequel on trace le Cadran. Ou plus facilement, on trace le Cadran à part ſur du carton ou fort papier, après avoir développé sa surface, comme on a déja dit, sous la figure du rectangle FHLI; la largeur de ce rectangle doit être égale au contour du cylindre, selon la raison du diamétre à la circonference. On se souviendra d'avoir égard à l'épaisseur du carton ou du papier, pour avoir plus exactement ce rapport. Planche 7. Fig. 11.

II.

Pour avoir une ligne égale à la circonférence d'un cercle, il faut par-dessus le diamétre triplé ajoûter 16 des 113 parties égales, dans lesquelles doit être divisé le diamétre. Ainsi le diamétre étant supposé de 113 parties, on aura 339 des mêmes parties pour le triple, ausquelles ajoûtant 16 des mêmes parties, on aura 355 parties pour la circonférence. Pour la pratique, on prend avec un compas sur une ligne divisée en parties égales 113 de ces parties pour le diamétre du cylindre, & on porte en ligne droite trois fois de suite cette ouverture de compas; & ajoûtant 16 des mêmes parties à cette longueur ou diamétre triplé, on aura une ligne égale à la circonférence du cercle.

III.

La maniére de faire un Cadran dans un cylindre creux ne sera pas différente de celle qu'on a proposé. On opérera sur la surface concave, comme nous venons de faire sur la convexe, donnant à la longueur du stile le demi-diamétre du cylindre; la pointe du stile étant au centre de la cavité du cylindre, on marquera sur le Cadran l'heure & ensemble le parallele du Soleil. On ne peut faire servir que la moitié d'un cylindre creux pour un Cadran.

I V.

Les niches que l'on fait dans les bâtimens pour mettre des figures de sculpture, sont des demi-cylindres, dans lesquels on trace quelquefois des Cadrans, comme on en voit dans la cour du Vieux Louvre, & dans la cour de l'Hôtel de Condé. On fait le Cadran déclinant selon que le mur, dans lequel est la niche, a de déclinaison, de même qu'on le pratique à l'ég rd des Cadrans ordinaires, marquant exactement la déclinaison pour avoir ex ctement la ligne méridienne. Si le mur regarde en face le Midi, le Cadran aura 12 heures, sçavoir, 6 heures avant & 6 heures après midi, comme aux Cadrans verticaux, qui n'ont point de déclinaison.

Ces deux Problêmes 30 & 31, les Remarques & les Figures sont de la façon de M. de R ** qui nous a encore communiqué quelqu'autres Problêmes de même caractere.

PROBLEME XXXII.

Tailler une pierre à plusieurs faces, sur lesquelles on puisse décrire tous les Cadrans réguliers.

Plan-che 10* Fig. 14.

SOit le quarré ABCD le plan de la pierre, qu'il faut préparer & disposer pour recevoir tous les Cadrans réguliers. Supposant que cette pierre représente un cube imparfait, ou quelqu'autre solide, il la faut bien unir dans toutes ses faces, la mettre d'équerre, & lui donner une égale épaisseur par-tout. Ensuite ayant décrit sur le plan de la pierre ABCD le cercle HELF aussi grand que la pierre le pourra permettre, tirez les deux diamétres FE, HL à angles droits; puis faites l'angle FOI de 41 degrez, & menez le diamétre IOM. Faites ensuite l'angle EOG de 49 degrez,

& tirez le diamétre GOK. Par les points I, G, M, K, menez des tangentes au cercle HELF, qui détermineront les autres tangentes qui passent par les points H, E, L, F, & qui font parties des côtez du quarré ABCD, qui représente le plan de la pierre. Coupez quarrément la pierre à l'uni de ces tangentes, afin d'avoir des plans ou des faces perpendiculaires au plan de la pierre ABCD, & la pierre sera préparée pour recevoir dans tous ses plans les Cadrans qui leur conviennent.

Sur la face ou sur le plan qui passe par la ligne VX, on décrira un Cadran horisontal; sur le plan qui passe par XN, on décrira l'équinoctial supérieur, & sur le plan opposé qui passe par SR, on aura l'équinoctial inférieur : le Polaire supérieur se fera sur le plan qui passe par VT, & le Polaire inférieur sur le plan qui passe par QP. Sur le plan passant par TS, on aura le vertical Austral, & sur le plan NP, qui est son opposé, on aura le vertical Boreal. Sur le côté de la pierre IM, on aura le Méridional Oriental, & sur le côté opposé on décrira le Méridional Occidental.

Si on veut que la pierre soit creuse, ou plûtôt percée à jour, on n'aura qu'à tirer des lignes paralleles à ces tangentes, & couper quarrément la pierre à l'uni de ces lignes, afin d'avoir en dedans de la pierre des surfaces paralleles à celles qui sont tracées par dehors, & sur les surfaces intérieures de la pierre, vous décrirez les Cadrans que vous avez décrits sur les faces extérieures de la pierre qui sont paralleles & opposées de tout le diamétre de la pierre.

Remarquez que creusant la pierre, vous n'y sçauriez décrire le Cadran Oriental, ni l'Occidental, mais en faisant un pied d'estal à cette pierre, dont la base seroit un octogone régulier, vous les pourrez tracer sur la base de ce pied d'estal, & même y tracer à l'entour des Cadrans déclinans du Midi ou du Septentrion, à l'Orient & à l'Occident, dont la déclinaison seroit connue par cet octogone régulier. De cette maniére, vous pouvez avoir sur cette pierre 20 ou 25 Cadrans, que vous décrirez par quelques-unes des pratiques ordinaires. Ce que vous avez pratiqué sur cette pierre, vous le pouvez faire sur du bois, ou sur quelqu'autre matiére semblable.

Si vous exposez directement vers le Midi, le Cadran vertical méridional, & que l'horisontal soit bien à niveau, c'est-à-dire, bien parallele à l'horison, alors tous ces Cadrans marqueront précisément l'heure.

PROBLEME XXXIII.

Connoître quelle heure il est du jour & de la nuit dans tous les lieux de la terre.

Planche 11* Fig. 15.

CE Problême s'execute par le moyen d'un Cadran, que l'on peut faire avec du gros papier ou du carton, & qui est composé de trois piéces. La plus grande contient 48 méridiens disposez autour du pole Septentrional, selon la projection de la terre, qui est sur la plus petite piéce placée au centre du Cadran: on a mis sur chacun de ces méridiens quelques-uns des principaux lieux qui y sont situez. La seconde piece est un carton en forme de roue, sur la circonférence duquel on a marqué 24 heures, c'est-à-dire, les 12 heures du jour, & les 12 heures de la nuit, avec les demi-heures, qui correspondent aux 48 méridiens de la plus grande piece ; ce carton est percé en rond dans son milieu, & on le fait tourner autour d'une poulie de bois, qu'on a colé au centre de la grande piéce. Enfin la plus petite piéce cache la poulie sur laquelle elle est colée ; on y a dessiné la projection de la terre, de maniére que le pole Septentrional est au centre. On a observé de faire passer le Méridien de Paris par le haut de ce Cadran, qu'on peut appeller *Universel*. La vûe de ce Cadran éclaircira beaucoup ce qu'on vient de dire.

I.

Lorsqu'on est sous le Méridien qui passe par Paris, comme à Londres, à Amiens, à Orleans, à Toulouse, &c. & qu'on veut sçavoir à quelque heure du jour que ce soit quelle heure il est dans tous les principaux endroits du monde, il faut rapporter sous la fleur de lys l'heure ou la demi-heure qui coule dans le lieu où l'on est. Par exemple, si l'on veut, étant à Paris, sçavoir à cinq heures du soir quelle heure il est à Jerusalem, à Batavie, à Quebec, &c. il faut rapporter cette même heure (5 heures du soir) sous la fleur de lys en tournant la seconde piéce, qui est le carton qui contient les heures, & l'on verra qu'il est pour lors sept heures & demie du soir à Jerusalem, minuit à Batavie, & midi à Quebec, &c.

II.

De plus on pourra remarquer que lorsqu'il est huit heures du matin à Goa, par exemple, un Dimanche, il n'est encore que huit heures du soir du Samedi à Mexico dans la Nouvelle Espagne. Ainsi quand deux vaisseaux viennent à se rencontrer dans la Mer du Sud, l'un venant de l'Asie, & l'autre de l'Amerique, il arrive nécessairement que s'il est Lundi pour le premier, il ne sera encore que Dimanche pour le dernier. La raison de cela est que celui qui va vers l'Orient gagne une heure de 15 degrez en 15 degrez sur celui qui va vers l'Occident, lequel au contraire perd une heure en parcourant la même quantité de degrez. On suppose que ces deux vaisseaux, aussi-bien que les deux Voyageurs, dont il est parlé dans le Problême II de la Cosmographie, sont partis ensemble un même jour d'un même lieu, & que l'un a pris sa route vers l'Orient, & l'autre vers l'Occident.

III.

Il est à remarquer que si l'on se sert de ce Cadran dans des lieux qui sont éloignez du Méridien de Paris, il faudra rapporter l'heure qui coule, sous la Ville la plus proche du lieu où l'on est, & non pas sous la fleur de lys. De sorte que si on est en basse Bretagne, on rapportera sous Brest l'heure qui coule, ou sous Milan, si on est en Piémont. D'où il suit que quand on est en France, en Angleterre, en Flandre, il faut rapporter l'heure qui coule sous le Méridien de Paris, c'est-à-dire, sous la fleur de lys. Quand on est en Allemagne, il faut voir si l'on est plus proche de Vienne ou de Hambourg : si on est plus proche de Vienne, on rapportera l'heure qui coule sous le Méridien de Vienne ; mais si l'on est plus près de Hambourg, on la rapportera sous le Méridien de Hambourg, &c.

REMARQUES.

En quelque endroit que l'on ſoit, ſi on veut ſe ſervir utilement de ce Cadran, il faut le placer de telle ſorte, que l'Orient ſoit tourné du côté du lever du Soleil, & l'Occident du côté de ſon coucher; parce qu'alors le Soleil qui eſt ſous le midi de la roue des heures, ſuivra en quelque maniére le cours du Soleil, pourvû que l'on panche le Cadran vers le Midi à la hauteur du Soleil du jour préſent. Le Globe qui eſt au centre du Cadran ayant alors du rapport avec la Terre, on connoîtra par ce moyen de quel côté du Monde ſont tous les lieux marquez ſur le Cadran. Et ſi on trouve que quelques-uns ne ſe rencontrent pas préciſément ſous leurs propres méridiens, & que ce Cadran ne ſoit pas tout-à-fait juſte à leur égard, on conſiderera que ſi on eût obſervé la derniere exactitude, il ne s'y ſeroit trouvé que des lieux peu conſiderables & inconnus, & que l'erreur qui peut ſe rencontrer, ne va jamais à un quart d'heure de plus ou de moins.

Ce Cadran a été dreſſé ſuivant les nouvelles Obſervations de Meſſieurs de l'Académie Royale des Sciences, & inventé par Euſtache Pecourt, Prêtre & M. D. M. de l'Egliſe Cathédrale de Cahors: il ſe vend à Paris chez Gerard Jollain, rue ſaint Jacques, à l'Enfant Jeſus.

AVERTISSEMENT.

Ceux qui ne voudront point ſe charger la mémoire de la multiplicité des lignes qu'il faut tirer pour tracer des Cadrans de toute eſpéce, peuvent avoir recours à un Inſtrument de Gnomonique, qui a été inventé par le Sieur le Maire, Ingenieur pour les Instrumens de Mathématique, assez connu par la justesse de ceux qu'il construit & qu'il débite. Avec cet Instrument, qui n'a rien de commun avec tous les autres, on sçait faire en une demi-heure des Cadrans sur toutes sortes de murailles, en tout pays, & cela sans Compas, sans Boussole, sans attacher cet Instrument à la muraille, sans prolonger ni bornoyer. Cependant on peut y tracer les arcs des Signes, les heures Judaïques, les Babyloniques, les Italiques, les Maisons Célestes, & quelque section que ce soit de la Sphere. On peut encore décrire avec cet Instrument toutes sortes de Cadrans portatifs.

L'occasion qui a donné lieu à cet Instrument est fort simple; l'opération que l'on fait en se servant de cet Instrument, est aussi très-simple, puisque pour opérer, il ne faut que serrer une vis. Le Sieur le Maire, qui l'a inventé, considera qu'un Cadran horisontal bien posé, sert quelquefois à faire un Cadran vertical; & que pour cet effet on enfonce dans la muraille un morceau de fil de fer assez long, & de grosseur raisonnable : puis faisant attention aux heures que donne le Cadran horisontal, on marque d'un point à chaque heure l'extrêmité de l'ombre du fil de fer, mettant un chifre à chaque point, pour ne se pas tromper : on recommence la même opération cinq ou six mois après, & l'on mene des lignes droites par les points de même dénomination dans les deux opérations différentes, comme du point de 6 heures au point de 6 heures, du point de 7 heures au point de 7 heures, & ainsi des autres. Cela étant observé, on a un Cadran au Soleil parfaitement juste.

Le

Le Sieur le Maire en faiſant ſes réflexions ſur l'opération qu'on vient d'expoſer, inventa un Inſtrument, par le moyen duquel on fait la même opération; avec cette différence cependant, que ce qui ne s'acheve qu'en ſix mois, ſe fait en une demi-heure, parce que l'opération qu'on fait avec l'Inſtrument eſt, pour ainſi dire, la converſe de celle qu'on vient d'expliquer, & qui dure ſix mois; puiſqu'il faut attendre que le Soleil faſſe des ombres courtes & longues pour avoir différens points, c'eſt-à-dire, que le Soleil ſoit tantôt élevé, tantôt abaiſſé aux mêmes heures: au lieu qu'en ſe ſervant de l'Inſtrument, on oſe dire qu'on prend la muraille, & qu'on la met en un moment dans toutes les ſituations où elle ſe trouveroit dans une année à l'égard du Soleil.

Pour opérer, on place l'Inſtrument bien droit avec un plomb contre la muraille; on le tient en cet état, puis on tourne, & l'on met ſur l'heure courante que le Soleil donne, un Cadran concave qui y eſt attaché; on le retire, & on ſerre une vis qui fixe le Cadran ſur l'Inſtrument. On a une planche qui ſert toûjours, ſur laquelle on attache un carton, ou un papier blanc; on enfonce vers le milieu de ce carton un fil de fer de grandeur raiſonnable; on met enſuite cette planche dans une rainure faite à l'Inſtrument, & on l'y ſerre avec deux vis. On remue enſuite le Cadran au Soleil conjointement avec la planche, en faiſant marcher au Soleil l'ombre de ce Cadran ſur deux extrêmitez de chaque ligne horaire qui y ſont tracées, & l'on marque en même tems avec un crayon l'ombre que donne le fil de fer qui eſt enfoncé ſur le carton dans la planche; on y marque

& l'on y joint de même les arcs des Signes, si on le desire.

Il ne faut ensuite qu'une régle pour joindre par une seule ligne les deux points de chaque même heure, & l'on trouve le Cadran tout fait ; il ne faut que l'attacher à la muraille (la ligne de Midi toûjours à plomb) enfonçant un fil de fer dans le mur, & observant que la distance de son pied à son extrêmité, soit de même longueur & en même situation, que lorsqu'il étoit enfoncé dans la planche.

Si l'on veut que le Cadran soit grand, on prolonge les heures avec une ficelle frottée d'un charbon doux : on met une longue verge de fer, qui partant du centre du Cadran passé par l'extrêmité du premier fil de fer qu'on a enfoncé dans le mur, observant que la pointe du premier fil de fer planté se termine dans le milieu de l'épaisseur de la seconde verge. Cette opération est très-facile, & peut être pratiquée en une demi-heure.

On peut faire avec le même Instrument des Cadrans sur des cylindres portatifs, ou autres que l'on suspend pour connoître l'heure, sur des coquillages mêmes tels qu'ils soient ; mais pour sçavoir bien faire ces dernieres sortes de Cadrans, il faut avoir pris deux ou trois leçons : au reste, comme on n'y employe point de Compas, rien n'est plus aisé. Un seul Instrument peut être universel, & servir par toute la terre.

Démonſtration de l'Horloge ou Analemme Recti-ligne Univerſel, qui marque les heures par les hauteurs du Soleil, par le R. P. Milliet de Chales.

NOus avons jugé qu'il ne pourroit être que profitable aux Amateurs de la Gnomonique, de leur communiquer la démonſtration de l'Horloge appellé Analemme rectiligne univerſel, donné par le R. P. de Chales. Pluſieurs Mathématiciens qui ont écrit ſur cette matiére, entre leſquels eſt Oronce, & après lui Clavius, ſe ſont contentez d'en donner la conſtruction, ſans deſcendre à la démonſtration; de quoi on ne doit point être ſurpris, vû qu'elle eſt fondée ſur des principes très-cachez, & une Théorie profonde, en ſorte qu'il ſemble qu'il étoit reſervé aux ſeules lumiéres de notre Auteur, d'en pouvoir pénétrer l'obſcurité. C'eſt à la faveur de ces mêmes lumiéres que le Lecteur pourra être conduit à de nouvelles découvertes, dont ce grand homme lui ouvre la voye. Ce petit Traité eſt tout rempli de choſes très-utiles & curieuſes à ſçavoir, comme quand il nous apprend, par exemple, que dans l'Analemme rectiligne, les rayons du grand Trigone des Signes ſont autant d'Horiſons du Soleil, dont cet Aſtre en ſon parallele eſt le Zenith; Que l'on voit d'un coup d'œil & tout à la fois la longueur du jour de chaque Pays de la Terre en chaque différente déclinaiſon du Soleil; Que par le moyen de ladite déclinaiſon, connoiſſant le Signe, on peut ſçavoir le jour du mois qui lui convient; & autres belles connoiſſances, dont le fruit qu'on en pourra retirer, doit inſpirer des ſentimens de reconnoiſſance pour les Sçavants qui nous laiſſent de ſi excellens Ecrits.

Les opérations que l'on fait avec l'Analemme rectiligne ſont ſi communes à l'Analemme commun, vulgairement appellé Aſtrolabe de Royas, que l'on pourroit dire qu'ils ſont tirez l'un de l'autre, & qu'ils ſont, à fort peu de différence près, une même choſe : cette différence empêche ſi peu le rapport qui eſt entr'eux, que l'on les fait toûjours ſervir de preuve l'un à l'autre. Il eſt donc vrai de dire, que cet Inſtrument, ſous la figure du ſeul Analemme rectiligne, les comprend tous les deux.

La différence dont nous avons parlé eſt, que dans l'Analemme commun les cercles horaires y ſont projettez par des Ellipſes ; la projection qui s'y fait ſur le plan du Colure des Solſtices, remplit entierement ſon cercle : au lieu que dans l'Analemme rectiligne, les cercles horaires y ſont projettez par des lignes droites. La projection qui s'y fait ſur le même plan du Colure des Solſtices, eſt renfermée dans un eſpace borné en ſa longueur par les diamétres des cercles polaires, & dont la largeur n'outrepaſſe point les extrêmitez des mêmes diamétres, comme on le peut voir dans le Rectangle MHIL de la Figure 19. Planche 13 *.

PROPOSITION I.

La division de l'Equateur en heures dans cet Analemme est semblable à la description des Paralleles.

SOient décrits dans l'Analemme les paralleles des Signes AB, CD, &c. & les autres à la maniere accoûtumée, sçavoir, en divisant l'Ecliptique, comme on divise l'Equateur; ce qui se fait en divisant le demi-cercle EHF en ses degrez de 15 en 15, & abaissant de chacune de ces divisions, des perpendiculaires, telles qu'est IK: de cette maniére l'Ecliptique sera divisée comme l'Equateur en douze heures, faisant servir les mêmes pour le jour & pour la nuit. Vous remarquerez que cette division en 12 détermine les lieux & les espaces des Signes & de leurs moitiez. Le Parallele du milieu, qui est celui de ♈, est la ligne de 6 heures, & les deux Tropiques sont le Midi ou Minuit. Les Paralleles étant ainsi décrits par la division de l'Ecliptique, soit mené FG, qui est la corde de l'arc de la distance entre les deux Tropiques, sur laquelle on décrira le demi-cercle FLG; je dis que si on divise ce demi-cercle en ses degrez, on pourra décrire les mêmes Paralleles comme par l'autre maniére. Planche 12* Fig. 16.

Démonstration.

Soit supposé l'arc GM d'un certain nombre de degrez, comme de 60 d. & soit mené MD perpendiculaire à FG, coupant l'Ecliptique EF au point K; & sur ce point K soit élevée la perpendiculaire KI, je prouverai que l'arc EI est de 60 d. comme l'arc GM ; car comme dans le Triangle FEG la droite DK est parallele à la base EG, par 4, 6, FG sera à DG comme FE est à EK : or GD est le sinus verse de l'arc GM de 60 d. (FG étant supposé le diamétre) donc KE sera le sinus verse de l'arc EI de 60 d. (FE étant diamétre) ce qu'il falloit démontrer.

REMARQUE.

La maniére la plus ordinaire de décrire les Paralleles des Signes, est de tracer un demi-cercle, comme FLG, & de mener par ses divisions des perpendiculaires à son diamétre FG : or parce que l'on agit comme pour diviser l'Equateur en heures, & que pour avoir les mêmes Paralleles décrits par une autre méthode, qui est par la division de l'Ecliptique, il faut qu'elle soit divisée comme l'Equateur ; il suit que la division de l'Equateur en heures est en toute façon semblable à la description des Paralleles.

PROPOSITION II.

Les lignes qui représentent les Paralleles dans l'Analemme, sont coupées en parties semblables ou proportionnelles par les points d'une même heure.

Planche 12 * Fig. 17.

SOient dans l'Analemme les deux lignes GK, EL, représentant des cercles paralleles, & soit le cercle OAB de 3 heures représenté par une Ellipse ; je dis que ces lignes sont coupées en semblables parties en O & en A, c'est-à-dire, que EA est à AL, comme GO est à OK. Soit ſur GK & ſur EL décrit un demi-cercle, chacune de ces lignes ſera le diamétre de ſon cercle.

Démonſtration.

Ces lignes GK, EL, repréſentant des cercles paralleles, ou leurs diamétres, ſont, par Prop. 10. 2. Theod. coupées proportionnellement par les cercles horaires : ſoit ſuppoſé que par les interſections de ces paralleles avec le cercle horaire OAB, on mene des perpendiculaires ou ſinus ſur leurs diamétres GK, EL ; OK ſera le ſinus verſe d'un arc de 45 d. dans ſon cercle, comme AL ſera le ſinus verſe d'un arc d'autant de degrez dans le ſien. C'eſt pourquoi GK eſt à KO comme EL eſt à LA, & en diviſant GO, ſera à OK comme EA eſt à AL.

PROPOSITION III.

Si dans l'Analemme on fait tous les Paralleles égaux à l'Equateur, & leur diſtance égale à la Tangente de leur déclinaiſon, la même proportion ſera obſervée.

Dans la deſcription de l'Analemme les lignes qui repréſentent les Paralleles, diminuent à meſure qu'elles s'éloignent de l'Equateur ; mais parce que les lignes horaires doivent être des Ellipſes qui diviſent proportionnellement ces lignes des Paralleles, & qu'il eſt difficile de tracer ces Ellipſes, on peut faire ces Paralleles égaux à l'Equateur ; & pour lors les cercles horaires ſeront repréſentez par des lignes perpendiculaires. Ce changement de conſtruction ne changera ni l'effet ni la proportion qui ſera toûjours obſervée, ſi l'on Planche 12. Fig. 18.

fait la diſtance dont chacun de ces Paralleles eſt éloigné de l'Equateur (laquelle dans l'Analemme commun eſt égale au ſinus de la déclinaiſon) égale à la tangente de la même déclinaiſon.

Soit propoſé le parallele AB, dont la diſtance à l'Equateur ED eſt égale au ſinus AC de l'arc de la déclinaiſon AE ; ſoit menée la tangente FE du même arc, & ſoit ſubſtituée la ligne FI pour la ligne AB ; je dis pour lors qu'il y a même raiſon de ce Parallele ainſi augmenté (c'eſt-à-dire, fait égal à l'Equateur ED) à la tangente EF, qu'il y en a du Parallele AB au ſinus AC, & cela fondé ſur ce Théoreme de la Trigonométrie, qui eſt que le ſinus de complement eſt au ſinus de l'arc, comme le ſinus total à la tangente du même arc. Soit mené HAF.

Démonſtration.

Comme dans le Triangle HEF, les lignes CA, EF, ſont paralleles, étant perpendiculaires à la même ligne ED ; HC, c'eſt-à-dire, KA eſt à CK, comme HE, c'eſt-à-dire, GF à EF. Ce qu'il falloit démontrer.

REMARQUE.

On tire particulierement de cette propoſition la conſtruction de l'Analemme rectiligne, dans lequel tous les cercles horaires ſont repréſentez par des lignes perpendiculaires à l'Equateur de l'Analemme commun, & tous les Paralleles repréſentez par des lignes paralleles au même Equateur ; en quoi on a cet avantage, que les mêmes lignes horaires peuvent ſervir de Paralleles, quand on veut que l'Analemme rectiligne ſerve d'Analemme commun.

PROPOSITION IV.

Conſtruction de l'Horloge ou Analemme Rectiligne Univerſel.

SOit fait le Rectangle HMLI, & ſoient décrits ſur les lignes LM, HI, les demi-cercles MXL, HNI, que l'on diviſera en douze parties égales. Enſuite ſoient tirées par les points oppoſez des diviſions, les lignes DE, 48, 93, & autres qui ſeront les lignes horaires, HM ſera la ligne de Minuit, & LI celle de Midi. Les autres lignes auront chacune deux des heures également diſtantes de XII, comme c'eſt l'ordinaire dans tous les Horloges décrits par les élevations du Soleil. Cette conſtruction convient également à l'Analemme commun comme au rectiligne, c'eſt-à-dire, que ſi l'on prend la ligne CD pour l'Equateur, ces mêmes lignes horaires pourront être les Paralleles des Signes dans l'Analemme commun, qui ſera beaucoup plus grand, étant décrit du rayon CH. Pour avoir cet Analemme commun, on décrira du point C l'arc des Signes HDI, qui ſera coupé par les lignes horaires, ſelon la déclinaiſon des Signes, & on menera du centre C à ces ſections les rayons HC, θC, 4C, PC, YC, IC; la ligne FH ſera le ſinus de l'angle DCH de 23 d. $\frac{1}{2}$, qui eſt la plus grande déclinaiſon du Soleil: la ligne FI ſera pareillement le ſinus de l'angle DCI de 23 d. $\frac{1}{2}$, c'eſt-à-dire, que ſi de quelque point, comme C, on eût commencé d'abord à décrire le Trigone des Signes terminé à droite & à gauche de D par des arcs de 23 d. 30′, Planche 13* Fig. 19.

& que des points de l'entrée des Signes & de leurs moitiez on eût tiré des lignes paralleles à la ligne DC, on auroit eu les mêmes 12 heures dans l'Analemme commun, comme la premiere construction les a donné dans l'Analemme rectiligne.

Soit décrit maintenant du centre C le quart de cercle AS à volonté, que l'on divisera en ses degrez de 5 en 5, ou de 10 en 10, comme l'on voudra. Après quoi on tirera du centre C par toutes ces divisions les lignes occultes C10, C20, C30, &c. lesquelles couperont la ligne TH aux points OKR, &c. Je dis que les lignes TO, TK, TR, sont tangentes par rapport au cercle qui seroit décrit de l'intervalle CT, selon la proposition précedente. Ensuite soient menées par les points O, K, R, &c. des lignes parallelesà l'Equateur BT, lesquelles dans cet Analemme rectiligne, où BT est l'Equateur, & les lignes HM, EF, LI, sont horaires, seront les Paralleles des latitudes, ausquels on apposera les chifres des degrez, selon les différentes élevations du Pole. Enfin du point C soit décrit un petit arc des Signes ou Zodiaque sur la ligne LI de Midi, dans lequel CB sera le rayon de l'Equateur, & les autres rayons tirez occultement du point C jusqu'à la ligne LI; il est évident que si par les points ausquels la ligne LI est coupée par les rayons des Signes, on menoit des paralleles à la ligne BC, on auroit les Paralleles des Signes pour le petit Analemme rectiligne, qui a BC ou BT pour Equateur. La division de ce petit Zodiaque se trouve toute faite dans la division de la ligne du Parallele de 45 d. de latitude, qui est coupée par les rayons du grand Zodiaque, parce que tant la ligne LI, que cette ligne du 45. Parallele, sont tangentes égales, étant distantes d'un même centre C par des rayons d'un même cercle.

PROPOSITION V.

Usage de l'Analemme.

Trouver la longueur du jour, ou, ce qui est la même chose, trouver l'heure du lever ou du coucher du Soleil dans la Sphere droite.

DAns la Figure précedente soit suspendu un perpendicule au point C, auquel perpendicule, qui est ordinairement un fil ou soye, on ajoûte outre le poids une perle mobile, que l'on arrête sur le Signe où est le Soleil marqué au petit Zodiaque en la ligne LI, & l'Instrument soit tenu de façon que le fil pendant librement, le rayon du Soleil levant passe par les trous des pinnules, vous verrez que ce perpendicule, avec la perle, demeurera parallele aux lignes horaires, & arrêté sur la ligne CD de six heures. Or il est évident qu'en la Sphere droite le Soleil se leve à six heures, & partant l'heure a été justement marquée. Planche 13. Fig. 19.

De plus le perpendicule pendant du point C, la perle soit coulée sur le point B de ♈, ou de l'Equateur du petit Zodiaque, & l'Instrument présenté au Soleil à quelque heure du jour, vous verrez que le rayon solaire passant par les trous des pinnules, la perle s'arrêtera sur la vraye heure qu'il est dans la Sphere droite, supposé donc qu'elle s'arrête au point & de neuf heures, je prouve qu'il doit être neuf heures.

Démonstration.

Il est clair premierement que l'angle EC& est la hauteur du Soleil sur l'horison, & que la perle décrit le cercle, dont BC est le demi-diamétre, soit supposé que ce cercle est déja décrit, & que dans ce cercle est décrit l'Analemme commun, où la ligne EC représentant l'horison de la Sphere droite, est coupée à angles droits par l'Equateur BT. Comme dans ce jour le Soleil parcourt l'Equateur, qui dans cette position de Sphere est aussi le premier vertical, il sera dans ce cercle un mouvement d'autant de degrez qu'il en a fait en se levant sur l'horison, en sorte que s'il est élevé de 45 degrez, il sera au point &, duquel point ayant mené sur l'Equateur la perpendiculaire &Y, le point Y sera son lieu. Et comme l'Equateur est divisé dans cet Analemme rectiligne, comme dans l'Analemme commun, par prop. 1re. si le point Y est le point de neuf heures, il sera véritablement neuf heures. En un mot, comme la perle parcourt l'Equateur, si de l'endroit où elle s'arrête on tire une perpendiculaire au diamétre BT, elle indiquera l'heure.

PROPOSITION VI.

Trouver l'heure Astronomique dans la Sphere droite, le Soleil parcourant quelque Parallele que ce soit.

Planche 14 * Fig. 20.

SOit le fil pareillement arrêté au point C comme dans tous les usages de l'Analemme en la Sphere droite, soit la perle transportée sur le Parallele du Soleil au petit Zodiaque, par exemple, au point D, en sorte que la perle décrive par son mouvement le cercle DE beaucoup plus grand que le cercle MH, dans lequel nous supposons que ſoit décrit l'Analemme commun. Le rayon du Soleil paſſant par les pinnules, & la perle s'arrêtant ſur la ligne horaire OK de 9 heures, je dis qu'il eſt véritablement 9 heures; & pour le prouver, ſoient menés OC & CD, coupant le cercle HM aux points S & R. Dans l'Analemme commun la ligne CE eſt l'Horiſon de la Sphere droite, CM l'Equateur, MR l'arc de la déclinaiſon du Soleil, RA le Parallele que le Soleil décrit ce jour-là, & ANR le même Parallele repréſenté par ſon cercle, l'angle HCS, ou l'arc HS, eſt la hauteur du Soleil ſur l'Horiſon. Or c'eſt cette hauteur qui détermine l'heure en déterminant l'endroit du Parallele, où ſe trouve le Soleil dans le tems de l'opération; car ſi on tire par le point S l'Almicantarath SF, il marquera en B le lieu du Soleil dans ſon Parallele RA; & ſi à ce point B on mene la perpendiculaire BG, c'eſt-à-dire, ſi on prolonge l'Almicantarath juſqu'au cercle repréſentant le Parallele, le point G ſera le vrai lieu du Soleil, l'arc NG ſera ſa diſtance à 6 heures, & GR ſa diſtance juſqu'à Midi. Cela poſé, il me reſte à faire voir que l'arc GR eſt ſemblable à l'arc IM, & par conſequent les ſegments PB, CK, repréſentent des arcs ſemblables, c'eſt-à-dire, qu'il y a même raiſon de PR à PB, que de CM à CK, les ſegmens BR, KM, étant ſinus verſes d'arcs ſemblables.

Démonſtration.

Dans le Triangle COK, SF, OK, étant paralleles, CK ſera à CF, par 4, 6, comme CO à CS, ou CD à CR, ou encore comme CM à CL dans le Triangle CMD: or CL & PR, ſont égales: donc CK eſt à CF ou PB ſon égale, comme

CM est à PR, & en changeant & divisant, CM sera à KM, comme PR est à BR. Donc la perle montre la même heure sur la ligne CM, qu'elle auroit montré dans l'Analemme commun sur la ligne PR. Donc elle montre la vraie heure.

PROPOSITION VII.

Dans une latitude donnée déterminer l'heure du lever & du coucher du Soleil dans quelque Parallele que ce soit.

Planche 14* Fig. 21.

Nous avons dit dans la quatriéme Proposition, que la ligne RZ, & les autres lignes paralleles à l'Equateur, qui traversent le grand Trigone des Signes, représentent des cercles de latitude. Supposons donc que cette ligne RZ soit le Parallele de la latitude de 49 degrez, telle qu'est celle de Paris, & que dans le tems de la perquisition de l'heure, le Soleil soit dans l'Equateur, CI est le rayon de ♑, CF de l'Equateur, CH de ♋; il est évident que si le perpendicule est attaché au point V, le Soleil étant dans l'Equateur, & que la perle soit transportée sur le point *h* de ♈, ou de l'Equateur du petit Zodiaque, qui est sur la ligne LI, lorsqu'au lever du Soleil son rayon passera par les pinnules (la ligne HI demeurant parallele à l'horison) le fil & la perle tomberont sur la ligne CF de 6 heures, qui est l'heure du lever du Soleil dans l'Equinoxe. Je dois prouver qu'en pratiquant la même chose dans quelque Parallele des Signes que le Soleil se trouve, le fil & la perle marqueront la vraie heure de son lever.

Soit l'Equateur AB, le Parallele de la latitude de la Region RZ, soit supposé le Soleil au

Tropique de ♑, il eſt évident, ſuivant ce que j'ai démontré en mon Traité de Géographie, touchant la maniére dont la Terre eſt éclairée, que le cercle ou bord d'illumination, qu'on appelle auſſi horiſon du Soleil, décline autant des Poles que le Soleil a de déclinaiſon. Cela étant, le cercle d'illumination ſera CI, coupant le Parallele de la latitude RZ au point Y de la ligne horaire YO. Or, ſelon ce que j'ai fait remarquer en parlant du Globe terreſtre, l'arc ſemidiurne eſt moindre que 6 heures de la quantité de la ligne VY, c'eſt pourquoi ſi la ligne VY eſt le ſinus d'une heure, le Soleil ſe leve à 7 heures; mais comme nous avons la latitude de 49 degrez, où le Soleil en ♑ ſe leve à 8 heures, la ligne VY ſera le ſinus de deux heures; donc l'arc ſemidiurne ſera moindre de deux heures de ce qu'il étoit, quand le Soleil étant dans l'Equateur, ſe levoit à 6 heures.

Voyez les Probl. de Coſmographie.

Je ferai voir pareillement que le Soleil étant en ♋, la même ligne YO ſera celle de 4 heures (cet Aſtre ſe levant dans ce Signe deux heures devant ſix) ſoit décrit pour cela un cercle de l'intervalle CH, dans lequel on ſuppoſe que ſoit décrit l'Analemme commun, FC ſoit l'Equateur, IL le Tropique de Cancer, & le Midi ſoit du côté de MH, l'horiſon oblique ſoit TCS, ſoit RZ le Parallele de la Region dans l'Analemme rectiligne, lequel parallele ſoit coupé par le rayon de ♋, c'eſt-à-dire, par la ligne CI au point Y. En ce point ſoit attaché le perpendicule, & l'Inſtrument tenu de façon que le rayon du Soleil levant paſſe par les pinnules. Je dis que ce perpendicule, qui dans ce cas ſera parallele aux lignes horaires, tombera le long de la ligne YO, qui ſe trouve être celle de 4 heures: d'où l'on connoît que l'heure du lever du Soleil en ♋ est à 4 heures, & que l'arc P*b*H est l'arc semidiurne. Pour le prouver, soit décrit sur le Tropique IL de l'Analemme commun le demi-cercle L*e*I, & du point ou la ligne LI coupe l'horison oblique TCS, soit élevée la perpendiculaire EK, l'arc K*e*I sera l'arc semidiurne, selon l'Analemme commun. Je m'en vais démontrer que l'arc P*b*H de l'Analemme rectiligne lui est semblable.

Démonstration.

Il est premierement constant que les lignes *h*E, R& sont égales, parce que les Triangles RVC, C*h*E, sont équiangles, & ont les côtez C*h*, RV égaux. De plus, dans le Triangle LIH, EX étant parallele à la base HI par 4, 6, HI sera à LI, comme XE, c'est-à-dire, IB est à EL. Par consequent les arcs LK, PI (qui sont la distance de l'heure du lever du Soleil en ♑ jusqu'à Midi) seront semblables; la ligne LI étant le Midi comme dans l'Analemme rectiligne, ou bien cette ligne LI sera celle de Minuit, lorsque le Soleil étant en Cancer, ces mêmes arcs seront la distance depuis Minuit jusqu'au lever de cet Astre. Donc les arcs restans K*e*I, P*b*H, seront semblables, & comme ils sont les arcs semidiurnes de Cancer, la ligne MH sera le Midi dans cette démonstration de l'Analemme commun, c'est-à-dire, que si l'on imagine l'Analemme commun décrit dans le petit cercle H*b*, PI, le point H sera le Midi en ♋, comme dans l'Analemme rectiligne, & le point I, qui dans ce cas est celui de Minuit, sera le point de Midi pour ♑.

PROP.

PROPOSITION VIII.

En quelque latitude que ce ſoit connoître les heures Aſtronomiques au tems de l'Equinoxe.

Soit la ligne de la latitude donnée RZ, en laquelle ſoit attaché le fil au point O du rayon de l'Equateur, & la perle ſoit tranſportée ſur le point *h* du Signe de ♈ du petit Zodiaque; laquelle par ſon mouvement décrira le cercle Y*h*, le rayon ſolaire paſſant par les pinnules, l'heure où elle s'arrêtera ſera la vraie heure. Ce qui eſt vraiſemblable; car ſi c'eſt dans le tems que le Soleil ſe leve, la perle s'arrêtera ſur la ligne OY, c'eſt-àdire, à 6 heures. En ſecond lieu, que la perle s'arrête ſur la ligne IL au point *h*, je dis qu'il eſt Midi, & je le prouve en faiſant voir que le Soleil eſt pour lors à ſa hauteur meridienne, c'eſt-à-dire, que l'angle YO*h* eſt égal à l'angle de la hauteur que le Soleil doit avoir à Midi dans l'Equinoxe. Soit décrit pour cet effet l'Analemme commun; ſçavoir, un cercle dont le rayon eſt CH, & ſoit mené l'horiſon oblique TRS: dans cet Analemme CD ſera l'Equateur, TD la hauteur meridienne, ou l'angle TCD, que je dois faire voir ſemblable à l'angle YO*h*. Planche 14* Fig. 22.

Démonſtration.

Les Triangles ROC, OZ*h*, ſont rectangles par conſtruction, & ont les côtez RO, OZ, OK, Z*h*, égaux; donc, par 4, 1, l'angle OCR ſera égal a l'angle Z*h*O, ou à ſon alterne *h*OY; ce qu'il falloit démontrer.

En troiſiéme lieu, que la perle s'arrête au point

V ſur la ligne horaire VP*b*, je dis qu'elle montrera la vraie heure qu'il eſt, & que l'arc *b*I ſera la vraie diſtance de cette heure à Midi ; en ſorte que ſi *b*I eſt de 60 degrez, je prouverai que l'angle YOV (qui eſt ſon complement de 30 degrez, ou de deux heures, ſçavoir, la diſtance depuis ſix que le Soleil s'eſt levé) eſt l'angle d'élevation que le Soleil doit avoir à huit heures ; car dans l'Analemme commun où CD eſt l'Equateur, & DKW ſon demi-cercle, ſoit fait l'angle TCX égal à l'angle d'élevation YOV, & ſoit mené par ce point X l'Almicantarath XG, le Soleil ſera au point E de l'Equateur ; ſoit mené EK perpendiculaire à l'Equateur CD, pour lors la vraie diſtance de cette heure indiquée par la perle juſqu'à Midi, ſera l'arc KD, ſelon l'Analemme commun. Je démontrerai que par l'Analemme rectiligne la diſtance ſe trouve la même dans l'arc *b*I, que je ferai voir être toute ſemblable à KD.

Démonſtration.

Les Triangles rectangles ORC, OC*h*, ont les côtez RO, C*h* égaux, & le côté OC commun, donc, par 4, 1, les angles *h*OC, OCR ſont égaux ; & comme ils ſont alternes, les lignes O*h*, RC, ſont paralleles ; OC, NV, ſont auſſi paralleles, & partant les lignes ONV, XEC égaux. Or l'angle NVO, avec ſon alterne VOY, ont été faits égaux aux angles XCT, CXE, donc les Triangles XEC, ONV, ſont équiangles ; donc (par 3, 6) CX ou CD, eſt à CE, comme OV, ou O*h* eſt à ON : or O*h* eſt à ON comme C*h* eſt à CP : c'eſt pourquoi ſi CE eſt le ſinus de l'arc KB de deux heures (CD étant poſé ſinus total) CP ſera le ſinus de l'arc 6, 8, de deux heures

(le sinus total étant C*b* ou FI) d'où il s'ensuit que les arcs restant *b*I, KD, demeurent semblables : ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION IX.

Dans une latitude donnée connoître l'heure Astronomique en quelque lieu du Zodiaque que le Soleil soit.

SOit RZ la ligne de la latitude de la Region, coupant, par exemple, le rayon CK de Cancer au point A, où soit suspendu le perpendicule, & soit coulée en même temps la perle jusqu'au point B de ♋ au petit Zodiaque; pour lors si ayant tourné le point K vers le Soleil, & son rayon passant par les pinnules la perle s'arrête sur le point O de la ligne OD de 11 heures, distante de la ligne E12 de Midi d'un espace horaire, c'est-à-dire, que l'arc ED soit de 15 degrez, je dis qu'il est onze heures, l'angle FAO étant l'élevation du Soleil, je prouverai que dans l'Analemme commun, le Soleil ayant une pareille hauteur, il doit être absolument onze heures. Planche 15* Fig. 23.

Soit donc décrit l'Analemme commun de l'intervalle CK; selon cet Analemme, la ligne KL sera le Tropique de Cancer : soit menée après cela la ligne TRCS représentant l'horison oblique sur laquelle soit fait l'arc TG ou l'angle TCG égal à l'angle d'élevation FAO, soit tiré ensuite l'Almicantarath GM, coupant le Tropique LK au point N, & ayant décrit le demi-cercle KPL, qui représente ce Tropique, soit élevé au point N la perpendiculaire NP. Je démontrerai que l'arc KP eſt de 15 degrez, c'eſt-à-dire, que les arcs ED, KP, ſont ſemblables. La ſixiéme Propoſition nous doit avoir appris que l'arc ſemidiurne XDE eſt ſemblable à l'arc YPK de l'Analemme commun ; d'où il ſuit que LS eſt à SK comme KQ eſt à QE.

Démonſtration.

Dans le Triangle SKC, GN étant parallele à la baſe, c'eſt-à-dire, à l'horiſon oblique CS, par 4, 6, SK ſera à SN comme CK, c'eſt-à-dire, CG à CV. De plus dans le Triangle θAO l'angle AOθ eſt égal à ſon alterne OAF, qui eſt l'angle de l'élevation du Soleil, égal par conſtruction à l'angle TCG, ou à ſon alterne CGΠ. Cela étant, les angles AOθ, CGΠ, ſont égaux : & comme les angles Π & θ ſont égaux, l'un & l'autre étant droits, les Triangles AθO, CGΠ, ſeront ſemblables. Soit conſideré enſuite le Quadrilatere RBCA, dans lequel l'angle R eſt droit, l'angle ACB eſt auſſi droit (le rayon BC de ♋ du petit Zodiaque étant par conſtruction perpendiculaire au rayon CK de ♋ du grand Zodiaque, & les angles 6CA, BC♈ de 23 d. 30′ chacun) donc on peut décrire un cercle autour du Quadrilatere ARBC, par la converſe de 22 du 3, partant les angles RBA, RCA, inſiſtans ſur la même baſe AR ſeront égaux. Or eſt il que les angles RBA, θIA, ſont égaux ; & à ceux-ci ſont égaux les deux alternes RCA, CVΠ, donc les angles AIθ, CVΠ, ſont égaux, & par conſequent les angles de ſuite AIO, AVG ſont auſſi égaux. Or nous nous venons de voir que CGV, AOI, ont été faits égaux : donc les Triangles AIO, CGV, ſont équiangles & ſemblables ; donc

CG, c'est-à-dire, CK est à CV, ou SK est à SN, comme AO, c'est-à-dire, AB est à AI; mais comme AB est à AI, ainsi AR est à Aθ, c'est-à-dire, QE est à QH, donc SK est à SN comme QE est à QH : mais nous avons vû que LK est à SK comme KE est à QE : donc en divisant LK sera à NK comme KE à HE : donc HE & NK seront sinus verses d'arcs semblables ; ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION X.

Trouver l'heure du lever & du coucher du Soleil dans un Pays dont la latitude soit de plus de 66 degrez 30'.

QUoiqu'on ne fasse gueres servir ce Cadran ou Horloge pour une latitude plus grande que 66 d. 30', j'enseignerai cependant en peu de mots le moyen de s'en servir dans les Pays voisins des Poles. Planche 15. Fig. 24.

Soit donc la ligne de la latitude RZ, que nous avons tiré à l'ordinaire par le point d'intersection R de l'horison oblique RS de l'Analemme commun, avec la ligne de Midi PH prolongée, si l'on suppose que DC soit l'Equateur, IL le Tropique de ♋, PH le Tropique de ♑ : que le Pole soit élevé sur l'horison TS du complement de l'arc TD, T*m* soit un Parallele tiré par le point d'intersection T de l'horison avec la circonference de l'Analemme (ce point T est celui qui separe la partie éclairée d'avec celle qui est dans la nuit) soit encore *u*S un autre Parallele tiré par le point d'intersection S du même horison avec la même circonference de l'Analemme, & qui est diamétralement opposé au point T : cela posé, je dis que le Parallele T*m*, avec ceux qui ſont au deſſous juſqu'au Tropique PH de ♑, ne ſe leveront point ſur l'horiſon RS, mais ſeront totalement cachez : que les Paralleles au deſſus de T, c'eſt-à-dire, ceux qui ſont compris depuis T*m* juſqu'au Parallele *u*S, ſeront cachez à moitié ou en partie, ſçavoir, celui du milieu CD ſera coupé par la moitié, & les autres en parties inégales, & par conſequent le Soleil s'y levera & couchera chaque jour, & qu'enfin les autres Paralleles depuis *u*S juſqu'au Parallele O, ſeront tous entiers ſur l'horiſon, & par conſequent le Soleil ſera pluſieurs jours, & même des mois entiers ſans ſe coucher, ainſi que nous avons vû qu'aux Paralleles correſpondans qui ſont ſous T*m*, cet Aſtre eſt autant de tems ſans ſe lever ; ce qui n'a pas beſoin de démonſtration, après l'évidence qu'en donne la Figure.

PROPOSITION XI.

Trouver l'heure Aſtronomique dans une latitude de de plus de 66 degrez 30'.

Planche 15 * Fig. 25.

SOit propoſé de trouver l'heure Aſtronomique dans un Pays dont la latitude ſoit de plus de 66 d. 30' : ſoit RZ la ligne de cette latitude. Le Soleil ſoit dans le Tropique de Cancer, dont le rayon ſoit CI : ſoit ſuſpendu le perpendicule au point O, où la ligne RZ de la latitude concourt avec le rayon de Cancer CI : ſoit auſſi tranſportée la perle ſur le point M du Cancer du petit Zodiaque, la perle décrira le cercle *h*VM ; & ayant tiré la ligne *h*CM, l'angle OCM ſera droit. Suppoſé donc que le rayon du Soleil paſſant par les pinnules, la perle s'arrête au point V de la ligne V*r* de dix heures, je prouverai qu'il doit être dix heures; car ayant décrit, comme ci-devant, l'Analemme commun, en traçant un cercle du point C comme centre, IL ſera le Tropique de Cancer: ſoit décrit enſuite le demi-cercle IKL repréſentant ce Tropique, & ſoit pris en ce demi-cercle l'arc IK de deux heures, & ayant mené la perpendiculaire KE, le point E ſera le vrai lieu du Soleil dans ce Tropique; & ayant fait l'angle XCT égal à l'angle VOY de l'élevation du Soleil à dix heures, & tiré l'Almicantarath XEG parallele à l'horiſon oblique Tſ; je vai démontrer que ces angles VOY, XCT de dix heures répondent dans l'Analemme commun à la même élevation qui répond aux mêmes dix heures dans l'Analemme rectiligne.

Démonſtration.

Premierement dans le Triangle ICſ, l'Almicantarath XlE parallele à la baſe, c'eſt-à-dire, à l'horiſon Cſ, coupe les côtez CI, Iſ proportionnellement en l & en E, donc par 4, 6, ſI, ſera à ſE comme CI, c'eſt-à-dire, CX, eſt à Cl. Secondement, dans le Triangle POV, l'angle PVO eſt égal à ſon alterne VOY, & celui-ci, qui eſt l'angle de l'élevation du Soleil, égal par conſtruction à l'angle XCT, ou à ſon alterne CXN: voilà donc quatre angles PVO, VOY, XCT, CXN, égaux, & comme les angles CNX, OPV, ſont égaux l'un & l'autre, étant droits, les Triangles POV, XCN, ſeront ſemblables. De plus, comme dans le Quadrilatere RMCO, les angles oppoſez ORM, OCM, ſont droits par conſtruction, il ſuit qu'on peut décrire un cercle autour d'eux; & partant les angles RCO, RMO, appuyez ſur la même baſe OR, ſeront éganx : or les angles égaux RMO, PSO, ſont encore égaux aux deux alternes RCO, C*l*N : donc les angles PSO, C*l*N, étant égaux, les angles de ſuite C*l*X, OSV, le ſeront auſſi. Mais nous venons de voir que les angles CX*l*, OVS, ſont égaux : donc les Triangles VSO, XC*l*, ſont équiangles & ſemblables : donc CX, c'eſt-à-dire, CI eſt à C*l*, ou ſI eſt à ſE comme OV, c'eſt-à-dire, OM, eſt à OS ; mais comme OM à OS, ainſi OR à OP, c'eſt-à-dire, BH à B*r*. Derechef, dans les Triangles ſemblables C*l*N, SOP, comme C*l* eſt à CN, ainſi OS à OP, & comme OS à OP, c'eſt-à-dire, B*r*, ainſi C*l* eſt à ſE dans le Triangle CIſ, les ſegments B*r*, ſE, ſeront donc ſemblables, & comme ſI à IE, ainſi OR eſt à PR, c'eſt-à-dire, BH à H*r* ; donc les ſegments reſtans IE, H*r*, ſeront ſemblables, comme étant ſinus verſes d'arcs ſemblables.

PROBLEME XXXIII.

Conſtruire un Anneau qui marque l'heure pendant toute l'année.

NOus ajoûterons ici la conſtruction d'un Anneau, où l'heure eſt marquée exactement pendant toute l'année, après que par même occaſion nous aurons fait connoître démonſtrativement l'erreur qu'il y a à ſe ſervir de ces Anneaux vulgaires, où le trou (par lequel le rayon ſolaire entre par marquer l'heure) eſt mobile. Premierement, nous ferons voir qu'en rendant ce trou commun à tous les Signes marquez dans un Zodiaque décrit ſur la circonference de l'Anneau, on ne peut avoir que l'heure de Midi marquée fidelement ; car pour les autres heures, on ne les peut avoir que très-imparfaitement, en se servant des mêmes points marquez pour le Signe de ♈. Nous disons ceci pour desabuser ceux qui croyent que les mêmes points de hauteur du Soleil marquez pour le Signe de ♈, c'est-à-dire, pour le tems des Equinoxes, peuvent servir pour d'autres tems, en transportant ce trou sur celui des Signes que le Soleil parcourt; ce qui est absolument faux dans son principe, comme nous allons voir. Il faudroit au lieu de cela décrire dans la concavité de l'Anneau sept cercles separez pour autant de Paralleles de l'entrée du Soleil dans les Signes, sur chacun desquels cercles on marqueroit separément les hauteurs du Soleil à son entrée dans le Signe qui appartient au Parallele pour lequel le cercle a été tracé ; ces points ainsi notez, doivent être joints par des lignes qui seront les lignes horaires. Ceci est tiré du R. P. de Chales.

Soit préparé un Anneau, ou plûtôt soit décrit un cercle de la grandeur de l'Anneau que l'on veut faire. Ensuite ayant choisi le lieu du suspensoire B, soient pris à droite & à gauche de B 49 degrez pour la latitude de Paris, c'est-à-dire, pour la distance du zenit de Paris à l'Equateur; & par la fin de la numération soit tiré AO : soit mené à la ligne AO la perpendiculaire AD, l'une & l'autre se terminant au point A attribué à l'Equateur. De ce point A, & par le centre de l'Anneau soit mené A12 pour la hauteur de l'Equateur, ou, ce qui est la même chose, pour la hauteur du Soleil à Midi, lorsqu'il est dans l'Equateur. On auroit pû autrement avoir cette même hauteur, si ayant décrit d'abord du point A le quart OPD, on l'eût

Planche 16 * Fig. 26.

Planche 16 * Fig. 27. circonference CR de grandeur prise à volonté, ou bien soit achevé, si l'on veut, le cercle OPD, & ayant prolongé OA jusques en R, soit comptée de R vers C la hauteur de l'Equateur, si on n'aime mieux pour abréger, continuer 12A directement en C. Pour lors l'angle extérieur CAR sera égal à l'angle A12D, son intérieur opposé du même côté; ils sont l'un & l'autre à la circonference, l'un en dedans, l'autre en dehors de l'Anneau; ils sont aussi angles au centre, puisque nous avons décrit de leur sommet deux cercles. De plus, OA12 sera égal à CAR, qui lui est opposé au sommet, enfin c'est par des angles au même sommet A, que les différentes élevations du Soleil sur l'horison AR, sont mesurées par un effet contraire sur le quart OPD; car à proportion que le Soleil s'éleve de R vers C dans le ciel CR, Fig. 28. le rayon solaire passant par le trou A, s'abaisse d'un même nombre de degrez sous l'horison OAR, & marque les heures.

Passons maintenant à la démonstration que les mêmes heures équinoctiales ne peuvent pas servir sans erreur en d'autres tems. Soit le Soleil en Gemini, & soit tiré FO. Je raisonne ainsi: La ligne horisontale OA est la ligne de six heures équinoctiale, c'est-à-dire, qui a été tirée pour le point de ♈, pour servir lorsque le Soleil seroit dans l'Equateur: or le Soleil se levant à 6 heures en Aries, il est à cette heure-là dans l'horison. La ligne FO représente le rayon du Soleil passant par le trou A transporté en F, il doit donc être six heures, puisque ce rayon touche ce point O. Soit continué ce rayon OF en Q, lieu du Soleil, & soit mesuré l'angle QFR, il sera trouvé environ de 20 degrez; mais la véritable hauteur du

Planche 17 * Fig. 30.

Soleil en Gemini à 6 heures eſt de 15 degrez 6' : donc il y a 5 degrez & plus d'erreur. On trouvera pareillement pour trois heures plus de 4 degrez d'erreur ; car ſur l'Inſtrument la ligne 3F de trois heures fait avec l'horiſontale OA un angle d'environ 49 degrez, au lieu qu'il devroit être de 44 degrez 10', qui eſt la vraie hauteur du Soleil à trois heures à ſon entrée dans le Signe de ♊ ; partant il y a 4 degrez 40' de différence ou d'erreur: donc le trou que l'on a fait au point A de ♈, ne peut marquer la vraie heure, étant tranſporté ſur les autres Signes, en ſe ſervant des mêmes points de hauteur marquez pour le Signe de ♈. Mais le moyen de rendre cet Inſtrument ou Horloge bon pour tous les Paralleles, eſt de décrire des points E, I, F, K, &c. autant de quarts de cercle, ſur chacun deſquels ſeront marquez les points des heures par les élevations du Soleil ; ces cercles au nombre de ſept, ſe décriront dans la concavité de l'Anneau ; celui pour Aries ſera au milieu. On comptera ces élevations de O deſcendant vers P, l'angle a la circonference de l'Anneau au point d'où les quarts auront été décrits, ou bien on comptera ces élevations depuis Midi vers O dans la cancavité de l'Anneau l'angle au centre de l'Anneau ; ce qui ſe fait en prenant la différence de la hauteur du Soleil à Midi dans un certain Signe, avec la hauteur du même Aſtre en une autre heure le même jour & doublant cette différence ; comme, par exemple, ſoit le Soleil au commencement de Taurus, je trouve dans une Table des hauteurs du Soleil, ou bien en meſurant l'arc E12D, Fig. 32. que ſa hauteur méridienne eſt de 52 degrez 30', je trouve pareillement qu'à onze heures le même jour il eſt élevé de 50 degrez 30′, la différence est deux degrez, que je double, & j'ai quatre degrez que je compte depuis le Midi en sus; & y marque le point de 11 heures. On prend selon cette derniere maniere, les angles au centre de l'Anneau, & leur différence double pour avoir des arcs doubles, afin que les angles qui les mesurent ayant leur sommet au point A, ou E, ou I, &c. de la circonference opposée, reviennent à leur juste mesure, comme ici l'arc 12, 11, de quatre degrez, mesuré du centre de l'Anneau, n'est que de deux degrez mesuré du point E de la circonference; ainsi on aura aussi-bien par cette derniere méthode l'angle OE11 de 50 degrez 30′ pour la hauteur du Soleil en Taurus à onze heures, comme si on l'eût compté sur le quart OPD depuis O vers P, le centre étant au point E: on fera autant de trous pour faire passer le rayon solaire, qu'il y aura de cercles décrits: on pourra les percer l'un à côté de l'autre sur une ligne horisontale, chacun vis-à-vis le cercle qui lui appartient; moyennant la position de ces trous à une même hauteur, on doit commencer la division des quarts de cercle qui leur correspondent à une même hauteur ou ligne horisontale; vous ferez passer par tous ces points de division des lignes, qui seront les lignes horaires. Lorsque vous vous servirez de l'un des trous pour faire marquer l'heure, vous aurez soin de boucher les autres avec de la cire, pour éviter la confusion de tant de rayons solaires à la fois, & vous aurez bien soin de diriger le rayon de celui que vous laisserez ouvert à tomber sur le quart auquel il appartient.

REMARQUES.

I.

On voit dans la Fig. 19 l'erreur de ceux qui veulent que les mêmes heures équinoctiales servent également dans les différentes déclinaisons. Soit ici le Soleil en ♉ ; le rayon solaire passant par E, & tombant sur le point de 3 heures marqué dans l'Equinoxe, il doit être 3 heures : mais je trouve en mesurant l'arc OE3, ou son opposé QER, environ 40 degrez, & la véritable hauteur du Soleil en Taurus à 3 heures étant de 37 degrez 14 minutes, il y a environ 3 degrez d'erreur. Planche 13. Fig. 19.

II.

On voit de même dans la Figure 20. qu'il s'en faut 5 degrez & plus, que la même ligne équinoctiale de 6 heures ne serve, le Soleil étant en ♊. Fig. 20.

III.

On doit encore à M. de R** la Démonstration de l'*Analemme Rectiligne Universel*, & la Construction de l'*Anneau* qui marque exactement l'heure, pendant toute l'année.

PROBLEMES DE COSMOGRAPHIE.

LA Cosmographie, selon son étymologie, est la description du Monde, c'est-à-dire, du Ciel & de la Terre. Elle se divise en *Générale*, & en *Particuliére*.

La Cosmographie Générale considere généralement tout l'Univers; elle recherche & fournit plusieurs maniéres de le décrire & de le représenter selon les divers sentimens des Philosophes & des Mathématiciens.

La Cosmographie Particuliére est proprement ce qu'on appelle *Geographie*, parce qu'elle représente en détail chaque partie du Monde, & particulierement la Terre, tant par les Globes, que par les Planispheres & Mappemondes. Je ne prétens pas traiter ici en particulier de ces deux Parties, mais seulement vous donner quelques Problêmes utiles & agréables qui en dépendent.

PROBLEME I.

Trouver en tout tems & en tout lieu les quatre points principaux du Monde.

LEs quatre points principaux du Monde, qui sont l'Orient, l'Occident, le Midi, & le Septentrion, peuvent aisément être connus par le moyen de la Boussole, dont l'éguille qui est aimantée,

mantée, tourne toûjours une de ſes deux pointes vers le Midi, & l'autre vers le Septentrion. Ce qui ſuffit pour connoître l'Orient & l'Occident, parce que l'Orient eſt à la droite, & l'Occident à la gauche de celui qui regarde le Septentrion.

On peut auſſi très-facilement connoître le Septentrion la nuit, en regardant l'Etoile Polaire, qui n'eſt éloignée du Pole Arctique que d'environ deux degrez. Les Aſtronomes tracent de jour la ligne méridienne ſur un plan horiſontal, par le moyen de deux points d'ombre, marquez devant & après Midi ſur la circonference d'un cercle décrit du pied du ſtile, dont l'ombre a ſervi par ſon extrêmité à marquer ſur cette circonference ces deux points également éloignez du Midi.

Voyez la Gnomonique, pag. 1.

Mais ſans toutes ces choſes, on peut en tout tems & en tout lieu marquer la ligne méridienne, en cette ſorte.

Ayant mis de l'eau dans un vaſe, comme dans un plat, ou dans un baſſin, mettez tout doucement dans cette eau, lorſqu'elle ſera bien tranquille, une éguille de fer, ou d'acier, ſemblable à celle dont les Tailleurs & les femmes ſe ſervent ordinairement pour coudre. Si cette éguille eſt ſéche, & qu'on la mette tout de ſon long ſur la ſurface de l'eau, elle ne s'enfoncera point. Après avoir fait pluſieurs tours, elle s'arrêtera enfin, & demeurera dans le plan du Méridien, de ſorte qu'elle repréſentera la ligne méridienne; l'une de ſes extrêmitez ſera tournée par conſequent vers le Midi, & l'autre vers le Septentrion. Mais lorſqu'on ne voit ni le Soleil, ni les Etoiles, on ne peut pas aiſément connoître laquelle des deux extrêmitez regarde le Midi ou le Septentrion.

Obſervez que pour poſer cette éguille ſur la ſuperficie de l'eau, on peut se servir d'une fourchette de fil de fer, & que pour l'empêcher de tomber au fond de l'eau, on peut la frotter de quelque matiére graisseuse.

Le Pere Kitcher donne un moyen facile pour connoître le Midi & le Septentrion. Il veut que l'on coupe horisontalement le tronc d'un arbre bien droit, qui soit au milieu d'une plaine, sans le voisinage d'aucune hauteur, ni d'aucune muraille, qui l'ait pû tenir de ce côté à l'abri du vent, ou des rayons du Soleil. On verra dans la section de ce tronc plusieurs lignes courbes autour de la seve, qui seront plus serrées d'un côté que de l'autre. Il dit que le Septentrion sera du côté où ces lignes courbes seront plus serrées; peut-être parce que le froid qui vient du Septentrion resserre, & que le chaud qui vient du Midi élargit & rarefie les humeurs & la matiére, dont se forment ces lignes courbes, qui, suivant le même Auteur, sont comme des circonferences de cercles concentriques dans l'Ebene & dans le bois de Bresil.

PROBLEME II.

Trouver la longitude d'un lieu proposé de la Terre.

ON appelle *Longitude* d'un lieu de la Terre, la distance du Méridien de ce lieu au premier Méridien, qui passe par l'Isle de Fer la plus Occidentale des Canaries. Cette distance se compte sur l'Equateur d'Occident en Orient.

On voit dans les *Mappemondes*, ou Cartes générales, les degrez de Longitude marquez sur l'Equateur de dix degrez en dix degrez, depuis le premier Méridien vers l'Orient tout le long de la Terre jusqu'à 360 degrez: de sorte que le premier Méridien est le 360 Méridien. Il a plû aux Géographes de compter ainsi les Longitudes terrestres : il a plû aussi aux Astronomes de compter les Longitudes des Etoiles fixes sur l'Ecliptique, depuis la *Section Vernale*, c'est-à-dire, depuis le commencement de la Constellation du Belier, où l'Equateur & l'Ecliptique s'entrecoupent.

Il est évident que ceux qui sont situez sous un même Méridien, ont une même Longitude : que tous ceux qui sont sous le premier Méridien, n'ont aucune Longitude : qu'enfin ceux qui sont plus Orientaux ont des Longitudes différentes, c'est-à-dire, qu'ils sont sous des Méridiens différens. La distance d'un Méridien à l'autre s'appelle *Différence des Longitudes* ; c'est cette différence qui fait connoître de combien de tems il est plûtôt Midi en un lieu qu'en un autre qui est plus Occidental. Car il est certain qu'il sera Midi une heure plûtôt au lieu plus Oriental qu'à l'autre, lorsque la différence des Longitudes sera de 15 degrez, c'est-à-dire, quand ce lieu sera plus Oriental que l'autre de 15 degrez, * parce que 15 degrez de l'Equateur font une heure, puisque 360 degrez font 24 heures, qui est une révolution entiere du premier mobile.

Ainsi on voit que pour connoître la Longitude d'un lieu de la Terre, il ne faut que sçavoir l'heure que l'on compte en ce lieu, lorsqu'on en compte une certaine en un autre lieu situé sous le premier

* Le Soleil employe une heure à parcourir quinze degrez de l'Equateur, puisqu'il met 24 heures à parcourir 360 degrez, c'est-à-dire, à faire sa révolution entiere sur un parallele.

Méridien. Car si l'on convertit cette différence des heures en degrez, en prenant 15 degrez pour une heure, 1 degré pour 4 minutes de tems, & 1 minute de degrez pour 4 secondes de tems, on aura la longitude du lieu proposé.

Pour connoître cette différence des heures, on se servira de quelque Signe visible dans le Ciel, qui se puisse remarquer en même tems par deux Mathématiciens, dont l'un soit sous le premier Méridien, & l'autre au lieu dont on cherche la Longitude. Les Anciens se sont servi des Eclipses de Lune. On se sert à présent des Eclipses du premier Satellite de Jupiter, qui arrivent plus souvent, & dont les immersions ou émersions se peuvent connoître plus facilement par le moyen des Lunettes de longue-vûe.

Quand on a une fois connu la Longitude d'un lieu de la Terre, on n'a plus que faire du premier Méridien pour connoître la Longitude de quelqu'autre lieu que ce soit, parce qu'il suffit de connoître de combien ce lieu est plus Oriental, ou plus Occidental que le premier; ce qui se peut connoître comme nous avons dit. Mais il ne sera pas nécessaire d'employer deux Mathématiciens, un seul peut connoître la Longitude du lieu où il sera, en observant en ce lieu l'heure de l'immersion ou de l'émersion du Satellite, & en comparant cette heure avec celle du lieu, dont on connoît la Longitude, parce que par les Tables de Monsieur Cassini, qu'il a supputées pour le Méridien de Paris, dont je suppose que la Longitude est connue, on peut sçavoir à quelle heure doit arriver à Paris cette immersion ou émersion. L'immersion d'un Satellite est l'entrée de ce Satellite dans l'ombre de Jupiter en cessant de paroître,

& l'émersion d'un Satellite est la sortie de ce Satellite hors de l'ombre de Jupiter, en commençant à reparoître.

REMARQUES.

On voit par ce qui a été dit, la verité de ce Paradoxe, *Qualibet horâ est omnis hora*, c'est-à-dire, qu'en tout tems il est toute heure : ce qui se doit entendre des lieux de la Terre, qui sont sous des Méridiens differens. Car il est certain que quand il est Midi, par exemple, à Paris, il est une heure après Midi à Vienne en Autriche, & dans tous les autres lieux qui sont plus Orientaux que Paris de 15 degrez, & qu'il est deux heures après Midi à Constantinople, & dans tous les autres lieux qui sont plus Orientaux que Paris de 30 degrez. Ainsi des autres.

D'où il suit que de deux Voyageurs, dont l'un va vers l'Occident en suivant le cours du Soleil, & l'autre vers l'Orient en allant contre le cours du Soleil, le premier doit avoir les jours plus longs que le second. Au contraire, au bout d'un certain tems, le second qui va vers l'Orient, comptera plus de jours que le premier qui va vers l'Occident. Ce qui fait dire que si deux Jumeaux voyagent l'un vers l'Orient, & l'autre vers l'Occident, & qu'ils viennent à mourir en même tems, le premier aura vécu plus de jours que l'autre.

Comme on divise la Latitude en Septentrionale & en Méridionale, en l'étendant jusqu'à 90 degrez vers les deux Poles deçà & delà l'Equateur, on auroit aussi pû diviser la Longitude en Orientale & en Occidentale, en ne l'etendant que jusqu'à 180 degrez de part & d'autre depuis le premier Méridien. Ce qui seroit très-commode pour nous faire connoître que quand il eſt, par exemple, Midi ſous le premier Méridien, il n'eſt que 8 heures du matin dans l'Iſle de Cuba, dont la Longitude Occidentale eſt de 60 degrez. Voyez le XXXIII. Problême de la Gnomonique, p. 92.

PROBLEME III.

Trouver la Latitude d'un lieu propoſé de la Terre.

ON appelle *Latitude* d'un lieu de la Terre, la diſtance de ce lieu à l'Equateur : cette diſtance eſt meſurée par l'arc du Méridien de ce lieu entre ſon Zenit & l'Equateur. Cet arc eſt toûjours égal à l'élevation du Pole, qui eſt l'arc du même Méridien entre le Pole & l'Horiſon. Ce qui fait que l'on confond ordinairement la Latitude avec l'élevation du Pole : de ſorte que ceux qui n'ont point de Latitude, c'eſt-à-dire, qui ſont ſous l'Equateur, n'ont auſſi aucune élevation du Pole, ayant les deux Poles du Monde à l'horiſon.

Voyez le Problême XXXI.

La Latitude d'un lieu de la Terre ſe peut connoître de jour à Midi, par le moyen de la hauteur méridienne du Soleil & de ſa déclinaiſon, & de nuit en tout tems par le moyen de la hauteur méridienne de quelque Etoile fixe & de ſa déclinaiſon, & auſſi ſans ſa déclinaiſon, lorſque l'Etoile ne ſe couche point, & que la nuit a plus de douze heures, comme vous allez voir.

Pour trouver la Latitude de quelque lieu de la Terre que ce ſoit, par le moyen de la hauteur méridienne du Soleil, on ajoûtera à cette hauteur méridienne la déclinaison du Soleil, si cette déclinaison est Méridionale; ce qui arrivera depuis l'Equinoxe d'Automne jusqu'à l'Equinoxe du Printems : ou bien on ôtera de la hauteur méridienne la déclinaison, si cette déclinaison est Septentrionale; ce qui arrivera depuis l'Equinoxe du Printems jusqu'à l'Equinoxe d'Automne. De cette maniére on aura la hauteur de l'Equateur, laquelle étant ôtée de 90 degrez, le reste sera la Latitude qu'on cherche.

On travaillera de la même façon la nuit à l'égard des Etoiles qui seront vers le Midi : mais à l'égard de celles qui sont vers le Septentrion, & qui ne se couchent point, voici ce qu'il faut faire. Dès que la nuit sera venue, on prendra la hauteur méridienne d'une de ces Etoiles, & le matin douze heures après la hauteur méridienne de la même Etoile; on ajoûtera ensemble ces deux hauteurs trouvées. La moitié de la somme donnera la hauteur du Pole sur l'horison.

PROBLEME IV.

Connoître la quantité du plus grand jour d'Esté en un lieu proposé de la Terre, dont on connoît la Latitude.

Pour connoître, par exemple, à Paris, où le Pole est élevé sur l'horison d'environ 49 degrez, le plus grand jour d'Esté qui est de même longueur que la plus grande nuit d'Hyver; décrivez à volonté du centre D, le demi-cercle ABC. Prenez d'un côté l'arc CE égal à l'élevation du Pole sur l'horison, qui a été ici supposée de 49 degrez, & de l'autre côté l'arc AF égal au complement de Planche 41. Fig. 116.

Planche 41. Fig. 116. l'élevation du Pole, qui dans cette ſuppoſition eſt de 41 degrez. Tirez du centre D, par les points E, F, les lignes DE, DF, dont la premiere DE repréſentera le cercle de ſix heures, & la ſeconde DF l'Equateur, en prenant le cercle ABC pour le Méridien du lieu propoſé, & le diamétre AC pour l'horiſon, ſelon les régles de la Projection Ortographique de la Sphere.

Après cela, prenez l'arc FB égal à la plus grande déclinaiſon du Soleil, qui eſt d'environ 23 degrez & demi. Par le point B menez à la ligne DF, la parallele BH, qui coupe ici le cercle de ſix heures au point G, & l'horiſon au point H. Décrivez du point G, comme centre, par le point B, l'arc de cercle BI, qui ſera terminé en I, par la ligne HI parallele à la ligne DE, ou perpendiculaire à la ligne BH. Cet arc BI ſe trouve ici de 120 degrez, ou de 8 heures, en prenant 1 heure pour 15 degrez, dont le double fait connoître qu'à Paris, & en tout autre lieu, où le Pole eſt élevé ſur l'horiſon de 49 degrez, le plus grand jour d'Eſté, ou la plus grande nuit d'Hyver eſt de 16 heures. On connoîtra la quantité de l'arc BI par le moyen d'un Rapporteur.

L'arc BI étant de 120 degrez, ou de 8 heures, fait connoître que le Soleil ſe couche au plus grand jour d'Eſté, ou ſe leve au plus court jour d'Hyver à 8 heures, & que par conſéquent il ſe leve au plus grand jour d'Eſté, ou ſe couche au plus court jour d'Hyver à 4 heures. Ce qui arrive lorſque le Soleil eſt dans le Tropique d'Eſté, ou dans le Tropique d'Hyver. On pourra de la même façon trouver l'heure du lever & du coucher du Soleil, lorſqu'il eſt dans quelqu'autre Signe du Zodiaque, par exemple, au commencement de ♉ & de ♍, pourvû que l'on ſçache décrire le Parallele de ce Signe ; ce qui ſe fera en cette ſorte. Planche 41. Fig. 116.

Tirez du centre D, qui repréſente le point de l'Orient & de l'Occident Equinoctial, par le point B, qui repréſente le Point Solſtitial de ♋, ou de ♑, la ligne DB, qui repréſentera par conſequent un quart de l'Ecliptique. Prenez ſur le Méridien, ou ſur le Colure des Solſtices ABC, l'arc BK de 60 degrez, tel qu'eſt la diſtance du Signe propoſé au commencement de ♋, qui eſt repréſenté par le point B, parce qu'on ſuppoſe que le Colure des Solſtices convient avec le Méridien. Menez du point K, la ligne KL perpendiculaire à la ligne DB, & par le point L, à la ligne DF, la parallele MN, qui repréſentera le Parallele de ♉, & coupera l'horiſon AC au point N, & l'axe du Monde DE en O. De ce point O, comme centre, vous décrirez par le point M, l'arc MP, qui ſera terminé en P, par la ligne NP parallele à la ligne DE, ou perpendiculaire à la ligne MN. Cet arc MP étant réduit en heures, lorſqu'on en aura connu les degrez & les minutes avec un Rapporteur, donnera l'heure qu'on cherche.

REMARQUES.

L'arc FM eſt la déclinaiſon du Signe propoſé, dont la diſtance au plus proche Equinoxe eſt ſuppoſé de 30 degrez : l'arc DN eſt l'Amplitude Orientale, ou Occidentale du même Signe, à l'égard de l'horiſon AC, que nous avons ſuppoſé oblique de 49 degrez : & l'arc ON eſt la différence Aſcenſionnelle, qui montre de combien le Soleil étant au Signe propoſé, ſe leve ou ſe couche devant ou après ſix heures ſur le même hori-

Planche 41. Fig. 116. son. Ces arcs se peuvent connoître Géométriquement dans la Figure; mais on les peut connoître beaucoup plus exactement par la Trigonométrie, en cette sorte.

I.

Pour connoître l'arc FM, en supposant l'arc FB, ou l'angle FDB, c'est-à-dire, l'obliquité de l'Ecliptique de 23 d. 30', on fera cette Analogie, où nous nous sommes servi des Logarithmes qui sont très-commodes dans la Trigonométrie Spherique,

Comme le Sinus total, 100000000
Au Sinus de la distance du Signe proposé au plus proche Equinoxe 96989700
Ainsi le Sinus de l'obliquité de l'Ecliptique 96006997
Au Sinus de la déclinaison qu'on cherche. 92996697

qui se trouvera de 11 degrez, & d'environ 30 minutes.

II.

Pour l'*Amplitude* DN, on se servira de la déclinaison trouvée, pour faire l'Analogie suivante,

Comme le Sinus du complement de la hauteur du Pole, 98169429
Au Sinus de la déclin. trouvée 92996697
Ainsi le Sinus total 100000000
Au Sinus de l'Amplitude qu'on cherche 94827268

qui se trouvera de 17 degrez, & d'environ 41 minutes.

III.

Pour trouver la *Différence Ascensionnelle* NO, on se servira pareillement de la déclinaison trouvée, pour faire cette Analogie,

Comme le Sinus total, 100000000
A la tangente de la déclinaison trouvée 93084626
Ainsi la tangente de l'élevation du Pole, 100608369
Au Sinus de la différence Ascensionnelle 93692995

qui se trouvera de 13 degrez & 32 minutes, lesquels étant réduits en tems par cette régle de trois: si 15 degrez donnent 1 heure, ou 60 minutes, combien donneront 13 d. 32′, ou 812′, on connoîtra que le Soleil étant au commencement de ♉, ou de ♍, se couche à 6 heures & 54 minutes, & que par consequent il se leve à 5 heures & 6 minutes, &c.

PROBLEME V.

Trouver le Climat d'un lieu proposé, dont la Latitude est connue.

ON appelle *Climat*, un espace de Terre compris entre deux cercles paralleles à la Ligne équinoctiale, tellement éloignez l'un de l'autre, qu'il y ait la différence d'une demi-heure entre le plus long jour d'Esté de l'un de ces cercles, & le plus long jour d'Esté de l'autre.

Comme les Climats se comptent vers l'un des deux Poles du Monde, en commençant depuis l'Equateur, sous lequel en tout tems le jour est de douze heures, & la nuit d'autant : & que ceux qui sont éloignez de l'Equateur, ont le plus grand jour d'Esté plus long que douze heures, & d'autant plus long, que plus ils en sont éloignez ; il s'ensuit que la fin du premier Climat est le lieu où le plus grand jour d'Esté est de douze heures & demie, la fin du second le lieu où le plus grand jour d'Esté est de treize heures, & ainsi de suite, jusqu'à la fin du 24. Climat, où le plus grand jour d'Esté est de 24 heures. Ce qui arrive sous le cercle Polaire Arctique ou Antarctique, où l'élevation du Pole est de 66 d. 30', au-delà duquel on ne sçauroit plus compter de Climats, parce que pour peu qu'on s'en éloigne en s'avançant vers le Pole le plus proche, le plus grand jour d'Eté croîtra de plus d'une demi-heure. Ce qui a fait que les Modernes ont ajoûté six autres Climats depuis le Cercle Polaire jusqu'au Pole, en faisant croître le plus grand jour d'Esté d'un mois entier.

Ainsi pour sçavoir en quel Climat est situé un lieu proposé de la Terre, dont on connoît la Latitude, il n'y a qu'à chercher par le Problême précedent la quantité du plus grand jour d'Esté, & en ôter douze heures. Le double du reste fera connoître le nombre du Climat qu'on cherche. Ainsi ayant connu qu'à Paris, où le Pole est élevé sur l'Horison d'environ 49 degrez, le plus grand jour d'Esté est de 16 heures, si l'on en ôte 12, il restera 4, dont le double 8 fait connoître que Paris est dans le huitiéme Climat. Ainsi des autres.

REMARQUES.

I.

Comme les Longitudes font connoître les Pays les plus Orientaux, ou les plus Occidentaux, & les Latitudes les Pays les plus Méridionaux, ou les plus Septentrionaux : de même les Climats font connoître les Pays où les jours sont plus longs ou plus courts. Or par la connoissance du Climat, on peut aisément trouver le plus long jour d'Esté, par une opération contraire à la précedente, sçavoir, en ajoûtant 12 à la moitié du nombre du Climat : car la somme donnera la quantité du plus long jour d'Esté. Ainsi sçachant que Paris est dans le huitiéme Climat, en ajoûtant 4 moitié de 8, à 12, la somme 16 fait connoître qu'à Paris le plus grand jour d'Esté est de 16 heures.

II.

Mais pour n'avoir point la peine de faire tant de calculs, on va donner une Table des 24 Climats, divisée en quatre colomnes. La premiere à gauche contiendra ces XXIV Climats : on verra dans la seconde le commencement, le milieu & la fin de chaque Climat, que l'on marquera en heures & minutes dans la troisiéme colomne, pour faire connoître la longueur des jours dans ces trois différences d'un Climat : enfin la quatriéme colomne contiendra la Latitude, ou élevation du Pole pour le commencement, le milieu & la fin de chaque Climat. Il n'est point nécessaire d'avertir, que le commencement d'un Climat est la fin du précedent.

Table des 24 Climats, dont chacun est d'une demi-heure.

Climats.	*Paralleles.*	*Longueur du jour.*		*Latitude du lieu.*	
	Commenc.	12 h	0′	0.°	0′
I.	Milieu	12	15	4	15
	Fin	12	30	8	25
II.	Milieu	12	45	12	30
	Fin	13	0	16	25
III.	Milieu	13	15	20	15
	Fin	13	30	23	50
IV.	Milieu	13	45	27	40
	Fin	14	0	30	20
V.	Milieu	14	15	33	40
	Fin	14	30	36	28
VI.	Milieu	14	45	39	2
	Fin	15	0	41	22
VII.	Milieu	15	15	43	32
	Fin	15	30	45	29
VIII.	Milieu	15	45	47	20
	Fin	16	0	49	1
IX.	Milieu	16	15	50	33
	Fin	16	30	51	58
X.	Milieu	16	45	53	17
	Fin	17	0	54	27
XI.	Milieu	17	15	55	34
	Fin	17	30	56	37

Climats.	*Paralleles.*	*Longueur du jour.*		*Latitude du lieu.*	
XII.	Milieu	17 h	45′	57.°	32′
	Fin	18	0	58	29
XIII.	Milieu	18	15	59	14
	Fin	18	30	59	58
XIV.	Milieu	18	45	60	40
	Fin	19	0	61	18
XV.	Milieu	19	15	61	55
	Fin	19	30	62	25
XVI.	Milieu	19	45	62	54
	Fin	20	0	63	22
XVII.	Milieu	20	15	63	40
	Fin	20	30	64	6
XVIII.	Milieu	20	45	64	30
	Fin	21	0	64	49
XIX.	Milieu	21	15	65	6
	Fin	21	30	65	21
XX.	Milieu	21	45	65	35
	Fin	22	0	65	47
XXI.	Milieu	22	15	65	57
	Fin	22	30	66	6
XXII.	Milieu	22	45	66	14
	Fin	23	0	66	20
XXIII.	Milieu	23	15	66	25
	Fin	23	30	66	28
XXIV.	Milieu	23	45	66	30
	Fin	24	0	66	31

III.

Les 24 Climats de la Table précedente ſont compris entre l'Equateur, & l'un des Cercles Polaires ; & ils ne différent entr'eux que d'une demi-heure, c'eſt-à-dire, que les habitans de la fin d'un Climat, terminé par le Parallele qui eſt vers le Pole, ont leur plus grand jour d'Eſté plus long d'une demi-heure, que les habitans du commencement de ce même Climat, terminé par le Parallele qui eſt vers l'Equateur.

Les Climats qui ſont renfermez dans l'un des Cercles Polaires, ont une différence plus conſiderable, puiſqu'elle eſt d'un mois. C'eſt ce qu'on remarquera dans la Table ſuivante, où l'on n'a mis dans la troiſiéme colomne que les degrez de Latitude où finit chaque Climat.

Table des ſix Climats, dont chacun eſt d'un mois.

Climats.	*Longueur du jour.*	*Latitude du lieu.*	
XXV.	1 mois.	67.°	30′
XXVI.	2	69	30
XXVII.	3	73	20
XXVIII.	4	78	20
XXIX.	5	84	0
XXX.	6	90	0

IV.

On voit par ces deux Tables que l'on compte à présent soixante Climats, sçavoir, trente dans la partie Méridionale de la Sphere, & trente dans la partie Septentrionale Il faut observer qu'on n'a eu aucun égard aux réfractions du Soleil, lorsqu'on a calculé ces Climats; d'où il pourroit arriver quelque différence dans la longueur des jours aux lieux où l'on observeroit cette longueur : mais cette différence n'est point assez sensible pour mériter quelque attention dans une matiére, où il ne faut point demander une précision Géométrique.

PROBLEME VI.

Trouver en lieues la valeur d'un degré d'un grand Cercle de la Terre.

EN supposant que la Terre est ronde, & que son centre est le même que celui du Monde, un degré de l'un de ses Cercles répondra à un degré d'un semblable Cercle correspondant dans le Ciel. De sorte que si une personne parcourt un degré de la Terre sur un même Méridien terrestre, en allant directement vers le Midi, ou vers le Septentrion, son zenit s'éloignera aussi d'un degré dans le Ciel sous le Méridien céleste correspondant, & l'élevation du Pole sur l'Horison changera par consequent d'un degré. Pareillement si une personne parcourt un degré de la Terre sur l'Equateur terrestre, en allant directement vers l'Orient, ou vers l'Occident, son zenit s'éloignera aussi d'un degré dans le Ciel sous l'Equateur céleste, & sa Longitude changera par consequent d'un degré.

Ce changement ayant été remarqué par quantité d'expériences faites par plusieurs Astronomes en des lieux différens de la Terre, nous pouvons conclure de là que la Terre est ronde du Midi au Septentrion, & de l'Orient à l'Occident, & qu'elle est au centre du Monde, ou pour le moins au milieu des circonvolutions célestes. On en tire aussi la maniére de trouver en lieues, ou en quelqu'autre mesure que ce soit la quantité d'un degré d'un de ses grands Cercles, qui sont tous égaux. C'est en choisissant sur la Terre deux lieux situez sous un même grand Cercle, par exemple, sous un même Méridien, dont on connoît exactement la distance & les latitudes; car en ôtant la plus petite de ces deux latitudes de la plus grande, on aura l'arc du Méridien compris entre ces deux lieux de la Terre. Ainsi l'on sçaura qu'à un certain nombre de degrez & de minutes d'un grand Cercle de la Terre, il répond un certain nombre de lieues; ce qui suffit pour connoître la valeur d'un degré du même grand Cercle, & même de toute la circonference de la Terre, en disant par la Régle de Trois directe, si à tant de degrez & de minutes, s'il y en a, il répond tant de lieues, combien de lieues répondront à un degré, si l'on ne veut connoître qu'un degré, ou à 360 degrez, si l'on veut connoître le contour de la Terre.

Supposons que les deux lieux de la Terre soient Paris & Dunquerque, qui sont situez sous un même Méridien, & éloignez l'un de l'autre d'environ 62 lieues Parisiennes de 2000 toises chacune. La latitude de Paris est de 48 degrez 51', laquelle étant ôtée de celle de Dunquerque, qui eſt de 51 degrez 1′, il reſte 2 degrez 10′, ou 130 minutes pour l'arc du Méridien compris entre Paris & Dunquerque. Sçachant donc qu'un arc d'un grand Cercle de la Terre de 130 minutes eſt de 62 lieues, on ſçaura de combien de lieues doit être un degré ou 60 minutes du même Cercle, en multipliant ces 60 minutes par 62, qui eſt la diſtance de Paris à Dunquerque, & en diviſant le produit 3720 par 130, qui eſt le nombre des minutes de l'arc du Méridien commun à ces deux Villes. Le Quotient donnera environ 28 lieues Pariſiennes pour la valeur d'un degré d'un grand Cercle de la Terre.

J'ai dit environ 28 lieues, parce que Meſſieurs de l'Académie Royale des Sciences ont trouvé qu'un degré de la Terre vaut 57060 toiſes, meſure du Châtelet de Paris : ces 57060 toiſes font un peu plus de 28 lieues Pariſiennes de 2000 toiſes chacune, comme on le connoît en diviſant 57060 par 2000; car le Quotient eſt 28, & il reſte encore 1060 à diviſer par 2000; ce qui fait environ une demie-lieue.

Voyez la premiere obſervation du Problême ſuivant.

La Toiſe du Châtelet de Paris ſe diviſe en 6 Pieds, & ſi l'on diviſe ce Pied en 1440 parties, le Pied Rheinlandique, ou de Leyde, en comprendra 1390, le Pied de Londres 1350, le Pied de Boulogne 1686, & la Braſſe de Florence 2580.

PROBLEME VII.

Connoître la Circonference, le Diamétre, la Surface & la Solidité de la Terre.

I.

QUoiqu'on ne puisse pas mesurer actuellement la circonference de la Terre, à cause des hautes montagnes & des vastes mers, qu'on ne sçauroit parcourir en ligne droite; on peut neanmoins aisément la déterminer par les régles de l'Astronomie; ensuite son diamétre, sa surface, & sa solidité par les principes de la Géométrie, comme vous allez voir.

II.

Premierement, pour connoître la circonference de la Terre, ayant trouvé par le Problême précedent, qu'un degré de cette circonference est de 28 lieues Parisiennes, si l'on multiplie ces 28 lieues par 360, c'est-à-dire, par le nombre des degrez du contour de la Terre, le produit donnera 10080 lieues Parisiennes pour la circonference de la Terre.

III.

Secondement, pour trouver le diamétre de la Terre, ou la distance qu'il y a d'ici à nos Antipodes, on considerera que le diamétre d'un Cercle étant à sa circonference, comme 100 est à 314, ou comme 50 est à 157, & que la circonference de la Terre ayant été trouvée de 10080 lieues Parisiennes, il n'y a qu'à multiplier ces 10080 par 50, & diviser le produit 504000 par

157. Le quotient donnera 3210 lieues pour le diamétre de la Terre.

IV.

Troisiémement, pour trouver en lieues quarrées la surface de la Terre, il n'y a qu'à multiplier sa circonférence, qui a été trouvée de 10080 lieues, par son diamétre que nous avons trouvé de 3210 lieues. Le produit donnera 32356800 lieues quarrées pour la surface de la Terre.

V.

Enfin, pour trouver en lieues cubiques la solidité de la Terre, il n'y a qu'à multiplier sa surface qui a été trouvée de 32356800 lieues quarrées par la sixiéme partie 535 de son diamétre, qui a été trouvé de 3210 lieues. Le produit donnera 17310888000 lieues cubiques pour la solidité de la Terre.

VI.

Parce que dans le diamétre de la Terre nous avons négligé les fractions, cela nous a donné sa surface un peu imparfaite, & sa solidité encore plus imparfaite. Si vous voulez trouver plus exactement cette surface & cette solidité, sans vous servir du diamétre de la Terre, mais seulement de sa circonference qui a été trouvée précisément de 10080 lieues Parisiennes, suivez cette méthode.

VII.

Pour trouver en premier lieu la surface de la Terre, dont le contour a été trouvé de 10080 lieues, multipliez ce contour 10080 lieues par lui-même, pour avoir son quarré 101606400, que vous multiplierez par 50. Vous diviſerez le produit 5080320000 par 157. Le quotient donnera 32358726 lieues quarrées pour la ſurface de la Terre.

VIII.

Pour trouver maintenant la ſolidité de la Terre, dont le contour a été trouvé de 10080 lieues, multipliez ce contour 10080 par lui-même, pour avoir ſon quarré 101606400, qu'il faudra multiplier encore par le même contour 10080, pour avoir ſon cube 1024192512000. Ce nombre cubique étant multiplié par 1250, & le produit 1280240640000000 étant diviſé par 73947, le quotient donnera 17312949004 lieues cubiques pour la ſolidité de la Terre.

COROLLAIRE I.

De ce que la circonference de la Terre eſt de 10080 lieues Pariſiennes, on conclud aiſément, que ſi la Terre ſe meut autour de ſon axe d'Occident en Orient, en ſorte que dans l'eſpace de 24 heures elle acheve une circonvolution, un lieu de la Terre ſitué ſous l'Equateur, qui eſt un grand Cercle, doit parcourir en une heure 420 lieues par le mouvement de la Terre; parce que diviſant ſon contour 10080 par 24, le quotient eſt 420. Ce même lieu en une minute de tems doit faire ſept lieues, comme on le connoît en diviſant 420 par 60.

COROLLAIRE II.

De ce que le diamêtre de la Terre eſt de 3210 lieues, on conclud que ſon demi-diamétre, ou la diſtance qu'il y a de ſa ſurface à ſon centre, eſt de

1605 lieues, comme on le connoît en prenant la moitié de 3210. D'où il est aisé de tirer cette consequence, que si l'on pouvoit faire un puits qui pénétrât jusqu'au centre de la Terre, la profondeur de ce puits seroit de 1605 lieues, ou de 3210000 toises, comme on le connoît en multipliant 1605, qui est le demi-diamétre de la Terre, par 2000, qui est le nombre des toises d'une lieue Parisienne, suivant ce qui est dit au Problême VI.

COROLLAIRE III.

Sçachant que la profondeur d'un puits est de 3210000 toises, il n'est pas difficile de connoître le tems qu'un corps pesant jetté de la surface de la Terre, doit employer pour aller jusqu'au fond de ce puits, que je suppose être vuide. Il suffit de sçavoir par quelque expérience bien faite, le tems que ce corps pesant employeroit à parcourir un espace connu en tombant librement dans l'air.

Supposons qu'en une minute de tems un corps pesant soit descendu de 100 toises. Pour trouver le tems qu'il doit employer à descendre dans le même milieu de 3210000 toises, multipliez ce nombre 3210000 par le quarré 1 du tems, c'est-à-dire, de 1 minute : divisez le produit 3210000 par 100, qui est l'espace parcouru pendant 1 minute. Le quotient sera 32100, dont la racine quarrée donnera 179 minutes, qui font presque 3 heures, pour le tems que le même corps pesant doit employer à descendre jusqu'au centre de la Terre.

REMARQUES.

I.

Nous remarquerons que si ce puits étoit continué jusqu'aux Antipodes, en sorte que la Terre fût percée à jour, le corps pesant qui y seroit jetté de la surface de la Terre, ne s'arrêteroit pas tout court au centre de la Terre, quoique ce soit le ieu le plus bas. Car étant parvenu au centre de la Cerre par un mouvement fort acceleré, il s'éloi;neroit, & remonteroit vers les Antipodes par n mouvement qui diminueroit peu à peu, & se létruiroit entierement proche la surface de la Terre vers les Antipodes, d'où il retomberoit, & :eviendtoit en deça du centre de la Terre vers nous. De sorte que pendant quelque tems, en faisant abstraction de la résistance de l'air, ce corps pesant continueroit à aller & à revenir par plusieurs vibrations, qui seroient à peu près d'une égale durée, quoique toûjours plus petites de plus en plus, jusqu'à ce qu'enfin il s'arrêtât au centre de la Terre.

II.

Tout ce que nous avons dit touchant les mesures de la Terre, suppose qu'elle est parfaitement ronde, quoiqu'elle ne le soit pas en parlant à la rigueur, à cause de la hauteur des montagnes, qui n'est considerable qu'à l'égard de nous. Car à l'égard de la Terre, c'est peu de chose, comme vous voyez dans la Table suivante, que nous avons tirée du P. Kircher, & qui montre en pas géométriques la hauteur des plus considerables montagnes du Monde, autant qu'on a pû en juger par la longueur de leurs ombres.

Table de la hauteur de quelques Montagnes considerables de la Terre.

Pelion Montagne de la Thessalie.	1250

Le Mont Olympe en Thessalie	1269
Catalyrium	1680
Cyllenon	1875
Le Mont-Aetna, ou Mont-Gibel en Sicile	4000
Les Montagnes de Norvege	6000
Le Pic des Canaries	10000
Hemus Montagne de la Thrace	10000
Le Mont Caucase dans les Indes	15000
Le Mont Atlas dans la Mauritanie	15000
Les Montagnes de la Lune	15000
Le Mont Athos entre la Macedoine & la Thrace	20000
Stolp le plus haut des Monts Riphées en la Scythie	25000
Cassius	28000

Observations.

I.

On ne convient pas qu'il faille donner 28 lieues à un degré d'un grand cercle de la Terre ; on ne lui en donne ordinairement que 25 : mais aussi on compte la lieue commune de France de 2200 toises, ou plûtôt de 2282 toises, 2 pieds & près de 5 pouces ; car on compte au degré d'un grand Cercle 57060 toises, mesure du Châtelet de Paris. Cela supposé, il n'est point difficile de connoître que la circonference d'un grand Cercle de la Terre est de 9000 lieues, en multipliant 360 par 25, ou de 20541600 toises.

On n'a point encore déterminé précisément la proportion qu'il y a entre la circonference & le diamétre d'un même cercle, on peut en approcher de plus en plus ; mais dans l'usage il est bon de s'en tenir à celle qui a été enseignée par Archimede, & qui est à peu près de 22 à 7. Ainsi pour connoître le diamétre d'un grand Cercle de la

Terre, dont la circonference est de 9000 lieues; il faut multiplier 9000 par 7, & diviser le produit 63000 par 22. Le quotient 2863 lieues & $\frac{7}{11}$ de lieues sera le diamétre d'un grand Cercle de la Terre, & le rayon par conséquent sera d'environ 1431 ou 1432 lieues.

Si l'on vouloit avoir la surface d'un grand Cercle de la Terre, il faudroit multiplier 4500 lieues, moitié de la circonference de ce grand Cercle par 1432, moitié du diametre de ce cercle; le produit 6444000 lieues quarrées sera la surface d'un grand Cercle de la Terre. Voyez le Problême XLV. de Géométrie, Tome I. p. 325.

Présentement si l'on multiplie 9000 lieues, circonférence d'un grand Cercle de la Terre par 2863 son diamétre, il viendra au produit 25767000 lieues quarrées, pour la surface du Globe terrestre.

Enfin pour avoir la solidité de la Terre, on multipliera 6444000 lieues, surface d'un grand Cercle de la Terre par 2863 lieues, qui en est le diamétre, le produit donnera 18449172000 lieues cubiques. Ensuite on prendra les deux tiers de ce produit, qui sont 12299448000 lieues cubiques, & c'est la solidité de la Terre, en supposant que le degré d'un grand Cercle ne contient que 25 lieues communes de France.

II.

Le calcul qu'on vient de faire, est fondé sur la grandeur du degré d'un Méridien, que M. Picard a trouvé être de 57060 toises, lorsque dans sa mesure de la Terre, il a déterminé l'intervalle qui est entre le Parallele d'Amiens & celui de

Malvoiſine. Mais M. Caſſini rapporte dans la ſuite des Memoires de l'Académie Royale des Sciences 1718, * que le degré d'un Méridien du côté du Midi, par rapport à l'Obſervatoire, doit avoir 57097 toiſes. D'où il conclud que la circonference de la Terre, en la ſuppoſant Spherique, eſt de 20554920 toiſes, qui valent 8999 lieues, & ſon diamétre de 6542840 toiſes, qui valent 2864 lieues, dont 25 font un degré; chacune de ces lieues eſt de 2284 toiſes de Paris.

* Premiere partie, p. 148. & 149.

Il dit auſſi dans les mêmes Memoires * que la grandeur du degré d'un Méridien du côté du Septentrion, par rapport à l'Obſervatoire, a été trouvée de 56960 toiſes. D'où l'on auroit, en multipliant ce nombre par 360, une circonference moindre que celles qu'on vient de trouver, & par conſequent un diamétre différent des précedens, en obſervant la proportion qui eſt entre la circonference d'un Cercle & ſon diamétre. D'où il réſulte vraiſemblablement que la Terre n'a pas une figure ſpherique.

* ſeconde part. pag. 237.

III.

Ce qu'on a dit dans les articles précedens, ſuppoſe que la Terre eſt un corps ſpherique, tel que l'a conjecturé Ariſtote, qui a entrepris de le prouver dans le Chapitre 14. de ſon ſecond Livre *de Cælo*. Mais d'autres Philoſophes célébres ont crû que la Terre avoit une figure elliptique. Quelques-uns ont penſé qu'elle étoit applatie vers les Poles, & plus élevée vers l'Equateur. Meſſieurs Huygens & Newton ont prétendu que la Terre étoit ſemblable à un Spheroïde, dont le plus grand diamétre ſous l'Equateur, ſelon le premier, ſeroit au plus petit diamétre d'un Pole à l'autre, comme 578 à 577, & selon le second, comme 230 à 229. Quelques autres Philosophes au contraire ont crû que la Terre étoit allongée vers les Poles.

IV.

M. Cassini nous permettra de le mettre à la tête de ces derniers Philosophes, puisqu'ayant trouvé que les degrez d'un Méridien sont plus grands, plus ils sont près de l'Equateur, & qu'ils diminuent à mesure qu'ils s'approchent du Pole, il dit qu'on peut conclure que la circonference de la Terre n'est pas de figure spherique. Pour appuyer ce sentiment, & lui donner tous les éclaircissemens possibles, il propose une Ellipse, dont la proprieté est telle, qu'étant divisée en degrez par des perpendiculaires élevées sur sa surface, chacun de ces degrez diminue en s'approchant des Poles, & augmente en s'en écartant. Après quelques démonstrations, il trouve que supposant l'excentricité de la Terre de 14400 parties, dont le rayon est 100000, c'est-à-dire, environ comme 1 à 7, cette Ellipse représente assez exactement la figure d'un Méridien de la Terre, tel qu'il résulte des dimensions observées dans les Voyages de Messieurs de l'Observatoire, tant en 1700 vers le Midi, qu'en 1718 vers le Septentrion.

V.

La distance entre le Parallele de la face Méridionale de l'Observatoire de Paris, & celui de Collioure prise sur la méridienne, est de 360604 toises, & l'arc compris entre ces deux Paralleles est de 6 d. 18′ 56″ 20‴. De même la distance entre le Parallele de la même face de l'Observatoire

& celui de Dunquerque prise sur la méridienne, est de 125454 toises, & l'arc compris entre ces deux Paralleles, est de 2 d. 12′ 15″ 30‴. Par consequent la distance entre les Paralleles de Collioure & de Dunquerque sur la méridienne, est de 486058 toises, & l'arc de ce Méridien est de 8 d. 31′ 11″ 50‴.

V I.

Cela supposé, on trouve, selon M. Cassini, que le degré compris entre la hauteur du Pole de 48 & de 49 degrez, tel qu'il est aux environs de Paris, est de 57005 toises; que dans l'étendue de la France la grandeur du dégré diminue d'environ 31 toises en s'approchant du Pole, & augmente à peu près de la même quantité en s'en éloignant; en sorte que le degré compris entre les Paralleles de 50 & 51 degrez, est de 56944 toises 2 pieds, & le degré compris entre les Paralleles de 42 & 43 degrez, est de 57192 toises & 4 pieds.

La longueur du grand axe de ce Méridien Elliptique sera de 6579368 toises, la distance entre les foyers de 947434 toises, & le petit axe de 6510796 toises. La différence du petit axe au grand sera de 68572 toises. Le petit axe, diamétre de l'Equateur, étant connu, on aura sa circonference de 20454274 toises, qui étant divisées par 360, donnent la grandeur des degrez de l'Equateur, égaux entr'eux dans cette hypothese de 56817 toises, à peu près de même que le degré du Méridien, qui est à la distance du Pole de 36 degrez. La circonference du Méridien Elliptique sera de 20563100 toises, & sa différence à la circonference de l'Equateur sera de 108826 toises.

VII.

Si on divise toutes ces dimensions par 2000, on aura leur valeur en lieues telles qu'elles sont aux environs de Paris. Ainsi l'axe du Méridien Elliptique, sera de 3289 de ces lieues, la distance entre les foyers de 474 lieues, le petit axe de 3255 lieues, & la différence du petit axe au grand de 34 lieues, la circonference de l'Equateur sera de 10227 lieues; celui d'un Méridien Elliptique de 10282 lieues, & leur différence d'environ 55 lieues.

VIII.

Il faut consulter les Memoires mêmes pour voir avec quelle facilité M. Cassini déduit toutes ces dimensions dans la figure Elliptique qu'il suppose à un Méridien. On y verra aussi comment on peut déterminer, suivant cette hypothese, la grandeur de chaque degré du Méridien, le diamétre, la circonference & les degrez de chaque Parallele. Toutes ces dimensions étant déterminées, il sera aisé de les employer pour la construction des Globes terrestres, & des Cartes Géographiques.

IX.

Les lieues dans les Provinces de France sont différentes, cependant on peut les rapporter à trois sortes. La lieue des environs de Paris est de 2000 toises: la lieue commune, dont il y a 25 au degré, sera de 2282 toises; & la lieue marine, dont il y a 20 au degré, est de 2853 toises. La toise contient 6 pieds, le pied 12 pouces, & le pouce 12 lignes.

X.

Supposant toûjours la Terre spherique, jusqu'à ce que les Observations de Messieurs de l'Observatoire ayent été confirmez par d'autres, on s'en tiendra pour la grandeur d'un degré, à celle qui a été trouvée par M. Picard, de 57060 toises; une minute d'un tel degré contiendra 951 toises, & une seconde de cette minute aura 15 toises, 5 pieds, 1 pouce. Il ne sera point difficile, en multipliant ces nombres par les nombres naturels, de construire une Table qui contienne la grandeur des minutes & secondes d'un degré d'un Méridien.

XI.

On donnera ici une Table, où l'on a marqué les lieux, par le voisinage desquels passe la méridienne de la France, qui traverse l'Observatoire de Paris. On y a aussi marqué quelques Villes qui n'en sont pas fort éloignées. Cette Table a trois colomnes; la premiere contient les lieux dont on vient de parler; la seconde contient en Toises de Paris la distance de ces différens lieux à la Méridienne de l'Observatoire, c'est-à-dire, la perpendiculaire menée de chacun de ces lieux à cette Méridienne; enfin dans la troisiéme colomne on a mis ces lettres Or. Occ. qui signifient que la méridienne passe à l'Orient des lieux où l'on a marqué Or. & qu'elle passe à l'Occident des lieux où l'on a marqué Occ.

XII.

Table des lieux les plus voisins de la Méridienne de l'Observatoire.

	Toises.	
Fort de Revers,	1206	Orientale.
Dunquerque,	1414	Or.
Saint Omer,	3011	Occidentale.

	Toises.	
Fiefe,	668	Occ.
Dourlens,		Occ.
Villers Bocage,	580	Occ.
Amiens,	1252	Occ.
Sourdon,	2341	Or.
Clermont,		Or.
Saint Denis,		Or.
Montmartre,	0	
Paris,	0	
L'Haï,	0	
Moulin de Villejuive,	1116	Or.
Juvisy,	1350	Or.
Boiscommun,	1820	Or.
Orleans,	16396	Occ.
Prely,	834	Or.
Bourges,	2358	Or.
Morlac,	1176	Occ.
Saint Sauvier,	345	Occ.
Arbre de Saint Michel,	645	Occ.
Hermant,	9146	Or.
Mauriac,	382	Occ.
Marcoulés,	351	Or.
Saint Antoine,	278	Occ.
Rodés,	9528	Or.
Naucelle,	21	Occ.
Sommet du Puy de Rouet,	1247	Or.
Alby,	8316	Occ.
Chapelle de Saint Pierre,	248	Occ.
Castres,	3911	Occ.
Carcassonne,	246	Or.
Sommet de Bugarach,	1420	Or.
Perpignan,	23461	Or.
Pointe Noire du Mousset,	5545	Occ.
Sommet du Canigou,	4664	Or.

Il

Il eſt bon de remarquer qu'on a placé un pilier dans l'endroit où la perpendiculaire tirée de la Tour de la Cathédrale de Bourges ſur la méridienne la rencontre.

XIV.

Ce qu'on a dit ſur la fin du Probl. VI. nous donne occaſion de rapporter ici la proportion du Pied de Roy, qui compoſe la Toiſe de Paris, à différentes meſures étrangeres. Le pied de Paris ſe diviſe en douze pouces, & chaque pouce en douze lignes. Si on ſuppoſe chaque ligne diviſée en dix parties, on aura les proportions de diverſes meſures contenues dans la Table ſuivante.

XV.

Rapport des Meſures de divers Pays.

Le pied de Paris	1440 parties.
Le pied de Boulogne de	1682
Le pied de Danemark de	1404
Le pied de Rhein ou de Leyde de	1390
Le pied de Londres de	1350
Le pied de Suede de	1316
Le pied Romain du Capitole de	1306
Le pied de Dantzik de	1272
Le pied d'Amſterdam de	1258
Le palme de Naples de	1169
Le palme de Genes de	1113
Le palme de Palerme de	1073
Le palme Romain de	990
La braſſe de Boulogne de	2640
La braſſe de Florence à terre de	2430
La braſſe de Parme de	2423
La braſſe de Plaiſance de	2423
La braſſe de Regio de	2348 $\frac{1}{2}$

La brasse de Milan de	2166	parties.
La brasse de Bresse de	2075	
La brasse de Mantoue de	2062	

XVI.

Table de la hauteur de quelques Montagnes de France sur le niveau de la Mer.

Montagnes.	*Toises.*
Canigou,	1441
Mousset,	1253
Saint Barthelemi,	1184
La Matelote,	336
Massane,	408
Saint Elme,	101 3 pieds.
Puy de Bugarach,	650
Caroch,	348
Tautavel,	259
Mousset,	257
Monredon,	201
Montagne Noire,	284
Saint Barthelemi,	1195
Rupeyroux,	407
Plomb de Cantal,	993
Puy Mary,	956
Puy de Violent,	860
Tour de la Cathedrale de Rodés,	318
Mont-Salvy,	373
La Bastide,	432
Montdor,	1048
Courlande,	846
La Coste,	856
Lage-Chevalier,	332
Tour de Sermur,	428
Puy de Dome,	817
Mont-Cassel,	96

Cette Table est extraite de la suite des Memoires de l'Académie 1718. On voit que le Canigou est la plus haute de toutes ces Montagnes.

PROBLEME VIII.

Connoître la quantité d'un degré d'un petit Cercle proposé de la Terre.

I.

AYant connu par le Probl. VII. la valeur d'un degré d'un grand Cercle de la Terre, il sera facile de connoître la quantité d'un degré d'un petit Cercle, par exemple, d'un Cercle parallele à l'Equateur, qu'on appelle simplement *Parallele*, pourvû que sa distance à l'Equateur soit connue. Ce qui sert aux Géographes pour la description des Cartes Chorographiques, & pour trouver la distance de deux lieux de la Terre, situez sous un même Parallele, c'est-à-dire, également éloignez de l'Equateur.

Si vous voulez sçavoir la valeur d'un degré du Parallele de Paris, qui est éloigné de l'Equateur d'environ 49 degrez, en supposant que la quantité d'un degré de l'Equateur est de 28 lieues, tirez une ligne AB d'une longueur prise à volonté, que vous prendrez pour un degré de l'Equateur; divisez-la en 28 parties égales, dont chacune représentera une lieue. Décrivez de l'extrêmité A, par l'autre extrêmité B, l'arc de Cercle BC de 49 degrez. Menez du point C, la ligne CD perpendiculaire à la ligne AB. Et comme cette ligne CD retranche de la ligne AB, la partie AD d'environ 18 parties, vous conclurez qu'un degré d'un Parallele éloigné de l'Equateur de 49 degrez, est de 18 lieues Parisiennes.

Planche 41. Fig. 118.

II.

Cette valeur se peut connoître plus exactement & plus facilement par la Trigonométrie, en raisonnant de la sorte.

Planche 41. Fig. 117. Soit l'axe du Monde AB, en sorte que A & B soient les deux Poles, & ACBD l'un des deux Colures. Soit l'Equateur CFD, & le Parallele de Paris GHI, dont le diamétre GI est perpendiculaire à l'axe AB, & dont la distance CG, ou DI à l'Equateur est supposée de 49 degrez, auquel cas le complement AG, ou AI, sera de 41 degrez.

Il est évident que CE étant le Sinus total, le demi-diamétre GK est le Sinus de l'arc AG, ou du complement de la distance du Parallele. Il est aussi évident que le demi-diamétre CE de l'Equateur, ou le Sinus total, est à sa circonference, comme le demi-diamétre GK du Parallele, ou le Sinus du complement de la distance de ce Parallele, est à sa circonference. Par consequent le Sinus total est à un degré de l'Equateur, comme le Sinus du complement de la distance du Parallele est à un degré de ce Parallele. Et parce qu'un degré de l'Equateur est connu, ayant été trouvé de 28 lieues Parisiennes, on pourra connoître de combien de semblables lieues est un degré du Parallele proposé par cette Analogie,

Comme le Sinus total	100000
A un degré de l'Equateur	28
Ainsi le Sinus du complement de la distance du Parallele à l'Equateur	65606
A un degré de ce Parallele	18

qui se trouvera d'environ 18 lieues Parisiennes.

III.

Ayant ainsi connu la quantité d'un degré du Parallele de Paris, on pourra connoître, si l'on veut, la circonference entiere de ce Parallele, en multipliant par 360 sa quantité trouvée 18, ou plus exactement par cette Analogie,

Comme le Sinus total,	100000
A la circonference de la Terre	10080
Ainsi le Sinus du Complement de la distance du Parallele à l'Equateur	65606
A la circonference du Parallele	6613

qui se trouvera d'environ 6613 lieues Parisiennes. Ce qui fait connoître, que si la Terre se meut, la Ville de Paris, ou quelqu'autre point que ce soit de son Parallele, fait en 24 heures 6613 lieues d'Occident en Orient, & par consequent 275 lieues en une heure, & environ 4 lieues & demie en une minute de tems.

PROBLEME IX.

Trouver en lieues la distance de deux lieux proposez de la Terre, dont on connoît les Longitudes & les Latitudes.

IL peut arriver trois cas differens dans cette question. Le premier, lorsque les deux lieux proposez étant sous le même Parallele, ils ont une même latitude, mais des longitudes differentes. Le second, lorsqu'étant sous le même Méridien, ils ont une même longitude, mais des latitudes differentes. Le troisiéme enfin, lorsqu'étant sous divers Paralleles & différens Méridiens, ils ont différentes latitudes & différentes longitudes. Nous allons résoudre ces trois cas les uns après les autres, en cette sorte.

Premier Cas.

Premierement, soient les deux lieux proposez sous un même Parallele, comme Cologne & Maestrick, qui sont sous un Parallele éloigné de l'Equateur vers le Septentrion de 50 d. 50′. Parce que Cologne est plus Oriental que Maestrick de 6 minutes de tems, qui valent 1 d. 30′ de l'Equateur, ou du Parallele sous lequel ces deux Villes sont situées, comme on le connoît en disant si 1 heure ou 60 minutes valent 15 degrez, combien vaudront 6 minutes? De sorte que l'arc de ce Parallele compris entre Cologne & Maestrick est de 1 d. 30′, qui dans l'Equateur valent 42 lieues Parisiennes, à raison de 28 lieues pour un degré, comme on le connoît en disant, si 1 degré ou 60 minutes valent 28 lieues, combien vaudront 1 d. 30′, ou 90 minutes. Et pour sçavoir de combien de semblables lieues doit être cet arc dans un Parallele éloigné de l'Equateur de 50 d. 50′, ou la distance des deux lieux proposez, on se servira de cette Analogie,

Comme le Sinus total,	100000
A la valeur de 1 d. 30′ de l'Equateur	42
Ainsi le Sinus du complement de la distance du Parallele à l'Equateur	63158
A la distance qu'on cherche	$26\frac{1}{2}$

qui se trouvera d'environ 26 lieues Parisiennnes & demie.

Second Cas

Secondement, ſoient les deux lieux propoſez ſous un même Méridien, comme Paris, dont la latitude eſt de 48 d. 51', & Amiens, dont la latitude eſt de 49 d. 54'. Otez de cette latitude 49 d. 54', la latitude de Paris 48 d. 51', qui eſt plus petite, pour avoir au reſte 1 d. 3', l'arc du Méridien, compris entre Paris & Amiens, que l'on convertira en lieues par la Régle de Trois, en diſant, ſi un degré, ou 60 minutes d'un grand Cercle de la Terre vaut 28 lieues Pariſiennes, combien vaudra 1 d. 3', ou 63 minutes ? Multipliant donc 63 par 28, & diviſant par 60 le produit 1764, le quotient donnera environ 29 lieues Pariſiennes pour la diſtance de Paris à Amiens.

Troiſiéme Cas.

Enfin ſi les deux lieux propoſez ſont différens en longitude & en latitude, comme Paris & Conſtantinople, qui eſt plus Oriental que Paris de 29 d. 30', & plus Méridional de 7 d. 45', on imaginera un grand Cercle qui paſſe par ces deux Villes, & l'on trouvera l'arc de ce grand Cercle, compris entre ces deux mêmes Villes, en cette ſorte.

Soit le premier Méridien ABCD, & l'Equateur BD également éloigné des deux Poles A, C. Soit le Méridien de Paris AEC, & ſon Parallele GHI, en ſorte que Paris ſoit en H. Soit encore le Méridien de Conſtantinople AFC, & ſon Parallele KLM, en ſorte que Conſtantinople ſoit en L. Soit enfin HL l'arc du grand Cercle NHLO, qui paſſe par les deux lieux propoſez H, L.

Planche 42. Fig. 119.

Cet arc HL ſe pourra connoître par la Trigonométrie dans le Triangle Spherique obliquangle

Planche 42. Fig. 119. HCL, dans lequel on connoît le côté HC de 41 d. 9', complement de la latitude EH de Paris, qui eſt de 48 d. 51', le côté CL de 48 d. 54', complement de la latitude FL de Conſtantinople, qui eſt de 41 d. 6', & l'angle compris HCL, ou la différence des longitudes BCE, BCF, des deux lieux propoſez H, L, qui eſt de 29 d. 30'.

Pour trouver donc le côté ou la diſtance HL en degrez & en minutes, tirez de l'angle H, l'arc de grand Cercle HP perpendiculaire au côté oppoſé CL, & faites ces deux Analogies,

Comme le Sinus total 100000000
Au Sinus du complement de l'angle HCL 99396968
Ainſi la tangente du côté HC 99414585
A la tangente du Segment CP 98811553

qui ſe trouvera de 37 d. 25', leſquels étant ôtez de la baſe CL, ou de 48 d. 54', il reſtera 11 d. 29' pour l'autre Segment LP.

Comme le Sinus du complement du Segment CP 98999506
Au Sinus du complement du Segment LP 99912184
Ainſi le Sinns du complement du côté HC 98767889
Au Sinns du complement du côté HL 99680567

qui ſe trouvera de 21 d. 42', leſquels étant réduits en lieues Pariſiennes par la Régle de Trois, en diſant, ſi un degré, ou 60 minutes d'un grand Cercle de la Terre vaut 28 lieues Pariſiennes, combien vaudront 21 d. 42′, ou 1302 minutes ? on trouvera 607 lieues Parisiennes pour la distance de Paris à Constantinople.

REMARQUES.

I.

Lorsque les deux lieux proposez sont éloignez entr'eux d'une distance considerable, comme dans cet exemple, on pourra sans aucun calcul trouver presque aussi exactement cette distance en degrez & en minutes d'un grand Cercle de la Terre, par la projection Ortographique de la Sphere, comme vous allez voir.

Décrivez du centre A, avec une ouverture de compas prise à volonté, le demi-cercle BCDE, qui représentera le Méridien de Paris. Prenez sur ce demi-cercle l'arc BF de 48 d. 51′, qui est la latitude de Paris, pour avoir le lieu de Paris en F. Par ce point F, & par le centre A, vous menerez le rayon AF. Planche 42. Fig. 120.

Prenez sur le même demi-cercle les arcs BC, ED, chacun de 41 d. 6′, qui est la latitude de Constantinople. Tirez la ligne CD, qui représentera le Parallele de Constantinople, sur lequel vous déterminerez le lieu de Constantinople, en cette sorte.

Ayant décrit autour du diamétre CD le demi-cercle CGD, prenez sur sa circonference l'arc CG de 29 d. 30′, qui est la différence des longitudes de Paris & de Constantinople. Menez du point G la ligne GH perpendiculaire au diamétre CD, pour avoir en H le lieu de Constantinople. De ce point H vous menerez la ligne HI perpendiculaire à la ligne AF. L'arc FI étant mesuré, donnera en degrez & en minutes la distance qu'on

Planche 42. Fig. 120. cherche, qui se trouvera d'environ 22 degrez; comme auparavant.

II.

Nous avons pris la latitude BC de Constantinople dans le même Hemisphere que la latitude BF de Paris à l'égard de la ligne BE, qui représente l'Equateur, c'est-à-dire, depuis l'Equateur BE vers le lieu de Paris F, parce que les latitudes de ces deux Villes sont Septentrionales. Car si l'une avoit été Méridionale, comme celle de Pernambouc dans le Bresil, qui est de 7 d. 40', il auroit fallu prendre l'arc BC de 7 d. 40' vers l'autre côté, & achever le reste comme nous avons dit, en
Planche 43. Fig. 121. forte que l'arc CG fût de 44 d. 15', qui est la différence des longitudes de Paris & de Pernambouc. Et parce que l'arc FI se trouve d'environ 70 degrez, si l'on réduit ces 70 degrez en lieues, en les multipliant par 28, on aura 1960 lieues Parisiennes pour la distance de Paris à Pernambouc.

III.

Lorsque la distance des deux lieux proposez n'est pas considerable, comme celle de Lyon à Geneve, qui est plus Septentrional que Lyon de 36 minutes, * & plus Oriental que Lyon de 6 minutes de tems, qui valent 1 d. 30' de l'Equateur; la méthode précedente, quoique bonne en elle-même, pourroit ne pas bien réüssir. Dans ce cas, on pourra se servir de la suivante, qui n'est pas à la verité géométrique, mais dans une petite distance l'erreur ne sera pas sensible.

Fig. 122. Ayant mené la ligne AB, divisez-la en autant

* La latitude de Lyon est de 45 d. 46', celle de Geneve est de 46 d. 22'.

de parties égales, & de telle grandeur qu'il vous plaira, ces parties repréſenteront des lieues. A l'extrêmité A de cette ligne AB élevez la perpendiculaire AC, que vous ferez de 17 parties priſes ſur l'échelle AB. On fait la perpendiculaire AC de 17 parties, parce que 36 minutes, différence des latitudes de Lyon & de Geneve, réduites en lieues, font environ 17 lieues de celles dont on donne 28 à un degré d'un grand Cercle de la Terre. Planche 43. Fig. 122.

Après cela ajoûtez enſemble les latitudes des deux lieux propoſez, ſçavoir, 45 d. 46′, & 46 d. 22′. Prenez la moitié de leur ſomme 92 d. 8′ pour avoir une latitude moyenne 46 d. 4′, à l'égard de laquelle vous trouverez *par Probl.* 8. la quantité d'un arc de 1 d. 30′, qui eſt la différence des longitudes des deux Villes propoſées. Cette quantité ſe trouvera d'environ 29 lieues Pariſiennes. C'eſt pourquoi vous tirerez par le point C, parallelement à la ligne AB, la droite CD de 29 parties priſes ſur l'échelle AB. Vous porterez ſur la même échelle AB, la longueur de la ligne AD, qui ſe trouvant ici d'environ 34 parties, fait connoître que de Lyon à Geneve il y a en ligne droite environ 34 lieues Pariſiennes.

Parce que le Triangle ACD eſt rectangle en C, & que le côté AC eſt de 17 parties, & l'autre côté CD de 29, on peut trouver par le calcul l'hypoténuſe AD, ou la diſtance qu'on cherche, en ajoûtant enſemble le quarré 289 du côté AC, & le quarré 841 du côté CD, & en prenant la racine quarrée de la ſomme 1130, qui donnera preſque 34 lieues Pariſiennes pour la ligne AD, qui repréſente la diſtance des deux lieux propoſez. Car le point A étant pris pour le lieu de Lyon, le point D peut être pris pour le lieu de Geneve,

& la ligne AD pour l'arc du grand Cercle qui passe par ces deux Villes ; parce que la ligne AC représente la différence de leurs latitudes, ou la distance de leurs Paralleles, & la ligne CD la différence moyenne de leurs longitudes, ou la distance moyenne de leurs Méridiens, &c.

PROBLEME X.

Décrire la ligne courbe que feroit un Vaisseau sur la Mer en faisant sa route par un même Rumb marqué dans la Boussole.

Planche 44. Fig. 123.

SUpposons que l'arc AB, dont le centre est C, soit un quart de la circonference de l'Equateur terrestre, en sorte que le centre C soit la représentation de l'un des deux Poles du Monde, & que toutes lignes droites tirées de ce centre C, par les divisions de l'arc AB, comme CD, CE, CF, &c. représentent autant de Méridiens.

Supposons encore qu'un Navire parte du point A de l'Equateur, dont le Méridien est AC, pour aller en G, par le Rumb ou Vent AH, qui fasse avec le Méridien AC, un angle CAH, par exemple, de 60 degrez, qu'on appelle *Inclinaison de la Loxodromie.* Il est évident que si le Vaisseau a toûjours le Cap au même Rumb, c'est-à-dire, qu'étant en H sous le Méridien CD, il continue son chemin par le Rumb ou Vertical HI incliné au Méridien CD du même angle de 60 degrez, en sorte que l'angle CHI soit aussi de 60 degrez ; les trois points A, H, I, ne sont pas en ligne droite. Pareillement si le même Navire continue sa route depuis I, où il a la ligne CE pour Méridien, en K, par le Rumb IK, qui fait avec le Méridien

CE, l'angle CIK auſſi de 60 degrez, les trois points H, I, K, ne ſeront pas en ligne droite, & ainſi de ſuite, juſqu'en L ſur le dernier Méridien CB. Planche 44. Fig. 123.

D'où il eſt aiſé de conclure que la ligne AHIKL, que le Vaiſſeau a décrit en ſuivant le même Vent, & qu'on appelle *Ligne Loxodromique*, ou ſimplement *Loxodromie*, eſt une ligne courbe qui s'écarte continuellement du lieu G, où l'on s'étoit propoſé d'aller, & qui imite la figure d'une ligne Spirale, qui, comme vous voyez, s'approche toûjours du Pole C.

REMARQUES.

I.

Si l'on diviſe la Ligne Loxodromique AKL en pluſieurs parties égales ſi petites qu'elles puiſſent paſſer pour des lignes droites, comme AH, HI, IK, &c. & que par les points de diviſion H, I, K, &c. on faſſe paſſer autant de Paralleles, ou Cercles de latitude; tous ces Cercles ſeront également éloignez entr'eux, de ſorte que les arcs des Méridiens DH, MI, NK, &c. ſeront égaux entr'eux, auſſi-bien que les arcs correſpondans AD, HM, IN, &c. non pas en degrez, mais en lieues, à cauſe de l'égalité des Triangles rectilignes rectangles ADH, HMI, INK, &c.

Quand on ſçait le tems qu'on a employé pendant un Vent favorable à parcourir une Loxodromie très-petite, comme AH, en ſuivant un même Rumb, & qu'ainſi on connoît l'arc AD, qu'il eſt facile de réduire en lieues, en donnant 20 lieues à un degré; & qu'étant en H, on a *pris Hauteur*, c'eſt-à-dire, qu'on a obſervé la hauteur du Pole,

Planche 44. Fig. 123.

ou la latitude DH, qu'il eſt auſſi aiſé de réduire en lieues; on peut aiſément connoître le chemin qu'on fait de A juſques en H, ajoûtant enſemble les quarrez des lignes AD, DH, & prenant la racine quarrée de la ſomme.

II.

Il eſt viſible que la Loxodromie eſt une ligne droite, lorſque ſon angle d'inclinaiſon eſt nul, c'eſt-à-dire, lorſque le Vaiſſeau navigue Nord & Sud, ou ſuit le Rumb Nord & Sud marqué par la Bouſſole, quand l'éguille ne décline point, parce que le Vaiſſeau avançant ſelon la ligne méridienne, doit néceſſairement décrire cette ligne, qui eſt droite, puiſqu'elle eſt la commune ſection du Méridien & de l'Horiſon.

III.

Il arrivera la même choſe, lorſque le Navire étant ſous l'Equateur celeſte, ou ſous quelqu'un de ſes Paralleles, met le Cap à l'Eſt ou à l'Ouëſt, c'eſt-à-dire, navigue directement à l'Eſt ou à l'Ouëſt, en ſorte que l'inclinaiſon de la Loxodromie ſoit de 90 degrez, parce que le Vaiſſeau décrit ou l'Equateur terreſtre, ou l'un de ſes Paralleles qui font avec tous les Méridiens des angles droits, ou de 90 degrez.

IV.

Enfin il eſt viſible que, comme nous avons déja dit, un Vaiſſeau qui navigue par un même Rumb oblique, en ſorte que l'inclinaiſon de la Loxodrómie ſoit un angle oblique, c'eſt-à-dire, aigu, ou obtus, décrit ſur la ſurface de la Mer une ligne courbe, comme AKL, pour aller de A en G, par le Rumb oblique AH, parce que les Méridiens terreſtres CA, CD, CE, CF, &c. ne ſont pas paralleles entr'eux. Car s'ils étoient paralleles, au lieu de décrire la ligne courbe AKL, qui fait avec ces Méridiens des angles égaux, il décriroit la ligne droite AG, qui feroit avec ces mêmes Méridiens des angles égaux. Planche 44. Fig. 123.

Cette ligne courbe AKL reſſemble à celle que décriroit un corps peſant, comme une pierre qui tomberoit de la ſurface de la Terre juſqu'à ſon centre, s'il eſt vrai que la Terre ſe meuve autour de ſon axe d'Occident en Orient, comme vous allez voir par la deſcription de cette ligne courbe, dans le Problême ſuivant.

PROBLEME XI.

Repréſenter la ligne courbe qui décriroit par le mouvement de la Terre un corps peſant en tombant librement de haut en bas juſqu'au centre de la Terre.

SOit A le centre de la Terre, BC une partie de ſa circonference, & B le lieu de la ſurface de la Terre, d'où on laiſſe tomber le corps peſant. Je ſuppoſe que le point B parcoure l'arc BC par le mouvement de la Terre en un certain tems, en parcourant en des tems égaux les arcs égaux BD, DF, FH, HK, KC. Fig. 124.

Cela étant ſuppoſé, le demi-diamétre de la Terre AB prendra au premier tems la ſituation AD, & la pierre qui étoit en B, ſera deſcendue en E; le point B étant parvenu en D. Lorſqu'au ſecond tems ce point B ſera parvenu en F, le demi-diamétre AB aura pris la ſituation AF, & la

Planche 44. Fig. 124. pierre sera descendue en G ; de sorte que la partie FG sera 4, la partie DE étant 1, par la nature des corps pesans, qui en tombant librement de haut en bas, acquierent en tems égaux des degrez égaux de vîtesse, en parcourant des espaces qui croissent comme les quarrez 1, 4, 9, 16, 25, &c. des nombres naturels 1, 2, 3, 4, 5, &c. ces espaces croissant les uns pardessus les autres, selon les nombres impairs 1, 3, 5, 7, 9, &c. C'est pourquoi lorsqu'au troisiéme tems, le point D sera parvenu en H, le demi-diamétre AB aura pris la situation AH, & la pierre sera descendue en I, de sorte que la partie HI sera 9. Lorsqu'au quatriéme tems le point B sera parvenu en K, le demi-diamétre AB prendra la situation AK, & la pierre sera descendue en L, de sorte que la partie KL sera 16. Enfin le point B étant parvenu au cinquiéme tems en C, le demi-diamétre AB aura pris la situation AC, la pierre sera descendue en A, & toute la ligne CA sera 25. Ainsi la pierre en descendant continuellement, formera la ligne courbe BEGILA, que vous pourrez représenter en cette sorte.

Parce que la somme des cinq premiers nombres impairs 1, 3, 5, 7, 9, est le nombre quarré 25, dont la racine quarrée est 5, marquez sur la ligne droite AB indéfinie 25 parties égales d'une grandeur prise à volonté depuis B jusqu'en A. De ce point A décrivez par le point B, l'arc de cercle BC d'une grandeur prise aussi à volonté. Divisez cet arc BC en cinq parties égales aux points D, F, H, K. Par ces points vous tirerez au centre A les rayons ou demi-diamétres AD, AF, AH, AK, sur lesquels vous trouverez les points E, G, I, L, de la ligne courbe que vous voulez décrire, en en prenant la partie DE d'une partie égale prise sur la ligne AB, FG de quatre parties ; HI de neuf parties ; & KL de seize parties, &c.

Observations.

On fera ici quelques observations qui seront de quelque utilité pour l'éclaircissement des Problêmes qu'on va proposer.

L'année Solaire, ou le tems que le Soleil employe à parcourir l'Ecliptique par son mouvement propre, est de trois cens soixante-cinq jours, cinq heures & quarante-neuf minutes.

Les anciens Romains depuis Numa Pompilius donnoient trois cens cinquante-cinq jours à leur année ; ce qui apporta par la suite des tems du dérangement dans les Saisons. L'Empereur Jules César voulut remedier à ce desordre, que le Calendrier de Numa avoit causé. Il ordonna que l'année se régleroit sur le mouvement du Soleil, qu'on feroit trois années de suite chacune de trois cens soixante-cinq jours, & que la quatriéme seroit de trois cens soixante-six jours : c'est cette quatriéme année qui fut nommée *Bissextile.*

Jesus-Christ étant venu au monde dans un tems où tout l'Univers étoit soumis à l'Empire Romain, les Nations furent obligées de se conformer à l'usage de cet Empire dans la distribution des tems. Le Calendrier Julien fut suivi de tous les peuples ; mais chacun demeura libre dans l'usage de ses coûtumes & de ses traditions pour le culte divin. Les Juifs ne changerent rien à leurs Cérémonies, ni à leurs Fêtes : mais ils les réglerent sur les divers tems qui leur convenoient de l'année Julienne, à laquelle ils assujettissoient leur année Lunaire. Les Chrétiens firent la même chose. Dans les premiers tems de l'Eglise on ne convint pas facilement du jour où l'on devoit célebrer la Pâque des Chrétiens. Les uns vouloient que ce fût le jour où Jesus-Christ avoit été crucifié : les autres prétendoient que ce devoit être le jour de sa Résurrection.

Le Concile général de Nicée, tenu sous l'Empire de Constantin le Grand, rendit uniforme l'usage de célebrer cette grande Fête parmi les Chrétiens. Il ordonna que la solemnité s'en feroit le premier Dimanche d'après le quatorziéme de la Lune du premier mois ; en sorte neanmoins que le 14 de la Lune concourant avec un Dimanche, on ne célebrât la Pâque que le Dimanche suivant. Il déclara que ce premier mois étoit celui dont le 14 de la Lune tomboit au jour de l'Equinoxe du Printems, ou immédiatement après. Et comme l'Equinoxe répondoit en ce tems-là au 21 Mars, le Concile déclara que ce jour serviroit dans la suite à régler le premier mois de l'année Lunaire.

Comme l'année Julienne surpasse l'Astronomique d'environ 11 minutes, * cette différence s'étant multipliée tous les ans depuis le Concile de Nicée, il arriva que l'Equinoxe du Printems ne tomboit plus au 21 Mars du tems de Gregoire XIII. mais au 11 du même mois. Ce qui troubloit l'Eglise dans la célebration de la Pâque.

* L'année Julienne commune est de 365 jours, & la Bissextile de 366 L'année Astronomique est de 365 jours 5 heures 49 minutes. Ces 5 heures 49 minutes font presque 6 heures, lesquelles étant prises 4 fois, font un jour en 4 ans : de là vient que l'année Civile surpasse l'Astronomique de 11 minutes.

Cette erreur obligea le Pape à faire assembler des Astronomes pour réformer le Calendrier Romain, afin de remettre l'Equinoxe du Printems au 21 Mars, comme il étoit au tems du Concile de Nicée, & d'empêcher qu'il n'arrivât dans la suite une pareille erreur. Ce fut pour cela qu'on retrancha tout d'un coup 10 jours du Calendrier, & que pour fixer perpetuellement l'Equinoxe du Printems au 21 Mars, le Pape ordonna que chaque centiéme année pendant trois siecles, ne seroit point Bissextile, & que la 400 le seroit, afin de retrancher les trois jours qui se trouvent de trop en 400 ans Juliens. Par ce moyen les Périodes Civiles sont à peu près conformes aux Astronomiques.

PROBLEME XII.

Connoître si une année proposée est Bissextile, ou de 366 jours.

1°. SI l'année proposée est une des six premieres de l'Ere commune, elle n'est point Bissextile, parce que les six premieres années de Jesus-Christ furent toutes de 365 jours.

2°. Si l'année proposée est entre la 7 & la 459 de l'Ere commune, ôtez 7 de l'année proposée, & divisez le reste par 4. S'il ne reste rien après la division, cette année-là est Bissextile; s'il reste quelque chose, ce reste marque la quantiéme année après la derniere Bissextile. Soit proposée, par exemple, la 54e année de l'Ere commune, ôtez 7 de 54; divisez le reste 47 par 4, la division étant faite, il restera 3, qui marque que l'année 54 de l'Ere commune ne fut point Bissextile, mais qu'elle étoit la troisiéme après la Bissextile.

3°. Si l'année proposée est entre celles-ci 459 & 464, elle n'est point Bissextile, parce qu'entre ces années, il y en eut 4 de suite qui ne furent point Bissextiles.

4°. Si on propose une année qui soit entre la 464 de l'Ere commune, & 1582, tems de la Réformation du Calendrier par Gregoire XIII, divisez le nombre donné par 4. La division étant faite, s'il ne reste rien, l'année est Bissextile, s'il reste quelque chose, elle ne l'est pas. Soit proposée, par exemple, l'année 1509, divisez 1509 par 4, il restera 1, qui montre que l'année 1509 a été la premiere après la Bissextile.

5°. Si dans la question proposée il s'agit d'une année Gregorienne, c'est-à-dire, d'une de celles qui se sont écoulées depuis 1582 jusqu'à présent, & qui s'écouleront dans la suite. La question se réduit à deux cas.

En premier lieu, si l'année proposée n'est pas une des centiémes, la pratique sera la même que la précedente, c'est-à-dire, qu'il faudra diviser le nombre donné par 4. Si après la division il ne reste rien, cette année-là est Bissextile; s'il reste quelque chose, ce reste marque la quantiéme année après la derniere Bissextile. Soit proposé 1692, on peut rejetter les deux premiers chifres 16, & comme 92 peut être divisé par 4 sans reste, c'est une marque que 1692 est Bissextile. Soit encore proposé 1734, ayant rejetté les deux premiers chifres 17, les autres 34 ne peuvent être exactement divisez par 4, & après la division il reste 2, qui font voir que cette année 1734 est la seconde après la derniere année Bissextile 1732.

En second lieu, si l'année proposée est une des années centiémes, comme 1600, 1700, 1800, 1900, &c. il faut la diviser par 400, ou, ce qui est la même chose, retrancher deux zeros, &c. diviser le reste par 4. Si la division est exacte, l'année est Bissextile, ou de 366 jours : mais si la division ne peut se faire sans reste, l'année n'est point Bissextile, mais de 365 jours. Ainsi on connoît que 1600 a été Bissextile ; 1700 ne l'a point été ; 1800 & 1900 ne le seront point.

REMARQUES.

La Réformation du Calendrier faite par le Pape Gregoire XIII, qui fit retrancher dix jours de l'année 1582, a fait donner le nom de *Calendrier Gregorien*, & de *Calendrier nouveau*, au Calendrier, dont l'Eglise Romaine se sert à présent. On y a marqué les *Calendes*, qui sont les premiers jours de chaque mois, d'où il a tiré son nom, les *Nones* & les *Ides*, qui étoient autrefois en usage parmi les Romains.

Avant cette Réformation, l'Equinoxe du Printems anticipoit de dix jours le 21 de Mars, car il arrivoit le 11 de ce mois. On les retrancha, afin que cet Equinoxe qui régle le tems auquel les Fideles doivent célebrer la Fête de Pâque, arrivât toûjours le 21 de Mars, comme il arrivoit au tems du Concile de Nicée. Ce qui rend à l'année Solaire un Siege déterminé, c'est-à-dire, que par cette Réformation les Equinoxes, & les Solstices sont retenus, & dans les mêmes jours, & dans les mêmes mois. C'est pourquoi les peuples qui n'ont pas voulu recevoir cette Réformation, comptent les Equinoxes, & tous les autres tems de l'année dix jours plus tard que nous : il arrivera que dans la suite ils celebreront la Nativité de

Notre-Seigneur Jesus-Christ au Solstice d'Esté, & la Fête de Saint Jean-Baptiste au Solstice d'Hyver.

PROBLEME XIII.

Trouver le Nombre d'or d'une année proposée.

NOus avons dit que l'année Solaire est de 365 jours 5 heures & 49 minutes; nous dirons ici que l'*Année Lunaire*, ou la somme de douze révolutions de la Lune par son propre mouvement sous le Zodiaque, est de 354 jours 8 heures & 49 minutes. D'où l'on voit que l'année Lunaire est plus courte que la Solaire d'environ 11 jours. Ce qui fait que l'année Lunaire finit 11 jours plûtôt que l'année Solaire, & par consequent les Nouvelles-Lunes arrivent 11 jours plûtôt en une année qu'en la précedente.

Ainsi le Soleil & la Lune ne finissent pas toûjours leurs périodes en même tems, & ils ne repassent pas les mêmes dispositions, où ils se sont rencontrez auparavant, c'est-à-dire, que les Nouvelles-Lunes ne tombent jamais deux fois en un même jour dans l'espace de 19 ans. On doit remarquer que cette période de 19 années est plus courte qu'il ne faudroit d'environ 1 heure 27 minutes & 32 secondes. D'où il arrive que les Nouvelles-Lunes anticipent d'un jour dans l'espace d'environ 312 années. Ce qui a été l'une des causes de la Réformation du Calendrier, & qu'au lieu du Nombre d'or, qui est une période de 19 années, on a inventé les Epactes.

On appelle *Nombre d'or* le nombre de 19 années Solaires, au bout desquelles le Soleil & la Lune se retrouvent à peu près dans les mêmes points où ils étoient auparavant, c'est-à-dire, que si la Lune est Nouvelle, & par consequent en conjonction avec le Soleil au premier Janvier d'une certaine année, elle sera encore Nouvelle au premier Janvier après 19 ans accomplis. On a nommé ce nombre *Nombre d'or*, parce que les Atheniens reçûrent sa découverte avec tant d'applaudissement, qu'ils le firent écrire en gros caractéres d'or au milieu de la Place publique. Il a été aussi appellé *Cycle Lunaire*, parce que c'est une période ou révolution de 19 années Solaires, qui font autant que 19 années Lunaires, entre lesquelles il y en a douze *Communes*, ou de douze mois Synodiques chacune, & sept *Embolismiques*, c'est-à-dire, de treize Lunes chacune; ce qui fait en tout 235 Lunaisons, au bout desquelles les Nouvelles-Lunes arrivent les mêmes jours des mêmes mois qu'auparavant.

Pour trouver le Nombre d'or d'une année proposée, ajoûtez 1 à cette année proposée, & divisez la somme par 19, sans avoir égard au quotient, le reste sera le Nombre d'or qu'on cherche. S'il reste 0 ou 19, l'année proposée aura 19 de Nombre d'or. Si vous voulez avoir le Nombre d'or de l'année 1693, ajoûtez 1 à 1693, & divisez la somme 1694 par 19, le nombre 3 qui reste après la division, est le Nombre d'or de l'année 1693. De même pour trouver le Nombre d'or de 1728, ajoûtez 1 à 1728, & divisez la somme 1729 par 19. La division étant faite, il reste 0, qui fait voir que le Nombre d'or de l'année 1728 sera 19.

On ajoûte 1 au Nombre de l'année proposée, parce que la premiere année de Jesus-Christ avoit 2 de Nombre d'or.

S'il s'agissoit d'une année qui précedât l'Epoque de l'Ere commune, & que ce fût, par exemple, la 25e avant Jesus-Christ; ôtez 2 de 25, divisez le reste 23 par 19 : la division étant faite, il restera 4, qu'il faut ôter de 19, pour avoir le reste 5, qui sera le Nombre d'or de la 25e année avant Jesus-Christ.

REMARQUES.

I.

Il est évident que quand on a trouvé le Nombre d'or d'une année, on peut par la seule addition avoir le Nombre d'or de l'année suivante, en ajoûtant 1 au Nombre d'or trouvé. On peut aussi par la seule soustraction avoir le Nombre d'or de l'année précedente, en ôtant 1 du même Nombre d'or trouvé. Ainsi ayant trouvé 3 pour le Nombre d'or de l'année 1693, en ajoûtant 1 à ce Nombre trouvé 3, on a 4 pour le Nombre d'or de l'année 1694, & en ôtant 1 du même Nombre trouvé 3, on a 2 pour le Nombre d'or de l'année 1692.

II.

Il est aussi évident qu'à toutes les années qui ont un même Nombre d'or, les Nouvelles-Lunes arrivent les mêmes jours & les mêmes mois. Ainsi parce qu'en l'année 1693, qui eut 3 pour Nombre d'or, la Lune fut Nouvelle les Calendes du mois d'Aoust, c'est-à-dire, le premier jour de ce mois, elle sera aussi Nouvelle le premier jour du même mois aux années 1731, 1750, 1769, &c. qui auront aussi 3 pour Nombre d'or.

PROBLEME XIV.

Trouver l'Epacte pour une année proposée.

NOus avons dit au Problême précedent, que l'année Solaire surpasse l'année Lunaire d'environ 11 jours. Ce qui est vrai précisément, si l'on compare l'année Solaire commune, qu'on appelle *Année Egyptienne*, qui n'est que de 365 jours, avec l'année Lunaire commune, qui est de 354 jours seulement. Cette différence de 11 jours est ce qu'on appelle *Epacte*, laquelle étant ajoûtée à l'année Lunaire commune, qui est le tems de douze Lunaisons, ou Lunes, ou *Mois Synodiques*, dont chacun est de 29 jours & demi, la rend égale à l'année Solaire commune.

Le *Mois Synodique* est le tems qui s'écoule depuis une Nouvelle-Lune jusqu'à l'autre Nouvelle-Lune : ce tems est, comme nous avons dit, de 29 jours & demi, ou plus rigoureusement, de 29 jours 12 heures 44 minutes. Le *Mois Periodique* est la révolution ou période de la Lune par son mouvement propre depuis un point du Zodiaque jusqu'au même point. Cette periode est de 27 jours 5 heures & 44 minutes. Le Mois Periodique est plus court que le Mois Synodique de 2 jours & 7 heures, à cause que le Soleil par son mouvement propre avance pendant le Mois Periodique d'environ 27 degrez, que la Lune doit parcourir après être retournée au point où elle étoit conjointe avec le Soleil, pour le pouvoir atteindre. Ce qu'elle ne fait que dans l'espace d'environ 2 jours & 7 heures, après avoir achevé sa periode ou révolution dans le Zodiaque.

Avant que d'enseigner la maniere de connoître l'Epacte, qui dans chaque année ne commence qu'au mois de Mars, nous dirons que les Mois Synodiques étant chacun d'environ 29 jours & demi, on les trouve marquez dans le Calendrier alternativement de 29 & 30 jours, sçavoir, le premier mois de 30 jour, & le second de 29; le troisiéme mois de 30 jours, & le quatriéme de 29, & ainsi de suite. Le mois de 29 jours se nomme *Mois Cave*, & le mois de 30 jours s'appelle *Mois Plein*. Lorsque l'année est Bissextile, le mois de Février est de 29 jours, & l'on fait en ce mois le mois Periodique de 30 jours.

Le premier mois commence en Europe à la Nouvelle-Lune de Janvier. Les Juifs le commencent en Septembre vers l'Equinoxe; & l'Eglise le commence à la *Nouvelle Lune de Pâques*, qui est celle où la Lune se trouve Pleine après l'Equinoxe du Printems, ou le jour même de l'Equinoxe, que l'Eglise a fixé au 21 de Mars, parce que, comme nous avons déja dit ailleurs, au tems du Concile de Nicée, l'Equinoxe du Printems arrivoit à peu près ce jour-là.

D'où il suit que lorsque la Lune se trouve Pleine avant le 21 de Mars, cette Lunaison n'est pas le premier mois de l'année, mais le dernier de l'année précedente; & que pour être le premier, il faut que la *Pleine Lune*, qui est le quatorziéme jour de la Lune, arrive ou le 21 de Mars, ou immediatement après le 21 de Mars. Alors les Catholiques Romains célebrent Pâques le Dimanche qui suit immediatement cette Pleine-Lune, en memoire de la glorieuse Résurrection de Notre-Seigneur Jesus-Christ.

D'où il suit encore que toutes les Lunes qui commencent depuis le 8 de Mars jusqu'au 5 d'Avril inclusivement, peuvent être Pascales. Par consequent la Pâque ne se peut célebrer avant le 22 de Mars, ni après le 25 d'Avril. Ainsi Pâques peut arriver plus tard de 35 jours en une année qu'en une autre. Elle se célebre le 22 de Mars, lorsque la Lune se trouve Pleine le 21 de ce mois, & que ce jour est un Samedi, comme il arriva en l'année 1693. Elle se celebre le 25 d'Avril, lorsque la Lune se trouve Pleine le 18 de ce mois, & que ce jour est un Dimanche, comme il arriva en l'année *1666*.

Pour trouver l'Epacte d'une année proposée, il faut faire une distinction entre les années Juliennes & les années Gregoriennes. On appelle années Gregoriennes celles qui se sont écoulées depuis 1582, année où Gregoire XIII fit un retranchement de dix jours, pour remedier à l'inconvenient dont on a parlé, qui est que l'Equinoxe du Printems tomboit au 11 de Mars, au lieu de tomber au 21 du même mois, selon que l'avoit fixé le Concile de Nicée. On appelle années Juliennes, celles qui se sont écoulées avant 1582, ou même celles qui se sont écoulées ou s'écouleront depuis à l'égard de ceux qui n'ont point reçû la Réformation de Gregoire XIII.

I.

S'il s'agit d'une année Julienne, cherchez par le Problême précedent le Nombre d'or qui convient à cette année. Multipliez ce nombre d'or par 11, qui est la différence de l'année Solaire & de l'année Lunaire. Divisez le produit par 30, qui est le nombre des jours d'un mois Synodique. Puis négligeant le quotient de la division, n'ayez égard qu'au reste, qui sera l'Epacte qu'on cherche.

Qu'on propose 1489, dont on demande l'Epacte, le Nombre d'or de 1489 est 8. Multipliez 8 par 11, & divisez le produit 88 par 30 ; le reste 28 sera l'Epacte de 1489. De même si on regarde 1726 comme une année Julienne, c'est-à-dire, si ceux qui n'ont point reçû la Réformation de Gregoire XIII demandent l'Epacte de 1726, après avoir trouvé 17 Nombre d'or de 1726, il faut multiplier 17 par 11, & diviser le produit 187 par 30, le reste 7 sera l'Epacte de 1726, regardée comme année Julienne.

II.

Si l'année proposée est Gregorienne, après avoir multiplié le Nombre d'or par 11, ôtez du produit le nombre des jours retranchez par la Réformation de Gregoire XIII, & divisez le reste par 30 ; la division étant faite, on n'aura point d'égard au quotient, & ce qui restera sera l'Epacte de l'année Gregorienne. Depuis l'année 1582 jusqu'à l'année 1700 exclusivement, il faut ôter 10, à cause des 10 jours qu'on a retranchez de 1582 dans la Réformation du Calendrier. Mais depuis l'année 1700 inclusivement, jusqu'à l'année 1800 exclusivement, il faut ôter 11, parce que l'année 1700 n'a point été Bissextile selon la Réformation, quoiqu'elle le dût être selon le Calendrier Julien : ainsi ce jour qu'on a retranché en 1700, & les 10 qu'on avoit retranché en 1582, font 11 jours, qu'on doit ôter du produit du Nombre d'or trouvé par 11, différence de l'année Solaire & de la Lunaire, comme il a été dit. Lorsque ce produit diminué de 10 ou de 11 ne peut être divisé par 30, le reste est l'Epacte même qu'on cherche.

Qu'il ſoit propoſé de trouver l'Epacte de l'année Gregorienne 1693, dont le Nombre d'or eſt 3. Multipliez 3 par 11, ôtez 10 du produit 33, le reſte eſt 23; & comme ce nombre 23 ne peut être diviſé par 30, il s'enſuit que 23 eſt l'Epacte de 1693, ſuivant la remarque qu'on vient de faire. Si on demande l'Epacte de l'année Gregorienne 1726, ayant trouvé par le Problême précedent le Nombre d'or 17, multipliez 17 par 11, puis ôtant 11 du produit 187, diviſez le reſte 176 par 30 : la diviſion étant faite, il reſtera 26, qui ſera l'Epacte de l'année 1726.

REMARQUES.

I.

L'Epacte qu'on trouve ſans oter 10, 11, &c. au produit du Nombre d'or par 11, eſt appellée *Epacte Vieille*, parce qu'elle convient particulierement aux années avant la Réformation du Calendrier, c'eſt-à-dire, avant l'année 1582.

Cette Epacte vieille ſe peut trouver ſans la diviſion, en cette ſorte. Faites valoir 10 l'extrêmité d'en haut du pouce de la main gauche, 20 la jointure du milieu, & 30, ou plûtôt 0, ou rien l'autre extrêmité, ou la racine. Comptez le Nombre d'or de l'année propoſée ſur le même pouce, en commençant à compter 1 à l'extrêmité, 2 à la jointure, 3 à la racine; enſuite 4 à l'extrêmité, 5 à la jointure, 6 à la racine; de même 7 à l'extrêmité, 8 à la jointure, 9 à la racine, ainſi de ſuite, juſqu'à ce que vous ſoyez parvenu au Nombre d'or trouvé, auquel vous n'ajoûterez rien s'il tombe à la racine, parce que nous lui avons attribué 0 : mais vous y ajoûterez 10 s'il tombe à l'extrêmité, & 20 s'il tombe à la jointure, parce que nous les avons fait valoir autant. La somme sera l'Epacte qu'on cherche, pourvû qu'on en ôte 30 quand elle sera plus grande.

Le Nombre d'or de 1489 étoit 8. En comptant 8 sur le pouce, comme on vient de dire, & commençant à compter 1 sur l'extrêmité du pouce, 2 sur la jointure, 3 sur la racine, puis 4 sur l'extrêmité, &c. on trouvera que 8 tombe sur la jointure. Ajoûtez 20, qui a été attribué à la jointure au Nombre d'or 8, vous aurez 28, qui est l'Epacte cherchée de l'année 1489. De même, si on veut sçavoir l'Epacte vieille de 1726, dont le Nombre d'or sera 17, commencez à compter 1 sur l'extrêmité du pouce, 2 sur la jointure, &c. jusqu'à ce que vous ayez compté 17, qui tombera sur la jointure : puis ajoûtez 20 nombre attribué à la jointure au Nombre d'or 17. De la somme 37 ôtez 30, il restera 7 pour l'Epacte vieille de 1726.

Par le même artifice on pourra trouver l'Epacte pour quelque année que ce soit du dernier siecle, pourvû que l'on fasse valoir 20 l'extrêmité du pouce, 10 la jointure, & 0, ou rien la racine, & que l'on commence à compter 1 sur la racine, 2 à la jointure, &c.

II.

Il est évident par ce qui a été dit, que pour trouver l'Epacte d'une année proposée, lorsqu'on a celle de l'année précedente, il n'y a qu'à ajoûter 11 à l'Epacte de cette année précedente : & que si à cette Epacte trouvée on ajoûte pareillement 11, on aura l'Epacte de l'année suivante, ainsi de suite. Mais on aura soin d'ôter 30 de la somme, lorsqu'elle sera plus grande, & d'ajoûter 12 au lieu de 11, lorsqu'on aura 19, ou plûtôt 0 pour Nombre d'or.

Ainsi ayant trouvé 23 pour l'Epacte de l'année 1693, en ajoûtant 11 à cette Epacte 23, la somme est 34, de laquelle ôtant 30, le reste 4 est l'Epacte de l'année 1694 Si à cette Epacte 4 on ajoûte pareillement 11, on aura 15 pour l'Epacte de l'année 1695, & ainsi de suite.

III.

On peut encore trouver très-facilement l'Epacte pour une année proposée depuis l'année 1582 jusqu'à l'année 1699 inclusivement, par le moyen de la Table suivante, qui est composée de deux colonnes, dont la premiere vers la gauche contient tous les Nombres d'or depuis l'unité jusqu'à 19, & la seconde vers la droite comprend autant de Nombres en proportion continue arithmétique, dont l'excès est 2, en commençant par 0, qui répond au premier Nombre d'or 1, jusqu'à 36, qui répond au dernier Nombre d'or 19.

1	0
2	2
3	4
4	6
5	8
6	10
7	12
8	14
9	16
10	18
11	20
12	22
13	24
14	26
15	28
16	30
17	32
18	34
19	36

Ayant trouvé par le Problême précedent le Nombre d'or d'une année proposée, par exemple, 3 pour l'année 1693, multipliez par 5 le nombre 4, qui répond à la droite dans la seconde colomne au Nombre d'or 3, qui est dans la premiere. Ajoûtez au produit 20 le même Nombre d'or 3. La somme 23 étoit l'Epacte de l'année proposée 1693.

Il peut arriver que cette somme sera plus grande que 30. Dans ce cas il en faut ôter 30 autant de fois qu'il sera possible, & le reste sera l'Epacte qu'on cherche. Comme pour trouver l'Epacte de l'année 1699, qui eut 9 de Nombre d'or. Multipliez par 5 le nombre 16, qui se trouve dans la Table précedente, vis-à-vis de ce Nombre d'or 9. Ajoutant le même Nombre d'or 9 au produit 80, vous aurez 89, d'où ôtant deux fois 30, c'est-à-dire, 60, le reste 29 est l'Epacte qui convenoit à l'année 1699.

IV.

On peut aussi trouver les Epactes depuis 1700 inclusivement jusqu'à 1900 exclusivement par cette Table, dans laquelle on a exprimé les Nombres d'or par des chifres Arabes, & les Epactes par des chifres Romains.

Nombre d'or Epactes	10 IX	11 XX	12 I
Nombre d'or Epactes	13 XII	14 XXIII	15 IV
Nombre d'or Epactes	16 XV	17 XXVI	18 VII
Nombre d'or Epactes	19 XVIII	1 *	2 XI
Nombre d'or Epactes	3 XXII	4 III	5 XIII
Nombre d'or Epactes	6 XXIV	7 VI	8 XVII
Nombre d'or Epactes	9 XXVIII		

Qu'il

Qu'il ſoit propoſé de trouver l'Epacte de l'année 1726. Premierement, cherchez le Nombre d'or 17 de cette année 1726. Enſuite prenez dans la Table précedente l'Epacte XXVI, qui répond au Nombre d'or 17. Ce ſera l'Epacte de l'année 1726.

PROBLEME XV.

Trouver l'âge de la Lune en un jour donné d'une année propoſée, & ſi elle eſt Nouvelle.

AVant que de trouver l'âge de la Lune dans un jour donné d'un mois propoſé, il faut trouver la Nouvelle-Lune de ce mois; ce qu'on va enſeigner par cette méthode.

Méthode pour trouver la Nouvelle-Lune d'un mois propoſé.

On trouvera d'abord l'Epacte de l'année du mois propoſé: puis parmi les Epactes diſpoſées dans le Calendrier du Breviaire & des Miſſels, ſelon l'ordre des jours du mois, cherchez celle de l'année propoſée; ce ſera le jour de la Nouvelle-Lune.

Qu'on propoſe, par exemple, de trouver la Nouvelle-Lune du mois de Mars de 1726, dont l'Epacte eſt XXVI, je cherche ce nombre XXVI dans les Epactes marquez à côté des jours du mois de Mars, je trouve que ce nombre XXVI répond au 5 de Mars; ce qui me fait connoître que la Lune ſera Nouvelle le 5 de Mars de l'année propoſée 1726.

Après avoir trouvé la Nouvelle-Lune par la méthode précedente, il ne ſera pas difficile de trouver l'âge de la Lune d'un mois propoſé, comme on le va voir dans la premiere des deux méthodes suivantes.

Premiere Méthode de trouver l'âge de la Lune dans un jour d'un mois proposé.

Ayant trouvé par le moyen des Epactes du Calendrier, le jour de la Nouvelle-Lune du mois, comme il vient d'être enseigné, comptez inclusivement combien il y a de jours depuis la Nouvelle-Lune jusqu'au jour proposé, ce sera l'âge de la Lune.

Qu'on propose de trouver quel sera l'âge de la Lune le 15 Avril de l'année 1724, dont l'Epacte est IV. Ayant trouvé que ce nombre Epactal IV répond dans le Calendrier au 27 de Mars, comptez combien il y a de jours depuis le 27 de Mars inclusivement jusqu'au 15 d'Avril, ce sera l'âge de la Lune, c'est-à-dire, que le 15 d'Avril sera le 20 de la Lune.

Autre Méthode de trouver l'âge de la Lune dans un jour d'un mois proposé.

On ajoûte ordinairement à l'Epacte de l'année le nombre des mois écoulez depuis Mars inclusivement, & le nombre des jours du mois dans lequel on est; si ce nombre est moindre que 30, il montre l'âge de la Lune; s'il est plus grand que 30, le surplus de 30 marque l'âge de la Lune. Si on veut sçavoir quel fut l'âge de la Lune le 18 Avril de l'année 1693, dont l'Epacte étoit 23, à cette Epacte 23 ajoûtez 2, nombre des mois de Mars & Avril, & le nombre 18 du jour proposé. De la somme 43 ôtez 30, le reste 13 étoit l'âge de la Lune le 18 d'Avril de l'année 1693.

Cette méthode s'éloigne de la verité, comme on le peut voir en cherchant l'âge de la Lune au 15 Avril de l'année 1724; car au lieu de trouver 20, qui sera le vrai âge de la Lune, on trouveroit 21, en ajoûtant ensemble 4 d'Epacte, 2 de mois, & 15 de jours du mois. C'est pourquoi il faut la rectifier par la Table suivante, dans laquelle les chifres qui répondent au mois, montrent combien il faut ajoûter de mois.

Janvier	0	Juillet	4
Février	1	Aoust	5
Mars	0	Septembre	7
Avril	1	Octobre	7
May	2	Novembre	9
Juin	3	Decembre	9

Je veux sçavoir, par exemple, quel sera l'âge de la Lune le 18 d'Octobre de l'année 1726, dont l'Epacte sera 26, je trouve 7 vis-à-vis Octobre. J'ajoûte 7 à 26, dont la somme est 33, que j'ajoûte aux 18 jours du mois d'Octobre : de la somme 51 je rejette 30, qui est une Lunaison complete. Le reste 21 marque que le 18 d'Octobre de l'année 1726 la Lune aura 21 jours.

REMARQUES.

Si on prétend qu'il ne faille commencer à compter l'Epacte d'une année qu'au mois de Mars, & qu'on veuille sçavoir l'âge de la Lune au jour d'un mois qui précéde le mois de Mars, par exemple, le 15 de Janvier de l'année 1693, au lieu de se servir de l'Epacte 23, on se servira de l'Epacte 12 de l'année précédente 1692. Ajoûtez donc à cette Epacte 12 le nombre 11 des mois inclusivement depuis le mois de Mars jusqu'au mois proposé de Janvier, & de plus le nombre 15 du jour donné : ôtez 30 de la somme 38. Le reste 8 est l'âge de la Lune qu'on demande. Ce nombre 8 étant ôté du nombre donné 15, jour du mois, le reste 7 fait connoître que la Lune étoit Nouvelle le 7 du mois de Janvier de l'année 1693.

Ou bien pour trouver le jour de la Nouvelle-Lune au mois de Janvier de la même année 1693, on ajoûtera à l'Epacte 12 de l'année précédente 1692, le nombre 11 des mois compris inclusivement entre le mois de Mars & le mois de Janvier. On ôtera de 30 la somme 23. Le reste 7 fait connoître que la Lune étoit Nouvelle environ le 7 Janvier de l'année 1693. Je dis environ, parce que par les Epactes on s'éloigne quelquefois d'un jour de la Nouvelle-Lune, comme il arrive dans cet exemple. Car les Tables Astronomiques font connoître que la Lune doit avoir été Nouvelle le 6 Janvier de l'année 1693. Par conséquent elle doit avoir été Pleine le 20 du même mois, comme on le connoît en ajoûtant 14 au nombre trouvé 6 du jour de la Nouvelle-Lune.

PROBLEME XVI.

Connoître s'il y a Eclipse dans une Nouvelle ou Pleine-Lune.

QUoique le calcul des Eclipses soit très-pénible dans l'Astronomie, on pourra cependant, sans qu'il en coûte beaucoup de peine, connoître les Eclipses par le moyen de la pratique suivante. Ce que nous allons dire ne sert que pour le dix-huitiéme siecle, c'est-à-dire, depuis 1700 jusqu'à 1800.

I.

1°. Pour les Nouvelles-Lunes comptez le nombre des Lunaisons completes, * depuis celle qui commence au 8 Janvier 1701, suivant le Calendrier Gregorien, jusqu'à la Nouvelle-Lune proposée. Multipliez ce nombre de Lunaisons completes par 7361. Ajoûtez 33890 à ce produit. Divisez la somme par 43200. Sans avoir égard au quotient, si ce qui reste de la division, ou la différence entre ce reste & le diviseur, est moindre que 4060, il y a Eclipse de Soleil.

* Voyez le Problême XXXI.

Exemple d'un Eclipse de Soleil dans une Nouvelle-Lune.

On demande s'il y eut Eclipse de Soleil le 22 May 1705, qui fut le jour de la Nouvelle-Lune. Depuis le 8 de Janvier 1701 jusqu'au 22 May 1705, il y a 54 Lunaisons completes. Multipliez donc ce nombre 54 par 7361, & au produit 397494 ajoûtez 33890. Divisez la somme 431384 par 43200. Après la division, il restera 42584, qui est plus grand que 4060. Mais ayant retranché 42584 du diviseur 43200, il restera 616, qui est un nombre plus petit que 4060. Il y eut donc Eclipse de Soleil le 22 May 1705.

II.

2°. Pour les Pleines-Lunes, comptez le nombre des Lunaisons completes depuis celle qui commence au huitiéme de Janvier 1701 jusqu'à la conjonction qui précéde la Pleine-Lune proposée. Multipliez ce nombre de Lunaisons completes par 7361. Ajoûtez à ce produit 37326. Divisez la somme par le nombre 43200. Si ce qui reste après la division, ou la différence entre le reste & le diviseur est moindre que 2800, il y a Eclipse de Lune.

Exemple d'un Eclipse de Lune dans une Pleine-Lune.

On demande si dans la Pleine-Lune, qui arriva le 27 Avril de l'année 1706, il y eut Eclipse de Lune. Depuis le huitiéme de Janvier 1701 jusqu'à la Nouvelle-Lune qui précéde immédiatement le 27 Avril 1706, il y a 65 Lunaisons completes. Il faut donc multiplier 65 par 7361, & ajoûtant 37326 au produit 478465, on aura la somme 515791, qu'il faut ensuite diviser par 43200. On trouvera que la division étant faite, sans avoir égard au quotient, il restera le nombre 40591, qui est plus grand que 2800. Mais ayant retranché 40591 du diviseur 43200, on aura après la soustraction un reste 2609, plus petit que 2800. D'où l'on conclura qu'il y eut Eclipse de Lune dans la Pleine-Lune du 27 Avril 1706.

PROBLEME XVII.

Construire une Machine qui montre les Eclipses tant du Soleil que de la Lune, les mois, les années Lunaires, & les Epactes.

Planche 18* Fig. 33.

CEtte Machine inventée par feu M. de la Hire, est composée de trois platines rondes de cuivre ou de carton, & d'une regle ou alidade qui tourne autour d'un centre commun, comme il paroît par la Figure.

Vers le bord de la platine supérieure, qui est la plus petite, il y a deux bandes circulaires, dans lesquelles on a fait de petites ouvertures, dont les extérieures marquent les Nouvelles-Lunes & l'image du Soleil, & les intérieures marquent les Pleines-Lunes & l'image de la Lune.

Le bord de cette platine est divisé en douze mois Lunaires, qui sont chacun de 29 jours 12 heures 44 minutes : mais de telle sorte, que la fin du douziéme mois, qui fait le commencement de la seconde année Lunaire, surpasse la premiere Nouvelle-Lune de la quantité de 4 des 179 divisions marquées sur la seconde platine, qui est au milieu des deux autres.

Au bord de cette platine il y a un index attaché, dont l'un des côtez qui en est la ligne de foi, fait partie d'une ligne droite qui tend au centre de la machine : cette ligne passe aussi par le milieu de l'une des ouvertures extérieures, qui montre la premiere Nouvelle-Lune de l'année Lunaire. Le diamétre des ouvertures est égal à l'étendue de quatre degrez ou environ.

Le bord de cette seconde platine est divisé en 179 parties égales, qui servent pour autant d'années Lunaires, dont chacune est de 354 jours & 9 heures ou environ. La premiere année commence au nombre 179, auquel finit la derniere.

Les années accomplies sont marquées chacune par leurs chifres 1, 2, 3, 4, &c. qui vont de quatre en quatre divisions, & qui font quatre fois le tour pour achever le nombre 179, comme on le voit en la Figure de cette platine. Chacune des années Lunaires comprend quatre de ces divisions; de sorte que dans cette Figure elles anticipent l'une sur l'autre de quatre des 179 divisions du bord.

Sur cette même platine au-dessous des ouvertures de la premiere, il y a aux deux extrêmitez d'un même diamétre un espace coloré de noir, qui répond aux ouvertures extérieures, & qui marque les Eclipses du Soleil, & un autre espace rouge, qui répond aux ouvertures intérieures, & qui marque les Eclipses de la Lune. La quantité de chaque couleur qui paroît par les ouvertures, fait voir la grandeur de l'Eclipse. Le milieu des deux couleurs, qui est le lieu du nœud de la Lune, répond d'un côté à la division marquée 4 & $\frac{2}{3}$ de degré de plus, & d'autre côté il répond au nombre opposé. La Figure de l'espace coloré se voit sur cette seconde platine, & son amplitude ou étendue, marque les termes des Eclipses.

La troisiéme & la plus grande des platines qui est au-dessous des autres, contient les jours & les mois des années communes. La division commence au premier jour de Mars, afin de pouvoir ajoûter un jour au mois de Février, quand l'année est Bissextile. Les jours de l'année sont décrits en forme de spirale, & le mois de Février passe au-delà du mois de Mars, à cause que l'année Lunaire est plus courte que l'année Solaire. De sorte que la quinziéme heure du dixiéme jour de Février, répond au commencement du mois de Mars. Mais après avoir compté le dernier jour de Février, il faut rétrograder avec les deux platines supérieures dans l'état où elles se trouvent, pour reprendre le premier jour de Mars.

Il y a 30 jours marquez au-devant du mois de Mars, qui servent à trouver les Epactes.

Il faut remarquer que les jours, comme nous les prenons ici, ne sont point accomplis, suivant l'uſage des Aſtronomes, mais comme le vulgaire les compte, commençant à une minuit, & finiſſant à minuit du jour ſuivant. C'eſt pourquoi toutes les fois qu'il s'agit du premier jour d'un mois, ou de tout autre, nous entendons l'eſpace de ce jour marqué dans la diviſion; car nous comptons ici les jours courans ſuivant l'uſage vulgaire, comme nous venons de le dire.

Dans le milieu de la platine ſupérieure, on a décrit des Epoques, qui marquent le commencement des années Lunaires par rapport aux années Solaires, ſelon le Calendrier Gregorien, & pour le Méridien de Paris. Le commencement de la premiere année, dont la marque doit être 0, & qui répond à la diviſion 179, eſt arrivée à Paris le 29 Février à 14 heures & demie de l'année 1680. La fin de la premiere année Lunaire, qui eſt le commencement de la ſeconde, répond à la diviſion marquée 1, & elle eſt arrivée à Paris l'an 1681 le 17 Février à 23 heures $\frac{1}{4}$, en comptant, comme nous avons dit, 24 heures de ſuite d'une minuit à l'autre. Et de crainte qu'il n'y eût quelque erreur en rapportant les diviſions du bord de la ſeconde platine avec celles des Epoques des années Lunaires qui leur correſpondent, nous avons mis les mêmes nombres aux uns & aux autres.

Nous avons marqué les Epoques de ſuite de toutes les années Lunaires depuis 1700 juſqu'à l'année 1750, afin que l'uſage de cette Machine fût plus facile pour accorder enſemble chacune des années Lunaires & Solaires. Quant aux autres années de notre Cycle de 179 ans, il ne ſera pas difficile de le rendre complet, en ajoûtant 354 jours 8 heures 48 minutes & deux tiers pour chaque année Lunaire.

La régle ou alidade, qui s'étend du centre de l'instrument jusqu'au bord de la plus grande platine, sert à rapporter les divisions d'une platine avec celle des deux autres. Si l'on applique cette Machine à un Horloge, on aura un instrument parfait & accompli en toutes ses parties.

La Table des Epoques qui est dressée pour le Méridien de Paris, pourra facilement se réduire aux autres Méridiens, si pour les plus Orientaux que Paris, on ajoûte le tems de la différence des Méridiens, & au contraire, si on l'ôte pour les lieux plus Occidentaux.

Il est à propos de mettre la Table des Epoques au milieu de la platine supérieure, afin qu'elle puisse être vûe avec cette Machine.

Epoques des Années Lunaires, rapportées aux Années Civiles pour le Méridien de Paris.

Ann. Lun.	Années Civiles.		Mois.	J.	H.	M.
179.	1680.	B.	Février,	29	14	24
1.	1681.		Février,	17	23	13
2.	1682.		Février,	7	8	1
10.	1689.		Novembre,	12	6	30
20.	1699.		Juillet,	26	22	37
21.	1700.		Juillet,	16	7	26
22.	1701.		Juillet,	5	16	14
23.	1702.		Juin,	25	1	3
24.	1703.		Juin,	14	9	52
25.	1704.	B.	Juin,	2	18	40
26.	1705.		May,	23	3	29
27.	1706.		May,	12	12	17

Ann. Lun.	Années Civiles.		Mois.	J.	H.	M.
28.	1707.		May,	1	21	6
29.	1708.	B.	Avril,	20	5	55
30.	1709.		Avril,	9	14	43
31.	1710.		Mars,	20	23	32
32.	1711.		Mars,	19	8	21
33.	1712.	B.	Mars,	7	17	9
34.	1713.		Février,	25	1	58
35.	1714.		Février,	14	10	47
36.	1715.		Février,	3	19	35
37.	1716.	B.	Janvier,	24	4	24
38.	1717.		Janvier,	12	13	12
39.	1718.		Janvier,	1	22	1
40.	1718.		Decembre,	22	6	50
41.	1719.		Decembre,	11	15	38
42.	1720.	B.	Novembre,	30	0	27
43.	1721.		Novembre,	19	9	16
44.	1722.		Novembre,	8	18	4
45.	1723.		Octobre,	29	2	53
46.	1724.	B.	Octobre,	17	11	41
47.	1725.		Octobre,	6	20	30
48.	1726.		Septembre,	26	5	19
49.	1727.		Septembre,	15	14	7
50.	1728.	B.	Septembre,	3	22	55
51.	1729.		Août,	24	7	44
52.	1730.		Août,	13	16	32
53.	1731.		Août,	3	1	21
54.	1732.	B.	Juillet,	22	10	9
55.	1733.		Juillet,	11	18	58
56.	1734.		Juillet,	1	3	46
57.	1735.		Juin,	20	12	35
58.	1736.	B.	Juin,	8	21	23
59.	1737.		May,	29	6	12

Ann. Lun.	Années Civiles.		Mois.	J.	H.	M.
60.	1738.		May,	18	15	1
61.	1739.		May,	7	23	49
62.	1740.	B.	Avril,	26	8	38
63.	1741.		Avril,	15	17	27
64.	1742.		Avril,	5	2	15
65.	1743.		Mars,	25	11	4
66.	1744.	B.	Mars,	13	19	53
67.	1745.		Mars,	3	4	41
68.	1746.		Février,	20	13	30
69.	1747.		Février,	9	22	18
70.	1748.	B.	Janvier,	30	7	7
71.	1749.		Janvier,	18	15	56
72.	1750.		Janvier,	8	0	44
80.	1757.		Octobre,	12	23	15
90.	1767.		Juin,	26	15	20
100.	1777.		Mars,	9	7	26
110.	1786.		Novembre,	20	23	33
120.	1796.	B.	Août,	3	15	39
130.	1806.		Avril,	17	7	45
140.	1815.		Decembre,	29	23	52
150.	1825.		Septembre,	11	15	58
160.	1835.		May,	26	8	4
170.	1845.		Février,	6	0	11
1.	1854.		Octobre,	20	16	17

Maniere de faire les divisions sur les platines.

Le cercle de la plus grande platine est divisé de telle façon, que 368 degrez 2 minutes 42 secondes comprennent 354 jours 9 heures un peu moins; d'où il suit que ce cercle doit contenir 346 jours 15 heures, lesquels on peut prendre sans erreur ſenſible pour deux tiers de jour. Or pour diviſer un cercle en 346 parties égales & deux tiers, réduiſez le tout en tiers, qui font en cet exemple 1040 tiers; cherchez enſuite le plus grand nombre multiple de 3, qui ſe puiſſe facilement diviſer par moitié, & qui ſoit contenu en 1040. Ce nombre ſe trouvera dans cette progreſſion géométrique double, dont le premier & moindre terme eſt 3, comme, par exemple, 3, 6, 12, 24, 48, 96, 192, 384, 768.

Le neuviéme nombre de cette progreſſion eſt celui qu'on cherche : il faut donc ſouſtraire 768 de 1040, reſtera 272, & chercher combien ce nombre reſtant fait de degrez, minutes & ſecondes, par la régle de Trois, en diſant : 1040 tiers. 360 degrez : : 272 tiers. 94 degrez, 9 minutes, 23 ſecondes.

C'eſt pourquoi retranchez de ce cercle un angle de 94 d. 9 m. 23 ſec. & diviſez le reſte du cercle toûjours par moitié, après avoir fait huit ſouſdiviſions, vous parviendrez au nombre 3, qui ſera l'arc d'un jour, par lequel diviſant auſſi l'arc de 94 d. 9 m. 23 ſec. tout le cercle ſe trouvera diviſé en 346 jours & 2 tiers : car il y aura 256 jours dans le plus grand arc, & 90 jours 2 tiers dans l'autre. Chacun de ces eſpaces répond à 1 d. 2 m. & 18 ſec. comme on voit en diviſant 360 par 346, 2 tiers ; & 10 jours répondent à 10 d. 23 m. Par ce moyen on pourroit faire une Table qui ſerviroit à diviſer cette platine.

Ces jours ſeront enſuite diſtribuez à chacun des mois de l'année, ſuivant le nombre qui leur convient, en commençant par le mois de Mars, & continuant juſqu'à la quinziéme heure du dixiéme de Février, qui répond au commencement de

Mars, & le reste du mois de Février passe au-delà & pardessus.

Le cercle de la seconde platine doit être divisé en 179 parties égales. Pour cet effet cherchez le plus grand nombre qui se puisse toûjours diviser par moitié jusqu'à l'unité, & qui soit contenu en 179; vous trouverez 128, lequel ôté de 179, il reste 51. Cherchez quelle partie de la circonférence du cercle fait ce reste par la régle de Trois, en disant : 179 parties. 360 degrez : : 51 parties. 102 d. 34 m. 11 sec.

C'est pourquoi ayant retranché du cercle un arc de 102 d. 34 m. 11 sec. divisez le reste du cercle toûjours par moitié, & après avoir fait sept sousdivisions, vous parviendrez à l'unité. Ainsi cette partie du cercle sera divisé en 128 parties égales; puis avec la même derniere ouverture de compas vous diviserez l'arc restant en 51 parties, & tout le cercle se trouvera divisé en 179 parties égales, dont chacune répond à 2 degrez & 40 secondes, comme il est aisé de voir en divisant 360 par 179. C'est un second moyen pour diviser cette même platine.

Enfin pour diviser le cercle de la platine supérieure, prenez le quart de sa circonférence, & ajoûtez-y une des 179 parties ou divisions du bord de la platine du milieu : le Compas ouvert du quart ainsi augmenté, ayant tourné quatre fois divisera ce cercle de la maniere qu'il doit être; car en sousdivisant chacun de ces quarts en trois parties égales on aura 12 espaces pour les 12 mois Lunaires; de telle sorte que la fin du douziéme mois, qui fait le commencement de la douziéme année Lunaire, surpasse la premiere Nouvelle-Lune de 4 des 179 divisions marquées sur la platine du milieu.

Usage de cette Machine.

PROBLEME XVIII.

Une Année Lunaire étant proposée, trouver les jours de l'Année Solaire qui lui répondent, dans lesquels doivent arriver les Nouvelles & Pleines Lunes, & les Eclipses.

SOit proposée, par exemple, la vingt-quatriéme année Lunaire de la Table des Epoques qui répond à la division de la platine du milieu marquée 24. Arrêtez la ligne de foi de l'index de la platine supérieure sur la division marquée 24 en la platine du milieu, où est le commencement de la vingt-cinquiéme année Lunaire. Et voyant par la Table des Epoques que ce commencement tombe sur le quatorziéme jour de Juin de l'année 1703 à 9 heures 52 minutes, tournez ensemble les deux platines supérieures en cet état, jusqu'à ce que la ligne de foi de l'index attaché à la platine supérieure, convienne avec la dixiéme heure, ou environ, du quatorziéme de Juin, marquée sur la platine inférieure, auquel tems arrive la premiere Nouvelle-Lune de l'année Lunaire proposée; car la ligne de foi de l'index passe par le milieu de l'ouverture de la premiere Nouvelle-Lune de cette année Lunaire.

Ensuite, sans changer la situation des trois platines, étendez depuis le centre de l'instrument un fil ou la régle mobile, la faisant passer par le milieu de l'ouverture de la premiere Pleine-Lune, la ligne de foi de cette régle, répondra au commencement du vingt-neuviéme jour du mois de Juin à

4 heures $\frac{1}{4}$, qui eſt le tems de cette Pleine-Lune, laquelle ſera totalement éclipſée, comme il paroît par la couleur rouge qui remplit toute l'ouverture de cette Pleine-Lune.

Nous connoîtrons par un ſemblable moyen qu'à la Nouvelle-Lune qui doit arriver environ les trois heures du matin du quatorziéme de Juillet, il y aura une Eclipſe partiale du Soleil. Si l'on pourſuit plus avant, on remarquera les Eclipſes qui doivent arriver pendant le mois de Decembre de la même année 1703, & vers le commencement de l'année ſuivante. Mais comme la dixiéme Nouvelle-Lune paſſe au-delà du vingt-huitiéme jour de Février, ayant conduit l'alidade juſqu'au vingt-huitiéme jour de Février, faites rétrograder les deux platines ſupérieures conjointement avec l'alidade, en l'état où elles ſe trouvent, juſqu'à ce que la ligne de foi ſe rencontre ſur le commencement de Mars, par où nous avons commencé la diviſion de l'année; d'où conduiſant la régle par toutes les ouvertures des Nouvelles & Pleines-Lunes, vous connoîtrez ſur la derniere platine le tems qu'elles doivent arriver.

Mais comme la treiziéme Nouvelle-Lune eſt la premiere de l'année ſuivante, laquelle répond au nombre 25 des diviſions de la platine du milieu, on laiſſera les deux platines inférieures en l'état où elles ſe trouvent, & on avancera celle de deſſus juſqu'à ce que la ligne de foi de ſon index convienne avec le nombre 25 de la platine du milieu, auquel point elle marquera ſur la derniere & plus grande platine le jour de la premiere Nouvelle-Lune de la vingt-ſixiéme année Lunaire, ſelon l'ordre de notre Epoque, laquelle arrivera le ſecond

ſecond jour de Juin à 18 heures 40 minutes de l'an 1704. Enſuite conduiſant la régle mobile ſur le milieu des ouvertures des Nouvelles & Pleines-Lunes, elle marquera ſur la derniere platine les jours qu'elles doivent arriver, auſſi-bien que les Eclipſes juſqu'à la fin de Février; après quoi il faudra faire le même que pour l'année précédente, c'eſt-à-dire, qu'après être parvenu à la fin de Février, il faudra rétrograder juſqu'au premier jour de Mars.

On pourroit ainſi trouver les commencemens de toutes les années Lunaires, ſans ſe ſervir de la Table des Epoques : mais d'autant qu'il n'eſt pas poſſible d'ajuſter ſi exactement les platines & l alidade les unes ſur les autres, qu'il ne ſe gliſſe quelque erreur, qui s'augmente d'année en année. La Table des Epoques ſervira pour rectifier l'uſage de cette Machine.

En poſant la ligne de foi de la régle mobile ſur l'âge de la Lune entre les jours des mois Lunaires marqués ſur le bord de la platine ſupérieure, on verra les jours des mois communs correſpondans, & à peu près les heures ſur le bord de la platine inférieure.

Il eſt à remarquer que les calculs de la Table des Epoques ſont faits pour les tems moyens des Nouvelles-Lunes, qui ſuppoſent les mouvemens du Soleil & de la Lune toûjours égaux : c'eſt pourquoi il ſe trouve quelque différence d'avec les tems apparens des Nouvelles & Pleines-Lunes, & des Eclipſes, telles que nous les voyons de la Terre, comme elles ſont marquées dans les Ephemerides.

Les mouvemens propres du Soleil & de la Lune, auſſi-bien que ceux des autres Planetes, nous paroissent tantôt plus vîtes & tantôt plus lents. Cette inégalité apparente vient en partie de ce que leurs orbites ne sont pas concentriques à la Terre, & en partie de ce que les arcs égaux de l'Ecliptique, qui est oblique à l'Equateur, ne passent pas toûjours par le Méridien avec des parties égales de l'Equateur. Les Astronomes, pour la facilité de leurs calculs, ont imaginé un mouvement qu'ils appellent moyen ou égal, supposant que les Planettes décrivent en des tems égaux, des arcs égaux de leurs orbites. Le tems qu'ils appellent vrai ou apparent, est la mesure du mouvement vrai ou apparent, & le tems moyen est la mesure du moyen mouvement. Ils ont aussi inventé des régles pour réduire les tems moyens en tems vrais ou apparens (ces deux mots signifiant en cette occasion la même chose) & au contraire pour réduire les tems vrais ou apparens en tems moyens.

Voyez la Connoissance des Tems.

Des Epactes.

Les jours des Epactes, qui sont marquées avant le mois de Mars dans la platine supérieure, donnent les Epactes de chaque année, qu'il faut compter du premier de Mars en rétrogradant. Car après avoir fait rétrograder les deux platines supérieures depuis le dernier de Février jusqu'au premier de Mars, comme nous l'avons dit ci-dessus, cherchez avec la régle mobile le jour des Epactes, qui répond à la Nouvelle-Lune qui précéde immédiatement le premier de Mars. De cette maniere vous trouverez qu'en l'année 1704 au commencement de Mars la Nouvelle-Lune répond à 22 jours $\frac{1}{3}$ de l'Epacte.

Consultez les Tables Astronomiques de M. de la

Hire, & le Traité de la construction & des principaux usages des Instrumens de Mathématique par le Sieur Bion.

PROBLEME XIX.

Trouver la Lettre Dominicale, & le Cycle Solaire d'une année proposée.

On appelle *Cycle Solaire* une révolution perpetuelle de 28 années. Pour bien entendre la nature & l'origine de ce Cycle, il faut faire les remarques suivantes.

1. On a disposé dans le Calendrier les sept premieres lettres de l'Alphabet ABCDEFG, en sorte que A réponde au premier Janvier, B au 2, C au 3, D au 4, E au 5, F au 6, G au 7, A au 8, B au 9, & ainsi de suite par plusieurs révolutions de 7. Les sept jours de la semaine, qu'on nomme aussi Feries, sont représentez par ces sept premieres lettres.

2. Parce que dans une année de 365 jours il y a 52 semaines & un jour, & que ce jour de reste est le premier d'une 53. révolution, une année commune de 365 jours doit commencer & finir par un même jour de la semaine.

3. Dans cette disposition, une même lettre de l'Alphabet répond toûjours à une même Ferie de la semaine pendant le cours d'une année commune de 365 jours.

4. Ces lettres servant toutes alternativement à marquer le Dimanche dans une suite de plusieurs années, sont pour cela appellées *Lettres Dominicales*.

5. Il suit de-là que si une année commence par un Dimanche, elle finira aussi par un Dimanche;

ainsi le premier Janvier de l'année suivante sera un Lundi, qui répondra à la lettre A, & le septiéme sera un Dimanche, qui répondra à la lettre G. Cette lettre G sera la lettre Dominicale de cette année-là. Par la même raison l'année d'après aura F pour lettre Dominicale. Celle qui suivra aura E, & ainsi de suite, en circulant dans un ordre rétrograde de celui de l'Alphabet. C'est de cette circulation de lettres qu'est venu le nom de *Cycle Solaire*, parce que le Dimanche chez les Payens étoit appellé *Dies Solis*, Jour du Soleil.

6. S'il n'y avoit point d'années Bissextiles à ajoûter, tous les différens changemens de lettres Dominicales se feroient dans l'espace de 7 ans. Mais cet ordre est interrompu par les années Bissextiles, dans lesquelles le 24 Février répond à deux différentes Feries de la semaine. Ainsi la lettre F, qui auroit marqué un Samedi dans une année commune, marquera un Samedi & un Dimanche dans une année Bissextile : ou si elle eût marqué un Dimanche dans une année commune, elle marqueroit un Dimanche & un Lundi dans une année Bissextile, &c. D'où il suit que la lettre Dominicale change dans cette année, & que celle qui marquoit un Dimanche dans le commencement de l'année, marquera un Lundi après l'addition du Bissexte. On voit par-là la raison pour quoi on donne deux lettres Dominicales à chaque année Bissextile, l'une qui sert depuis le premier Janvier jusqu'au 24 Février, & l'autre depuis le 24 Février jusqu'à la fin de l'année. De sorte que la deuxiéme lettre Dominicale seroit naturellement celle de l'année suivante, si on n'y avoit point ajoûté de Bissexte.

7. Enfin toutes les varietez possibles qui arri-

vent aux lettres Dominicales, tant dans les années communes, que dans les Bissextiles, se font dans l'espace de 4 fois 7, qui font 28 ans. Car après sept Bissextes, le même ordre de lettres Dominicales revient & circule comme auparavant. C'est cette révolution de 28 ans qu'on appelle *Cycle Solaire*, ou *Cycle de la Lettre Dominicale.*

Ce Cycle a été inventé pour connoître facilement les Dimanches d'une année proposée, en connoissant la lettre Dominicale de cette année.

I.

Pour trouver la *Lettre Dominicale*, d'une année proposée depuis Jesus-Christ, selon le Calendrier nouveau, ajoûtez au nombre de l'année proposée, sa quatriéme partie, ou sa plus prochainement moindre, si ce nombre ne se peut exactement diviser par 4. Otez 5 de la somme pour le siecle 1600, 6 pour le siecle suivant 1700, 7 pour le siecle 1800, & 8 pour les siecles 1900, 2000, parce que les années 1700, 1800, 1900, ne seront point Bissextiles: 9 pour le siecle 2100, 10 pour le siecle 2200, & 11 pour les siecles 2300, & 2400, parce que les trois années 2100, 2200, 2300, ne seront point Bissextiles, & ainsi de suite. Divisez le reste par 7, & sans avoir égard au quotient, le reste de la division vous fera connoître la lettre Dominicale qu'on cherche, en la comptant depuis la derniere G vers la premiere A. De sorte que s'il ne reste rien, la lettre Dominicale sera A; s'il reste 1, la lettre Dominicale sera G; s'il reste 2, la lettre Dominicale sera F, & ainsi des autres.

Ainsi pour trouver la lettre Dominicale de l'année 1693, ajoûtez à ce nombre 1693 sa quatriéme partie 423. Après avoir ôté 5 de la somme 2116, divisez le reste 2111 par 7. Puis sans avoir égard au quotient 301, le reste 4 fait connoître qu'en l'année 1693 on eut D pour lettre Dominicale, puisqu'elle est la quatriéme, en commençant à compter depuis la derniere lettre G, par un ordre rétrograde. Voyez la Table qui est sur la fin du Problême XXII. Elle servira à trouver avec facilité la lettre Dominicale pour quelque année que ce soit depuis Jesus-Christ sans aucun calcul.

Observez que pour avoir seurement par cette pratique la lettre Dominicale d'une année Bissextile, il faut d'abord trouver la lettre Dominicale de l'année qui la précéde; puis prendre la lettre précédente, qui servira jusqu'au 24 Février de l'année Bissextile, ensuite la lettre qui précéde, pour la faire servir le reste de l'année.

Si je veux trouver la lettre Dominicale de 1724, je cherche d'abord celle de 1723, en lui ajoûtant sa quatriéme partie prochainement moindre 430, ôtant 6 de leur somme 2153, & divisant le reste 2147 par 7. Sans avoir égard au quotient, le reste 5 après la division me fait voir que la lettre Dominicale de cette année 1723 est C, qui est la cinquiéme des 7 premieres lettres de l'Alphabet, en les comptant par ordre rétrograde. Connoissant que C est la lettre Dominicale de 1723, il sera aisé de connoître que B doit être la lettre Dominicale de l'année suivante 1724. Mais comme 1724 est Bissextile, B ne servira que jusqu'au 24 Février, & on prendra A qui précéde B, pour le faire servir depuis le 24 Février jusqu'à la fin de l'année. D'où l'on voit que B & A sont les deux lettres Dominicales de l'année Bissextile 1724.

II.

Pour trouver le *Cycle Solaire* d'une année proposée, ajoûtez 9 à l'année proposée, & divisez la somme par 28 : s'il ne reste rien, 28 est le nombre du Cycle Solaire ; s'il reste quelque chose, ce reste est le nombre qu'on cherche. Si on demande, par exemple, quel étoit le Cycle Solaire de 1693, ajoûtez 9 à 1693. Divisez la somme 1702 par 28 ; & sans avoir égard au quotient 60, le reste de la division vous fera connoître que le Cycle Solaire pour cette année 1693 est 22.

REMARQUES.

I.

Il est évident que quand on a une fois connu le nombre du Cycle Solaire pour une année depuis Jesus-Christ, on a en ajoûtant 1 à ce nombre, le Cycle Solaire de l'année suivante, & qu'en ôtant 1 du même nombre, on a le Cycle Solaire de l'année précedente. Ainsi ayant trouvé 22 pour le Cycle Solaire de l'année 1693, ajoûtant 1 à 22, on a 23 pour le Cycle Solaire de l'année suivante 1694, & ôtant 1 du même nombre 22, on a 21 pour le Cycle Solaire de l'année précédente 1692.

II.

Il est évident aussi que quand on a une fois la lettre Dominicale d'une année depuis Jesus-Christ, on a facilement la lettre Dominicale pour l'année suivante, ou pour la précédente. On prendra pour cette lettre Dominicale la lettre qui suit dans l'ordre de l'Alphabet, pour l'année précédente ; & réciproquement pour l'année suivante, on prendra la lettre précédente, qui servira pour toute l'année, si cette année n'est pas Bissextile. Mais si elle est Bissextile, cette lettre ne servira que jusqu'au 24 de Février, & la lettre qui précédera en l'ordre de l'Alphabet, servira pour le reste de l'année, parce que l'année Bissextile ayant un jour de plus que la commune, a deux lettres Dominicales.

Ainsi ayant connu que la lettre Dominicale de l'année 1693 est D, on connoîtra que la lettre Dominicale de l'année suivante 1694, est C, & que l'année précédente 1692, qui étoit Bissextile, avoit ces deux lettres Dominicales F, E, dont la premiere F ayant servi jusqu'au 24 de Février, l'autre lettre E servit le reste de l'année.

III.

On peut sans division trouver immédiatement le Cycle Solaire d'une année proposée depuis Jesus-Christ, par le moyen de la Table suivante, qui est composée de deux colomnes, dont celle qui est à gauche contient les années de Jesus-Christ, depuis 1 jusqu'à 10, & depuis 10 jusqu'à 100, de dixaine en dixaine; depuis 100 jusqu'à 1000 de centaine en centaine; depuis 1000 jusqu'à 9000, de mille en mille. Il est facile de la continuer à l'infini, si l'on sçait la maniere de mettre dans la colomne qui est à droite, vis-à-vis de ces années, les nombres du Cycle Solaire; ce qui se fait ainsi.

Ayant mis vis-à-vis des dix premieres années, les mêmes nombres pour les Cycles Solaires de ces mêmes années, & aussi 20 pour le Cycle Solaire de la 20e année, au lieu de mettre 30 pour le Cycle Solaire de la 30. année, mettez seulement 2, qui est l'excès de 30 sur 28, ou sur la période du Cycle Solaire : pour la 40. année, qui est la somme des années 10 & 30, mettez la somme 12

1	1		100	16
2	2		200	4
3	3		300	20
4	4		400	8
5	5		500	24
6	6		600	12
7	7		700	0
8	8		800	16
9	9		900	4
10	10		1000	20
20	20		2000	12
30	2		3000	4
40	12		4000	24
50	22		5000	16
60	4		6000	8
70	14		7000	0
80	24		8000	20
90	6		9000	12

des Cycles Solaires 10 & 2, qui conviennent à ces années, & ainsi des autres, en ôtant toûjours 28 de la somme des Cycles Solaires, quand elle sera plus grande. Voilà pour la construction de la Table; venons maintenant à son usage.

IV.

Premierement, si l'année proposée, dont on cherche le Cycle Solaire, se trouve dans la Table précédente, on aura ce Cycle Solaire en ajoûtant 9 au nombre qui lui répond dans la colonne qui est à droite. Ainsi ajoûtant 9 au nombre 12, qui répond à l'année 2000 dans la Table précédente, on a 21 pour Cycle Solaire de l'année proposée.

V.

Mais si l'année donnée ne se trouve pas exactement dans la Table précédente, on la divisera en plusieurs années qui s'y puissent trouver. On ajoûtera ensemble tous les nombres qui se trouveront dans la colomne à droite vis-à-vis de ces années qui sont à gauche. La somme de tous ces nombres étant augmentée de 9, donnera le Cycle Solaire de l'année proposée, pourvû qu'on ôte 28 de cette somme autant de fois qu'il sera possible, quand elle sera plus grande.

Comme pour trouver le Cycle Solaire de l'année 1693, on réduira ce nombre d'années 1693 en ces autres quatre 1000, 600, 90, 3, ausquels répondent dans la Table précédente ces quatre nombres 20, 12, 6, 3, dont la somme 41 étant augmentée de 9, donne cette seconde somme 50, d'où ôtant 28, il restera 22 pour le nombre du Cycle Solaire de l'année 1693.

VI.

On ajoûte 9 à la somme de tous ces nombres, parce que le Cycle Solaire avant la premiere année de Jesus-Christ étoit 9. Par conséquent ce Cycle avoit commencé dix ans avant la Naissance de Jesus-Christ; ce qu'on peut connoître en cette sorte.

Sçachant par tradition, ou autrement, le Cycle Solaire d'une année, par exemple, que 22 est le Cycle Solaire de l'année 1693, ôtez 22 de 1693. Divisez le reste 1671 par 28. Enfin ôtez de 28 le reste 19 de la division. Le nombre restant 9 est le Cycle Solaire avant la premiere année de Jesus-Christ.

VII.

On pourra de la même façon construire une Table propre pour connoître le Nombre d'or d'une année proposée, avec cette différence, qu'au lieu d'ôter 28, il faut ôter 19, parce que la periode de ce Cycle est 19; & qu'au lieu d'ajoûter 9, il faut ajoûter seulement 1, parce que le Nombre d'or avant la premiere année de Jesus-Christ étoit 1. Par conséquent ce Cycle avoit commencé deux ans avant la Naissance de Jesus-Christ, c'est-à-dire, que la premiere année de Jesus-Christ avoit 2 de Nombre d'or, &c.

VIII.

On peut encore trouver la lettre Dominicale d'une année proposée d'une autre maniere que celle que nous venons de donner. Cette lettre Dominicale étant trouvée servira à faire connoître la lettre qui convient à chaque jour de la même année, comme vous allez voir.

Divisez le Nombre des jours qui se sont écoulez inclusivement depuis le premier de Janvier jusqu'au jour proposé, qui doit être un Dimanche, quand on veut trouver la lettre Dominicale de l'année, autrement on trouvera seulement la lettre qui convient au jour proposé. Divisez, dis-je, ce nombre de jours par 7, s'il ne reste rien de la division, la lettre qu'on cherche sera G; s'il reste quelque chose, ce nombre restant fera connoître le nombre de la lettre qu'on demande, en la comptant selon l'ordre de l'Alphabet depuis la premiere lettre A.

Ainsi pour connoître la lettre qui convient au 26 d'Avril de l'année 1693, en divisant par 7 le nombre 116 des jours compris inclusivement entre le 1 de Janvier & le 26 d'Avril, le reste de la division est 4, qui fait connoître que la quatriéme lettre D convient au jour proposé, lequel étant un Dimanche, on conclud que la lettre Dominicale de l'année 1693 est D.

PROBLEME XX.

Trouver à quel jour de la semaine tombe un jour donné d'une année proposée.

NOus avons déja dit que les jours de la semaine sont appellez *Feries*, & nous dirons ici que la premiere Ferie est le Dimanche, que la seconde Ferie est le Lundi, que la troisiéme est le Mardi, & ainsi de suite jusqu'au Samedi, qui est la septiéme Ferie, & qui a été appellé *Samedi*, ou *Jour du Sabbat*, c'est-à-dire, jour du repos, parce que c'est ce jour-là que Dieu se reposa dans la Création du Monde.

Pour trouver en quelle Ferie tombe un jour proposé de quelque année depuis Jesus-Christ, ajoûtez au nombre donné des années sa quatriéme partie, ou sa plus proche qui soit moindre, quand il n'en a pas une juste. Ajoûtez encore à la somme le nombre des jours compris inclusivement entre le 1 de Février, & le jour proposé. Vous aurez une seconde somme, de laquelle il faut ôter 12, & diviser le reste par 7. Le nombre qui restera après la division, sera le nombre de la Ferie qu'on cherche, sçavoir, Dimanche, s'il reste 1; Lundi, s'il reste 2; Mardi, s'il reste 3;

& ainſi de ſuite ; s'il ne reſte rien, le jour propoſé ſera un Samedi.

Ainſi pour ſçavoir à quel jour de la ſemaine tomboit, par exemple, le 27 d'Avril de l'année 1693, ajoûtez à 1693 ſa quatriéme partie 423, & de plus 117, nombre des jours qui ſe ſont écoulez depuis le premier de Janvier juſqu'au 27 d'Avril incluſivement. Ayant ôté 12 de la ſomme 2233, diviſez le reſte 2221 par 7, & ſans avoir égard au quotient 317, le reſte 2 après la diviſion fait connoître que le 27 d'Avril de l'année 1693 étoit la ſeconde Ferie, c'eſt-à-dire, un Lundi.

REMARQUES.

I.

Cette méthode ſuppoſe que l'on ſuit le Calendrier nouveau ; car en ſuivant le Calendrier Julien, au lieu d'ôter 12 de la ſomme, il ne faut ôter que 2, ſçavoir, 10 de moins, à cauſe des dix jours qui ont été retranchez en 1582. Ainſi avant cette année 1582 il ne faut ôter que 2 de la ſomme, & achever le reſte, comme il a été dit. Mais il faut ôter 13 de la même ſomme, à préſent que nous ſommes dans le dix-huitiéme ſiecle, parce qu'en l'année 1700 on a omis un jour, en ne la faiſant point Biſſextile, comme elle auroit dû l'être ſelon le Calendrier Julien. Voyez le Probl. XXII.

II.

Nous remarquerons que les noms des jours de la ſemaine viennent des Idolâtres, qui ont marqué chaque jour de la ſemaine par le nom particulier d'une Planete. Neanmoins au lieu de dire *Jour du Soleil*, nous diſons *Dimanche*, mot qui vient du Latin *Dies Dominica*, c'est-à-dire, *Jour du Seigneur*, parce que Jesus-Christ voulut ressusciter un tel jour ; & au lieu de dire *Jour de Saturne*, nous disons *Samedi*, c'est-à-dire, *Jour du Sabbat*, ou *Jour du repos*, parce que, comme nous avons déja dit auparavant, Dieu se reposa le septiéme jour dans la Création du Monde.

PROBLEME XXI.

Trouver la Fête de Pâques, & les autres Fêtes mobiles en une année proposée.

I.

NOus avons remarqué au Probl. XIV que la Pâques se peut célébrer depuis le 22 de Mars, lorsque la Lune étant Nouvelle le 8 Mars, son 14^e. jour tombe au 21 de Mars, & que ce jour est un Samedi, jusqu'au 25 d'Avril inclusivement, lorsque la Lune étant Nouvelle le 5 d'Avril, le 14^e. jour tombe au 18 de ce mois, & que ce jour est un Dimanche. Car dans ce cas, on remet à célébrer la Pâque au Dimanche suivant, c'est-à-dire, sept jours après, pour ne la pas célébrer avec les Juifs. Cela ayant été ainsi arrêté par les Conciles, & sur-tout par celui de Nicée, qui a été tenu au commencement du quatriéme siecle en la présence du grand Constantin. Ainsi vous voyez que le commencement de la Lune Pascale est entre le huitiéme de Mars & le cinquiéme d'Avril inclusivement.

II.

Nous avons dit aussi au même Probl. XIV qu'on appelle *Epactes* les 11 jours, par lesquels l'année

Solaire surpasse l'année Lunaire. Ce qui a fait donner le même nom d'Epactes à ces trente nombres qui sont placez vis-à-vis des jours de chaque mois dans le Calendrier nouveau, par un ordre rétrograde. Les Epactes qui sont depuis XIX jusqu'à XXIX inclusivement, sont appellées *Epactes Embolismiques*, parce qu'en leur ajoûtant XI, qui est la véritable Epacte, la somme surpasse une Lune complete, c'est-à-dire, 30, & qu'ainsi il y a treize Lunes Pleines dans les années, où ces Epactes Embolismiques servent d'Epactes.

Ces trente Epactes ainsi disposées dans le Calendrier Gregorien, servent à faire connoître les jours ausquels la Lune se trouve Nouvelle dans toute une année. Ainsi l'Epacte 23 de l'année 1693 répondant dans le Calendrier Gregorien au 8 de Janvier, au 6 de Février, au 8 de Mars, au 6 d'Avril, au 6 de May, au 4 de Juin, au 4 de Juillet, au 2 d'Août, au 1 & au 30 de Septembre, au 30 d'Octobre, au 28 de Novembre, & au 28 de Decembre, fait connoître que les Nouvelles-Lunes Ecclesiastiques arrivent ces mêmes jours.

III.

Cela étant supposé, connoissant la lettre Dominicale & l'Epacte d'une année, on trouvera le jour de Pâques de cette maniere. Cherchez dans un Calendrier, par le moyen de l'Epacte, le jour de la Nouvelle-Lune Pascale. Comptez 14 jours inclusivement depuis cette Nouvelle-Lune. La Fête de Pâques arrivera immédiatement le Dimanche d'après le quatorziéme de la Lune. Ce Dimanche sera facile à trouver par le moyen de la lettre Dominicale.

Si vous voulez connoître par le Calendrier nouveau, le jour auquel on dut célebrer Pâques en une année proposée, par exemple, en l'année 1693, dont l'Epacte est 23, cherchez cette Epacte 23 dans le Calendrier, entre le 8 de Mars & le 5 d'Avril inclusivement. Vous trouverez qu'elle répond au 8 de Mars, qui fut par consequent le premier jour de la Lune Pascale. Si vous comptez ensuite 14 jours, en commençant à compter 1 sur 8, 2 sur 9, & ainsi de suite, vous tomberez au 21 du même mois, qui sera par consequent le jour de la Pleine-Lune Pascale. Et comme ce jour étoit un Samedi, le Dimanche suivant, sçavoir, le 22 de Mars, fut le jour de Pâques en l'année 1693.

Pareillement pour connoître, par le moyen du même Calendrier, le jour auquel on célébra la Fête de Pâques en l'année 1666, dont l'Epacte est 24, cherchez cette Epacte 24 dans le Calendrier Gregorien entre le 8 de Mars & le 5 d'Avril inclusivement. Ayant trouvé qu'elle répond au 5 d'Avril, qui fut par consequent le premier jour de la Lune Pascale, comptez 14 jours depuis ce 5, en commençant à compter 1 sur 5, & vous arriverez au 18 d'Avril, qui se rencontrant un Dimanche, comme on le voit par le Problême XX. le Dimanche suivant, sçavoir, le 25 d'Avril, fut le jour de Pâques en l'année 1666. Ainsi des autres.

IV.

On peut prendre pour régle dans cette recherche ces deux vers Latins :

Post Martis Nonas ubi sit nova Luna require :
Tertia lux Domini proxima Pascha dabit.

Ou

Ou bien ces deux vers François :

De Mars après le 7 cherchez Lune Nouvelle :
Trois Dimanches comptez, le 3 Pâques s'appelle.

C'est-à-dire, qu'il faut chercher dans le Calendrier en quel jour tombe le premier jour de la Nouvelle-Lune d'après le 7 de Mars, & compter depuis ce jour-là inclusivement trois Dimanches, le troisiéme Dimanche sera le jour de Pâques. Je dis inclusivement, parce que si cette Nouvelle-Lune tomboit en un jour de Dimanche, la Fête de Pâques arriveroit le troisiéme Dimanche inclusivement, c'est-à-dire, y compris celui où tomberoit la Nouvelle-Lune Pascale.

V.

Mais comme l'on n'a pas toûjours un Calendrier entre les mains, on pourra se servir de la Table suivante, qui est composée de 9 colomnes de haut en bas. La premiere vers la gauche contient les sept lettres Dominicales suivant l'ordre de l'Alphabet. La derniere à droite comprend les mois & les jours des mêmes mois, ausquels se doit célébrer la Pâque aux années qui ont les mêmes lettres Dominicales que l'on voit écrites dans la premiere colomne, & les mêmes Epactes que l'on voit marquées par ordre dans les sept autres colomnes d'entre-deux.

Ainsi vous voyez que pour connoître par le moyen de cette Table le jour auquel on doit célébrer la Fête de Pâques en une année proposée depuis Jesus-Christ, on doit sçavoir l'Epacte de cette année par le Problême XIV, & aussi la lettre Dominicale par le Problême XIX. Car vis-à-vis de cette Lettre Dominicale, & de cette Epacte, *Table pour trouver la Fête de Pâques.*

	23	22	21	20	19			26. Mars
	18	17	16	15	14	13	12	2. Avril
A	11	10	9	8	7	6	5	9. Avril
	4	3	2	1	*	29	28	16. Avril
	27	26	25	24				23. Avril
	23	22	21	20	19	18		27. Mars
	17	16	15	14	13	12	11	3. Avril
B	10	9	8	7	6	5	4	10. Avril
	3	2	1	*	29	28	27	17. Avril
	26	25	24					24. Avril
	23	22	21	20	19	18	17	28. Mars
	16	15	14	13	12	11	10	4. Avril
C	9	8	7	6	5	4	3	11. Avril
	2	1*	29	28	27	26	25	18. Avril
	25	24						25. Avril
	23							22. Mars
	22	21	20	19	18	17	16	29. Mars
D	15	14	13	12	11	10	9	5. Avril
	8	7	6	5	4	3	2	12. Avril
	1*	29	28	27	26	25	24	19. Avril
	23	22						23. Mars
	21	20	19	18	17	16	15	30. Mars
E	14	13	12	11	10	9	8	6. Avril
	7	6	5	4	3	2	1	13. Avril
	*	29	28	27	26	25	24	20. Avril
	23	22	21					24. Mars
	20	19	18	17	16	15	14	31. Mars
F	13	12	11	10	9	8	7	7. Avril
	6	5	4	3	2	1	*	14. Avril
	29	28	27	26	25	24		21. Avril
	23	22	21	20				25. Mars
	19	18	17	16	15	14	13	1. Avril
G	12	11	10	9	8	7	6	8. Avril
	5	4	3	2	1	*	29	15. Avril
	28	27	16	25	24			22. Avril

on trouvera dans la derniere colonne le jour de la

Fête de Pâques, qui régle toutes les autres Fêtes Mobiles. Comme pour connoître le jour de Pâques en l'année 1693, dont la lettre Dominicale étoit D, & l'Epacte 23, on trouvera vis-à-vis de cette Epacte 23, & de cette lettre Dominicale D, que le jour de Pâques fut le 22 Mars. Pareillement pour connoître le jour de Pâques en l'année 1666, dont la lettre Dominicale étoit C, & l'Epacte 24, on trouvera vis-à-vis de l'Epacte 24, & de la lettre Dominicale C, le 25 d'Avril pour le jour de Pâques qu'on cherche.

V I.

Le jour de la Pleine-Lune Pascale, qu'on nomme *Terme de Pâques*, étant connu, le jour de Pâques est aisé à connoître, comme vous avez vû. Mais on le peut trouver encore autrement sans Table & sans Calendrier, en cherchant le Terme de Pâques, en cette sorte.

Si l'Epacte nouvelle de l'année proposée n'excede pas 23, ôtez-la de 44. Le reste donnera le jour de Mars pour le Terme de Pâques, si ce reste ne surpasse pas 31; car s'il excede 31, le surplus donnera le jour d'Avril pour le Terme de Pâques. Mais si l'Epacte courante est plus grande que 23, ôtez-la de 43, ou seulement de 42, quand elle sera 24 ou 25. Le reste donnera le jour d'Avril pour le Terme de Pâques.

Ainsi pour avoir le Terme de Pâques en l'année 1693, dont l'Epacte étoit 23, ôtez 23 de 44; le reste donne le 21 de Mars pour le Terme de Pâques. De même pour trouver le Terme de Pâques en l'année 1666, dont l'Epacte étoit 24, ôtant 24 de 42, on aura le 18 d'Avril pour le Terme de Pâques. Ainsi des autres.

VII.

Puisque la Fête de Pâques régle toutes les autres Fêtes Mobiles, il sera facile de connoître les jours ausquels ces Fêtes se doivent célébrer, ayant une fois connu le jour de Pâques. Car le Lundi après le cinquiéme Dimanche, c'est-à-dire, 35 jours après Pâques viennent les *Rogations*, après lesquelles, sçavoir, le Jeudi suivant, suit immédiatement l'*Ascension* de Notre-Seigneur Jesus-Christ, le 40. jour après Pâques. Dix jours après, ou le 50. jour après Pâques, on célébre la Fête de la *Pentecôte*. Le Dimanche suivant, sçavoir, 56 jours aprés Pâques, on célébre la Fête de la *Sainte Trinité*. Et le Jeudi suivant, ou 11 jours après la Pentecôte, c'est-à-dire, 60 jours après Pâques, arrive la *Fête-Dieu*.

Le neuviéme Dimanche avant Pâques est la *Septuagesime*, qui est éloignée de Pâques de 63 jours. Le Dimanche suivant, ou le huitiéme Dimanche avant Pâques, est la *Sexagesime*, qui est éloignée de Pâques de 56 jours. Le Dimanche suivant, ou le septiéme Dimanche avant Pâques, est la *Quinquagesime*, qui est éloignée de Pâques de 49 jours. Enfin le Mercredi suivant, qui est éloigné de Pâques de 46 jours, est le *Jour des Cendres*.

Pour le Dimanche de l'*Avent*, qui ne dépend point de Pâques, c'est celui qui arrive ou le 30 de Novembre, Fête de saint André, ou le Dimanche qui est le plus proche de cette Fête : ce qui est facile à connoître par la lettre Dominicale.

L'Eglise appelle *Quadragesime* le premier Dimanche du Carême : *Reminiscere* le second Dimanche du Carême : *Oculi* le troisiéme Dimanche du Carême : *Lætare* le quatriéme Dimanche du Carême:

Judica le Dimanche de la Passion, qui est le cinquiéme Dimanche du Carême : & *Osanna* le Dimanche des Rameaux, qui est le sixiéme Dimanche du Carême, ou le premier Dimanche avant Pâques.

Elle appelle *Quasimodo* le premier Dimanche après Pâques : *Misericordia* le second Dimanche après Pâques: *Jubilate* le troisiéme Dimanche après Pâques : *Cantate* le quatriéme Dimanche après Pâques: & *Vocem Jucunditatis* le cinquiéme Dimanche après Pâques, ou le Dimanche avant les Rogations.

VIII.

On pourra trouver le nombre des Dimanches entre la Pentecôte & le premier Dimanche de l'Avent par cette méthode. Comptez combien de fois la lettre Dominicale se trouve entre les deux termes exclusivement. E, par exemple, qui sera la lettre Dominicale de l'année 1727, est contenu 27 fois entre le 11 Mai, jour de la Pentecôte, & le 30 Novembre, jour du premier Dimanche de l'Avent. Ce qui montre qu'il y aura 27 Dimanches entre la Pentecôte & le premier Dimanche de l'Avent. Il ne peut y en avoir plus de 28, ni moins de 23. Il n'y a dans le Breviaire des Offices que pour 24 Dimanches après la Pentecôte.

IX.

On pourra aussi trouver combien il y aura de Dimanches entre l'Epiphanie & la Septuagesime, en comptant combien de fois la lettre Dominicale se trouve entre le 14 Janvier, qui est l'Octave de l'Epiphanie, & la Septuagesime. Il ne peut y en avoir plus de six ; mais il peut y en avoir moins.

Il y a des Offices dans le Breviaire pour six Dimanches après l'Epiphanie.

X.

Enfin les *Quatre-Tems* se trouvent par le moyen de ce petit Vers,

Post Pent. Cru. Luc. Cin. sunt tempora quattuor anni.

dont le sens est tel. Les Quatre-Tems arrivent le Mercredi d'après la Pentecôte, le Mercredi d'après l'Exaltation de la Sainte Croix en Septembre, le Mercredi d'après la Fête de sainte Luce en Décembre, & le Mercredi d'après les Cendres.

REMARQUES.

Nous avons dit que le Breviaire ne contenoit des Offices que pour 24 Dimanches après la Pentecôte, & cependant on a vû qu'il pouvoit y avoir 28 Dimanches entre la Pentecôte & l'Avent. Il s'agit donc de trouver l'Office qu'on doit faire dans les Dimanches qui sont au-dessous ou au-dessus des 24 après la Pentecôte. C'est ce que nous allons enseigner dans les Remarques suivantes.

L'Eglise s'est fait une loi dans les Rubriques de faire toûjours tomber l'Office du vingt-quatriéme Dimanche sur le dernier d'après la Pentecôte, afin que l'année Ecclesiastique commençât & finît par un même Evangile. C'est pour cela que,

1°. Si le dernier Dimanche étoit le vingt-troisiéme après la Pentecôte, il faudroit, pour satisfaire à la Rubrique, anticiper l'Office du vingt-troisiéme Dimanche dès le Samedi précedent, ou quelqu'autre jour qui ne seroit point empêché dans la même semaine, ou du moins en faire mémoire, si tous les jours de la semaine étoient remplis de Fêtes, afin que l'Office du vingt-quatriéme Dimanche tombât sur le dernier d'après la Pentecôte.

2°. S'il y avoit plus de 24 Dimanches entre la Pentecôte & le premier Dimanche de l'Avent, il faudroit encore transporter l'Office du vingt-quatriéme au dernier Dimanche. Pour ce qui est des autres Dimanches qui sont entre le 23 & le dernier, comme ils n'ont point d'Office affecté dans le Breviaire, la Rubrique de l'Eglise demande qu'on fasse alors l'Office des Dimanches qui sont restez après l'Epiphanie, c'est-à-dire, que lorsqu'il n'y a pas six Dimanches entre l'Octave des Rois & la Septuagesime, ceux dont on n'a pas fait l'Office entre les Rois & la Septuagesime, sont remis pour en faire l'Office entre le 23 & le dernier Dimanche après la Pentecôte.

L'année 1727, par exemple, qui aura 27 Dimanches après la Pentecôte, n'en aura point entre l'Octave des Rois, qui est le 14 Janvier & la Septuagesime, qui arrive le 20 du même mois. Il y a donc 5 Offices de Dimanches, qu'on ne peut célébrer en leurs jours. Ainsi il faudroit les transporter entre le 23 & le dernier Dimanche après la Pentecôte, s'il y avoit place. Mais comme il n'y a que 3 Dimanches entre le 23 & le 27 d'après la Pentecôte, on n'y peut transporter que les 3 derniers Dimanches d'après les Rois. Les Offices des deux autres Dimanches se font l'un le Samedi de devant l'Octave des Rois, & l'autre dans la premiere Ferie d'après l'Octave.

PROBLEME XXII.

Trouver par quel jour de la semaine commence chaque mois d'une année proposée.

I.

Ce Problême se peut aisément résoudre par le moyen de la Table suivante, en cherchant à la tête la lettre Dominicale de l'année proposée, par exemple D, pour l'année 1693. Car au-dessous de cette lettre D, on trouve que Janvier

Table pour trouver le commencement de chaque mois

	A	B	C	D	E	F	G
Janvier	Dimanche	Samedi	Vendr.	Jeudi	Mercr.	Mardi	Lundi
Février	Mercredi	Mardi	Lundi	Dim.	Sam.	Vendr.	Jeudi
Mars	Mercredi	Mardi	Lundi	Dim.	Sam.	Vendr.	Jeudi
Avril	Samedi	Vendr.	Jeudi	Mercr.	Mardi	Lundi	Dim.
Mai	Lundi	Dim.	Sam.	Vendr.	Jeudi	Mercr.	Mardi
Juin	Jeudi	Mercr.	Mardi	Lundi	Dim.	Sam.	Vendr.
Juillet	Samedi	Vendr.	Jeudi	Mercr.	Mardi	Lundi	Dim.
Août	Mardi	Lundi	Dim.	Sam.	Vendr.	Jeudi	Mercr.
Septembre	Vendredi	Jeudi	Mercr.	Mardi	Lundi	Dim.	Sam.
Octobre	Dimanche	Sam.	Vendr.	Jeudi	Mercr.	Mardi	Lundi
Novembre	Mercredi	Mardi	Lundi	Dim.	Sam.	Vendr.	Jeudi
Decembre	Vendredi	Jeudi	Mercr.	Mardi	Lundi	Dim.	Sam.

commence par un Jeudi, Février par un Dimanche, Mars aussi par un Dimanche, Avril par un Mercredi, May par un Vendredi, Juin par un Lundi, Juillet par un Mercredi, Août par un Samedi, Septembre par un Mardi, Octobre par un

Jeudi, Novembre par un Dimanche, & Decembre par un Mardi.

Lorſque l'année eſt Biſſextile, on fait uſage de ces deux lettres Dominicales. On ſe ſert de la premiere pour les deux premiers mois, Janvier, Février; & de la ſeconde pour les dix autres mois.

II.

Mais quand on connoît * la lettre Dominicale d'une année propoſée, il eſt aiſé de trouver par quel jour de la ſemaine commence tel mois qu'on propoſera de cette année, ſans avoir la peine de recourir au Calendrier ou à la Table précedente. Ces deux vers François ſerviront de régle. Problême XIX.

1	2	3	4	5	6
Au	*Dieu*	*De*	*Gloire*	*Bien*	*Eſpere*
7	8	9	10	11	12
Grand	*Cœur*,	*Faveur*	*Aime*	*De*	*Faire.*

Les ſix mots du premier vers répondent aux ſix premiers mois de l'année, ſçavoir, Janvier, Février, Mars, Avril, May, Juin. Les ſix autres mois, ſçavoir, Juillet, Août, Septembre, Octobre, Novembre, Decembre, répondent aux ſix mots du ſecond vers. Chaque lettre capitale de ces 12 mots eſt celle du premier jour de chaque mois. Je veux dire que A capitale du premier mot, marque le premier jour de Janvier; D capitale du ſecond mot, marque le premier jour de Février; D capitale du troiſiéme mot, marque le premier jour de Mars, & ainſi des autres.

Si donc je ſçai qu'en une année propoſée, comme en 1723 la lettre Dominicale eſt C, & que je veuille ſçavoir par quel jour de la ſemaine le mois de Mars commencera ; je considere que le mois de Mars est le troisiéme mois de l'année, qui répond au mot *De*. D'où je conclus que le D, qui marque le premier de Mars, étant la seconde lettre après C, suivant l'ordre de l'Alphabet, le premier de Mars de l'année 1723 sera un Lundi.

De même si dans la même année je veux sçavoir par quel jour de la semaine commencera le mois de May, je considere que May étant le cinquiéme mois, répond au mot *Bien*, dont la premiere lettre B marque le premier jour de May ; & comme B précede la lettre C, Dominicale de 1723, je dis que le mois de May commencera par un Samedi en l'année 1723.

Observez que la lettre du premier jour de chaque mois se trouve aussi les 8, 15, 22 & 29 du même mois. Au lieu des vers François, on peut prendre pour régle les deux vers Latins qui suivent.

Astra Dabit Dominus, Gratisque Beabit Egenos,
Gratia Christicolæ, Feret Aurea Dona Fideli.

PROBLEME XXIII.

Trouver à quel jour du mois arrive un jour donné de la semaine en une année proposée.

CE Problême se peut aussi aisément résoudre par le moyen de la Table suivante, qui montre les jours du mois ausquels se rencontre chaque jour de la semaine, lorsque le commencement du mois arrive un certain jour de la semaine. Ce qu'on peut connoître par le Problême précedent ; après quoi on achevera le reste en cette sorte.

Table pour trouver à quel jour du mois arrive un jour proposé d'une Semaine.

DIMANCHE.

Dimanche	1	8	15	22	29
Lundi	2	9	16	23	30
Mardi	3	10	17	24	31
Mercredi	4	11	18	25	
Jeudi	5	12	19	26	
Vendredi	6	13	20	27	
Samedi	7	14	21	28	

MERCREDI.

Mercredi	1	8	15	22	29
Jeudi	2	9	16	23	30
Vendredi	3	10	17	24	31
Samedi	4	11	18	24	
Dim.	5	12	19	26	
Lundi	6	13	20	27	
Mardi	7	14	21	28	

LUNDI.

Lundi	1	8	15	22	29
Mardi	2	9	16	23	30
Mercredi	3	10	17	24	31
Jeudi	4	11	18	25	
Vendred	5	12	19	26	
Samedi	6	13	20	27	
Dim.	7	14	21	28	

JEUDI.

Jeudi	1	8	15	22	29
Vendredi	2	9	16	23	30
Samedi	3	10	17	24	31
Dim.	4	11	18	25	
Lundi	5	12	19	26	
Mardi	6	13	20	27	
Mercredi	7	14	21	28	

MARDI

Mardi	1	8	15	22	29
Mercredi	2	9	16	23	30
Jeudi	3	10	17	24	31
Vendredi	4	11	18	25	
Samedi	5	12	19	26	
Dim.	6	13	20	27	
Lundi	7	14	21	28	

VENDREDI

Vendredi	1	8	15	22	29
Samedi	2	9	16	23	30
Dim.	3	10	17	24	31
Lundi	4	11	18	25	
Mardi	5	12	19	26	
Mercredi	6	13	20	27	
Jeudi	7	14	21	28	

SAMEDI.					
Samedi	1	8	15	22	29
Dim.	2	9	16	23	30
Lundi	3	10	17	24	31
Mardi	4	11	18	25	
Mercredi	5	12	19	26	
Jeudi	6	13	20	27	
Vendredi	7	14	21	28	

Pour ſçavoir, par exemple, quels quantiémes du mois de May de l'année 1693 arriva le Lundi ; ayant trouvé par le Problême précedent, que le mois de May commença en cette année 1693 par un Vendredi, je cherche dans la Table précedente le Lundi à la colômne de la main gauche ſous le Vendredi qui eſt écrit en lettres capitales. Je trouve vis-à-vis à la droite ces quatre nombres 4, 11, 18, 25, qui ſignifient que le Lundi arriva en l'année 1693 le 4, 11, 18 & 25 jour du mois de May. On connoîtra de la même façon que le Dimanche arrive le 3, 10, 17, 24 & 31 jour du mois de May de la même année 1693. Ainſi des autres.

Pareillement pour ſavoir quels quantiémes du mois d'Avril de l'année 1692 arriva le Lundi, ſçachant par le Problême précedent que le mois d'Avril commença un Mardi en l'année 1692, je cherche dans la Table précedente ſous Mardi, qui eſt écrit en lettres capitales, le Lundi à la gauche. Je trouve vis-à-vis à la droite ces quatre nombres 7, 14, 21, 28, qui font connoître qu'en l'année

1692, le Lundi arriva le 7, 14, 21 & 28 jour du mois d'Avril. On connoîtra de la même façon, que le Jeudi arriva le 3, 10, 17 & 24, en laissant 31, parce que le mois d'Avril n'a que 30 jours.

REMARQUES.

I.

On peut aussi par le moyen de la Table précedente, & du Problême précedent, résoudre le Problême XX, c'est-à-dire, trouver à quelle Ferie, ou à quel jour de la semaine tombe un jour proposé de quelque mois que ce soit, & pour quelque année que ce soit depuis Jesus-Christ, comme vous allez voir.

Le Château de Namur se rendit au Roy le 30 Juin 1692, & l'on veut sçavoir à quel jour de la semaine cela arriva. Ayant connu par le Problême précedent que le mois de Juin commença par un Dimanche, je cherche le nombre 30 dans la Table précedente sous Dimanche en lettres capitales, & je trouve dans la premiere colomne vers la gauche, que le 30 de Juin répond à un Lundi, & qu'ainsi c'est un Lundi que le Château de Namur capitula.

II.

Puisque nous avons donné une Table pour trouver à quel jour du mois arrive un jour proposé de la semaine, ou réciproquement à quel jour de la semaine tombe un jour proposé du mois, & une autre Table pour connoître à quel jour de la semaine commence chaque mois d'une année proposée depuis Jesus-Christ; & que cela dépend de la lettre Dominicale, dont nous avons enseigné l'invention au Problême XIX, nous donnerons aussi une Table pour trouver autrement & plus facilement la même lettre Dominicale à perpetuité, selon le Calendrier nouveau.

Cette Table, que vous avez dans les deux pages suivantes, a été divisée pour une plus grande commodité en deux parties. La premiere sert à connoître la lettre Dominicale, selon le Calendrier Gregorien depuis la Naissance de Nôtre-Seigneur jusqu'à la fin de ce siecle 1600. L'autre partie sert à connoître la même lettre Dominicale pour les siecles qui suivent, 1700, 1800, 1900, & ainsi de suite jusqu'au siecle qui suit 2700. Il est facile de continuer cette Table à l'infini.

Cette séparation a été faite pour la distinction des dernieres années des siecles qui ne sont pas Bissextiles selon le Calendrier Gregorien, sçavoir, 1700, 1800, 1900, 2100, 2200, 2300, 2500, 2600, 2700, comme elles le devroient être, selon le Calendrier Julien. Ce qui fait qu'à ces années on n'a pas ajoûté en dessous une double lettre Dominicale, comme nous avons fait aux années 1600, 2000, 2400, qui sont Bissextiles, & pareillement aux années 1628, 1656, 1684, sçavoir, les deux lettres BA, parce que ces années sont aussi Bissextiles : & pareillement les deux lettres FG aux années Bissextiles 1732, 1760, 1788, &c.

Table des Lettres Dominicales pour chaque année, depuis la Naissance de Notre-Seigneur jusqu'à l'année 1700.

				0 700 1400	100 800 1500	200 900 1600	300 1000	400 1100	500 1200	600 1300
0	28	56	84	G F	A G	B A	C B	D C	E D	F E
1	29	57	85	E	F	G	A	B	C	D
2	30	58	86	D	E	F	G	A	B	C
3	31	59	87	C	D	E	F	G	A	B
4	32	60	88	B A	C B	D C	E D	F E	G F	A G
5	33	61	89	G	A	B	C	D	E	F
6	34	62	90	F	G	A	B	C	D	E
7	35	63	91	E	F	G	A	B	C	D
8	36	64	92	D C	E D	F E	G F	A G	B A	C B
9	37	65	93	B	C	D	E	F	G	A
10	38	66	94	A	B	C	D	E	F	G
11	39	67	95	G	A	B	C	D	E	F
12	40	68	96	F E	G F	A G	B A	C B	D C	E D
13	41	69	97	D	E	F	G	A	B	C
14	42	70	98	C	D	E	F	G	A	B
15	43	71	99	B	C	D	E	F	G	A
16	44	72		A G	B A	C B	D C	E D	F E	G F
17	45	73		F	G	A	B	C	D	E
18	46	74		E	F	G	A	B	C	D
19	47	75		D	E	F	G	A	B	C
20	48	76		C B	D C	E D	F E	G F	A G	B A
21	49	77		A	B	C	D	E	F	G
22	50	78		G	A	B	C	D	E	F
23	51	79		F	G	A	B	C	D	E
24	52	80		E D	F E	G F	A G	B A	C B	D C
25	53	81		C	D	E	F	G	A	B
26	54	82		B	C	D	E	F	G	A
27	55	83		A	B	C	D	E	F	G

Suite de la Table des Lettres Dominicales jusqu'à l'année 2800.

				1600 2000 2400	1700 2100 2500	1800 2200 2600	1900 2300 2700
0	28	56	84	B A	C	E	G
1	29	57	85	G	B	D	F
2	30	58	86	F	A	C	E
3	31	59	87	E	G	B	D
4	32	60	88	D C	F E	A G	C B
5	33	61	89	B	D	F	A
6	34	62	90	A	C	E	G
7	35	63	91	G	B	D	F
8	36	64	92	F E	A G	C B	E D
9	37	65	93	D	F	A	C
10	38	66	94	C	E	G	B
11	39	67	95	B	D	F	A
12	40	68	96	A G	C B	E D	G F
13	41	69	97	F	A	C	E
14	42	70	98	E	G	B	D
15	43	71	99	D	F	A	C
16	44	72		C B	E D	F G	B A
17	45	73		A	C	E	G
18	46	74		G	B	D	F
19	47	75		F	A	C	E
20	48	76		E D	G F	B A	D C
21	49	77		C	E	G	B
22	50	78		B	D	F	A
23	51	79		A	C	E	G
24	52	80		G F	B A	D C	F E
25	53	81		E	G	B	D
26	54	82		D	F	A	C
27	55	83		C	E	G	B

Pour

Pour connoître par le moyen de cette Table la lettre Dominicale d'une année proposée depuis Jesus-Christ, par exemple, de l'année 1693, cherchez dans la Table l'année 1600, & à côté vers la gauche le reste des années 93; vis-à-vis des deux vous trouverez D pour la lettte Dominicale de l'année 1693. Ainsi des autres.

PROBLEME XXIV.

Trouver le nombre de l'Indiction Romaine pour une année proposée.

LES Grecs comptoient autrefois leurs années par *Olympiades*, qui est une révolution de quatre années, au bout de laquelle ils célebroient des Jeux qu'ils appelloient *Olympiques*, parce qu'ils furent autrefois instituez par Hercule proche la Ville d'Olympe en Arcadie. Mais depuis que Rome eut soumis la Grece à sa domination, on ne compta plus par Olympiade, mais par *Indiction*, qui contient trois Lustres, ou quinze années.

Ainsi l'Indiction est un espace de quinze années, au bout duquel on commence de nouveau à compter par une circulation continuelle. Cette Période de quinze années a été appellée *Indiction*, parce que, selon quelques Auteurs, elle servoit aux Romains à indiquer l'année qu'il falloit payer la Taille ou le Tribut à la Republique; ce qui lui fit donner le nom d'*Indiction Romaine*; on l'appelle aussi *Indiction Pontificale* pour les raisons que nous allons dire.

La Cour de Rome compte encore par Indiction; elle s'en sert dans ses Bulles & dans toutes ses Expeditions. Cette Période a une origine fort auguste parmi les Chrêtiens, puisqu'elle a pour Epoque la paix & le triomphe de l'Eglise. L'Empereur Constantin s'étant rendu le Protecteur de la Religion Chrétienne, fit publier un Edit l'an 312 de l'Ere commune, par lequel il permettoit aux Chrétiens de faire profession ouverte de leur foi; il fit même arborer la Croix de Jesus-Christ, comme la défense du peuple Romain & de tout l'Empire. Ce Prince fit assembler à Nicée en Bithinie le premier Concile général l'an 325, où l'héresie d'Arius fut condamnée. Ce Concile dura 3 ans, & fut terminé en 328; de sorte que vers la fin de l'année 312 de Jesus-Christ, l'Eglise se vit à l'abri de la persecution, & 15 ans après, sçavoir, au commencement de l'année 328, elle se vit victorieuse de l'hérésie d'Arius, ennemie de la Divinité de Jesus-Christ.

Les Chrétiens regarderent cette durée de 15 années comme un tems précieux, & consacré en faveur de la Religion. Pour conserver à la posterité la memoire de ce tems favorable, où l'Eglise triompha de la persecution & de l'héresie; ils voulurent que dans la suite on mesurât le tems par des périodes de 15 années, que l'on a appellées Cycles d'Indiction. L'Eglise Romaine a mis l'Epoque de la premiere année des Cycles d'Indiction au commencement du mois de Janvier la 313e année de l'Ere commune, afin de commencer l'année d'Indiction avec l'année Solaire, quoique, selon l'Institution de Constantin, confirmée par ses Successeurs, l'Epoque de ce Cycle eût été fixée d'abord au mois de Septembre de l'année 312 de Jesus-Christ.

Ce fut l'Empereur Justinien qui rendit tout-à-fait public cet usage de compter par Indictions, lorsqu'il ordonna par un Edit qu'on inséreroit les années d'Indiction dans les Actes publics.

L'Indiction Pontificale ayant été fixée en l'année 313, il suit que l'an 312 avoit 15 d'Indiction, & divisant 312 par 15, il reste 12. Ce reste fait connoître que la douziéme année de Jesus-Christ avoit 15 d'Indiction. Par consequent ce Cycle commenceroit 3 ans avant la Naissance de Jesus-Christ, ou l'Ere commune.

C'est pourquoi pour trouver le nombre de l'Indiction Romaine ou Pontificale, qui répond à une année proposée, ajoûtez 3 à l'année proposée. Divisez la somme par 15; ce qui restera après la division, sans avoir égard au quotient, sera le nombre de l'Indiction cherchée.

Qu'il soit proposé, par exemple, de trouver le nombre de l'Indiction Romaine, qui répond à l'année 1693, ajoûtez 3 à 1693, & divisez la somme 1696 par 15. Le reste 1 est le nombre de l'Indiction de l'année 1693. De même pour trouver l'Indiction de l'année 1700, on ajoûtera 3 à 1700. On divisera la somme 1703 par 15. Le reste de la division donnera 8 pour le nombre de l'Indiction que l'on cherche. Ainsi des autres.

PROBLEME XXV.

Trouver le nombre de la Période Julienne pour une année proposée.

QUoique l'Indiction Romaine n'ait aucune connexion avec les mouvemens célestes, neanmoins on ne laisse pas de comparer cette révolution de 15 années avec la Période du Cycle Lunaire de 28 années, & la période du Nombre d'or de 19 années. En multipliant ensemble ces trois Cycles 15, 28, 19, pour avoir en leur produit solide cette fameuse Période de 7980 ans. On l'appelle *Période Julienne*, parce que c'est *Jules Sealiger* qui en a parlé le premier. Les Chronologistes modernes l'ont introduite, pour y rapporter toute la différence des tems qui sont marquez par quelque évenement dans les Histoires. Car ce nombre 7980 contient toutes les combinaisons des trois Cycles précedens; de sorte que les mêmes nombres de chaque Cycle, qui pris ensemble se rencontrent dans une même année, ne peuvent plus se rencontrer ensemble dans une autre année pendant l'espace de 7980 ans. Je m'explique par un exemple tiré de l'année 1693, où l'on eut 1 d'Indiction, 22 de Cycle Solaire, & 3 de Cycle Lunaire, & je dis que dans aucune autre année de la Période Julienne, l'on n'a point eu, & l'on n'aura pas 1 d'Indiction, 22 de Cycle Solaire & 3 de Cycle Lunaire.

Il sera facile de trouver le nombre de cette Période de 7980 ans pour une année proposée depuis Jesus-Christ, si l'on sçait une fois son commencement, c'est-à-dire, le tems qu'elle doit avoir commencé avant la premiere année de Jesus-Christ, & même avant la création du Monde. Car comme cette Période est grande, sa premiere année, ou le nombre de chacun des 3 Cycles dont elle est composée, auroit été 1, devance de plusieurs années, non seulement l'Epoque des Chrétiens, mais encore le terme que l'Ecriture Sainte attribue à la création du Monde. Voici donc la maniére de trouver le commencement de cette grande Période.

Premiere Méthode.

1°. Parce qu'en la premiere année de Jesus-Christ on eut 4 d'Indiction, 10 de Cycle Solaire, & 2 de Cycle Lunaire, ou de Nombre d'or, multipliez

6916	4845	4200
Indiction 4	*Cycle Sol.* 10	*Cycle Lun.* 2
27664	48450	8400
		48450
	4714	27664
	1692	
		84514(10
	6406	7980
		4714

le nombre 4 de l'Indiction par *6916*, le nombre 10 du Cycle Solaire par 4845, & le nombre 2 du Cycle Lunaire par 4200. Ajoûtez ensemble les trois produits 27664, 48450, 8400. Divisez leur somme 84514 par 7980, qui est la Période Julienne; & négligeant le quotient 10, le reste 4714 de la division, fait connoître que le commencement de la Période Julienne est de 4714 années avant la Naissance de Jesus-Christ.

Voyez la quatriéme remarque du Probl. suivant.

2°. Sçachant donc que le commencement de la Période Julienne est de 4714 ans avant la Naissance de notre Sauveur, si l'on veut sçavoir le nombre de cette Période pour une année proposée depuis Jesus-Christ, par exemple, pour l'année 1693, ajoûtez au nombre 4714 des années du commencement de la Période Julienne le nombre 1692 des années qui se sont écoulées depuis la Naissance de Notre-Seigneur jusqu'à l'année 1693, & la somme 6406 sera l'année Julienne qu'on cherche.

Seconde Méthode.

Ou bien vous servant de la méthode indiquée dans le premier article précedent, multipliez le nombre 1 de l'Indiction pour l'année 1693 par 6916, le nombre 22 du Cycle Solaire par 4845, & le nombre 3 du Cycle Lunaire par

6916	4845	4200
Indiction 1	*Cycle Sol.* 22	*Cycle Lun.* 3
6916	9690	12600
	9690	106590
		6916
	106590	
		126106(15
		7980
		46306
		7980
		6406

4200. Ajoûtez ensemble les trois produits 6916, 106590, 12600. Divisez leur somme 126106 par 7980, & sans vous mettre en peine du quotient 15, le reste de la division donnera 6406, comme auparavant, pour l'année Julienne qu'on cherche. Voyez le Problême suivant.

D'où l'on voit que la régle générale est de multiplier le nombre de l'Indiction de l'année proposée par 6916, le nombre du Cycle Solaire par 4845, & le nombre du Cycle Lunaire par 4200, d'ajoûter ensemble les 3 produits, & de diviser la somme par la Période Julienne. La division faite, on néglige le quotient, & le reste donne l'année qu'on cherche.

REMARQUES.

I.

Comme la Période Julienne n'a été inventée que pour arriver à l'origine des tems, & qu'elle n'a que deux Cycles naturels & astronomiques, sçavoir, le Cycle Solaire, & le Cycle Lunaire (le Cycle de l'Indiction étant arbitraire & politique) il semble qu'au lieu de ce troisiéme Cycle on devroit plûtôt prendre le nombre 30 du Cycle naturel des Epactes. La Période qui se formeroit par la multiplication continuelle de ces trois Cycles 28, 19, 30, sçavoir, 15960 seroit plus propre pour la Chronologie, non seulement parce qu'elle est composée de trois Cycles naturels, qu'il est bon de ne point séparer, mais encore parce qu'elle est plus étendue que la Période Julienne, qui n'en est que la moitié.

Cette Période de 15960 années, a été appellée par son Auteur Jean Louïs d'Amiens Capucin, *Période de Louïs le Grand*, parce qu'il l'a imaginée sous le Regne de Louïs le Grand. Nous ne parlerons pas davantage de cette Période ; car quoiqu'elle soit excellente, les Chronologistes ont pourtant donné la préférence à la Période Julienne, parce qu'elle a paru la premiere.

II.

La seconde méthode supposant que l'on connoisse le Cycle Solaire, le Cycle Lunaire, & l'Indiction de l'année proposée, il ne sera peut-être pas inutile de rechercher quelle eſt l'année de la Période Julienne, dont les Cycles ſont connus: de *trouver*, par exemple, *l'année de la Période Julienne, dont le Cycle Solaire eſt* 22, *le Cycle Lunaire eſt* 3, *& l'Indiction eſt* 1.

Cette queſtion étant aſſez difficile à réſoudre, on s'eſt déterminé à en donner la ſolution par Algébre; ce n'eſt qu'une application de ce qui a été dit dans les Problêmes d'Arithmétique, Tome I. page 194 & ſuivantes. Cette queſtion dépouillée de ce qu'elle a de Chronologique, ſe réduit à trouver un nombre tel qu'étant diviſé par 28, il reſte 22; étant diviſé par 19, il reſte 3; & étant diviſé par 15, il reſte 1. On ſuivra la méthode de M. *de Lagny* dans ſes nouveaux Elemens d'Arithmétique & d'Algébre, page 430. Conſultez encore ce qu'il en a inſeré dans les Memoires de l'Académie Royale des Sciences, de l'année 1720.

Soit nommé x l'année cherchée: x doit être un nombre tel qu'étant diviſé par 28, il reſte 22; étant diviſé par 19, il reſte 3; & étant diviſé par 15, il reſte 1. Voici les expreſſions où ſe réduiront ces trois rapports. 1°. $\frac{x-22}{28}=p$. 2°. $\frac{x-3}{19}=m$. 3°. $\frac{x-1}{15}=n$. Des deux premieres égalitez je tire cette quatriéme $x=28p+22=19m+3$. Donc $p=\frac{19m-19}{28}$. Cette équation trouvée, je fais ce raiſonnement, ſuivant M. *de Lagny*: puiſque $19m-19$ doit être exactement diviſible par 28, toutes les différences de $19m-19$ à 28 ou à $28m$, ſeront auſſi diviſibles par 28. J'ôte donc $19m-19$ de $28m$, autant de fois que je le puis, & j'ai pour premier reſte $9m+19$, qui doit être diviſible par 28. C'eſt pourquoi j'ôte $27m+57$ triple de ce premier reſte, de $28m$, &

il reste $m-57$ divisible par 28 : mais en suivant toûjours le même raisonnement, il faut ôter 28 de 57, autant de fois qu'on le peut, & l'ayant fait il restera $\frac{m-1}{28}$, où m se trouve seul sans coefficient, & c'est à quoi on doit faire attention dans cette méthode.

Pour trouver la valeur de m, je puis faire $\frac{m-1}{28}=0=1=2=3$, &c. & essayer laquelle de toutes ces valeurs conviendra dans la troisiéme expression $\frac{x-1}{15}=n$. Mais pour abreger je fais $\frac{m-1}{28}=f$; ce qui me donne $m=28f+1$. Je substitue cette valeur d'm dans la quatriéme égalité $x=19m+3$, & j'ai une cinquiéme expression $x=532f+22$. Je substitue cette derniere valeur d'x dans la troisiéme expression $\frac{x-1}{15}=n$, & l'on a $\frac{532f+21}{15}=n$; le numérateur $532f+21$ doit être exactement divisible par 15, pour avoir un nombre entier n. Ainsi en suivant toûjours le même raisonnement, il faut ôter 15 de $532f+21$, autant de fois que l'on pourra. Le premier reste sera $7f+6$, divisible par 15. J'ôte donc encore $14f+12$ de $15f$, & j'ai pour second reste $f-12$ divisible par 15; f étant ici seule, je fais d'abord $\frac{f-12}{15}=0$, d'où il vient $f=12$. Je substitue cette valeur d'f dans la cinquiéme expression $x=532f+22$, & l'on a 6406, qui est l'année de la Période Julienne cherchée.

III.

Si au lieu de faire $\frac{f-12}{15}=0$, on avoit fait $\frac{f-12}{15}=1$, on auroit eu $f=27$, qui auroit encore satisfait a la question. Mais alors le nombre trouvé seroit dans une autre Période Julienne. Il en seroit de même de toutes les valeurs qu'on peut trouver d'f, en supposant $\frac{f-12}{15}=0=1=2=3=4$, &c.

IV.

Lorsque l'année proposée est une des 28 premieres de la Période Julienne, il ne sera pas besoin de se jetter dans aucun calcul. Voici quelques remarques qui la feront reconnoître. 1°. Si le nombre donné des trois Cycles est le même pour chacun, l'année demandée est dans les 15 premieres années. 2°. Si le nombre du Cycle Solaire est le même que celui du Cycle Lunaire, celui de l'Indiction étant différent, l'année demandée se trouve entre la quinziéme & la vingtiéme. 3°. Si le Cycle Lunaire & l'Indiction sont différens, & que le Cycle Solaire soit entre 19 & 29, l'année demandée est au-dessus de la dix-neuviéme, & au-dessous de la vingt-neuviéme. Dans ces trois cas, on prendra toûjours le nombre donné du Cycle Solaire pour l'année cherchée.

V.

L'année 6406 de la Période Julienne ayant été trouvée, si on en ôte 4713, qui sont les années de la Période Julienne avant l'Ere commune, on aura 1693 pour l'année de l'Ere commune qu'on cherchoit.

PROBLEME XXVI.

Trouver le nombre de la Période Dioniſienne pour une année propoſée.

SI l'on multiplie ſeulement la Période 28 du Cycle Solaire par la Période 19 du Cycle Lunaire, il ſe formera une Période de 532 ans, qu'on appelle *Période Dioniſienne*, du nom de ſon inventeur. Elle ſert à connoître toutes les différences & tous les changemens, qui ſe peuvent rencontrer entre les Nouvelles-Lunes & les lettres Dominicales dans le cours de 532 ans, après leſquels les combinaiſons des uns & des autres retournent dans le même ordre, & continuent dans la même ſuite.

Pour trouver le nombre de cette Période de 532 ans, pour une année propoſée depuis Jeſus-Chriſt, par exemple, pour l'année 1693, qui eut 22 de Cy-

Cycle Sol.	22	*Cycle Lun.*	3	2682
	57		476	532 (5
	154		1428	22
	110		1254	
	1254		2682	

cle Solaire, & 3 de Cycle Lunaire, multipliez le nombre 22 du Cycle Solaire par 57, & le nombre 3 du Cycle Lunaire par 476. Ajoûtez enſemble les deux produits 1254, 1428. Diviſez leur ſomme 2682 par 532, c'eſt-à-dire, par la Période Dioniſienne, & ſans vous mettre en peine du quotient 5, arrêtez-vous au reste de la division, qui donnera 22 pour le nombre de la Période Dionisienne en l'année 1693.

REMARQUES.

I.

Le nombre 57, par lequel on a multiplié le nombre 22 du Cycle Solaire, est tel qu'étant divisé par la Période 28 du Cycle Solaire, il reste 1, & qu'étant divisé par la Période 19 du Cycle Lunaire, il ne reste rien. Réciproquement le nombre 476, par lequel on a multiplié le nombre 3 du Cycle Lunaire, est tel qu'étant divisé par la Période 19 du Cycle Lunaire, il reste 1, & qu'étant divisé par la Période 28 du Cycle Solaire, il ne reste rien. Ainsi le premier nombre 57 fait connoître l'année Dionisienne, à laquelle on a 0, ou 19 de Nombre d'or, & 1 de Cycle Solaire : & le second nombre 476 fait connoître l'année Dionisienne, à laquelle on a 0 ou 28 de Cycle Solaire, & 1 de Nombre d'or.

II.

Pour trouver le premier nombre 57, qui doit être multiple de 19, afin qu'étant divisé par 19, il ne reste rien, si l'on met, par exemple, le double de 19, sçavoir, 38 pour le nombre qu'on cherche, ce nombre 38 étant divisé par 28, il reste 10, au lieu de rester 1, comme porte la Question. Et comme ce reste 10 est moindre que le diviseur 28 de 18, il est évident que si l'on ajoûte 18 à 38, on aura 56, qui étant divisé par 28, ne laissera aucun reste. C'est pourquoi, si au lieu d'ajoûter 18 à 38, on ajoûte 19, on aura 57, qui sera le nombre qu'on cherche, parce qu'il ſe rencontre multiple de 19, ſçavoir, le triple.

Si de la Période Dioniſienne 532, on ôte ce premier nombre trouvé 57, & qu'au reſte 475, on ajoûte 1, on aura le ſecond nombre 476, que l'on peut auſſi trouver immédiatement par un raiſonnement ſemblable au précedent, excepté qu'il y a plus de tentatives à faire, comme vous allez voir.

III.

Pour trouver le ſecond nombre 476, qui doit être multiple de 28, afin qu'étant diviſé par 28, il ne reſte rien, ſi l'on met, par exemple, le double de 28, ſçavoir, 56 pour le nombre qu'on cherche, ce nombre 56 étant diviſé par 19, il reſte 18, au lieu qu'il devroit reſter 1, comme porte la Queſtion. Et comme ce reſte 18 eſt moindre que le diviſeur 19 de 1, il eſt évident que ſi l'on ajoûte 1 à 56, on aura 57, qui étant diviſé par 19, ne laiſſera aucun reſte. C'eſt pourquoi ſi au lieu d'ajoûter 1 à 56, on ajoûte 2, on aura 58, lequel étant diviſé par 19, il reſtera 1. Mais comme ce nombre 58 ne ſe rencontre pas multiple de 28, il n'eſt pas le nombre qu'on cherche. Ainſi l'on en cherchera un autre de la même façon, en multipliant 28 par 3, par 4, par 5, & ainſi de ſuite juſqu'à ce qu'on rencontre un multiple de 28, qui étant diviſé par 19, donne pour reſte 1. Ce qui arrivera ici en multipliant 28 par 17. Le produit 476 ſera le nombre qu'on cherche. Ce nombre étant ôté de la Période Dioniſienne 532, & le reſte 56 étant augmenté de l'unité, on aura 57 pour le premier nombre.

IV.

Pareillement le nombre *6916*, par lequel on a multiplié dans le Problême précedent le nombre de l'Indiction, eſt tel qu'étant diviſé par la Période 15 de l'Indiction, il reſte 1, & qu'étant diviſé par la Période 28 du Cycle Solaire, & par la Période 19 du Cycle Lunaire, ou, ce qui eſt la même choſe, par le produit 532 de ces deux Périodes, il ne reſte rien. Le nombre 4845, par lequel on a multiplié dans le Problême précedent le nombre du Cycle Solaire, eſt tel qu'étant diviſé par la Période 28 du Cycle Solaire, il reſte 1, & qu'étant diviſé par la Période 19 du Cycle Lunaire, & par la Période 15 de l'Indiction, ou, ce qui eſt la même choſe, par le produit 285 de ces deux Périodes, il ne reſte rien. Enfin le nombre 4200, par lequel on a multiplié dans le Problême précedent le nombre du Cycle Lunaire, eſt tel qu'étant diviſé par la Période 19 du Cycle Lunaire, il reſte 1, & qu'étant diviſé par la Période 15 de l'Indiction, & par la Période 28 du Cycle Solaire, ou, ce qui eſt la même choſe, par 420 produit de ces deux Périodes, il ne reſte rien.

Le premier nombre *6916* fait connoître l'année Julienne, qui a 1 d'Indiction, & 0 de Nombre d'or, & de Cycle Solaire, ou 0 de Période Dioniſienne. Le ſecond nombre 4845 fait connoître l'année Julienne, qui a 1 de Cycle Solaire, & 0 de Nombre d'or, & d'Indiction. Le troiſiéme nombre 4200 fait connoître l'année Julienne, qui a 1 de Nombre d'or, & 0 de Cycle Solaire, & d'Indiction. Ces trois nombres ont été trouvez comme les deux précedens.

PROBLEME XXVII.

Connoître les Mois de l'année qui ont 31 jours, & ceux qui n'en ont que 30.

ELevez le pouce A, le doigt du milieu C, & l'auriculaire E, ou petit doigt de la main gauche. Abbaissez les deux autres, sçavoir, l'index B, qui suit le pouce, & l'annulaire D, qui est entre le doigt du milieu, & l'auriculaire. Après cela commencez à compter Mars sur le pouce A, Avril sur l'Index B, May sur le doigt du milieu C, Juin sur l'annulaire D, Juillet sur l'auriculaire E. Continuez à compter Aoust sur le pouce, Septembre sur l'Index, Octobre sur le doigt du milieu, Novembre sur l'annulaire, Decembre sur l'auriculaire. Enfin en recommençant continuez à compter Janvier sur le pouce, & Février sur l'index. Alors tous les mois qui tomberont sur les doigts élevez A, C, E, auront 31 jours, & ceux qui tomberont sur les doigts abaissez B, D, n'en auront que 30, excepté le mois de Février, qui a 28 jours dans les années communes, & 29 dans les Bissextiles.

Planche 45. Fig. 125.

PROBLEME XXVIII.

Trouver le jour de chaque mois, auquel le Soleil entre dans un Signe du Zodiaque.

LE Soleil entre dans chaque Signe du Zodiaque vers le 20 de chaque mois de l'année, sçavoir, au premier degré de ♈ vers le 20 Mars, au premier degré ♉ vers le 20 Avril, & ainsi de suite. Pour sçavoir ce jour un peu plus exactement, servez-vous de ces deux vers artificiels ;

Inclita Laus Justis Impenditur, Hæresis Horret,
Grandia Gesta Gerens Felici Gaudet Honore.

dont voici l'usage.

Distribuez les douze mots de ces deux Vers aux douze mois de l'année, en commençant par Mars, que vous attribuerez à *Inclita*, & en finissant par Février, qui répondra à *Honore.* Considerez quel est le nombre de la premiere lettre de chaque mot dans l'Alphabet ; car si de 30 vous ôtez ce nombre, le reste donnera le jour du mois qu'on cherche.

Par exemple, *Inclita* répond au mois de Mars, & au Signe du Belier : Sa premiere lettre I est la 9e. lettre de l'Alphabet ; si l'on ôte 9 de 30, le reste 21 fait connoître que le 21 de Mars le Soleil entre dans Aries. Pareillement *Gaudet* répond au mois de Janvier & au Signe du Verseau : Sa premiere lettre G est la 7. dans l'ordre Alphabétique ; en ôtant 7 de 30, le reste 23 fait connoître que le 23 Janvier le Soleil entre au Verseau. Il en est ainsi des autres.

PROBLEME XXIX.

Trouver le degré du Signe, où le Soleil se rencontre en un jour proposé de l'année.

I.

POur sçavoir le lieu du Soleil dans le Zodiaque, c'est-à-dire, en quel degré d'un Signe le Soleil est à chaque jour de quelque mois que ce soit,

ſoit, par exemple, aujourd'hui 18 May, auquel répond dans les deux Vers du Problême précedent, ce mot *Juſtis*, dont la premiere lettre I eſt la 9. de l'Alphabet, ajoûtez ce nombre 9 au nombre 18 du jour propoſé. La ſomme 27 fera connoître que le 18 de May le Soleil eſt dans le 27ᵉ. degré du Taureau, qui répond au mot précedent *Laus*, le premier *Inclita* répondant au Belier, comme nous avons dit au Problême précedent.

II.

Cela ſe pratique ainſi, lorſque la ſomme eſt moindre que 30, comme ici; car quand elle ſera plus grande que 30, on prendra le Signe qui répond au mot Latin du mois propoſé, & l'on ôtera 30 de cette ſomme pour avoir au reſte le degré de ce Signe.

Comme pour ſçavoir le degré du Signe courant du Soleil, le 25 du mois d'Aouſt, auquel répond dans le premier des deux Vers précedens, le mot Latin *Horret*, qui appartient au Signe de la Vierge, & dont la premiere lettre H eſt la 8ᵉ. de l'Alphabet; ajoûtez 8 à 25, & ôtez 30 de la ſomme 33. Le reſte 3 fait connoître que le Soleil eſt au 3. degré de la Vierge le 25 du mois d'Aouſt.

REMARQUES.

Dans ce Problême, & dans le précedent, nous avons ſuppoſé que l'on ſçait l'ordre des douze Signes du Zodiaque, & les mois qui leur répondent; ce que peu de perſonnes ignorent : neanmoins nous avons ici ajoûté ces deux Vers Latins en faveur de ceux qui ne le ſçavent pas.

Sunt Aries, Taurus, Gémini, Cancer, Leo, Virgo,
Libraque, Scorpius, Arcitenens, Caper, Amphora, Pisces.

Le premier Signe *Aries*, répond au mois de Mars, le second *Taurus*, au mois d'Avril, & ainsi de suite, jusqu'au dernier *Pisces*, qui répond au mois de Février.

Voici les caracteres ou figures dont les Astronomes & les Astrologues se servent pour exprimer les douze Signes.

♈ marque le Belier.
♉ marque le Taureau.
♊ marque les Gemeaux.
♋ marque l'Ecrevisse, ou le Cancer.
♌ marque le Lion.
♍ marque la Vierge.
♎ marque la Balance.
♏ marque le Scorpion.
♐ marque le Sagittaire.
♑ marque le Capricorne.
♒ marque le Verseur d'eau.
♓ marque les Poissons.

PROBLEME XXX.

Trouver le lieu de la Lune dans le Zodiaque en un jour proposé de l'année.

On trouvera premierement le lieu du Soleil dans le Zodiaque, comme il a été enseigné au Problême précedent, & ensuite la distance de la Lune au Soleil, ou l'arc de l'Ecliptique, compris entre le Soleil & la Lune, comme nous allons enſeigner.

Ayant trouvé par le Problême XV l'âge de la Lune, & l'ayant multiplié par 12, diviſez le produit par 30. Le quotient donnera le nombre des Signes, & le reſte de la diviſion donnera le nombre des degrez de la diſtance de la Lune au Soleil. C'eſt pourquoi ſi, ſelon l'ordre des Signes, on compte cette diſtance dans le Zodiaque, en commençant depuis le lieu du Soleil, on aura le lieu de la Lune qu'on cherche.

Comme ſi l'on veut ſçavoir le lieu où étoit la Lune le 8 May 1693, le Soleil étant au 27e. degré du Taureau, & l'âge de la Lune étant 14, multipliez 14 par 12, & diviſez le produit 168 par 30. Le quotient 5, & le reſte 18 de la diviſion, font connoître que la Lune eſt éloignée du Soleil de 5 Signes & de 18 degrez. Si donc on compte 5 Signes & 18 degrez dans le Zodiaque depuis le 27e. degré du Taureau, qui eſt le lieu du Soleil, on tombera ſur le 15e. degré du Scorpion, qui eſt le lieu de la Lune.

PROBLEME XXXI.

Trouver à quel mois de l'année appartient une Lunaiſon.

DAns l'uſage du Calendrier Romain, chaque Lunaiſon eſt eſtimée appartenir au mois où elle ſe termine, ſuivant cette ancienne maxime des Computiſtes,

In quo completur menſi Lunatio detur.

C'eſt pourquoi pour ſçavoir ſi une Lunaiſon appartient à un mois proposé de quelque année que ce soit, par exemple, au mois de May 1693 ayant trouvé par le Problême XV que l'âge de la Lune au dernier jour de May est 27. Cet âge 27 fait connoître que la Lune finit au mois suivant, c'est-à-dire, au mois de Juin, & que par consequent elle appartient à ce mois. Il fait aussi connoître que la Lunaison précédente a fini au mois de May, & que par consequent elle appartient à ce mois. Il en est ainsi des autres.

PROBLEME XXXII.

Connoître les années Lunaires qui sont communes, & celles qui sont Embolismiques.

CE Problême est aisé à résoudre par le moyen du précedent, par lequel on connoît facilement qu'un même mois Solaire peut avoir deux Lunaisons. Car il se peut faire que deux Lunes finissent en un même mois, qui aura 30, ou 31 jours, comme Novembre, qui a 30 jours, où une Lune peut finir le premier de ce mois, & la suivante le dernier, ou le 30 du même mois. Alors cette année aura treize Lunes, & sera par consequent Embolismique. En voici un exemple.

En l'année 1712 la premiere Lune de Janvier étant finie au huitiéme de ce mois, la deuxiéme de Février au sixiéme, la troisiéme de Mars au huitiéme, la quatriéme d'Avril au sixiéme, la cinquiéme de May aussi au sixiéme, la sixiéme de Juin au quatriéme, la septiéme de Juillet aussi au quatriéme, la huitiéme d'Aoust au deuxiéme, la neuviéme de Septembre au premier, la dixiéme d'Octobre aussi au premier, l'onziéme aussi d'Octobre au trentiéme du même mois, la douziéme de Novembre au vingt-neuviéme, & la treiziéme de Decembre au vingt-huitiéme ; on connoît que cette année ayant treize Lunes fut Emboliſmique.

On connoît que toutes les années civiles Lunaires du Calendrier nouveau, qui ont leur commencement au premier de Janvier, ſont Emboliſmiques, quand elles ont pour Epacte *, 29, 28, 27, 26, 25, 24, 23, 22, 21, 19, & auſſi 18, quand le Nombre d'or eſt 19.

Ainſi l'on connoît qu'en l'année 1693, dont l'Epacte étoit 23, l'année Lunaire civile fut Emboliſmique, c'eſt-à-dire, qu'elle eut treize Lunes ; ce qui arriva à cauſe que le mois d'Aouſt eut deux Lunaiſons, une Lune étant finie le premier de ce mois, & la ſuivante étant finie le trentiéme du même mois.

PROBLEME XXXIII.

Trouver combien de tems la Lune doit éclairer pendant une nuit propoſée.

AYant trouvé par le Problême XV l'âge de la Lune, & l'ayant augmenté d'une unité, multipliez la ſomme par 4, ſi cette ſomme ne paſſe pas 15 ; car ſi elle paſſe 15, il la faut ôter de 30, & multiplier le reſte par 4. Après quoi diviſez le produit par 5. Le quotient donnera autant de douziémes parties de la nuit, pendant leſquelles la Lune luit. Ces douziémes parties ſont appellées *Heures inégales*. Il faut les compter après le coucher du Soleil, lorſque la Lune croît, & avant le lever du Soleil, lorſque la Lune décroît.

Si l'on veut ſçavoir le tems que la Lune éclaira pendant la nuit du 21 May 1693, où l'âge de la Lune étoit 17; ajoûtez 1 à 17, & ôtez la somme 18 de 30, il restera 12, lequel étant multiplié par 4, & le produit 48 étant divisé par 5, le quotient donnera 9 heures inégales & $\frac{3}{5}$, pour le tems pendant lequel la Lune éclaira la nuit avant le lever du Soleil.

Si je veux sçavoir combien de tems la Lune éclairera pendant la nuit du 14 au 15 de Février de l'année 1730. Je trouve d'abord que l'âge de la Lune du 14 Février est 26, auquel ayant ajoûté 1, la somme sera 27. Je retranche cette somme 27 de 30; il reste 3, que je multiplie par 4. Je divise le produit 12 par 5, le quotient est $2\frac{2}{5}$, qui sont des heures inégales, c'est-à-dire, huit douziémes parties de l'arc nocturne, qu'on réduira en heures égales & astronomiques, par la remarque suivante.

REMARQUE.

Il est aisé de réduire les Heures inégales en Heures égales, ou astronomiques, qui sont la 24^{e}. partie d'un jour naturel, comprenant le jour & la nuit, lorsque l'on sçait la longueur de la nuit au jour proposé. Comme dans ce premier exemple, sçachant qu'à Paris la nuit du 21 May est de 8 heures & 34 minutes, en divisant ces 8 heures & 34 minutes par 12, on aura 42 minutes & 50 secondes pour la valeur d'une Heure inégale, laquelle étant multipliée par $9\frac{3}{5}$, qui est le nombre des Heures inégales, pendant lesquelles la Lune éclaire depuis son lever jusqu'au lever du Soleil, on aura 6 Heures égales, & environ 51 minutes pour le tems compris entre le lever de la Lune & le lever du Soleil.

COROLLAIRE.

Par-là on peut *trouver l'heure du lever de la Lune*, lorsqu'on sçait l'heure du lever du Soleil ; car si à l'heure du lever du Soleil, qui est 4 heures & 17 minutes, on ajoûte 12 heures, & que de la somme 16 heures & 17 minutes, on ôte 6 heures & 51 minutes, qui est le tems compris entre le lever de la Lune & le lever du Soleil, on aura au reste 9 heures & 26 minutes pour l'heure du lever de la Lune.

PROBLEME XXXIV.

Trouver la hauteur du Soleil, & tracer la Ligne Méridienne.

LOrsque dans le Problême III nous avons enseigné la maniére de trouver la latitude d'un lieu proposé de la Terre, nous avons supposé que l'on sçavoit connoître la hauteur du Soleil, & la Ligne Méridienne, puisque nous nous sommes servi de la Hauteur Méridienne. Ainsi on trouvera bon que nous ajoûtions ici en peu de mots le moyen de connoître la hauteur du Soleil en tout tems, & la maniere de tracer la Ligne Méridienne.

I.

Premierement, pour trouver la hauteur du Soleil à quelque heure du jour, élevez à angles droits sur un plan horisontal, le stile AB d'une longueur prise à volonté. Marquez un point, comme C, à l'extrêmité de l'ombre du stile AB, dans le tems Planche 45. Fig. 126.

Planche 45. Fig. 126

que vous voudrez connoître l'élevation du Soleil ſur l'horiſon. Après cela tirez par le pied du ſtile A, & par le point d'ombre C, la ligne AC, qui repréſentera le vertical du Soleil. Tirez à AC par le même pied du ſtile A, la perpendiculaire AD égale au ſtile AB. Enfin menez par le point D, & par le point d'ombre C, la droite CD, qui repréſentera le rayon du Soleil, tiré de ſon centre par l'extrêmité B du ſtile AB, & qui fera au point C, avec le vertical du Soleil AC, l'angle ACD. Cet angle ACD étant meſuré avec un Tranſporteur, ou autrement, donnera les degrez de la hauteur du Soleil qu'on cherche.

II.

Secondement, pour trouver la Ligne Méridienne, marquez ſur quelque plan horiſontal, environ deux ou trois heures avant midi, le point d'ombre C, comme il vient d'être dit. Décrivez du pied du ſtile A, qui repréſente le zenit, par ce point d'ombre C, la circonférence de cercle CFE, qui repréſentera l'Almicantarath du Soleil. Après cela marquez après midi un ſecond point d'ombre, comme E, lorſque l'extrêmité de l'ombre du ſtile AB ſera retournée ſur la circonférence CFE. Ayant diviſé l'arc CE en deux également au point F, tirez par ce point de milieu F, & par le pied du ſtile A, la droite AF, qui ſera la Ligne Méridienne qu'on cherche. Voyez ce qu'on a dit au Problême I de la Gnomonique, Tom. II. p. 1. & au Problême VII de la Coſmographie, Tom. II. p. 159. touchant la Ligne Méridienne de la France, qui paſſe par l'Obſervatoire de Paris.

PROBLEME XXXV.

Connoître facilement les Calendes, les Nones & les Ides de chaque mois de l'année.

I.

LEs Calendes, les Nones & les Ides, qui étoient autrefois en usage parmi les Romains, se peuvent connoître facilement par le moyen de ces trois Vers Latins,

Principium mensis cujusque vocato Kalendas,
Sex Maius Nonas, *October, Julius, & Mars,*
Quatuor at reliqui : dabit Idus *quilibet Octo.*

dont le premier montre que les *Calendes* sont le premier jour de chaque mois, ce premier jour étant chez les Romains le premier jour de l'apparition de la Lune sur le soir, auquel ils avoient coûtume d'appeller à la Ville le peuple de la campagne, pour apprendre ce qu'il avoit à faire pendant le reste du mois.

Le second Vers fait connoître que les *Nones* sont les septiémes jours des quatre mois Mars, May, Juillet & Octobre, & les cinquiémes jours des autres mois : & l'on connoît par le troisiéme Vers, que les *Ides* sont huit jours après les Nones, sçavoir, les quinziémes jours de Mars, May, Juillet, & Octobre, & les treiziémes jours des autres mois.

I I.

On peut encore prendre pour régle ces Vers François,

A Mars, Juillet, Octobre & May
Six Nones *les gens ont donné ;*
Aux autres mois quatre gardé,
Huit Ides *à tous accordées.*

Ces quatre Vers ont le même ſens & la même explication que les deux derniers vers Latins.

REMARQUE.

Les Romains comptoient les autres jours à rebours, allant toûjours en diminuant, & ils donnoient le nom de Nones d'un mois aux jours qui ſont entre les Calendes & les Nones de ce mois, le nom des Ides d'un mois aux jours qui ſont entre les Nones & les Ides de ce mois, & le nom des Calendes d'un mois aux jours qui reſtent depuis les Ides juſqu'à la fin du mois précedent.

Ainſi dans les quatre mois, par exemple, Mars, May, Juillet, & Octobre, où les Nones ont ſix jours, le deuxiéme jour du mois s'appelle VI°. *Nonas*, c'eſt-à-dire, le ſixiéme jour avant les Nones, la prépoſition *antè* étant ſous-entendue. De même le troiſiéme jour ſe nomme V°. *Nonas*, pour dire le cinquiéme jour des Nones, ou avant les Nones, & ainſi des autres. Mais au lieu d'appeller le ſixiéme jour du mois II°. *Nonas*, on dit, *Pridie Nonas*, c'eſt-à-dire, la veille des Nones. On dit auſſi *poſtridie Calendas*, le jour d'après les Calendes; *poſtridie Nonas*, le jour d'après les Nones; *poſtridie Idus*, le jour d'après les Ides.

PROBLEME XXXVI.

Connoître quel quantième des Calendes, des Nones, & des Ides répond à un certain quantiéme d'un mois donné.

IL faut faire attention à la remarque qu'on vient de faire, qui eſt que tous les jours qui ſont entre les Calendes & les Nones, appartiennent aux Nones, les jours qui ſont entre les Nones & les Ides, portent le nom des Ides, & que ceux qui ſont entre les Ides & les Calendes du mois ſuivant, portent le nom des Calendes de ce même mois. Cela ſuppoſé,

1°. Si le quantiéme du mois appartient aux Calendes, ajoûtez 2 au nombre des jours du mois, & de la ſomme retranchez le nombre donné. Le reſte ſera le quantiéme des Calendes.

Si vous voulez ſçavoir, par exemple, à quel quantiéme des Calendes le 25e. May répond : ce jour appartient aux Calendes, puiſqu'il eſt entre les Ides de May & les Calendes de Juin. Le mois de May a 31 jours, auquel nombre ajoûtez 2. De la ſomme 33 retranchez 25, il reſtera 8, qui marque que le 25 de May répond au 8e. des Calendes de Juin ; c'eſt-à-dire, que le 25 May étoit appellé chez les Romains VIII°. *Calendas Junii.*

2°. Si le quantiéme du mois appartenoit aux Ides ou aux Nones, ajoûtez 1 au nombre des jours écoulez depuis le premier du mois juſqu'aux Ides, ou aux Nones incluſivement. De cette ſomme retranchez le nombre donné, qui eſt le quantiéme du mois. Le reſte ſera préciſément le quantiéme des Nones & des Ides.

Je ſuppoſe, par exemple, que le quantiéme du mois ſoit le 9 May; ce jour appartient aux Ides, parce qu'il ſe trouve entre le ſeptiéme jour des Nones & le quinziéme, jour des Ides. Si on ajoûte 1 à 15, & que de la ſomme 16 on retranche 9, le reſte 7 marque que le 9e. de May répond au 7e. des Ides de ce mois; c'eſt-à-dire, que le 9e. du mois de May étoit appellé chez les Latins VIIo. *Idus Maii.*

De même ſi le quantiéme du mois étoit le cinquiéme May, ce jour appartient aux Nones, parce qu'il eſt entre le 1 & le 7. Ajoûtant donc 1 à 7, & de la ſomme 8 ôtant 5, qui eſt le quantiéme du mois, le reſte 3 montre que le cinquiéme May répond au 3e. des Nones, c'eſt-à-dire, que ce jour-là étoit appellé chez les Romains IIIo. *Nonas Maii.*

PROBLEME XXXVII.

Le quantiéme des Calendes, des Ides, ou des Nones, étant donné, trouver quel quantiéme du mois doit y répondre.

ON ſatisfera à cette queſtion par une méthode toute ſemblable à celle qu'on vient de donner dans le Problême précedent. Il y a neanmoins cette différence, qu'au lieu de ſouſtraire le quantiéme du mois pour avoir le quantiéme des Calendes, &c. on ſouſtrait le quantiéme des Calendes, pour avoir celui du mois.

Je cherche, par exemple, à quel quantiéme du mois doit répondre VIo. *Calendas Junii*, le 6 des Calendes de Juin. Puiſque les Calendes ſe comptent en rétrogradant depuis le 1 Juin vers les Ides de May, il eſt clair que le 6e. des Calendes de Juin répond à un des jours du mois de May. Et comme ce mois a 31 jours, j'ajoûte 2 à 31. De la somme 33 je retranche 6, qui est le quantiéme des Calendes. Il reste 27, qui marque que le 6 des Calendes de Juin répond au 27 May.

On fera la même chose à l'égard des Nones & des Ides.

REMARQUE.

Il sera facile de satisfaire aux deux questions précedentes, si on a un Calendrier où les jours des Calendes, des Nones & des Ides soient marquez vis-à-vis les quantiémes des mois, comme on le voit dans le Calendrier Ecclesiastique.

PROBLEME XXXVIII.

Trouver la situation d'un Port.

POur bien entendre ce que c'est que la situation d'un Port, il faut remarquer, 1°. Que la pleine Mer n'arrive pas sur toutes les côtes en même tems; mais chaque lieu a un tems particulier pour ses marées.

2°. Que le tems des marées n'est pas attaché aux heures du Soleil, mais à celles de la Lune. De sorte que les heures de la Lune retardant tous les jours de 48′ ou $\frac{4}{5}$ d'heure, les marées retardent pareillement de $\frac{4}{5}$ d'heure.

3°. Les marées ne sont rien autre chose que le flux & le reflux de la mer, dont les eaux s'élevent & s'abaissent deux fois chaque jour Lunaire. Elles montent pendant six heures, & descendent pendant le même espace de tems. Le mouvement des eaux s'appelle en montant *Flux de Mer*, ou Flot, & en descendant, *Reflux de la Mer*, *Ebe*, ou *Jusan*. On dit qu'il est *pleine Mer*, lorsque la Mer étant montée à son plus haut point, est prête à se retirer, & *basse Mer*, après qu'elle est retirée.

4°. La situation d'un Port est proprement l heure de la Lune à laquelle la pleine Mer arrive dans ce Port. Les Pilotes marquent les heures de la Lune par les aires de vent, dont chacun vaut $\frac{3}{4}$ d'heure.

Pour trouver la situation d'un Port, il suffit d'observer une fois à quelle heure de la Lune la pleine Mer arrive dans le Port.

Lors, par exemple, que la pleine Mer arrive dans un Port, je trouve que l'ombre de la Lune montre 3 heures sur un Cadran qui marque les heures par un axe, comme sont les horisontaux. D'où je conclus que la situation de ce Port est 3 heures, que les Pilotes marqueroient par NE & SO; c'est-à-dire, Nord-Est & Sud-Ouest, parce que chaque aire de vent vaut $\frac{3}{4}$ d'heure, & que NE & SO, sont éloignez de 4 points du Méridien, qui valent 4 fois $\frac{3}{4}$ d'heure, ou 3 heures.

PROBLEME XXXIX.

Ayant la situation d'un Port & l'âge de la Lune, trouver l'heure de la pleine Mer.

L'Heure de la Nouvelle-Lune ne se peut connoître que par les rayons du Soleil, puisque lui étant conjointe, si elle envoyoit quelques rayons, ils se confondroient avec ceux du Soleil.

Mais lorſque la Lune eſt pleine, & qu'elle eſt ſur notre horiſon, elle ſe trouve dans le point de l'Ecliptique, où le Soleil ſe trouvoit 12 heures auparavant. Ainſi la Nouvelle & la Pleine-Lune ramenent les marées aux heures du Soleil; c'eſt-à-dire, que la pleine Mer arrivera le jour de la Nouvelle ou de la Pleine-Lune à l'heure qui aura été obſervée pour connoître la ſituation du Port.

Il ne s'agit donc que de connoître l'heure de la pleine Mer dans les autres jours de la Lune. Mais ces jours peuvent être conſiderez ou devant la Pleine-Lune, ou après.

Si l'âge de la Lune eſt au-deſſous de 15, multipliez cet âge par $\frac{4}{5}$, & vous aurez les heures du retardement. Ayant gardé le quotient, multipliez ce qui reſtera par 12, pour avoir les minutes. Ajoûtez le tout à la ſituation du Port, & vous aurez l'heure de la pleine Mer.

Si l'âge de la Lune eſt au-deſſus de 15, ôtez 15 de cet âge, & operez ſur le reſte de la même maniere qu'on vient d'enſeigner.

La ſituation du Port étant 3 heures, & l'âge de la Lune ayant été trouvé 18, ôtez 15 de 18: multipliez le reſte 3 par $\frac{4}{5}$, il viendra au quotient 2 heures, & il reſtera 2, que vous multiplierez par 12. Le produit donnera 24 minutes. Ajoûtant 2 heures 24 minutes à 3 heures, qui ſont la ſituation du Port, vous trouverez 5 heures 24 minutes pour la pleine-Mer de ce jour-là. Problême XV.

PROBLEME XL.

Repréſenter le Globe Terreſtre en plan.

LA Carte qui repréſente toute la ſurface du Globe Terreſtre ſur une ſurface plate, ſe nomme *Planiſphere*, *Mappemonde*, & *Carte générale du Globe Terreſtre.*

On repréſente ordinairement cette Carte en deux Hémiſpheres, parce que le Globe artificiel du Globe Terreſtre, ne pouvant être vû d'un ſeul aſpect, on eſt contraint de le repréſenter en plan en deux moitiez, dont chacune eſt appellée Hémiſphere. Il y a trois maniéres de le décrire ainſi.

La premiere eſt de le repréſenter diviſé par l'Equateur en Hémiſphere Septentrional, & en Hémiſphere Méridional.

La ſeconde eſt de le faire voir diviſé par l'Horiſon, en Hémiſphere ſupérieur, & en Hémiſphere inférieur, par rapport à chaque poſition.

La troiſiéme eſt de le décrire diviſé par le premier & le 180. Méridien, en Hémiſphere Oriental & en Hémiſphere Occidental.

On peut ſe ſervir de deux méthodes pour repréſenter ces ſortes d'Hemiſpheres.

La premiere ſuppoſe le Globe vû par le dehors & en convexe, & tel qu'il paroît à le voir d'une diſtance infinie.

La ſeconde conſidere le Globe vû en creux par le concave, & ſuppoſe que l'œil de celui qui décrit la Carte, eſt à la convexité & ſurface du Globe, d'où il regarde tous les lieux terreſtres par leur baſe.

I.

I.

Lorſqu'on repréſente le Globe vû en convexe, diviſé par l'Equateur, en Hémiſphere Septentrional & Méridional ; on ſuppoſe dans la deſcription du Septentrional, Arctique, ou Boreal, l'œil vis-à-vis du Zenith, ou du Pole Arctique, à diſtance infinie du plan de projection. Tous les Méridiens deviennent alors des lignes droites qui s'entrecoupent au Pole Arctique, & les Paralleles deviennent des cercles également diſtans entr'eux, mais beaucoup plus ſerrez vers l'Horiſon que vers le Pole Arctique. De même lorſque l'on décrit le Méridional, ou plûtôt l'Antarctique & Auſtral, on ſuppoſe l'œil vis-à-vis du Pole Antarctique. Tous les Méridiens & les Paralleles ſont comme dans l'Hémiſphere Septentrional.

Au contraire, lorſqu'on le repréſente en creux, on ſuppoſe que l'œil de celui qui décrit l'Hémiſphere Septentrional, eſt au Pole Méridional ou Auſtral, à la convexité & ſurface du Globe Terreſtre, d'où il regarde tous les lieux terreſtres par leur baſe à travers l'Equateur, qui ſert de plan. Tous les Méridiens y ſont repréſentez de même que dans la précedente, par des lignes droites, & les Paralleles par des cercles également diſtans entr'eux, mais dont les eſpaces ſont plus petits vers le Pole Septentrional ou Boreal, que vers l'Equateur, parce qu'ils ſont plus éloignez de celui qui regarde ou décrit la figure, & pour lors toutes les parties qui ont paru à droite dans la précédente Carte, paroîtront à gauche.

Pour y remedier, & rendre cet Hemiſphere ſemblable à ce qui ſe voit par la forme convexe, il faut tourner la figure, ce qu'une contr'épreuve fait aisément, offrant à la vûe les parties telles qu'elles se voyent dans le convexe, & pour lors celui qui regarde la Carte, se doit mettre vis-à-vis du Pole opposé, & à une distance égale au demi-diamétre de la figure.

Cette maniére de représenter le Globe Terrestre, n'a d'autre défaut que de couper les parties des Continens, & peut passer pour une des meilleures.

II.

Lorsque par la premiere méthode on représente le Globe en convexe, divisé par l'Horison en Hémisphere supérieur, & en Hémisphere inférieur, par rapport à quelque position, comme à Paris, on suppose d'abord l'œil vis-à-vis du Zenith de l'Hémisphere supérieur, & à distance infinie du plan de projection. Ensuite on le suppose vis-à-vis du Zenith de l'Hémisphere inférieur de l'Antipode de Paris, & pour lors tous les Méridiens & les Paralleles sont représentez par des Ellipses, excepté le Méridien qui passe par le Midi & le Minuit du lieu proposé. Toutes les parties de ces Hémispheres sont représentées plus serrées à proportion qu'elles s'approchent de l'Horison.

Mais lorsqu'on les représente en creux, on suppose que l'œil de celui qui décrit l'Hémisphere supérieur de Paris, est au Nadir, à la concavité du Globe, d'où il regarde tous les lieux terrestres par leur base, à travers le cercle de l'Horison, qui sert de plan. De même l'œil de celui qui décrit l'Hémisphere inférieur, est à la convexité du Globe au Nadir, qui est le Zenith de Paris, & le point opposé d'où il regarde de même tous les lieux terrestres à travers le cercle de l'Horison. Tous les Méridiens & les Paralleles y sont repréſentez par des portions de cercle, excepté le Méridien du lieu propoſé; mais dont les eſpaces augmentent en grandeur à proportion qu'ils s'approchent de l'Horiſon; & pour lors toutes les parties qui ont paru à droite dans les précédentes Cartes, paroiſſent à gauche.

On peut rendre cet Hémiſphere ſemblable à l'autre par une contr'épreuve, qui fera voir les parties du même côté.

III.

Lorſqu'on repréſente le Globe en convexe, diviſé par le premier & le 180e. Méridien en Hémiſphere Oriental & en Occidental; pour l'Oriental on ſuppoſe l'œil à une diſtance infinie du plan de projection vis-à-vis la ſection du 90e. Méridien & de l'Equateur, pour l'Occidental on ſuppoſe l'œil vis-à-vis de la ſection du 270e. Méridien & de l'Equateur, d'où il regarde tous les lieux terreſtres par leur baſe à travers le premier & le 180e. Méridien, qui ſervent de tableau & de plan. Alors les Méridiens deviennent des Ellipſes, excepté le 90e. Méridien & le 270e. qui ſont des lignes droites. Le premier Méridien & le 180e. ſont repréſentez par des demi-cercles, & les Paralleles le ſont par des lignes droites. Les parties des terres ſont repréſentées plus étendues vers le milieu, & plus ſerrées vers les extrêmitez, ſelon les régles de l'Optique.

Il arrive le contraire, lorſqu'on repréſente ces Hémiſpheres par la ſeconde méthode, c'eſt-à-dire, en creux. On ſuppoſe que l'œil de celui qui décrit l'Hémiſphere Oriental, eſt à la convexité & ſurface du Globe vis-à-vis la ſection du 270e. Méridien & de l'Equateur, & qu'il eſt à celle du 90e.

Méridien & de l'Equateur, pour décrire l'Hémiſphere Occidental, d'où il regarde tous les lieux de la Terre ſur le plan du premier & du 180ᵉ. Méridien, qui ſervent de tableau, & voit l'Europe à ſa droite, & l'Aſie à ſa gauche, mettant le Nord en haut; ainſi les parties paroiſſent tout autrement que vûes par le dehors. Les Méridiens & les Paralleles ſont marquez par des cercles & par des portions de cercles, excepté l'Equateur, le 90ᵉ. & le 270ᵉ. Méridien, qui ſont des lignes droites. Les parties de la Terre ſont plus ſerrées vers le milieu de la Carte, que vers les extrêmitez, étant les plus éloignées de l'œil.

Pour y remedier, & rendre ces Hémiſpheres ſemblables à ce qui ſe voit par la forme convexe, il faut tourner la Carte; ce qu'une contr'épreuve fait aiſément, offrant à la vûe les parties telles qu'elles ſe voyent dans le convexe; & pour lors celui qui regarde la Carte, doit ſe mettre vis-à-vis l'interſection du 90ᵉ. Méridien & de l'Equateur pour l'Hémiſphere Oriental, vis-à-vis l'interſection du 270ᵉ. Méridien & de l'Equateur pour l'Occidental, & à une diſtance égale au demi-diamétre de l'Equateur de la Carte.

AVERTISSEMENT.

Ce qu'on a dit dans ce Problême eſt extrait de l'Introduction à la Géographie par M. *Moulart-Sanſon*. On y verra les différentes projections rapportées ci-deſſus, & d'autres maniéres de décrire & de repréſenter le Globe Terreſtre.

Principes de Géographie touchant la maniére dont le Soleil éclaire la Terre, par le R. P. de Chales.

PROBLEME XLI.

Trouver la durée du plus grand jour dans une latitude moindre que 66 degrez 30 minutes.

LA Science de la Sphere nous apprend qu'en quelque latitude que ce ſoit, c'eſt le Tropique du côté du Pole apparent, qui eſt comme la régle du plus grand jour de l'année ; & au contraire le Tropique du côté du Pole caché, eſt la meſure du plus court jour. Cela étant, le plus long jour en ce pays-ci ſitué au Septentrion, eſt le 22 Juin, & depuis ce terme le jour décroit juſqu'au 23 Decembre, & de-là le Soleil remontant vers Juin, aggrandit les jours. Nous ſçavons auſſi que plus la latitude eſt grande, plus les Tropiques ſont coupez inégalement ; & c'eſt-là la raiſon pourquoi le jour eſt plus long, & la nuit plus courte dans une grande latitude ; & reciproquement la nuit plus grande & le jour plus court dans une petite latitude. De-là vient auſſi qu'on prend le plus grand jour comme la meſure de l'accroiſſement & décroiſſement des jours & des nuits ; car étant donnée la durée du plus long jour dans une certaine latitude, on ſçaura aiſément par les méthodes que nous donnerons ci-après, la durée de quelque jour que ce ſoit, comme auſſi la durée du plus long jour dans chaque latitude. Ce que l'on éprouvera, ſi ayant diſpoſé le Globe ſelon la latitude du Pays, on compte les degrez du Tropique voiſin du Pole apparent, qui ſont ſur l'Horiſon : ce nombre ſera la durée du plus long jour.

Ou autrement, en tranſportant le premier degré de Cancer ſur l'Horiſon Oriental, & marquant le point de l'Equateur, qui ſe leve en même tems ; ſoit enſuite tourné le Globe juſqu'à ce que ce premier degré de Cancer ſoit à l'Horiſon Occidental, & ſoit marqué derechef le point de l'Equateur, qui eſt à l'Horiſon Oriental. Le nombre des degrez de l'Equateur compris entre ces deux points, vous donnera l'arc diurne, & s'il eſt diviſé par 15, vous aurez la quantité des heures.

Vous connoîtrez la même choſe par la Mappemonde, en appliquant l'Horiſon ou Régle mobile ſur la latitude propoſée, & marquant combien de degrez du Tropique ſont compris entre cette Régle & le Méridien. Ces degrez contiennent l'arc ſemi-diurne, & étant doublez, ils donneront l'arc diurne entier. Et ſi l'on veut avoir les minutes, pour agir avec plus de préciſion, il faut ſe ſervir de la Trigonométrie, en cette ſorte.

Planche 19* Fig. 35.

Soit, par exemple, ABCD le Cercle Méridien, les Poles A & C, l'Horiſon BD, l'élevation du Pole AD, l'Equateur EF, GH le Tropique coupant l'Horiſon en I, & AIC un cercle horaire.

Comme dans l'Equinoxe le Soleil ſe leve à 6 heures, le cercle AOC ſera le cercle de 6 heures, & l'arc OK montrera de combien le Soleil étant en Cancer, ſe leve devant 6 heures : c'eſt pourquoi il faut connoître la valeur du Triangle OIK, dans lequel trois choſes ſont données ; ſçavoir, l'angle IOK, dont la meſure eſt DF, complement de la hauteur du Pole AD, l'angle K eſt auſſi connu, étant droit, & la déclinaiſon du Soleil parcourant le Tropique, qui eſt l'arc IK. Soit donc fait cette Analogie :

Comme la tangente de l'arc FD du complement de l'élevation du Pole
A la tangente de l'arc KI de déclinaiſon de 23 d. 30'
Ainſi le Sinus total de l'arc OF,
Au Sinus de l'arc OK.

& de la ſorte on aura cet arc.

L'arc OK eſt la différence aſcenſionnelle, & l'on a des Tables des différences aſcenſionnelles.

THEOREME I.

Le Soleil éclaire moins de la moitié de la Terre par une illumination centrale, & il en éclaire la moitié ſenſiblement.

QUe le Soleil ſoit A, la Terre B, & que le point C ſoit celui qui ſert de Pole ou de centre au Soleil. Je dis que ce point éclaire moins de la moitié de la Terre. Tirez les tangentes CF, CE, & la ligne CB, qui paſſe par le centre de la Terre. Menez auſſi les lignes BF, BE. Planche 19.* Fig. 36.

Démonſtration.

Dans le Triangle CBE, l'angle E eſt droit par la 18. du 3 d'Euclide ; donc l'angle CBE ſera aigu ; donc l'arc GE eſt plus petit qu'un quart de cercle, & FGE moindre qu'un demi-cercle ; & comme l'on peut appliquer la même démonſtration à tous les plans qu'on peut imaginer, le Soleil éclairera moins de la moitié de la Terre. Cependant parce que le Soleil eſt ſi éloigné, que BE demi-diamétre de la Terre n'eſt que la 7000ᵉ. partie de cette diſtance CB, ces deux lignes CB, CE, ſont auſſi phyſiquement paralleles que le ſeroient deux lignes éloignées entr'elles d'un pied, leſquelles concourroient ſeulement à la diſtance de 7000 pieds.

THEOREME II.

Le Soleil éclaire 15 minutes plus que la moitié de la Terre d'une illumination imparfaite.

Planche 19 * Fig. 37.

LE Soleil A éclaire d'une illumination centrale l'Hémiſphere de la Terre GI. Qu'on tire la tangente AO, l'arc CI ſera ſenſiblement un quart de cercle par le Théoreme précedent. Qu'on tire auſſi du bord du Soleil la tangente EF, à laquelle on menera la perpendiculaire FB par le point d'attouchement F. Je dis que l'arc FI ſera de 15 minutes, & qu'il ne ſera pas éclairé du centre du Soleil. Donc un arc de 15 minutes eſt éclairé d'une illumination imparfaite.

Démonſtration.

Les Triangles DBF, DOI, ont les angles F & I droits, par 18, 3; & l'angle BDF eſt commun. Donc les angles EOA, DBF, ſont égaux, & l'angle EOA étant de 15 minutes, ou de la moitié de la grandeur apparente du Soleil, l'angle DBF, ou l'arc FI, eſt de 15 minutes.

THEOREME III.

Le Soleil éclaire par une illumination parfaite 15 minutes moins que la moitié de la Terre.

QUe le point A ſoit un point de la ſurface du Soleil, ou bien ſon centre. Que la Terre ſoit B, & qu'on tire des deux bords du Soleil deux lignes GI, QD, qui touchent la ſurface de la Terre aux points I & D. Je dis que CI eſt un quart de cercle moins 15 minutes, & que l'arc DI eſt de 30 minutes. Planche 20 * Fig. 38.

Démonſtration.

Dans les Triangles KBD, KLI, les angles I & D ſont droits par 18, 3, & l'angle K commun. Donc les autres angles DBK, KLI, ſont égaux, & l'angle KLI étant de 30 minutes, comme étant celui qui meſure le diamétre apparent du Soleil, l'angle DBI, qui lui eſt égal, ou l'arc DI, eſt par conſequent de 30 minutes. Or l'arc DC, par la précedente, contient un quart de cercle & 15 minutes. Donc l'arc CI, qui contient tout ce que le Soleil éclaire de ce côté-là parfaitement, eſt moindre de 15 minutes qu'un quart de cercle.

COROLLAIRE.

L'illumination de la Terre n'eſt pas préciſe, mais elle a une Pénombre de 30 minutes; car nous venons de voir que le Soleil éclaire 15 minutes moins que la moitié de la Terre d'une illumination parfaite, & par la précedente il éclaire imparfaitement 15 minutes plus que la moitié de la Terre. Le Soleil éclaire donc ſur la Terre d'une illumina-

Planche 20* Fig. 38.

tion parfaite un Hémiſphere moins une Zone de 15 minutes ; la Pénombre occupe un demi degré, la moitié de laquelle, ſçavoir, celle qui fait partie de l'Hémiſphere éclairé, tient plus de la lumiere que des ténébres; & l'autre moitié, qui fait partie de l'Hémiſphere ombré, a plus de ténébres que de lumiere. Ainſi partageant le différend, nous parlerons doreſnavant comme ſi le Soleil éclairoit la moitié de la Terre, & que le bord de ce qui eſt éclairé, fût un grand cercle.

REMARQUES.

Dans l'Hémiſphere θCM, c'eſt-à-dire, dans tout ce qui eſt éclairé ſur la Terre d'une illumination centrale, il n'y a d'éclairé parfaitement que la partie ICN, laquelle eſt éclairée des deux bords & du centre du Soleil, c'eſt-à-dire, de tout le diamétre apparent du Soleil, & tout ce qui n'eſt pas éclairé de cette façon, ne l'eſt qu'imparfaitement. Ainſi nous diſons que la partie θCN, éclairée du centre A, & terminée par le rayon ON, ne pouvant être toute éclairée du bord G, comme elle l'eſt du bord O, ne ſera pas toute éclairée parfaitement (le rayon GI étant une tangente, le petit arc Iϑ, qui eſt au-delà du point d'attouchement I, ne peut pas en être éclairé.)

Pareillement dans l'arc MCI, terminé par le rayon IG, il ſe trouve une portion MN, qui ne peut pas être vûe du bord oppoſé O ; & comme elle eſt égale à la portion θI, elle ſera privée comme elle d'un même degré de lumiere. Donc le ſeul eſpace ICN, qui peut être éclairé du centre & des deux bords du Soleil, ſera celui qui ſera éclairé parfaitement.

DI Pénombre dont l'étendue de 30′ eſt égale au diamétre apparent du Soleil.

θI moitié de la Pénombre déclinante en lumiere.

θD l'autre moitié de la Pénombre déclinante en ténébres, c'eſt cette Zone de 15′ que le Soleil éclaire, outre la moitié de la Terre, mais imparfaitement.

θCM arc de l'illumination centrale, qui eſt ſenſiblement un demi-cercle ou un Hémiſphere, dont le bord θBM peut être pris pour un grand cercle déterminant la moitié de la Terre.

THEOREME IV.

Le Soleil parcourant l'Equateur, éclaire les deux Poles d'une illumination centrale.

QUe le Cercle BC ſoit l'Equateur de la Terre A, dans le plan duquel le Soleil ſe trouve, & que la ligne DA, tirée du centre du Soleil à celui de la Terre, paſſe par l'Equateur au point B. Je dis que les deux Poles F & G ſeront éclairez par une illumination centrale, c'eſt-à-dire, que les deux Poles verront le centre du Soleil. Planche 20. Fig. 39.

Démonſtration.

Le Soleil éclaire de tous côtez un quart de cercle de la Terre. Donc BF, BG ſont chacun un quart de cercle, qui eſt la diſtance qu'il y a depuis l'Equateur juſques aux Poles; par conſequent les points F & G, auſquels ſe termine l'illumination, ſont les Poles; & puiſque tout ce jour-là le Soleil demeure à peu près dans le plan de l'Equateur (ſes revolutions étant ſenſiblement des cercles) le bord de l'illumination paſſera toûjours par les Poles.

COROLLAIRE.

Quand le Soleil eſt dans l'Equateur, le cercle, qui borne l'illumination, eſt un Méridien, ou cercle horaire qui paſſe par les Poles.

THEOREME V.

Un des Poles eſt autant dans l'Hémiſphere éclairé, & l'autre autant dans la nuit que le Soleil a de déclinaiſon.

Planche 20 * Fig. 40.

QUe les points B & C ſoient les Poles de la Terre BDC, DL l'Equateur, l'arc DE la déclinaiſon du Soleil, par exemple, de 20 degrez. Je dis que le Pole C eſt à 20 degrez dans la nuit, c'eſt-à-dire, dans l'Hémiſphere qui n'eſt pas éclairé, & que le Pole B eſt d'autant de degrez dans l'illumination; de ſorte que les arcs BH, CG, ſont de 20 degrez.

Démonſtration.

L'Equateur DL eſt éloigné des Poles B & C d'un quart de cercle. Donc les arcs DB, DC, ſont des quarts de cercle. Pareillement depuis le point E, qui eſt le milieu de l'illumination juſques à ſon bord il y a un quart de cercle: donc les arcs EH, EG, ſont auſſi des quarts de cercle égaux aux arcs DB, DC; & ôtant l'arc EB, qui leur eſt commun, reſtent les arcs égaux DE, BH, de 20 degrez chacun. Je démontrerai de la même maniere que les arcs DE, GC, ſont égaux.

COROLLAIRE I.

Parce que le Soleil a ſenſiblement la même déclinaiſon pendant tout un jour, le bord de l'illumination demeure tout ce jour-là également éloigné des Poles, & parcourt le Parallele HK, lequel comprend tous les Pays qui voyent le Soleil pendant tout le jour. Pareillement le Parallele GI vers l'autre Pole C, contient tous les Pays qui ne le voyent point. On appelle celui-ci un Parallele de nuit continue, & le premier un Parallele de jour continu. Planche 20. Fig. 40.

Corollaire II.

Les Paralleles autant éloignez des Poles que le Soleil a de déclinaiſon, ſont ceux de la nuit & du jour continu.

Corollaire III.

Depuis le jour de l'Equinoxe juſques aux Solſtices, le bord de l'illumination parcourt les Paralleles de jour & de nuit continus, leſquels vont croiſſant à meſure que la déclinaiſon du Soleil augmente; car nous avons démontré qu'elle eſt toûjours égale à la diſtance du bord de l'illumination aux Poles. Il s'enſuit donc qu'au jour du Solſtice qui eſt celui de la plus grande déclinaiſon, l'illumination parcourt le plus grand de ces Paralleles, éloigné du Pole de 23 d. 30′, & le même que le cercle polaire.

PROBLEME XLII.

L'heure étant donnée, montrer ſur le Globe ou ſur la Carte le Pays auquel le Soleil eſt perpendiculaire.

POur mieux concevoir comment le Soleil éclaire la Terre, il le faut montrer ſur le Globe, ou ſur la Mappemonde ; & pour cet effet il eſt néceſſaire de trouver en quelque tems que ce ſoit, le point de la Terre, au Zenith duquel le Soleil ſe trouve. Cherchez le Parallele que le Soleil décrit ce jour-là, ſous lequel ſont tous les Pays auſquels le Soleil ſera perpendiculaire tout ce jour-là. Cherchez auſſi le Méridien dans lequel il ſe rencontre à l'heure propoſée ; car le concours de ce Méridien & de ce Parallele, eſt le lieu que vous cherchez. Par exemple, pour ſçavoir, étant à Paris, le Pays auquel le Soleil eſt perpendiculaire le 22 Juin à 6 heures du ſoir, comptez 6 heures depuis le Méridien de Paris vers le Couchant, & regardez où ce Méridien coupe le Tropique que le Soleil parcourt ce jour-là. Vous trouverez la partie Occidentale de l'Iſle de Cuba.

PROBLEME XLIII.

Montrer ſur le Globe tous les Pays que le Soleil éclaire, & qui ont le jour, comme auſſi ceux auſquels il eſt nuit, pour une heure donnée.

CHerchez ſur le Globe le Pays auquel le Soleil eſt perpendiculaire, & mettez-le au Zenith, c'eſt-à-dire, diſpoſez le Globe ſelon la latitude de ce lieu, lequel vous mettrez ſous le Méridien. Je dis que l'Horiſon ſera pour lors le bord de l'Hémiſphere éclairé.

Démonſtration.

Il y a de tous côtez 90 degrez depuis le Zenith juſqu'à l'Horiſon. Il y en a autant depuis le point auquel le Soleil eſt perpendiculaire, que nous avons mis au Zenith, juſqu'au bord de l'Hémiſphere éclairé. Donc l'Horiſon & le bord de l'illumination ſont le même cercle.

COROLLAIRE I.

Dans cette diſpoſition le Soleil faiſant le Midi de ce Pays, & de ceux qui ſont ſous le même Méridien, ſe leve à l'égard des Pays qui ſont dans la partie Occidentale de l'Horiſon, & ſe couche à l'égard de ceux qui ſont dans la partie Orientale, ceux qui ſont ſur l'Hriſon ont le jour, & ceux qui ſont au-deſſous ont la nuit.

COROLLAIRE II.

Vous pourrez auſſi remarquer les Pays qui ont le Soleil tout le jour ſans aucune nuit; car un des Poles ſera toûjours ſur l'Horiſon, & l'autre deſſous, excepté le jour de l'Equinoxe, par Théoreme 5. Tous ceux qui ſeront autour du Pole élevé, verront toûjours le Soleil, & au contraire vers l'autre Pole les Pays qui ne monteront point ſur l'Horiſon, quand on fait tourner le Globe, auront une nuit continuelle. Enfin on peut dire en général, que ſi on éleve ſur l'Horiſon un des Poles d'autant de degrez que le Soleil a de déclinaiſon, & ſi on met le Pays au Méridien, & l'éguille ſur l'heure de midi, on aura la diſpoſition de l'illumination pour chaque heure, en faiſant tourner le Globe juſqu'à ce que l'éguille la marque.

THEOREME VI.

Quand le Soleil est dans le plan d'un grand cercle, le bord de l'Hémisphere éclairé passe par son Pole, & le Soleil étant au Pole d'un grand cercle, le bord de l'Hémisphere éclairé est la circonference de ce grand cercle.

Planche 21 * Fig. 41.

QUe le Soleil soit dans le plan d'un grand cercle de la Terre, par exemple, de l'Horison, c'est-à-dire, que la ligne tirée du centre du Soleil à celui de la Terre, coupe l'Horison AC au point B, & que les points D & E soient les Poles ou Zeniths de cet Horison : je dis que les points D & E seront éclairez.

Démonstration.

Il y a de tous côtez un quart de cercle depuis le point B, qui est celui auquel le Soleil répond perpendiculairement jusqu'au bord de l'Hémisphere éclairé EFD. Il y en a autant depuis un grand cercle jusqu'à son Pole. Donc le bord de l'illumination passe par les Poles D & E. Pareillement le point B étant celui auquel le Soleil répond perpendiculairement, il est évident que le bord de l'Hémisphere éclairé sera un grand cercle que l'on décriroit du point B comme Pole.

COROLLAIRE I.

Le Soleil étant dans le Plan de l'Horison, le bord de l'Hémisphere éclairé sera un cercle vertical, distant de 90 degrez du point auquel cet Astre répond.

COROL-

COROLLAIRE II.

Quand le Soleil se leve au premier vertical, c'est-à-dire, au point du vrai Orient, le bord de l'Hémisphere éclairé est le même que le Méridien, parce que le point du vrai Orient est le Pole du Méridien. Ce qui arrive seulement le jour de l'Equinoxe; & pour lors le Soleil se leve à l'égard de tous ceux qui sont dans le même Méridien, c'est-à-dire, à 6 heures pour tous. Planche 21* Fig. 141.

COROLLAIRE III.

Quand le Soleil se leve, le vertical, qui est le bord de l'Hémisphere éclairé, décline autant du Méridien, qu'il y a d'Amplitude ortive en ce jour-là. Par exemple, si le Soleil se leve en B, & que l'Amplitude ortive soit BG, c'est-à-dire, la distance depuis le point d'intersection B du Parallele du Soleil avec l'Horison, jusques au point G du vrai Orient. Il est évident que le cercle vertical DFE déclinera du Méridien DCE d'autant de degrez qu'il y en a dans l'arc BG; car BF est un quart de cercle, l'arc GC compris depuis le point G du vrai Orient jusques au vrai Méridien est aussi un quart de cercle; ainsi les arcs BF, GC, sont égaux, & ôtant l'arc commun GF, les arcs BG, FC, resteront égaux.

PROBLEME XLIV.

Déterminer la grandeur de quelque jour que ce soit pour chaque Latitude.

QUe le Pole du Globe Terrestre soit autant élevé sur l'Horison que le Soleil a de déclinaison, c'est-à-dire, que le Parallele que le Soleil parcourt en un certain jour déterminé, passe par le Zenith. Imaginez-vous que le Soleil répond à ce point, & qu'il est immobile selon l'Hypothese de Copernic. Cela posé, choisissez quelque cercle de Latitude ou Pays que ce soit, dont vous voudriez sçavoir la grandeur de ce jour. Comptez combien il y a de degrez de ce cercle sur l'Horison. Si vous divisez ce nombre par 15, vous aurez celui des heures que durera ce jour-là dans la Latitude proposée. Par exemple, ayant élevé le Pole Septentrional de 23 degrez $\frac{1}{2}$ sur l'Horison, qui est la déclinaison du Soleil au Tropique, si vous voulez sçavoir la grandeur du jour sous la Latitude de 49 degrez, comptez les degrez de ce cercle de Latitude qui sont sur l'Horison, & vous trouverez 240, lesquels étant divisez par 15, vous donneront pour quotient 16, qui sera le nombre des heures pour ce jour-là.

Démonstration.

Transportez la Ville de Paris, qui est dans ce cercle de Latitude, ou tel autre point qu'il vous plaira dans la partie Occidentale de l'Horison, ce sera la disposition qu'a le Globe quand le Soleil se leve à Paris, & pour lors l'Horison est le bord de l'Hémisphere éclairé. Qu'on tourne le Globe d'Occident en Orient, jusqu'à ce que Paris vienne en la partie Orientale de l'Horison, c'est-à-dire, jusqu'à ce que le Soleil se couche à Paris. Il est certain que la durée du jour est depuis le lever du Soleil jusqu'à son coucher, c'est-à-dire, l'espace de tems que la Ville de Paris employe à aller de la partie Occidentale de l'Horison, c'est-à-dire, du bord de l'illumination, en l'Orientale. Ce tems eſt encore meſuré par l'arc (de ce cercle de Latitude qu'a décrit la Ville de Paris par le mouvement diurne de la Terre) qui eſt compris entre la partie Occidentale & la partie Orientale de l'Horiſon. Donc la pratique propoſée donne la grandeur du jour.

REMARQUES.

I.

Pour rendre cette pratique plus facile, le Globe étant diſpoſé de ſorte que le Pole ſoit élevé d'autant de degrez que le Soleil a de déclinaiſon, tranſportez la Ville de Paris au Méridien, & l'éguille à l'heure de Midi. Faites rouler le Globe juſqu'à ce que Paris vienne s'arrêter en la partie Orientale de l'Horiſon, vous aurez l'heure du lever; & tranſportant la même Ville en la partie Occidentale, vous aurez l'heure du coucher. Ou bien mettez Paris ſur l'Horiſon Oriental, & l'éguille à Midi. Faites tourner le Globe, en ſorte que Paris s'arrête au Méridien: l'éguille marquera le nombre des heures du demi jour, lequel étant doublé, vous aurez le jour entier.

II.

Vous connoîtrez de même la grandeur du jour par la Mappemonde. Elevez le Pole ſur la régle horiſontale d'autant de degrez que le Soleil a de déclinaiſon. Alors la régle horiſontale repréſente le bord de l'Hémiſphere éclairé. Voyez combien de degrez de chaque Parallele ſont compris entre la régle & le Méridien, & vous aurez l'arc ſemi-diurne, c'eſt-à-dire, le tems qu'employe quelque point d'un cercle de Latitude depuis qu'il eſt au bord de l'illumination, & qu'il commence à voir le Soleil, jusqu'à Midi. Cette pratique fait bien entendre l'illumination de la Terre, suivant l'opinion de Copernic ; & elle a cette commodité, qu'on peut voir à la fois la grandeur du jour pour toutes les Latitudes, & connoître la raison pourquoi les cercles de Latitude plus proches du Pole ont le jour plus grand, chaque point ayant à parcourir une plus grande partie de ces cercles pour venir depuis la partie Occidentale de l'Horison jusques en l'Orientale.

III.

Cette proposition peut aussi servir pour entendre cet Horloge universel, qu'on nomme Analemme rectiligne, dans lequel les rayons des Signes représentent le bord de l'illumination pour différens tems.

THEOREME VII.

Les Pays sous un même Méridien qui ont une plus grande Latitude du côté du Pole apparent, sont plûtôt éclairez en Esté.

Planche 21* Fig. 42.

QUe les points A & C soient les Poles de la Terre ABC, & BD l'Equateur. Que le Soleil parcoure EF un Parallele d'Esté. Que H & G soient deux Pays situez sous le même Méridien, & que leurs Horisons soient IK & NM. Supposons que le Soleil est en R, & qu'il répond perpendiculairement au point O de l'Horison NM, qui appartient au point G, c'est-à-dire, qui est l'Horison du Zenith G.

Démonstration.

L'illumination sera GS, & le point H est encore dans l'ombre. Donc le Pays dont la Latitude est G, verra plûtôt lever le Soleil, que celui qui est situé en H ; & par consequent le Pays qui a une plus grande Latitude sera plûtôt éclairé en Esté. Le contraire arrivera quand le Soleil parcourra les Paralleles d'Hyver.

THEOREME VIII.

Quand le Soleil est dans le plan d'un cercle horaire ; le bord de l'illumination passe par un point de l'Equateur, qui en est éloigné de 6 heures.

QUe le Soleil réponde au point B du cercle horaire ABC, je dis que FG, qui est le bord de l'illumination, coupe l'Equateur ED dans le point D, éloigné de 6 heures du point E ; de sorte que l'arc ED est de 6 heures, ou de 90 degrez. Planche 21. Fig. 43.

Démonstration.

Quand le Soleil est dans le plan d'un grand cercle, l'illumination parvient jusqu'à son Pole. Or est-il que le Pole du cercle horaire ABC est dans l'Equateur ; car puisqu'il passe par les Poles A & C de l'Equateur, l'Equateur passera aussi par les siens, selon ce qu'a démontré Theodose ; & puisque le Pole est éloigné de 90 degrez du grand cercle, duquel il est Pole, ce ne peut être un autre point que D. Donc le bord de l'illumination passe par le point D.

THEOREME IX.

La différence des heures marquées par le bord de l'illumination dans l'Equateur, & dans un cercle de Latitude, montre combien le Soleil s'éleve dans cette Latitude devant ou après 6 heures.

Planche 22 * Fig. 44.

QU'on propose deux Pays, l'un dans l'Equateur, qui soit A, & l'autre dans un cercle de Latitude, qui soit B, & tous deux dans le même Méridien. Que le Soleil étant en C, le bord de l'illumination BFD coupe le cercle de Latitude au point B, & l'Equateur au point F en deux divers cercles horaires ABE, EFH; de sorte que la distance de ces cercles horaires soit l'arc AF. Je dis qu'elle est égale à l'arc IK, qui montre combien le Soleil se leve devant 6 heures dans le cercle de Latitude BG : supposé que le point C est un point de l'Horison, duquel B est le Zenith.

Démonstration.

Le Soleil étant dans le point C de l'Horison, son Pole ou Zenith B, sera éclairé; & parce que nous supposons que le Soleil a quelque déclinaison, le bord de l'illumination déclinera du Méridien, par Theoreme 6. Que le cercle HIE soit celui de 6 heures, l'arc IA sera un quart de cercle, & l'arc KF sera aussi par la précedente un quart de cercle; & ôtant l'arc IF, qui leur est commun, il restera les arcs IK & FA égaux : ce qui confirme la proportion où nous avons trouvé la grandeur du jour dans chaque cercle de Latitude.

THEOREME X.

Si l'on divise un cercle de Latitude en 24 parties égales, en commençant à quelque Pays, le bord de l'illumination du lever, y montrera les heures Babyloniennes pour le même Pays, & celui du coucher, les Italiennes.

QU'on propose le cercle de Latitude AB, & qu'on le divise en 24 parties égales, à commencer du point A, qui représente le Pays qu'on aura déterminé, auquel on pourra donner le chiffre 0, ou 24, & au point suivant vers le Couchant on marquera 1, puis 2, 3, 4, &c. Si l'on met le lieu du Soleil au Zenith du Globe, de sorte que l'Horison soit le cercle de l'illumination, je dis que sa partie Occidentale (laquelle je devrois nommer du lever, puisqu'elle marque les Pays à l'égard desquels le Soleil se leve) montrera l'heure Babylonienne, & sa partie Orientale montrera l'heure Italienne au respect du lieu A. Planche 22* Fig. 45.

Démonstration.

Le Globe étant disposé selon la déclinaison du Soleil, quand le point A se trouve en la partie Occidentale de l'Horison, c'est-à-dire, du bord de l'illumination, le Soleil se leve à l'égard de ce même point A : donc il est 24 heures Babyloniennes au Pays A. Et parce que le bord de l'illumination parcourt uniformément ce Parallele, de sorte qu'il retourne au même point dans 24 heures, il se retirera d'une vingt-quatriéme partie. Donc si nous pouvions voir comment la Terre est éclairée, le bord de l'illumination montreroit véritablement les heures Babyloniennes, & s'éloigneroient du point A de 15 degrez à chaque heure. J'en dis de même du bord du Coucher ; car le Soleil se couche au respect du point A, quand ce point A arrive au bord Oriental de l'illumination, & il est pour lors 24 heures, selon la maniere de compter les heures en Italie. Et parce que le même bord parcourt uniformément le Parallele, il s'éloignera pareillement de 15 degrez par heure.

Nous devons à M de R** ces Principes de Geographie.

DES ETOILES.

On distingue deux sortes d'Etoiles : les Etoiles fixes, & les Planetes. Les Etoiles fixes sont celles qui gardent toûjours entr'elles la même situation & la même distance, quoiqu'elles nous paroissent chaque jour tourner autour de la Terre d'Orient en Occident. Les Planetes sont des Etoiles qui changent à tout moment de situation & de distance, tant à l'égard d'elles-mêmes, qu'à l'égard des Etoiles fixes.

DES PLANETES.

On a toûjours compté sept Planetes, sçavoir, la Lune, Venus, Mercure, le Soleil, Mars, Jupiter & Saturne. On leur a donné cet ordre, parce que la Lune étant la plus proche de la Terre, Venus vient après, Mercure ensuite, & ainsi des autres, jusqu'à Saturne, qui est le plus éloigné.

La plûpart des nouveaux Philosophes ne reconnoissent point ce même nombre de Planetes. Ils prennent le Soleil pour une Etoile fixe, qui est au centre de ce qu'ils appellent *Tourbillon* du

Soleil, & autour duquel tournent les autres Planetes. Ils placent Mercure auprès du Soleil, ensuite Venus, puis la Terre, Mars, Jupiter & Saturne. Pour ce qui est de la Lune, ils la mettent au nombre de ce qu'ils ont nommé *Satellites.* Par le nom de Satellite, ils entendent une Etoile qui tourne autour d'une Planete. Les Lunettes de longue vûe en ont fait découvrir quatre, qui accompagnent Jupiter, & cinq qui accompagnent Saturne. On a encore découvert un Anneau autour de Saturne.

Les Planetes font leur mouvement dans le Zodiaque; elles s'écartent de l'Ecliptique, les unes plus, les autres moins, tantôt vers le Midi, tantôt vers le Septentrion. Il n'y a que le Soleil, ou plûtôt la Terre, qui prenne invariablement sa route sur l'Ecliptique.

DU SOLEIL.

Le Soleil paroît beaucoup plus grand que les autres Etoiles : sa chaleur est très-sensible, principalement lorsqu'il donne à plomb sur quelque lieu; comme il est évident dans cette partie Septentrionale du monde, où le Soleil se fait beaucoup plus sentir en Esté, quand il est vers le Tropique de l'Ecrevisse, qu'en Hyver, quand il est vers le Tropique du Capricorne. Cependant le Soleil en Esté est bien plus éloigné de la Terre, qu'en Hyver. On prétend que le Soleil au commencement de l'Hyver est plus proche de la Terre, qu'en Esté de 748 demi-diamétres terrestres; ce qui feroit plus d'un million de lieues communes de France. Et si sa chaleur est plus forte en Esté, c'est qu'elle donne plus à plomb, & que l'Atmosphere détourne moins de rayons.

La lumiere du Soleil est fort vive : de-là on pourroit conjecturer qu'il est composé d'un liquide, qui est dans un mouvement continuel, & que ce liquide fournit une matiere qui n'est autre chose que la lumiere même, qui se répand incessamment dans l'Univers. Voyez la Dissertation de M. de Mairan sur les Phosphores, & ce qui en a été dit sur la fin de l'Optique, Tome I. p. 457.

Dominique. M. Cassini a découvert en 1683 autour du Soleil une lumiere, qui ne paroît que dans le tems des Crepuscules, & qui l'accompagne apparemment toûjours. On voit un mois avant & après l'Equinoxe de Mars, lorsque le Soleil est couché, & le Crepuscule fini, une certaine lumiere blanchâtre, qui ressemble à une queue de Comete. On la voit avant le lever du Soleil, & après le Crepuscule vers l'Equinoxe de Septembre ; & vers le Solstice d'Hyver, on la voit soir & matin : hors de ces tems-là on ne l'apperçoit point.

Les Eclipses de Soleil ne font plus sur les esprits les impressions funestes qu'elles faisoient autrefois. On sçait à présent que l'Eclipse du Soleil n'est autre chose que l'ombre de la Lune, qui passant entre le Soleil & la Terre, nous cache la lumiere du Soleil. Il arrive souvent que le Soleil n'est éclipsé qu'en partie ; il est rare qu'il le soit tout entier : quand l'Eclipse même est totale, ce n'est que pour une partie de la Terre. L'Eclipse est plus ou moins grande dans les différens lieux, & on ne la voit pas à la même heure dans les endroits qui ne sont pas sous le même Méridien. Quoique l'Eclipse paroisse en quelques endroits de la Terre, il y en a d'autres où elle ne paroît pas.

Pendant la plus grande obscurité de l'Eclipse, lorsqu'elle est considerable, on distingue à la vûe, quoique foiblement, la Planete de Mercure, & l'on apperçoit celle de Venus qui paroît très-claire, non ſeulement dans le fort de l'Eclipſe, mais encore quelque tems avant & après la plus grande obſcurité.

Au tems de la plus grande obſcurité, lorſque l'Eclipſe eſt totale, on voit autour du Soleil entierement éclipſé un cercle lumineux de couleur d'argent, large de la douziéme partie du diamétre de ſon diſque apparent : ce cercle s'efface dès que la plus petite partie du Soleil recommence à briller ; il paroît plus vif vers les bords de la Lune, & va toûjours en diminuant de vivacité. On eſt d'abord porté à croire que ce cercle lumineux eſt cette lumiere que M. Caſſini a obſervé le premier ſur le Zodiaque avant le Crepuſcule du matin, & après celui du ſoir. On pourroit auſſi conjecturer qu'il eſt cauſé par une Atmoſphere de la Lune, qui rompant une partie des rayons du Soleil, les renvoye vers la Terre. Enfin on peut dire que quoiqu'il n'y ait point d'Atmoſphere autour du Globe de la Lune, les rayons de lumiere ſont neanmoins *fléchis* & modifiez de la même maniere, que s'il y en avoit une. Car il eſt conſtant que les rayons lumineux, qui ne paroiſſent capables que de réflexion ou de réfraction, le ſont encore d'une troſiéme ſorte, qu'on peut appeller *infraction* ou *diffraction*. Si, par exemple, un rayon eſt tangent d'un Globe opaque, comme de bois ou de métal, autour duquel on ne peut ſuppoſer d'Atmoſphere. Ce rayon après l'attouchement, ne continue point ſa route en ligne droite ; mais il ſe détourne, & parvient juſqu'à l'œil, que l'on ſuppoſe être placé de l'autre côté du Globe opaque, & vis-à-vis de ſon centre apparent. Cette *infraction* seroit peut-être encore plus sensible, si le Globe opaque n'étoit point poli. Voyez les Memoires de l'Académie Royale des Sciences, année 1715.

Pendant l'Eclipse totale, l'obscurité est si grande, qu'on voit les Etoiles comme dans une pleine nuit : on ne peut lire sans bougie, on ne se reconnoît pas même à quelques pas : les oiseaux & les chauve-souris cherchent leurs retraites comme au commencement de la nuit ; les animaux qui sont à la campagne, paroissent épouvantez ; les fleurs se resserrent ; la rosée tombe ; la chaleur diminue, & l'on sent de la fraîcheur. Quelques-uns de ces Phenomenes arrivent lors même que l'Eclipse n'est point entierement totale.

PROBLEME XLV.

Observer une Eclipse de Soleil.

QUand on veut observer l'Eclipse, on peut se servir commodément d'une Lunette de sept, de huit ou de neuf pieds de longueur ; on attache à la Lunette du côté de l'oculaire un support, qui porte une planchette, qu'on met à la distance d'environ deux pieds de l'oculaire. * Cette planchette doit être perpendiculaire à l'axe de la Lunette, & l'on cole dessus un papier blanc qui regarde l'oculaire. On se place dans une chambre obscure, où l'on a laissé une ouverture pour placer l'objectif de la Lunette. On fait passer au travers de la Lunette l'image du Soleil, qui va se peindre sur le papier blanc de la planchette. On

* Cette distance est plus ou moins grande ; mais l'image du Soleil y doit être représentée suffisamment grande, bien éclairée, & nettement terminée en sa circonference.

divise l'image du Soleil en douze cercles concentriques, placez à égale distance l'un de l'autre: le cercle extérieur doit comprendre exactement l'image du Soleil, & les intérieurs divisant le diamétre du grand cercle en 24 parties égales, servent à marquer les doigts & demi doigts. Il est bon d'ajuster un Micrométre à cette Lunette, ou à une autre: ce Micrométre sert à observer immédiatement la quantité de la partie du Soleil éclipsée.

Avec ces précautions, il faut encore en avoir une autre, qui est de régler une pendule la veille & le jour même de l'Eclipse par les hauteurs du Soleil, ou de quelque Etoile. Toutes ces préparations étant faites, on remarque l'instant où l'Eclipse commence, & où elle finit: on observe par ce moyen sa durée & ses différens degrez.

Sans tant d'apprêt on peut se servir d'un verre noirci à la fumée d'une chandelle, avec lequel on regarde l'Eclipse. Il est à propos que le verre soit inégalement noirci dans sa surface: on peut le faire double, enfermant la surface noircie entre les deux verres, qu'on attachera avec une petite bande de papier colée sur les bords entre les deux verres. On colera ces morceaux de verre avec un mastic fait de mine de plomb rouge, broyé avec de l'huile de lin. Ce mastic seche en peu de tems.

Des Taches du Soleil.

Les Telescopes ont fait découvrir aux Astronomes des Phenomenes Solaires inconnus aux Anciens. Scheiner fit le premier cette observation en 1611. Depuis ce tems-là divers Astronomes ont fait plusieurs observations. Voici à peu près ce qu'ils ont dit de plus curieux sur cette matiere. Ces Taches, qui paroissent être formées des vapeurs qui sortent du Soleil, comme les nuées sont formées des vapeurs qui s'exhalent de la Terre, sont vraisemblablement sur le disque même du Soleil, ou fort près de sa superficie. Leur densité est fort inégale; car il y en a qui sont plus compactes que les autres, & la figure des unes est fort irréguliere, & sujette à un changement subit; les autres semblent avoir plus de solidité; elles paroissent noires, & se conservent plus long-tems: quelques-unes tournent autour du Soleil, & après les avoir vû disparoître de l'Hémisphere visible, elles commencent à reparoître du côté opposé à celui auquel on les avoit perdu devûe. Celles-ci, qui paroissent être d'une substance assez rare, & n'avoir aucune solidité, durent quelquefois autant que les plus solides, & font le tour du Soleil. On remarque qu'une Tache se divise en plusieurs autres, qui ne s'écartent pas beaucoup les unes des autres, & dont quelques-unes se réunissent pour n'en composer qu'une seule. Il en paroît d'autres qui n'ayant point été remarquées auparavant, semblent naître de la substance du Soleil; elles s'évanouissent peu après, & se replongent, pour ainsi dire, dans le disque du Soleil. Il arrive quelquefois qu'on remarque des Taches pendant plusieurs jours de suite, tantôt en grand nombre, tantôt en petit nombre. Il arrive aussi qu'on est un tems considerable sans en observer. Leur plus longue durée ne va point cependant à quarante jours.

Pour observer les Taches du Soleil, on ferme exactement tous les volets d'une chambre. On fait à celui qui est le plus exposé au Soleil, une ouverture de la grandeur d'un écu, où l'on met un verre convexe, & vis-à-vis un carton blanc; de sorte que les rayons du Soleil passant à travers le verre, peignent son image sur le carton. Alors on remarque les Taches, s'il y en a.

Le mouvement des Taches a fait connoître que le Soleil tournoit sur l'axe de son Equateur de la partie Orientale du disque du Soleil vers la partie Occidentale ; qu'il avoit un Ecliptique, dont les Poles tournoient autour des Poles d'un Equateur. On a même eu la hardiesse de déterminer l'angle que fait l'Equateur du Soleil sur son Ecliptique, que l'on assûre être de sept degrez & demi. Les Taches du Soleil ne paroissent point sur toute sa surface, elles suivent son Equateur ; elles sont presque toutes dans sa partie Méridionale, & il est très-rare d'en voir dans sa partie Septentrionale.

Le Soleil, qui réellement tourne sur son centre en 25 jours, ne paroît cependant tourner qu'en 27 jours & demi : son diamétre est cent fois plus grand que celui de la Terre ; son Globe est un million de fois plus gros que la Terre. Le Soleil dans son Apogée, c'est-à-dire, dans sa plus grande distance de la Terre, est éloigné de la Terre de 11187 diamétres terrestres, & son diamétre est vû alors sous un angle de 31′ 38″. Dans son Perigée, c'est-à-dire, dans sa moindre distance, il en est éloigné de 10813 de ces mêmes diamétres, & son diamétre est vû pour lors sous un angle de 32′ 44″. Enfin dans sa moyenne distance, il en est éloigné de 11000 des mêmes diamétres, * & alors son diamétre est vû sous un angle de 32′ 11″.

* M. de la Hire dans ses Tables Astronomiques, p. 6. dit que le Soleil est éloigné de la Terre de 34377 demi-diamétres terrestres ; ce qui fait connoître que le Soleil est bien plus éloigné que nous ne l'avons dit, en suivant les Observations de Messieurs Cassini, Maraldi & Hugens.

DE MERCURE.

Mercure est la plus petite de toutes les Planetes; elle paroît se mouvoir autour du Soleil, dont elle ne s'éloigne que d'environ 28 degrez : elle est presque toûjours perdue dans ses rayons. C'est ce qui fait qu'on ne sçait point la durée de ses jours, quoiqu'on ne puisse douter qu'elle ne tourne sur son centre : on croit cependant qu'elle fait ce mouvement sur elle-même en six heures.

On distingue dans Mercure les mêmes phases que dans la Lune; mais il a deux sortes de conjonction, l'une supérieure, l'autre inférieure. Lorsque Mercure approche de sa conjonction supérieure, il paroît presque plein; mais lorsqu'il est dans sa conjonction inférieure, il est obscurci, & semblable à la Lune quand elle est Nouvelle. Il paroît en croissant lorsqu'il est Occidental, & en décours quand il est Oriental.

Mercure acheve son cercle autour du Soleil en deux mois & vingt-huit jours; son diamétre est à celui de la Terre comme 41 à 100, & sa solidité est à peu près à celle de la Terre comme 69 à 1000, c'est-à-dire, que le Globe de la Terre est environ quatorze fois plus gros que celui de Mercure. La moyenne distance de Mercure à la Terre est d'environ 11880 diamétres terrestres, la Terre étant elle-même dans sa moyenne distance du Soleil. Il est éloigné du Soleil de 4257 des mêmes diamétres terrestres.

DE VENUS.

La Planete de Venus est fort brillante; c'est elle qui dévançant le lever du Soleil, porte le nom de de Lucifer, & qui paroiſſant la premiere de toutes les Etoiles après le Soleil couché, eſt connu ſous le nom d'Etoile du Berger. Elle s'éloigne du Soleil d'environ 48 degrez. Les mêmes phaſes que nous avons dit arriver à Mercure, & qui ſont très-ſenſibles à l'égard de la Lune, arrivent à Venus. Elle paroît être conjointe au Soleil, en ſorte qu'elle eſt cachée par le Soleil, & qu'elle cache auſſi le Soleil. Pendant ces deux conjonctions elle ſe perd dans les rayons du Soleil, où elle reſte plongée pendant quelque tems. Avant & après ces mêmes conjonctions, on remarque qu'elle a un croiſſant, & qu'elle eſt en décours. Cette Planete eſt opaque & ſpherique comme celle de Mercure, puiſqu'elles réflechiſſent les rayons du Soleil, & qu'elles paroiſſent ſous une figure ronde.

On conjecture que Venus tourne ſur elle-même, & qu'elle acheve ce tour à peu près en quinze heures. Ainſi ſes jours ſeroient chacun d'environ quinze heures, comme ceux de Venus ſeroient preſque de ſix heures. Elle tourne auſſi autour du Soleil en ſept mois, quatorze jours & ſept heures. Son diamêtre eſt à celui de la Terre comme 49 à 50, & ſa ſolidité eſt à la ſolidité de la Terre comme 9411 à 10000, c'eſt-à-dire, que le Globe de Venus ſeroit quelque peu moindre que celui de la Terre, quoique quelques-uns diſent qu'il eſt quarante-trois fois plus gros que la Terre, & que d'autres prétendent qu'il eſt vingt-huit fois, ou même trente-ſept fois plus petit que la Terre. La plus grande diſtance de Venus à la Terre, lorſqu'elle eſt auſſi dans ſa moyenne diſtance du Soleil, eſt de 19008 diamétres terreſtres, & ſa plus petite diſtance eſt de 3102 des mêmes diamétres. Venus eſt éloigné du Soleil de 7953 diamétres terreſtres.

DE LA TERRE.

On dira ici peu de choſes de la Terre, on en à beaucoup parlé dans les Problêmes précedens : on ajoûtera ſeulement qu'elle eſt éloignée du Soleil dans ſa moyenne diſtance de 11000 de ſes diamétres. Voyez ce qu'on a dit de ſes autres diſtances dans l'article du Soleil.

Suivant le Syſtême de Copernic, la Terre auroit deux mouvemens, l'un ſur ſon centre en 24 heures d'Occident en Orient, & l'autre autour du Soleil, qu'elle acheveroit en 365 jours & quelques heures. Ces deux mouvemens ſuppléroient aux mouvemens du Soleil & des Etoiles, qui ſont ſi énormes, s'ils ſont véritables, qu'il faut que le Soleil faſſe près de deux mille trois cens lieues en une ſeconde, qui eſt le tems d'un battement d'artere, & que les Etoiles qui ſont dans l'Equateur, parcourent en un jour trois cens millions de lieues.

DE LA LUNE.

La Lune accompagne la Terre dans ſon Tourbillon; elle paroît de deſſus la Terre le plus grand & le plus lumineux de tous les Aſtres après le Soleil. On ſçait pourtant qu'elle n'eſt point lumineuſe par elle-même, & qu'elle emprunte du Soleil tout ce qu'elle a de lumiere. Ses Phaſes ſont apperçûes de tout le monde. Etant conjointe au Soleil, elle eſt cachée dans ſes rayons, & nous ne la voyons point. Quelque tems après ſa conjonction, elle paroît du côté de l'Orient avec un croiſſant, dont les cornes ſont oppoſées au Soleil :

puis en s'éloignant du Soleil, ses cornes s'emplissent peu à peu, & elle se fait voir à demi-pleine. Ensuite passant insensiblement par plusieurs degrez de lumiere, qui vont en augmentant; elle paroît entierement pleine, lorsqu'elle est diamétralement opposée au Soleil. Enfin décroissant dans le même espace de tems qu'elle a mis à croître, elle passe par les mêmes Phases, avec cette différence, que ses cornes dans son décours étant encore opposées au Soleil, sont tournées vers l'Occident: après quoi elle se replonge dans les rayons du Soleil; d'où sortant elle paroît sous les mêmes figures où elle a paru auparavant.

Ces divers changemens qui s'achevent en moins d'un mois, nous font connoître qu'elle décrit un cercle autour de la Terre: ce cercle, ou plûtôt cette ellipse est fort irréguliere.

La simple vûe suffit pour nous faire appercevoir sur le disque de la Lune des Taches, qui pourroient bien n'être que l'ombre de quelques grandes montagnes; puisque ces Taches sont plus ou moins apparentes, selon que la Lune est plus près ou plus éloignée du Soleil: elles disparoissent même dans la Pleine-Lune, principalement vers le milieu du disque. D'ailleurs elles paroissent depuis la Nouvelle-Lune jusqu'à la Pleine-Lune vers le bord Oriental du disque de la Lune & vers son bord Occidental, depuis la Pleine-Lune jusqu'à la Nouvelle-Lune.

Les Lunettes d'approche ont fait découvrir d'autres particularitez. Lorsque la Lune est vers son premier Quartier, si on regarde avec une Lunette d'approche cette ligne, qui à la vûe simple sépare la partie ténébreuse d'avec la lumineuse, ce n'est plus une ligne droite qu'on apperçoit, c'eſt une dentelure, où le lumineux s'engraine, pour ainſi dire, avec le ténébreux; ce qui marque aſſez manifeſtement qu'il y a des montagnes très-hautes, qui étant éclairées dans la partie ténébreuſe, ne renvoyent point aſſez de lumiere pour être apperçûes ſans Lunette. Quatre jours même après la Nouvelle-Lune on remarque des endroits éclairez dans la partie Orientale, qui eſt pour lors obſcure; & dans le décours de la Lune, on obſerve que dans la partie Occidentale, qui eſt pour lors obſcure, il y a des endroits qui ſont encore éclairez. Il ſuit de-là qu'il y a ſur le diſque de la Lune des parties plus élevées, qui reçoivent plûtôt la lumiere du Soleil, & d'autres qui la quittent plus tard.

Quand la Lune eſt dans ſon plein, on diſtingue alors ſur ſon diſque des endroits qui ſont plus lumineux les uns que les autres, & d'autres qui ſont plus obſcure: & comme la Lune préſente toûjours à la Terre une même face, & que ces endroits ne ſont pas ſujets à des changemens conſiderables, les Aſtronomes ont jugé à propos de leur donner des noms, afin de s'entendre ſur-tout dans les Eclipſes de Lune. La Geographie de la Lune, ou plûtôt la *Selenographie*, eſt à préſent parfaitement connue. Les Sçavans y ont leurs Seigneuries; on les reconnoîtra dans la deſcription que nous allons donner des endroits les plus conſiderables de la Lune. Les chifres & les lettres ſerviront à les faire reconnoître ſur la figure du diſque de la Lune, telle que Meſſieurs de l'Obſervatoire l'ont décrite.

Planche 18. Fig. 34.

1. Grimaldi.
2. Galilée.
3. Ariſtarque.
4. Kepler.
5. Gaſſendi.
6. Schickard.
7. Harpalus.
8. Heraclides.
9. Lanſberge.
10. Reinholdus.
11. Copernic.
12. Helicon.
13. Capuanus.
14. Bouillaud.
15. Eratoſthenes.
16. Timocharis.
17. Platon.
18. Archimedes.
19. L'Iſle du Sinus moyen.
20. Pitatus.
21. Tychon.
22. Eudoxus.
23. Ariſtote.
24. Manilius.
25. Menelaus.
26. Hermes.
27. Poſſidonius.
28. Dioniſius.
29. Pline.
30. Catharina, Cyrillus, Theophilus.
31. Fracaſtor.
32. Promontoire aigu.
33. Meſſala.
34. Promontoire du Songe.
35. Proclus.
36. Cleomedes.
37. Snellius & Furnerius.
38. Petau.
39. Langrenus.
40. Taruntius.

A. La Mer des Humeurs.
B. La Mer des Nues.
C. La Mer des Pluyes.
D. La Mer de Nectar.
E. La Mer de Tranquilité.
F. La Mer de Serenité.
G. La Mer de Fécondité.
H. La Mer des Criſes.

On eſt porté à croire que toutes ces Taches ſont formées par des Montagnes, par des Vallées, par des Lacs, par des Mers, par des Puits, par des Abîmes. Cependant on n'a point encore démontré qu'il y ait un Atmosphere autour de la Lune. Voyez la pluralité des Mondes par M. de Fontenelle, & les Mémoires de l'Académie Royale des Sciences, principalement ceux de 1715.

PROBLEME XLVI.

Observer l'Eclipse de Lune.

1°. Il faut avoir une pendule, que l'on réglera par le moyen du Soleil, ou par la hauteur de quelque Etoile fixe, comme on l'a dit pour l'Eclipse du Soleil.

2°. On aura une Lunette, garnie d'un bon Micrométre ; on dirigera cette Lunette vers la Lune, & on remarquera avec précision l'instant auquel le bord de la Lune commencera à perdre sa rondeur ; ce sera le commencement de l'Eclipse.

3°. On observera le moment où la section de l'ombre abordera les Taches de la Lune, que l'on connoîtra par la Selenographie qu'on a mise ci-dessus.

4°. On remarquera le moment où l'ombre quittera absolument la Lune ; ce sera la fin de l'Eclipse.

5°. Si on ôte le commencement de la fin de l'Eclipse, on aura sa durée ; & l'on connoîtra sa moitié, prenant la moitié de sa durée.

6°. Enfin le Micrométre doit servir à observer la grandeur du diamétre obscurci de la Lune.

Il est à remarquer qu'il est quelquefois difficile d'avoir avec justesse la fin de l'Eclipse, à cause de la pénombre qui est causée par l'Atmosphere de la Terre. Les rayons du Soleil en passant par cette

Atmosphere, se brisent, & vont faire une couleur rougeâtre sur les bords de la Lune.

La Lune tourne autour de la Terre en 27 jours 8 heures, & elle met ce même tems à tourner sur son centre. C'est ce qui fait qu'elle ne nous paroît point tourner sur elle-même. Mais elle ne rejoint le Soleil que 29 jours 1 heure 44 minutes, après l'avoir quitté. Elle ne s'éloigne de l'Ecliptique que d'environ cinq degrez. Sa plus grande distance à la Terre est de $30\frac{15}{16}$ diamétres terrestres; sa moyenne est de 28 de ces diamétres, & sa plus petite est de 25 & demi des mêmes diamétres.

Le diamétre de la Lune est à celui de la Terre comme 27 à 100, & sa solidité est à celle de la Terre à peu près comme 197 à 10000, c'est-à-dire, que la Terre est plus de cinquante fois plus grosse que la Lune.

DE MARS.

Mars paroît d'une couleur rouge, qui ne peut venir que de la lumiere réfléchie du Soleil. On remarque sur son disque une Tache considerable, qui change de figure, suivant l'aspect qu'elle a avec la Terre, & que l'on perd de vûe pendant quelque tems. On y voit aussi des endroits qui semblent quelquefois éclairez, & qui sont quelquefois plus obscurs. Cette Planete a ses Phases comme la Lune; elle embrasse la Terre dans son orbite : c'est ce qui fait qu'elle se trouve en opposition au Soleil; ce qui n'arrive point à Mercure, ni à Venus.

On ne doute point que Mars ne tourne sur son centre, & l'on croit qu'il acheve ce tour en 24 heures 40 minutes : ses jours par conséquent sont quelque peu plus longs que les nôtres. Il tourne autour du Soleil en un an dix mois vingt-un jours & dix-huit heures. Son diamétre est à celui de la Terre comme 27 à 50; & sa solidité est à celle de la Terre comme 787 est à 5000. D'où il suit que le Globe de Mars est environ sept fois plus petit que celui de la Terre. Il est éloigné du Soleil de 16764 diamétres de la Terre. Sa plus grande distance de la Terre est de 29489 diamétres terrestres, & sa plus petite distance de la Terre est de 4011 des mêmes diamétres.

DE JUPITER.

Jupiter, dont le Globe paroît un peu ovale, a un brillant assez semblable à celui de Venus, quoiqu'il ne soit pas si étincellant : sa couleur tient le milieu entre la couleur de l'or & celle de l'argent. Il reçoit cette lumiere du Soleil comme les autres Planetes. On a observé deux sortes de Taches sur Jupiter, les unes sont fixes & permanentes, les autres sont sujetes à divers changemens : celles-ci ressemblent à des bandes qui l'entoureroient; quelquefois on n'en voit qu'une, quelquefois on en remarque deux, quelquefois un plus grand nombre; elles paroissent tantôt droites, tantôt recourbées vers un côté ou vers un autre; mais elles sont toûjours paralleles entr'elles. Ces bandes prennent différentes situations sur la surface de Jupiter; elles n'ont pas toûjours la même largeur, & ne gardent pas toûjours la même distance entr'elles. En certains tems elles s'élargissent, en d'autres elles s'étrecissent; elles se séparent, puis elles se confondent; il s'en forme de nouvelles en divers endroits, & il s'en efface. Ces changemens sont plus considerables, que si l'Occean inondoit toute la Terre-ferme, & laissoit en sa place de nouveaux Continens. Cette Planete est encore accompagnée de quatre Satellites, dont on parlera dans la suite.

Une Tache considerable de Jupiter, fixe & passagere tout ensemble, a donné lieu à feu M. Cassini, & depuis à M. Maraldi, de déterminer précisément que la révolution de cette Planete sur son axe, est de 9 heures 56 minutes; ce qui nous fait connoître que les jours dans Jupiter sont d'environ 10 heures. Il est 11 ans 10 mois & 16 jours à tourner autour du Soleil, dont il est éloigné de 57200 diamétres terrestres. Son diamétre est à celui de la Terre comme 259 à 25, & sa solidité est à celle de la Terre comme 1119346 à 10000. Le Globe de Jupiter est par conséquent 1112 fois plus gros que celui de la Terre. Sa plus grande distance de la Terre est de 71459 diamétres terrestres, & sa plus petite distance est de 43540 des mêmes diamétres.

DES SATELLITES DE JUPITER.

Les quatre Satellites de Jupiter font des révolutions autour de Jupiter en tems differens. On les trouvera dans la Table suivante.

Révolutions.		*Jours.*	*Heures.*	*Minutes.*
Du premier	en	1	18	29
Du second		3	13	19
Du troisiéme		7	4	0
Du quatriéme		16	18	5

Il eſt vraiſemblable que les Satellites de Jupiter tournent ſur leur axe par les obſervations qu'on a faites du retour des Taches qui y ont été remarquées ; mais on n'en a point déterminé le tems.

Le premier Satellite de Jupiter, c'eſt-à-dire, celui qui en eſt plus proche, eſt éloigné du centre de cette Planete de près de trois diamétres de Jupiter, le ſecond de quatre & demi, le troiſiéme de plus de ſept, & le quatriéme en eſt éloigné de quelque peu moins de treize des mêmes diamétres de Jupiter, & le diamétre de cette Planete contient environ 29660 de nos lieues communes.

DE SATURNE.

Saturne ſemble avoir une couleur plombée. Il paroît ſphérique & ſous diverſes Phaſes, comme les autres Planetes. D'où il ſuit qu'il reçoit ſa lumiere du Soleil, auſſi-bien qu'elles. Il a cinq Satellites qui l'accompagnent, & de plus un merveilleux Anneau, qui eſt une ſingularité unique dans tout le Ciel connu. On y remarque auſſi quelques bandes, qui paroiſſent n'être que l'ombre de l'Anneau, ou de quelque autre corps compris dans l'Atmoſphere de Saturne.

Il eſt très-probable que Saturne tourne ſur ſon centre ; mais l'on n'a point encore déterminé en combien de tems il fait ce tour. Il a un mouvement autour du Soleil, qu'il acheve en 29 ans, 5 mois, 5 jours & 13 heures : ainſi ſon année eſt près de trente des nôtres, & il a des Pays où une ſeule nuit dure quinze ans entiers, pendant que le jour dure dans les Pays oppoſez le même nombre d'années. Il eſt éloigné du Soleil d'environ 11035 diamétres terrestres, c'est-à-dire, qu'il en est éloigné de près de 330 millions de lieues. Son diamétre est à celui de la Terre presque comme 10 à 1, & par conséquent sa solidité est à celle de la Terre comme 1000 à 1. D'où il suit que le Globe de Saturne est au moins mille fois plus grand que le Globe de la Terre. Sa plus grande distance de la Terre est de 121935 diamétres terrestres, & sa plus petite distance est 87901 des mêmes diamétres. Saturne ne s'éloigne de l'Ecliptique que de deux degrez trente minutes.

REMARQUES.

Les Planetes vûes de la Terre paroissent avoir des mouvemens fort extraordinaires, car quand on les a vû aller suivant l'ordre des Signes, c'est-à-dire, d'Occident en Orient, on s'apperçoit qu'elles restent pendant quelque tems comme attachées à une même Etoile, dont elles ne s'éloignent point; & quelquefois elles paroissent faire un mouvement contraire, & aller d'Orient en Occident, puis elles sont stationaires, enfin elles reprennent leur route ordinaire, elles vont d'Occident en Orient.

DES SATELLITES DE SATURNE.

Le mouvement propre des cinq Satellites de Saturne, se fait de même que celui de toutes les Planetes, suivant la suite des Signes, en sorte qu'ils paroissent dans la partie supérieure de leurs orbes, qui est la plus éloignée de nous, aller de l'Occident vers l'Orient, & dans la partie inférieure qui est la plus proche, de l'Orient vers l'Occident. Chacun de ces Satellites fait ſa révolution autour de Saturne en des tems différens, comme on le peut voir dans la Table ſuivante.

Révolutions.		*Jours.*	*Heures.*	*Minutes.*
Du premier	en	1	21	18
Du ſecond.	en	2	17	41
Du troiſiéme	en	4	12	25
Du quatriéme	en	15	22	41
Du cinquiéme	en	79	7	47

La diſtance de ces Satellites au centre de Saturne, qui eſt très-petite à notre égard, à cauſe du prodigieux éloignement de cette Planete, ne laiſſe pas d'être réellement fort grande; car nous trouvons que le premier Satellite eſt éloigné du centre de Saturne de 43 demi-diamétres de la Terre, ou 64500 lieues, en donnant 1500 lieues au demi-diamétre terreſtre. Le ſecond de 83000 lieues à peu près de même que la Lune l'eſt de la Terre, lorſqu'elle eſt près de ſon Périgée. Le troiſiéme en eſt éloigné de 116000 lieues. Le quatriéme, de 266000 lieues. Et le cinquiéme, de près de 900000 lieues; ce qui ſurpaſſe neuf fois la diſtance de la Lune à la Terre.

Le quatriéme Satellite eſt beaucoup plus gros en apparence que les autres; ce qui donne la facilité de l'obſerver en tout tems, & même avec des Lunettes, dont le foyer n'excéde pas 10 à 12 pieds. Le cinquiéme paroît ſouvent plus gros que le troiſiéme; mais dans de certains tems il diminue de grandeur & de clarté, de ſorte qu'il ceſſe entierement de paroître.

REMARQUES.

On sçait que les Planetes qui tournent autour du Soleil, observent entr'elles une certaine proportion découverte par Kepler, qui est telle que les quarrez des révolutions sont comme les cubes de leurs distances au Soleil, c'est-à-dire, que prenant le quarré du tems de chaque révolution, & tirant la racine cubique de ces quarrez, ces racines sont entr'elles dans la même proportion que les distances. Ainsi lorsqu'on connoît le tems que les Planetes mettent à faire leur révolution autour de leur centre, on connoît les rapports des distances qu'elles ont à ce centre. Saturne, par exemple, est 30 ans à faire son tour au tour du Soleil, & la Terre est un an à faire son tour autour du Soleil : pour sçavoir le rapport de distance de ces deux Planetes au Soleil ; quarrez en premier lieu ce nombre 30, il viendra 900, dont la racine cubique est presque 10. Quarrez en second lieu 1, le quarré est 1, & sa racine cubique est aussi 1. De-là on connoît que la distance de la Terre au Soleil, est à la distance de Saturne au Soleil à peu près comme 1 est à 10, c'est-à-dire, que Saturne est dix fois plus éloigné du Soleil que la Terre.

Cette régle est générale pour tous les corps qui tournent autour d'un centre dans notre Tourbillon, & elle s'est vérifiée par les observations qu'on a faites sur les Satellites de Jupiter, & sur ceux de Saturne. Voyez les Memoires de l'Académie Royale des Sciences, années 1714, 1715, 1716, & autres.

DE L'ANNEAU DE SATURNE.

Rien n'eſt plus capable d'exciter la curioſité des Philoſophes & des Aſtronomes, après la varieté & le nombre des Satellites de Saturne, que cet Anneau merveilleux, qui environne cette Planete. C'eſt un corps qui eſt rond, plat & mince; mais il forme diverſes apparences, ſuivant que notre œil eſt plus ou moins élevé ſur ſon plan.

Quand cet Anneau, qui eſt large & fort mince, ne préſente à nos yeux que ſa ſurface étroite, il diſparoît, quoiqu'il ſoit éclairé du Soleil. On le voit enſuite reparoître pendant quelques jours, après leſquels on le perd de vûe pour la ſeconde fois. Il reſte inviſible pendant quatre ou cinq mois. Après ce tems on le voit reparoître de nouveau, & il augmente enſuite preſque continuellement pendant l'eſpace de ſept années, au bout deſquelles il paroît dans ſa plus grande largeur.

Dans le tems que cet Anneau paroît le plus large, il a la figure d'un Ellipſe, dont le grand diamétre eſt à peu près le double du petit; il ſe rétrécit enſuite pendant l'eſpace de ſept années & demi, après leſquelles il diſparoît entierement. Il reprend enſuite ſa premiere forme, & renouvelle les mêmes Phaſes deux fois dans l'eſpace de près de 30 années.

Cet Anneau ſe tient ſuſpendu autour de Saturne, dont il eſt entierement détaché, ſemblable à un cercle lumineux qui environneroit la Terre, & dont le plan paſſeroit par le centre. Cette apparence, qui n'a point ſa pareille dans les Corps Céleſtes, a donné lieu de conjecturer que ce pouvoit être un amas de Satellites, qui faiſoient leurs révolutions autour de Saturne, que leur grandeur est si petite, qu'on ne peut les appercevoir chacun séparément; mais ils sont en même tems si près l'un de l'autre, qu'on ne peut distinguer les intervalles qui sont entr'eux, en sorte qu'ils paroissent former un corps continu. Tous ces Satellites doivent être compris dans l'Atmosphere de Saturne, & entraînez par le mouvement qui fait tourner cette Planete autour de son centre. Ils doivent aussi donner à Saturne un spectacle singulier & très-agréable. Ceux qui seront sur l'Horison, sont pendant une nuit autant de Lunes qui représentent des Phases différentes, ou des Phases conduites par tous les degrez possibles, que nous ne voyons ici que successivement dans la Lune.

Cet Anneau, ou cet amas de Satellites paroît sous la forme d'un demi-cercle d'un bout à l'autre de l'Horison, & renvoyant la lumiere du Soleil, il fait l'effet d'une Lune continue.

Il y a des tems où l'on n'apperçoit que deux Corps lumineux à côté de Saturne, & diamétralement opposez entr'eux. Dans le commencement qu'on les découvrit par la Lunette, on les prit pour deux Satellites immobiles; mais on reconnut dans la suite que c'étoient deux portions opposées de l'Anneau, égales & semblables, qui sont aux extrêmitez d'un de ses diamétres prolongé; c'est ce qu'on appelle les Anses de Saturne, à cause de leur figure: l'une disparoît quelquefois, tandis que l'autre reste visible; les deux Anses disparoissent aussi en certains tems: pour lors ils laissent voir Saturne entierement rond. On les voit quelquefois disparoître deux ou trois fois dans la même année, & on les voit reparoître autant de fois. Elles deviennent invisibles, ou par le défaut de la lumiere du Soleil, ou parce que le plan de l'Anneau prolongé passant par le centre de la Terre, ne réfléchit point la lumiere du Soleil vers nos yeux.

La circonférence extérieure de l'Anneau est de plus de 18000 lieues au-dessus de la surface de Saturne ; la largeur de l'Anneau est de plus de 8000 lieues, & le vuide qui est entre la circonférence inférieure de l'Anneau & la Surface de Saturne, comprend le même nombre de 8000 lieues. Si on veut avoir ces mesures avec plus de précision, on en fera le calcul, en supposant que le demi-diamétre de l'Anneau, à compter du centre de Saturne, est à celui du Globe de Saturne, comme 9 est à 4; que l'espace compris entre la surface de Saturne & l'extrêmité de l'Anneau, est 5; que la largeur de l'Anneau tient la moitié de cet espace, c'est-à-dire, $2\frac{1}{2}$: qu'enfin le diamétre de Saturne est près de dix fois plus grand que celui de la Terre, que l'on sçait être de 3863 lieues communes.

DES COMETES.

On apperçoit de tems en tems dans le Ciel entre le cercle de Mars, & celui de Venus, des Corps lumineux, qui aprés avoir été visibles pendant quelque tems, disparoissent dans la suite, sans qu'on puisse les observer dans l'étendue de leur révolution. On leur a donné le nom de Cometes. Elles sont semblables aux Planetes, en ce que paroissant tourner autour de la Terre, elles sont vûes sous une figure spherique, qui semble être solide & éclairée du Soleil ; c'est ce qu'on appelle la Tête de la Comete ; mais elles sont différentes des Planetes par une sorte d'illumination qui les accompagne,

accompagne, & à laquelle on les reconnoît. On a donné le nom de Queue ou de Barbe à cette espece d'illumination, selon que la Comete paroissant après le coucher du Soleil, ou avant son lever, laisse voir cette trace de lumiere du côté opposé au Soleil. Elle occupe quelquefois dans le Ciel un espace de plus de 60 degrez, & quelquefois elle se racourcit de telle maniere, qu'elle ressemble à une chevelure qui enveloppe la Tête de la Comete.

Il y a des Cometes, dont le disque vû par la Lunette, paroît aussi rond, aussi net, & aussi clair que celui de Jupiter. Il y en a d'autres, dont le disque paroît mal terminé & sombre, comme les Etoiles nébuleuses le paroissent à la vûe simple.

Quelques Astronomes, comme Herclius, prétendent que les Cometes ne sont formées que des exhalaisons sorties du Soleil & des Planetes, & qu'elles sont entierement semblables aux Taches qu'on remarque sur le disque du Soleil : ce sentiment ne manque point de probabilité. Cependant on pourroit croire que les Cometes ne sont pas des Corps formez de nouveau, mais que ce sont des Astres réguliers, qui décrivent des cercles prodigieusement excentriques à la Terre, & qui le sont à tel point, que nous ne pouvons voir ces Astres que dans une très-petite partie de leur révolution. Hors de là, ils vont se perdre dans des espaces immenses, où ils se dérobent à nos yeux & à nos Lunettes, soit qu'ils demeurent dans notre Tourbillon, soit qu'ils en sortent, & qu'ils y reviennent ensuite. Quoi qu'il en soit, le mouvement des Cometes sera, dans ce systême, aussi régulier que celui des Planetes. Voyez Herclius dans son Traité des Cometes, M. Cassini dans ses Observations ſur les Cometes, & les Memoires de l'Académie Royale des Sciences, année 1699 & autres.

Le tems de la révolution des Cometes autour d'un centre, n'a pû encore être déterminé. Leur vîteſſe n'eſt point tout-à-fait connue, & leur route eſt encore incertaine. Quelques Aſtronomes cependant penſent qu'il y a des Cometes qui ſe font voir de 46 ans en 46 ans, & d'autres de 34 ans en 34 ans. M. Caſſini a crû pouvoir aſſigner un Zodiaque compris dans les Conſtellations énoncées dans ces deux Vers Latins.

Antinoüs, Pegaſuſque, Andromeda, Taurus, Orion,
Procyon, atque Hydrus, Centaurus, Scorpius, Arcus.

Ce Zodiaque renfermeroit en ſa largeur 10 à 11 degrez, comme celui des Planetes, & quoiqu'il y ait eu des Cometes, qui n'ayent point ſuivi cette route; cette détermination n'eſt pourtant pas inutile, comme il paroît par la Prédiction heureuſe que M. Caſſini même a fait du chemin que devoit ſuivre la Comete qui parut ſur la fin de 1680, & au commencement de 1681, après la premiere Obſervation, & qu'il jugea être la même qu'avoit obſervé Tycho-Brahé en 1577, 103 ans auparavant, c'eſt-à-dire, après trois fois 34 ans.

DES ETOILES FIXES.

La diſtance qu'il y a de la Terre aux Etoiles fixes eſt prodigieuſe; car dans le Syſtême de Copernic, le cercle que la Terre décrit autour du Soleil n'eſt compté que pour un point par rapport à l'éloignement des Etoiles fixes. La Terre au bout de six mois est éloignée de tout le diamétre de ce cercle, qui est très-considerable. Cependant on n'apperçoit aucune différence de la hauteur du Pole dans ces deux situations ; ce qui ne manqueroit point d'arriver, si le diamétre de l'orbite de la Terre avoit quelque rapport avec la distance qu'il y a d'ici aux Etoiles fixes. Elles n'empruntent point leur lumiere du Soleil ; elles trouvent en elles une source féconde de lumiere, & ce sont apparemment autant de Soleil qui éclairent peut-être des Planetes, qui tournent autour d'elles, comme les Planetes de notre Tourbillon tournent autour de notre Soleil, & en sont éclairées.

On remarque dans les Etoiles fixes une lumiere tremblante. Oseroit-on dire avec un Auteur de réputation, * que ces Etoiles ne nous envoyent cette lumiere tremblante, & ne paroissent briller à reprises, que parce que leurs Tourbillons poussent perpetuellement le nôtre, & en sont perpetuellement repoussez. Chaque Etoile formeroit donc autant de Mondes ou de Tourbillons, qui s'enflant & se desenflant continuellement, conserveroit presque toûjours une égalité de force entr'eux : à mesure qu'un Tourbillon s'enfle pour s'étendre, il est aussi-tôt repoussé par les Tourbillons voisins, qui sont aussi repoussez eux-mêmes, & forcez à se céder les uns aux autres plus ou moins de place, selon les différens degrez de force que l'Auteur de la nature conserve dans l'Univers. Si cet équilibre vient à manquer par quelque cause que ce soit dans un Tourbillon, alors le Soleil, qui n'a pû tenir contre les efforts de ses voisins, est contraint d'entrer dans quelqu'autre Tourbillon, & d'en suivre les mouvemens, où il se fait voir sous la figure & le nom de Comete.

* M. de Fontenelle, dans sa pluralité des Mondes, 5e. soir.

Les Anciens n'ont connu que 1022 Etoiles fixes, & les ont divisé en 48 Conſtellations : mais les Modernes en ont obſervé à la ſimple vûe juſqu'à 1481, qu'ils ont diſtribuées en 63 Conſtellations. Ils en comptent 25 dans la partie Septentrionale, 26 dans la partie Méridionale du Ciel, & les 12 autres auſquelles on donne le nom de Signes, ſe trouvent ſur le Zodiaque. Toutes ces Etoiles ne paroiſſent pas d'une même grandeur ; on en diſtingue de ſix grandeurs différentes. On donne ici une Table des 63 Conſtellations, où l'on a mis le nombre d'Etoiles que contient chaque Conſtellation, & le nombre des Etoiles de chaque grandeur différente, qui entre dans chacune de ces Conſtellations.

TABLE DES CONSTELLATIONS.

Constellations Septentrionales.

Nomb. des Constel.		*Nomb. des Etoiles.*	*1e. grandeur.*	*2e. grandeur.*	*3e. grandeur.*	*4e. grandeur.*	*5e. grandeur.*	*6e. grandeur.*
1.	La petite Ourse,	10	0	2	1	3	1	3
2.	La grande Ourse,	35	0	7	3	12	8	5
3.	Le Dragon,	35	0	1	10	14	8	2
4.	Céphée,	21	0	0	3	7	7	4
5.	Cassiopée,	28	0	0	5	5	3	15
6.	Persée,	42	0	2	4	12	12	12
7.	Le Chartier,	40	1	2	0	7	3	27
8.	Le Bouvier,	32	1	0	6	13	4	8
9.	Hercule,	62	0	0	9	21	11	21
10.	Le Cigne,	40	0	1	5	16	7	11
11.	Andromede,	27	0	3	1	11	10	2
12.	Le Triangle,	6	0	0	0	3	1	2
13.	La Chevelure de Berenice,	13	0	0	1	11	1	0
14.	La Couronne,	21	0	1	0	5	8	7
15.	La Lyre,	15	1	0	2	1	7	4
16.	Pegase,	23	0	4	3	6	3	7
17.	Le petit Cheval,	4	0	0	0	4	0	0
18.	Orion,	56	2	4	4	16	11	19
19.	Le petit Chien,	10	1	0	1	0	3	5
20.	Le Sepentaire,	30	0	1	7	9	10	3
21.	Le Serpent,	35	0	1	7	7	2	18

Constellations Méridionales.

Nomb. des Constel.		Nomb. des Etoiles.	1e. grandeur.	2e. grandeur.	3e. grandeur.	4e. grandeur.	5e. grandeur.	6e. grandeur.
22.	L'Aigle,	27	0	1	6	1	5	14
23.	Antinoüs,	15	0	0	6	2	1	6
24.	La Fleche,	8	0	0	0	3	1	4
25.	Le Dauphin,	10	0	0	5	0	1	4

Signes du Zodiaque.

26.	Le Belier,	19	0	0	3	1	2	13
27.	Le Taureau,	48	1	1	5	8	20	13
28.	Les Gemeaux,	34	0	3	4	7	9	11
29.	L'Ecreviſſe,	32	0	0	2	4	6	20
30.	Le Lion,	43	2	2	5	13	7	14
31.	La Vierge,	45	1	0	5	6	11	22
32.	La Balance,	14	0	2	1	8	2	1
33.	Le Scorpion,	35	1	1	9	10	11	3
34.	Le Sagittaire,	30	0	2	7	8	8	5
35.	Le Capricorne,	28	0	0	4	1	7	16
36.	Le Verſeur d'eau,	42	0	0	4	7	23	8
37.	Les Poiſſons,	36	0	0	1	6	19	10

Constellations Méridionales.

38.	La Baleine,	29	0	2	7	14	5	1
39.	L'Eridan,	44	1	0	6	29	5	3
40.	Le Lievre,	13	0	0	4	4	4	1
41.	Le grand Chien,	19	1	1	5	4	8	0

Constellations Méridionales.

Nomb. des Constel.		*Nomb. des Etoiles.*	*1e. grandeur.*	*2e. grandeur.*	*3e. grandeur.*	*4e. grandeur.*	*5e. grandeur.*	*6e. grandeur.*
42.	L'Hydre,	29	1	0	2	13	9	4
43.	La Tasse,	11	0	0	0	8	1	2
44.	Le Corbeau,	8	0	0	4	1	2	1
45.	Le Poisson Austral,	12	1	0	0	9	2	0
46.	Le Phœnix,	14	0	1	3	8	2	0
47.	La Colombe,	12	0	2	0	9	0	1
48.	Le Navire Argo,	51	1	7	10	23	7	3
49.	Le Centaure,	41	2	5	7	16	9	2
50.	Le Loup,	20	0	0	2	11	7	0
51.	La Couronne Australe,	13	0	0	0	4	7	2
52.	La Gruë,	15	0	3	0	4	2	6
53.	Hydrus,	15	0	1	0	4	10	0
54.	La Dorade,	6	0	0	0	3	3	0
55.	Le Poisson Volant,	4	0	0	0	0	1	3
56.	La Mouche,	4	0	0	0	4	0	0
57.	Le Triangle Austral,	4	0	3	0	0	1	0
58.	L'Autel,	6	0	0	0	5	1	0
59.	Le Paon,	16	0	1	2	1	6	6
60.	L'Indien,	15	0	0	0	6	3	6
61.	Le Toucan,	8	0	4	0	3	1	0
62.	Le Cameleon,	9	0	0	9	0	0	0
63.	Apus, ou l'Oiseau d'Inde,	12	0	0	0	1	11	0

Outre toutes ces Etoiles, qu'on obſerve à la vûe ſimple, on remarque encore dans le Ciel une blancheur qui s'étend d'un Pole à l'autre. C'eſt ce qu'on appelle la Voye Lactée, ou la Voye de Lait, & qui n'eſt autre choſe qu'une infinité de petites Etoiles inviſibles aux yeux, à cauſe de leur petiteſſe, & ſemées ſi près les unes des autres, qu'elles paroiſſent former une lueur continuelle : on ne peut les découvrir qu'avec des Lunettes d'approche. Cette Voye Lactée paſſe par les Conſtellations de Caſſiopée, du Cigne & de l'Aigle ; par la Fleche du Sagittaire, la Queue du Scorpion, le Centaure, le Navire Argo, les Pieds des Gemeaux, le Chartier & Perſée. Avec le ſecours des Lunettes, on découvre un très-grand nombre d'Etoiles, répandues parmi les autres, & elles ſont en ſi grande quantité dans quelques Conſtellations, que dans celle d'Orion on en compte plus de mille.

Parmi les Etoiles fixes, il y en a qui paroiſſent & diſparoiſſent pendant certaines Périodes. Mais ce qui eſt très-remarquable, c'eſt que dans le commencement qu'elles paroiſſent, leur grandeur augmente juſqu'à ce qu'étant prêtes à diſparoitre, leur grandeur diminue peu à peu. On les voit même encore avec des Lunettes d'approche, quand on ne peut plus les appercevoir avec la vûe ſimple. Ces Etoiles ſeroient-elles ſemblables à nos Planetes, & auroient-elles un mouvement autour de quelque Etoile ?

On obſerve au contraire d'autres Etoiles, qui ayant paru pendant un certain tems, diſparoiſſent abſolument. On les voit d'abord d'une figure ronde, & d'une grandeur qui augmente peu à peu ; de ſorte qu'elles paroiſſent plus grandes que les

Etoiles de la premiere grandeur ; mais elles diminuent insensiblement en passant par tous les différens degrez de grandeur des Etoiles, & elles changent en même tems de couleur, à mesure qu'elles approchent de leur fin ; car dans le commencement elles ont une lumiére blanche & agréable, qui ressemble assez à celle de Venus, ensuite elles prennent une couleur rougeâtre, comme celle de Mars : enfin elles deviennent blanchâtres & plombées comme Saturne, jusqu'à ce qu'elles disparoissent. Depuis leur commencement jusqu'à leur fin on les voit avec cette lumiére tremblante, qui est commune à toutes les Etoiles fixes.

PROBLEME XLVII.

Dresser un Theme Céleste.

Les Astrologues prétendent par la connoissance de la disposition des Astres, pénétrer dans l'obscurité de l'avenir, soit pour prévoir les changemens des tems, soit pour prédire les évenemens qui sont attachez à la fortune des hommes. Ils supposent le Ciel divisé par des Méridiens en douze parties égales, ausquelles ils ont donné le nom de *Maisons Célestes*. On commence à compter ces Maisons à l'Orient, en descendant sous l'Horison, de telle sorte que les six premieres sont toûjours sous l'Horison, & les six autres dessus.

La premiere Maison est appellée *Horoscope*, *Maison de la Vie*, du *Temperament*, de la *Santé*, des *Mœurs*, de l'*Esprit*, & *Angle Oriental*. Planche 22. Fig. 46.

La seconde, la *Maison des Richesses*, de *l'Or*, des *Meubles*, & des *Fonds acquis*.

La Troisiéme, la *Maison des Freres* & des *Alliez*.

La quatriéme, dans le plus bas du Ciel, la *Maison des Parens*, des *Successions*, & l'*Angle de la Terre.*

La cinquiéme, la *Maison des Enfans* & des *Plaisirs.*

La sixiéme, la *Maison des Domestiques*, des *Sujets*, & des *Animaux apprivoisez.*

La septiéme, dessus l'Horison, du côté de l'Occident, la *Maison du Mariage*, des *Ennemis connus*, & l'*Angle d'Occident.*

La huitiéme, la *Maison de la Mort*, & *Porte supérieure.*

La neuviéme, la *Maison de la Pieté*, & des *Voyages.*

La dixiéme, au plus haut du Ciel, la *Maison des Offices*, des *Actions*, & de la *Gloire.*

L'onziéme, la *Maison des Amis.*

La douziéme, la *Maison des Maladies*, des *Prisons*, des *Exils*, des *Ennemis cachez*, & des *Afflictions.*

Planche 21.* Fig. 46. On dispose ces Maisons dans un quarré, de la maniére qu'on le voit dans la Figure.

S'il étoit proposé de dresser pour Paris un Theme Céleste, ou de tirer un Horoscope pour le premier Janvier 1723 à Midi précis, il faudroit chercher dans quelques Ephémérides les vrais lieux des Planetes. La Connoissance des Tems calculez par M. *Lieutaud* de l'Académie Royale des Sciences, les donne tels qu'on les voit dans cette Table.

		Longitude.
Le Soleil	☉	10 d. 37′ ♑
La Lune	☾	29 d. 55′ ♎
Saturne	♄	23 d. 5′ ♐
Jupiter	♃	22 d. 18′ ♐
Mars	♂	18 d. 2′ ♐
Venus	♀	11 d. 40′ ♒
Mercure	☿	24 d. 59′ ♐

Nous n'entreprendrons point d'expliquer ici toutes les différentes maniéres de dresser le Theme Céleste ; celles qui se font par le moyen des Tables, sont trop difficiles pour des Récréations Mathématiques. Nous nous contenterons d'indiquer la méthode qui paroît la plus aisée, & de l'appliquer à la question proposée. Prenez un Globe Terrestre, dont vous mettrez le Pole à la hauteur de 49 degrez, qui est l'élevation du Pole de Paris. Mettez ensuite dans le Méridien le degré du Soleil, qui est 10 d. 37′ du ♑. Ayant pris garde à quel point l'Horison coupe l'Equateur du côté de l'Occident, vous verrez qu'il le coupe vers le dixiéme degré : partagez en trois les 90 degrez de l'Equateur compris entre l'Horison & le Méridien ; ou comptez de ce point 10 trois fois trente degrez. Faites passer par ces trois divisions de l'Equateur du côté de l'Occident, le cercle de position attaché aux Poles. Remarquez en quel point ce cercle fixé sur chaque division, coupera l'Ecliptique, & vous trouverez que le commencement de la huitiéme Maison est au 7^{e}. degré de ♏ ; celui de la neuviéme au 27^{e}. degré de ♐, & celui de la dixiéme au 10^{e}. degré 37 minutes du ♑. Faites du côté de l'Orient la même chose que vous

Planche 22. Fig. 46.

avez fait du côté de l'Occident, en passant le cercle de position dans la partie Occidentale, & vous trouverez que le commencement de la onziéme Maison est au 27^e. degré de ♑; celui de la douziéme au 27^e. degré de ♒, & celui de la premiere au 24^e. degré 33 minutes de ♈. Les commencemens de ces six Maisons ayant été ainsi trouvées, il ne sera pas difficile de trouver les commencemens des six autres, puisqu'il n'y a qu'à mettre dans les suivantes les Signes opposez avec les mêmes degrez & minutes, comme on le voit dans cette Table, & dans la Figure.

Maisons.	*Signes.*	*Maisons.*	*Signes.*
8.	♏ 7 d.	2.	♉ 7 d.
9.	♐ 27 d.	3.	♊ 27 d.
10.	♑ 10 d. 37'	4.	♋ 10 d. 37'
11.	♑ 27 d.	5.	♋ 27 d.
12.	♒ 27 d.	6.	♌ 27 d.
1.	♈ 24 d. 33'	7.	♎ 24 d. 33'

Les positions des Signes étant trouvées, & les Signes avec leurs degrez, ayant été placez dans le Theme Céleste, on mettra chaque Planete avec son lieu, ou sa longitude dans la Maison qui lui convient, à raison du Signe où elle se trouve. Ainsi la ☾ sera placée avec ses degrez & minutes dans la 7^e. Maison, à cause qu'elle est dans le Signe de ♎; ♄ sera mis dans la 9^e. Maison, à cause du ♐, où il se trouve, & ainsi des autres, comme on le remarquera aisément dans la Figure.

REMARQUES.

I.

S'il étoit proposé de dresser un Thême Céleste à une autre heure qu'à Midi, comme à 6 heures du soir ; il faudroit trouver le vrai lieu du Soleil, ou des Planetes pour cette heure proposée, suivant ce qui est enseigné dans la Connoissance des Tems. De plus, après avoir mis le degré du Signe dans le Méridien, il faudroit mettre l'éguille des heures sur 12 heures, tourner ensuite le Globe du côté de l'Occident, jusqu'à ce que cette éguille marquât l'heure proposée, qui est ici 6 heures du soir. Si l'heure proposée étoit le matin, il faudroit tourner le Globe vers l'Orient : alors on feroit les mêmes opérations qu'on a enseigné ci-dessus.

II.

Si le Theme à dresser est pour un autre lieu que Paris ; il faut faire toutes les réductions nécessaires, pour lesquelles on consultera la Connoissance des Tems, & faire attention à l'élevation du Pole du lieu pour lequel on veut tirer l'Horoscope.

III.

On n'entreprendra point de rapporter les principes sur lesquels est fondée la Science de l'Astrologie Judiciaire. Ceux qui voudront connoître par eux-mêmes la foiblesse des fondemens qui soûtiennent un édifice si peu solide, pourront s'en instruire en lisant les Docteurs de cette Science ; tels que sont Stofler, Magin, Villon, Rantzaw, Pagan, Morin, & les autres. Rantzaw, qui étoit très-versé dans cette matiére, dit dans sa Préface, que l'Astrologie est fondée sur la conjecture, qu'il avoue être quelquefois trompeuse. Morin, autrefois Professeur Royal, employe toute sa Philosophie dans son *Astrologia Gallica*, pour prouver la solidité de cette Science. Mais après une lecture pénible de ce Livre, je ne sçai si on sera frappé de ses preuves. Cependant il ne sera point inutile de lire le Poeme Astronomique de Manile, sur-tout si on consulte l'habile Commentateur Dauphin dans les endroits difficiles.

Quoiqu'il en soit, on ne peut s'empêcher de rapporter un fait qui convient d'autant plus au sujet qu'on traite ici; qu'il appartient à M. Ozanam même. On le tirera de l'Eloge de M. Ozanam, que M. de Fontenelle a donné dans l'Histoire de l'Académie de l'année 1717. » Il sçavoit trop » d'Astronomie, dit M. de Fontenelle, pour donner dans l'Astrologie Judiciaire, & il refusoit » courageusement tout ce qu'on lui offroit pour » l'engager à tirer des Horoscopes; car presque » personne ne sçait combien on gagne à ignorer » l'avenir. Une fois seulement il se rendit à un » Comte de l'Empire, qu'il avoit bien averti de ne » le croire pas. Il dressa par Astronomie le Theme » de sa nativité; & ensuite, sans employer les ré- » gles de l'Astrologie, il lui prédit tous les bon- » heurs qui lui vinrent à l'esprit. En même-tems le » Comte fit faire aussi son Horoscope par un Mé- » decin très-entêté de cet Art, qui s'y prétendoit » fort habile, & qui ne manqua pas d'en suivre exa- » ctement & avec scrupule toutes les régles. Vingt » ans après le Seigneur Allemand apprit à M. Oza- » nam, que toutes ses prédictions étoient arrivées, » & pas unes de celles du Médecin. Cette nouvelle » lui fit un plaisir tout différent de celui qu'on pré- » tendoit lui faire. On vouloit l'applaudir sur son » grand sçavoir en Astrologie, & on le confirmoit » seulement dans la pensée qu'il n'y a point d'Astro- » logie.

PROBLEMES DE MECANIQUE.

LA plûpart des Problêmes de Mécanique sont plus utiles que curieux, parce qu'ils servent ordinairement à l'execution des choses les plus nécessaires à la vie de l'homme. Ainsi il semble qu'on ne sçauroit trop s'étendre sur cette matiére : neanmoins comme il faut nécessairement nous borner, pour ne pas faire un Volume trop ample, je ne rapporterai que les Problêmes qui me sembleront les plus utiles, les plus agréables, & les plus faciles à comprendre & à exécuter.

PROBLEME I.

Empêcher qu'un corps pesant ne tombe, en lui ajoûtant du côté où il tend à tomber, un autre corps plus pesant.

ON met sur le bord d'une table AB, une Clef CD, de maniére que la partie ED, qui n'est point appuyée sur la table, est plus pesante que la partie CE, qui paroît en être soûtenue. On propose de faire en sorte que cette Clef demeure dans cette situation sans tomber. Voici ce qu'il faut faire. Ajoûtez à l'extrêmité D de la Clef un bâton DFG recourbé vers le dessous de la table. Attachez à l'extrêmité G du bâton un poids H, tellement

Planche 45. Fig. 127.

Planche 45. Fig. 127. ſitué, qu'il réponde perpendiculairement au point E, où la Clef touche la table. Alors la Clef ne tombera point ; car pour tomber, il faudroit que la partie ED s'inclinant, la partie EC fiſt un mouvement, & que l'extrêmité C décrivît un arc de cercle, dont le point E ſeroit le centre. Or on conçoit que cela ne peut arriver, ſi le poids H ne monte au lieu de deſcendre : mais il n'y a point de cauſe pour faire monter le poids H, à moins qu'on n'appuye fortement ſur quelque point de la partie EF, ou qu'on y ſuſpende un poids perpendiculairement. Il eſt donc impoſſible que la Clef faſſe aucun mouvement. Ainſi elle demeurera dans la ſituation où on l'a poſée, avec toutes les circonſtances qu'on a décrites.

REMARQUES.

I.

Il faut regarder le poids H comme attaché au point I, ou à quelque autre point entre C & E, ſi le poids H avance deſſous la table.

II.

On exécute facilement ce Problême avec une plume, à l'extrêmité de laquelle on fiche la pointe d'un ganif, en ſorte que le ganif faſſe un angle aigu avec la plume qu'on poſe par ſon autre extrêmité ſur la table.

III.

Planche 23 * Fig. 47. On peut encore exécuter ce Problême par le moyen d'un bâton CE, poſé ſur une table, à l'extrêmité duquel on ajuſte un ſeau CF plein d'eau.

Ce

Ce bâton doit être un peu applati à son extrêmité C, sur laquelle ayant fait passer l'anse du seau, on met un autre bâton CF, qui appuyant par un de ses bouts sur le fond du seau F, tienne de l'autre bout fortement serré le premier bâton EC contre l'anse du seau. Cela étant fait, on met sur la table le bâton CE, comme on le voit dans la Figure, & le seau plein d'eau se trouvera suspendu à l'extrêmité de ce bâton, qui tomberoit, s'il n'avoit pas ce poids. Observez que le bâton EC doit être avancé sur la table de telle maniére, que le centre de gravité de tout le poids se trouve sous le bord de la table.

Planche 23. Fig. 47.

PROBLEME II.

Faire une Boule trompeuse au Jeu de Quilles.

FAites un trou qui n'aille point jusqu'au centre de la boule. Mettez dans ce trou du plomb : bouchez-le si bien, qu'il ne soit pas aisé de le découvrir. Quoiqu'on roule cette boule en la jettant droit vers les quilles, elle ne manquera pas de se détourner, à moins qu'on ne la jette par hazard ou par adresse de telle sorte, que le plomb se trouve dessus ou dessous, en faisant rouler la boule.

PROBLEME III.

Partager une pomme en deux, quatre, huit, &c. sans rompre la peau de la pomme.

AYez une petite éguille enfilée de soye ou de fil : commencez à percer la pomme à la tête ou à la queue, en ne prenant que très-peu de l'écorce, & passant légérement sous la peau : pratiquez la même chose, en faisant tout le tour de la pomme, & revenez à l'endroit que vous aurez commencé à percer, où vous aurez laissé un bout du fil. Prenez ces deux bouts de fil, & tirez-les doucement, la pomme sera partagée en deux : les trous de l'éguille étant petits, ne paroîtront point, & il ne semblera pas que la pomme soit partagée. Vous ferez la même chose, si vous la voulez diviser en quatre, ou en autant de parties qu'il vous plaira.

PROBLEME IV.

Faire en sorte qu'un homme se tenant droit, il puisse avoir la tête & les pieds en haut.

IL faudroit le mettre au centre de la Terre. Si on pouvoit aussi placer une échelle au centre de la Terre, il arriveroit que deux hommes monteroient en même tems, & iroient vers deux endroits diamétralement opposez l'un à l'autre.

PROBLEME V.

Par le moyen d'un petit poids, & d'une petite balance, mouvoir un autre poid si grand que l'on voudra.

Planche 45. Fig. 128. JE suppose que la balance AB est attachée en F, au dessus de son centre de mouvement E, par le moyen du crochet immobile EF, & qu'elle a proche de son extrêmité B un petit poids C suspendu en H, par un anneau qui coule le long du bras EB. On propose d'enlever un poids d'une pesanteur énorme, comme D, qui pourroit représenter la

Terre, si on en connoissoit la pesanteur, & si l'on avoit un point ferme pour arrêter la balance.

Pour trouver la distance EH du poids C au centre de mouvement E; de sorte que le poids D puisse être mû par le petit poids C arrêté en H; cherchez à un poids I moindre que le poids C, au grand poids D, & à la ligne AE, qui doit être fort petite, une quatriéme proportionnelle EH, pour avoir le point H, où le poids I étant suspendu, tiendra le poids D en équilibre : comme il est évident par ce principe général des Mécaniques, qui porte que deux poids demeurent en équilibre autour d'un point fixe, lorsqu'ils en sont éloignez par des distances réciproquement proportionnelles à leurs poids. C'est pourquoi si au lieu du poids I, on applique en H le poids C, qui est plus grand, ce poids C pourra mouvoir & enlever le poids D.

PROBLEME VI.

Construire une Balance trompeuse, qui paroisse juste étant vuide, aussi bien qu'étant chargée de poids inégaux.

FAites une Balance, dont les deux bassins A, B, soient de pesanteurs inégales, en sorte que les longueurs des bras CD, CE, soient aussi inégales, & réciproquement proportionnelles à ces pesanteurs, c'est-à-dire, que le bassin A soit au bassin B, comme la longueur CE est à la longueur CD. Ces deux bassins A, B, demeureront en équilibre autour du point fixe C. La même chose arrivera aussi lorsque les deux bras CD, CE, seront égaux en longueur, & inégaux en grosseur; en sorte que le bras CD soit plus gros que le bras

Planche 46. Fig. 131.

Planche 46. Fig. 131. CE, à proportion que la pesanteur du bassin B est plus grande que celle du bassin A. Cela étant fait, si l'on met dans les deux bassins A, B, des poids inégaux, qui soient en même raison que les pesanteurs de ces deux bassins, en sorte que le poids le plus pesant soit mis dans le bassin le plus pesant, & le poids le moins pesant dans le bassin le moins pesant; ces deux poids avec les pesanteurs de leurs bassins demeureront en équilibre autour du centre de mouvement C.

Supposons que le bras CD soit de 3 pouces, & le bras CE de 2 pouces, & réciproquement que le bassin B pese 3 onces, & le bassin A 2 onces; alors la Balance n'étant chargée que de la pesanteur de ses deux bassins, demeurera en équilibre, étant suspendue par le point C. Si l'on met dans le bassin A un poids de 2 livres, & dans le bassin B un poids de 3 livres, ou bien dans le bassin A un poids de 4 livres, & dans le bassin B un poids de 6 livres, ou bien encore dans le bassin A un poids de 6 livres, & dans le bassin B un poids de 9 livres, &c. la Balance ainsi chargée paroîtra encore juste, parce que ces poids avec les pesanteurs de leurs bassins seront réciproquement proportionnels aux longueurs des bras de la Balance. Mais on découvrira la fausseté de cette Balance, en changeant de bassin les poids, qui alors ne demeureront plus en équilibre.

RPOBLEME VII.

Construire un nouveau Peson propre à porter dans la poche.

ON a inventé depuis peu en Allemagne un nouveau Peson, qu'on peut aisément porter à la poche : on s'en sert très-commodément pour peser promptement & facilement un poids d'une grandeur médiocre, comme du Foin, des Marchandises, & autre chose semblable, depuis une livre jusqu'à cinquante.

Cette Machine est composée d'un tuyau ou canon de cuivre AB, long d'environ six pouces, & large à peu près de huit lignes : on n'a marqué dans la Figure que l'extrêmité BD de ce tuyau, le reste est ouvert pour laisser voir au dedans un ressort d'acier AD, fait en Vis comme un tire-bourre d'arquebuse. Il y a au bout d'en haut, c'est-à-dire, vers A, un trou quarré, par où passe une verge de cuivre CAD, aussi quarrée, qui traverse le ressort. On voit sur une des faces de cette verge les divisions des livres qui ont été marquées en appliquant successivement au crochet E un poids d'une livre, de deux livres, de trois livres, &c & en traçant des lignes sur cette verge, à l'endroit où elle s'est trouvée coupée par le trou quarré A. Planche 46. Fig. 130.

Ces lignes sont inégalement distantes les unes des autres, selon les différens poids attachez au crochet E, qui par leur pesanteur font étendre le ressort, & sortir en dehors une plus grande, ou plus petite partie de la verge, selon que le poids appliqué au crochet E, est plus grand ou plus petit. La verge doit être arrêtée par le bas avec une virole, & avoir en haut un anneau F.

L'usage de ce Peson est évident par sa construction ; il est aisé de connoître que pour s'en servir il le faut suspendre par l'anneau F, qui tient à la verge CD, & appliquer le poids que l'on veut peser au crochet E. La pesanteur du poids fera descendre le canon AB le long de la verge, sur laquelle on verra en A la pesanteur du poids proposé.

REMARQUE.

Planche 46. Fig. 132. Le Sieur Chapotot Ingénieur du Roy, & Fabricateur des Instrumens de Mathématiques à Paris, a imaginé une autre sorte de Peson en forme de Montre, où l'on peut connoître la pesanteur d'un poids avec une très-grande facilité.

Ce nouveau Peson est composé de deux poulies AB, CD, avec leurs chapes, liées ensemble par une corde, comme celles qui servent aux Pendules à poids. La poulie qui est en haut, sçavoir, AB, est creuse comme un barillet de Montre, & contient un ressort, qui étant arrêté par l'aissieu de la poulie, fait le même effet que celui d'une Montre.

La même poulie AB contient les divisions des livres, qu'on y marque mécaniquement, comme dans le Peson précedent, en appliquant successivement au crochet E un poids d'une livre, de deux livres, de trois livres, &c. & en tenant le Peson suspendu par son anneau F. La pesanteur du poids fait tourner la poulie AB, de sorte que par les divers poids la pointe I répondra à des points différens de la poulie AB, où l'on marquera par conséquent les nombres des livres qui conviendront aux poids qui auront été appliquez au crochet E : après quoi on pourra se servir de ce Peson, comme du précedent, pour peser tout ce que l'on voudra.

Il est aisé de voir par la Figure, que la corde BDCA soûtient & embrasse par en bas la poulie CD, & qu'elle est attachée fortement au point G par l'un de ses bouts, & par l'autre bout en quelque point de l'autre poulie AB, par exemple, en H;

ce qui contribue à faire tourner cette poulie AB autour de son aissieu, lorsqu'elle est tirée par la partie AC de la corde, à cause de la pesanteur du poids appliqué au crochet E. Cette pesanteur sera d'abord marquée sur la poulie AB, par la pointe I, quand on tiendra le Peson suspendu avec le pouce, ou plûtôt avec un bâton appliqué à l'anneau F, &c.

Construction d'un autre Peson.

Ce Peson * consiste en une verge de fer suspendue par un fleau en son point d'équilibre C, qui partage la verge du Peson en deux bras égaux, comme les Balances communes. Chacun de ces bras a des divisions égales, & l'ordre de ces divisions commence du point C de l'équilibre, & va vers les extrêmitez A & B, comme on le voit dans la Figure. Planche 23 * Fig. 48.

Cette Balance sert à connoître le poids & le prix des marchandises en même tems.

Si vous voulez peser quelque marchandise, suspendez-la par un fil de soye à l'un des bras de la Balance, & mettez à l'autre bras un contrepoids marqué D d'une livre ou d'une once, suivant que la marchandise se pese par livres ou par onces. Ce contrepoids doit couler le long du bras, comme dans les Romaines. Pour sçavoir le poids de la marchandise, mettez le fil de soye à la premiere division, qui est la plus proche du point de l'équilibre, & faites couler le contrepoids le long du bras: la division où il sera équilibre marquera le nombre des livres ou des onces de la marchandise.

* Il a été inventé par Jean Dominique Cassini.

Planche 23.* Fig. 48.

Si vous voulez sçavoir le prix de toute la marchandise à raison du prix convenu, par exemple, à 7 sols l'once ou la livre; mettez le fil qui soûtient la marchandise à la septiéme division : faites ensuite couler le contrepoids sur l'autre bras jusqu'à ce qu'il soit en équilibre; le nombre des divisions depuis le point de suspension jusqu'au contrepoids, sera le nombre des sols ou la valeur de la marchandise.

A l'égard des marchandises qu'on ne sçauroit peser que dans un bassin, prenez-en un, dont le poids avec son crochet, soit connu, comme d'une once ou d'une livre. Faites la même chose que vous avez faite avec le fil de soye, & quand vous aurez connu le poids total, ôtez-en le poids du bassin, le reste sera le poids de la marchandise.

REMARQUE.

La livre de Paris est de 16 onces, & se divise en deux marcs chacun de 8 onces. L'once se divise en 8 gros, & le gros en 72 grains : le grain est à peu près le poids d'un grain de froment.

Rapport du Poids de Paris à ceux des Pays étrangers.

La livre d'Avignon, de Lyon, de Montpellier & de Toulouse, est de 13 onces.

La livre de Marseille & de la Rochelle, est de 19 onces.

La livre de Rouen, de Besançon, de Strasbourg & d'Amsterdam, est de 16 onces.

La livre de Milan, de Naples & de Venise, est de 9 onces.

La livre de Messine & de Genes, est de 9 onces $\frac{3}{4}$.

La livre de Florence, de Ligourne, de Pise, de Sarragosse & de Valence, est de 10 onces.

La livre de Turin & de Modene, est de 10 onces $\frac{1}{2}$.

La livre de Londres, d'Anvers & de Flandres, est de 14 onces.

La livre de Basle, de Berne, de Francfort & de Nuremberg, est de 16 onces 14 grains.

La livre de Geneve est de 17 onces.

PROBLEME VIII.

Trouver le Poids d'un nombre donné de livres par le moyen de quelques autres Poids différens.

On résoudra facilement ce Problême par le moyen de plusieurs poids en progression géométrique double & triple : il faut que l'une & l'autre commence par l'unité.

Pour la progression géométrique double.

Si l'on a des poids qui soient en progression géométrique double, tels que sont ces nombres 1, 2, 4, 8, 16, &c. & qu'on prenne les deux premiers 1, 2, on pourra en les mettant dans le Bassin A d'une Balance peser 3 livres. Avec le poids 1, on pesera une livre; avec le poids 2, on pesera 2 livres; avec les poids 1, 2, on pesera 3 livres. Si à ces deux poids 1, 2, on ajoûte le 3^e^. poids 4, on trouvera le moyen de peser sept livres : on pesera quatre livres avec les poids 4, cinq livres avec les poids 4, 1 ; six livres avec les poids 4, 2 ; sept livres avec les poids 4, 2, 1.

Planche 46. Fig. 131.

De même avec les poids 1, 2, 4, 8, on pourra

Planche 46 Fig. 131. peser 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14 & 15 livres; & avec les poids 1, 2, 4, 8, 16, on trouvera le moyen de peser toutes les livres qui sont au dessous de 32 livres.

On connoît par ce qui vient d'être dit, qu'on peut peser toutes les livres qui sont au dessous du double du dernier des poids qu'on a proposé, lorsqu'on a tous les autres depuis l'unité jusqu'au proposé. Si, par exemple, on a ces poids 1, 2, 4, 8, 16, on ne peut peser que jusqu'à 31 livres, qui est le double de 16, diminué l'unité.

Pour la progression triple.

Mais la progression triple depuis l'unité, qui s'exprime par ces nombres 1, 3, 9, 27, 81, &c. a quelque chose de particulier. Avec les deux premiers poids 1, 3, on peut peser 1, 2, 3 & 4 livres : car en mettant le poids 1 dans le bassin B, on pese une livre ; en mettant le poids 3 dans le bassin B, on pese 3 livres, & 2 livres pourvû qu'on mette dans le bassin A le poids 1 ; & avec les poids 1, 3 dans le bassin A, on pese 4 livres.

De même avec les trois premiers poids 1, 3, 9, on peut peser 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 & 13 : avec les quatre premiers 1, 3, 9, 27, on peut peser jusqu'à quarante livres.

On connoît par ce qui vient d'être dit, qu'avec des poids en progression triple, commençant par l'unité, on peut peser autant de livres que les poids proposez ajoûtez ensemble expriment d'unitez. Si, par exemple, on veut sçavoir combien on peut peser avec ces cinq poids 1, 3, 9, 27, 81, ajoûtez ces nombres ensemble, & la somme 121 exprime le nombre de livres qu'on peut peser avec les cinq poids proposez, c'est-à-dire, qu'avec ces cinq poids différens on peut peser toutes les livres qui sont contenues dans 121.

De sorte que si le nombre donné des livres est depuis 1 jusqu'à 40, qui est la somme des quatre premiers termes 1, 3, 9, 27, vous vous servirez de quatre poids différens, dont l'un pese 1 livre, l'autre 3 livres, le troisiéme 9 livres, & le quatriéme 27 livres, pour trouver par leur moyen un poids de quelqu'autre nombre de livres, par exemple, de 11 livres, en cette sorte.

Parce que le nombre donné 11 est moindre de 1 que 12, qui est la somme des poids de 3 & de 9 livres, si vous mettez dans l'un des deux bassins d'une Balance, par exemple, dans le bassin A, le poids d'une livre, & dans l'autre bassin B, les poids de 3 & de 9 livres, ces deux poids au lieu de peser 12 livres, ne peseront que 11 livres, à cause du poids de 1 livre, qui est dans le bassin A. C'est pourquoi si dans le bassin A, on met un corps qui, avec le poids de 1 livre, demeure en équilibre avec les deux poids de 3 & de 9 livres, qui sont dans l'autre bassin B, ce corps aura la pesanteur de 11 livres; ainsi on aura trouvé un poids de 11 livres, comme il étoit proposé. Planche 46. Fig. 131.

On connoîtra par un semblable raisonnement, que pour trouver un poids de 14 livres, il faut mettre dans le bassin A, les poids de 1, 3 & 9 livres, & dans le bassin B, le poids de 27 livres, parce que ce poids surpasse les trois précedens de 14 livres: & que pour trouver un poids de 15 livres, il faut mettre dans le bassin A, les poids de 3 & de 9 livres, & dans le bassin B, le poids de 27 livres, parce que ce poids surpasse les deux précedens de 15 livres. Ainsi des autres.

REMARQUE.

La progression triple, qui commence par l'unité, a une proprieté qui est à remarquer. C'est que celui des termes qu'on voudra choisir surpasse de l'unité le double de la somme des termes précedens. Ainsi 27 surpasse de l'unité 26, double de la somme 13 des termes précedens 1, 3, 9.

PROBLEME IX.

Observer les différens changemens qui arrivent à la pesanteur de l'Air.

On ne doute point à présent que l'Air ne soit pesant; on prouve sa pesanteur, parce qu'un balon pese plus, quand il est enflé, que quand il est desenflé. Entre plusieurs autres preuves qu'on a du poids de l'Air, il suffira de rapporter l'expérience qui donna occasion à Toricelli d'attribuer à cette pesanteur tous les effets que les Philosophes avoient jusqu'alors attribué à l'horreur du vuide. Comme cette pesanteur n'est pas infinie, parce que la Sphere de l'Air est bornée, son effet est aussi limité, comme on le voit dans une Pompe aspirante, où l'eau ne sçauroit monter plus haut qu'environ 32 pieds, quand on leve le piston; parce que la pesanteur de l'Air ne sçauroit la forcer à monter davantage. Il arrive la même chose en élevant du vif-argent dans une Seringue, où il ne monte qu'à la hauteur d'environ 27 pouces, qui est celle à laquelle il pese autant que l'eau à la hauteur de 32 pieds, plus ou moins, selon que l'Air est chargé de vapeurs.

Il ſuit de là que l'Air n'eſt pas toûjours également peſant dans un même lieu : l'expérience nous apprend qu'il peſe plus en un tems qu'en un autre. Cette différence de peſanteur ſe connoît par le moyen d'un Inſtrument, qu'on appelle *Barometre*, dont il y a deux ſortes. L'un eſt ſimple, l'autre eſt composé. Le ſimple n'eſt que l'expérience du vuide faite par Toricelli. On n'en parlera qu'après avoir donné la conſtruction du Barometre composé.

I.

Il faut avoir un tuyau de verre recourbé, comme ABC, qui ait deux boetes cylindriques E, D, d'égale capacité, éloignées entr'elles de 27 pouces, qui eſt, comme nous avons déja dit, à peu près la hauteur, à laquelle la peſanteur de l'Air peut faire monter le vif-argent, c'eſt-à-dire, qu'une colonne d'Air depuis la Terre juſqu'à la plus haute ſurface de l'Air eſt en équilibre avec environ 27 pouces de mercure dans un canal perpendiculaire à l'Horiſon. Planche 48. Fig. 133.

La capacité de la boete D doit être beaucoup plus grande que celle du reſte du canal CD, pour une raiſon que vous verrez dans la ſuite. L'extrêmité A doit être bouchée hermétiquement, c'eſt-à-dire, de ſa propre matiére ; mais l'autre extrêmité C doit être ouverte. On verſera du vif-argent autant qu'il en ſera beſoin pour remplir la capacité du tuyau ABC, depuis le milieu de la boete D juſques vers le milieu de l'autre boete E, & l'on fera en ſorte que le reſte du tuyau EA ſoit vuide d'Air.

Enfin on remplira en partie l'autre tuyau CD de quelque liqueur qui ne ſe glace point en Hyver, & qui ne puiſſe pas agir ſur le vif-argent, comme

Planche 46. Fig. 133. de l'eau commune, où l'on aura mêlé une sixiéme partie d'eau forte, colorée avec du cuivre ; c'est ce qu'on appelle *Eau seconde*. On peut encore se servir d'eau commune, où l'on aura fait dissoudre du sel de tartre, & que l'on aura colorée avec de la racine d'Orcanette ou du Tournesol. Ces eaux se dilatent peu en Esté, & elles ne se glacent point en Hyver.

On place ce tuyau ABC ainsi rempli d'eau seconde, & de mercure, dans une chambre perpendiculairement contre la muraille en un lieu, où l'on puisse le voir commodément, & où il ne puisse être offensé. Au moindre changement qui arrive à la pesanteur de l'Air, le vif-argent monte ou descend dans les deux boetes D, E ; de sorte que quand l'Air devient plus pesant, il presse l'eau du tuyau CD, & la fait descendre dans la boete D ; aussi-bien que le vif-argent qui remonte d'autant dans l'autre boete E. Si le mercure descend, par exemple, d'une ligne dans la boete D, par la pesanteur de l'Air, il monte aussi d'une ligne dans la boete E, & l'eau qui est dans le reste du canal CD descend dans la boete D. Et si la capacité de cette boete D est, par exemple, dix fois plus grande que celle du reste du tuyau CD, il faudra dix lignes d'eau de ce canal pour remplir une ligne de la boete D. Ce qui fait voir très-sensiblement le moindre changement de la pesanteur de l'Air ; & il sera d'autant plus sensible, que la capacité des boêtes E, D, sera grande.

Pour distinguer avec plus de facilité ce changement, on a coûtume de coler une bande de papier divisée en pouces & en lignes le long du tuyau BC, & l'on remarque la division à laquelle l'eau seconde se trouve arrêtée, comme on le fait dans les *Thermometres*, qui servent à connoître les degrez du chaud & du froid.

II.

On peut encore connoître la pesanteur de l'Air par le moyen d'un simple tuyau de verre, long de trois ou quatre pieds, fermé par un bout, & rempli entierement de vif-argent.

Ayant appliqué le doigt à l'ouverture de ce tuyau, pour empêcher que le vif-argent ne tombe quand on tiendra le tuyau renversé, plongez le bout ouvert dans d'autre vif-argent, contenu dans quelque vaisseau. Alors si vous ôtez le doigt, le tuyau ne se vuidera pas entierement, mais il demeurera rempli de mercure jusqu'à la hauteur d'environ 27 pouces plus ou moins, selon la différente temperature de l'Air. C'est ce qu'on appelle l'*Experience du Vuide*, parce qu'il semble que le reste d'en haut du tuyau demeure vuide sans aucun Air. On a déja dit que Toricelli en avoit été l'inventeur. Le mercure demeure suspendu à la hauteur de 27 ou 28 pouces, à cause de la pesanteur de toute la masse de l'Air, qui pesant sur le mercure qui est dans le vaisseau, le presse, l'empêche de s'élever, & de faire place à celui qui est dans le tuyau, & qui par consequent ne peut descendre.

III.

Pour rendre ce Barometre plus commode, on courbe le tuyau qui contient le vif-argent, comme vous voyez celui du Barometre composé. La branche AB est toute unie sans phiole en E; mais l'autre branche, qui est beaucoup plus courte, en a une en D, & l'on retranche le canal CD. Planche 46. Fig. 133.

Lorsque l'Air est plus pesant, ce qui arrive ordinairement dans le beau tems, le vif-argent monte dans la branche AB, & lorsque l'air est plus léger, ce qui arrive quand on est menacé de pluye; ou de quelque grand vent, le vif-argent baisse. On a soin de coler à l'endroit où le vif-argent demeure suspendu, un papier divisé en lignes, pour connoître les changemens de l'Air. Mais les différentes hauteurs du vif-argent, causées dans le Barometre simple par les changemens de l'Air, ne sont point à beaucoup près si sensibles que les différentes hauteurs de l'eau seconde, causées dans le Barometre composé par les mêmes changemens de l'Air.

Planche 23 * Fig. 49.

On peut encore remarquer que ces différentes hauteurs seront dans le Barometre simple plus ou moins sensibles, que la bouteille de la branche recourbée aura plus ou moins de capacité, * c'est-à-dire, que son diamétre sera plus ou moins grand par rapport au tuyau. Si la plus longue branche étoit inclinée, la différence des hauteurs deviendroit encore plus sensible dans le Barometre simple. On va donner quelques observations qui sont très-utiles pour prévoir la pluye, le vent & le beau tems. On peut les mettre sur un papier colé à côté du tuyau. Si on trouve qu'il y ait trop d'articles, on retranchera les moins nécessaires, tels que sont le 5^e^. le 22^e^. le 23^e^. & le 24^e^. & pour les vents le 4^e^.

* La capacité de la phiole ou du canal se connoît en quarrant le diamétre de l'un & de l'autre.

Observations

Observations pour la pluye & le beau tems.

I.

Les changemens de hauteurs qui arrivent au vif-argent, servent à faire prévoir les changemens qui se font dans l'Air ; d'où l'on peut conjecturer le beau tems ou la pluye avant qu'ils arrivent.

II.

Ces changemens n'excédent point l'espace de deux pouces, en sorte que la plus grande hauteur du vif-argent est de vingt-huit pouces six lignes, & la moindre est de vingt-six pouces six lignes à Paris, comme on a coûtume de le marquer vers l'extrêmité de la plus grande branche du tuyau.

III.

Les pouces entre lesquels ces différentes hauteurs du vif-argent sont bornées, se divisent en lignes, & à côté de ces pouces divisez en lignes, on marque les différens tems, tels que l'expérience & l'observation les ont fait remarquer, comme on le voit dans la Figure. Planche 25 * Fig. 54.

IV.

Quand le vif-argent descend, c'est une marque assez certaine du mauvais tems ; quand il monte, c'est une marque du beau tems ; & quand il demeure à la même hauteur que les jours précedens, c'est une marque de la continuation du même tems.

V.

Cependant pour n'être pas trompé, il faut remarquer que les changemens de hauteur du vif-argent ne ſont pas toûjours un ſigne certain du changement de tems ; mais c'eſt toûjours une marque aſſûrée d'une plus grande, ou d'une moindre peſanteur de l'Air.

VI.

Si le Barometre promet de la pluye, & qu'on n'en apperçoive pas dans la ſuite, il ne faut pas pour cela accuſer le Barometre d'être trompeur ; la pluye prédite eſt tombée ailleurs.

VII.

Si le vif-argent eſt demeuré quelque tems au très-ſec, & qu'enſuite il commence à deſcendre vers le beau fixe, alors on a lieu de croire qu'il arrivera un changement de tems.

VIII.

Si du beau fixe le vif-argent deſcend au beau tems, c'eſt ſigne d'un autre changement en mauvais tems, mais qui n'eſt pas ordinairement de longue durée.

IX.

Mais ſi le vif-argent deſcend au deſſous du variable, & plus bas, alors le mauvais tems ſera de longue durée ; & cela à proportion que le vif-argent ſera plus bas.

X.

Ainſi pour bien juger du tems à venir, il faut obſerver exactement les élevations & les deſcentes du vif-argent, ſans s'arrêter ſcrupuleuſement aux inſcriptions, qui ſont à côté des diviſions : quoique le plus ſouvent les changemens du vif-argent ſoient conformes à ce qui eſt marqué par ces inſcriptions.

XI.

Quand il ſurvient du mauvais tems auſſi-tôt que le vif argent eſt deſcendu, & qu'il remonte peu après, c'eſt une marque que le beau tems eſt prochain.

XII.

Si le vif-argent pendant le mauvais tems monte conſiderablement, & qu'il continue à monter deux ou trois jours, avant que le mauvais tems ceſſe, alors on peut dire avec certitude que le beau tems eſt prêt à venir, & qu'il durera pluſieurs jours.

XIII.

Et ſi pendant le beau tems le vif-argent deſcend conſiderablement, & qu'il continue à deſcendre deux ou trois jours avant qu'il ſurvienne de la pluye, alors on doit croire, ſans craindre de ſe tromper, que la pluye eſt prochaine, & qu'elle continuera pendant pluſieurs jours, quelquefois accompagnée de vents impétueux & d'orages.

XIV.

Quand le vif-argent monte promptement de quatre ou cinq diviſions, c'eſt encore une marque aſſûrée d'un beau tems de longue durée.

XV.

Et quand le vif-argent deſcend promptement de quatre ou cinq diviſions, c'eſt un ſigne de grande pluye, ſouvent accompagnée de vent.

XVI.

Les inégalitez de hauteurs du vif-argent étant fréquentes, ſont des marques d'un tems incertain & changeant.

XVII.

Quand le vif-argent demeure entre le tems variable & la pluye, il survient souvent une grande pluye.

XVIII.

En Esté les changemens de tems ne suivent pas si promptement les changemens du vif-argent qu'en Hyver.

XIX.

Ordinairement on peut prévoir en Esté les changemens de tems un jour, & quelquefois deux jours avant qu'ils arrivent.

XX.

Au lieu qu'en Hyver on a quelquefois de la peine à prévoir les changemens de tems six heures avant qu'ils surviennent.

XXI.

Si en Hyver le vif-argent monte, c'est un signe de froid; & si pendant le froid il descend, c'est un signe de pluye ou de neige.

XXII.

Il est difficile de découvrir la cause qui fait descendre le vif-argent, quand on est menacé de pluye, & le fait monter quand il doit faire beau tems.

XXIII.

On peut dire en général que l'Air commençant à devenir plus léger, les vapeurs ne peuvent plus être soûtenues; que les plus élevées tombant sur celles qui sont au dessous, elles s'assemblent & forment des goutes d'eau, qui par leur propre pesanteur tombent en pluye.

XXIV.

Au contraire, lorſque le vif-argent monte, l'Air commence à devenir plus peſant ; les vapeurs montent, & ſe ſoûtiennent dans l'Air toutes ſéparées les unes des autres, juſqu'à ce que quelque cauſe change la peſanteur de l'Air, & le rende plus léger.

Obſervations pour les Vents.

I.

Si le vif-argent deſcend fort bas, c'eſt une marque de grand vent ſans beaucoup de pluye.

II.

Quand le vent doit tourner à l'Orient (*Eſt*) ou entre l'Orient & le Septentrion (*Nord-Eſt*) ce qu'on appelle Vent de Biſe, alors le vif-argent monte fort haut, & c'eſt une marque de beau tems

III.

Mais ſi à un vent d'Orient (*Eſt*) ou à un vent d'entre le Septentrion tirant vers l'Orient (*Eſt-Nord-Eſt*) il ſuccede un vent de Midi (*Sud*) ou d'entre le Midi & l'Orient (*Sud-Eſt*) alors le vif-argent deſcend, & c'eſt une marque de pluye.

IV.

Il peut arriver que le vent du *Sud*, ou celui du *Sud-Oueſt*, ayant chaſſé des vapeurs ou des nuées du côté du *Nord* & du *Nord-Eſt*, un vent de *Nord* ou de *Nord-Eſt*, ramene ces vapeurs & ces nuées vers le même lieu où l'on obſerve le Barometre, alors ces vapeurs ou ces nuées cauſent une pluye, qui peut durer quelques jours, ſuivant la quantité de vapeurs ou de nuées, qui ſe trouvent aſſemblées, quoique le vif-argent ſoit monté.

V.

On remarque ſouvent que quand le vent du Septentrion (*Nord*) ou celui d'entre le Septentrion & l'Orient (*Nord-Eſt*) souffle long-tems, le vif-argent deſcend peu à peu, & que le beau tems continue.

V I.

La deſcente du vif-argent menace de beaucoup de pluye, lorſque le vent ayant été à l'Occident (*Oueſt*) il vient à tourner entre le Midi & l'Occident (*Sud-Eſt*)

V I I.

Le vent d'entre le Septentrion & l'Orient (*Nord-Eſt*) ayant le deſſus, c'eſt une marque que le beau tems continuera, quand même le vif-argent deſcendroit un peu.

V I I I.

Le vent du Midi (*Sud*) & celui d'entre le Midi & l'Occident (*Sud-Oueſt*) nous * amenent ordinairement de la pluye, parce que paſſant par-deſſus la mer, qui eſt d'une grande étendue de ce côté-là, ils chaſſent vers nous les vapeurs, qui étant raſſemblées dans ce Pays-ci, * ſe convertiſſent en pluye.

* à Paris.

I X.

Quand le vent du Septentrion (*Nord*) ou celui d'Orient (*Eſt*) souffle, l'Air eſt ordinairement ſerein, & il tombe rarement de la pluye. Cela vient de ce qu'à l'*Eſt* il y a une très-grande étendue de terre, d'où il s'éleve très-peu de vapeurs, qui ne peuvent par conſéquent être chaſſées de ce côté-ci (*Paris*) qu'en très-petite quantité, & celles qui ſe ſont élevées des mers plus éloignées, ont été converties en pluye avant que d'arriver en ces Pays-ci.

REMARQUE.

On remarquera ici que la doctrine de M. Ozanam touchant l'effet du Barometre composé, comparé à celui du Barometre ſimple, n'eſt point approuvée de M. *de la Broſſe*, Auteur d'un Traité du Barometre, qui prétend, qu'il peut arriver que la variation de l'eau ſeconde dans le tuyau C, ſoit quatorze fois plus ſenſible que la véritable variation du vif-argent dans le Barometre ſimple. Ceux qui voudront s'inſtruire pleinement ſur cette matiere, conſulteront ce Traité, pag. 95. & ſuiv. Planche 47. Fig. 133.

Conſtruction d'un nouveau Barometre, avec la maniere de pouvoir en conſtruire d'autres de telle grandeur que l'on voudra : le tout confirmé par l'expérience de M. Alexandre Fortier.

I.

Ce Barometre a 17 à 18 pouces de haut : il eſt composé de trois branches de verre jointes enſemble par quatre boetes cylindriques. Les deux branches des deux côtez ſont remplies de mercure, & celle du milieu eſt remplie moitié d'huile de Tartre colorée, & l'autre moitié d'huile de Karabé. La ſéparation de ces deux liqueurs qui hauſſe & baiſſe, ſert à marquer les changemens qui arrivent dans l'Air, par rapport à ſa peſanteur & à ſa légereté. Planche 24. Fig. 51.

Pour emplir ce Barometre, il faut boucher l'ouverture B, mettre du mercure dans les branches des deux côtez en la maniére ordinaire par l'ouverture A; ensuite mettre les liqueurs dans la branche du milieu; après il faut sceller hermétiquement cette ouverture A, & déboucher celle qui est marquée B.

Tout le fondement de la construction de ces sortes de Barometres, ne consiste qu'à opposer plusieurs colomnes de mercure contre une colomne d'Air; en sorte que ces colomnes de mercure fassent ensemble vingt-huit pouces, qui est la hauteur où le mercure fait équilibre avec le poids de l'Air, ce qui se fait en divisant la hauteur ordinaire de la colomne de mercure, qui est vingt-huit pouces, par la hauteur dont on veut faire le Barométre, le quotient de la division donnera le nombre des colomnes de mercure qu'il faut opposer au poids de l'Air. Sur quoi il faut observer que la hauteur de chaque tuyau ou branche ne se compte que du milieu des boetes d'en bas jusqu'au milieu des boetes d'en haut.

Outre ces proportions, il faut encore avoir égard au poids des liqueurs, que l'on doit mettre dans les branches du Barometre entre les colomnes du mercure, lesquelles font remonter le mercure d'un quatorziéme de leur poids, parce qu'environ quatorze lignes d'eau ou d'autre liqueur en hauteur, font équilibre avec une seule ligne aussi en hauteur de mercure. C'est pourquoi il faut élever la premiere boete au dessous des autres tuyaux, environ de quatorze lignes, afin qu'il puisse se faire un vuide dans cette boete, pour donner du jeu au Barometre.

Les liqueurs se doivent toûjours mettre dans les branches du Barometre de deux en deux, sçavoir, dans la deuxiéme, quatriéme, sixiéme, &c. & le mercure se doit mettre dans la premiere, troisiéme, cinquiéme, septiéme, &c. suivant le nombre des tuyaux que le Barometre doit avoir.

II.

Si on propose de faire un Barometre AB de quatorze pouces de haut, tel que celui qui est représenté dans la Figure 51. Il faut diviser le nombre 28 par 14, le quotient de la division donnera 2 : ce nombre 2 montre qu'il faut opposer au poids de l'Air deux colomnes de mercure de 14 pouces chacune, observant d'élever la premiere boete au dessus de la Machine, suivant la remarque qu'on vient de faire, & comme on le voit dans la Figure. Planche 24. Fig. 51.

III.

Si on veut faire un autre Barometre de 9 pouces 4 lignes de haut, il faut diviser 28 par $9\frac{1}{3}$, le quotient donnera 3 sans reste; ce qui fait voir qu'il faut opposer trois colonnes de mercure de 9 pouces 4 lignes chacune contre une colomne d'Air. Pour lors ce Barometre aura cinq branches, dont la premiere, la troisiéme & la cinquiéme seront remplies de mercure, & la seconde & quatriéme seront remplies de liqueurs; observant toûjours d'élever la premiere boete, à cause du poids des liqueurs. Voyez la 52e. Figure. Fig. 52.

IV.

Mais s'il arrivoit que la hauteur proposée du Barometre ne pût diviser exactement le nombre 28, & qu'il y eût du reste dans la division, pour lors il faudroit faire les premieres branches de la Fig. 53.

Planche 24. Fig. 53. hauteur trouvée par le quotient, & la derniere du reste de la division.

Par exemple, si on propose de faire un Barometre de 8 pouces de haut, il faut diviser 28 par 8, le quotient donnera 3, & il restera 4 pouces; ce qui fait voir qu'il faut opposer contre une colomne d'Air quatre colomnes de mercure; sçavoir, les trois premieres de 8 pouces chacunes, & la quatriéme de 4 pouces seulement : ainsi ce Barometre aura sept branches, dont la premiere, troisiéme, cinquiéme & septiéme seront remplies de mercure, & la seconde, quatriéme & sixiéme seront remplies de liqueurs; observant toûjours d'élever la premiere boete, à cause du poids des liqueurs. Voyez la 53^e. Figure.

REMARQUES.

I.

Je croi que ces trois exemples suffisent pour pouvoir construire des Barometres de toutes sortes de grandeurs, suivant les régles ci-dessus.

II.

La construction de ces sortes de Barometres n'est pas toute de mon invention. La premiere idée en a été tracée par M. *Amontons*, comme il est rapporté dans l'Extrait des Ouvrages des Sçavans de Leipsic, du mois de Juillet 1688, lors de l'expérience qu'il fit pour démontrer que le vuide se pouvoit faire avec du mercure dans des tuyaux moindres que 28 pouces, qui est la hauteur où le mercure fait équilibre avec le poids de l'Air.

Je croi que l'expérience du vuide a réussi; mais je ne puis m'imaginer qu'on ait pû en avoir conſtruit un Barometre ; premierement, par la difficulté, pour ne pas dire l'impoſſibilité qu'il y a de pouvoir introduire par une même ouverture trois liqueurs différentes dans trois tuyaux joints enſemble. Secondement, parce que M. Amontons n'a parlé en aucune maniere du poids des liqueurs que l'on doit mettre dans les branches du Barométre, & qui fait remonter le mercure. Ce poids des liqueurs eſt très-conſiderable, puiſqu'ayant calculé la hauteur des tuyaux pour faire un Barometre égal, c'eſt-à-dire, ſans élever la premiere boete, l'expérience manqua, & il ne ſe fit aucun vuide, quoique j'euſſe fait faire les tuyaux un peu plus haut qu'ils ne doivent être ſuivant le calcul.

III.

L'expérience que j'ai de mon Barométre depuis près de deux ans,* me fait connoître que ſes mouvemens ſont très-juſtes, & même qu'il eſt exempt des petits défauts des autres.

* Depuis 1720 juſques en 1723.

Premierement, il eſt beaucoup plus ſenſible que le Barometre ſimple, en ce qu'il fait beaucoup plus de chemin.

Secondement, dans mon Barometre la colomne des liqueurs ne change point, c'eſt-à-dire, qu'elle ne devient ni plus haute, ni plus baſſe ; il n'y a que l'interſection des liqueurs qui varie, & qui ſert à connoître la peſanteur & la légereté de l'Air. Au contraire, dans le Barometre double, lorſque l'Air eſt léger, la colomne de liqueurs devenant plus haute, & par conſéquent plus peſante, fait baiſſer le mercure qui eſt ſous elle, & empêche que le Barometre ne marque préciſément le poids de l'Air.

Enfin j'ai encore remarqué un autre petit défaut dans le Barometre double, qui eſt que quand il fait fort chaud, le mercure ſe dilate, & fait monter la liqueur plus haut qu'elle ne devroit monter, au lieu que dans mon Barometre, lorſque le mercure ſe dilate, cela ne doit produire aucun effet, puiſque les liqueurs qui marquent les changemens de l'Air, ſont enfermées entre deux colomnes de mercure, qui agiſſent également, & ſe dilatent enſemble.

IV.

Les petits points qui ſont dans les tuyaux repréſentent le mercure, les doubles hachures repréſentent l'huile de Tartre, & les ſimples lignes repréſentent l'huile de Karabé.

PROBLEME X.

Connoître par la peſanteur de l'Air celui de deux lieux de la Terre, qui eſt le plus élevé.

L'Air n'eſt pas également peſant par-tout. Il eſt certain qu'il peſe moins ſur les lieux élevez, comme ſur les ſommets des montagnes, que ſur les lieux profonds, comme ſur les vallons; parce qu'il y a plus d'Air au deſſus des vallons qu'au deſſus des montagnes : tout de même que le fond d'un ſceau où il y a de l'eau, eſt plus preſſé par la peſanteur de l'eau, quand il eſt tout plein, que quand il ne l'eſt qu'à demi, parce que les corps liquides peſent ſelon leur hauteur.

Auſſi l'on connoît par expérience, que dans les lieux qui ſont de niveau, c'eſt-à-dire, également éloignez du centre de la Terre, le vif-argent s'éleve dans un Barometre à une même hauteur, & qu'il s'éleve moins dans les lieux qui ſont plus élevez. D'où l'on peut conclure, que deux lieux proposez de la Terre, par exemple, deux montagnes, sont aussi hautes l'une que l'autre, si le vif-argent s'y éleve à une même hauteur, & que celle-là est la plus haute, où le mercure s'éleve le moins.

REMARQUE.

Pour juger à peu près de la hauteur de quelque lieu de la Terre au dessus du plan de l'Horison, il faut se souvenir des expériences suivantes, qui ont été faites par M. Pascal de la pesanteur de l'Air au niveau de la Mer, & en des lieux plus élevez de 10, 20, 100, 200 & 500 toises, lorsque l'Air étoit médiocrement chargé.

Nous dirons donc avec M. Pascal, qu'au niveau de la Mer les Pompes aspirantes élevent l'eau à la hauteur de 31 pieds, & environ 2 pouces : & que dans les lieux élevez au dessus du niveau de la Mer de 10 toises, l'eau s'éleve seulement à la hauteur de 31 pieds & 1 pouce : où vous voyez que 10 toises d'élevation causent un pouce de diminution.

Cela se confirme par ces autres expériences, par lesquelles on connoît qu'aux lieux élevez au dessus de la Mer de 20 toises, l'eau s'éleve à 31 pieds seulement, & que dans ceux qui sont plus élevez que le niveau de la Mer de 100 toises, l'eau monte seulement à 30 pieds 4 pouces; que dans les lieux plus hauts que la Mer de 200 toises, l'eau ne monte qu'à 29 pieds six pouces. Enfin que dans ceux qui sont élevez à peu près de 500 toises, l'eau ne monte environ qu'à 27 pieds.

AUTRE REMARQUE.

Il s'en faut bien que cette maniere de niveler par le moyen du Barométre ſoit ſûre dans toutes ſortes d'occaſions, ſoit qu'on s'arrête à la différence qui ſe trouvera entre les plus grandes hauteurs qu'on aura obſervé en divers lieux pendant un long eſpace de tems, ſoit qu'on s'arrête à celle que l'on trouvera entre les hauteurs qu'on aura obſervé à la même heure. Elle n'eſt nullement ſûre à l'égard de deux endroits qui ſe trouvent ſituez ſous des climats différens, comme ſont Stokolm & Clermont en Auvergne : mais elle peut être aſſez bonne à l'égard de deux ou pluſieurs endroits, leſquels quoiqu'éloignez les uns des autres, ſe trouvent neanmoins ſituez à peu près ſous le même Parallele. Je demanderois encore quelques précautions dans les Barometres, qu'ils ayent été, par exemple, remplis dans le même lieu, & qu'ils ayent une capacité égale, tant dans leurs tuyaux, que dans leurs phioles.

Choiſiſſons deux endroits qui ſont ſituez ſous le même climat, tels que ſont Paris & Domjulien, gros Bourg de Lorraine. Paris eſt ſitué au 48^{e}. degré 50 minutes de Latitude Septentrionale, & Domjulien eſt à peu près au 48^{e}. degré 20 minutes de même Latitude.

Suppoſons qu'on ait obſervé à Paris pendant un tems conſiderable, que la plus grande hauteur du vif-argent eſt de 28 pouces 4 lignes, & la plus petite de 26 pouces 7 lignes. La différence de ces deux hauteurs eſt de 21 lignes.

Suppoſons encore qu'on ait obſervé à Domjulien pendant un tems conſiderable, que la plus grande hauteur du vif-argent eſt de 27 pouces 2 lignes, & la plus petite de 25 pouces 5 lignes. La différence de ces deux hauteurs eſt comme à Paris, de 21 lignes. De-là on peut juger que la temperature du climat, où ces deux endroits ſont ſituez, cauſe les mêmes viciſſitudes dans la peſanteur de l'Air, & que par conſéquent la différence qui ſe trouve entre les plus grandes hauteurs de ces mêmes endroits, ne peut venir que de ce que l'un eſt plus élevé que l'autre.

Cela étant ſuppoſé, puiſque la plus grande hauteur du vif-argent à Domjulien (27 pouces 2 lignes) eſt moindre de 14 lignes que la plus grande à Paris (28 pouces 4 lignes) il faut que Domjulien ſoit plus élevé que Paris, autant qu'il eſt néceſſaire qu'une ſtation ſoit plus élevée que l'autre, pour cauſer une différence de 14 lignes entre les hauteurs du vif-argent en ces deux lieux. Et ſelon le calcul qu'on trouvera dans les remarques du Problême ſuivant, on peut eſtimer que Paris eſt plus bas que Domjulien de 162 toiſes.

PROBLEME XI.

Trouver la peſanteur de toute la maſſe de l'Air.

POur connoître la peſanteur de la maſſe entiere de tout l'Air qui eſt au monde, il faut premierement connoître la ſurface de la Terre, que nous avons trouvée au *Probl. VII. Coſm.* de 32356800 lieues quarrées de Paris. Et parce qu'une lieue commune Pariſienne eſt de 2000 toiſes, ou de 12000 pieds, une lieue quarrée ſera de 144000000 pieds quarrez, comme on le connoît en multipliant 12000 par 12000. C'eſt pourquoi ſi l'on multiplie les 32356800 lieues quarrées par 144000000, on aura 4659379200000000 pieds quarrez pour la ſurface de la Terre. Pag. 149.

Il faut encore ſçavoir qu'un pied cube d'eau peſe environ 72 livres, & que par conſéquent un priſme d'eau, qui a pour baſe un pied quarré, & 32 pieds de hauteur, peſe 2304 livres, comme on le connoît en multipliant 72 par 32.

Enfin il faut ſçavoir que comme la peſanteur de l'Air ne peut faire monter l'eau plus haut que de 31, ou 32 pieds; ſi l'on ſuppoſe que tous les lieux de la Terre ſoient également chargez d'Air, (quoique cela ne ſoit pas abſolument vrai, parce qu'ils ne ſont pas tous également éloignez du centre de la Terre, & que l'Air n'eſt pas par tout, ni en tout tems également pur) on peut ſuppoſer que tous les lieux de la Terre ſont autant preſſez par la peſanteur de l'Air, que s'ils portoient de l'eau à la hauteur de 31 ou de 32 pieds; cette ſuppoſition étant recevable pour des Récréations Mathématiques.

Cela étant ſuppoſé, il eſt évident que ſi toute la Terre étoit couverte d'eau juſqu'à la hauteur de 32 pieds, il y auroit autant de priſmes d'eau de 32 pieds de haut, que ſa ſurface contient de pieds quarrez, ſçavoir, 4659379200000000 priſmes d'eau. C'eſt pourquoi ſi l'on multiplie ce nombre par 2304, qui eſt à peu prés la peſanteur d'un de ces priſmes, on aura 10735209676800000000 livres pour la peſanteur de tout l'Air qui eſt dans la Nature.

REMARQUE.

Il eſt à remarquer que dans la plûpart des endroits de la ſurface de la Terre, une colomne d'eau de 31 ou 32 pieds de hauteur eſt en équilibre avec une colomne d'Air. Il eſt vrai que dans pluſieurs endroits il faut une plus grande hauteur d'eau pour peſer autant que l'Air, & que dans pluſieurs

une

une plus petite suffit ; mais rien n'empêche que l'on ne puisse supposer que le fort portant le foible, une colomne de 32 pieds de hauteur est en équilibre avec une colomne d'Air dans toute l'étendue de la surface de la Terre. D'où il suit que la surface de la Terre est autant pressée par le poids de toute la masse de l'Air, à laquelle elle sert de fond ; qu'elle le seroit, si elle servoit de fond à un orbe d'eau de 32 pieds d'épaisseur.

M. Ozanam a pris de là occasion de chercher quel seroit le poids d'un orbe d'eau de 32 pieds d'épaisseur, qui auroit pour fond la surface de la Terre. Selon son calcul ce poids seroit de 10735209680000000 livres. Et sous prétexte que la surface de la Terre est autant pressée par le poids de la masse de l'Air, à laquelle elle sert de fond ; qu'elle pourroit l'être, si elle servoit de fond à un orbe d'eau de 32 pieds d'épaisseur, cet Auteur a crû pouvoir conclure que le poids de toute la masse de l'Air est le nombre de livres que nous venons de rapporter. Mais il n'est pas difficile de démontrer qu'il s'est trompé en cette occasion.

C'est un principe constant dans l'Hydrostatique, qu'un volume d'une certaine liqueur, de vif-argent ; par exemple, pese moins que le volume d'une autre liqueur, comme d'eau commune, si le volume d'eau commune est plus grand par rapport au volume de vif-argent, que la hauteur d'une colomne de vif-argent n'est grande par rapport à la hauteur d'une colomne d'eau de même poids. Ainsi parce que le volume d'un pied cube de vif-argent est moins grand par rapport au volume de 16 pieds cubes d'eau commune, que la hauteur d'une colomne de vif-argent n'est grande par rapport à la hauteur d'une colomne d'eau de même poids ; & cela parce que dans ce cas le volume n'est au volume, que comme l'unité au nombre 16 ; au lieu que la colomne est à la colomne de même poids comme l'unité au nombre 14 ; il est certain qu'un pied cube de vif-argent pese moins que 16 pieds cubes d'eau commune.

Or il est certain que le volume d'un orbe d'eau de 32 pieds d'épaisseur, qui auroit pour fond la surface de la Terre, n'est pas à beaucoup près si grand par rapport au volume de l'orbe liquide que l'Air forme autour de la Terre, que la hauteur d'une colomne d'eau par rapport à la hauteur d'une colomne d'Air de même poids.

Pour en être convaincu, il n'y a qu'à se représenter l'orbe de l'Air soudivisé, autant qu'il pourroit l'être, en plusieurs orbes concentriques les uns aux autres de 32 pieds d'épaisseur, & considerer que comme le volume du second de ces orbes, en s'éloignant du centre, est nécessairement beaucoup plus grand que le volume du premier ; le volume du troisiéme plus grand que le volume du second, & ainsi des autres ; le volume du premier & plus petit de ces orbes, ne peut être à beaucoup près si grand par rapport au volume de tous ces orbes pris ensemble, ou, ce qui est la même chose, par rapport au volume de tout l'Air qui est dans le monde, que l'unité au nombre de tous les orbes, quel que puisse être ce nombre. Neanmoins il est clair que l'unité est au nombre de tous ces orbes, quel qu'il puisse être, comme la hauteur d'une colomne d'eau, à la hauteur quelle qu'elle puisse être, d'une colomne d'Air de même poids. Et comme le volume du premier & plus petit de ces orbes concentriques les uns aux autres, est par ſuppoſition égal à celui d'un orbe d'eau de 32 pieds d'épaiſſeur, il ſuit de là que le volume d'un orbe d'eau de 32 pieds d'épaiſſeur, qui auroit pour fond la ſurface de la Terre, n'eſt pas à beaucoup près ſi grand par rapport au volume de tout l'Air qui eſt dans la nature, que la hauteur d'une colomne d'eau, à la hauteur, quelle qu'elle puiſſe être, d'une colomne d'Air de même poids.

Par conſéquent le poids d'un orbe d'eau de 32 pieds d'épaiſſeur, n'eſt pas à beaucoup près ſi grand que le poids de l'orbe liquide, que l'Air forme autour de la Terre, ou, ce qui revient au même, que le poids de tout l'Air qui eſt dans le monde. D'où il ſuit que le poids de l'Air eſt beaucoup au deſſus de ce qui a été déterminé par M. Ozanam.

Ainſi la maniere dont il s'y eſt pris pour déterminer quel eſt à peu près le poids de tout l'Air qui eſt dans le monde, n'eſt pas bonne à imiter, ni dans ce cas particulier, ni dans aucun autre cas ſemblable. Car quoiqu'il ſoit permis d'uſer de quelque licence, pour faire ces ſortes de recherches, que l'on ne fait ordinairement que par maniere de Récréation Mathématique, où il n'eſt pas beſoin d'une exactitude ſi grande, que dans beaucoup d'autres occaſions; il n'eſt jamais permis d'avancer ſous ce prétexte, ou de ſuppoſer aucune choſe qui ſoit manifeſtement contraire aux notions les plus conſtantes de la Géométrie. Et il y a lieu de s'étonner qu'un Auteur auſſi habile dans ce genre de Science, & auſſi exact en d'autres occaſions, ſe ſoit oublié en celle-ci juſqu'à ce point.

Il eſt bon d'avertir que cette remarque n'attaque pas moins le calcul de M. Paſcal, que celui de M. Ozanam. Voyez la remarque du Problême ſuivant.

PROBLEME XII.

Trouver par la pesanteur de l'Air l'épaisseur de son Orbe, & le diamétre de sa Sphere.

NOus entendons ici par l'épaisseur de l'Orbe de l'Air la distance de sa surface supérieure, où il ne pese plus, à la surface de la Terre, que je suppose au milieu de la Sphere de l'Air, sans me mettre en peine si cette supposition est véritable, parce qu'elle est de petite consequence pour des Récréations Mathématiques, où il n'est pas nécessaire de s'attacher à une précision bien rigoureuse, au moins en des Questions de cette nature.

I.

Premierement, pour trouver cette épaisseur, on considerera que 10 toises de hauteur diminuent d'un pouce l'effet de la pesanteur de l'Air : car il est aisé de faire deux observations sur la premiere remarque du Problême précedent. La premiere, c'est que les lieux qui sont au bord de la Mer sont comprimez par le poids de l'Air, autant qu'ils le seroient par une colomne d'eau de la hauteur de 31 pieds 2 pouces, qu'on substitueroit à ce poids de l'Air : il n'importe de quelle largeur soit cette colomne d'eau ; la largeur ne contribue point à la pesanteur de la colomne ; car on sçait que les liqueurs ne pesent que suivant leur hauteur.

La seconde observation est que les lieux qui sont élevez de 10 toises au dessus du niveau de la Mer, sont comprimez par le poids de l'Air, autant qu'ils le seroient par une colomne d'eau de la hauteur de 31 pieds 1 pouce, qu'on substitueroit au poids de l'Air. Il en seroit de même des lieux plus élevez de 10 toises en 10 toises, c'est-à-dire, qu'à mesure que les lieux seroient plus élevez de 10 toises, la colomne d'eau diminueroit d'un pouce.

D'où il suit que 10 toises de hauteur causent à la pesanteur de l'Air la diminution d'un pouce d'eau. Ainsi afin que l'Air n'ait plus de pesanteur, ce qui ne peut arriver qu'en quelque point de sa surface supérieure, il faut que l'effet de sa pesanteur soit diminué de 31 pieds 2 pouces, c'est-à-dire, de 374 pouces.

On trouvera la distance de ce point à la surface de la Terre, ou l'épaisseur de la masse de l'Air, en disant par la Régle de Trois directe : Si la diminution d'un pouce provient de 10 toises de hauteur, de quelle hauteur proviendra la diminution de 374 pouces ? Et en multipliant 374 par 10, on aura 3740 toises pour l'épaisseur qu'on cherche, qui sans doute est beaucoup plus grande.

I I.

Secondement, pour trouver le diamétre de la Sphere de l'Air, on se servira du diamétre de la Terre, qu'au *Probl. VII. Cosm.* nous avons trouvé de 3210 lieues Parisiennes, qui valent 6420000 toises, comme on le connoît en multipliant 3210 par 2000, qui est le nombre des toises d'une lieue Parisienne; on ajoûtera à ce diamétre 6420000 le double 7480 de l'épaisseur 3740 de l'orbe de l'Air : la somme donnera 6427480 toises pour le diamétre de la Sphere de l'Air.

REMARQUE.

On vient de voir que M. Ozanam a fait peu de fond sur la détermination qu'il a faite de l'épaisseur de l'orbe de l'Air, en ajoûtant que cette épaiſſeur eſt ſans doute beaucoup plus grande. Il eſt au moins vraiſemblable que cet orbe a plus d'épaiſſeur que la plus haute montagne n'a de hauteur. Caſſius la plus haute de toutes les montagnes, a plus de 20000 toiſes de hauteur, ſelon le Pere Kirker : il faut donc que l'orbe de la Terre ait beaucoup plus d'épaiſſeur que M. Ozanam ne lui en attribue.

Le raiſonnement de M. Ozanam ſuppoſe très-mal à propos que l'Air eſt également peſant dans toute l'épaiſſeur de ſon orbe. On doit ſuppoſer au contraire que l'Air a d'autant moins de peſanteur, qu'il eſt plus éloigné de la Terre, & qu'il occupe plus d'eſpace dans ſa partie ſupérieure, où il eſt moins comprimé que dans ſa partie inférieure.

On va eſſayer à déterminer quelle eſt à peu près cette épaiſſeur de l'orbe de l'Air, ſans faire aucune fauſſe ſuppoſition.

Il faut conſiderer d'abord toute une colomne d'Air égale en peſanteur à 330 lignes de vif-argent ſoudiviſée en 330 petites colomnes, ou portions de la même colomne, poſées perpendiculairement les unes ſur les autres, & chacune préciſément égale en peſanteur à une ligne de vif-argent.

Dans cette ſuppoſition il eſt clair qu'en montant d'une portion de colomne à la ſuivante, depuis la premiere juſqu'à la derniere, l'Air ſe trouve continuellement moins chargé d'un poids égal à une ligne de vif-argent ; il eſt par conſéquent toûjours moins comprimé, ſelon une proportion Arithmétique ; car l'Air eſt d'autant moins comprimé, qu'il eſt moins chargé. Et parce que l'Air eſt encore d'autant moins peſant, qu'il eſt moins comprimé, il eſt clair qu'en montant d'une portion de colomne à la ſuivante, depuis la premiere juſqu'à la derniere, l'Air ſe trouve toûjours moins peſant ſelon une proportion Arithmétique.

Si on ſuppoſe donc que la différence des hauteurs de ces portions de colomne, ſoit de $\frac{1}{5}$ de toiſes, & que la premiere colomne ſoit de 10 toiſes & demie de hauteur, ſuivant un raiſonnement qu'on ſe diſpenſera de rapporter pour abréger, on aura une progreſſion Arithmétique, dont on connoîtra le premier terme ($10\frac{1}{2}$) la différence des termes ($\frac{1}{5}$) & le nombre de ces termes (330.) Ainſi pour connoître la ſomme des termes de cette progreſſion, il faudra premierement connoître le dernier terme par la régle enſeignée dans le premier Volume au Problême X. art. 4. p. 60. en cette ſorte.

Multipliez 329, nombre des termes diminué de l'unité par la différence $\frac{1}{5}$, c'eſt-à-dire, qu'il faut prendre le cinquiéme de 329, qui eſt à peu près 66. Ajoûtez à ce produit 66 le premier terme $10\frac{1}{2}$; la ſomme $76\frac{1}{2}$ ſera le dernier terme de la progreſſion qui a 330 termes, & dont le premier eſt $10\frac{1}{2}$.

Ce dernier terme $76\frac{1}{2}$ étant connu, cherchez par l'article 1. du même Problême la ſomme des termes en cette ſorte. Ajoûtez le premier terme $10\frac{1}{2}$ & le dernier $76\frac{1}{2}$; multipliez la ſomme 87 par le nombre des termes 330, le produit ſera 28710; & la moitié de ce produit, qui eſt 14355, ſera la ſomme des termes de cette progreſſion Arithmétique.

Ce qui fait connoître que l'épaisseur de l'orbe de l'Air est de 14355 toises.

Selon ce calcul l'orbe de l'air auroit moins d'épaisseur que la montagne Cassius n'a de hauteur, suivant le P. Kirker. Mais ce sçavant Jesuite pourroit bien avoir trop avancé sur la foi d'autrui touchant la hauteur de cette montagne & des autres, qu'il n'a pas, selon toute apparence, mesurées lui-même. Il pourroit se faire aussi que la pesanteur de l'Air diminue en s'éloignant de la Terre, selon une progression Arithmétique, où la différence est plus grande qu'on ne l'a supposé dans la progression précedente; ainsi en mettant $\frac{1}{3}$ pour la différence de la progression, on trouvera que l'épaisseur de l'orbe de l'Air est de 21532 toises; & en supposant que cette différence est $\frac{1}{2}$, on trouvera que cette épaisseur est de 30525 toises. Voyez le Traité du Barométre par M. *de la Brosse*.

On mettra ici une Table qui représente la valeur de trente-six termes de la progression, dont le premier est 10 toises & demie; la différence est de $\frac{1}{5}$ de toises. On peut la continuer autant qu'on voudra en ajoûtant à chaque terme $\frac{1}{5}$. On a mis une virgule qui marque ici l'addition des différences.

10 Toises $\frac{1}{2}$	10 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$	10 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$	10 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$	10 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{4}{5}$
11 Toises $\frac{1}{2}$	11 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$	11 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$	11 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$	11 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{4}{5}$
12 Toises $\frac{1}{2}$	12 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$	12 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$	12 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$	12 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{4}{5}$
13 Toises $\frac{1}{2}$	13 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$	13 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$	13 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$	13 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{4}{5}$
14 Toises $\frac{1}{2}$	14 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$	14 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$	14 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$	14 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{4}{5}$
15 Toises $\frac{1}{2}$	15 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$	15 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$	15 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$	15 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{4}{5}$
16 Toises $\frac{1}{2}$	16 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$	16 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$	16 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$	16 T. $\frac{1}{2}$, $\frac{4}{5}$
17 Toises $\frac{1}{2}$				

PROBLEME XIII.

Observer les différens changemens qui arrivent à la temperature de l'Air, selon ses degrez de chaleur ou de froidure.

I.

ON peut connoître les divers degrez de chaleur ou de froidure, par le moyen d'un petit homme, qui paroît plus ou moins dans le goulot d'une bouteille, selon que l'Air est plus ou moins chaud. Car lorsque l'Air est très-froid, ce petit homme se cache entierement dans la bouteille, & il en sort lorsque l'Air devient plus chaud. Planche 23 Fig. 50.

Pour construire cette espece de Thermometre, on se sert d'une bouteille de verre noir ou très-obscure. On ne l'emplit qu'en partie d'eau de vie, comme on le voit en CEF, le reste BCF est plein d'Air. On cimente en B un tuyau de verre transparent AE, auquel on laisse un petit trou en A, & qui touche presque le fond de la bouteille en E. Enfin on met dans le tuyau AE l'image d'un petit homme d'émail, soudée sur une petite phiole cylindrique assez grande, pour que l'image & la phiole étant plus légéres qu'un pareil volume de l'eau de vie, qui est au fond de la bouteille, puissent nager sur cette eau de vie.

Quand le petit homme est caché dans la bouteille, on le peut faire sortir, en le présentant au feu ou aux rayons du Soleil, ou bien en échaufant la bouteille avec la chaleur des mains. Mais pour le faire cacher en Esté, quand il fait bien chaud, il faut plonger le fond de la bouteille dans de l'eau bien fraîche, ou dans de la glace. Ce petit homme se précipite tout à coup, comme pour se baigner.

II.

Le Thermometre de Florence est d'un grand usage pour juger des différentes temperatures de l'Air. Voici de quelle maniére on le construit.

Planche 24 * Fig. 54. On prend une phiole C d'environ deux pouces de diamétres : on y soude un tuyau AC, dont le diamétre est d'une ligne & demie ou environ. On choisit un tems froid pour l'emplir jusques vers la lettre B d'esprit de vin coloré avec du bois de Santal rouge, ou de la racine d'Orcanette. On fait entrer l'esprit de vin, ou en échaufant la phiole, & en trempant l'extrêmité A dans un vase rempli d'esprit de vin un peu chaud, ou plûtôt avec un entonnoir, en se servant d'un petit fil de leton délié, qu'on enfonce plusieurs fois dans le tuyau, pour faire descendre la liqueur dans la phiole.

Quand on s'eſt aſſûré, en expoſant l'inſtrument à l'air froid, que le tuyau eſt rempli juſques vers B, on échauffe autant qu'on peut la phiole pour faire monter l'eſprit de vin juſques vers l'extrêmité A. Pour lors on ferme exactement cette extrêmité, en la faiſant fondre à la lampe d'un Emailleur.

Ce Thermometre ſert à faire connoître les differens degrez de la chaleur de l'Air. On a coûtume de l'ajuſter à une planche, ſur laquelle on cole du papier, qui contient une diviſion telle que l'on veut. On y marque auſſi de l'autre côté la quantité du froid & du chaud, comme on le voit dans la Figure. Enfin pour donner quelques inſtructions, on peut ajoûter ſur ce papier colé les Obſervations ſuivantes.

Obſervations ſur le Thermometre de Florence.

I.

Lorſque l'Air devient plus chaud, la liqueur contenue dans le Thermometre, où l'Air renfermé dans cette liqueur, ſe dilate & monte à meſure que la chaleur de l'Air augmente. Mais quand l'Air perd de ſa chaleur, ou qu'il devient plus froid, la liqueur ſe reſſerre & deſcend vers la phiole.

II.

Si la phiole étoit trop groſſe, & le tuyau trop court ou trop étroit, le Thermometre ſe caſſeroit dans une grande chaleur. La même choſe arriveroit, ſi on l'expoſoit aux rayons fort vifs du Soleil, ou ſi on l'approchoit trop près du feu.

III.

On peut faire monter la liqueur du Thermometre par l'action seule de la main, en l'appliquant doucement sur la phiole. La chaleur de la main se communique à la liqueur, & la fait monter. Lorsqu'on a retiré la main, la liqueur descend peu à peu, & se remet à la même hauteur où elle étoit auparavant.

IV.

A côté des divisions ou degrez, on a marqué les différentes temperatures de l'Air d'espace en espace.

V.

Lorsque dans les gelées d'Hyver l'Air commence à s'adoucir, & qu'il est temperé, on observe que la liqueur du Thermometre ne monte pas aussitôt : elle ne monte que quand la glace est un peu fondue.

VI.

Pour se souvenir du degré où la liqueur étoit arrêtée, quand on a fait son observation, on se sert d'une petite main d'émail, ou autre marque, qui coule le long d'un double fil de leton attaché par les bouts vers les deux extrêmitez de la planche. On éloigne des divisions ce fil de leton, de maniére que le bout du doigt alongé de la main d'émail, tombe sur l'extrêmité des degrez, & montre précisément celui qu'on a observé, quand la main est arrêtée.

VII.

Cette main d'émail coule le long du double fil de leton par le moyen d'un petit tuyau de fer blanc, qui passe au travers du poignet de la main auquel il eſt attaché. Les bouts de chaque fil de leton doivent être éloignez l'un de l'autre dans l'endroit où ils ſont attachez, afin que la main d'émail en coulant s'arrête au degré où on la place, ſans tomber.

Uſage du Thermometre.

I.

Pour connoître chaque jour de combien eſt augmentée ou diminuée la chaleur en un même lieu, remarquez un jour à une certaine heure le degré où s'eſt arrêtée la liqueur dans le tuyau; puis le jour ſuivant obſervez à la même heure ſi la liqueur eſt arrêtée plus haut, plus bas, ou au même endroit, & vous jugerez par-là s'il fait plus chaud, moins chaud, ou ſi l'air eſt dans une égale ſituation à la même heure, & dans le même lieu. On peut faire la même choſe le même jour à différentes heures, ou en des jours qui ne ſe ſuivent point.

II.

C'eſt ordinairement vers les trois heures après Midi, que la liqueur monte à la plus haute élevation dans la journée, & c'eſt au lever du Soleil que la liqueur ſe trouve au plus bas. Il faut prendre garde que le Thermometre ne ſoit point expoſé à la réverberation du Soleil, ni à la chaleur du feu.

III.

On peut connoître quelle eſt la plus chaude ou la plus froide de pluſieurs chambres par ce moyen. Remarquez en premier lieu à quel degré la liqueur du tuyau eſt arrêtée dans une chambre. Tranſportez enſuite le Thermometre dans une autre chambre, où vous le laisserez pendant quelque tems, comme d'une demi-heure. Enfin examinez s'il y a du changement dans l'élevation de la liqueur. Si elle est demeurée au même degré, c'est une marque que l'Air des deux chambres est dans le même degré de chaleur ou de froidure. Si la liqueur est montée, il fait plus chaud dans cette seconde chambre que dans l'autre. Enfin si la liqueur est descendue, c'est une marque certaine que l'Air est plus froid dans cette seconde chambre que dans la premiere.

IV.

Ce qu'on vient de faire pour deux chambres, peut se pratiquer à l'égard de plusieurs. Il faut remarquer qu'on doit faire cette expérience dans un court intervale de tems, où l'on juge que la temperature de l'air ne puisse point avoir été changée. Et pour être mieux assûré de ce qu'on veut sçavoir, il est bon de reporter le Thermometre de l'une de ces chambres dans les autres, afin de voir s'il ne sera point arrivé quelque changement à l'Air de ces chambres.

V.

Si on laisse un Thermometre dans un même lieu, qui ne soit point exposé à la chaleur qui peut venir de quelque cause étrangere, comme du feu ou des bougies allumées dans un endroit resserré, & qu'on ait soin de marquer sur un registre le degré qu'on observe tous les jours à la même heure, ou aux mêmes heures, & principalement au lever du Soleil, & vers les trois heures après Midi, si on veut se donner la peine de le faire dans le même jour; on pourra en continuant la même chose pendant plusieurs années, connoître par la comparaison des observations les années qui auront été plus chaudes ou plus froides.

VI.

Si on fait du feu dans une chambre, il sera aisé de connoître combien la chaleur du feu augmentera la temperature de l'Air de cette chambre, en remarquant quel changement il arrivera à l'élevation de la liqueur contenue dans le tuyau du Thermometre.

VII.

Pour connoître si la fiévre est augmentée ou diminuée, faites mettre la main du malade hors le lit environ un demi quart-d'heure, pour dissiper la chaleur qui vient de celle du lit. Puis faites poser pendant quelque tems la main du malade sur la phiole d'un Thermometre, en prenant garde de le casser. Observez le degré où s'arrêtera la liqueur, & remarquez-le. Faites la même chose dans un autre tems. En comparant les degrez où la liqueur se sera arrêtée dans les différentes observations que vous aurez faites, vous verrez si la fievre est augmentée, diminuée ou restée dans le même degré.

PROBLEME XIV.

Remplir de vin, ou de quelqu'autre liqueur, un tonneau par l'ouverture d'en bas.

NOus avons déja dit plus d'une fois que les corps liquides pesent seulement selon leur hauteur. C'est pourquoi pour remplir de quelque liqueur le Tonneau A, non pas par le bondon E, mais par l'ouverture B d'en bas, il faut mettre à cette ouverture B, un tuyau recourbé, comme Planche 47. Fig. 134.

BCD, dont l'extrêmité doit être aussi haute que le Tonneau; il faut encore avoir une espece d'entonnoir, pour pouvoir plus commodément verser la liqueur, dont on veut remplir le Tonneau. Cette liqueur en tombant par la branche CD, qui doit être à peu près élevée à plomb, & en entrant dans le Tonneau par l'autre branche BC, qui doit être environ de niveau, y prendra une situation horisontale, & demeurera toûjours à la même hauteur & dans le Siphon & dans le Tonneau; c'est pourquoi l'on connoîtra que le Tonneau sera plein lorsque la branche CD se trouvera pleine de liqueur.

PROBLEME XV.

Rompre avec un Bâton un autre Bâton posé sur deux Verres sans les casser.

Planche 47. Fig. 135.

IL ne faut pas que le Bâton AB, que l'on veut rompre, soit trop gros, ni qu'il appuye beaucoup sur les deux Verres; ses deux extrêmitez A, B, doivent être amenuisez en pointe, & il doit être également gros dans toute sa longueur autant qu'il sera possible, afin que l'on puisse plus facilement connoître son centre de gravité C, qui dans ce cas sera au milieu.

Le Bâton AB étant supposé tel qu'on vient de le demander, on mettra ses deux extrêmitez A, B, sur les bords de deux Verres, dont l'un ne doit pas être plus élevé que l'autre, afin que le Bâton ne panche pas plus d'un côté que d'autre. On fera en sorte que la seule extrêmité de chaque pointe porte légerement sur le bord de chaque Verre. Alors avec un autre Bâton on donnera sur le milieu C du Bâton AB, un coup sec & prompt, mais

mais cependant proportionné, autant qu'on le pourra juger, à la grosseur du bâton AB, & à la distance des verres.

REMARQUES.

Au lieu de verres, on pourroit se servir de deux brins de paille, que l'on tiendroit en l'air, & sur lesquels on appuyeroit les extrêmitez du bâton AB, comme on les a appuyé sur les bords des verres.

Le coup prompt que l'on donne sur le bâton, fait que l'air n'ayant point le tems de céder, résiste, & sert de point d'appui dans l'endroit frappé; de sorte que le bâton se casse par la violence du coup, qui trouve de la résistance dans l'air, & ses deux extrêmitez ne font aucune impression sur les verres, quand le coup est donné à propos.

C'est par la même raison qu'on casse les os de mouton sur sa serviette, sur la nape, ou sur la main, en frappant sur le milieu de l'os avec le dos d'un couteau.

PROBLEME XVI.

Vuider toute l'eau contenue dans un vase par le moyen d'un Siphon.

POur faire sortir toute l'eau qui est contenue dans le Vase AB, sans incliner ce Vase, ni sans le percer par le bas, servez-vous d'un Siphon courbé, comme CDE, dont l'une des branches doit être plus courte que l'autre. On l'emplit d'eau avec un entonnoir, s'il est nécessaire; on ferme avec le doigt l'ouverture de la plus grande bran- Planche 45. Fig. 129.

Planche 45. Fig. 129. che; puis en renversant le Siphon, on met dans l'eau la plus petite branche, qui doit toucher le fond du Vase. Alors en ôtant le doigt, l'eau du Siphon CDE sortira par l'extrêmité E, & l'eau du Vase AB entrant par l'autre extrêmité, prendra la place de celle qui s'écoulera : elle continuera ainsi à sortir jusqu'à ce qu'il n'en reste point, ou fort peu dans le fond du Vase AB. Ce qui réüssira d'autant plus facilement, que le Siphon CDE sera plus gros par le milieu que par ses deux extrêmitez.

REMARQUES.

I.

C'est de cette maniére qu'on peut aisément vuider par le bondon le vin d'un tonneau, sans en ouvrir le fonds.

II.

On peut aussi puiser du vin d'un tonneau par le moyen d'un tuyau droit, qui doit être plus mince par les deux bouts que par le milieu; on le plonge par le bondon dans le tonneau, le vin entre dedans, & si l'on bouche avec le doigt le bout d'en haut, & qu'on tire le Siphon hors du tonneau, on le trouvera rempli de vin. On pourra verser ce vin dans un verre, ou dans quelqu'autre vase, en ôtant le doigt qui fermoit le bout du tuyau, & le vin descendra par l'autre bout.

III.

C'est aussi de la même maniére qu'on pourra faire passer en montant l'eau qui est dans un lieu bas, à un autre lieu plus bas, pourvû que le lieu élevé sur lequel l'eau doit passer, ne soit pas plus haut que 32 pieds; parce que la pesanteur de l'air, à laquelle les Philosophes modernes attribuent ce que les anciens attribuoient à l'horreur du vuide, ne peut faire monter l'eau plus haut qu'environ 32 pieds, selon les diverses expériences qui en ont été faites.

I V.

C'est encore par le moyen d'un tuyau recourbé que l'on peut sans aqueduc, & à peu de frais, conduire une fontaine d'eau vive, du sommet d'une montagne à un autre lieu un peu moins haut, où l'on aura besoin d'eau. On fera un long tuyau de plomb, qui descendra de la fontaine par le vallon, & remontera en se recourbant jusqu'au sommet de la montagne voisine, où l'on veut conduire l'eau. Car l'eau descendant de la montagne par ce tuyau, remontera au-dessus de l'autre montagne presque aussi haut qu'elle sera descendue : je dis presque, à cause de la résistance de l'air, qui empêche l'eau de monter précisément à la même hauteur.

Il faut prendre garde neanmoins que la hauteur du tuyau ne soit pas considerable ; car si cela étoit, la pesanteur de l'eau pourroit faire crever le tuyau, qui ne soûtiendroit pas l'effort de l'eau qui pese selon sa hauteur, à quoi il faudroit encore joindre sa vîtesse.

V.

On peut faire un Siphon recourbé avec deux tuyaux de roseau, dont on coupe une des extrêmitez de biais, pour les joindre l'un à l'autre, & former la pointe d'un Siphon angulaire. On attache ces deux extrêmitez avec de la cire d'Espagne, avec laquelle on a soin de boucher toutes les petites ouvertures qui pourroient donner passage à l'air.

On obſervera de laiſſer une des branches plus longue que l'autre. Comme ces tuyaux ne ſont pas fort gros, on pourra ſuccer par la branche qui ſera hors du vaſe pour attirer l'eau, qui continuera à couler tant que l'autre branche trempera dans l'eau.

PROBLEME XVII.

Un tuyau plein d'eau étant perpendiculaire à l'Horiſon, trouver à quelle diſtance l'eau s'écoulera par un trou fait en un point donné de ce tuyau.

Planche 47. Fig. 136. APrès avoir décrit autour du Tuyau AB, que je ſuppoſe plein d'eau, & perpendiculaire à l'Horiſon, le demi-cercle ABC; percez ce tuyau en divers endroits, comme aux points D, E, F, par où l'eau puiſſe ſortir. Cette eau décrira en ſortant les demi-Paraboles DG, EH, FG, dont les amplitudes BG, BH, ſont doubles des Sinus correſpondans, c'eſt-à-dire, des lignes DI, EC, FK, perpendiculaires au Diamétre AB, ſçavoir, BG double de DI, & de FK, & BH double de EC. De ſorte que ſi le point E eſt le milieu du Tuyau AB, ou le centre du demi-cercle ABC, auquel cas EC eſt le plus grand Sinus, l'amplitude BH ſera auſſi la plus grande. Et parce que les Sinus également éloignez du centre E, comme DI, FK, ſont égaux, les deux demi-Paraboles DG, FG, formées par la chûte de l'eau qui ſort par les deux trous D, F, également éloignez du point de milieu E, ont auſſi une même amplitude BG. Il eſt évident que la plus grande amplitude BH eſt égale à la hauteur AB du Tuyau, & que ſon extrêmité B eſt le Foyer de la demi-Parabole EH, & que par conſéquent ſi l'on perce le Tuyau AB en ſon point de milieu E, l'eau sortira à une distance égale à la longueur AB du Tuyau. Planche 47. Fig. 136.

Si l'on perce le Tuyau AB au-dessus, ou au-dessous de son point du milieu E, comme en F, on trouvera la distance BG, à laquelle l'eau tombera sortant par l'ouverture F, en décrivant autour du Tuyau AB, ou d'une ligne égale à ce Tuyau, le demi-cercle ABC, & en tirant du point F, au Diamétre AB, la perpendiculaire FK, qui sera la moitié de la distance BG qu'on cherche.

Mais si vous ne pouvez pas décrire un cercle autour du Tuyau AB, pour être trop grand, servez-vous de l'Arithmétique, & multipliez ensemble les deux parties AF, BF, pour avoir en la racine quarrée du produit la quantité de la perpendiculaire FK, ou la moitié de la distance BG qu'on cherche. Comme si la partie AF est de 2 pouces, & l'autre partie BF de 32 pouces; en sorte que la longueur du Tuyau AB soit de 34 pouces, en multipliant 32 par 2, & en prenant la racine quarrée du produit 64, on aura 8, dont le double donnera 16 pouces pour la distance BG.

PROBLEME XVIII.

Préparer un Vase, qui étant rempli de quelque liqueur à une certaine hauteur, la garde; & la perde toute, étant rempli de la même liqueur à une hauteur un peu plus grande.

I.

SOit, par exemple, un Verre ABCD, par le milieu duquel vous ferez passer un petit Tuyau recourbé, ou Siphon EFG ouvert par ses deux extrêmitez E, G. Sa partie F la plus élevée, doit Fig. 137.

Planche 47. Fig. 137. être un peu plus basse que le bord supérieur du Verre. L'extrêmité E de ce Siphon doit être proche le fonds du Verre, & son extrêmité G doit être plus basse que le fonds du même Verre. Cela étant ainsi, l'eau ou le vin qu'on versera dans le Verre, y demeurera, & remplira la branche EF à mesure qu'on versera l'eau, jusqu'à la courbure F. Mais si l'on continue à verser de l'eau dans ce Verre, elle montera plus haut dans le Verre, & ne pouvant plus monter dans le Siphon EFG, parce qu'il se recourbe & s'abaisse en F, au lieu de monter elle descendra par la branche FG, & continuera à descendre en sortant par l'ouverture G, tant que l'on continuera à verser de l'eau dans le Verre, & elle s'écoulera entierement, c'est-à-dire, que le Verre demeurera vuide, quand on cessera d'y mettre de l'eau.

On peut faire couler l'eau par l'ouverture d'en bas G, quoique le Verre ne soit pas rempli jusqu'au sommet F du Siphon EFG, en suçant par cette ouverture d'en bas G, l'air qui est contenu dans le Siphon; car l'eau prendra nécessairement la place de l'air, & continuera à descendre par la branche FG, & à sortir par l'ouverture G, jusqu'à ce qu'il ne reste rien dans le Verre, au moins si l'ouverture E touche à son fonds, comme on a dit au Problême XVI.

II.

Fig. 138. Ou bien faites passer au travers du Verre ABCD un petit Tuyau perpendiculaire EF ouvert par ses deux bouts E, F, dont celui d'en haut, sçavoir, E, doit être un peu moins élevé que le bord du Verre, & l'autre bout F un peu plus bas que le fonds du même Verre. Enfermez ce petit Tuyau

EF dans un autre Tuyau plus grand GI fermé par ſon extrêmité G d'en haut, qui doit être un peu plus haute que le bout E du premier & plus petit Tuyau EF, & ouvert par ſon autre bout I d'en bas, qui doit toucher au fonds du Verre, ſi l'on veut que toute l'eau qu'on y verſera s'écoule ; ce qui arrivera, lorſqu'elle ſera parvenue vers G ; car alors elle entrera dans le Tuyau EF par l'ouverture E, & ſortira par l'autre ouverture F, en paſſant par l'ouverture I du Tuyau GI, &c.

PROBLEME XIX.

Conſtruire une Lampe propre à porter dans la poche, ſans qu'elle s'éteigne, quand même on la rouleroit par terre.

POur conſtruire une Lampe qui ne verſe jamais ſon huile, & qui ne s'éteigne point, quelque ſituation qu'on lui donne, quand même on la rouleroit par terre ; attachez le vaſe qui contient l'huile & la méche à un cercle de fer, de leton, ou de quelqu'autre matiére ſolide, avec deux petits pivots diamétralement oppoſez ; de ſorte que ce vaſe puiſſe par ſa peſanteur demeurer en équilibre autour de ces deux pivots, tourner librement au dedans de ce cercle, & conſerver toûjours une ſituation horiſontale, à peu près comme dans les Bouſſoles, dont on ſe ſert dans la Navigation, leſquelles ont deux ſemblables cercles, qui ſervent à les tenir horiſontalement. Ce premier cercle doit avoir deux autres pivots auſſi diamétralement oppoſez, & éloignez des autres de 90 degrez : ces deux pivots doivent entrer dans un autre cercle de la même matiére. Ce ſecond cercle doit encore avoir deux autres petits pivots inserez dans un autre corps concave, qui environne toute la Lampe; laquelle par le moyen de ses deux cercles ou balanciers, peut tourner librement au dedans autour de six pivots, qui donnent à la Lampe, quand on la tourne, six différentes positions, qui sont dessus & dessous, devant & derriere, à droit & à gauche, & qui servent à la tenir horisontalement. Cette Lampe étant au milieu, se trouve toûjours située à son centre de gravité, c'est-à-dire, que son centre de gravité se trouve toûjours dans sa ligne de direction; ce qui empêche l'huile de se renverser, de quelque maniére qu'on tourne la Lampe, parce qu'elle demeure toûjours dans une situation horisontale.

PROBLEME XX.

Disposer trois Bâtons sur un plan horisontal, en sorte que chacun s'appuye sur ce plan par l'une de ses extrêmitez, & que l'autre extrêmité demeure élevée en l'air.

Planche 47 Fig. 140.

POur faire que trois Bâtons, ou trois Coûteaux, &c. se soutiennent les uns les autres élevez en l'air, lorsqu'ils sont appuyez chacun par un de leurs bouts sur une table, quand même ils seroient chargez d'un poids, sans que jamais ils puissent tomber; inclinez sur cette table l'un des trois Bâtons, comme AB, en sorte que s'appuyant sur la table par son extrêmité A, l'autre extrêmité B soit élevée en l'air. Mettez en travers au-dessus de ce Bâton l'un des deux autres Bâtons, comme EF, élevé pareillement en l'air par son extrêmité F, & portant sur la table par son autre extrêmité E. Enfin diſpoſez comme en triangle le troiſiéme Bâton CD, en ſorte que s'appuyant ſur la table par l'une de ſes extrêmitez C, il paſſe au-deſſous du premier AB, & poſe ſur le ſecond EF. Alors ces trois Bâtons ſe croiſant de la ſorte, ſe ſoûtiendront mutuellement, & ne pourront tomber en les chargeant de quelque poids, à moins qu'ils ne ſe plient, ou ne ſe rompent par la trop grande peſanteur du poids, qui étant médiocre, ſervira plûtôt à les affermir, & à les maintenir ainſi élevez en l'air par un de leurs bouts, qu'à les faire tomber. Car AB eſt ſoûtenu par CD, & CD par EF, qui eſt lui-même ſoûtenu par AB.

PROBLEME XXI.

Faire tourner trois Coûteaux ſur la pointe d'une éguille.

ATtachez au bout du manche de l'un des trois Coûteaux, comme du Coûteau AB, un autre Coûteau AC par ſa pointe, en ſorte que l'angle BAC ſoit droit, ou qu'il en approche. Obſervez que le dos du Coûteau AC doit être tourné vers le bas, & le tranchant vers le haut, comme on le voit dans la Figure. Attachez pareillement au bout du manche du Couteau AC un troiſiéme Coûteau CD par ſa pointe, en ſorte que l'angle ACD, ſoit droit, ou qu'il en approche. De cette maniére les trois Coûteaux AB, AC, CD, ſe trouveront diſpoſez en forme de balance, dont les deux baſſins ſeront repréſentez par les deux Coûteaux ſuſpendus AB, CD. Le Coûteau AC repréſentera la verge de la balance, ſur lequel par conſéquent on trouvera par pluſieurs eſſais le centre de mouvement, ou

Planche 47. Fig. 139.

le point d'appui E, c'eſt-à-dire, le point où la balance étant ſoûtenue, elle demeure en équilibre chargée de la peſanteur de ſes baſſins ou Coûteaux AB, CD. Si on met la pointe d'une éguille en ce point E, & qu'on la tienne à angles droits, le Coûteau AC, avec ſes deux autres Coûteaux AB, CD, demeurera en équilibre; le point E ſera dans la ligne de direction, où ſe trouvera le centre de gravité de la quantité compoſée de ces trois Coûteaux. Ainſi ces trois Coûteaux demeurant en équilibre autour du point E ſur la pointe de l'éguille EF, qu'il faut tenir bien à plomb, la moindre force, comme ſeroit celle du ſouffle, ſera capable de les faire tourner, & pour ainſi dire, danſer autour de la pointe de l'éguille ſans tomber.

PROBLEME XXII.

Tirer du fonds de l'eau un Batteau chargé de Marchandiſes.

S'Il arrive qu'un Batteau de conſéquence ait fait naufrage au milieu d'un Fleuve ou d'une Riviere profonde, on pourra tirer ce Batteau, & le faire venir à fleur d'eau, par le moyen de deux autres Batteaux, dont l'un ſoit vuide, & l'autre chargé de quelque choſe de peſant, comme de pierres, en cette ſorte.

Il faut lier ces deux Batteaux avec celui qu'on veut retirer de l'eau, par deux cordes qui y doivent être fortement attachées. Ayant bandé la corde du Batteau qui eſt chargé, il le faut décharger dans l'autre Batteau qui eſt vuide; ce qui fera lever un peu ce premier Batteau, qui attirera avec ſoi le Batteau qui eſt dans l'eau, & fera enfoncer d'autant le ſecond Batteau. Ce ſecond Batteau étant ainſi chargé, on bandera pareillement ſa corde, & on le déchargera dans le Batteau vuide; ce qui le fera auſſi lever à meſure qu'il deviendra plus léger en le déchargeant, & fera monter d'autant le Batteau qui eſt dans l'eau, & baiſſer le Batteau qui a été rempli de pierres. On déchargera encore ce Batteau-ci de la même façon dans le Batteau vuide, après avoir bandé ſa corde, qui fera monter le Batteau qui eſt dans l'eau. Enfin ce Batteau, après pluſieurs charges & décharges des autres, montera tant qu'il viendra à fleur d'eau; après quoi il ſera facile de le conduire au bord de la Riviere, & d'en retirer les Marchandiſes.

PROBLEME XXIII.

Faire remonter un Batteau de lui-même ſur une Riviere rapide.

PLus une Riviere ou un Fleuve ſera rapide, plus il ſera aiſé de faire remonter un Batteau de lui-même, pour ainſi dire, par le moyen d'une corde & d'une roue avec ſon aiſſieu, qui ait des aîles ſemblables à celles d'une roue de Moulin, en cette ſorte.

Ayant arrêté fermement la roue avec ſon aiſſieu à l'endroit où l'on veut conduire le Batteau, en ſorte que ſes aîles entrent dans l'eau autant qu'il en ſera beſoin pour faire tourner la roue, attachez une corde au Batteau & à l'aiſſieu de la roue, laquelle tournant avec ſon aiſſieu par la rapidité de l'eau, fera entortiller la corde autour de l'aiſſieu. Cette corde en ſe racourciſſant continuellement, tirera le Batteau, en remontant vers l'endroit proposé, où il remontera d'autant plus promptement que la Riviere sera plus rapide, parce que l'eau fait tourner la roue plus vîte.

PROBLEME XXIV.

Trouver la pesanteur d'un pied cube d'eau.

I.

Nous avons dit au Problême XI. qu'un pied cube d'eau commune pese environ 72 livres; ce qui se peut aisément connoître en faisant un vase concave, dont la capacité soit précisément d'un pied cubique, & en pesant l'eau qu'il peut contenir : par ce moyen l'on aura la pesanteur d'un pied cube d'eau. Mais on peut connoître autrement & plus facilement cette pesanteur, en cette sorte.

II.

Planche 47. Fig. 141. Préparez un corps solide fait en Parallelepipede rectangle, comme ABCD, d'une matiére homogéne, dont la pesanteur specifique soit moindre que celle de l'eau, par exemple, du bois de Sapin, afin que ce corps étant plongé dans l'eau, ne s'y enfonce pas tout entier; pesez exactement ce corps, que nous supposerons être de 4 livres.

Plongez donc ce corps dans l'eau, & faites une marque à l'endroit où se terminera la surface de l'eau, comme EFG. Alors ce corps occupant dans l'eau l'espace ABGFE, l'eau qui rempliroit cet espace, peseroit précisément 4 livres, sçavoir, autant que le corps ABCD pese dans l'air. Ce que l'on connoît par ce principe général de l'Hydrostatique, que la pesanteur d'un corps est égale à celle d'un volume d'eau pareil à celui dont il occupe la place dans la même eau.

Ce volume, qui eſt ici repréſenté par ABGFE, ſe peut meſurer en multipliant la largeur EF, que nous ſuppoſerons de 4 pouces, par la hauteur AF, qui ſera ſuppoſée de 3 pouces, & le produit 12 par la longueur AB, ou FG, que nous ſuppoſerons de 8 pouces : ainſi on aura 96 pouces cubiques pour la ſolidité du priſme ABGFE.

Nous ſçavons donc que 96 pouces d'eau peſent 4 livres, & pour ſçavoir combien peſe un pied cube de la même eau, qui vaut 1728 pouces cubes (comme on le connoît en multipliant 12 par 12, & le produit 144 encore par 12) on dira par la Régle de Trois directe, ſi 96 pouces peſent 4 livres, combien peſeront 1728 pouces ? c'eſt-à-dire, qu'on multipliera 1728 par 4 ; on diviſera le produit 6912 par 96, & l'on trouvera qu'un pied cube d'eau peſe 72 livres.

PROBLEME XXV.

Conſtruire un Caroſſe, dans lequel on ſe puiſſe conduire ſoi-même par-tout où l'on voudra, ſans aucuns chevaux.

I.

Il faut que les deux petites roues de devant ſoient mobiles autour de leur aiſſieu commun, comme dans les Caroſſes ordinaires, & que les deux grandes roues de derriere, comme AB, CD, ſoient fermement attachées à leur aiſſieu commun EF, en ſorte que cet aiſſieu ne ſe puiſſe mouvoir, à moins que les roues ne ſe meuvent & ne roulent en même tems. Planche 48. Fig. 142.

Au milieu de l'aiſſieu EF, on doit ajoûter à l'entour une lanterne GH, dont les fuſeaux ſoient forts

Planche 48. Fig. 142.

& serrez, & attacher tout auprès sur la fléche une roue dentée IK, dont les dents puissent engrainer dans les fuseaux de la lanterne. En faisant tourner cette roue autour de son aissieu LM, qui doit être perpendiculaire à l'Horison, par le moyen de la manivelle NOL, elle fait tourner la lanterne GH, & avec elle l'aissieu EF, & les roues AB, CD, qui rouleront, & feront avancer le Carosse, sans qu'il soit tiré par des chevaux, ni par aucune autre puissance animée. On comprend bien que l'aissieu EF ne doit pas entrer dans la fléche, afin qu'il puisse tourner au dedans.

II.

Planche 61. Fig. 212.

* M. Ozanam écrivoit en 1693.

On voit à Paris depuis quelques années * un Carosse ou Chaise, qui a une forme à peu près semblable à celle de la Fig. 212e. Un Laquais monté derriere le fait marcher, en appuyant alternativement les deux pieds sur deux pieces de bois, qui communiquent à deux petites roues cachées dans une caisse posée entre les roues de derriere AB, attachées à l'aissieu du Carosse, comme vous le voyez dans la Fig. 212e. J'en donnerai l'explication dans les mêmes termes que je l'ai reçûe de M. Richard, Médecin de la Rochelle.

Fig. 113.

AA est un rouleau attaché par les deux bouts à la caisse qui est derriere la Chaise. B est une poulie sur laquelle roule la corde qui lie le bout des planchettes C, D, sur lesquelles les Laquais mettent les pieds. E est une piéce de bois qui tient à la Caisse, & retient les deux planchettes par l'autre bout, leur permettant de hausser & de baisser par le moyen des deux cordes AC, AD, qui sont attachées à leurs extrêmitez. F, F, sont deux petites plaques de fer, qui servent à faire tourner les roues

H, H, qui ſont fixes à leur aiſſieu, qui eſt auſſi fixe aux deux grandes roues I, I.

Je crois qu'à préſent on n'aura pas de peine à concevoir que le Laquais mettant alternativement les pieds ſur C & ſur D, une des plaques fera tourner une des roues à dents; ſi, par exemple, il appuye ſur la planche C, comme la Figure le repréſente, elle doit deſcendre, & faire monter la planche D, qui ne peut monter ſans que la plaque de fer qui entre dans les dents de la roue, ne la faſſe tourner avec l'aiſſieu, & les deux grandes roues. Enſuite appuyant ſur la planche D, la peſanteur du corps la fera deſcendre, & fera monter l'autre planche C, qui fera encore tourner la roue. Ainſi ce mouvement ſe continuera, en faiſant toûjours la même maneuvre.

Il eſt facile de s'imaginer que les deux roues de derriere avançant, il faut que les deux petites de devant avancent auſſi, leſquelles iront toûjours droit, ſi la perſonne qui eſt dans la Chaiſe ne les fait tourner avec les rénes qui ſont attachées à une fléche ſur le devant. Planche 61. Fig. 112.

III.

M. *de Camus*, de l'Académie Royale des Sciences, donne ſur la fin de ſon Traité des Forces mouvantes, la deſcription d'un petit Caroſſe, qu'il fit autrefois pour le Roy alors Dauphin. Nous n'entreprendrons point d'entrer dans le détail de tous les reſſorts qui font jouer ce Caroſſe, & qui ſont en très-grand nombre, quoique tellement renfermez dans de petits eſpaces, qu'ils ne paroiſſent point. Ces reſſorts doivent être effectivement en grand nombre, pour exécuter tous les mouvemens que font le Cocher, le Laquais, le Page & la Dame qui est assise dans le Carosse pendant qu'il marche ; nous nous contenterons de rapporter une partie de ces mouvemens, qui sont très-surprenans.

Ce petit Carosse tournant sur une table vers les bords, les chevaux vont en courbette, plient les jambes, & posent à terre les pieds de derriere. Le Cocher tire les rênes des chevaux, soit pour les faire tourner, soit pour les faire aller en ligne droite, & il leur donne de tems en tems des coups de fouet. Le Carosse ayant fait un certain chemin, s'arrête ; alors le Page qui etoit couché sur la soupente, va ouvrir la portiere, pendant qu'un Laquais descend de derriere le Carosse. La Dame tenant un placet à la main, sort du Carosse, & le présente, après avoir fait la révérence. Pendant ce tems-là le Page s'attachant à la portiere, la remue en badinant. La Dame ayant attendu quelque tems, comme pour écouter la réponse, fait une seconde révérence, & rentre dans le Carosse. Quand la Dame est assise, le Page ferme la portiere, & se remet sur la soupente. Le Cocher donne un coup de fouet aux chevaux, qui continuent le chemin, & le Laquais courant après le Carosse, saute à sa place.

On sera étonné, en lisant la description, de voir tous les petits ressorts qu'il a fallu imaginer, & placer à propos pour exécuter les mouvemens qu'on vient de rapporter, & les autres qui sont fort différens, lorsqu'on monte les ressorts d'une autre maniére.

PROBL.

PROBLEME XXVI.

Connoître de deux eaux différentes celle qui est la plus légere, sans aucune balance.

IL faut avoir un corps d'une matiére, dont la pesanteur spécifique soit moindre que celle de l'eau, par exemple, du bois de Sapin, & mettre dans chaque eau ce corps, qui ne s'y enfoncera pas entierement, étant certain qu'il se doit enfoncer moins dans l'eau la plus pesante que dans la plus légere. Ainsi vous connoîtrez que l'eau où ce corps s'enfoncera davantage, est la plus légere, & par conséquent la plus saine à boire.

PROBLEME XXVII.

Construire un Tonneau contenant trois liqueurs différentes, qui se puissent tirer par une même broche, sans qu'elles se mêlent.

IL faut que le Tonneau soit divisé en trois parties ou cellules A, B, C, qui contiennent les trois liqueurs différentes, par exemple, du Vin rouge, du Vin blanc, & de l'Eau, que l'on fera entrer chacun dans sa cellule par le même bondon, en cette sorte. Planche 48. Fig. 143.

En construisant le Tonneau, on aura ajusté dans le bondon un entonnoir D, avec trois tuyaux E, F, G, qui aboutissent chacun à sa cellule. Ajoûtez à cet entonnoir un autre entonnoir H, percé de trois trous, qui puissent répondre quand on voudra, aux ouvertures de chaque tuyau. Si l'on fait répondre en tournant l'entonnoir H, chaque trou successivement à l'ouverture de ſon tuyau correſpondant, la liqueur que l'on verſera dans l'entonnoir H, entrera dans ce tuyau. De cette maniére on remplira chaque cellule de ſa liqueur, ſans que l'une ſe puiſſe mêler avec l'autre, parce que quand un tuyau eſt ouvert, les deux autres ſe trouvent bouchez.

Mais pour tirer auſſi ſans confuſion chaque liqueur par le bas du Tonneau, il doit y avoir trois tuyaux K, L, M, qui répondent chacun à une cellule, & une eſpece de robinet IN, percé de trois trous, qui doivent répondre chacun à ſon tuyau, afin qu'en tournant la broche I, juſqu'à ce que l'un de ces trous réponde vis-à-vis d'un tuyau, la liqueur de la cellule par où paſſe ce tuyau, ſorte toute ſeule par le même tuyau.

PROBLEME XXVIII.

Trouver les parties d'un poids que deux perſonnes ſoûtiennent par le moyen d'un Levier.

Planche 48. Fig. 144.

POur trouver la partie du poids C, que je ſuppoſe de 150 livres, que deux perſonnes ſoûtiennent par le moyen du Levier, ou Civiere AB, dont la longueur ſoit, par exemple, de 6 pieds; ſuppoſons que le centre de gravité du corps C ſoit D, & que ſa ligne de direction ſoit DE. Cela étant ſuppoſé, on doit conſiderer le point E, comme ſi le corps C y étoit ſuſpendu : alors il eſt évident que ſi le point E eſt au milieu de AB, chaque perſonne portera la moitié du poids C, ſçavoir, 75 livres. Mais ſi le point E n'eſt pas au milieu de AB, en ſorte qu'il ſoit plus proche, par exemple, du point B, que du point A, on doit ſentir en B une plus grande partie du poids qu'en A : cette partie se trouvera de cette sorte.

Si l'on suppose que la partie AE du Levier AB, soit, par exemple, de 4 pieds, & par conséquent l'autre partie EB de 2 pieds, parce que toute la longueur AB a été supposée de 6 pieds; multipliez le poids donné 150 par la quantité 4 de la partie AE : divisez le produit 600 par la longueur AB, que nous avons supposée de 6 pieds : le quotient donnera 100 livres pour la partie du poids que porte la puissance appliquée en B. C'est pourquoi en ôtant cette partie 100 du poids entier 150, le reste donnera 50 livres pour l'autre partie du poids que porte la puissance appliquée en A.

PROBLEME XXIX.

Trouver la force qu'il faut pour lever un poids avec un Levier, dont la longueur & le point fixe sont donnez.

Supposons que le poids C pese sur le Levier AB, 150 livres, & que la puissance appliquée en son extrêmité B, soit éloignée du point fixe D de 4 pieds, en sorte que le reste AD du Levier soit de 2 pieds, supposant que toute la longueur AB du Levier est de 6 pieds, multipliez le poids C, que nous avons supposé de 150 livres, par la partie AD, qui a été supposée de 2 pieds; divisez le produit 300 par l'autre partie BD, c'est-à-dire, par 4 : le quotient 75 sera la force que doit avoir la puissance appliquée en B, pour soûtenir le poids C. D'où il est aisé de conclure, que la puissance appliquée en B, doit avoir une force un peu plus grande que de 75 livres, pour mouvoir & lever le poids C.

Planche 48. Fig. 145.

PROBLEME XXX.

Construire un Vase qui contienne sa liqueur étant droit, & la perde toute étant un peu panché.

Planche 49. Fig. 146. CE Probléme est aisé à résoudre à l'imitation des Probl. XVI. & XVIII. Car si au dedans du Vase AB, l'on ajuste un Siphon, ou Tuyau recourbé CDEF, dont l'ouverture C touche le fonds du Vase, & l'autre ouverture F soit plus basse que le même fonds, en sorte que la jambe CD soit plus courte que l'autre jambe DEF, & que l'on mette de l'eau dans ce Vase environ jusqu'à la partie supérieure D, l'eau ne s'écoulera pas; mais si l'on incline tant soit peu le Vase AB vers la partie opposée à A, comme si on y vouloit boire, l'eau entrera de la jambe CD dans la jambe DEF, & sortira toute par l'ouverture F, quand même on redresseroit le Vase, parce que l'air pourra succeder à la place de l'eau, lorsqu'elle descendra par la branche DEF.

RPOBLEME XXXI.

Trouver sans aucune balance la pesanteur d'une piece proposée de métal, ou de pierre.

Fig. 147. IL faut en premier lieu préparer un Vase concave, qui ait la figure d'un prisme, dont la base soit telle qu'on voudra, mais pour la commodité il vaudra mieux que ce soit un quarré, ou un quarré-long, comme ABC. Sa longueur AB sera supposée de 6 pouces; & sa largeur BC de 4: ainsi la base ABC sera de 24 pouces quarrez,

comme on le connoît en multipliant 6 par 4. Planche 49. Fig. 147.

Il faut aussi que le Vase soit rempli en partie d'eau commune, par exemple, jusqu'à DEF; en sorte que la piece proposée y étant plongée, soit tout-à-fait couverte, autrement il en faudroit verser une plus grande quantité. Cette eau montera à une certaine hauteur, par exemple, jusqu'à GHI, de sorte que le prisme d'eau GEI sera égal à la solidité de la piece proposée.

La solidité de ce prisme d'eau GEI se trouvera en multipliant sa base DEF, qui est égale à la base ABC, que nous avons trouvée de 24 pouces quarrez, par sa hauteur EH, ou FI, que nous supposerons de 2 pouces; car le produit donnera 48 pouces cubes pour la solidité du prisme d'eau GEI. La solidité de ce prisme étant connue, on trouvera sa pesanteur, en supposant qu'un pied cube de la même eau pese 72 livres, & en disant par la Régle de Trois directe; si un pied cube, ou 1728 pouces pesent 72 livres, combien peseront 48 pouces? multipliant 72 par 48, & divisant le produit 3456 par 1728, on trouvera 2 livres pour la pesanteur du prisme d'eau GEI.

Par le moyen de cette pesanteur ainsi trouvée de 2 livres, on trouvera celle de la piece proposée, en multipliant la pesanteur trouvée, c'est-à-dire, 2 livres par 3, si la piece proposée est de caillou, ou de pierre de roche: par 4, si elle est de marbre: par 8, si elle est de fer, ou d'airain: par 10, si elle est d'argent: par 11, si elle est de plomb, & par 18, si elle est d'or.

Ainsi dans cet exemple on trouvera que la piece proposée pese 6 livres, si elle est de pierre dure: 8 livres, si elle est de marbre: 16 livres, si elle est de fer: 20 livres, si elle est d'argent: 22 livres, si elle est de plomb ; & 36 livres, si elle est d'or.

REMARQUES.

I.

Je sçai bien que cette pesanteur ainsi trouvée n'est pas trop exacte ; mais c'est assez pour des Récréations Mathématiques. Quand vous la voudrez avoir plus exactement, servez-vous de l'une des trois Tables qui sont sur la fin de la Mécanique de mon Cours de Mathématique ; la seconde est très-utile pour connoître la solidité d'un corps proposé, dont on connoît la pesanteur, comme vous aller voir dans le Problême suivant.

II.

Mais auparavant, nous remarquerons que par le moyen de ce Problême, on trouve avec une très-grande facilité la solidité d'un corps, qu'il seroit difficile de trouver exactement par la Géométrie ordinaire, lorsque ce corps est fort irrégulier, comme seroit une pierre brute, ou quelqu'autre corps semblable. Car ayant trouvé que le prisme d'eau GEI est de 48 pouces cubes, il s'ensuit que la piece proposée, dont le volume est nécessairement égal à ce prisme, contient en sa solidité aussi 48 pouces cubes.

PROBLEME XXXII.

Trouver la solidité d'un corps, dont la pesanteur est connue.

CE Problême se peut résoudre très-facilement par le moyen de la Table suivante, qui montre en Livres & en Onces la pesanteur d'un pied cube de plusieurs corps différens ; & en Onces, en Gros, & en Grains la pesanteur d'un pouce cube des mêmes corps, la Livre valant 16 Onces, l'Once 8 Gros, & le Gros 72 Grains.

Table de la pesanteur d'un Pied cube, & d'un Pouce cube de plusieurs corps différens.

Poids d'un Corps	Pied cube. *Livres.*	*Onces.*	Pouce cube *Onces.*	*Gros.*	*Grains.*
Or	1326	4	12.	2.	52
Mercure	946	10	8.	6.	8
Plomb	802	2	7.	3.	30
Argent	720	12	6.	5.	28
Cuivre	627	12	5.	6.	36
Fer	558	0	5.	1.	24
Etain	516	2	4.	6.	17
Marbre blanc	188	12	1.	6.	0
Pierre de Taille	139	8	1.	2.	24
Eau de Seine	69	12	0.	5.	12
Vin	68	6	0.	5.	5
Cire	66	4	0.	4.	65
Huile	64	0	0.	4.	43

On connoît par cette Table qu'un pied cube de fer, par exemple, pese 558 livres. C'est pourquoi si l'on a une piece de fer, qui pese, par exemple, 279 livres, on connoîtra la solidité par la Régle de

Trois directe, en disant : si une pesanteur de 558 livres donne un pied cube, ou 1728 pouces cubes de solidité, combien donnera une pesanteur de 279 livres ? Alors multipliant 279 par 1728, & divisant le produit 482112 par 558, le quotient donnera 864 pouces cubes pour la solidité de la piece proposée.

REMARQUE.

Si tout au contraire vous avez, par exemple, une piece d'argent, dont vous voulez connoître la pesanteur, il en faut premierement trouver la solidité par le moyen de l'eau, comme vous avez vû au Problême précedent. Si cette solidité est, par exemple, de 48 pouces cubes, vous multiplierez ce nombre 48 par 6 Onces, 5 Gros, & 28 Grains, qui est la pesanteur d'un pouce cube d'Argent, comme on le voit dans la Table précedente, & le produit donnera 20 livres, 2 Gros, & 48 Grains pour la pesanteur de la piece proposée d'Argent. Ainsi des autres.

Cette remarque suppose une Régle de Trois, où l'on dit : Si un pouce cube d'Argent donne 6 Onces, 5 Gros, 28 Grains, combien donneront 48 pouces cubes ?

PROBLEME XXXIII.

Un corps plus pesant que l'eau étant donné, trouver à quelle hauteur elle montera dans un Vase rempli en partie d'eau, lorsqu'on y mettra le corps proposé.

Planche 49. Fig. 147.

SUpposons que dans un Vase fait en Parallelepipede rectangle, comme ABCL, il y ait de l'eau jusqu'à la hauteur AD, & qu'on veuille sçavoir à quelle hauteur cette eau montera, si l'on y met, par exemple, un boulet de fer, dont la pesanteur specifique est plus grande que celle de l'eau; mesurez l'aire de la base rectangulaire ABC, ou DEF, en multipliant la longueur ED par la largeur EF. Mesurez aussi la solidité de la boule proposée, en multipliant le cube de son diamétre par 157, & en divisant le produit par 300. Si cette solidité est, par exemple, de 96 pouces cubes, & l'aire DEF de 48 pouces quarrez; en divisant cette solidité 96 par l'aire 48, le quotient donnera 2 pouces pour la hauteur EH, ou DG, à laquelle la boule proposée fera monter l'eau quand elle sera mise dedans; parce qu'elle y occupera une place égale à celle du prisme GEI de l'eau qui est montée, dont la solidité est aussi par conséquent de 96 pouces cubes.

Planche 49. Fig. 147.

Autrement.

Mesurez avec une balance bien juste la pesanteur du corps proposé, que nous supposerons de 31 livres, & par le moyen de cette pesanteur trouvez la solidité du même corps, qui par *Probl. XXXII.* se trouvera de 96 pouces cubes, supposant que la piece proposé soit de fer. C'est pourquoi la solidité du prisme d'eau GEI sera aussi de 96 pouces cubes; laquelle par conséquent étant divisée par la base DEF, que nous avons supposée de 48 pouces quarrez, donnera 2 pouces pour la hauteur EH qu'on cherche.

PROBLEME XXXIV.

Un corps moins pesant que l'eau étant donné, trouver de combien il se doit enfoncer dans la même eau contenue dans un Vase.

PUisque le corps proposé est supposé d'une pesanteur specifique moindre que celle de l'eau, comme seroit une piece de bois de Sapin; cette piece étant mise dans l'eau, ne s'y enfoncera pas toute entiere, mais seulement en partie, sçavoir, jusqu'à ce qu'elle y occupe un espace, dont l'eau qui le rempliroit, pese autant que la même piece. Ainsi pour marquer justement ce qui doit s'enfoncer dans l'eau de ce corps moins pesant, on en connoîtra la pesanteur, & l'on mesurera la quantité de l'eau qui ait cette pesanteur; ce qui est facile, par ce qui a été dit dans les Problêmes precedens. Après quoi il est évident que ce corps s'enfoncera dans l'eau jusqu'à ce qu'il occupe la place de cette quantité d'eau.

Planche 49. Fig. 148.

Mais pour venir à la pratique, supposons que la piece de bois de Sapin ABCD pese, par exemple, 360 livres, & qu'un pied cube de l'eau qui est contenue dans le Vase EFGH pese 72 livres; divisez par ce nombre 72 la pesanteur 360 du prisme ABCD; le quotient 5 fera connoître que 5 pieds cubes de la même eau pesent aussi 360 livres. C'est pourquoi le prisme ABCD s'enfoncera dans cette eau jusqu'à ce qu'il y occupe la place de 5 pieds cubes. Ainsi pour sçavoir de combien il se doit enfoncer, il en faut retrancher par en bas un prisme de 5 pieds cubes, qui ait la même base que celle du prisme ABCD: on peut connoître cette base en multipliant la longueur AB par la largeur BC, quand elle sera rectangulaire, telle qu'on la suppose ici. Si cette base est, par exemple, de 4 pieds quarrez, en divisant 5 pieds cubes par 4 pieds quarrez, on aura 1 pied & 3 pouces pour la hauteur AI, à laquelle le prisme proposé ABCD s'enfoncera dans l'eau.

PROBLEME XXXV.

Connoître si une piece douteuse d'or ou d'argent est bonne ou fausse.

SI la Piece, de la bonté de laquelle on doute, est, par exemple, d'argent, & qu'elle ne soit pas extrêmement grosse, comme si c'étoit un écu, ou une piece de trente sols; pour connoître si cette Piece est de pur argent, ou mêlée avec quelqu'autre métal, il faut avoir une autre Piece de bon argent aussi pesante que la Piece proposée; en sorte que ces deux Pieces étant mises dans les bassins d'une balance bien juste, elles demeurent en équilibre dans l'air. Il faut ensuite attacher ces deux Pieces d'argent aux bassins de la même balance avec du fil, ou un crin de cheval, pour empêcher que ces deux bassins ne soient mouillez, lorsqu'on plongera dans l'eau les deux Pieces d'argent. Elles demeureront en équilibre dans l'eau aussi-bien que dans l'air, quand elles seront égales en bonté. Mais si la Piece proposée pese moins dans l'eau, elle sera fausse, c'est-à-dire, qu'il y aura quelqu'autre métal mêlé d'une pesanteur specifique moindre que celle de l'argent, comme celle du cuivre; & si elle pese davantage, elle ne sera pas aussi de bon argent, mais elle sera mêlée avec quelqu'autre métal d'une pesanteur specifique plus grande que celle de l'argent, comme celle du plomb.

Si la Piece proposée est d'une grosseur considerable, telle qu'étoit la Couronne d'or qu'Hieron Roy de Syracuse envoya à Archimede, pour connoître si l'Orfévre avoit employé fidellement les 18 livres d'or qu'il avoit reçû pour faire cette Couronne; car ce Prince soupçonnoit qu'il y avoit mêlé quelqu'autre métal, parce qu'elle paroissoit fort grosse; il faudra, comme auparavant, avoir une Piece de pur or, qui pese autant que la Couronne, sçavoir, 18 livres, & sans s'amuser à peser ces deux Pieces dans l'eau, il suffira de les plonger l'une après l'autre dans un vase plein d'eau. Car celle qui chassera plus d'eau, sera mêlée avec quelqu'autre métal d'une pesanteur specifique moindre que celle de l'or, parce qu'elle aura un plus grand volume.

PROBLEME XXXVI.

Trouver la charge d'un Vaisseau sur la Mer, ou sur une Riviere.

PAr ce qui a été fait au *Probl. XXXIV.* il est aisé de connoître la *Portée*, ou le *Port d'un Vaisseau*, c'est-à-dire, la charge que peut porter un vaisseau sur l'eau de la Mer, ou d'une Riviere, sans couler à fond. Car il est certain qu'un Vaisseau peut porter autant pesant que l'eau qui lui est égale en grosseur, si l'on en rabat seulement la pesanteur du fer qui entre dans sa construction, parce que le bois qui le compose, pese à peu près autant que l'eau; ce qui fait que sans ce fer, le Vaisseau pourroit naviguer étant plein de la même eau.

D'où il suit que le Vaisseau, quelque charge qu'il ait, ne s'enfoncera pas entierement dans l'eau, si la pesanteur de cette charge est moindre que celle d'un égal volume d'eau. Mais pour connoître ce volume, il faut mesurer la capacité ou solidité du Vaisseau, que nous supposerons de 1000 pieds cubes. Cette capacité étant multipliée par 73 livres, qui sont la pesanteur d'un pied cube d'eau de la Mer, on aura 73000 livres pour la pesanteur d'un volume d'eau égal à celui du Vaisseau.

Ainsi dans cet exemple on peut dire que la portée du Vaisseau, pour pouvoir naviguer sur la Mer, est de 73000 livres, ou de 36 Tonneaux & demi, comme on le connoît en divisant 73000 par 2000, qui est la valeur d'un *Tonneau*, parce qu'un Tonneau plein d'eau de la Mer pese 2000 livres. De sorte que si dans cet exemple la charge du Vaisseau passe 36 Tonneaux & demi, il coulera à fonds, & il nagera entre deux eaux, tout prêt à s'enfoncer, si sa charge est précisément de 73000 livres. Ainsi afin que le Vaisseau puisse naviguer facilement & sans danger, sa charge doit être beaucoup moindre que de 73000 livres. Si elle approche de 73000, en sorte qu'elle soit, par exemple, de 36 Tonneaux seulement, le Vaisseau ne s'enfoncera pas dans l'eau de la Mer : mais après avoir cinglé heureusement en haute Mer, il coulera à fonds & périra, s'il arrive à l'embouchure de quelque Riviere d'eau douce, qui étant plus légére que l'eau de la Mer, sera surmontée par la pesanteur du Vaisseau.

PROBLEME XXXVII.

Faire qu'une livre d'eau pese davantage, & tant que l'on voudra.

L'Expérience nous apprend, que si l'on suspend à une corde une pierre telle qu'étant ainsi suspendue, elle puisse être renfermée dans un vase, sans le toucher, en sorte qu'il reste dans ce vase tout autour de la pierre la place d'une livre d'eau; & que si l'on emplit d'eau cet espace vuide, le vase qui ne pese tout seul avec son eau qu'environ une livre, parce qu'il ne contient qu'une livre d'eau, selon notre supposition, pesera plus de cent livres, si la pierre tient dans ce vase la place de cent livres d'eau. Ainsi vous voyez que dans ce cas une livre d'eau pese plus de cent livres, & elle pesera plus de mille livres, si la pierre occupe dans le vase la place de mille livres d'eau. Ainsi des autres.

Autrement.

Planche 49. Fig. 150. Servez-vous d'une balance, dont les bassins AB, CD, pesent également autour du centre de mouvement E, qui sera, si vous voulez, au milieu du fleau FG, comme dans les balances ordinaires. Ayant attaché contre une muraille, ou quelqu'autre chose de ferme, le corps LM égal, par exemple, à 99 livres d'eau, par le moyen du crochet de fer HIK, arrêté fermement au point H de la muraille, entourez, comme nous avons dit auparavant, ce corps LM du Bassin AB, en sorte qu'il reste entre-deux la place d'une livre d'eau. Alors si vous versez dans le bassin CD 100 livres d'eau, & dans le bassin AB, une livre d'eau seulement, cette ſeule livre d'eau du baſſin AB demeurera en équilibre avec les cent livres de l'autre baſſin CD.

PROBLEME XXXVIII.

Connoître le Vent qui ſouffle dans l'air, ſans ſortir de ſa chambre.

IL faut attacher au plancher de la chambre un cercle diviſé en 32 parties égales, avec les noms des 32 Vents ou Rumbs, en ſorte que les Vents Nord & Sud répondent à la Ligne Méridienne; ce que l'on peut aiſément faire par le moyen d'une Bouſſole. Il faut que ce cercle diviſé, ou Cadran ait une éguille mobile autour de ſon centre, comme les Cadrans des Montres, ou Horloges à roues, & que cette éguille ſoit attachée à un aiſſieu perpendiculaire à l'Horiſon, qui ſe puiſſe mouvoir facilement au moindre Vent, par le moyen d'une Girouette qu'il doit avoir en ſon extrêmité au deſſus du toît de la même chambre. Le Vent faiſant tourner cette Girouette, fera auſſi tourner ſon aiſſieu, & en même tems l'éguille qui lui eſt attachée, laquelle en cette façon montrera ſur le Cadran le Vent qui ſouffle.

On a vû à Paris ſur le Pont-neuf, & l'on voit encore dans le Jardin de la Bibliotheque du Roy, rue Vivienne, un ſemblable Cadran. Il eſt vrai qu'il n'eſt pas attaché à un plancher, mais contre une muraille. On y connoît en tout tems le Vent qui ſouffle par le mouvement de la Girouette AB, dont l'aiſſieu CD, qui eſt perpendiculaire à l'Horiſon, eſt ſoûtenu en haut par le plan horiſontal EF, qu'il traverſe à angles droits, & en bas par le plan GH, ſur lequel il s'appuye en ſon extrêmi-

Planche 50. Fig. 152.

Planche 50. Fig. 152. té D, qui doit être pointue. Cet aissieu s'appuyant sur un point, se meut avec facilité au moindre Vent, qui fait tourner la Girouette AB. Le pignon IK tourne en même tems, il a huit aîles ou canelures égales, pour les huit Vents premiers. Dans ces aîles s'engrainent ou s'accrochent les dents du Rouët LM, qui fait tourner avec lui son aissieu PQ. Cet aissieu est parallele à l'Horison, traverse la muraille à angles droits, & fait mouvoir l'éguille NR, qui lui est attachée en son extrêmité P. Cette éguille est appliquée à un Cadran, où les quatre Vents Cardinaux sont marquez par les quatre lettres par où leurs noms commencent, & les autres quatre Vents d'entre-deux par les deux lettres, par lesquelles commencent les noms des deux Vents principaux entre lesquels ils sont.

REMARQUE.

Ainsi N signifie Nord, S Sud, E Est, O Ouest, NE Nord-Est, SE Sud-Est, SO Sud-Ouest, NO Nord-Ouest. Ces noms sont usitez en toute la Mer Oceane. Le Nord est le Septentrion, le Sud est le Midi, l'Est est le Levant ou Orient, l'Ouest est le Couchant, ou l'Occident, ou le Ponant. De-là on peut juger que le Nord-Est est le Vent qui souffle entre le Septentrion & l'Orient, le Sud-Est celui qui souffle entre le Midi & l'Orient, le Sud-Ouest celui qui souffle entre le Midi & l'Occident, & le Nord-Ouest celui qui souffle entre le Septentrion & l'Occident.

On peut voir un semblable Cadran, avec tous ses attributs, dans la rue de la Corderie, à la Butte S. Roch.

PROBL.

PROBLEME XXXIX.

Construire une Fontaine, où l'eau s'écoule & s'arrête alternativement.

I.

Premiere maniere de construire cette Fontaine.

PRéparez deux Vases inégaux AB, CD, de fer blanc, ou de quelqu'autre semblable matiere. Le plus grand AB, qui est celui de dessus, doit avoir communication avec le plus petit CD, par l'ouverture E, afin que l'eau qu'on versera dans le plus grand Vase AB, puisse sortir & entrer dans le plus petit CD. Cette eau s'écoulera par l'extrêmité H du Siphon FGH, dont l'autre extrêmité F, qui sera aussi ouvert, ne doit pas être fort éloignée du fonds du Vase CD. Planche 49. Fig. 149.

Lorsque l'eau qui tombe dans le Vase CD sera montée dans le Siphon par l'ouverture F vers la partie supérieure G, elle s'écoulera par l'autre ouverture H, pourvû que le Siphon FGH soit de telle grosseur, qu'il sorte plus d'eau par l'ouverture H, qu'il n'en entre dans le Vase CD par l'ouverture E. Cela étant ainsi, l'eau de ce Vase sera bien-tôt épuisée, & la Fontaine cessera d'aller. Mais l'eau commencera à couler de nouveau par l'ouverture H, lorsqu'elle sera remontée par la branche FG jusqu'en G, & ainsi de suite.

On peut donner à cette Fontaine telle figure qu'on voudra, aussi-bien qu'à la suivante, où l'eau s'écoule aussi par intervalles alternativement.

II.

Autre maniere de construire une pareille Fontaine.

Plan-che 50. Fig. 153.

AB, eſt un Vaſe qui a deux fonds, c'eſt-à-dire, qu'il eſt fermé de tous côtez comme un tambour. CD eſt un Tuyau ſoudé au fonds d'en bas vers le milieu F. Ses deux extrêmitez C, D, ſont ouvertes; celle d'en haut C, ne doit pas toucher le fonds, afin de donner paſſage à l'eau. Pour remplir ce Vaſe, on le renverſera, & l'on verſera l'eau par l'ouverture D du Tuyau CD, laquelle ſe trouvera en haut.

DE eſt un Tuyau un peu plus petit que CD, dans lequel il doit entrer juſtement : il eſt attaché à un fonds de boete GH, dont le diamétre eſt un peu plus long que celui de l'un des deux fonds du Vaſe AB. Le Tuyau DE eſt ouvert par l'extrêmité E, & fermée par l'autre extrêmité D, qui eſt ſoudée au fonds de la boete GH.

Les deux Tuyaux CD, ED, doivent avoir à une égale hauteur deux petites ouvertures I, I, & le petit Tuyau DE doit être mobile au dedans du plus grand CD, afin que l'on puiſſe, quand on voudra, tourner le Tuyau plus mince DE, avec ſa boete GH, juſqu'à ce que les deux trous I, I, ſe rencontrent. De plus le Vaſe AB doit avoir en ſon fonds d'en bas pluſieurs petites ouvertures, comme K, L, par où l'eau qu'il contient puiſſe ſortir, & la boete GH deux ouvertures plus petites M, N, par où l'eau puiſſe auſſi ſortir.

Ayant donc rempli d'eau le Vaſe AB, comme il vient d'être enſeigné; & ayant bouché le Tuyau CD par le moyen du Tuyau DE, que nous avons ſuppoſé aſſez mince pour le remplir juſtement, ſans qu'il ſoit néceſſaire que l'extrêmité E parvienne juſqu'à l'extrêmité C, pourvû que les deux autres extrêmitez D, D, conviennent enſemble; on remettra la machine dans ſa premiere ſituation, en ſorte que, comme vous voyez dans la Figure, la boete GH lui ſerve de baſe. On tournera cette baſe, qui eſt attachée au Tuyau DE, juſqu'à ce que les deux ouvertures I, I, répondent l'une à l'autre, & n'en faſſent qu'une ſeule. Alors l'eau contenue dans le Vaſe AB, ſortira par les ouvertures K, L, tant que l'air pourra paſſer par l'ouverture I, pour prendre la place de l'eau qui tombe dans la boete GH, en ſortant du Vaſe AB. Mais quand cette eau ſera montée dans la boete GH, au deſſus de l'ouverture I (ce qui arrivera infailliblement, parce qu'il ſort plus d'eau par les ouvertures K, L, que par les ouvertures M, N, qui ſont ſuppoſées plus petites) l'air ne pouvant plus paſſer par l'ouverture I, l'eau du Vaſe AB ceſſera de couler par les ouvertures K, L; cependant l'eau de la boete GH continuera de couler par les ouvertures M, N; ce qui fera baiſſer peu à peu cette eau, juſqu'à ce que l'ouverture I ſe trouvant débouchée, l'air y puiſſe paſſer, & prendre la place de l'eau, qui commencera à s'écouler de nouveau par les ouvertures K, L. Ainſi l'ouverture I ſe trouvera bouchée une ſeconde fois par l'eau qui tombe dans la boete G, H, & qui empêchera, comme auparavant, l'eau du Vaſe AB de s'écouler par les ouvertures K, L. Vous voyez que de cette façon l'eau du Vaſe AB s'écoulera & s'arrêtera par intervalles & à pluſieurs repriſes, juſqu'à ce qu'il ne reſte plus d'eau dans le Vaſe AB.

Planche 50. Fig. 153.

REMARQUES.

I.

Plan-che 50. Fig. 153. Cette Fontaine eſt appellée *Fontaine de commandement*, parce qu'elle va quand on le lui commande. On fait ce commandement quand on connoît que l'eau eſt prête à couler de nouveau par les ouvertures K, L. Cela ſe connoît aiſément; car quand l'eau de la boete GH en ſe baiſſant commence à déboucher l'ouverture I, l'air qui commence à entrer par cette ouverture, fait un petit bruit, qui marque que la Fontaine va bien-tôt jouër.

II.

On peut, comme on a déja remarqué, donner telle autre figure que l'on voudra à la boete AB, qui eſt ordinairement de fer blanc, auſſi-bien que le fonds de boete GH.

On perce cette boete de 5 ou 6 trous, auſquels on ſoude autant de petits tuyaux, dont les ouvertures ſont diminuées en K & L. On n'attache point de tuyau DE au fonds de boete, ou plat GH. Il ſuffit d'y attacher 2 ou 3 ſupports, qui ſoûtiennent à quelque hauteur un anneau. Cet anneau reçoit le tuyau CD, auquel on a eu ſoin de ſouder un petit colet ou petite boſſe, qui le retient de telle ſorte, qu'il ne touche point le fonds de boete, & qu'il y ait un eſpace entre le fonds de boete & l'ouverture D du tuyau CD. Cette diſtance produit le même effet que l'ouverture I des deux tuyaux ajuſtez l'un dans l'autre. On comprend qu'il faut laiſſer ſous le tuyau un trou au plat GH, qui laiſſe couler moins d'eau qu'il n'en tombe du vaiſſeau AB, & qu'au deſſous de ce trou on doit mettre un pot, ou quelqu'autre vaisseau pour recevoir l'eau qui s'écoule.

PROBLEME XL.

Construire une Fontaine par attraction.

IL faut ajuster dans l'orifice B de la Phiole, ou matras de verre AB, deux tuyaux CD, CE, inclinez l'un à l'autre en forme de Siphon, & soudez ensemble vers leurs extrêmitez C, qui cependant doivent être ouvertes, aussi-bien que les deux autres extrêmitez D, E : il faut boucher le reste de l'orifice B, en sorte que l'air n'y puisse entrer en aucune maniere. Planche 51. Fig. 155.

Pour faire jouër cette Machine, on la renversera pour la remplir d'eau entierement, si l'on veut, ou seulement en partie par l'un des deux tuyaux CD, CE, dont le premier CD doit être plus mince, & plus court que le second CE.

Après cela on rend à la Phiole AB sa premiere situation, comme vous voyez dans la Figure : on la met à plomb sur une table qui ait un trou, par lequel on puisse faire passer le plus grand tuyau CE. Ensuite l'on place au dessous de l'autre tuyau plus petit CD, un Vase plein d'eau, comme DF, en sorte que le tuyau CD touche son fonds. Alors l'eau de la Phiole AB s'écoulera par le plus grand tuyau CE, & quand elle sera écoulée jusqu'à l'ouverture C, l'eau du Vase DF montera par le plus petit tuyau CD, d'où elle sortira par l'ouverture C avec impetuosité, & fera un jet très-agréable au dedans de la Phiole. Ce jet durera d'autant plus de tems, qu'il y aura plus d'eau dans le Vase DF, parce que cette eau retombera & s'écoulera continuellement par le plus grand tuyau CE.

PROBLEME XLI.

Construire une Fontaine par compression.

I.

Planche 49. Fig. 151. CEtte Fontaine est composée de deux Vases égaux AB, CD, joints ensemble. Ils ont chacun un fonds : celui d'en bas doit être plat pour servir de base à la Machine : celui d'en haut doit être un peu concave, pour recevoir l'eau qu'on y verse, quand on veut remplir d'eau le Vase CD, & faire jouër la Fontaine ; il doit de plus avoir au milieu de sa concavité une ouverture avec un petit tuyau EF, qui aura son extrêmité O proche du fonds du Vase AB, & quelque peu élevé au dessus de ce fonds, afin que l'eau contenue dans ce Vase AB, en puisse sortir avec facilité.

On ajoûte deux tuyaux GH, IK, renfermez dans la Machine. Le premier GH est soudé au fonds du Vase AB, vers H, où il y a une ouverture, par où entre l'eau qu'on verse dans la concavité du fonds AB, pour remplir le Vase inférieur CD ; cette eau sort par l'autre extrêmité G du même tuyau GH, laquelle à cause de cela ne doit pas toucher au fonds de ce Vase. Le second tuyau IK est soudé à la partie supérieure du Vase CD vers I, où il y a pareillement une ouverture, aussi-bien qu'en son autre extrêmité K, qui ne doit pas toucher le fonds du Vase AB, afin que quand on tiendra la Machine renversée, l'eau du Vase CD entre par le tuyau IK, & remplisse le Vase AB, dont la capacité est supposée égale à celle du Vase CD.

Après cela, on remet la Machine dans sa premiere ſituation, comme vous voyez dans la Figure. Alors en mettant une ſeconde fois de l'eau dans la concavité du fonds AB, cette eau entrera par l'ouverture H dans le tuyau GH, & enſuite dans le Vaſe CD, dont elle preſſera fortement l'air, & par conſéquent celui qui eſt dans le tuyau IK. Cet air comprimé preſſera auſſi l'eau qui eſt dans le Vaſe AB; ce qui l'obligera à ſortir avec impetuoſité par l'ouverture F, en faiſant un jet fort agréable. Ce jet durera long-tems, parce que l'eau qui en ſortira, retombera dans la concavité du fonds AB, d'où elle rentrera par l'ouverture H dans le Vaſe CD, & tiendra toûjours l'air comprimé, juſqu'à ce que toute l'eau du Vaſe AB ſoit ſortie, & que l'air puiſſe entrer par l'ouverture F du petit tuyau EF.

Il eſt aiſé de voir que les deux Vaſes égaux AB, CD, ne doivent avoir entr'eux aucune autre communication que celle qu'ils ont par les deux tuyaux GH, IK, comme vous voyez par cette Figure, & que ces deux tuyaux GH, IK, doivent être tellement ſoudez en H, & en I, que l'air ne puiſſe ni y entrer, ni en ſortir.

II.

On voit dans cette Figure une autre conſtruction de Fontaine, par le moyen du Robinet L, appliqué au tuyau EF, & par le moyen du Robinet M, appliqué au tuyau GH. L'ouverture H du tuyau GH eſt ſoudée au fonds inférieur du Vaſe ſupérieur AB. En ouvrant le Robinet L, & en fermant le Robinet M, on remplira le Vaſe AB d'eau, qu'on verſera par l'ouverture F. En ouvrant enſuite le Robinet M, l'eau du Vaſe AB entrera par l'ouverture H dans le tuyau GH, & remplira Planche 51. Fig. 157.

Planche 51. Fig. 157. le Vase CD. Enfin fermant le Robinet M, & ouvrant le Robinet L, on remplira d'eau le Vase AB, comme auparavant. Après quoi si l'on ouvre le Robinet M, l'eau du Vase AB pressera celle du Vase CD, qui poussera avec violence par l'ouverture F l'eau du Vase AB, en lui faisant faire un jet semblable au précedent.

Fig. 159 Pour faire que ce jet soit deux fois plus haut, on divisera le Vase AB en trois cellules, & le Vase CD en deux, & l'on doublera les tuyaux GH, IK, comme vous voyez dans la Figure. L'air se trouvant pressé doublement, l'effet de cette pression sera aussi double, c'est-à-dire, que l'eau qui sortira par l'ouverture F, montera deux fois plus haut qu'auparavant.

III.

Planche 50. Fig. 154. On peut faire une autre Fontaine par compression avec un seul Vase AB, & un seul tuyau au milieu CD. Ce tuyau doit être ouvert par ses deux extrêmitez C, D, dont celle d'en bas D, sera quelque peu éloignée du fonds du Vase AB : il doit encore être soudé vers l'orifice A, qu'il faut tellement boucher, que l'air n'y puisse passer. Au dessus de cet orifice A, le tuyau CD doit avoir un Robinet, comme E, pour pouvoir ouvrir & fermer le tuyau CD, selon le besoin, comme vous allez voir.

Faites entrer dans le Vase AB, avec une Seringue par l'ouverture C, autant d'air & d'eau qu'il sera possible, en fermant promptement le Robinet E, à mesure que vous seringuerez, pour empêcher que l'air qui est extrêmement pressé dans le Vase AB, ne sorte. L'eau étant plus pesante que l'air, se tiendra au fonds du Vase, & sera fortement pressée par l'air, qui est aussi beaucoup comprimé dans ce Vase. C'est pourquoi si l'on ouvre le tuyau CD, en lâchant le Robinet E, l'air fera sortir avec violence l'eau par l'ouverture C, & lui fera faire un jet assez haut. Ce jet durera d'autant plus que l'ouverture C sera plus petite, & que l'air dans le Vase AB sera plus comprimé ; il réussira encore mieux, si l'on fait tant soit peu chauffer ce Vase.

IV.

On peut encore se servir d'un seul Vase ABCD, qui doit être fermé de toutes parts : EF, GH, sont deux tuyaux qui ont communication ensemble en H, où ils sont soudez ; ils sont ouverts en leurs extrêmitez E, F, G, mais il ne faut pas que l'ouverture F touche au fonds du Vase ABCD. Chacun de ces deux tuyaux doit avoir un Robinet en dehors, comme L, M, & doit être tellement soudé en I & en K, que l'air n'y puisse passer. Planche 51. Fig. 156.

Pour faire jouër cette Fontaine, il faut fermer le Robinet L, ouvrir le Robinet M, & faire entrer par force avec une Seringue autant d'eau qu'il sera possible dans le Vase ABCD. Après quoi on fermera le Robinet M, pour empêcher que l'air qui sera extrêmement pressé dans le Vase ABCD, n'en sorte. Mais si l'on ouvre l'autre Robinet L, l'eau réjaillira par l'ouverture E, qui ne doit pas être bien grande, afin que le jet d'eau dure plus long-tems.

REMARQUE.

Il est bon de mettre des Robinets au bas de chacun des vaisseaux, dont on a parlé dans ce

Problême, afin de les vuider entierement d'eau, quand on le juge à propos.

PROBLEME XLII.

Construire une Fontaine par rarefaction.

Planche 52. Fig. 160.

JOignez ensembe les deux Vases inégaux AB, CD, qui doivent être fermez de tous côtez, comme ceux du Problême précedent, par les deux tuyaux égaux EF, GH. Ces tuyaux seront comme les précedens, soudez au fonds d'en bas en F & H, du Vase supérieur AB, & au fonds d'en haut en E & G, du Vase inférieur CD, en sorte que l'air ne trouve aucun passage que par leurs extrêmitez E, F, G, H, qu'on laissera ouvertes pour donner une communication entre les Vases AB, CD. Ajoûtez au milieu du Vase supérieur AB, un troisiéme tuyau IK, plus petit, dont l'ouverture inférieure I ne touche pas tout-à-fait au fonds d'en bas du Vase AB, & l'ouverture supérieure K soit un peu élevée au dessus du fonds d'en haut du même Vase AB. Cette ouverture K doit être rétrecie, & chacun des trois tuyaux EF, GH, IK, doit avoir un Robinet, comme L, M, N, pour servir en cette sorte.

Ayant fermé les deux Robinets L, M, ouvrez le Robinet N, & versez par l'ouverture K de l'eau dans le Vase AB, jusqu'à ce qu'il soit plein. Après cela lâchez les deux Robinets L, M, afin que l'eau du Vase AB descende par les ouvertures F, H, dans le Vase CD, & le remplisse seulement en partie; ce qui arrivera ainsi, parce que je suppose que la capacité du Vase CD est plus grande que celle du Vase AB. Fermez enfin les deux Robinets L, M, & rempliſſez de nouveau le Vaſe AB d'eau. Après avoir fermé le Robinet N, mettez des charbons ardans au deſſous du Vaſe CD. Alors la chaleur de ces charbons fera rarefier l'air & l'eau du Vaſe CD. C'eſt pourquoi ſi l'on ouvre le Robinet N, l'eau du Vaſe AB ſortira avec impétuoſité par l'ouverture K, & fera un jet fort agréable.

Autrement.

Préparez un Vaſe de cuivre, ou de quelqu'autre métal, comme AB, qui doit être ſéparé en deux parties. Celle d'en haut CDE doit être ouverte, & celle d'en bas GH fermée de toutes parts, excepté en I, où il doit y avoir un petit tuyau en forme d'entonnoir IL, avec un Robinet M, pour verſer par cet entonnoir en ouvrant le Robinet, autant d'eau qu'il en ſera neceſſaire pour remplir en partie la partie GH du Vaſe AB. Planche 52. Fig. 161.

Il faut ajoûter au milieu du Vaſe AB un tuyau HO, dont l'ouverture H d'en bas ne doit pas tout-à-fait toucher au fonds de ce Vaſe, & l'autre ouverture O d'en haut, qu'il faut faire plus petite, doit ſortir en dehors, pour y inſerer une Sphere de verre KN. Par cette Sphere, & par le fonds d'en haut du Vaſe AB, il doit paſſer un autre tuyau PQ, ouvert en ſes deux extrêmitez, afin que l'eau qui montera du Vaſe AB dans la Sphere KN, par le tuyau HO, retombe par le tuyau PQ dans le Vaſe AB ; ce qui fera un jet continuel.

Mais afin que l'eau du Vaſe AB monte dans la Sphere KN par le tuyau HO, il faudra, après avoir fermé le Robinet M, faire chauffer l'eau & l'air qui ſont dans le Vaſe AB, en mettant au deſſous ſur le plan RS une grille couverte de charbons ardans, dont la chaleur rarefiant l'air, fera monter l'eau dans la Sphere KN, &c.

REMARQUE.

Il n'y a pas lieu de douter que ces deux sortes de Fontaine ne réussissent, quand elles seront bien exécutées. Mais je n'ose assûrer la même chose de cette troisiéme sorte de Fontaine, que je vous donne dans la Fig. 162. Il suffit de la regarder pour la comprendre. Il peut fort bien arriver que la chandelle O s'éteindra, lorsqu'on l'aura mise dans la Sphere concave AB, par l'ouverture C. Cette chandelle sert à rarefier par sa chaleur l'air qui est contenu dans cette Sphere. Cet air rarefié en passant par le tuyau DE, qui communique de la Sphere AB au Vase DF, presse l'eau contenue dans ce Vase DF, & l'oblige de sortir par l'ouverture d'en haut du tuyau GH, qui doit être rétreci en H.

Planche 52. Fig. 162.

Pour faire réussir cette sorte de Fontaine, il faudroit que la Sphere AB fût percée dans sa partie supérieure, pour donner passage à la fumée, qui étoufferoit la lumiere, si elle restoit dans la Sphere.

PROBLEME XLIII.

Construire une Horloge avec de l'eau.

LEs corps pesans en descendant librement dans l'air augmentent continuellement leurs vîtesses, & parcourent en tems égaux des espaces inégaux, qui croissent selon la proportion des quarrez 1, 4, 9, 16, &c. des nombres naturels 1, 2, 3, 4, &c. en commençant depuis le point de repos. Au contraire les corps liquides en coulant dans quelque

Vase par une même ouverture, diminuent continuellement leurs vîtesses, & la surface supérieure de la liqueur, comme seroit de l'eau contenue dans le cylindre AB, que je suppose de verre, s'abaisse en coulant continuellement par l'ouverture B, selon la proportion des mêmes nombres quarrez 1, 4, 9, 16, &c. en des tems égaux. Planche 51. Fig. 158.

C'est pourquoi si le tuyau AB plein d'eau se vuide par l'ouverture B, par exemple, en 12 heures de tems, pour sçavoir de combien l'eau se doit abaisser à chaque heure, c'est-à-dire, pour marquer les heures sur ce tuyau AB, on considerera que le quarré de 12 étant 144 *, on doit diviser la longueur AB en 144 parties égales, & en prendre 121 quarré de 11, de B en C, pour le point de 1 heure: 100 quarré de 10, de B en D, pour le point de 2 heures, en supposant que A soit le point de Midi. On prendra pareillement 81 quarré de 9, de B en E, pour le point de 3 heures: 64 quarré de 8, de B en F, pour le point de 4 heures, & ainsi des autres.

* Multipliant 12 par 12.

REMARQUE.

Si le tuyau AB ne se vuide pas exactement en 12 heures de tems par l'ouverture B, & que l'on veuille que cela arrive, il faudra diminuer, ou bien augmenter cette ouverture B, selon que l'eau s'écoulera plus ou moins vîte.

Pour trouver cette diminution, ou cette augmentation, c'est-à-dire, pour trouver l'ouverture B, ou le diamétre du trou par lequel toute l'eau du cylindre AB s'écoule précisément en 12 heures de tems, supposons que le diamétre de l'ouverture B soit de 2 lignes, & que toute l'eau du cylindre AB se soit écoulée en 9 heures de tems par cette

Planche 51. Fig. 158. ouverture. Cela étant supposé, multipliez ce nombre 9 par le nombre 2 du diamétre, & divisez le produit 18 par 12, qui est le tems auquel on veut que toute l'eau du Vase AB s'écoule; vous trouverez que le diamétre de l'ouverture B doit être d'une ligne & demie, pour faire que toute l'eau du prisme AB s'écoule par cette ouverture en 12 heures de tems.

Si vous voulez connoître la quantité d'eau qui s'écoule à chaque heure par l'ouverture B, il faut mesurer d'abord la hauteur AB, que nous supposerons de 6 pieds, puis l'aire de la base du cylindre, que vous trouverez par le moyen de son diamétre, que nous supposerons d'un pouce, ou de 12 lignes, en multipliant par 785 le quarré 144 de ce diamétre 12, & en divisant le produit 113040 par 1000 : le quotient donnera environ 113 pouces quarrez pour l'aire de la base du cylindre AB.

Cette aire étant commune à tous les cylindres d'eau, dont les hauteurs sont AC, CD, DE, &c. servira à en connoître les soliditez, en la multipliant par ces hauteurs, quand elles seront connues. Ces soliditez seront la quantité de l'eau qui s'ecoule à chaque heure par l'ouverture B. Mais pour trouver les hauteurs AC, CD, DE, &c. voici ce qu'il faut faire.

Parce que la hauteur AB a été supposée de 6 pieds, qui valent 864 lignes, & que nous l'avons divisée en 144 parties égales, chacune de ces parties sera de 6 lignes, comme on le connoit en divisant 864 par 144 : la hauteur BC, qui est de 121 de ces parties, sera par conséquent de 726 lignes, comme on le connoît en multipliant 121 par 6. C'est pourquoi la partie AC sera de 138 lignes, comme on le connoît en ôtant 726 de 864. Si donc on multiplie 113, qui est la base du cylindre, par 138, qui est la hauteur AC, on aura 15594 lignes pour la solidité du cylindre AC, ou pour la quantité de l'eau qui s'écoulera par l'ouverture B, pendant la premiere heure, c'est-à-dire, depuis Midi jusqu'à une heure. Planche 51. Fig. 158.

Pareillement la hauteur BD étant de 100 parties, si on l'ôte de la hauteur BC, qui a été supposée de 121 parties, il restera 21 parties pour la hauteur CD du second cylindre. Et comme chaque partie vaut 6 lignes, la partie CD sera de 126 lignes, comme on le connoît en multipliant 21 par 6. Si donc on multiplie cette hauteur 126 par la base commune 113, le produit donnera 14238 lignes cubiques pour la solidité du second cylindre CD, ou pour la quantité de l'eau qui s'écoulera par l'ouverture B, depuis une heure jusqu'à deux heures. Ainsi des autres.

COROLLAIRE.

On tire de cette pratique la maniére d'ajoûter à cette Horloge d'eau une autre Horloge d'eau, qui montre les heures en montant dans un prisme GHI, dont la base seroit connue de 226 lignes quarrées. On fait tomber l'eau du cylindre AB dans ce prisme, qui par conséquent doit être placé plus bas que l'ouverture B, & d'une capacité pour le moins aussi grande que celle du cylindre AB. On marque les heures sur le même prisme, en cette sorte. Planche 53. Fig. 163.

Parce que la quantité de l'eau qui répond à la premiere heure, est de 15594 lignes cubiques, on divisera cette solidité 15594 par la base du prisme GHI, qui a été supposée de 226 lignes quarrées; le quotient donnera 69 lignes pour la hauteur

Plan-che 53. Fig. 163. GK de la premiere heure dans le prisme GHI. De même, parce que la quantité de l'eau qui répond à la seconde heure, c'est-à-dire, au cylindre CD, est de 14238 lignes cubiques, en divisant cette solidité 14238 par la même base 226, on aura 63 lignes pour la hauteur KL de la seconde heure dans le même prisme GHI. Ainsi des autres.

Il est évident que quand la base du prisme GHI sera égale à celle du cylindre AB, les divisions des heures dans le prisme GHI seront égales à celles du cylindre AB, mais dans un ordre renversé; la hauteur GK sera égale à la hauteur AC, la hauteur KL à la hauteur CD, & ainsi des autres.

PROBLEME XLIV.

Construire une Pendule d'eau.

Fig. 164. ON appelle *Pendule d'eau*, une Montre ou Horloge d'eau, qui a la figure d'un tambour ou boete ronde de métal bien soudée, comme ABCD, dans laquelle il y a une certaine quantité d'eau préparée. Cette boete est divisée en plusieurs petites cellules, qui ont communication les unes avec les autres proche du centre, & qui ne laissent écouler l'eau qu'autant qu'il est nécessaire pour faire descendre doucement & peu à peu cette Montre par son propre poids. On la suspend par deux filets, ou cordes fines & égales EF, GH, entortillées autour de l'aissieu de fer IK, qui est par tout également épais, & traverse la boete à angles droits de part & d'autre par le milieu. Cet aissieu en descendant montre les heures, sans faire aucun bruit, par l'une de ses deux extrêmitez I, K, ou par

par les deux ensemble. Ces heures sont marquées à côté sur un plan vertical, où les divisions ont été marquées par le moyen d'une Horloge à roues bien juste. Planche 53. Fig. 164.

Si je connoissois l'Inventeur d'une Montre si simple & si extraordinaire, je lui rendrois ici la justice qui lui est dûe. Je sçai seulement que les premieres qu'on vit à Paris en l'année 1693 furent apportées de Bourgogne : j'en ai vû une d'étain, qui avoit été faite à Sens. J'en donnerai ici les mesures & les proportions, qui pourront servir à en construire autant d'autres qu'on voudra, plus grandes, ou plus petites.

Le diamétre AB, ou CD, des deux fonds du tambour ou barillet ABCD étoit d'environ cinq pouces, & la largeur AD, ou BC, ou la distance de ces deux fonds qui étoient égaux & paralleles entr'eux de deux pouces. Le dedans de cette boete étoit divisé en sept cases ou cellules par autant de petits plans inclinez, ou languettes d'étain soudées à chaque fonds, & à la circonférence ou surface concave du tambour, & longues chacune de deux pouces, comme A, B, C, D, E, F, G. Fig. 165. Ces languettes, comme vous voyez dans la Figure, sont inclinées de maniére qu'elles rasent & touchent la circonférence d'un cercle qui seroit décrit du centre H, à l'intervalle d'un pouce & demi. Cette pente facilite le passage de l'eau d'une cellule à l'autre, à mesure que la Machine roule en descendant, & marque les heures par l'extrêmité de son aissieu, qui, comme nous avons déja dit, la traverse de part en part à angles droits, en entrant en son milieu par un trou H, qui a été fait quarré, afin que la Montre tienne plus fermement à cet aissieu.

Enfin il y avoit dans cette petite Machine ſept onces d'eau purifiée, c'eſt-à-dire, diſtilée & préparée : elle y avoit été miſe par deux trous poſez ſur un même diamétre, & également éloignés du centre H, qu'on avoit enſuite bouchés, pour empêcher l'eau de ſortir, quand la Montre tourne avec ſon aiſſieu, & change continuellement de ſituation, en deſcendant inſenſiblement par le développement des deux cordes qui la tiennent toûjours à plomb, & qui ſont entortillées autour de ſon aiſſieu, qui demeure toûjours parallele à l'Horiſon.

REMARQUE.

Il eſt évident que ſi cette Montre étoit ſuſpendue par ſon centre de gravité, comme il arriveroit ſi la ſurface inférieure de l'aiſſieu paſſoit exactement par le centre de chaque fonds, elle demeureroit immobile, & que ce qui la fait mouvoir, eſt qu'elle eſt ſuſpendue hors de ſon centre de peſanteur par les deux cordes qui ſont roulées autour de ſon aiſſieu, dont l'épaiſſeur ne doit pas être bien conſiderable par rapport à la grandeur de la Montre, & de la quantité de l'eau qu'elle contient, afin que cette Montre puiſſe rouler avec modération par le paſſage de l'eau d'une cellule à l'autre. Il eſt encore évident que la Machine ne doit pas deſcendre tout d'un coup, parce que la force de ſon mouvement ſe trouve contre-balancée, ou diminuée par la peſanteur de l'eau qu'elle contient.

Pour monter cette Horloge, quand elle eſt deſcendue environ juſqu'au bas de ſes deux cordes, il n'y a qu'à la hauſſer avec la main, en la faiſant rouler d'un ſens contraire dans ces deux cordes, qui peuvent être ſi longues que l'on voudra, pourvû qu'elles ſoient égales, & attachées en deux points également élevez au deſſus du plan de l'Horiſon, afin que l'aiſſieu demeure toûjours horiſontal.

Celles que l'on fait préſentement à Paris, ſont de cuivre, & demeurent ordinairement 24 heures à deſcendre la longueur de deux pieds. La diviſion des heures ſe fait, comme nous avons déja dit, par le moyen d'une Montre ordinaire bien réglée, en marquant à chaque heure un point à l'endroit où l'aiſſieu de la boete touche par ſes deux extrêmitez le plan vertical, où l'on s'eſt propoſé de marquer les heures; ce qui ſuffit d'avoir obſervé une fois pour toutes.

Quoique cette Montre ſoit ſujette au changement de l'air, c'eſt-à-dire, à l'humidité ou à la ſechereſſe de l'air, elle a pourtant une commodité, c'eſt qu'elle ne fait point de bruit, comme les autres Montres, & qu'ainſi on n'en eſt point incommodé la nuit; pendant laquelle on peut en ſe réveillant connoître aiſément l'heure qu'il eſt, par le moyen de certaines petites chevilles, ou boutons, que l'on met à l'endroit des heures.

De plus, il n'y a pas ſouvent des réparations à faire dans cette Montre. Il ſuffit d'en changer l'eau une fois ſeulement en deux ou trois ans, parce qu'elle ſe ſalit, & s'épaiſſit avec le tems; ce qui l'empêche d'être ſi coulante, & fait que l'Horloge retarde. Cette eau qui doit être de fontaine diſtilée, ſe met par un trou fait à l'un des deux fonds, que l'on bouche enſuite avec de la cire, après avoir auparavant vuidé la boete de ſon eau impure par le même trou, & lavé cinq ou ſix fois le dedans avec de l'eau claire un peu chaude.

Le R. P. Timothée Barnabite, qui excelle dans les Mécaniques, & principalement dans les Machines Hydrauliques, a donné toute la perfection imaginable à cette Horloge d'eau. Il en a fait une haute d'environ 5 pieds, qui ne se monte qu'une fois en un mois. On y connoît, outre les heures qui sont marquées sur le haut de la boete dans un Cadran régulier, le quantiéme du mois, les Fêtes de l'année, le lieu du Soleil dans le Zodiaque, son lever & son coucher, & la longueur du jour & de la nuit. Cela s'execute par le moyen d'un petit Soleil qui se meut & descend imperceptiblement, & qu'on leve au bout du mois au haut de la boete, lorsqu'il est descendu pendant le cours de ce même mois. Voyez le Traité des Horloges Elementaires, qui est à la fin du troisiéme Tome.

AUTRE REMARQUE.

Planche 25 * Fig. 55. On pourroit donner aux bandes ou languettes A, B, C, &c. qui sont droites, la courbure de la développante d'un cercle, que l'on supposeroit être l'arbre ou l'aissieu de la Clepsidre. M. de la Faye prétend que cette figure serviroit à rendre les Clepsidres plus justes que celles qu'on a, & qui manquent toutes d'uniformité. Voici de quelle maniére on décriroit cette dévoloppante.

Supposé qu'on veuille donner au rayon du tambour 4 pouces & demi, ou 54 lignes, la circonférence de l'arbre aura aussi 54 lignes, & son diamétre environ 17 lignes, suivant la proportion de la circonférence au diamétre qui est de 22 à 7. Après avoir entouré cet arbre d'un ressort de Montre doux & fléxible, attachez un bout de ce ressort à l'arbre, & développez l'autre armé d'une pointe; cette pointe formera une courbe mécanique, qui a pour développée le cercle de l'arbre de la Clepsidre ; il faut donner aux languettes la courbure que l'on vient de décrire, & que vous voyez dans la Figure.

Cette idée est prise sur la figure que M. de la Faye donne aux canaux d'une Machine toute semblable au Tympan, dont la description est dans les Memoires de l'Académie Royale de 1717. Cette Machine est d'une grande commodité pour élever des eaux. Consultez les Memoires citez.

PROBLEME XLV.

Faire monter une liqueur par le moyen d'une autre liqueur plus pesante.

ON propose de faire monter du vin, par exemple, par le moyen de l'eau, du vase AB dans la Sphere CD. Ce vase AB doit être fermé de tous côtez, & CD est une Sphere creuse divisée en deux parties C, D, qui n'ont point de communication. Au sommet O de cette Sphere est ajusté un entonnoir avec un robinet, qui communique avec la seule partie CE. Planche 54. Fig. 160

Cette Sphere concave CD sera soûtenue par les deux tuyaux EF, GH, ouverts en chacune de leurs extrêmitez. Le plus grand EF sera soudé en E & en I : il aura son ouverture inférieure F proche du fonds d'en bas du vase AB, & son autre ouverture E proche du fonds inférieur de la partie CE de la Sphere CD. Le plus petit tuyau GH doit être soudé en G & en K, avoir son ouverture H d'en bas proche du fonds supérieur du vase AB, & son autre ouverture G au fonds inférieur de la partie DG de la Sphere CD. De plus, chacun de ces

Plan-che 54. Fig. 166. deux tuyaux EF, GH, doit avoir un robinet, comme L, M; la partie DG doit avoir aussi en bas un robinet N.

Ayant ouvert le robinet O, & fermé les autres L, M, N, versez de l'eau par l'ouverture O, jusqu'à ce que la partie CE soit pleine : puis ayant ouvert les deux robinets L, M, l'eau contenue dans la partie CE descendra par le tuyau EF, & en pressant le vin contenu dans le vase AB, le fera monter par le tuyau GH dans la partie DG, parce que le tuyau CF étant plus grand que le tuyau GH, a plus de pesanteur. C'est pourquoi en fermant le robinet M, & ouvrant le robinet N, on pourra tirer du vin par ce robinet N, quand on voudra boire.

REMARQUE.

On doit avoir conservé au fonds supérieur IK du vase AB une ouverture pour faire entrer le vin du vase AB, & en faire sortir l'eau. Quand on voudra faire l'expérience, on fermera cette ouverture avec un bouchon, pour empêcher le vin de sortir du vase.

PROBLEME XLVI.

De deux vases semblables, également pesans, & pleins de métaux différens, discerner l'un d'avec l'autre.

CE Problême est aisé à résoudre à celui qui sçait que deux piéces de métaux différens, qui pesent également dans l'air, ne pesent pas également dans l'eau : car celle dont la pesanteur specifique eſt plus grande, occupe dans l'eau un moindre volume ; puiſqu'il eſt certain que tout métal peſe moins dans l'eau que dans l'air, à raiſon de l'eau dont il occupe la place : comme ſi cette eau peſe une livre, il peſera dans la même eau une livre moins que dans l'air. Cette peſanteur diminue plus ou moins, ſelon que la peſanteur ſpécifique du métal eſt grande par rapport à celle de l'eau.

Si on propoſe deux coffres tout-à-fait ſemblables, & également peſans dans l'air, dont l'un ſoit, par exemple, plein d'or, & l'autre plein d'argent, on les peſera dans l'eau. Celui qui dans cette eau ſe trouvera le plus peſant, ſera celui qui contient l'or ; car la peſanteur ſpécifique de l'or eſt plus grande que celle de l'argent ; ce qui fait que l'or perd moins de ſa peſanteur dans l'eau que l'argent. On ſçait par expérience que l'or perd environ la dix-huitiéme partie de ſa peſanteur, au lieu que l'argent en perd à peu près la dixiéme partie. De ſorte que ſi chacun de ces deux coffres peſe dans l'air, par exemple, 180 livres, le coffre plein d'or perdra dans l'eau dix livres de ſa peſanteur, & le coffre plein d'argent en perdra dix-huit, c'eſt-à-dire, que le coffre plein d'or peſera dans l'eau 170 livres, & que le coffre plein d'argent en peſera ſeulement 162.

Autrement.

Parce que l'or eſt d'une peſanteur ſpécifique plus grande que celle de l'argent, il faut que le coffre plein d'or, quoique ſemblable & auſſi peſant que le coffre plein d'argent, ſoit d'un volume plus petit que le coffre plein d'argent. Ainſi pour diſtinguer ces deux coffres l'un d'avec l'autre, on les plongera tous deux ſéparément dans un vaſe plein d'eau, & celui qui chassera moins d'eau que l'autre, sera d'un volume plus petit, & sera par conséquent celui qui contient l'or.

PROBLEME XLVII.

Mesurer la profondeur de la Mer.

IL faut avoir un gros poids attaché à une corde bien longue, & faire descendre ce poids dans la Mer, en lâchant continuellement la corde jusqu'à ce que le poids ne descende plus; ce qui arrivera lorsque le poids touchera le fonds de la Mer. Mais l'eau du fonds de la Mer peut être si pesante, qu'un volume de cette eau pesera autant, & même plus que le poids avec sa corde. Alors ce poids cesseroit de descendre, quoiqu'il ne touchât pas le fonds de la Mer.

Ainsi l'on peut se tromper en mesurant la longueur de la corde qui sera descendue dans l'eau, pour en conclure la profondeur de la Mer. C'est pourquoi pour ne se pas tromper, il faut attacher au bout de la même corde un autre poids plus pesant que le précedent, & si ce poids ne fait pas enfoncer plus de corde dans l'eau que le premier, ce sera une marque assûrée que la longueur de la corde qui sera descendue dans l'eau, est la veritable profondeur de la Mer: autrement il faudra se servir d'un troisiéme poids encore plus pesant, & continuer ainsi jusqu'à ce qu'on ait deux poids qui fassent descendre dans l'eau une même longueur de corde, pour conclure avec certitude par cette longueur la profondeur qu'on cherche.

PROBLEME XLVIII.

Deux corps d'une pesanteur specifique plus grande que celle de l'eau étant proposez, connoître celui dont la solidité est plus grande.

SI les deux corps proposez étoient d'une même matiere homogéne, il seroit facile de connoître celui dont la solidité seroit plus grande, en les pesant tous deux en l'air dans une juste balance, celui dont la pesanteur se trouvera plus grande, sera d'un plus grand volume, c'est-à-dire, que sa solidité sera plus grande.

Mais si les deux corps proposez sont de diverses matieres homogénes, & d'une pesanteur specifique différente, & plus grande que celle de l'eau, on les plongera tous deux séparément dans un vase plein d'eau. Celui qui chassera plus d'eau, sera d'un volume plus grand, parce qu'il occupe dans l'eau une plus grande place.

Ou bien on les pesera tous deux dans l'air, & dans l'eau, & l'on remarquera de combien leur pesanteur, qui aura été trouvée dans l'air, diminuera dans l'eau : car celui-là sera d'un plus grand volume, dont la pesanteur diminuera davantage ; parce qu'il doit occuper la place d'un plus grand volume d'eau.

D'où l'on conclura que si deux corps de diverses matieres sont d'un même poids, celui qui aura un plus petit volume, aura plus de solidité, c'est-à-dire, qu'il contiendra autant de matiere que l'autre, sous un plus petit volume.

C'est par le moyen de ce Problême que l'on peut connoître si une piéce douteuse d'or ou d'argent eſt bonne ou fauſſe, en la comparant à une autre piece de pur or, ou de bon argent, comme nous avons déja dit au Problême XXXV.

PROBLEME XLIX.

Trouver le centre de peſanteur commun à pluſieurs Poids ſuſpendus à des points différens d'une balance.

Planche 54. Fig. 167. POur trouver le centre de peſanteur, par exemple, des trois Poids A, B, C, ſuſpendus des trois points D, E, F, de la balance DF, à laquelle nous n'attribuerons aucune peſanteur, ni aux cordes DA, EB, FC, qui ſoûtiennent les Poids: nous ſuppoſerons le Poids A de 108 livres, le Poids B de 144 livres, & le Poids C de 180 livres; la diſtance DE de 11 pouces, & la diſtance EF de 9 pouces; en ſorte que toute la longueur de la balance DF ſoit de 20 pouces.

Cela étant ſuppoſé, nous trouverons premierement le centre de peſanteur G commun aux deux Poids B, C, en cherchant à leur ſomme, au Poids C, & à la diſtance EF, c'eſt-à-dire, à ces trois nombres 324, 180, 9, un quatriéme proportionnel, qui donnera 5 pouces pour la diſtance EG. Par conſéquent on aura 16 pouces pour la diſtance DG, en ajoûtant à la diſtance trouvée EG (5) la longueur DE (11 pouces.) Le point G ſera celui autour duquel les deux Poids B, C, demeureront en équilibre.

Après cela on cherchera à la ſomme des trois Poids A, B, C, à la ſomme des deux précedens B, C, & à la diſtance DG, c'eſt-à-dire, aux trois nombres 432, 324, 16, un quatriéme propor-

tionnel, qui donnera 12 pouces pour la diftan- Plan-
ce DH, & par conféquent 1 pouce pour la di- che 54.
ftance EH. Et le point H fera le centre de pe- Fig. 167.
fanteur qu'on cherche, c'eft-à-dire, qu'on aura trouvé le point H, autour duquel les trois Poids donnez A, B, C, demeureront en équilibre fur la balance donnée DF.

REMARQUE.

La régle générale eft de chercher à deux des Poids donnez le centre de pefanteur fur la diftance qui eft entre les points où pendent ces deux poids. Quand on a trouvé ce centre de pefanteur, on en cherche un autre, entre un troifiéme Poids & la fomme des deux Poids dont on a trouvé le centre de pefanteur, fur la diftance qui eft entre le point où pend ce nouveau Poids, & le centre déja trouvé. Le fecond centre connu, on en cherche un troifiéme entre un quatriéme Poids & la fomme des trois Poids employez, fur la diftance qui eft entre ce quatriéme Poids & le fecond centre trouvé. Ainfi des autres.

Pour fçavoir d'où l'on doit prendre cette diftance qu'on cherche, il faut faire attention au Poids que l'on met à la feconde place dans la Régle de Trois; & la diftance qu'on trouve pour quatriéme terme, fe prend toûjours fur la longueur employée pour troifiéme terme, du point où pend le Poids qui fe trouve joint avec l'autre dans le premier terme de la Régle de Trois.

Ainfi parce que dans le premier exemple précedent, on a mis pour fecond terme 180, qui eft le Poids C, on a pris fur EF la diftance EG, du point E, où pend l'autre Poids B, qui avec le

Poids C fait la somme posée au premier terme. Si l'on avoit mis 144, pesanteur du Poids B au second terme, on auroit trouvé 4 pour la distance FG, qu'il auroit fallu prendre sur EF, du point F où pend l'autre Poids C, qui, joint avec B, se seroit trouvé dans le premier terme de la Régle de Trois.

De même dans le second exemple, on a mis pour second terme de la Régle de Trois 324 somme des Poids B, C; & l'on a pris sur DG la distance DH, du point où pend l'autre Poids A, qui se trouve dans le premier terme de la Régle de Trois, avec les deux autres Poids employez B, C. Si l'on avoit mis au second terme 108 Poids de A, on auroit trouvé 4 pour la distance GH qu'il auroit fallu prendre sur DG, du point G, où l'on suppose que pendent les Poids B, C, réunis ensemble, & qui se trouvent joints avec A dans le premier terme de la Régle de Trois.

On peut appliquer cette Régle aux corps composez de différentes matieres. Si l'on proposoit de trouver le centre de pesanteur d'un corps dont une partie seroit d'or, une autre d'argent, & la troisiéme de bois, il faudroit premierement trouver le centre de pesanteur de la partie qui seroit d'or; ensuite celui de la partie qui seroit d'argent, puis trouver le centre de pesanteur qui seroit commun à ces deux centres. Enfin ayant trouvé le centre de pesanteur de la partie, qui seroit de bois, on trouveroit un autre centre commun au centre de la partie de bois, & au centre commun des deux parties d'or & d'argent. Ce dernier centre seroit le centre de tout le corps composé d'or, d'argent & de bois.

PROBLEME L.

Construire une Machine pour nager.

IL faut faire deux coffres plats & demi-circulaires ; il n'importe pas de quelle matiere, pourvû qu'ils ne reçoivent point d'eau, qu'ils soient légers, & assez solides pour résister aux flots. Ces deux pieces se joignent ensemble par des ferremens autour du corps d'un homme qui se les attache à la ceinture, & qui a toûjours par ce moyen la moitié du corps au-dessus de l'eau ; le coffre lui faisant, pour le soûtenir, un ventre comme celui des Cygnes. On peut y faire aussi, si l'on veut, des ouvertures avec des portes, pour y renfermer de l'or, de l'argent, des papiers, des choses précieuses, en un mot tout ce qu'on voudroit sauver dans un naufrage.

Quoique cette Machine suffise seule pour nager, parce que par le seul mouvement du corps & des pieds on pourroit se porter où l'on voudroit, cependant pour faciliter encore ce mouvement, on peut attacher aux pieds des Nageurs des especes de nageoires. C'est un gros cuir double ou triple & pliant, qui peut s'étendre ou se resserrer comme la patte d'un Cygne. Ces nageoires sont attachées à une semelle de bois, & la semelle au pied.

REMARQUE.

Cette Machine peut être d'un grand secours, 1°. dans un naufrage; car on peut avec cette Machine se sauver au travers des flots, sans avoir plus à craindre la mort qu'un oiseau aquatique. On n'est pas d'ailleurs obligé de quitter ses habits, & l'on n'a pas même la faim à craindre, puisqu'on peut renfermer dans la Machine des vivres pour quatorze ou quinze jours au moins. 2°. Dans ces subites inondations, qui noyent en un instant des vallées & des Pays entiers : car dans un pareil accident un homme qui seroit muni de cette Machine se sauveroit, & pourroit encore sauver avec lui un ou deux petits enfans. 3°. A l'armée, pour faire traverser un fleuve à un Espion. 4°. Enfin pour faire sur l'eau des jeux & des divertissemens agréables sous des figures de Syrenes, de Tritons, & d'oiseaux même.

PROBLEME LI.

Construire une Lanterne qui conserve la lumiere au fond de l'eau.

Il faut que la Lanterne soit de cuir, qui résiste mieux aux flots que toute autre matiere. On ajoûtera à cette Lanterne deux tuyaux qui auront communication avec l'air supérieur ; l'un pour recevoir de nouvel air, afin d'entretenir la lumiere ; l'autre pour servir de cheminée, & donner passage à la fumée : tous deux assez élevez au-dessus de l'eau, pour n'être pas couverts par les vagues dans les gros tems. On conçoit que le tuyau qui servira à donner de nouvel air, doit avoir communication par le bas de la Lanterne, & celui qui sert de cheminée, en doit avoir par le haut. On fera dans le cuir tout autant de trous qu'on voudra pour y placer des verres qui répandront la lumiere de tous côtez. Enfin on suspendra la Lanterne avec du liege, afin qu'elle s'éleve & s'abaisse avec les flots.

REMARQUE.

Cette Lanterne peut ſervir à la pêche du poiſſon à la lumiere.

PROBLEME LII.

Conſtruire une Horloge à l'uſage de la Mer.

CEtte Horloge eſt de ſable, & ſemblable à celles dont on ſe ſert ordinairement. A la place de l'une des phioles qui compoſent les Horloges de ſable, on applique un tuyau de verre de vingt pouces environ de hauteur, & d'une ligne & demie à peu près d'ouverture. Ce tuyau ſert de ſeconde phiole; de ſorte qu'à meſure que le ſable tombe dans le tuyau, on le voit monter peu à peu & ſi diſtinctement, que l'on peut obſerver les minutes. Lorſque tout le ſable eſt deſcendu dans le tuyau, on retourne la Machine, & le ſable en deſcendant du tuyau dans la phiole, marque de la même maniere les hauteurs qui conviennent pour les minutes & à ſes parties.

REMARQUES.

I.

Pour ſe ſervir commodément de cette Machine, il faut l'appliquer ſur une planche, & à l'un des côtez du tuyau on marque les diviſions des minutes par la deſcente du ſable, lorſqu'il ſe remplit, & on fait la même choſe à l'autre côté du tuyau pour la deſcente du ſable, lorſqu'il ſe vuide. Enfin pour marquer ces diviſions, il faut ſe ſervir d'une

Pendule, & à chaque minute marquer la hauteur du sable.

II.

Cette Machine, quoique simple & aisée à mettre en usage, a un défaut assez considerable; c'est que comme il faut la tourner souvent dans l'espace de plusieurs heures, il est impossible que dans cette action on ne perde la suite des minutes, & qu'on fasse un calcul exact.

PROBLEME LIII.

Construire une Pendule qui conservera sur Mer une égalité de mouvement dans son ressort & dans sa suspension.

1°. ON se servira d'une Pendule ordinaire; mais au lieu d'un seul grand ressort, qui ne doit être remonté qu'une seule fois tous les huit jours, on se servira de huit ressorts inférieurs en force, lesquels agissant tous ensemble sur une Horloge à huit jours, lui donneront autant de force que le seul grand ressort. Mais on doit observer de ne pas remonter ces huits ressorts en même tems : il faut mettre une distance égale entre le tems qu'on remonte chaque ressort; de sorte qu'on en remonte un chaque jour. Le premier ressort ayant été remonté à une certaine heure, il faut attendre à remonter le second le jour suivant à pareille heure, & ainsi de suite jusqu'au huitiéme jour que l'on remontera le huitiéme ressort. Le neuviéme jour on remontera le premier ressort, & on continuera de cette maniere dans le même ordre qu'on vient de marquer. Chaque ressort aura

sa

ſa fuſée & ſa chaîne, qui agiront ſur un même ſujet. On peut ajoûter un plus grand nombre de reſſorts & de fuſées, ou le diminuer, ſelon qu'on le jugera à propos. Au lieu de Pendulon il faut ſe ſervir d'un Balancier, ayant un reſſort à ſpirale en conſervant l'échapement à rocher, comme dans les Pendules ordinaires.

2°. On ſuſpendra dans un vaiſſeau, par le moyen d'un genou, une grande boete ou armoire. On attachera au bas de cette boete un puiſſant poids. Le genou cédant à toutes les agitations du vaiſſeau, le poids retiendra la boete dans une ſituation toûjours perpendiculaire; en ſorte que la boete demeurera fixe de la même maniére que ſi elle étoit ſur la terre, attachée contre une muraille.

Cette armoire doit être aſſez grande pour renfermer deux ou trois Pendules, un Thermométre, une Etuve, & deux ou trois Lampes de différente grandeur. Le genou qui tiendra cette armoire ſuſpendue, ſera attaché à un reſſort capable de ſoûtenir tout le poids de l'armoire. Il faudra placer cette armoire dans le milieu au fond du vaiſſeau. On fera une autre armoire plus petite, où l'on enfermera les Pendules avec le Thermométre. On la placera dans la grande armoire en haut: on aura ſoin de la fermer bien juſte avec un chaſſis où l'on ajuſtera un grand verre, afin qu'on puiſſe voir les mouvemens des Pendules & l'effet du Thermométre.

La grande armoire ne ſera plus large que la moindre, que de ce qu'il faut pour que celle-ci entre juſte dedans; mais elle doit être plus profonde de quelques pouces, afin de donner paſſage à la fumée & à la chaleur qui ſe communiquera à la moindre armoire.

La grande armoire sera beaucoup plus longue : on placera au bas une Etuve & quelques Lampes ; l'espace qui sera entre le bas de la grande armoire & entre la petite, servira à faire monter & descendre les Lampes, pour donner plus ou moins de chaleur à l'armoire qui renferme les Pendules, selon qu'on le jugera à propos par l'inspection du Thermométre. Le bas de la grande armoire sera fermé ; mais on ajustera des verres à la porte, tant pour voir ce qui se passe au-dedans, que pour y conserver la chaleur, & empêcher que l'agitation de l'air n'éteigne les Lampes. Enfin on fera au fond d'en bas de la grande armoire plusieurs trous pour donner passage à l'air, & l'on pratiquera au fond d'en haut une cheminée pour la fumée.

Ces deux armoires peuvent être de fer, de cuivre, ou de quelqu'autre matiere qui conserve longtems la chaleur. Il est bon que la petite soit de cuivre.

Par ce moyen, en observant le Thermométre, on peut conserver une chaleur toûjours égale dans les différentes saisons & dans les différens climats. Ainsi dans une saison chaude, ou un climat chaud, on pourra ne mettre que peu de feu dans l'Etuve, ou n'allumer qu'une petite Lampe, & la tenir éloignée de l'armoire où est la Pendule. Sous la ligne on pourra ne point faire de feu, & ne point allumer de Lampe. Dans les Pays Septentrionaux il sera nécessaire de faire du feu, d'allumer les Lampes, & de les arrêter plus ou moins près de l'armoire où sont renfermées les Pendules, selon les degrez de chaleur. Mais ce sera le Thermométre qui indiquera la quantité du feu & des Lampes tenues plus ou moins éloignées.

Il faut cependant observer que la chaleur renfermée dans l'armoire ne doit pas être si grande, qu'elle pût alterer la trempe des pieces d'acier, ou cuire l'huile des Lampes. Il ne faut pas non plus que cette chaleur soit beaucoup plus petite que celle qui est sous la ligne.

C'est pourquoi il seroit à propos de connoître le plus grand degré de chaleur qui soit sous la ligne, par les observations qu'on y auroit faites avec le Thermométre, & d'y ajuster le Thermométre du vaisseau dans le lieu d'où l'on part.

PROBLEME LIV.

Percer une planche avec un bout de chandelle.

CHargez un fusil avec de la poudre, & au lieu de balle, mettez-y un bout de chandelle. Tirez contre quelque planche, & vous verrez que le bout de chandelle percera la planche, de même qu'une balle de plomb.

REMARQUE.

Une balle de plomb tirée d'ans l'eau s'applatit;

PROBLEME LV.

Peser un coup de poing, un coup de marteau, un coup de hache, &c. & en comparer sa pesanteur avec le poing, le marteau, la hache, &c. lorsqu'il est en repos.

PRenez une balance, laissez poser le poing, le marteau, ou la hache sur un des bassins, ou sur l'un des bras de la balance; mettez dans l'autre bassin autant de poids qu'il en faut pour contre-peser : puis surchargeant toûjours le bassin ; vous pourrez éprouver combien chaque coup fera lever de poids , & par conséquent combien il pese.

REMARQUES.

I.

La percussion produit des effets surprenans ; car si l'on met un poids de mille livres sur une éguille qu'on veut enfoncer , il s'en faudra bien que ce poids fasse le même effet qu'un petit coup de marteau ; il n'en fera même presque point , pourvû qu'on le pose bien doucement. Ne voit-on pas qu'un coûteau mis sans frapper sur du beurre , ne l'entâme point , non plus qu'une hache posée fort doucement sur une feuille de papier.

Deux forces égales , avec un mouvement égal , & d'une vîtesse égale , agissent différemment sur deux corps égaux & semblables : par exemple , sur deux coins de fer semblables , pour fendre deux pieces d'un même bois & semblables , ou sur deux clouds semblables que l'on veut enfoncer dans ces pieces de bois , dont l'une seroit suspendue en l'air , & l'autre seroit ou scellée en terre , ou appuyée sur quelque chose de stable. Il est certain que l'effet du coup sera plus grand sur la piece suspendue , que sur celle qui sera scellée ou appuyée fermement.

C'est ce qui fait que les Ouvriers pour emmancher un outil , le tiennent en l'air d'une main , & frappent de l'autre : ou bien , s'il est trop pesant , ils le couchent sur la terre , ou sur un établi , de sorte qu'il puisse reculer , lorsqu'on frappe sur le manche. Qui ne sçait point que c'est de cette sorte qu'on emmanche un balai ?

II.

Si l'on met un poids de 25 livres dans un bassin des plus grosses balances, & que les plus robustes donnent un coup de poing sec de toute leur force, sans arrêter ni appesantir la main après le coup, à peine enlevent-ils les 25 livres. Que les plus foibles, ou des enfans de dix à douze ans donnent un coup, ils enlevent les 25 livres de même, sans qu'il paroisse que très-peu de différence entre leur coup, & celui des plus forts.

Si on laisse tomber le poing de deux ou trois pouces de haut, & que l'on appuye un peu, l'on enlevera fort aisément, non seulement 25 livres, mais 30 & 40, quoique l'on fasse beaucoup moins d'effort, & que l'on ait beaucoup moins de peine que si l'on donnoit un grand coup.

On a pris cette remarque du Traité des Forces mouvantes de M. *de Camus*, au Chapitre de la Percussion, où il rapporte plusieurs expériences très-curieuses touchant la Percussion, qui tendent toutes à l'utilité & à l'avantage des Ouvriers; mais il faut consulter le Livre même.

PROBLEME LVI.

Faire qu'un bâton se tienne droit dessus le bout du doigt sans tomber.

ATtachez deux coûteaux ou autres corps vers l'extrêmité du bâton, de maniere que l'un panche d'un côté, & l'autre de l'autre, en forme de contrepoids, commme vous le voyez dans la Figure. Mettez cette extrêmité dessus le bout du doigt, alors le bâton se tiendra droit sans tomber. Planche 25. Fig. 56.

REMARQUES.

I.

Il faut que les deux coûteaux fichez en forme de contre-poids excédent le bout du bâton que l'on pose sur le bout du doigt, en sorte que le bâton & les coûteaux pris ensemble, comme ne faisant qu'un même corps, ayent leur centre de gravité à l'extrêmité du bâton qui est placé sur le bout du doigt, si l'on veut que le tout se tienne perpendiculairement.

La chose paroitra encore plus merveilleuse, si renversant le doigt, on appuye le bout du bâton sur le bord de l'ongle; car il semblera que le tout se tiendra, touchant seulement le bout du doigt, sans être soûtenu. Mais si l'on fait que le centre de gravité du total excéde tant soit peu le bout du bâton, le tout se tiendra plus ou moins incliné, selon le plus ou le moins de distance de ce centre à l'extrêmité du bâton.

II.

Ce point d'appui que l'on vient de dire dans la remarque précedente, devoir être à l'extrêmité du bâton qui est placé sur le bout du doigt, pourroit se trouver au dessous, comme il arrive à ces petites figures que l'on fait tourner sur un pied d'estal. Cette petite figure DE est posée sur une boule E, qui est appuyée sur une maniere de gueridon I: elle tourne par le moyen de deux balles de plomb, attachées à la boule E par des fils de fer courbez. Le centre de gravité qui se trouve fort au dessous du point d'appui entre les deux boules C, F, vers I, soûtient la figure droite, & la fait

Planche 25 * Fig. 57.

redresser, lorsqu'une des balles ayant été poussée, la fait tourner obliquement.

PROBLEME LVII.

Peser la fumée.

SUpposons qu'un grand bucher, ou bien une chartée de foin pesant 500 livres, soit embrasée, il est évident que le tout s'en ira en cendre & en fumée. Si on pese les cendres qui resteront du brasier, l'expérience montre qu'elles pourront revenir au poids de 50 livres ou environ. Et puisque le reste de la matiere n'est point périe, mais qu'elle s'est exhalée en fumée, si l'on ôte 50 livres du total, il restera 450 livres, ou à peu près pour la pesanteur de la fumée. Quoiqu'il semble que la fumée ne pese point, à cause qu'étant répandue dans l'air, & divisée en fort petites particules, elle y est soûtenue; cependant on conçoit que si toutes ces particules étoient rassemblées, elles auroient le même poids qu'elles avoient quand elles étoient unies aux cendres.

PROBLEME LVIII.

Faire passer un même corps dur & inflèxible par deux trous fort différens, dont l'un sera circulaire, & l'autre triangulaire, ou quadrangulaire, à condition qu'il les remplisse exactement en passant.

I.

PRenez un morceau de bois ou autre matiere, qui ait la figure d'une cone : puis faites dans quelque ais un trou circulaire égal à la base du Planche 25. Fig. 58.

cone, & un autre trou triangulaire, qui ait l'un de ſes côtez égal au diamétre de la baſe du cone, & les autres égaux aux deux côtez du cone, depuis la baſe juſqu'à la pointe. Il eſt clair que ce corps paſſera par le trou circulaire mettant la pointe la premiere, & par le triangulaire, en le couchant de ſon long, & qu'il emplira exactement ces trous en paſſant.

II.

Planche 25 * Fig. 59.

Faites tourner un corps ſemblable à deux cones joints par leur baſe : puis faites percer un ais, en ſorte que le trou circulaire ſoit entierement ſemblable au cercle qui eſt la baſe commune des deux cones oppoſez, & que le trou quadrangulaire ait l'un de ſes diamétres égal au diamétre du cercle, & l'autre égal à une ligne droite tirée par le milieu des cones d'une pointe à l'autre. Ce corps paſſant par le trou circulaire, le remplira exactement, à cauſe de la rondeur qu'il a au milieu ; il remplira auſſi le trou quadrangulaire en y paſſant, à cauſe que ſa longueur & ſa largeur ſont égales à celles du trou. Ce trou pourra être quarré, ſi les côtez des cones ſont égaux, & le diamétre de leurs baſes égal à la longueur d'une pointe à l'autre.

III.

On peut encore faire un ſolide, qui paſſant par un triangle iſoſcéle, par pluſieurs triangles ſcalenes, & par le plan d'une Ellipſe, les rempliſſe exactement chacun, & un autre ſolide, qui paſſant par un triangle iſoſcéle, par pluſieurs triangles ſcalenes, & par un cercle, les rempliſſe auſſi exactement chacun. Le premier ſolide doit avoir la figure d'un cone coupé elliptiquement, & le ſecond aura la figure d'un cone scalene. On peut encore exécuter la même chose avec des solides doubles de ceux-ci.

PROBLEME LIX.

Faire passer un même corps dur par trois sortes de trous, l'un circulaire, l'autre quarré ou quadrangulaire de telle longueur qu'on voudra, & le troisiéme ovale, en sorte que ce corps passant par ces trois différens trous, les remplisse exactement.

I.

PRenez un corps cylindrique ou colomnaire de telle grandeur qu'il vous plaira. Il est évident que ce corps étant mis droit, il remplira exactement un trou circulaire de même grandeur que sa base; qu'étant couché de son long, il remplira en passant un trou quadrangulaire, aussi long & aussi large qu'il l'est; qu'enfin en le faisant passer de biais, il remplira exactement un trou oval, qui aura sa largeur égale au diamétre du trou circulaire, & sa longueur telle qu'il plaira, pourvû qu'elle ne soit pas plus grande que celle du cylindre. Planche 25* Fig. 60.

II.

1°. Soit fait en quelque ais un trou circulaire, puis un quarré, qui ait les côtez égaux au diamétre du trou circulaire, & un trou en ovale, dont la largeur soit égale au même diamétre, & la longueur égale à la diagonale du quarré. 2°. Ayez un corps cylindrique aussi long que large, & tel que sa base soit égale au trou circulaire. Par ce moyen ce cylindre pourra remplir exactement le trou cir- Fig. 61.

culaire en y passant tout droit, le trou quarré, en l'y faisant passer couché de son long, & le trou oval, en l'y faisant passer de biais.

III.

Un solide cylindrique elliptiquement tourné, ayant pour hauteur son plus grand diamétre en largeur, passera par un quarré, par un cercle, par différens parallelogrammes, par différentes ellipses, & les remplira exactement en y passant.

PROBLEME LX.

Construire une Lampe excellente, qui se fournisse elle-même son huile à mesure qu'elle en a besoin.

Planche 25 * Fig. 62. CArdan au premier Livre de ses Subtilitez, donne la description de la Lampe Vulgaire; c'est un petit vase colomnaire, creux, & qui n'a qu'un petit trou au bas, où l'on ajuste un tuyau qui reçoit la mêche. On emplit d'huile la Lampe par ce trou, en la tenant renversée, & l'huile fournit ce qu'il faut à la mêche pour la faire brûler. On faisoit autrefois à Reims de ces sortes de Lampes, qui étoient propres & commodes.

Fig. 63. Cette Lampe est fort simple : en voici une qui est plus ingenieuse; sa principale piece est un vase CD, qui a près du fond un trou, & un petit tuyau C; il y a aussi un autre tuyau plus grand DE, qui passe au travers du vase. Ce tuyau DE est bien soudé à la partie inférieure du vase CD; il y a une ouverture en D au dedans du vase vers sa partie supérieure, & un autre hors du vase vers E, & tout près du fond de la coupe AB, en sorte neanmoins qu'il ne touche point ce fond.

Lorſque le vaſe CD ſera plein d'huile, on fera tremper le trou E du tuyau DE dans l'huile de la coupe; alors l'huile ne pourra ſortir par le tuyau C, puiſque l'air ne peut entrer par le trou E du tuyau DE. Mais quand l'huile contenue dans la coupe AB aura été conſumée peu à peu par la mêche allumée, le trou E ſe débouchera, & donnera paſſage à l'air, qui entrant dans le tuyau ED, ira comprimer l'huile du vaſe CD, & la fera couler par le tuyau C. Cette huile coulera dans la coupe AB, juſqu'à ce que le trou E étant bouché, empêchera l'air d'entrer dans le tuyau ED: pour lors l'huile ceſſera de couler par le tuyau C. L'huile recommencera à couler toutes les fois que le trou E étant débouché, donnera paſſage à l'air.

REMARQUE.

Le vaſe CD ne doit point être attaché à la coupe AB. Pour le remplir d'huile, il faut renverſer le vaſe CD, & verſer l'huile par le tuyau ED. Quand on connoîtra que le vaſe eſt plein en voyant l'huile paroître à l'ouverture du tuyau C, on bouchera cette ouverture avec le doigt, & on mettra le vaſe ſur la coupe AB. Si le tuyau CD eſt entierement ouvert en E, l'huile qui ſe trouvera dans ce tuyau, remplira la coupe AB, & empêchera ainſi que l'huile ne tombe par le tuyau C, en bouchant l'ouverture E.

PROBLEME LXI.

Conſtruire un Chandelier, dont on ne ſoit point obligé de moucher la chandelle, & qui donne beaucoup de lumiere.

ON peut aiſément faire ce Chandelier de bois. Il faut d'abord avoir un pied que l'on garnira de plomb, ſi on veut rendre le Chandelier plus ſtable. On ajuſte à ce pied une régle plate, en ſorte qu'elle faſſe avec ſon pied un certain angle, qui ne doit point être fort conſiderable. On ajoûte à cette régle une autre qui la croiſe perpendiculairement ; cette ſeconde régle coule le long de la premiere, par le moyen d'une mortoiſe qui y a été faite, de maniere qu'on la peut baiſſer ou hauſſer autant qu'on le juge à propos. On ajuſte auſſi à cette ſeconde régle une bobeche, qui y tient avec une eſpece de curſeur, qui l'embraſſant, donne cependant la liberté d'avancer ou de reculer la bobeche, ſelon que l'on en a beſoin. Enfin on attache avec une charniere au haut de la premiere régle un cone de fer blanc coupé par le haut, pour laiſſer paſſer la fumée de la chandelle, qui eſt dans la bobeche, & qui brûle ſous le cone.

Ce cone n'eſt qu'une eſpece d'entonnoir aſſez large par bas, & qu'on a ouvert par le haut : on peut le revêtir au dedans d'un cone ſemblable de papier blanc, qui renvoira beaucoup de lumiere au deſſous : on aura ſoin de changer le papier de tems en tems. On voit bien que la chandelle de la bobeche a la même inclinaiſon que la premiere régle du Chandelier. L'extrêmité du lumignon n'étant plus dans la flamme, & ayant quelque penchant, se dissipe sans qu'on s'en apperçoive : ce qui fait qu'on n'a point l'incommodité de moucher la chandelle. On peut se servir de toutes sortes de chandelles, comme des huit, des douze & des vingt même à la livre, & cependant l'on a une grande clarté sur ce qu'on lit ou ce qu'on écrit, & les yeux ne sont point incommodez des vibrations de la lumiere immédiate de la chandelle.

Nous devons la perfection de ce Chandelier à l'industrie de M. *de Moulieres*, Membre de l'Académie Royale des Sciences, qui s'est fait connoître dans des matieres plus relevées.

AVERTISSEMENT.

On a déja cité le Traité des ***Forces Mouvantes*** par M. ***de Camus***, à l'occasion d'un petit Carosse surprenant. Si l'on veut s'instruire sur plusieurs Phenomenes, qui regardent la Mécanique, dont on a parlé en partie dans ces Problêmes de Mécanique, & dont on parlera encore dans les Problêmes de Physique, on peut consulter ce Traité des Forces Mouvantes. On y trouvera des choses non seulement curieuses & divertissantes, mais aussi très-utiles pour la commodité du Public, sur-tout pour les voitures. M. de Camus donne des constructions de Charettes, de Chariots, & même de Carosses de campagne, qui seroient bien moins fatiguans pour les chevaux, & moins sujets à verser, que ceux dont on se sert à présent. En un mot cet Académicien a traité dans ſon Livre toutes les parties de la Mécanique, comme ayant quelque rapport à l'utilité publique ; ce qui doit être le but de toutes les Sciences.

Fin du ſecond Tome.

TABLE
DES PROBLEMES
Contenus en ce Volume.

PROBLEMES DE GNOMONIQUE.

PROBLEMES DE COSMOGRAPHIE.

PROBLEMES DE MECANIQUE.

PROBL.

Fin de la Table du II. Tome.