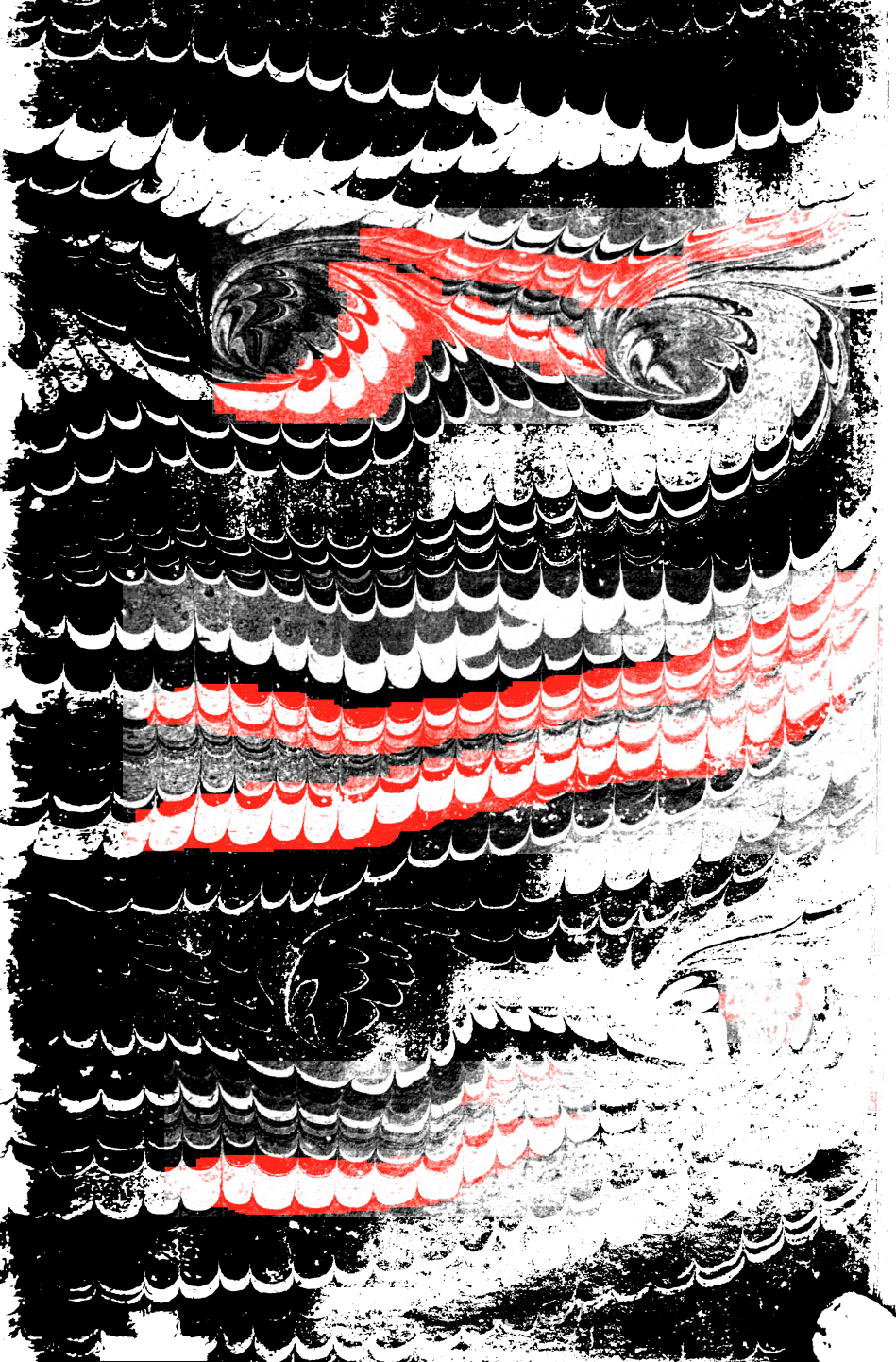






Bibliotheca Patatina



Math. 11. 132

Mathesis. Opera varia mathefin
illustr. 64.

R

RECREATIONS MATHEMATIQUES

ET PHYSIQUES,

QUI CONTIENNENT

Plusieurs Problèmes d'Arithmétique, de Géométrie, de Musique, d'Optique, de Gnomonique, de Cosmographie, de Mécanique, de Pyrotechnie, & de Physique. Avec un Traité des Horloges Elementaires.

Par feu M. OZANAM, de l'Académie Royale des Sciences, & Professeur en Mathématique.

NOUVELLE EDITION,

Revûe, corrigée & augmentée.

TOME SECOND.



A PARIS,

Chez CLAUDE JOMBERT, rue S. Jacques, au coin
de la rue des Mathurins, à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. XXV.

AVEC PRIVILEGE DU ROY.





Remarques sur les Crepuscules à Paris.

I.

LE Soleil entrant en ♎, sa distance au Méridien au commencement du Crepuscule du matin est de 89 d. 8' 31", lesquels réduits en tems, font 5 h. 56' 34" 4". Celi étant, le Crepuscule commence en Capri à cinq heures 56' 34" 4". Cette distance ôtée de l'arc semi-nocturne, qui est de 119 d. 47' 36", il reste 30 d. 29' 5", lesquels réduits en tems, font 2 h. 2' 56" pour la durée du Crepuscule en ♎. Ainsi le Soleil devoit se lever à 7 h. 59' 10" 24"; mais à cause de la réfraction qui avance de 4' 5" 36" l'heure de son lever, cet Astre se leve à 7 h. 55' 4" 48".

II.

Le Soleil entrant dans ♈, sa distance au Méridien au commencement du Crepuscule du matin est de 62 d. 0' 4", lesquels réduits en tems, font 4 h. 8' 0" 16". Celi étant, le Crepuscule du matin en Aries commence à quatre heures 8' 0" 16". Cette distance ôtée de l'arc semi-nocturne, qui est alors de 6 heures ou 90 d. il reste 27 d. 59' 56", lesquels réduits en tems, font 1 h. 51' 59" 44" pour la durée du Crepuscule en ♈. Ainsi le Soleil devoit paroître à l'horison à 6 heures; mais à cause de la réfraction qui avance son lever de 3' 18" 32", on le voit se lever à 5 heures 56' 41" 28".

III.

Le Soleil entrant en ♏, le Crepuscule dure toute la nuit, parce que sous la latitude de Paris (48 d.

Pag. 125. lig. 3. en comptant du bas , au lieu de l'arc E12D , lis. l'angle OE12.

Pag. 126 lig. 23. après ce mot , division , mettez une virgule.

Ibid. lig. 19 ces mots , on pourra les percer l'un à côté de l'autre , & les suivans , se rapportent à une construction différente de celle dont on vient de parler.

Pag. 277. lig. 13. moins de la moitié , lisez moins que la moitié.

Pag. 285. lig. 13. continu , lis. continus.

Pag. 289. lig. 22. effacez vrai.

Pag. 294. lig. 4. s'élève , lisez se leve.

Ibid. l. avant dernière, proportion, lis. proposition.

Pag. 305. lig. 20. Venus , lis. Mercure.

RECREATIONS



RECREATIONS MATHEMATIQUES ET PHYSIQUES.

Problemes de Gnomonique.



A Gnomonique est la partie la plus agréable des Mathematiques. Comme j'en ai assez amplement traité dans mon Cours de Mathematique , & qu'elle dépend d'une théorie profonde , quand on veut la posséder à fonds , ce qui ne convient pas à des Récréations Mathematiques , je me suis proposé de mettre seulement ici les Problèmes qui me sembleront les plus divertissans & les plus faciles à pratiquer & à comprendre.

PROBLEME I.

Tracer une Ligne meridienne.

Sur un plan horizontal fermement arrêté , piquez une éguille ou une pointe de fer , de manière qu'elle soit oblique à ce plan. Prenez un

Tome II.

A

2 RECREAT. MATHÉM. ET PHYS.

équerre , qui peut être fait d'un quarré de papier plié en plusieurs doubles à angle droit : cherchez avec cet équerre sur le plan horisontal le point qui répondra à l'extrémité de l'éguille. Vous pendrez ce point pour le centre de quelques cercles , que vous décrirez sur le plan horisontal. Remarquez quelques heures avant midi , comme vers les dix heures , & dans quelque intervalle de temps , les points d'ombre de l'extrémité de l'éguille qui tomberont sur la circonférence des cercles : observez encore quelques heures après midi , comme vers les deux heures , le point d'ombre de l'extrémité de l'éguille , qui tombera sur la circonférence d'un de ces cercles. Divisez l'arc compris entre ces deux points trouvez avant & après midi , en deux parties égales , par une ligne qui passera par le centre du cercle. Cette ligne sera la méridienne.

R E M A R Q U E.

On a soin de décrire plusieurs cercles , & d'observer avant midi les points d'ombre sur chacun , afin de pouvoir remarquer un point d'ombre sur un de ces cercles après midi ; car les nuages pourroient empêcher de l'observer , si on ne faisoit qu'un cercle.

PROBLEME I I.

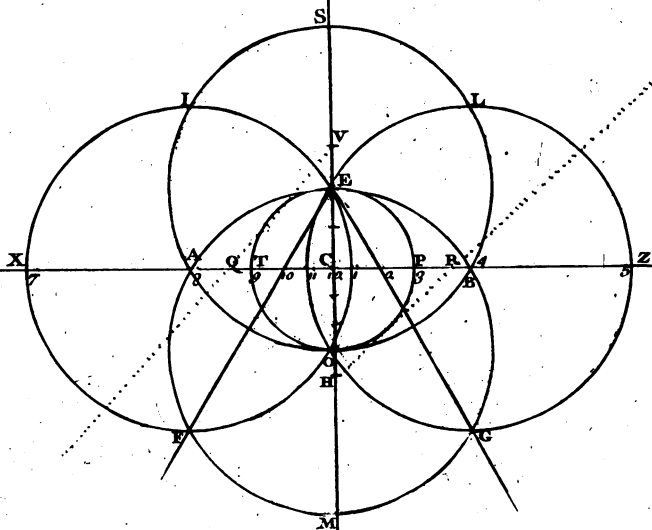
Construire des Cadrans réguliers par deux ouvertures de Compas.

I.

Plan-
che 1.
Fig. 1.

ON mene la meridienne SM , & du point C pris vers le milieu , comme centre , on dé-

fig. 1.



T. II. Pl. 1.

PROBLEMES DE GNOMONIQUE. 3

crit à discrétion le cercle ETOP, qui sera la première ouverture de Compas : puis on décrira quatre grands cercles d'une même grandeur EO, qui sera la seconde ouverture de Compas; sçavoir, du point O, & de l'intervale OE, on décrira le cercle EAMB; ensuite du point E, & du même intervalle EO, on décrira le cercle AOBS. Ces deux cercles se couperont aux points A & B. De ces points comme centre, & de la même ouverture de Compas, on fait les deux derniers cercles, sçavoir, du point A le cercle XIEF, & du point B le cercle ZLEG. Observez les intersections F, G, afin de tirer les lignes EG, EF. Cela étant fait, par les intersections A, B des deux premiers cercles, vous menerez la ligne XACBZ, qui sera l'équinoctiale, laquelle se trouvera coupée aux points des heures requises. C'est pourquoi on y marquera les heures 7, 8, 9, 10, 11, 12, 1, 2, 3, 4, 5, aux points des sections faites par les cercles & par les lignes menées du point E aux points F & G.

II.

Pour avoir le centre de chaque Cadran en particulier, & premièrement de l'horifontal, on divisera CO en trois parties égales, pour en transporter une de O en H, qui sera le centre du Cadran horifontal.

III.

Pour avoir le centre du Cadran vertical, divisez CE en deux parties, & portant une de ces parties en V, on aura le centre du Cadran vertical.

IV.

Le point E est le centre du Cadran équinoctial,

A ij

V.

On achevera le Cadran horizontal en menant du point H son centre des lignes aux points des heures qui sont marquées sur la ligne XCZ ; la ligne de 6 heures passera par le centre H : on la fera parallèle à l'équinoctiale XCZ. Les 7 & 8 heures du matin prolongées au-delà du centre H , donneront les 7 & 8 heures du soir , comme les 4 & 5 heures du soir prolongées par le centre , donneront les 4 & 5 heures du matin. Du point H , ou de quelque autre point pris à discrétion , on décrira une ou deux circonférences de cercles , qui serviront à terminer les lignes horaires.

Voyez
les Re-
marques.

On aura la hauteur du stile du Cadran horizontal , en portant CV sur l'équinoctiale de C en R , & l'on tracera HR , qui sera l'axe ; de sorte que HRC sera l'équille du Cadran horizontal , qu'il faut élever sur la ligne de 12 heures. On la prolongera , si l'on veut.

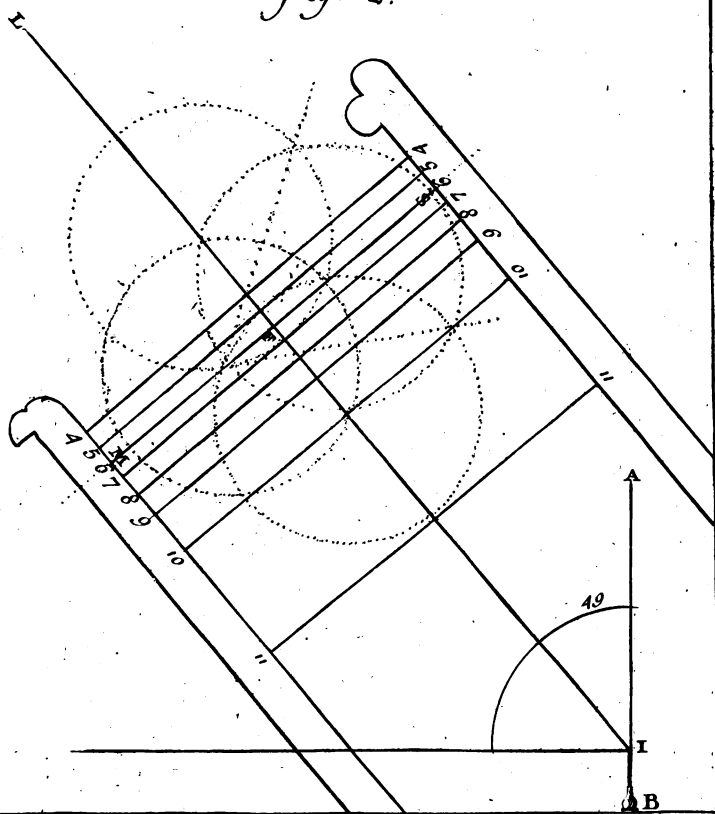
VI.

On achevera le Cadran vertical , en décrivant du point V , ou de quelque autre point , une ou deux circonférences , pour terminer les lignes horaires menées du centre V par les points des heures marquées sur la ligne XCZ. La ligne de 6 heures se tracera par le centre V parallèle à la ligne XCZ.

On aura l'équille en prenant la distance CH , que l'on transportera de C en Q sur la ligne XCZ , afin de tracer l'équille VQC , que l'on pourra prolonger à discrétion , & on élèvera à plomb cette équille VQC sur la ligne de 12 heures.

Oriental

fig. 2.



To . II . Pl. 2 .

V I I.

Pour faire un Cadran équinoctial , décrivez de son centre E une ou deux circonférences pour terminer les lignes horaires , que vous menez du point E par les points des heures marquées sur la ligne XCZ. Vous tracerez la ligne de 6 heures , & les autres heures qui sont au dessus en la manière que nous avons dit ci-devant.

L'éguille est un stile ou bâton placé à plomb sur le plan au point E.

V I I I.

Pour faire un Cadran polaire , faites tomber à l'équerre des lignes horaires à tous les points marquez sur la ligne XCZ. Ces lignes doivent être parallèles entr'elles & à la meridienne SM. On les prolonge de part & d'autre de l'équinoctiale , & on les termine haut & bas par deux autres lignes , entre lesquelles on trace les heures.

L'éguille s'élève à plomb sur le plan du Cadran , de la grandeur de 12. à 3 heures , on la place au point C.

I X.

Pour les Cadrans orientaux & occidentaux , Plan-
voici de quelle manière on s'y prend. On mene ^{che. 2.} pour l'oriental à main droite , & pour l'occidental ^{Fig. 2.} à main gauche du plan , une ligne verticale AB , par le moyen d'un fil chargé d'un plomb , en prenant vers bas le point I ; on décrit une circonférence , sur laquelle on prend de la ligne AB l'élévation du pole , qui est ici à Paris de 49 degrez , pour y faire passer la ligne IL : on la coupe vers le haut à l'équerre de la ligne SFM ; puis on ap-

A iij

6 RECREAT. MATHEM. ET PHYS.

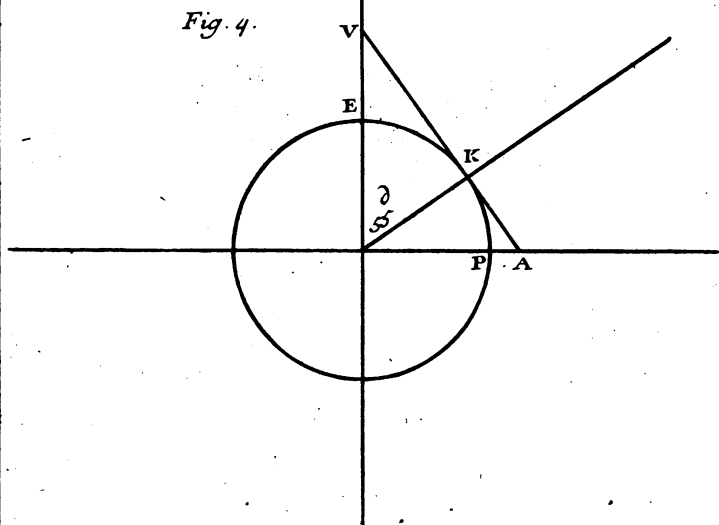
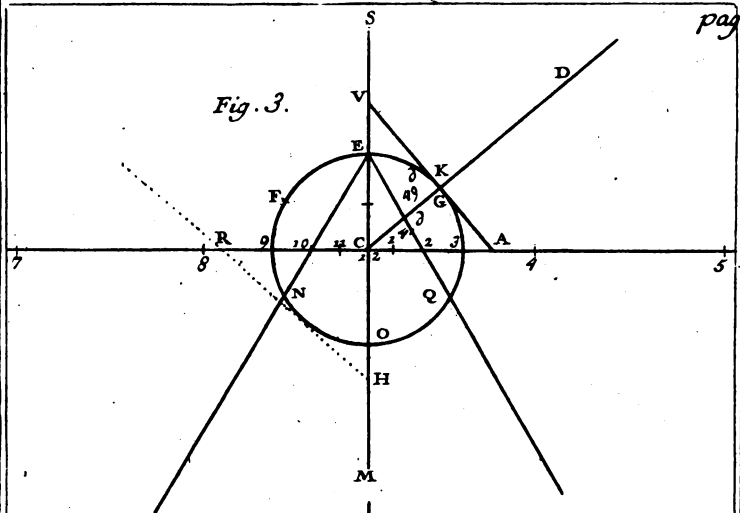
plique sur IFL du Cadran , tous les points des heures prises à la Figure 1. mais seulement deux au dessus de F. Ensuite on fait tomber des lignes à l'équerre de tous ces points des heures , qui seront paralleles entr'elles , & on les prolongera autant d'une part que d'autre. On terminera ces lignes haut & bas de deux lignes , pour y renfermer le nombre des heures qui sont changées en ces Cadrans ; car la ligne qui passe par F est 6 heures , les deux au dessus de F dans l'oriental , sont 5 & 4 ; & au dessous vers bas sont 7 , 8 , 9 , 10 , 11. Aux occidentaux les deux au dessus de F , sont 7 , 8 ; & au dessous vers bas sont 5 , 4 , 3 , 2 , 1.

L'éguille ou le stile s'y fait de la hauteur de 6 à 3 ou 9 heures , élevée précisément sur la ligne de 6 heures.

R E M A R Q U E S.

Plan-
che 2 *
Fig. 3.

On remarquera que ces centres & axes ne sont que pour les élévations du pole de 49 degrez , comme Paris : mais pour les avoir pour tout Pays , on comptera au quart de cercle EP , qu'on sçait être de 90 degrez de E vers P en K , pareil nombre de degrez que sera l'élévation du pole du lieu , afin qu'en menant du centre C à ce point déterminé K la ligne CKD , on la coupe perpendiculairement en K , point d'intersection en la circonférence. Cette perpendiculaire prolongée jusques à la méridienne , y déterminera le centre du Cadran vertical en V , dont elle sera l'axe : elle déterminera encore sur l'équinoctiale le centre du Cadran horisontal en A ; mais il faudra transporter CA de C en H , qui sera le vrai centre du Cadran horisontal. Pour avoir l'axe du Cadran ho-



PROBLEMES DE GNOMONIQUE. 7

horizontal, on transportera sur l'équinoctiale la distance CV de C en R, & l'on tirera HR, qui sera l'axe du Cadran horizontal.

Le point K sera le centre du Cadran équinoctial; mais au lieu du point K, on se servira du centre E.

Exemple.

Si l'élevation du pole étoit de 55 degrez, faites l'arc EK de 55 degrez; au point K élevez la perpendiculaire VKA, qui coupera la méridienne & l'équinoctiale: V sera le centre du Cadran vertical, & A le centre du Cadran horizontal, &c.

Plan-
che 2 *
Fig 4.

PROBLEME III.

Construire les mêmes Cadrans par une seule ouverture de Compas.

Menez par un point C deux lignes SM, 75 perpendiculaires l'une à l'autre; de ce même point C, décrivez le cercle ETOP, de quelque ouverture de Compas que ce soit; puis l'ouverture de Compas étant la même, portez une pointe sur O, & l'autre sur Q; de Q détournez au point 4, & de 4 par deux tours sur 5; de 5 revenez par quatre tours sur 11.

Plan-
che 2 *
Fig 3.

Mettez encore le Compas sur O & sur N; de N détournez sur 8, & de 8 par deux tours sur 7; de 7 revenez par quatre tours sur 1. Ensuite vous tirerez les lignes EN, EQ, qui donneront sur la ligne 75, 2 heures & 10 heures, & le Cadran sera fait. Le centre de ces Cadrans se trouvera, comme on a dit dans le Problème précédent.

Ainsi.

REMARQUE.

Plan-
che 2 *
Fig. 3.

Si vous ne voulez pas mener perpendiculairement les deux lignes SM, 75, tirez seulement la ligne VH, & faites le cercle ETOP : divisez ce cercle en six parties égales aux points O, Q, G, E, F, N. Du point Q faites l'arc 4 de la même ouverture de Compas, & du point G vous couperez cet arc ; puis faisant de même des points F & N, vous aurez le point 8. Enfin par ces deux intersections 4, 8, vous menerez la ligne RA, qui sera perpendiculaire à la ligne VH.

PROBLEME IV.

Décrire un Cadran horizontal par le moyen d'une Ellipse, sans avoir besoin de trouver les points horaires sur la ligne équinoctiale.

DE quelque méthode qu'on se serve pour décrire un Cadran horizontal, on tombera toujours dans un inconvenient, qui est, qu'on ne peut tirer avec justesse les lignes horaires qui sont proche la ligne de 6 heures, à cause qu'elles coupent l'équinoctiale en des points très-éloignez. La pratique que l'on va enseigner paroît la meilleure de toutes. Voici ce qu'il faut faire.

Plan-
che 3 *
Fig. 5.

Tracez sur un plan horizontal la méridienne AB, & la ligne de 6 heures DE, qui se coupent à angles droits en C, qui est le centre du Cadran, la ligne de l'axe CH, faisant avec la méridienne AB l'angle GCH de 49 degrez, & la ligne IH perpendiculaire sur CH, qui donne le point I sur la méridienne, par lequel l'équinoctiale doit passer

PROBLÈMES DE GNOMONIQUE. 9

perpendiculairement, qu'il n'est pas nécessaire de décrire, lorsque la ligne CI a une longueur considérable; ce qui arrivera toutes les fois que le point H pris sur l'axe, est assez éloigné du centre C du Cadran, ou que le stile GH a été donné ou pris d'une bonne grandeur. Décrivez du centre C deux cercles, l'un avec le rayon CI , & l'autre avec le rayon HI , qui seront divisez chacun en quatre arcs égaux par la méridienne AB , & par la ligne de 6 heures DE .

Mais si le point I se trouve trop proche du centre du Cadran, comme dans cette Figure, pour avoir pris le stile GH trop petit, ou bien pour avoir pris le point H trop proche du même centre; prenez à volonté dans l'axe prolongé CH un point F , le plus éloigné que vous pourrez du centre C , afin que le Cadran en soit plus juste, & menez FB perpendiculaire à l'axe: puis décrivez du centre C deux cercles, l'un comme $ADBE$, avec le rayon CB , & l'autre comme $NPMQ$, avec le rayon CM , égal à la perpendiculaire FB , qui seront divisez chacun en quatre quarts égaux par la méridienne AB , & par la ligne de 6 heures DE .

Divisez chacun de ces quarts de cercles en six arcs égaux, comme ceux du cercle extérieur $ADBE$ aux points O, O, O , & ceux du cercle intérieur $NPMQ$ aux points R, R, R ; mais les divisions du cercle extérieur suffisent pour avoir celles de l'intérieur, que l'on trouve en tirant des lignes droites du centre du Cadran par les divisions du cercle extérieur, qui donneront celles de l'intérieur.

Il faut ensuite joindre tous les points O, O par des lignes qui seront parallèles entr'elles, & à la

10 RECREAT. MATHÉM. ET PHYS.

ligne de 6 heures DE, & qui par conséquent seront toutes perpendiculaires à la méridienne AB. Il en est de même des points R, R, que l'on joint par des lignes parallèles entr'elles & à la méridienne AB, qui sont toutes perpendiculaires sur la ligne de 6 heures DE. Ces dernières parallèles couperont les premières dans les points S, S, S, qui seront tous dans la circonférence d'une Ellipse, dont le grand axe est le diamètre AB du grand cercle extérieur, & le petit axe est le diamètre NM du petit cercle intérieur. Il ne reste présentement qu'à tirer des lignes droites du centre C du Cadran par tous les points de l'Ellipse S, S : ce seront les lignes horaires qu'il falloit décrire sur le Cadran horizontal, dont l'axe du monde est CF, que l'on dresse perpendiculairement sur la méridienne AB du plan horizontal.

R E M A R Q U E S.

I.

On vient de décrire un Cadran horizontal ; mais on peut décrire le vertical en faisant l'angle ICH de 41 degrez.

II.

Le grand axe AB, & le petit axe NM de l'ovale étant donnez, on peut décrire l'ovale selon la méthode qu'on a enseigné dans le Problème XLVI. de Géométrie, Tom. I. pag. 329.

III.

Il n'est pas nécessaire de marquer sur le Cadran les points des heures marquées au-dessus de la courbe 8, 4.

IV.

On marquera les heures entre la circonférence du grand cercle , & une autre qu'on décrira au-delà à volonté.

V.

Il est inutile d'avertir qu'on fera l'angle ICH pour telle élévation de pôle qu'on voudra.

PROBLEME V.

Tracer un Cadran équinoctial.

D'Un point C comme centre , décrivez un Plan-cercle AEDB ; menez les deux diamètres che 4.^{re} AD , EB , qui se coupent à angles droits au cen- Fig. 6.
tre C : divisez ensuite chaque quart de cercle en six parties égales , & menez les rayons C₁ , C₂ , C₃ , & les autres que vous voyez dans la Figure. Ces rayons seront les lignes qui marqueront les heures par le moyen d'un stile qu'on plantera à plomb sur le plan du Cadran , qui sera placé dans le plan de l'Equateur. La ligne AD doit concourir avec le plan de la méridienne , & le point A doit être tourné du côté du midi.

REMARQUES.

I.

Ce Cadran équinoctial étant placé , si les lignes horaires regardent le ciel , il est appelé *supérieur* ; mais si elles regardent la terre , il est nommé *inférieur*.

II.

Le Cadran équinoctial supérieur ne montre les

RECREAT. MATH. ET PHYS.

heures du jour que dans le Printems & l'Esté ; & le Cadran inférieur ne les montre que pendant l'Automne & l'Hyver : mais dans les Equinoxes , lorsque le Soleil est dans l'Equateur , ou qu'il en est fort près , les Cadrans équinoctiaux ne sont d'aucun usage , puisqu'ils ne sont point éclairés du Soleil.

III.

On sçait qu'à Paris l'élevation du plan de l'Equateur est de 41 degrez , qui est le complement de l'élevation du pole.

IV.

Plan-
che 4. *
Fig. 7.

D'où l'on voit qu'il est aisé de construire un Cadran équinoctial universel , que l'on ajustera à telle elevation de pole que l'on voudra. Il ne faut que joindre deux pièces d'yvoire ou de cuivre ABCD, & CDEF, qui s'ouvriront à discrétion par une charniere mise en CD , décrire sur les deux surfaces de la pièce ABCD deux Cadrans équinoctiaux , dont l'un sera supérieur sur la surface supérieure , & l'autre inférieur sur la surface inférieure , & mettre un stile qui traversera à plomb par le centre I la pièce ABCD. On ménagera au milieu G de la pièce CDEF une petite boete pour y placer une aiguille aimantée , que l'on couvrira d'un verre : on attachera à cette même pièce un quart de cercle HL divisé en degrez , que l'on fera passer par une ouverture faite en H dans la pièce ABCD. Les degrez & minutes doivent commencer à se compter en L.

Quand on voudra se servir de ce Cadran pour quelque lieu que ce soit , on mettra l'aiguille aimantée dans la méridienne , ayant pourtant égard à sa déclinaison dans ce lieu , & l'on fera faire

fig. 6.

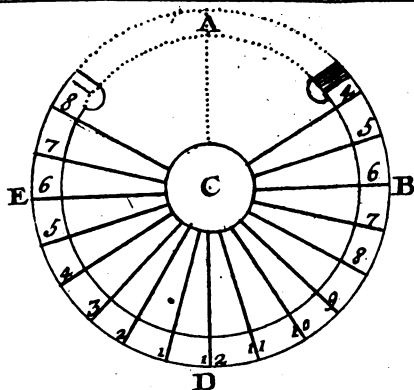


fig. 7.

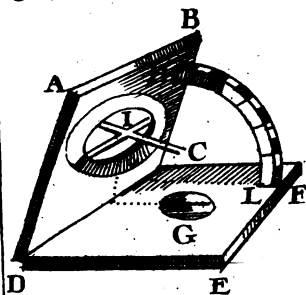
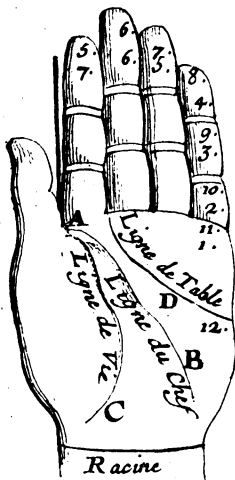


fig. 8.



PROBLÈMES DE GNOMONIQUE. 13
aux deux pièces ABCD, & CDEF un angle BCF, qui soit égal à l'élevation de l'Equateur du lieu où l'on se trouve. On observera de tourner le quart de cercle du côté du Midi. L'un & l'autre des Cadrans équinoctiaux montrera l'heure de ce lieu.

PROBLEME VI.

Tracer un Cadran sur quelque plan vertical que ce soit sans Bouffole pendant la nuit, avec une bougie.

Après avoir échafaudé, s'il est nécessaire, tracez une méridienne sur une table, de la manière qu'on l'a enseigné dans le Problème premier. Posez le long de cette méridienne un Cadran horizontal, qu'il est aisé de faire. Ajustez le long de l'axe un fil ou ficelle, qui étant tendue, aille rencontrer le plan sur lequel on a proposé de construire le Cadran. Le point où la ficelle rencontrera le plan, sera l'endroit où il faudra mettre l'axe, de manière qu'il soit en ligne droite avec la ficelle, ou plutôt qu'il ne fasse qu'une ligne avec elle. La méridienne se tracera en laissant tomber un plomb du centre du Cadran.*

Pour tracer les lignes des autres heures, comme celle d'une heure, par exemple, ayant arrêté la ficelle, suivant l'axe des deux Cadrans, servez-vous d'une bougie, avec laquelle vous ferez en sorte que l'ombre de l'axe du Cadran horizontal tombe sur la ligne d'une heure de ce Cadran. La ficelle jettera une ombre sur le plan vertical. Vous prendrez un point sur

* Le centre du Cadran est le point où l'axe est planté dans le plan du Cadran, lorsque l'axe rencontre ce plan.

14 RECREAT. MATHÉM. ET PHYS.

cette ombre. Par ce point & par le centre du Cadran, vous menerez une ligne droite, qui marquera la ligne d'une heure sur le plan vertical. Vous ferez la même chose pour les autres heures, & vous aurez un Cadran exactement tracé sans l'embarras qu'on a ordinairement.

R E M A R Q U E S.

I.

Si vous le voulez tracer pendant le jour, il faut attendre que le Soleil luisse, & vous servir d'un Mirbir avec lequel vous ferez la même chose que vous avez fait avec la bougie.

I I.

Si le plan vertical étoit tellement situé, que la ficelle ne pût le rencontrer, alors vous attacherez au plan deux soutiens, pour arrêter une verge de fer, qui fera une même ligne avec la ficelle, & vous opérerez le reste de la même manière qu'on vient de dire.

I I I.

Comme le Cadran équinoctial est le plus aisé de tous à construire, on pourra s'en servir utilement à tracer toutes sortes de Cadrans par le moyen de son stile, qu'on prolongera autant qu'on le jugera à propos.

P R O B L E M E V I I.

Connoître l'heure qu'il est par le moyen de la main gauche.

Quoique cette manière ne soit point précise; elle peut néanmoins être de quelque utilité, lorsqu'on se trouve à la campagne, ou qu'on est en voyage.

PROBLEMES DE GNOMONIQUE: 15

Il faut d'abord étendre la main gauche, & la planter posée horizontalement, en sorte que le dedans soit cherché 4^e tourné vers le ciel; puis on prendra un brin de paille ou de bois, qu'on placera à angles droits à la jointure entre le pouce & le doigt indice, & qu'on tiendra élevé au-dessus de la main de la longueur qui est depuis cette jointure jusqu'à l'extrémité du doigt indice, comme on le voit représenté dans la Figure en A: ce brin de paille sert de stile. Ensuite on tournera la racine du pouce vers le Soleil, la main étant toujours étendue, jusqu'à ce que l'ombre du muscle qui est au dessous du pouce, se termine à la ligne de vie marquée C. Alors l'extrémité de l'ombre du brin de paille montrera l'heure, en tournant le poignet ou la racine de la main vers le Soleil, & tenant les doigts également étendus. L'ombre tombant au bout du doigt indice marquera 5 heures du matin, ou 7 heures du soir: au bout du doigt du milieu, 6 heures du matin & du soir: au bout du doigt suivant, 7 heures du matin & 5 heures du soir: au bout du petit doigt, 8 heures avant midi & 4 heures du soir: à la jointure prochaine du même petit doigt, 9 heures du matin & 3 heures après midi: à la jointure suivante du petit doigt, 10 heures avant midi & 2 heures après midi: à la racine du même doigt, 11 heures du matin & 1 heure après midi: enfin l'ombre tombant sur la ligne de la main marquée D, dite *ligne de la table*, marquera 12 heures, ou midi.

PROBLEME VIII.

Décrire dans un parterre un Cadran horizontal avec des herbes.

ON peut décrire par les méthodes ordinaires un Cadran horizontal dans un parterre, en

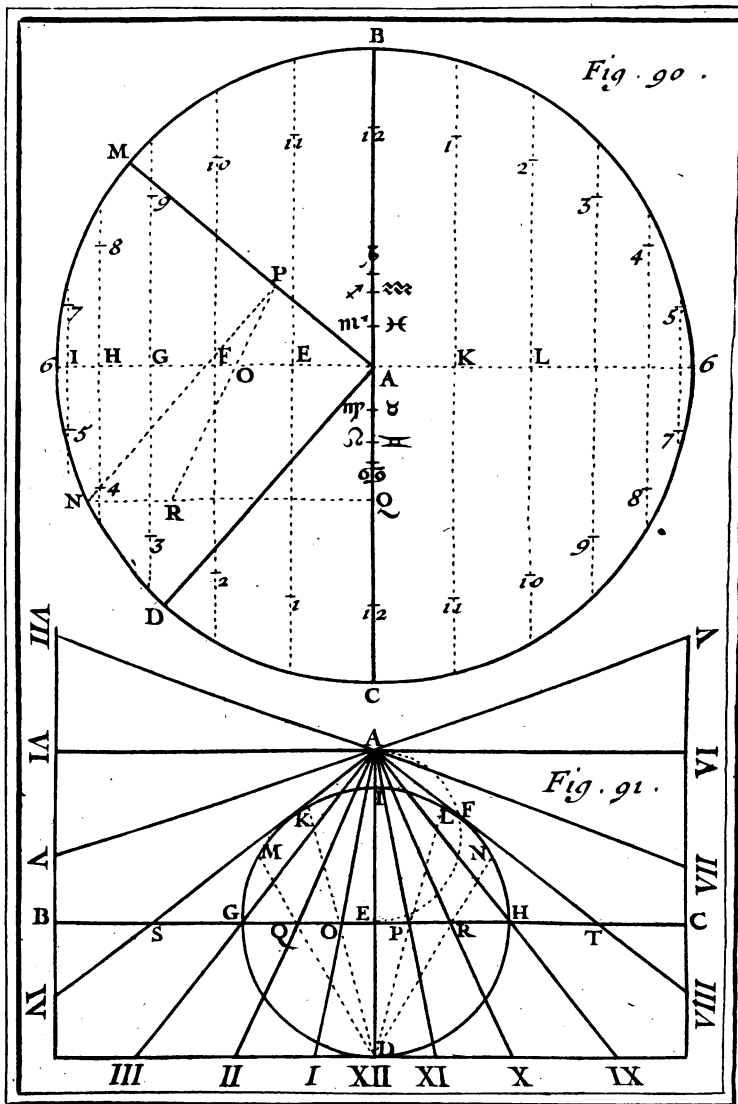
marquant les lignes des heures avec du buis ; ou autrement , & en faisant servir de stile quelque arbre planté bien droit sur la ligne méridienne , qui par l'extrémité de son ombre marquera les heures au Soleil , comme dans les Cadrans ordinaires qui se font sur les murailles. Mais au lieu d'un arbre , une personne pourra se servir de sa propre hauteur pour stile , en se plaçant bien droit au pied du stile , qui doit avoir été marqué sur la méridienne conformément à cette hauteur ; ce qui sera facile à celui qui entendra la Gnomonique.

On peut aussi tracer un semblable Cadran par le moyen d'une table des hauteurs du Soleil , ou bien par le moyen d'une table des verticaux du Soleil , comme nous avons enseigné dans notre Gnomonique ; ou bien encore de cette sorte.

Plan-
che 27.
Fig. 90.

Ayant tiré par le point A , pris à discrétion sur le plan horizontal , la ligne méridienne BC , & ayant décrit à volonté du même point A , le cercle 6B6C , divisez sa circonférence en 24 parties égales , ou de 15 degrez en 15 degrez , pour les 24 heures du jour naturel , en commençant depuis la méridienne BC. Joignez les deux points opposez & également éloignez de la méridienne BC , par des lignes droites , qui seront paralleles ent'elles & à la méridienne BC , ou perpendiculaires au diamètre 6 , 6 , qui détermine sur le cercle les points de 6 heures du matin , & de 6 heures du soir.

On marquera sur chacune de ces lignes paralleles les points des heures qui se trouveront sur la circonférence d'une Ellipse , en cette sorte. Ayant fait au centre A , avec la ligne A6 l'angle 6AD égal à l'élevation du pole , qui est de 49 degrez à Paris , portez la distance perpendiculaire du point 6 à la ligne AD , sur la méridienne BC , de part & d'autre



Berey fecit—To. II. Pl. 7

depuis le centre A , aux points 12 , 12 ; la distance perpendiculaire du point I , à la même ligne AD , sur chacune des deux parallèles , les plus proches de la ligne BC , depuis E & K , de part & d'autre aux points 1 , 11 ; la distance perpendiculaire du point H , à la même ligne AD , sur chacune des deux parallèles suivantes , également éloignées & plus proches des deux précédentes , depuis F , & L , de part & d'autre , aux points 2 , 10 , & ainsi des autres.

Plan:
che 17:
Fig. 90.

Il faut ensuite marquer le commencement de chaque Signe du Zodiaque , qui répond environ au 20. jour de chaque mois , deçà & delà depuis le centre A , qui représente le commencement de γ , & de α , sur la ligne meridienne BC , en cette sorte.

Ayant fait au centre A , avec la meridienne AB , l'angle BAM égal à l'élevation du pole , par la ligne AM perpendiculaire à la ligne AD , & ayant pris l'arc DN égal à la déclinaison du Signe que vous voulez marquer , comme de 23 degrez & demi pour σ , & τ , de 20 degrez & un quart pour μ , ν , & pour ϵ , ζ , & de 11 degrez & demi pour δ , η , & pour χ , θ ; tirez par le point N , la ligne NP , parallèle à la ligne AD , & la ligne NQ parallèle à la ligne A6. Portez la partie A12 de P sur la ligne NQ en R ; de sorte que la ligne PR soit égale à la partie A12 , ou à la distance perpendiculaire du point 6 , à la ligne AD. La partie OP terminée par les deux lignes A6 , AM , sera la distance du Signe proposé depuis le centre A , qui représente les deux points équinoctiaux.

Ce Cadran étant ainsi décrit avec ses ornemens , on pourra connoître les heures aux rayons du So-

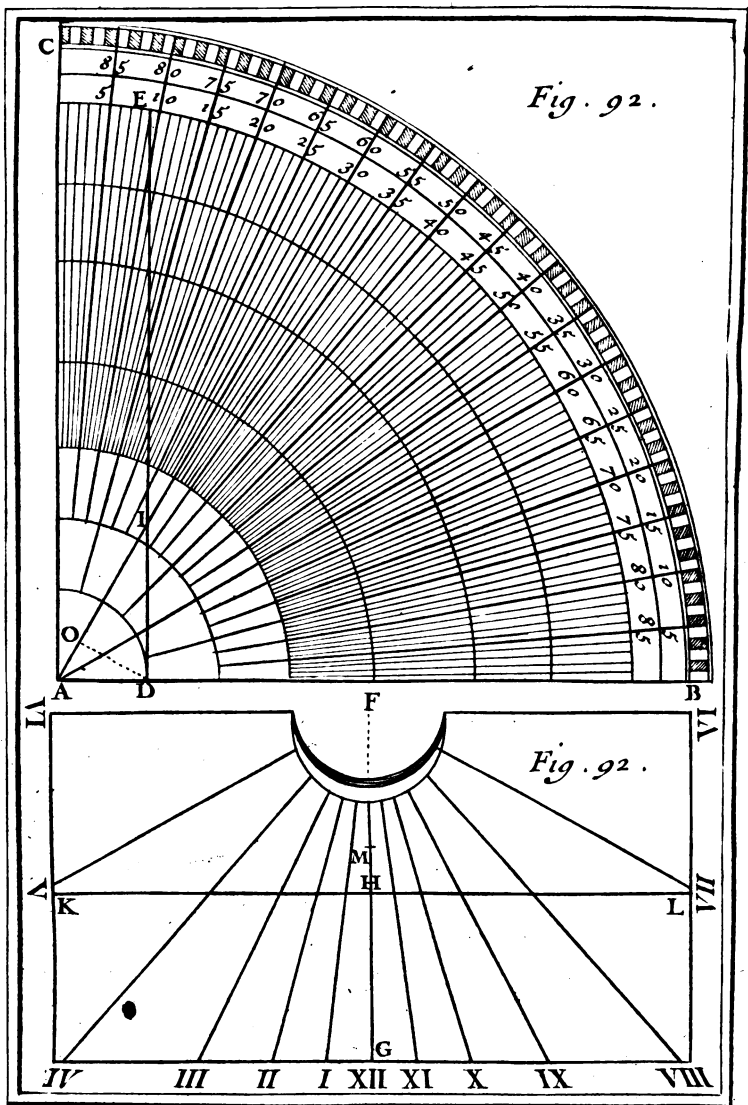
leil , comme dans les précédens , pourvû qu'on se place environ au degré du Signe courant du Soleil , avec cette différence , qu'au lieu que dans l'horisontal le stile ne peut être que d'une certaine grandeur , ici il peut être de telle grandeur que l'on voudra. Il est bon même de le faire un peu long , parce que s'il étoit bien petit , son ombre pourroit en Esté devenir si petite , qu'elle ne parviendroit pas aux points horaires marquez sur les paralleles , & ne pourroit par conséquent faire connoître les heures. Ainsi quand on voudra se servir de sa propre hauteur pour connoître les heures dans un semblable Cadran , il ne faudra pas décrire du centre A un cercle d'une grandeur énorme , de peur que les points des heures ne s'éloignent trop de ce centre.

PROBLEME IX.

Décrire un Cadran horisontal , dont on a le centre & la ligne équinoctiale.

Plan.
che 27.
Fig. 91.

SI le centre donné est A , & la ligne équinoctiale BC , tirez à cette ligne BC , par le centre A la perpendiculaire AD , qui sera la ligne meridienne. Ayant décrit autour de la ligne AE le demi-cercle AFE , prenez l'arc EF , égal au double de l'élevation du pole , comme de 98 degrez à Paris , où le pole est élevé sur l'horison à peu près de 49 degrez. Décrivez du point E par le point F , une circonférence de cercle , qui donnera sur l'équinoctiale BC , les points G , H , de 3 & de 9 heures , & sur la meridienne AD , les deux points I , D , dont chacun peut être pris pour le centre diviseur de l'équinoctiale BC , sur laquelle on marquera



Berey fecit: To. II. Pl. 8

les points des autres heures en cette sorte.

Portez la même ouverture de compas EF sur la circonférence du cercle décrit du centre E, de G & H, aux points K, L, & de I, de part & d'autre, aux points M, N. Tirez du point D, par les points K, L, M, N, des lignes droites, qui donneront sur l'équinoctiale BC, les points O, P, Q, R, de 1, 11, 2, & 10 heures. Si vous portez la même ouverture de compas EF, de M, & N, sur l'équinoctiale BC, aux points S, T, vous aurez en S le point de 4 heures, & en T le point de 8 heures. Enfin si vous portez la même ouverture de compas EF, deux fois à droit & à gauche, des points S, T, sur la même ligne équinoctiale BC, vous aurez les points de 5 & de 7 heures, qui se rencontreront ici au dehors du plan du Cadran, &c.

PROBLÈME X.

Décrire un Cadran horizontal par le moyen d'un quart de cercle.

JE suppose que le quart de cercle est divisé en plans ses 90 degrez, comme ABC, au dedans duquel il faudra tirer la ligne DE perpendiculaire au demi-diamètre AB, ou parallèle à l'autre demi-diamètre AC, plus ou moins éloignée du centre A du quart de cercle, selon que l'on voudra faire un Cadran plus grand ou plus petit. Cette ligne DE sera divisée inégalement par les lignes droites tirées du centre A de 15 en 15 degrez, en des points qui représenteront les points horaires de la ligne équinoctiale du Cadran horizontal, que l'on décrira en cette sorte.

B ij

Plan-
che 28.
Fig. 92.

Ayant tiré sur le plan horizontal la ligne meridienne FG, & y ayant pris à volonté le point F pour le centre du Cadran, prenez depuis ce centre sur la meridienne FG, la partie FH égale à la partie AI, terminée par la ligne DE sur la ligne de l'élevation du pôle, que nous avons ici supposée de 30 degrez, en la comptant depuis C. Menez par le point H la ligne KL perpendiculaire à la meridienne FG; cette ligne KL sera prise pour la ligne équinoctiale, sur laquelle on transportera depuis H, de part & d'autre, les divisions de la ligne DE, en les prenant depuis D, pour avoir les points des heures, par lesquels on tirera du centre F les lignes horaires, &c.

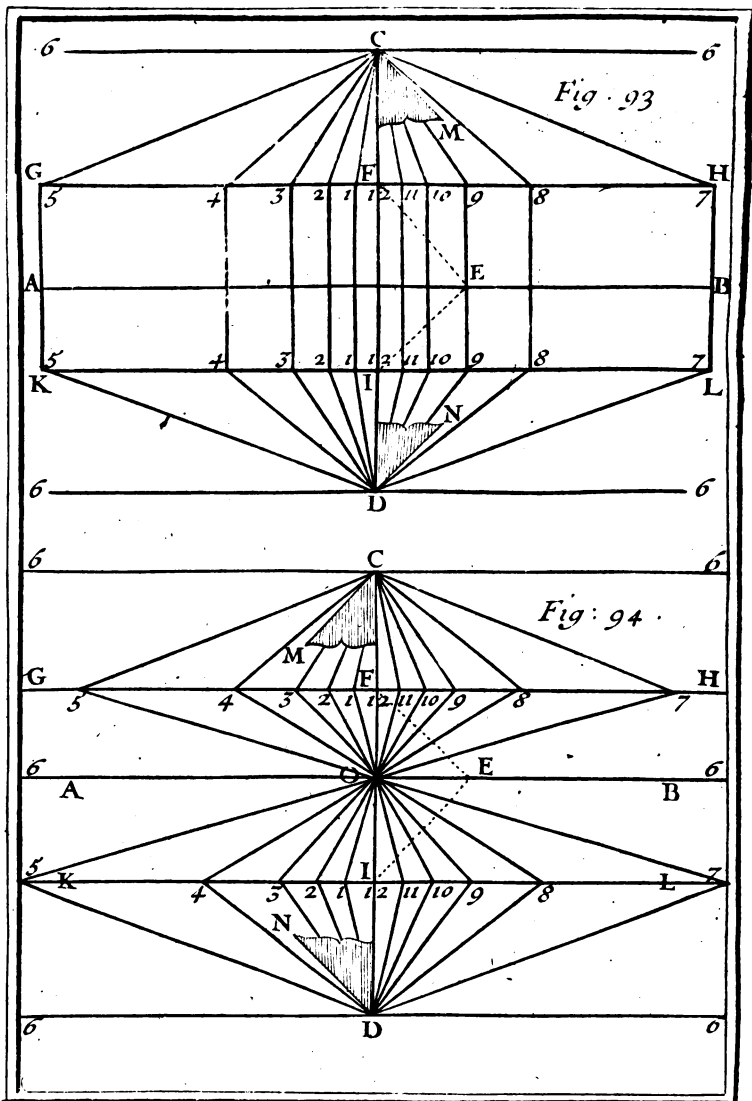
Si vous voulez trouver le pied & la longueur du stile, tirez dans le quart de cercle du point D, qui represente le bout du stile, la ligne DO perpendiculaire à la ligne AI de l'élevation du pôle, qui represente la ligne meridienne du Cadran horizontal, & faites HM égale à AO, ou FM, égale à IO, pour avoir en M le pied du stile, dont la longueur est égale à la perpendiculaire DO, parce que le point I represente le centre du Cadran, comme il est évident à ceux qui entendent la Gnomonique.

PROBLEME XI.

Décrire un Cadran horizontal, & un Cadran vertical meridional, par le moyen d'un Cadran Polaire.

Plan-
che 29.
Fig. 93.

SI le Cadran polaire est supposé dans un plan parallele au cercle de six heures, en sorte que la ligne équinoctiale AB soit perpendiculaire à la



To. II. Pl. 9.

ligne meridienne CD, & à toutes les autres lignes horaires, qui sont paralleles entr'elles, & à la meridienne; faites au point E de 9 heures sur l'équinoctiale, avec la même équinoctiale AE, l'angle AEF égal au complément de l'élevation du pole. Par le point F, où la ligne EF coupe la meridienne CD, tirez à cette meridienne CD, la perpendiculaire GH, qui se trouvera coupée par les lignes horaires du Cadran polaire en des points, par où vous tirerez au centre C les lignes horaires du Cadran horifontal. On trouvera ce centre C, sur la meridienne CD, en prenant la ligne FC égale à la ligne EF.

Si par le même point E vous tirez la ligne EI, perpendiculaire à la ligne EF, ou, ce qui est la même chose, si au point E on fait l'angle AEI égal à la hauteur du pole sur l'horifon, & que par le point I, où la ligne EI coupe la meridienne CD, on tire la ligne KL perpendiculaire à la meridienne, ou parallele à l'équinoctiale, cette ligne KL, qui represente le premier vertical, sera coupée par les lignes horaires du Cadran polaire en des points, par où l'on tirera au centre D les lignes horaires du Cadran vertical meridional. Ce centre D se trouvera sur la meridienne CD, en faisant la ligne ID égale à la ligne IE.

R E M A R Q U E.

L'axe CM du Cadran horifontal est parallele à la ligne EF, & l'axe DN du Cadran vertical est parallele à la ligne EI.



PROBLEME XII.

Décrire un Cadran horifontal , & un Cadran vertical meridional , par le moyen d'un Cadran équinoctial.

Plan-
che 19.
Fig. 94.

S I le Cadran équinoctial est supposé décrit sur un plan parallèle à l'Equateur , en sorte que la ligne de six heures AB soit perpendiculaire à la ligne meridienne CD , faites au point E pris à discrétion sur la ligne de six heures AB , l'angle AEF égal à l'élevation du pole. Par le point F , où la ligne EF coupe la meridienne CD , tirez à cette meridienne CD , la perpendiculaire GH , qui se trouvera coupée par les lignes horaires du Cadran équinoctial , en des points , par où vous tirerez les lignes horaires du Cadran horifontal de son centre C , que vous trouverez en portant la ligne EF sur la meridienne CD , de F en C.

Pour le Cadran vertical , il faut tirer par le même point E , la ligne EI perpendiculaire à la ligne EF , ou bien , ce qui est la même chose , il faut faire au point E l'angle AEI , égal au complément de la hauteur du pole sur l'horifon. Par le point I , où la ligne EI coupe la meridienne CD , tirez à la ligne de six heures AB , la parallèle KL , qui se trouvera coupée par les lignes horaires du Cadran équinoctial , qui partent du centre O , en des points , par où l'on tirera les lignes horaires du Cadran vertical de son centre D , qu'on trouvera en portant sur la meridienne CD la longueur de la ligne EI , de I en D.

R E M A R Q U E.

L'axe CM du Cadran horifontal est parallèle à

la ligne EI , & l'axe DN du Cadran vertical , est
parallele à la ligne EF.

PROBLEME XIII.

*Décrire un Cadran vertical sur un quarré de
vitre , où l'on puisse connoître les heures aux
rayons du Soleil , sans aucun stile.*

JE fis autrefois un Cadran vertical déclinant
sur un quarré de vitre d'une fenêtre , où
l'on pouvoit sans aucun stile connoître facilement
les heures au Soleil. Je m'y pris de cette sorte.

Je détachai un quarré de vitre , qui étoit colé
en dehors contre le châssis de la fenêtre : j'y traçai
un Cadran vertical , selon la déclinaison de la fe-
nêtre , & la hauteur du pôle sur l'horison , ayant
pris pour longueur du stile l'épaisseur du châssis de
la même fenêtre. Je fis ensuite recoler ce quarré
de vitre en dedans contre le châssis , ayant donné
à la ligne meridienne une situation perpendiculaire
à l'horison , telle qu'elle doit être dans les Cadrans
verticaux. Je fis coler en dehors contre le même
châssis , vis-à-vis du Cadran , un papier fort , qui
n'étoit point huilé , afin que les rayons du Soleil
le pénétrant moins , la surface du Cadran en
fût plus obscure. Et pour pouvoir connoître
les heures au Soleil sans l'ombre d'un stile , je fis
un petit trou avec une épingle dans le papier ,
vis-à-vis le pied du stile , que j'avois marqué dans
le Cadran. Le trou représentant le bout du stile ,
& les rayons du Soleil passant au travers , fai-
soient sur la vitre une petite lumière , qui mon-
troit agréablement les heures dans l'obscurité du
Cadran.

PROBLEME XIV.

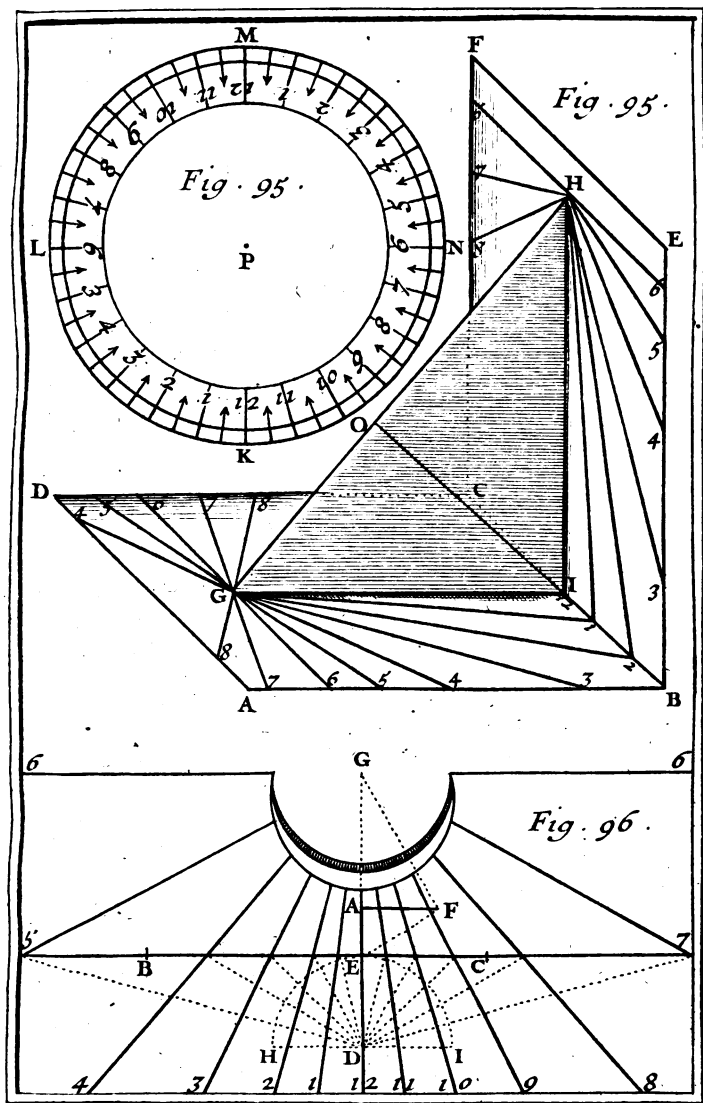
*Décrire trois Cadrons sur trois plans différens , où
l'on pourra connoître les heures au Soleil par
l'ombre d'un seul axe.*

Plan-
che 30.
Fig. 95.

PRéparez deux plans rectangulaires ABCD , BEFC , d'une largeur égale BC. Joignez-les ensemble selon cette ligne BC , qui représentera leur commune section , en sorte qu'ils fassent un angle droit ; ce qui fera que l'un , comme ABCD , étant pris pour un plan horizontal , l'autre BEFC sera pris pour un plan vertical.

Cette préparation étant faite , ou plutôt avant que de joindre ensemble ces deux plans , divisez leur commune largeur BC en deux également au point I , & tirez par ce point I , dans le plan ABCD , la ligne GI perpendiculaire à la ligne BC , & dans le plan BEFC , la ligne HI perpendiculaire à la même ligne BC. Chacune des deux lignes HI , GI , sera prise pour la meridiennne de son plan.

Si on prend le plan ABCD pour horizontal , on y fera un Cadran horizontal , dont le centre G sera pris à volonté sur la meridiennne GI : & sur l'autre plan BEFC , on fera un Cadran vertical meridional , dont le centre H se trouvera sur la meridiennne HI , par le moyen du Triangle rectangle GIH , dont l'angle IGH doit être égal à l'élevation du pôle. Ce Triangle GIH rectangle en I , doit être d'une matière forte , pour pouvoir être appliquée contre ces deux plans , & les maintenir dans l'angle droit , comme vous voyez dans la Figure. Alors l'hypoténuse GH servira d'axe pour le Ca-



dran horizontal du plan ABCD, & pour le vertical du plan BEFC.

Plan-
che 30.
Fig. 95.

Ces deux plans ABCD, BEFC, étant ainsi attachés & arrêtés par le troisième plan triangulaire GIH, tirez dans ce troisième plan GIH, du sommet I de son angle droit, la ligne IO perpendiculaire à l'axe GH, & vous servant de cette ligne IO comme de rayon, faites un quatrième plan coupé en rond KLMN, dont le demi-diamètre soit égal à la ligne IO, & la circonférence KLMN soit divisée en 24 parties égales, pour y faire un Cadran équinoctial, tant le supérieur que l'inférieur, en sorte que les lignes horaires de l'un répondent aux lignes horaires de l'autre.

Ce Plan KLMN doit être coupé en dedans comme un cercle de Sphere, & il doit être fendu le long de la meridienne, afin qu'il puisse s'ajuster par cette fente au plan triangulaire GIH, selon la ligne IO, en sorte que le point K de midi touche le point I. En ce cas l'axe GH passera par le centre P du Cadran équinoctial, & sera perpendiculaire à son plan; ce qui fait qu'il sera aussi l'axe de ce Cadran, dont le plan étant tourné droit au Midi, en sorte que le centre G regarde directement le Midi, sera parallèle à l'Equateur; & alors l'ombre de cet axe commun GH montrera les heures aux rayons du Soleil sur chacun de ces trois Cadrans, excepté au temps des Equinoxes, où il ne montrera les heures que dans le Cadran horizontal & dans le vertical.

Pour tourner le centre G du Cadran horizontal directement au Midi, en sorte que la ligne meridienne de chacun de ces trois Cadrans soit dans le plan du Meridien, & que l'axe GH convienne avec l'axe du Monde, on se servira d'une Bouffo-

* 1722. le, où la déclinaison de l'Aimant soit marquée ; laquelle est présentement à Paris * d'environ 13 degrez Nord-Ouest. Ou bien on marquera les points du commencement de chaque Signe du Zodiaque, qui répond environ au 20. de chaque mois, sur l'axe GH de part & d'autre depuis le point O, qui représente les points équinoctiaux, ou les commencemens de γ & de α , selon la déclinaison des Signes, en faisant au point I, avec la ligne IO, de côté & d'autre des angles égaux à cette déclinaison. En donnant ainsi au plan ABCD une situation horisontale, & en le tournant jusqu'à ce que l'ombre de la circonférence KLMN tombe sur le degré du Signe courant du Soleil, le centre G se trouvera tourné directement au Midi, & chaque ligne meridienne se trouvera dans le plan du cercle meridiem. Je ne dis pas que les Signes septentrionaux se doivent marquer depuis O vers G, parce que ceux qui entendent la Sphere, savent bien que dans cette Zone que nous habitons, le point G represente le pole septentrional.

P R O B L E M E X V.

Tracer un Cadran sur un plan horisontal par le moyen des deux points d'ombre marquez sur ce plan au temps des Equinoxes.

Plan.
che 30.
Fig. 26.

SI les deux points d'ombre sont B, C, on les joindra par la ligne droite BC, qui representera la ligne équinoctiale. Afin que l'erreur soit moins sensible, il ne faudra pas que les deux points d'ombre B, C, soient beaucoup éloignés entre eux, parce qu'autour des Equinoxes la déclinaison du Soleil change sensiblement, mais ils ne doi-

vent pas aussi être trop proches, parce qu'il est difficile de tirer exactement une ligne droite par deux points extrêmement proches. Plan-
che 30.
Fig. 96.

Ayant ainsi tiré la ligne équinoctiale BC, menez par le pied du stile A la perpendiculaire GD, qui sera la ligne meridienne, sur laquelle on marquera le centre D de l'Equateur, & le centre G du Cadran, en cette sorte. Ayant tiré par le même pied du stile A, la ligne AF perpendiculaire à la ligne meridienne, ou parallèle à la ligne équinoctiale, & égale au stile, joignez le rayon de l'Equateur EF. Portez-en la longueur de E pris sur la meridienne au point D, qui sera le centre de l'Equateur. Si vous tirez au même rayon de l'Equateur EF, par le point F, la perpendiculaire FG, vous aurez en G sur la meridienne le centre du Cadran.

Il ne reste plus qu'à marquer les points horaires sur l'équinoctiale BC, ce qui pourra se faire *par le Probl. IX.* ou bien en cette sorte. Ayant décrit du centre de l'Equateur D, avec une ouverture de compas prise à volonté, le demi-cercle HEI, & ayant divisé sa circonférence en 12 parties égales, ou de 15 degrez en 15 degrez, tirez du même centre D, par les points de division, autant de lignes droites, qui étant prolongées, donneront sur la ligne équinoctiale BC, les points des heures qu'on cherche.

Ou bien plus facilement, portez la longueur du rayon de l'Equateur EF, depuis E, de part & d'autre sur la ligne équinoctiale BC, pour avoir les points de 3 & de 9 heures. Du centre D, & de la distance de ces deux points trouvez de 3 & de 9 heures prise sur l'équinoctiale, faites un arc de cercle, qui coupera l'équinoctiale en deux

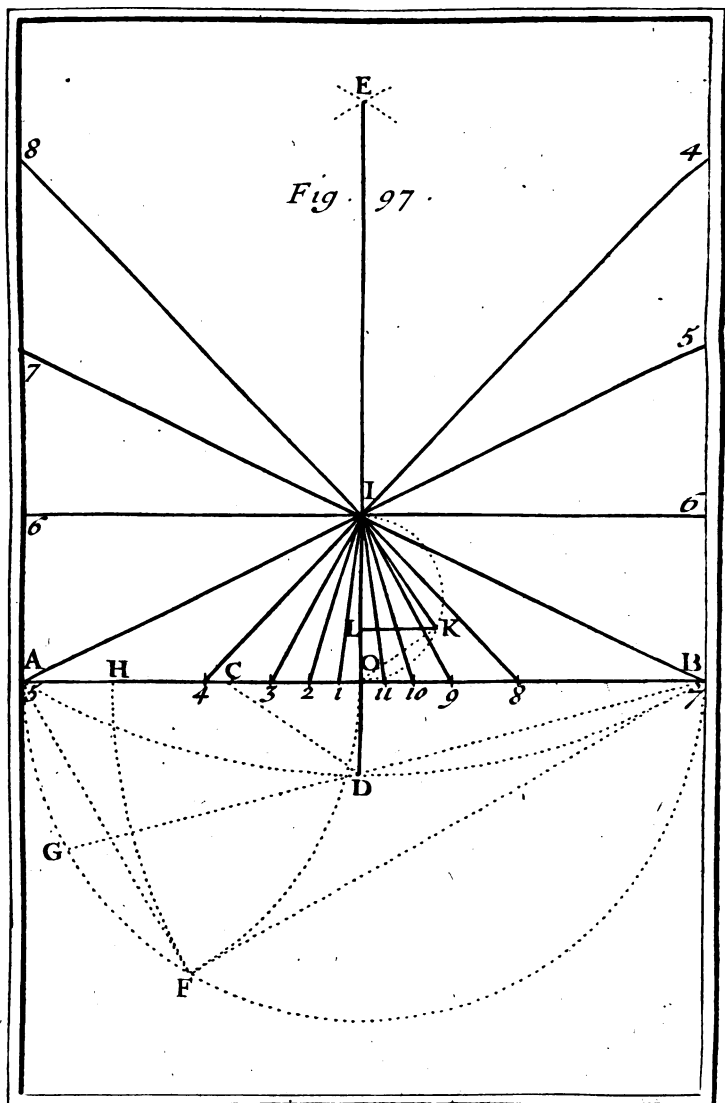
Plan-
che 30.
Fig. 96.

points , qui seront les points de 4 & de 8 heures. De chacun de ces points de 4 & de 8 heures sur l'équinoctiale , portez de côté & d'autre la même distance de 3 & de 9 heures , pour avoir d'une part les points de 5 & de 11 heures , & de l'autre les points de 1 & de 7 heures. De cette manière vous aurez tous les points horaires sur l'équinoctiale , excepté ceux de 2 & de 10 heures , que vous trouverez en divisant en trois parties égales la distance des points de 4 & de 8 heures.

R E M A R Q U E S.

Vous remarquerez que la distance du point E de Midi au point de 4 ou de 8 heures sur la ligne équinoctiale , est la moitié de la distance des points de 1 à 5 heures , ou des points de 11 à 7 heures : que la distance des points de 2 à 9 heures , ou de 10 à 3 heures , est égale à la moitié de la distance du point de 2 à 5 heures , ou du point de 10 à 7 heures : & que par conséquent la distance des points de 2 & de 9 heures , ou de 10 & de 3 heures , est égale au tiers de la distance des points de 5 & de 9 heures , ou de 3 & de 7 heures. D'où il suit qu'on peut trouver autrement qu'auparavant , les points de 2 & de 10 heures , sçavoir , en divisant en trois parties égales la distance des points de 5 & de 9 heures , & la distance des points de 3 & de 7 heures.

Si outre les points horaires de la ligne équinoctiale BC , vous voulez avoir les points des demi-heures , il faut diviser le demi-cercle HEI en deux fois plus de parties égales , c'est-à-dire , en 24 parties égales , & en 48 parties égales , si vous voulez avoir les quart-d'heures , & ainsi de suite. Ou bien



To. II. Pl. II.

PROBLÈMES DE GNOMONIQUE. 29

pour avoir les points des demi-heures, on mettra une des pointes du compas sur les points horaires de la ligne équinoctiale BC, qui sont en nombre impair, sçavoir, sur les points de 1, 11, 3, 9, 5 & 7 heures, & on étendra l'autre pointe jusqu'au centre de l'Equateur D, pour avoir des ouvertures, qui étant portées depuis les mêmes points horaires de part & d'autre sur l'équinoctiale, donneront les points des demi-heures, par le moyen desquels on trouvera de la même façon les points des quart-d'heures, & ainsi de suite.

P R O B L È M E X V I.

Tracer un Cadran sur un plan horizontal, où les points de 5 & de 7 heures sont donnez sur la ligne équinoctiale.

Comme il arrive souvent que les points de 5 & de 7 heures de la ligne équinoctiale se trouvent hors du plan, pour avoir pris un stile trop long par rapport à la largeur du plan; ce qui empêche de marquer ces deux points de 5 & de 7 heures sur la ligne équinoctiale, & d'achever le Cadran: il sera bon de déterminer ces deux points sur l'équinoctiale, comme A, B, dont le milieu O sera le point de midi, & l'on achevera le Cadran en cette sorte.

Ayant tiré par le point de midi O, la ligne meridienne DE perpendiculaire à l'équinoctiale BC, on trouvera en premier lieu sur cette meridienne DE, le centre de l'Equateur D, & par son moyen le centre du Cadran I, d'où l'on tirera les lignes horaires par les points des heures, qu'on marquera sur la ligne équinoctiale AB, comme il a été en-

Plan-
che 31.
Fig. 97.

Plan
che 31.
Fig. 97.

36 RECREAT. MATHÉM. ET PHYS.

seigné au Problème précédent , par le moyen du centre de l'Equateur D , que nous trouverons ici en trois manières différentes , comme vous allez voir.

Première méthode.

Ayant décrit du point de midi O , par les points A , B , de 5 & de 7 heures , le demi-cercle AFB , & ayant décrit du point A , par le même point O , l'arc de cercle OF , divisez en deux également l'arc AF au point G , & menez la droite BG , qui donnera sur la ligne meridienne DE , le centre de l'Equateur D.

Seconde méthode.

Ayant décrit , comme auparavant , le demi-cercle AFB , & l'arc de cercle OF , décrivez du point B , par le point F , l'arc de cercle FH , & faites la ligne OD égale à la partie AH , pour avoir en D le centre de l'Equateur qu'on cherche.

Troisième méthode.

Décrivez des deux points A , B , de 5 & de 7 heures avec une ouverture de compas égale à la distance AB , deux arcs de cercle , qui se coupent ici sur la meridienne au point E. Décrivez de ce point E , avec la même ouverture de compas l'arc de cercle ADB , qui donnera sur la meridienne DE le centre de l'Equateur D.

Pour trouver le centre du Cadran , faites au centre de l'Equateur l'angle ODC égal au complément de la hauteur du pôle sur l'horison , & portez la longueur de la ligne CD sur la meridienne DE , de O en I. Le point I sera le centre du Cadran , où toutes les lignes horaires iront aboutir.

PROBLEMES DE GNOMONIQUE. 31

Si vous voulez trouver le pied & la longueur du stile, ayant décrit autour de la ligne IO le demi-cercle OKI, portez sur sa circonférence la longueur de la ligne OD, de O en K, & tirez du point K, la ligne KL perpendiculaire au diamètre OI, pour avoir en L le pied du stile, dont la longueur sera la perpendiculaire KL.

Il est évident que la ligne OK est le rayon de l'Equateur, & que la ligne IK représente l'axe du Cadran, de sorte que l'angle LIK est égal à l'élevation du pole.

P R O B L E M E X V I I.

Un Cadran horizontal ou vertical étant donné, trouver pour quelle latitude il a été fait, lorsque l'on connoît la longueur & le pied du stile.

I.

S I le Cadran est horizontal, on tirera par le pied du stile A, la ligne AF égale au stile, & perpendiculaire à la meridiennne, & l'on tirera du centre G du Cadran par le point F, la droite FG, qui représentera l'axe du Cadran, & qui fera avec la meridiennne l'angle FGA égal à la latitude qu'on cherche. Plan 30. Fig. 96.

I I.

On travaillera de la même façon pour un Cadran vertical meridional, ou septentrional, qui ne déclina point; ce que l'on connoîtra lorsque la ligne meridiennne passera par le pied du stile. Alors l'angle que fera l'axe du Cadran avec la meridiennne sera le complement, ou le reste à 90 degrez de l'élevation du pole, pour laquelle le Cadran aura été fait.

III.

Si le Cadran vertical regarde directement l'Orient, ou l'Occident ; en sorte qu'il soit méridien, ce que l'on connoîtra , lorsque les lignes horaires seront parallèles entr'elles , on mesurera l'angle que fait l'une de ces lignes horaires avec la ligne horizontale , ou avec quelque autre ligne parallèle à l'horizontale , & cet angle sera l'élevation du pôle qu'on cherche.

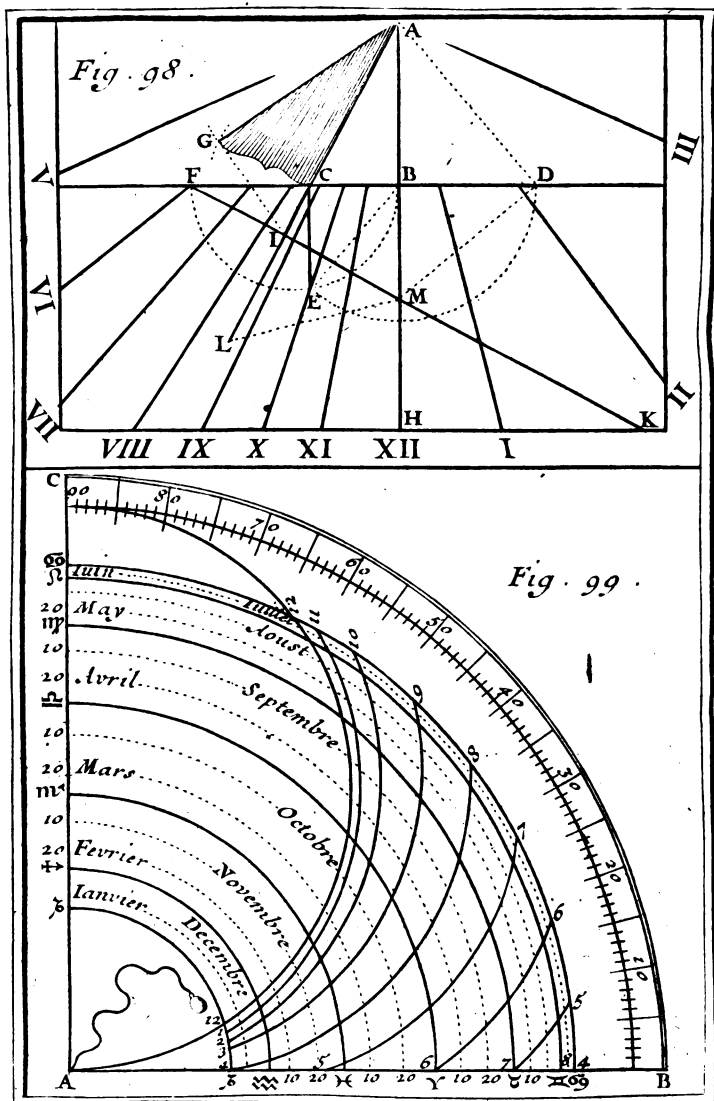
IV.

Plan-
che 31.
Fig. 98.

Si le Cadran vertical est déclinant , ce que l'on connoîtra , lorsque la ligne méridienne ne passera pas par le pied du stile , comme AH , qui ne passe pas par le pied du stile C ; tirez par ce point C , la ligne horizontale FD perpendiculaire à la méridienne AH , qui se tire à plomb dans tous les Cadrans verticaux , & la ligne CE parallèle à la méridienne AH , ou perpendiculaire à l'horizontale FD , & égale au stile. Portez la longueur de l'hypoténuse EB (qu'on peut appeller *Ligne de déclinaison* , parce que l'angle CEB est la déclinaison du plan) sur l'horizontale de B en D. Par ce point D , & par le centre du Cadran A , menez la droite DA , qui fera au point D , avec l'horizontale FD , l'angle BDA , dont la quantité fera connoître la latitude qu'on cherche , c'est-à-dire , l'élevation du pôle sur l'horison , pour laquelle le Cadran a été fait.

REMARQUES.

Si vous voulez sçavoir l'élevation du pôle sur le plan du Cadran , c'est-à-dire , de combien de degrez est élevé le pôle sur l'horison , auquel le plan du



du Cadran est parallele, tirez la soustilaire AC. Plan: che 32. Fig. 98.
 Dupied du stile C, & du rayon CE, décrivez vers G un arc de cercle. Du centre du Cadran A, & du rayon AD décrivez un autre arc, qui coupera le premier en G. Par ce point G, menez au centre A l'axe du Cadran AG, qui fera avec la soustilaire AC, l'angle CAG, égal à la hauteur du pole sur le plan.

Si vous voulez aussi sçavoir la différence des meridiens de l'horison du lieu, & de l'horison du plan, c'est-à-dire, la différence des longitudes entre celle de l'horison, pour lequel le Cadran a été fait; & celle de l'horison parallele au plan du Cadran; prolongez la ligne soustilaire AC vers L. Du point F, section de la ligne de six heures & de l'horizontale, menez à AC la perpendiculaire FK, qui sera la ligne équinoctiale. Portez la longueur du rayon de l'Equateur IG, sous la soustilaire, de I en L, où sera le centre de l'Equateur. Par ce point L, & par le point M, section de la meridienne & de l'équinoctiale, tirez la droite LM, qui fera avec la soustilaire AL, l'angle CLM, dont la quantité fera connoître la différence des longitudes qu'on cherche.

Parce que le centre du Cadran A se trouve ici au-dessus de la ligne horizontale, on connoît, 1.^o que le plan du Cadran décline du Midi; 2.^o qu'il décline à l'Orient, parce que le pied du stile C se trouve entre la ligne meridienne & les lignes des heures du matin, ou avant midi. On connoît aussi qu'au temps des Equinoxes le Cadran ne sera pas éclairé du Soleil à trois heures après midi, parce que la ligne de trois heures étant prolongée, ne coupe point la ligne équinoctiale du côté des heures après midi. Enfin on connoît qu'en tout

Tom. II.

C

34 RECREAT. MATHÉM. ET PHYS.
 temps le plan du Cadran, n'est point éclairé des rayons du Soleil aux heures dont les lignes dans le Cadran, ne coupent point du côté des mêmes heures la ligne horisontale.

PROBLÈME XVIII.

Trouver le pied & la longueur du stile dans un Cadran vertical déclinant.

Plan-
che 32.
Fig. 98.

S'il arrive qu'un Cadran vertical déclinant se trouve décrit sur une muraille sans aucun stile, & sans aucune marque du lieu où il avoit été planté, ou du point où l'on a supposé son pied, quand on a tracé le Cadran, on pourra trouver ce pied, & déterminer la longueur du stile, en cette sorte.

Si ayant prolongé la meridienne AH, on prolonge quelqu'autre ligne horaire, elles se couperont en un point A, qui sera le centre du Cadran. De ce point A menez une ligne indéfinie AD, qui doit faire avec la meridienne AH un angle BAD, égal au complément de l'élevation du pôle. Par quelque point D pris à discrétion sur la ligne AD, menez à la meridienne AH une perpendiculaire DF, qui sera la ligne horisontale.

Cela étant fait, tirez par le point D, à la ligne AD la perpendiculaire DM, qui donnera sur la meridienne AH, le point M. Par ce point M, & par le point F de six heures pris sur l'horisontale, vous tirerez la ligne équinoctiale FK, à laquelle vous menerez du centre A la perpendiculaire AL, qui représentera la ligne soustilaire, & donnera par conséquent sur l'horisontale FD, le pied du stile au point C.

Pour trouver la longueur du stile, tirez de son

On a trouvé C, la ligne indéfinie CE perpendiculaire à l'horizontale FD. Du point B, & du rayon BD, décrivez un arc de cercle, qui déterminera sur la perpendiculaire CE la longueur du style qu'on cherche. Cette ligne CE servira à faire connoître la déclinaison du plan, qui est représentée par l'angle CEB, l'élevation du pôle sur le plan, que l'angle CAG représente, & la différence des longitudes, qui est représentée par l'angle ILM, comme il a été enseigné au Problème précédent.

REMARQUES.

Quand la déclinaison du plan est fort petite, on ne peut avoir le point F de six heures sur l'horizontale, parce qu'il est trop éloigné. Alors ne pouvant mener la ligne équinoctiale FK par le point F, on la menera par le point M, en lui faisant faire avec la meridienne AH, l'angle BMF, qu'on trouvera par le moyen de la déclinaison du plan, & de l'élevation du pôle, en faisant cette Analogie:

Comme le Sinus total.

Au Sinus de la déclinaison du plan;

Ainsi la tangente du complement de l'élevation du pôle,

A la tangente du complement de l'angle qu'on cherche.

Je parle à ceux qui entendent la Trigonométrie, & qui par le moyen de la même déclinaison du plan & de l'élevation du pôle, pourront trouver l'angle de la ligne de six heures avec la meridienne, la différence des longitudes, & l'élevation.

Cij

Plan-
 che 32.
 Fig. 98.

1.

*Comme le Sinus total ,
 Au Sinus de la déclinaison du plan ;
 Ainsi la tangente de l'élevation du pole sur
 l'horison ,
 A la tangente du complement de l'angle de
 la ligne de six heures avec la meridienne.*

2.

*Comme le Sinus total ,
 Au Sinus de la hauteur du pole sur l'horison ;
 Ainsi la tangente du complement de la déclinaison du plan ,
 A la tangente du complement de la différence
 des longitudes.*

3.

*Comme le Sinus total ,
 Au Sinus du complement de la déclinaison du
 plan ;
 Ainsi le Sinus du complement de l'élevation du
 pole sur l'horison ,
 Au Sinus de la hauteur du pole sur le plan.*

Il arrive qu'on ne peut avoir le centre du Cadran , lorsque l'élevation du pole est fort grande , ou que le plan décline beaucoup ; comme on ne peut alors ni connoître la déclinaison du plan , ni déterminer le pied & la longueur du stile par la méthode précédente ; on mesurera l'angle de la ligne de six heures avec l'horizontale. Par le moyen de cet angle , & de l'élevation du pole , on connoitra la déclinaison du plan , en faisant cette Analogie ,

Comme le Sinus total ,

A la tangente du complement de l'élevation Plan-
du pole ; che 31.

Ainsi la tangente de l'angle de la ligne de six Fig. 92.
heures avec l'horizontale ,

Au Sinus de la déclinaison du plan.

La déclinaison du plan ayant été ainsi connue , on décrira autour de la partie FB , terminée par la ligne de six heures , & la meridienne , le demi-cercle FEB. On prendra depuis F , l'arc EF égal au double du complement de la déclinaison du plan , & l'on tirera du point E , à l'horizontale FD , la perpendiculaire EC , qui donnera la longueur du stile , & déterminera son pied au point C.

Si vous voulez tirer par le pied du stile trouvé C , la ligne soustilaire , tirez auparavant la ligne équinoctiale FK , par le point de six heures F , en lui faisant faire à ce point F , avec l'horizontale FD , un angle qu'on trouvera par cette Analogie ,

Comme le Sinus total ,

Au Sinus de la déclinaison du plan ;

Ainsi la tangente du complement de l'élevation
du pole ,

A la tangente de l'angle qu'on cherche.

Si à la ligne équinoctiale FK , on tire par le pied du stile C , la perpendiculaire CL , elle représentera la ligne soustilaire , qu'on pourra aussi tirer , en lui faisant faire au point C , avec l'horizontale FD , un angle , qu'on trouvera par cette Analogie ,

Comme le Sinus total ,

Au Sinus de la déclinaison du plan :

C iij

*Ainsi la tangente du complement de l'élevation
du pole ,*

*A la tangente du complement de l'angle
qu'on cherche.*

Ou bien portez la distance BE sur l'horizontale FD de B en D. Faites au point D , l'angle BDM égal au complement de la hauteur du pole sur l'horizon , pour avoir le point M , sur la meridienne. Par ce point M , & par le point F de six heures , on tirera la ligne équinoctiale FM , à laquelle on menera par le point C la ligne perpendiculaire CL , qui sera la ligne sousilaire qu'on cherche.

PROBLEME XIX.

*Décrire un Cadran portatif dans un quart
de cercle.*

Plan-
che 32.
Fig. 29.

Pour décrire un Cadran portatif dans le quart de cercle ABC , dont le centre est A , & dont la circonference BC est divisée en ses 90 degrez , décrivez autour du demi-diamètre AC , une demi-circonference de cercle , qui sera prise pour la ligne meridienne. Par le moyen de cette meridienne A12C , & de la Table suivante , qui montre la hauteur du Soleil à chaque heure du jour , de 10 degrez en 10 degrez des Signes du Zodiaque , pour la latitude de 49 degrez , telle qu'est à peu près celle de Paris , vous décrirez premièrement les paralleles des Signes , & par leur moyen les autres lignes horaires par des cercles , en cette sorte.

Pour décrire , par exemple , le Tropique de φ , connoissant par la Table suivante , que le Soleil

PROBLEMES DE GNOMONIQUE. 39

étant en 96 , est à midi élevé sur l'horison de 64 degrez & demi, vous appliquerez une regle sur le centre A, & sur le 64 . degré & demi du quart

Table des hauteurs du Soleil.

Heu.	XII.	XI.	X.	IX.	VIII.	VII.	VI.	V.	du M
Sign.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	Sign.
69	64.32	61.56	55.19	46.36	37.1	27.12	17.32	8.22	69
10	64.9	61.33	55.1	46.18	36.44	26.36	7.12	8.4	20
20	63.2	60.31	54.4	45.28	35.39	26.8	16.22	7.12	10
Ω	61.13	58.49	52.54	44.7	34.40	24.51	15.7	5.50	Π
10	58.48	56.30	50.29	42.14	32.54	23.7	13.21	3.57	20
20	55.52	53.42	47.57	39.55	30.42	20.58	11.12	1.40	10
η	52.31	50.30	45.1	37.14	28.10	18.29	8.40		γ
10	48.51	46.58	41.44	34.13	25.19	15.43	5.54		20
20	44.58	43.12	38.15	31.0	22.18	12.48	2.59		10
ϵ	41.0	39.20	34.37	27.28	19.9	9.47			γ
10	37.2	35.26	30.58	24.12	15.58	6.42			20
20	33.9	31.40	27.24	20.55	12.51	3.44			10
η	29.29	28.4	23.58	17.42	9.10	0.54			χ
10	26.8	24.46	20.51	14.45	7.5				20
20	23.12	21.52	18.5	12.12	4.42				10
\rightarrow	20.47	19.30	15.48	10.3	2.42				\approx
10	18.58	17.42	14.6	8.27	1.12				20
20	17.51	16.30	13.3	7.27	0.18				10
ρ	17.29	16.19	12.44	7.8	0.2				ρ
Heu.	XII.	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	du S

de cercle BC, en comptant depuis B vers C. Par le point où la règle coupera la ligne meridienne, vous décrirez du centre A un quart de cercle, qui

Plan-
che 32.
Fig. 99.

représentera le Tropique de \varnothing . Ainsi des autres.

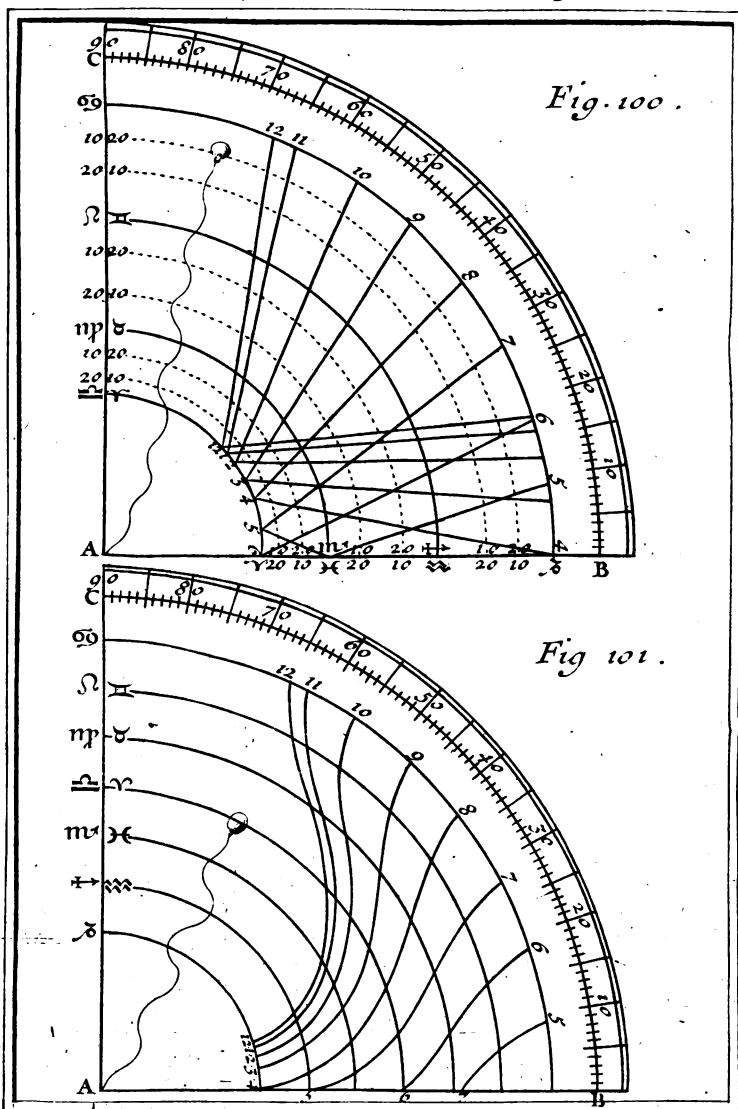
Pour décrire les autres lignes horaires , on en trouvera trois points , en marquant un point de chacune sur trois paralleles de Signes différens , tels que l'on voudra , pour faire passer par ces trois points une circonference de cercle , qui représentera la ligne horaire qu'on cherche. Ces points horaires se trouveront dans l'intersection du parallele du Signe proposé , & d'une ligne droite tirée du centre A par le degré de la hauteur que le Soleil doit avoir sur l'horizon à l'heure proposée , lorsqu'il est dans ce Signe , telle qu'on la trouve dans la Table précédente.

Pour connoître l'heure aux rayons du Soleil par le moyen de ce Cadran , ajustez au centre A un petit stile bien droit , avec un filet pendant librement par la pesanteur d'un plomb qu'il doit avoir à son extrémité. Tournez ce centre A vers le Soleil , en sorte que la ligne AC regarde directement le Soleil ; ce que vous connoîtrez lorsque l'ombre du stile élevé au point A , couvrira cette ligne AC. Alors le filet pendant librement du centre A , marquera sur le parallele du Signe courant du Soleil , l'heure qu'on cherche , & de plus sur le quart de cercle BC , les degrez de la hauteur du Soleil.

R E M A R Q U E S.

I.

Cette manière de représenter les lignes horaires par des circonférences de cercle , n'est pas bonne dans la rigueur géométrique ; mais comme l'erreur est petite , on peut s'en servir très-utilement. Mais au lieu de cercles , on peut avoir des lignes droi-



Berey fecit- To. II. Pl. 13

tes, sans que l'erreur soit aussi beaucoup considérable. Ce sera en décrivant du centre A, avec une ouverture de compas, prise à volonté, les deux quarts de cercle $\odot \propto$, $\gamma \underline{\propto}$, dont le premier sera pris pour l'un des tropiques, & l'autre pour l'Equateur. Après quoi on trouvera sur chacun de ces deux quarts de cercle un point de chaque heure, pour joindre deux points d'une même heure par une ligne droite, en cette sorte.

Pour trouver, par exemple, le point de midi sur l'Equateur $\gamma \underline{\propto}$, où le Soleil étant, il est élevé sur l'horison de 41 degrez, appliquez au centre A & au quarante-unième degré du quart de cercle BC, une règle bien droite, qui donnera sur l'Equateur $\gamma \underline{\propto}$, le point 12 de midi. De même parce que le Soleil étant dans \odot est élevé à midi sur l'horison de 64 degrez & demi, vous appliquerez sur le centre A & sur le 64. degré & demi du quart de cercle BC, la même règle qui donnera sur le quart de cercle $\odot \propto$, considéré comme le tropique de \odot , un second point de midi, lequel étant joint avec le premier, donnera la ligne méridienne, qui servira pour les six Signes septentrionaux, sçavoir, depuis l'Equinoxe du Printems, jusqu'à l'Equinoxe d'Automne.

Si l'on considère le même quart de cercle $\odot \propto$, comme le tropique du \propto , on y trouvera de la même façon le point de midi, par lequel & par le premier point de midi, qui a été trouvé sur l'Equateur $\gamma \underline{\propto}$, tirant une ligne droite, on aura une seconde ligne méridienne, qui servira pour les six Signes méridionaux, sçavoir, depuis l'Equinoxe d'Automne, jusqu'à l'Equinoxe du Printems.

C'est de la même manière qu'on marquera les autres lignes horaires, tant pour les six Signes sep-

tentrionaux, que pour les six méridionaux, & il ne faut que regarder la Figure pour la comprendre. Les parallèles des autres Signes se décriront par le moyen de la ligne méridienne, comme il a été enseigné auparavant, sans qu'il soit besoin de le répéter ici. On connoît aussi les heures sur ce Cadran, comme sur le précédent; c'est pourquoi nous n'en parlerons pas davantage.

I I.

Fig. 101. Nous dirons cependant que la manière la plus exacte de faire ce Cadran, est la suivante. Décrivez à volonté du centre A sept quarts de cercle, qui soient, si vous voulez, également éloignés entr'eux. Vous les prendrez pour les commencemens des douze Signes du Zodiaque, le premier & le dernier étant pris pour les deux tropiques, & celui du milieu par conséquent pour l'Equateur. Vous marquerez sur chacun de ces parallèles des Signes les points des heures selon la hauteur que le Soleil doit avoir à ces heures au commencement de chaque Signe; ce que vous connoîtrez par la Table précédente, comme il a été enseigné auparavant. Après quoi il n'y aura plus qu'à joindre par des lignes courbes tous les points d'une même heure, pour avoir le Cadran achevé, sur lequel on connoîtra les heures, comme il a été dit auparavant. Nous avons dit qu'il falloit se servir d'un petit stile élevé droit au centre A: mais au lieu de stile, on pourra se servir de deux pinnules, dont les trous répondent perpendiculairement & à une hauteur égale sur la ligne AC, ou sur une autre qui lui soit parallèle. De cette manière, au lieu de l'ombre du stile, qui doit couvrir la ligne AC, on fera passer les rayons du Soleil par les trous de

PROBLEMES DE GNOMONIQUE. 43

chaque pinnule. Et pour connoître l'heure plus ^{Plan-} facilement , on pourra ajouter au filet qui pend du che 33. centre A , une petite perle enfilée , qu'on avance- Fig. 101. sur le Signe & degré du Soleil marqué sur la ligne AC , lorsqu'on voudra connoître l'heure. Cette perle montrera l'heure qu'on cherche , lorsque les rayons du Soleil passeront par les trous des deux pinnules , & que le filet avec son plomb , pendera librement du centre A , sans qu'il soit besoin de remarquer où le filet coupe le degré du Signe courant du Soleil.

On voit aisément que par le moyen d'un semblable Cadran , on peut connoître l'heure sans Soleil , pourvu que l'on sçache le lieu du Soleil dans le Zodiaque , & sa hauteur au-dessus de l'horison. Comme si le Soleil étant au commencement de γ ou de α , est élevé sur l'horison de 27 degrez & demi , en appliquant une règle bien droite sur le centre A , & sur le 27. degrés & demi du quart de cercle BC , elle coupera le parallele de γ & de α , au point de 9 heures du matin , ou de 3 heures du soir. Ce qui fera connoître qu'il est 9 heures du matin , si la hauteur du soleil a été observé avant midi , ou 3 heures du soir , si la hauteur du Soleil a été prise après midi.

III.

On peut connoître l'heure sans Cadran par le moyen de la hauteur du soleil , & de la Table précédente , en cherchant dans cette Table la hauteur trouvée du Soleil , ou la plus proche dans la colonne du Signe courant du Soleil , ou du 10. degré le plus proche ; car on trouvera vis-à-vis de cette hauteur l'heure en haut , si l'observation a été faite le matin , ou en bas , si la hauteur du Soleil a été observée après midi.

IV.

Plan-
che 34.
Fig. 102.

On peut aussi connoître l'heure sans Cadran par la Géométrie, & par la Trigonométrie, comme nous enseignerons après avoir dit que la hauteur du Soleil se peut prendre par le moyen d'un simple quart de Cercle, comme vous avez vû: ou bien par le moyen de l'ombre d'un stile élevé à angles droits sur le plan horizontal, ou vertical, en cette sorte.

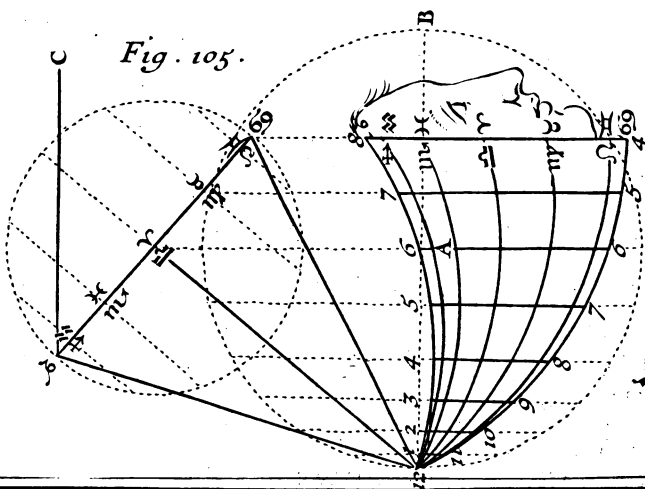
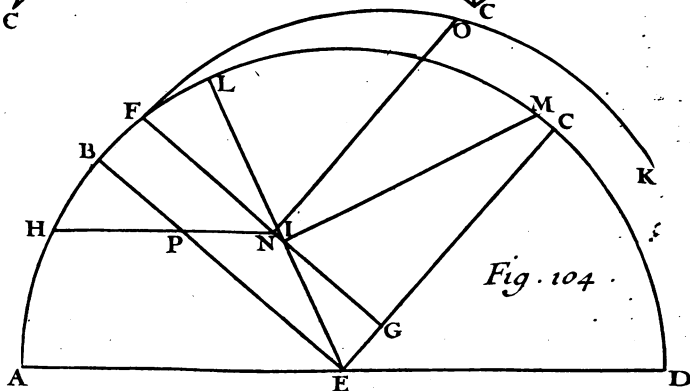
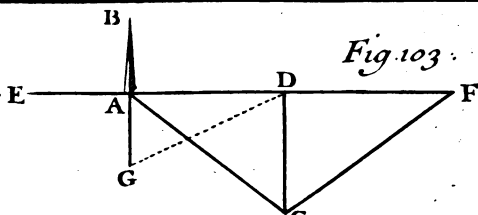
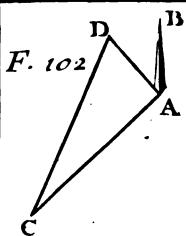
Premièrement, si l'ombre du stile AB élevé à plomb sur un plan horizontal est AC, menez à cette ombre AC, par le pied du stile A, la perpendiculaire AD que vous ferez égale au stile AB, & tirez du point D, par l'extrémité C de l'ombre AC, la droite CD, & l'angle ACD sera l'élevation

Fig. 103. du Soleil qu'on cherche.

Mais si vous travaillez sur un plan vertical, tirez par l'extrémité C, de l'ombre AC, la ligne à plomb CD, & par le pied du stile A, la ligne horizontale EF perpendiculaire à cette ligne CD. Tirez encore par le pied du stile A, la ligne à plomb AG, que vous ferez égale au stile AB, & ayant porté la longueur de la ligne DG sur l'horizontale EF, de D en F, joignez la ligne CF; l'angle DFC donnera la hauteur du Soleil sur l'horizon.

V.

La hauteur du Soleil étant ainsi connue, ou autrement, on connoitra l'heure du jour par la Géométrie, en cette sorte. Décrivez à discretion le demi-cercle ABCD, dont le centre est E, & le diamètre AD: prenez d'un côté l'arc DC égal à l'élevation du Pole, & de l'autre côté l'arc AB égal au complément de la même élevation du Pole: joiez



PROBLEMES DE GNOMONIQUE. 45.

Prenez les droites EB, EC, qui seront perpendiculaires l'une à l'autre : la premiere EB représentera l'équateur, & la seconde EC l'axe du Monde ; parceque le point E représente le centre du monde, le point C le pôle élevé sur l'horison, représenté par le diamètre AD, & le cercle ABCD représente tout ensemble le meridian & le colure des solstices, en supposant que ce colure convient avec le meridian. Plan- che 34. Fig. 104.

Dans cette supposition, on prendra l'arc BL, égal à la plus grande déclinaison du Soleil, ou de 23 degrez & demi, depuis B vers C, si le Soleil est dans les Signes septentrionaux, ou de l'autre côté vers A, si le Soleil est dans les Signes meridionaux. On tirera du centre E par le point L, la droite EL, qui représentera l'écliptique, selon les loix de la projection ortographique de la Sphere. Après cela on fera l'arc LM égal à la distance du Soleil au solstice le plus proche. On menera du point M la ligne MI perpendiculaire à l'écliptique EL, qui se trouve ici coupée par cette perpendiculaire MI au point I, par où on tirera à l'Equateur EB la parallele FG, qui représentera le parallele du Soleil, & qui coupe ici l'axe EC en G. De ce point G, comme centre, on décrira par le point F, l'arc de cercle FOK.

Enfin ayant pris l'arc AH égal à la hauteur du Soleil, menez par le point H, à l'horison AD, la parallele HN, qui représentera l'almicantarar du Soleil, & donnera sur le parallele FG, son lieu en N, d'où l'on tirera la ligne NO perpendiculaire à la ligne FG. L'arc FO étant converti en temps, en prenant 15 degrez pour une heure, donnera l'heure qu'on cherche, avant ou après midi.

V I.

Plan-
che 34.
Fig. 104. L'arc BF fait connoître la déclinaison du Soleil,
que l'on peut avoir plus exactement par le moyen
de sa plus grande déclinaison, qui est de 23 de-
grez & demi, & de sa distance au plus proche
Equinoxe, en faisant cette analogie :

*Comme le Sinus total ,
Au Sinus de la plus grande déclinaison du
Soleil ;
Ainsi le Sinus de sa distance au plus proche
Equinoxe ,
A la déclinaison qu'on cherche.*

V I I.

Il est évident que quand le Soleil n'aura point
de déclinaison, ce qui arrivera au temps des Equi-
noxes, au lieu de tirer la perpendiculaire NO du
point N, il faudra la tirer du point P, où l'Equa-
teur EB se trouve coupé par l'almicantaré HI,
pour avoir en ce jour des Equinoxes l'heure qu'on
cherche. Mais on pourra la trouver dans ce cas
plus exactement par cette analogie :

*Comme le Sinus du complément de l'élevation
du Pôle ,
Au Sinus de la hauteur du Soleil ;
Ainsi le Sinus total ,
Au Sinus de la distance du Soleil à six
heures.*

V I I I.

Lorsque le Soleil aura une déclinaison, on l'ôte-
ra de 90 degrez, si elle est septentrionale, ou on

Pajoutera à 90 degrez , si elle est méridionale , pour avoir la distance du Soleil au pole , par le moyen de laquelle , & de l'élevation du pole , avec la hauteur du Soleil , on trouvera par la Trigonométrie l'heure du jour , en cette sorte.

Ajoutez ensemble ces trois choses , le complement de la hauteur du Soleil , le complement de l'élevation du pole , & la distance du Soleil au pole. Otez séparément de la moitié de leur somme le complement de l'élevation du pole , & la distance du Soleil au pole , pour avoir deux différences , qui avec le complement de l'élevation du pole , & la distance du Soleil au pole , serviront à faire ces deux analogies ;

1.

Comme le Sinus de la distance du Soleil au pole ,

Au Sinus de l'une des deux différences ;

Ainsi le Sinus de l'autre différence ,

A un quatrième Sinus.

2.

Comme le Sinus du complement de l'élevation du pole ,

Au quatrième Sinus trouvé ;

Ainsi le Sinus total ,

A un septième Sinus.

lequel étant multiplié par le Sinus total , donnera un produit , dont la racine quarrée sera le Sinus de la moitié de la distance du Soleil au méridien.



PROBLEME XX.

Décrire un Cadran portatif sur une carte.

Plan-
che 34.
Fig. 105.

LE Cadran que nous allons décrire, est ordinairement appelé *le Capucin*, parce qu'il ressemble à la tête d'un Capucin, qui a son capuchon renversé. Il se peut décrire sur une petite pièce de carton, ou bien sur une carte, en cette sorte.

Ayant décrit à volonté une circonférence de cercle, dont le centre est A , & le diamètre $B12$, divisez cette circonférence en 24 parties égales, ou de 15 degrez en 15 degrez; en commençant depuis le diamètre $B12$. Joignez les deux points de division également éloignez du diamètre $B12$, par des lignes droites parallèles entr'elles, & perpendiculaires à ce diamètre $B12$. Ces parallèles seront les lignes horaires, dont celle qui passe par le centre A , sera la ligne de six heures.

Après cela faites au point 12 , avec le diamètre $B12$, l'angle $B12\gamma$ égal à l'élevation du pôle, & ayant mené par le point γ , où la ligne 12γ coupe la ligne de six heures, la ligne indéfinie $\sigma\zeta$, perpendiculaire à la ligne 12γ , vous terminerez cette ligne $\sigma\zeta$ aux points σ , ζ , par les lignes 12σ , 12ζ , qui feront avec la ligne 12γ , chacune un angle de 23 degrez & demi, telle qu'est la plus grande déclinaison du Soleil.

On trouvera sur cette perpendiculaire $\sigma\zeta$ les points des autres Signes, en décrivant du point γ , comme centre, par les points σ , ζ , une circonférence de cercle, & en la divisant en douze parties égales, ou de 30 degrez en 30 degrez, pour les commencemens des douze Signes du Zodiaque,

diague. Joignez deux points de division opposez Plans
& également éloignez des points \odot , \times , par des che 34.
lignes paralleles entr'elles, & perpendiculaires au Fig. 105.
diamètre $\odot \times$, qui donneront sur ce diamètre les
commencemens des Signes, d'où comme centres,
on décrira par le point 12 des arcs de cercle, qui
représenteront les paralleles des Signes, auxquels
par consequent on ajoutera les mêmes caracteres,
comme vous voyez dans la Figure.

Ces arcs des Signes serviront à connoître les
heures aux rayons du Soleil, en cette sorte. Ayant
tiré à volonté la ligne $C \times$, parallele au diamètre
 $B12$, élevez à son extrémité C , un petit stile bien
droit, & tournez le plan du Cadran, en sorte
que le point C regardant obliquement le Soleil,
l'ombre du stile couvre la ligne $C \times$. Alors un
filet pendant librement avec son plomb du point
du degré du Signe courant du Soleil, marqué sur
la ligne $\odot \times$, montrera en bas sur l'arc du même
Signe l'heure qu'on cherche.

R E M A R Q U E S.

I.

Afin que le filet se puisse mettre facilement sur
le degré du Signe courant du Soleil, il faut que
le plan du Cadran soit fendu le long de la ligne
 $\odot \times$. De cette maniere, on pourra facilement
avancer le filet à tel point que l'on voudra de cette
ligne, & l'arrêter à ce point. Si l'on enfle à ce
filet une petite perle, on pourra se passer des arcs
des Signes pour connoître l'heure du jour, en
avançant la perle au point 12, lorsque le filet aura
été arrêté au degré du Signe courant du Soleil.
Cette perle montrera l'heure qu'on cherche, lors-

Plan- que le point C aura été tourné droit vers le So-
che 34. leil, en sorte que, comme nous avons dit, l'ombre
Fig. 105. du stile couvre la ligne C 7.

I I.

On auroit pû marquer les Signes plus exacte-
ment sur la ligne 7 7, en faisant au point 12
avec la ligne 12 7 de part & d'autre des angles
égaux à la déclinaison de ces Signes : mais comme
l'erreur n'est pas considerable, lorsque le Cadran
est petit, comme il arrive ordinairement, on aura
plûtôt fait de suivre la methode précédente.

I I I.

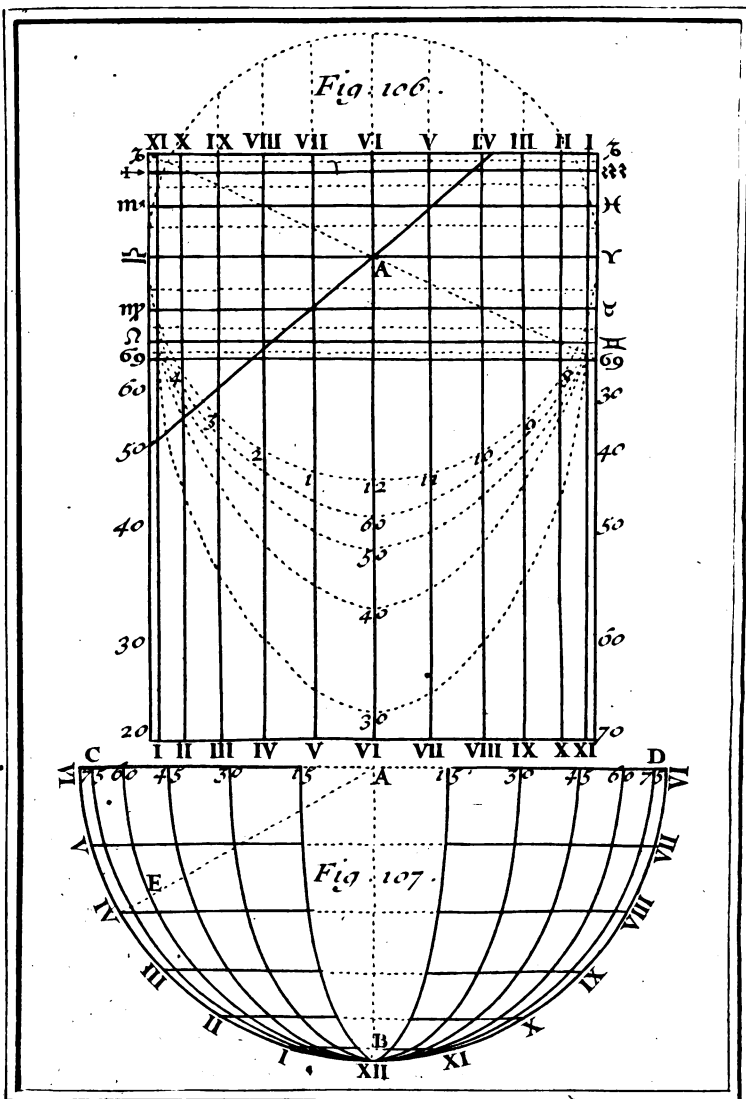
Ce Cadran tire son origine d'un certain Cadran
rectiligne universel, qui a été autrefois publié par
le P. de Saint Rigaud Jesuite, sous ce titre : *Ana-*
lemma novum. Voici la maniere qu'il nous a ensei-
gné pour la construction & pour son usage.

Plan-
che 35.
Fig. 106.

Décrivez, comme auparavant, les lignes ho-
raires par le moyen d'un cercle divisé en 24 par-
ties égales, qui a le point A pour centre, & la li-
gne 7 7 pour diamètre, à laquelle toutes les li-
gnes horaires sont perpendiculaires, dont celle qui
passe par l'extrémité 7, représente la ligne de
midi, & celle qui passe par l'autre extrémité 7,
représente la ligne de minuit. Prenez le diamètre
7 7 pour l'Equateur, & décrivez les paralleles
des autres Signes par des lignes droites, en cette
sorte.

Prenant le diamètre 7 7 pour l'Equateur, fai-
tes avec cette ligne au centre A un angle égal à la
plus grande déclinaison du Soleil, ou de 23 de-
grez & demi, par la ligne droite 7 7, qui sera
prise pour l'écliptique, & qui se trouvera coupée

es :
le :
ne :
me :
ce :



Recre. facit - To . II . Pl . 13

PROBLEMES DE GNOMONIQUE. 51


par les lignes horaires de 15 degrez en 15 degrez , Plan-
en des points , par lesquels on tirera des lignes che 35.
droites paralleles entr'elles & à l'Equateur $\gamma \underline{\alpha}$, Fig. 106.
qui représenteront les commencemens des Signes
& de leurs moitez.

Enfin tirez du centre A , par les degrez du de-
mi-cercle d'en bas des lignes droites de cinq en
cinq , ou de dix en dix degrez. Prolongez-les jus-
qu'à ce qu'elles rencontrent chacune des deux li-
gnes meridiennes $\sigma 70$, $\sigma 20$, où vous ajoutez
des chiffres , de maniere que les chiffres d'une
ligne meridienne fassent avec les chiffres correspon-
dans de l'autre 90 degrez , pour avoir ainsi les de-
grez de latitude marquez sur chaque ligne meri-
dienne , qui serviront à connoître l'heure en cette
forte.

Tirez du centre A au degré de la latitude du
lieu où vous êtes , qui est marqué sur la ligne de
minuit $\sigma 20$, comme au degré 50 , si le pole est
élevé sur votre horison de 50 degrez , la droite
A50 , qui représentant cet horison , fera connoître
l'heure du lever & du coucher du Soleil au
point , où elle coupera le parallele du degré du Si-
gne où le Soleil sera pour lors. Attachez à ce point
un filet pendant avec son plomb , ayant une peti-
te perle enfilée , afin que le filet étant étendu de-
puis le même point sur le degré de la même lati-
tude , marqué sur la ligne de midi $\sigma 70$, cette
perle se puisse avancer sur ce degré de latitude ;
après quoi la perle demeurant immobile à l'endroit
du filet où elle se trouvera , on laissera pendre ce
filet librement avec son plomb & sa perle immo-
bile , pour pouvoir connoître l'heure du jour aux
rayons du Soleil , par une méthode semblable à la
précédente , comme vous allez voir.

Dij

Plan-
che 35.
Fig. 106.

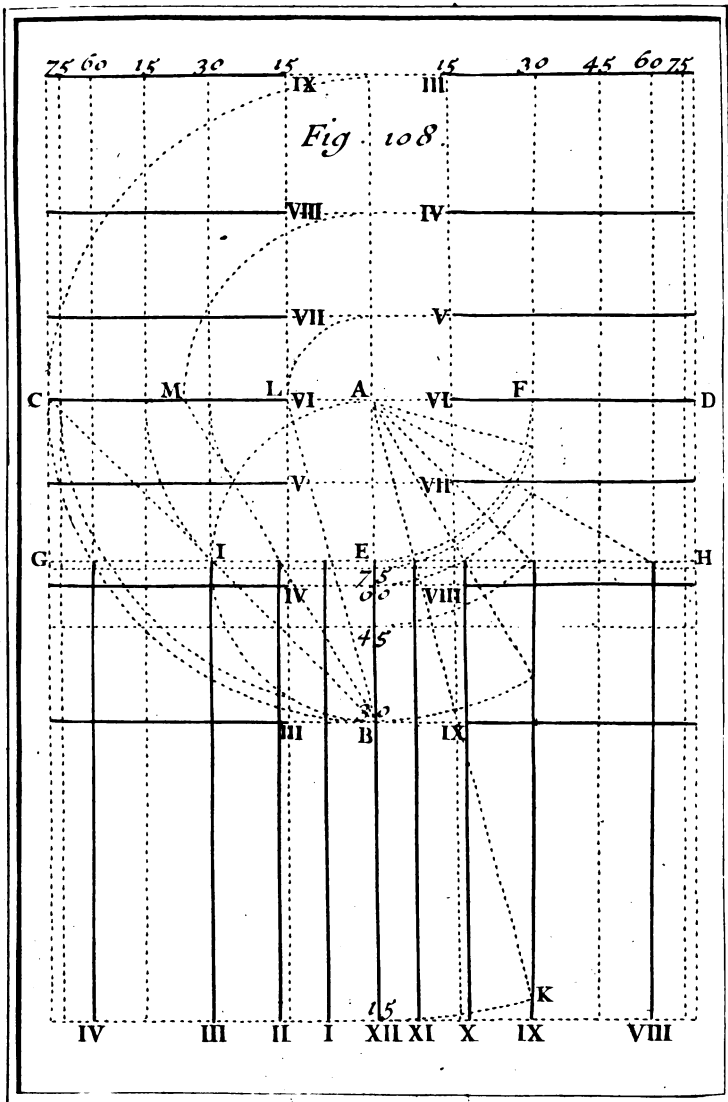
Elevez un petit stile bien droit à l'extrémité  de la ligne $\gamma \underline{\quad}$, ou de quelqu'autre qui lui soit parallèle, & le point $\underline{\quad}$ étant tourné obliquement vers le Soleil, en sorte que le filet pendant librement avec son plomb, l'ombre du stile couvre sa ligne : la perle fera connoître l'heure qu'on cherche.

I V.

Voilà ce que nous avons appris du P. de S. Rigaud, & voici ce que nous avons ajouté à son Analemme. On peut le faire servir de Cadran horifontal universel, en prenant la ligne de six heures pour la meridienne, & le centre A pour le centre du Cadran, auquel cas la ligne $\gamma \underline{\quad}$ sera la ligne de six heures, & en portant sur les lignes horaires depuis la ligne de six heures $\gamma \underline{\quad}$, les parties des horifons terminées par les lignes horaires, en les prenant depuis le centre A. De cette maniere on aura des points sur les lignes horaires, qui étant joints par des lignes courbes, formeront des ellipfes, qui représenteront les cercles de latitude, sur lesquelles on connoîtra les heures aux rayons du Soleil par l'ombre de l'axe qui doit faire avec la meridienne au centre A, un angle égal à l'élevation du pole.

V.

Mais on peut décrire autrement & très-facilement un Cadran horifontal elliptique universel, comme nous enseignerons après vous avoir enseigné dans le Problème suivant deux manieres différentes de décrire un Cadran horifontal rectiligne universel.



To . I . To . II . Pl. 16

Berget fecit

PROBLEME XXI.

Plan.
che 36.
Fig. 108.

Décrire un Cadran horifontal rectiligne univerfel.

I.

A Yant tiré par le centre du Cadran A , pris à volonté sur un plan horifontal , les deux lignes perpendiculaires AB , CD , prenez la premiere AB pour la meridienne , & la deuxième CD pour la ligne de fix heures : puis décrivez à discretion du centre A , le quart de cercle EF : menez par le point E , la ligne GH perpendiculaire à la meridienne , qui représentera le 90. degré de latitude , & par le point F , la ligne FK parallele à la même meridienne , qui représentera la ligne de 9 heures , & le 30. cercle de latitude à l'égard des lignes horaires qui lui sont perpendiculaires. Divisez le quart de cercle EF , en six parties égales , ou de 15 degrez en 15 degrez. Tirez du centre A par les points de division des lignes droites , qui donneront sur la ligne GH , les points des autres heures , par où l'on tirera les autres lignes horaires paralleles à la meridienne. On omettra les lignes de 5 & de 7 heures , pour ne pas donner une trop grande largeur au Cadran. Pour le faire encore moins large , on pourroit aussi omettre les lignes de 4 & de 8 heures , qui représentent le 60. degré de latitude , à l'égard des lignes horaires qui leur sont perpendiculaires , & qui suppléeront au défaut des lignes horaires qui auront été negligées ; je parle de celles qui sont paralleles à la meridienne AB.

Ces mêmes lignes droites qui partent du centre A , étant prolongées , donneront sur la ligne FK de 9 heures des points , par où l'on décrira du cen-

D iij

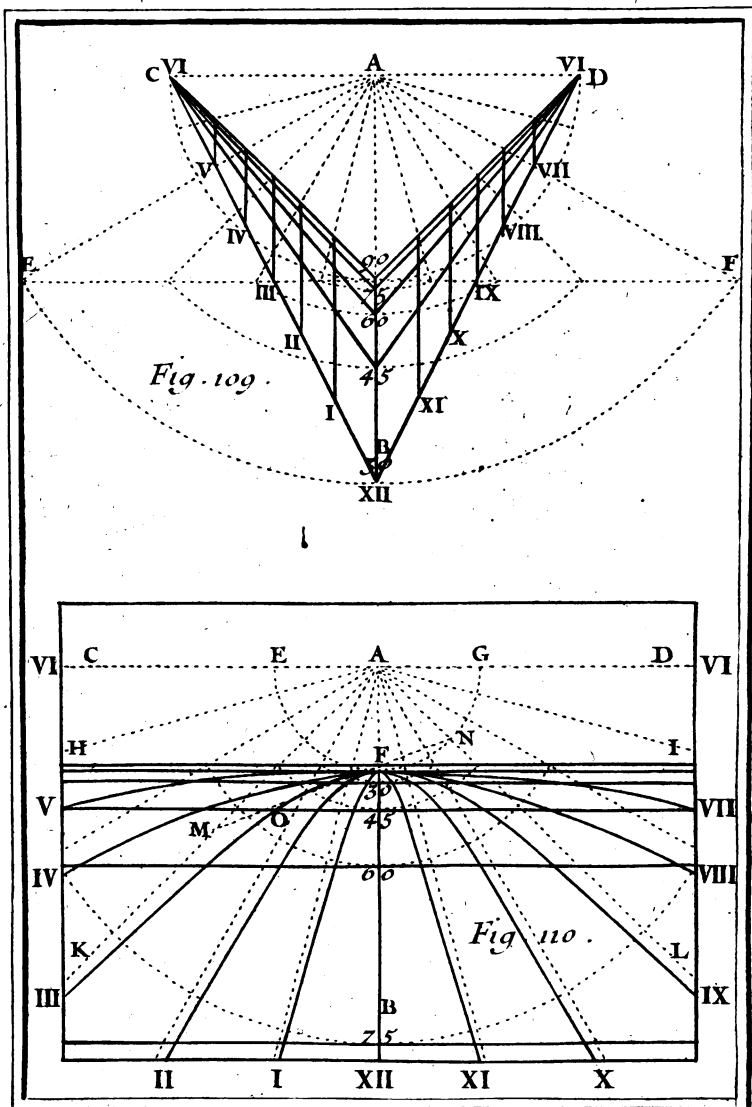
Plan-
che 35.
Fig. 108.

tre A , des arcs de cercle , qui donneront sur la meridienne AB , les points 15 , 30 , 45 , 60 , 75 . Par ces points on menera autant de lignes droites paralleles entr'elles & à la ligne GH , ou perpendiculaires à la meridienne AB , qui représenteront les cercles de latitude de 15 degrez en 15 degrez , à l'égard des lignes horaires paralleles à la meridienne AB .

Pour avoir d'autres cercles de latitude , & d'autres lignes horaires , qui serviront au défaut de celles qui ont été negligées , décrivez du point E par le centre A , le demi-cercle AIB , & divisez sa circonference en six parties égales , ou de 30 degrez en 30 degrez . Du centre A , & par les points de division , décrivez des arcs de cercle , qui donneront sur la ligne de six heures des points , par où l'on tirera des lignes paralleles à la meridienne AB , qui représenteront des cercles de latitude de 15 degrez en 15 degrez .

Pour décrire les lignes horaires qui conviennent à ces cercles de latitude , & qui doivent être paralleles à la ligne de six heures , telle qu'est la ligne de 3 & de 9 heures , qui passe par le point B , & qui représente le 30. cercle de latitude à l'égard des premieres lignes horaires , tirez du point B , par les points de division du demi-cercle AIB , des lignes droites , qui étant prolongées , donneront sur la ligne de six heures les points L , M , C . Les distances AL , AM , AC , étant portées de part & d'autre du centre A , sur la ligne meridienne AB , donneront des points par lesquels on tirera des lignes paralleles à la ligne de six heures .

On connoîtra les heures dans ce Cadran universel , comme dans le précédent , en tournant le centre A droit au midi , comme aux Cadrans hori-



To. II. Pl. 17.

Pl

fontaux ordinaires , & en mettant au même centre A , un axe élevé sur la meridiennne à un angle de la latitude du lieu où l'on est. L'ombre de cet axe donnera sur la ligne de la même latitude , l'heure qu'on cherche.

II.

On peut autrement & plus facilement décrire un Plan-
che 37.
Fig. 109.
Cadran rectiligne univieriel sur un plan horizontal, en cette sorte. Ayant mené , comme auparavant , par le centre du Cadran A , les deux perpendiculaires AB, CD, & par le point 90 pris à discrétion sur la meridiennne AB, la ligne EF perpendiculaire à la même meridiennne , décrivez du centre A , par le point 90 , le demi-cercle C90D , qui coupe ici la ligne de six heures CD en C & D. Par ces points C , D , & par le point 90 , tirez les droites C90 , D90. Divisez la circonference de ce demi-cercle en douze parties égales , ou de 15 degrez en 15 degrez , & tirez du centre A par les points de division des lignes droites , qui donneront sur chacune des deux lignes C90 , D90 , des points , par où l'on tirera les lignes horaires parallèles à la meridiennne. Ces mêmes lignes , qui partent du centre A , étant prolongées , rencontreront la ligne EF en des points , par où l'on décrira du centre A , des arcs de cercle , qui donneront sur la meridiennne les points 30 , 45 , 60 , 75. Par ces points on tirera aux deux points C , D , autant de lignes droites , qui représenteront les cercles de latitude de 15 degrez en 15 degrez. Le Cadran sera achevé , & l'on connoîtra les heures aux rayons du Soleil , comme dans le précédent.

D iiii.

R E M A R Q U E S.

On peut rendre universel un Cadran horizontal décrit pour quelque latitude particulière que ce soit, en deux manières ; l'une par le moyen des lignes horaires , l'autre seulement par le moyen de la ligne équinoctiale divisée en heures , comme vous allez voir.

I.

La première manière se pratique en élevant le plan du Cadran horizontal au dessus de l'horizon du lieu où l'on est , vers le Septentrion , si la latitude de ce lieu est plus grande que celle pour laquelle le Cadran a été fait , ou vers le Midi si elle est plus petite , des degrez de la différence de ces deux latitudes. Alors l'axe de l'ombre IK montrera les heures aux rayons du Soleil , lorsque le centre I sera tourné droit au Midi.

II.

La seconde manière se pratique en mettant au point O , section de la meridienne DI , & de l'Équinoctiale AB , un petit plan perpendiculaire semblable au Triangle rectangle OKI , qui soit mobile autour de ce point O , en telle sorte que le côté OK fasse avec la meridienne OL , qui doit être fendue en cet endroit , un angle égal au complément de l'élevation du pole sur l'horizon du lieu où l'on est. Alors l'ombre de l'axe KI montrera sur l'équinoctiale AB , l'heure qu'on cherche , lorsque le centre I sera tourné directement vers le Midi.

PROBLÈME XXII.

Décrire un Cadran horizontal elliptique universel.

AYant mené, comme dans le Problème précédent, par le centre du Cadran A pris à discrétion sur un plan horizontal, les deux perpendiculaires AB, CD, & décrit du même centre A le demi-cercle CBD d'une grandeur prise à volonté, divisez sa circonférence en douze parties égales, ou de 15 degrez en 15 degrez. Joignez deux points de division opposez & également éloignez de la ligne de six heures CD, par des lignes droites perpendiculaires à la meridiennne AB, ou parallèles à la ligne de six heures CD, qui représenteront les autres lignes horaires, sur lesquelles on marquera les points de latitude, en cette sorte.

Pour marquer sur chaque ligne horaire le point, par exemple, du 60. degrez de latitude, faites au centre A, avec la meridiennne AB, un angle de 60 degrez par la ligne AE. Portez les distances perpendiculaires des points où la meridiennne se trouve coupée par les lignes horaires à la ligne AE, sur les lignes horaires opposees, depuis la meridiennne AB de part & d'autre en des points, que vous joindrez par une ligne courbe, qui sera la circonférence d'une demi-ellipse, & qui représentera le 60. cercle de latitude. C'est ainsi que nous avons représenté les autres cercles de latitude de 15 degrez en 15 degrez, par le moyen desquels on connoitra les heures aux rayons du Soleil, comme il a été enseigné au Problème précédent.

Plan-
che 35.
Fig. 10

PROBLEME XXIII.

Décrire un Cadran horizontal hyperbolique universel.

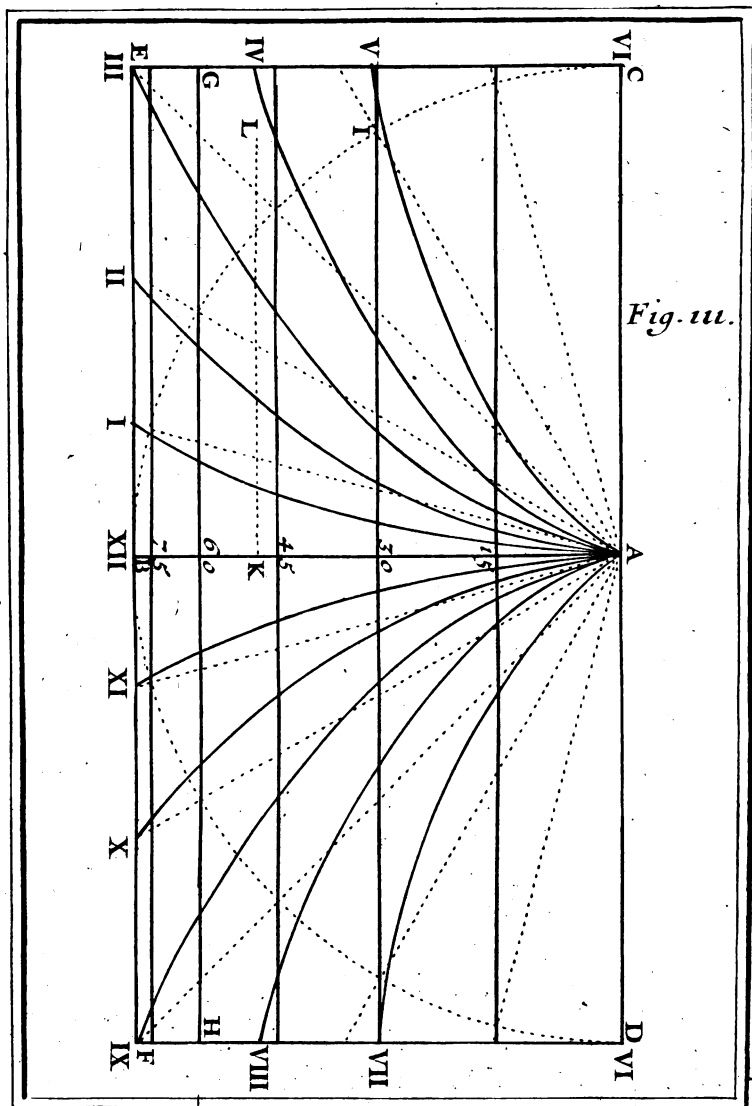
Plan-
che 37.
Fig. 110.

Ayant mené, comme auparavant, par le centre du Cadran A, les deux lignes perpendiculaires AB, CD, & décrit à volonté du même centre A, le demi-cercle EFG divisé en douze parties égales, ou de 15 degrez en 15 degrez, tirez de ce centre A, par les points de division des lignes indéfinies, au dedans desquelles, comme entre des asymptotes, vous décrirez par le point F pris à discrétion sur la meridienne AB, des hyperboles qui représenteront les lignes horaires.

Après cela, menez par le même point F, à la meridienne AB, la perpendiculaire HI, qui représentera le 90. cercle de latitude, & qui se trouvera coupée par les asymptotes tirées du centre A, en des points, par où vous décrirez du même centre A, des arcs de cercle, qui donneront sur la meridienne AB, les points 75, 60, 45, 30, 15. Par ces points vous menerez à la même meridienne AB, autant de perpendiculaires, qui représenteront les cercles de latitude de 15 degrez en 15 degrez, par le moyen desquels on connoîtra les heures au Soleil, comme dans le Cadran précédent.

REMARQUE.

Ceux qui entendent les Sections coniques, savent que pour décrire une hyperbole par le point F, entre les asymptotes AK, AL, par exemple, il faut tirer à discrétion par le point F, la ligne



To 1. To. II. Pl. 17.

MN , terminée en M & en N , par les deux asymptotes AK , AL , & porter la longueur de la partie FN sur la ligne MN de M en O , qui sera un point de l'hyperbole qu'on veut décrire , &c.

Ceux qui n'entendent pas les Sections coniques , pourront marquer les points des lignes horaires sur chaque cercle de latitude , comme nous enseignerons dans le Problème suivant , pour joindre les points qui appartiendront à une même heure , par des lignes courbes , qui seront nécessairement des hyperboles.

PROBLEME XXIV.

Décrire un Cadran horizontal parabolique universel.

Ayant mené , comme auparavant , par le centre du Cadran A , les deux perpendiculaires AB , CD , tirez le point B pris à discrétion sur la meridiennne AB , la ligne EF , perpendiculaire à la même meridiennne AB , qui représentera le 90. degré de latitude. Décrivez , comme dans le Problème précédent , du centre A , par le même point B , le demi-cercle CBD , qui doit être divisé en douze parties égales , pour joindre les points de division opposez & également éloignez de la ligne de six heures CD , par des lignes droites , qui représenteront les cercles de latitude de 15 degrez en 15 degrez.

On marquera sur chacun de ces cercles de latitude , par exemple , sur la ligne GH , qui représente le 60. cercle de latitude , les points horaires , en cette sorte. Du point 60 , section de la meridiennne AB , & de la ligne GH , menez une perpendiculaire à la ligne AI , qui fait au centre A ,

Plan-
che 38.
Fig. III.

60 RECREAT. MATH. ET PHYS.

avec la meridienne AB, un angle de 60 degrez. Portez cette perpendiculaire sur la meridienne AB, du centre A en K. Par ce point K vous menerez la ligne KL perpendiculaire à la meridienne AB. Cette perpendiculaire KL se trouvera coupée par les lignes droites qui sont tirées du centre A par les douze divisions du demi-cercle CBD en des points, dont les distances prises depuis K, & portées sur la ligne GH, de part & d'autre depuis le point 60, donneront sur cette ligne GH (qui dans ce cas est considérée comme une ligne équinoctiale, à l'égard de l'axe AI) les points horaires qu'on cherche.

C'est de la même façon que l'on marquera sur les autres lignes de latitude, considérées comme autant de lignes équinoctiales, les points horaires, dont ceux qui appartiendront à la même heure, seront joints par des lignes courbes, qui représenteront les lignes horaires, & qui seront des paraboles, ayant le centre A pour sommet commun, & la ligne de six heures CD pour axe commun. On connoîtra les heures dans ce Cadran comme dans le précédent.

P R O B L E M E X X V.

Décrire un Cadran sur un plan horizontal, où l'on puisse connoître les heures au Soleil sans l'ombre d'aucun stile.

CE Cadran se fait ordinairement en deux manieres, par la Table des verticaux du Soleil, telle qu'est la suivante, qui montre le vertical du Soleil depuis le Meridien à chaque heure du jour au commencement de chaque Signe du Zodiaque,

PROBLEMES DE GNOMONIQUE. 24

pour la latitude de 49 degrez ; ou bien sans aucune Table , par la projection stéréographique de la Sphere , comme vous allez voir.

*Table des Verticaux du Soleil depuis le Meridien ,
à chaque heure du jour , pour la latitude
de 49 degrez.*

H.	XI.	X.	IX.	VIII.	VII.	VI.	V.	IV.
S.	D.M.	D.M.	D.M.	D.M.	D.M.	D. M.	D. M.	D. M.
☉	30.17	53.40	70.30	83.57	95.20	105.56	116.28	127.26
☿	27.58	50.33	67.34	81. 6	92.45	103.35	114.56	
♈	23.30	43.52	60.29	74.17	86.21	97.36		
♉	19.33	37.25	52.58	66.57	78.34			
♊	16.42	32.25	46.30	59.28	71.12			
♋	14.56	29.11	42.23	54.26				
♌	14.19	28. 1	40.48					
H.	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.

I.

Pour décrire premierement ce Cadran par le Plan moyen de la Table précédente, qui l'a fait appeler *Cadran Azimutal* , décrivez sur le plan horizontal , que je suppose mobile, le Parallelogramme rectangle ABCD. Divisez chacun des deux côtés oppozes AB , CD , en deux également aux points E , F. Joignez ces points par la droite EF , qui sera prise pour la meridienne. Prenez à discrétion sur cette ligne EF le point G pour le pied du stile , & les deux points F , H , pour les points solsticiaux de ☉ & de ♋ , par lesquels vous décrirez du point G , comme centre , deux circonferen-

Plan- ces de cercle, qui représenteront les tropiques, où
che 39. les commencemens du ☊ & du ☋ ;
Fig. 112.

Pour représenter les paralleles du commencement des autres Signes, divisez l'espace FH en six parties égales. Décrivez du même point G, par les points de division, d'autres arcs de cercle, qui représenteront les commencemens des Signes. Vous marquerez les points des heures, en prenant, de part & d'autre depuis la meridienne EF sur ces arcs, les degrez du vertical du Soleil, tels qu'on les trouve dans la Table précédente à chaque heure du jour, pour le commencement de chaque Signe, & en joignant les points qui appartiendront à une même heure, par des lignes courbes, qui seront les lignes horaires. Le Cadran sera achevé, & l'on pourra connoître l'heure sans stile, en cette sorte.

Appliquez au centre G des arcs des Signes une aiguille aimantée élevée sur un petit pivot, autour duquel elle puisse tourner librement, comme dans les Boussoles ordinaires. Tournez le point E directement vers le Soleil, en sorte que chacun des deux côtez AD, BC, qui sont paralleles à la ligne meridienne EF, cessant d'être éclairé du Soleil, ne fasse aucune ombre. Alors l'aiguille aimantée montrera sur le Signe courant du Soleil l'heure qu'on cherche.

II.

Fig. 113. Pour décrire ce Cadran par le moyen de la projection stéréographique de la Sphere (lequel dans ce cas prend le nom d'*Astrolabe horizontal*) tirez par le centre I du quarré ABCD, les deux lignes perpendiculaires EF, GH, dont l'une, comme EF, qui est parallele au côté AD, étant prise pour

Fig. 112.

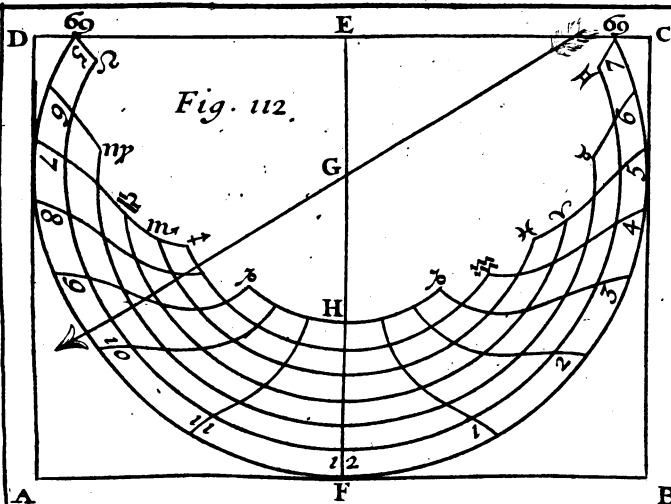
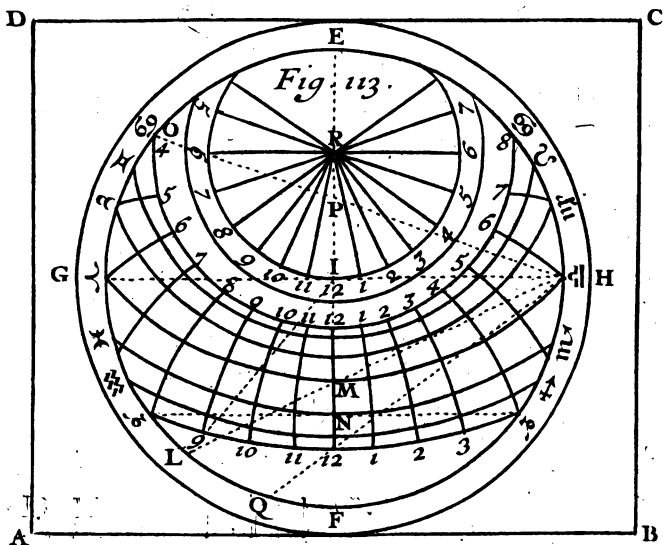


Fig. 113.



Bergv. fecit - To. II. Pl. 18.

la meridienne ; l'autre GH , qui est parallele au côté AB , représentera le premier vertical , parce que le point I représente le zenit. De ce point I , comme centre , décrivez à discrétion le cercle E γ F $\underline{\text{N}}$, qui représentera l'horison.

Plan-
che 39.
Fig. 1137

Prenez sur la circonference de ce cercle , d'un côté l'arc EO égal à l'élevation du pole sur l'horison , & de l'autre côté l'arc FL égal au complement de la même elevation du pole. Tirez du point $\underline{\text{N}}$, par le point O , la droite $\underline{\text{N}}$ O , qui donnera sur la meridienne le pole en P ; par lequel & par les deux points γ $\underline{\text{N}}$, vous ferez passer une circonference de cercle , qui représentera le cercle de six heures. Tirez encore du même point $\underline{\text{N}}$ par le point L la droite $\underline{\text{N}}$ L , qui donnera sur la meridienne le point M , par lequel , & par les deux mêmes points γ , $\underline{\text{N}}$, vous décrirez une circonference de cercle γ M $\underline{\text{N}}$, qui sera l'Equateur.

On pourroit diviser ce cercle , ou Equateur γ M $\underline{\text{N}}$, en heures , ou de 15 degrez en 15 degrez , par les régles de la Projection stéréographique , pour décrire par chaque deux points diamétralement opposez , & par le pole P , des circonférences de cercle , qui seroient les lignes horaires. Mais on aura plutôt fait de prendre sur l'horison E γ F $\underline{\text{N}}$, de part & d'autre , depuis les deux points E , F , les arcs de l'horison , compris entre le cercle meridiem & les cercles horaires , qui sont égaux aux angles que font les lignes horaires avec la meridienne au centre d'un Cadran horizontal , & qui dans la latitude de 49 degrez , doivent être de 11. 26'. pour 1. & 11. heures , de 23. 33'. pour 2. & 10. heures , de 37. 3'. pour 3. & 9. heures , de 52. 35'. pour 4. & 8. heures , & de 70. 27'. pour 5. & 7. heures , pour décrire les

24 RECREAT. MATHEM. ET PHYS.

Plan-
che 39.
Fig. 113.

lignes , ou cercles horaires , comme auparavant. Il suffira de marquer ces lignes horaires entre les deux tropiques , que l'on décrira avec les paralleles des autres Signes du Zodiaque , en cette sorte.

Pour décrire les paralleles des Signes , on se servira de leur déclinaison , qui est de 23. 30'. pour \varnothing , ♊ , de 20. 12'. pour ♈ , ♎ , ♐ , ♑ , & de 11. 30'. pour ♒ , ♓ , ♈ , par le moyen de laquelle on trouvera trois points de chaque Signe , un sur la meridienne EF , & deux sur l'horizon E γ F $\underline{\text{L}}$. On décrira par ces trois points une circonference de cercle , qui sera le parallele du Signe qu'on cherche.

Mais pour trouver ces trois points , par exemple , pour le tropique du ♊ , prenez depuis L , qui répond au point équinoctial M vers F (parce que ce Signe est meridional ; car s'il étoit septentrional , il faudroit prendre depuis L vers γ) l'arc LQ , de 23. 30'. telle qu'est la déclinaison du ♊ . Tirez du point $\underline{\text{L}}$, par le point Q , la droite $\underline{\text{LQ}}$, qui donnera sur la meridienne EF , le point 12 du ♊ . Si par le point Q on tire à la ligne LI , la parallele QN , & par le point N , où cette ligne QN coupe la meridienne , la ligne $\text{♊ N } \text{♊}$ perpendiculaire à la même meridienne , on aura sur l'horizon E γ F $\underline{\text{L}}$, les deux points ♊ , ♊ , par lesquels , & par le point 12 , on décrira l'arc de cercle $\text{♊ 12 } \text{♊}$, qui représentera le tropique du ♊ .

C'est de la même façon que l'on représentera les paralleles des autres Signes , & le Cadran sera achevé , où l'on connoîtra les heures , comme dans le précédent : ou bien en élevant au point I un stile bien droit d'une longueur prise à discrétion , & en tournant le point E directement vers le

Fig. 114.

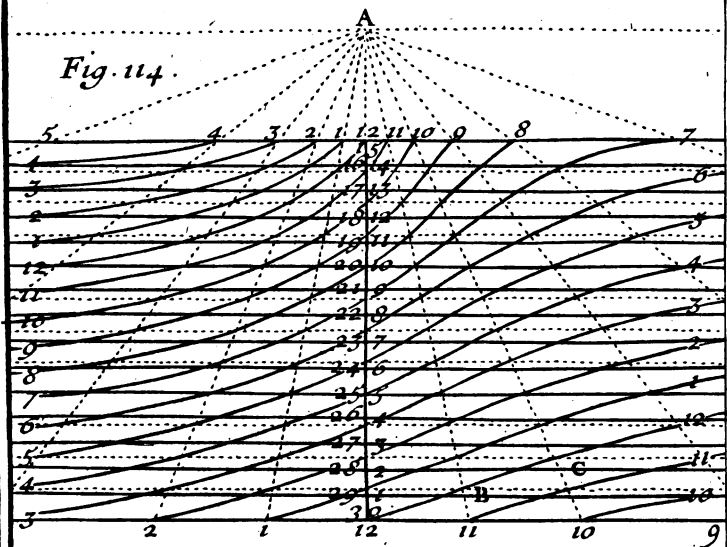
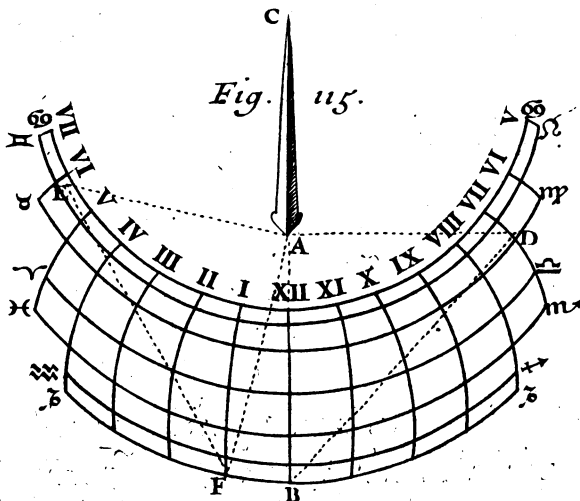


Fig. 115.



Berey fecit—To. II. Pl. 19.

PROBLEMES DE GNOMONIQUE. 65

le Soleil ; alors l'ombre de ce stile montrera sur le Signe courant du Soleil l'heure qu'on cherche : ou bien encore de la maniere qui suit.

Décrivez sur la même meridienne EF , un Cadran horifontal ordinaire , dont le centre soit, par exemple , R , où vous ajouterez un axe qui s'appuie sur le stile droit élevé en I. Tournez le plan du Cadran , en sorte que l'ombre de l'axe montre dans son Cadran la même heure que l'ombre du stile dans le sien. Alors cette heure sera celle qu'on cherche.

P R O B L E M E X X V I.

Décrire un Cadran à la Lune.

QUOIQUE nous ayons déjà parlé de ce Cadran , du suivant , & des précédens dans notre Traité de Gnomonique , qui fait la seconde partie du cinquième & dernier Volume de notre Cours de Mathématique ; néanmoins comme ces Cadrans m'ont semblé curieux & agréables , j'ai crû que je devois les ajouter ici , pour ceux qui se contenteront d'avoir ce Traité de Recreations Mathématiques & Physiques.

Pour décrire un Cadran à la Lune sur quelque plan que ce soit , par exemple , sur un plan horifontal , tracez sur ce plan un Cadran horifontal au Soleil pour la latitude du lieu où vous ferez , comme nous avons enseigné au Problème IX. Tirez à volonté les deux lignes 5 7 , 3 9 , parallèles entr'elles , & perpendiculaires à la meridienne A12 , dont la première 5 7 étant prise pour le jour de la Pleine-Lune , la deuxième 3 9 représentera le jour de la nouvelle-Lune , où les heures

Tom. II.

E

Plan-
che 40.
Fig. 114.

lunaires conviennent avec les solaires : ce qui fait que les points horaires marquez sur ces deux parallèles par les lignes horaires qui partent du centre du Cadran A, sont communs au Soleil, & à la Lune.

Cette préparation étant faite, divisez l'espace terminé par les deux lignes parallèles 3, 9, 57, en douze parties égales. Menez à ces deux mêmes lignes par les points de division autant de lignes parallèles, qui représenteront les jours de la Lune, auxquels elle s'éloigne successivement par son mouvement propre vers l'orient d'une heure, auxquels par conséquent elle se leve plus tard d'une heure chaque jour. De sorte que la première parallèle 4, 10, sera le jour auquel la Lune se leve d'une heure plus tard que le Soleil, auquel cas le point B, par exemple, de 11 heures à la Lune sera le point de midi au Soleil : & la suivante 5, 11, représentera le jour auquel la Lune se leve deux heures plus tard que le Soleil : auquel cas le point C, par exemple, de 10 heures à la Lune, sera le point de midi au Soleil, & ainsi des autres.

Il est évident que si l'on joint les points 12, B, C, & tous les autres qui appartiendront à midi, & que l'on peut trouver par un raisonnement semblable au précédent, par une ligne courbe ; cette ligne courbe sera la ligne meridienne lunaire. C'est de la même façon qu'on tracera les autres lignes horaires à la Lune, & il ne faut que regarder la Figure pour le comprendre.

Parce que la Lune employe environ quinze jours depuis sa conjonction avec le Soleil jusqu'à son opposition, c'est-à-dire, depuis qu'elle est nouvelle jusqu'à ce qu'elle soit pleine, ou diamétra-

lément opposée au Soleil, en sorte qu'elle se leve ^{Plan} quand le Soleil se couche, on effacera toutes les ^{che 40.} paralleles précédentes, excepté les deux premie- ^{Fig. 114.} res 57, 39. Et au lieu de diviser leur intervalle en douze parties égales, on le divisera en quinze, pour tirer par les points de division d'autres paralleles, qui représenteront les jours de la Lune, auxquels par conséquent on ajoutera les chiffres convenables, comme nous avons ici fait le long de la ligne meridienne, par le moyen desquels on connoîtra de nuit l'heure du Soleil aux rayons de la Lune, en cette sorte.

Appliquez au centre du Cadran A, un axe, c'est-à-dire, une verge qui fasse à ce centre A, avec la souffilatoire A12, un angle égal à l'élevation du pole sur le plan du Cadran, qui est la même que la hauteur du pole sur l'horison dans un Cadran horisontal. Cet axe montrera par son ombre sur le jour courant de la Lune l'heure qu'on cherche.

REMARQUES.

I.

Parce que la Lune par son mouvement propre s'éloigne du Soleil à chaque jour d'environ trois quarts d'heure vers l'Orient, ce qui fait qu'à chaque jour elle se leve de trois quarts-d'heure plus tard que le jour précédent, il est évident qu'en sçachant l'âge de la Lune, on peut par le moyen d'un simple Cadran au Soleil, connoître l'heure de nuit aux rayons de la Lune, en ajoutant à l'heure que la Lune marquera sur ce Cadran, autant de fois trois quarts-d'heure, que la Lune aura de jours entiers. L'âge de la Lune se trou-

E ij

vera , comme nous enseignerons dans la Cosmographie.

Si le 4^e jour de la Lune , par exemple , le stile du Cadran solaire marque aux rayons de la Lune six heures , multipliez les trois jours entiers de l'âge de la Lune par $\frac{3}{4}$, il viendra au quotient $2\frac{1}{4}$, que vous ajouterez à 6 , & vous connoîtrez qu'il est 8 heures & $\frac{1}{4}$ du soir.

I I.

Si vous voulez avoir plus précisément l'heure du Soleil , ayant observé l'heure marquée par les rayons de la Lune , comptez le nombre des jours entiers écoulés depuis la nouvelle-Lune : ajoutez autant de fois $\frac{4}{5}$ d'heure à l'heure observée à la Lune , la somme sera l'heure du Soleil.

Ayant trouvé , par exemple , que l'ombre de la Lune marque six heures du soir le sixième jour de la Lune , ajoutez à 6 heures du soir 5 fois $\frac{4}{5}$, qui valent 4 heures , la somme 10 fait connoître qu'il est dix heures du soir selon le Soleil.

I I I.

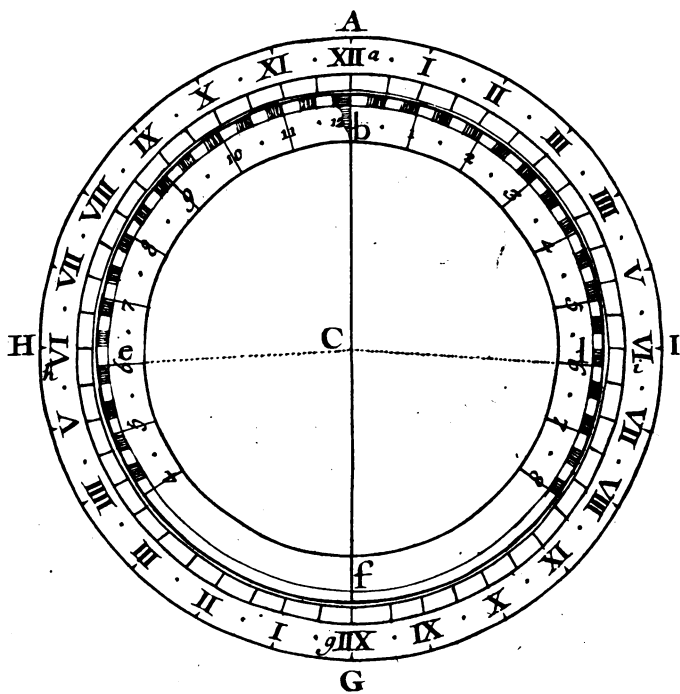
Observez qu'au seizième de la Lune , il faut recommencer à compter pour le second , au dix-septième pour le troisième , & ainsi de suite jusqu'à la fin. Quand on aura trouvé un nombre plus grand que 12 , on aura soin de retrancher les 12 , & le reste sera l'heure qu'on cherche.

I V.

Lorsque la Lune est nouvelle , l'heure de la Lu-

dra.
our.
qui
r'de
il far
a die
jufq
lus
12,
de h

Figure . 9 .



PROBLEMES DE GNOMONIQUE. 69

ne est la même que l'heure du Soleil ; & le jour de la pleine Lune , son ombre marque précisément la même heure que marqueroit le Soleil , puisque la Lune se trouve dans le même point , où s'est trouvé le Soleil douze heures auparavant.

PROBLEME XXVII.

Construire une Machine pour trouver avec justesse & précision l'heure au clair de la Lune.

Cette machine est composée de deux plaques faites de cuivre, de leton , ou de carton. L'une AHGI est fixe & immobile ; l'autre *befl* , est mobile. Sur la plaque immobile il y a un cercle *ahgi* , divisé en 24 parties égales , qui servent à représenter les 24 heures du jour , dont chacune doit être divisée en demies & quarts d'heure. Sur le centre C de ce cercle on applique l'autre plaque ronde & mobile *befl* , dont le bord est divisé en parties qui représentent les heures que la Lune fait par son ombre sur un Cadran au Soleil. Ces heures ne sont pas égales à celles du Soleil , décrites sur le cercle immobile ; mais elles doivent être plus grandes de la valeur de deux minutes par heures ; car la Lune retarde d'environ 48 minutes par jour , & de 12 minutes en six heures. Ainsi puisqu'un degré de Signe vaut 4 minutes de tems , il est clair que 3 degrez valent 12 minutes de tems. C'est pourquoi ayant tiré la ligne de midi ACG , il faut prendre pour six heures 93 degrez de part & d'autre, depuis le point *b* , jusqu'aux points *e* , *l* , & diviser chacun de ces espaces en six parties égales pour 6 heures , puis en demies & en quarts , comme on le voit dans la Figure.

Plan-
che 6 *
Fig. 9.

E iij

Usage.

Placez l'index *ab* de la plaque mobile sur l'heure du passage par le méridien du jour auquel vous voulez trouver l'heure. La machine étant ainsi disposée , observez quelle heure marque l'ombre de la Lune sur un Cadran horisontal , la même heure sur la plaque mobile vous montrera vis-à-vis sur la plaque immobile la vraie heure au Soleil.

REMARQUE.

Pour connoître le passage de la Lune par le méridien , il faut consulter le Livre de la Connoissance des Temps , calculez par M. *Lientand* , Membre de l'Académie Royale des Sciences.

PROBLEME XXVIII.

Decrire un Cadran par réflexion.

ON peut décrire sur une muraille obscure , ou bien sur une voute un Cadran , où l'on puisse connoître les heures par réflexion , en cette sorte. Décrivez un Cadran sur un plan horisontal qui puisse être éclairé des rayons du Soleil , par exemple , sur une fenêtre , en sorte que le centre du Cadran regarde directement le Septentrion , & que les lignes horaires ayent une situation contraire à celle qu'on leur donne dans les Cadrans horisontaux ordinaires. Ce Cadran étant ainsi construit , avec son petit stile droit , appliquez un filet sur quelque point que ce soit de chaque ligne horaire , & l'étendez fermement jusqu'à ce que passant par le bout du stile , il rencontre la muraille ou la voute en un point qui appartiendra à l'heure sur laquelle le

filet aura été appliqué. On trouvera de cette manière autant d'autres points qu'on voudra de chaque ligne horaire, qu'on joindra par une ligne droite ou courbe. Le Cadran sera achevé, & l'on connoîtra les heures par réflexion, en appliquant au bout du stile du Cadran horizontal une petite piece de Miroir plat, qui doit être posée bien horizontalement. Au lieu d'un Miroir plat, on peut se servir d'eau, qui se met naturellement dans une situation horizontale : cette eau par son mouvement fera mieux distinguer la réflexion sur la muraille ou sur le plancher, où l'on a tracé le Cadran, lorsque la lumière du Soleil est foible.

PROBLEME XXIX.

Décrire un Cadran par réfraction.

ON peut décrire très-facilement un Cadran horizontal par réfraction dans le fond d'un vase rempli d'eau, par le moyen de la table des verticaux du Soleil, qui est à la page 61 de la table des hauteurs du Soleil, qu'on trouve à la pag. 39, & de la table suivante, dont la première colonne vers la gauche contient les angles d'inclinaison des rayons du Soleil, c'est-à-dire, les degrez du complement de la hauteur du Soleil sur l'horison, ou de la distance du Soleil au zenit, auxquels répondent dans la seconde colonne vers la droite les degrez & les minutes des angles brisez qui se font dans l'eau, c'est-à-dire, la diminution des angles d'inclinaison, qui se fait dans l'eau, lorsque le Soleil est éloigné du zenit d'autant de degrez. Ce qui fait raccourcir l'ombre du stile, qui doit être couvert d'eau, quand on veut connoître les heures aux rayons du Soleil par le moyen de ce Cadran, dont la construction est telle.

E iij

Ayant tiré par le pied du stile A , la ligne méri-

Table des Angles brisez dans l'eau , pour tous les degrez des Angles d'inclinaison.

A	D.M.	A	D.M.	A	D.M.
1	0.46	31	23.38	61	42.52
2	1.33	32	24.21	62	43.23
3	2.20	33	25. 4	63	43.53
4	3. 7	34	25.47	64	44.21
5	3.54	35	26.30	65	44.50
6	4.40	36	27.13	66	45.17
7	5.27	37	27.55	67	45.44
8	6.13	38	28.37	68	46.10
9	7. 0	39	29.19	69	46.34
10	7.46	40	30. 0	70	46.58
11	8.30	41	30.41	71	47.21
12	9.18	42	31.22	72	47.43
13	10. 4	43	32. 2	73	48. 3
14	10.50	44	32.42	74	48.23
15	11.36	45	33.22	75	48.43
16	12.22	46	34. 2	76	49. 1
17	13. 9	47	34.41	77	49.17
18	13.55	48	35.19	78	49.33
19	14.40	49	35.57	79	49.47
20	15.25	50	36.35	80	50. 0
21	16.11	51	37.12	81	50.12
22	16.57	52	37.47	82	50.23
23	17.42	53	38.24	83	50.32
24	18.27	54	39. 0	84	50.41
25	19.12	55	39.25	85	50.48
26	19.56	56	40. 9	86	50.54
27	20.40	57	40.43	87	50.58
28	21.25	58	41.17	88	51. 1
29	22.10	59	41.49	89	51. 3
30	22.54	60	42.21	90	0. 0

diene AB , vous marquerez sur cette méridienne

AB, les points des Signes, par exemple, le point du commencement de ♎, par le moyen de la Table précédente des angles brisez, & de la Table des hauteurs du Soleil sur l'horison, en menant à la méridienne **AB**, par le pied du stile **A**, la perpendiculaire **AD**, égale au stile **AC**, & en faisant au point **D**, l'angle **ADB** de la distance brisée au zenit, qui au commencement du ♎ se trouve à midi d'environ 48 degrez, par la ligne **DB**, qui donnera sur la méridienne **AB**, le point **B** de ♎. Ainsi des autres.

Plan-
che 40.
Fig. 115.

Pour trouver la distance brisée du Soleil au zenit, on regardera premièrement la Table des hauteurs du Soleil, où l'on connoît que le Soleil étant au commencement de ♎, il est élevé à midi sur l'horison de 17 d. 29', qu'il est par conséquent éloigné du zenit de 72 d. 31', qui font le reste de la hauteur méridienne à 90 degrez. Puis considérant cette distance comme un angle d'inclinaison, on connoîtra par la Table des angles brisez, que cet angle d'inclinaison se change en un angle d'environ 48 degrez pour la distance brisée du Soleil au zenit.

C'est de la même façon que l'on trouvera par le moyen de ces deux Tables la distance brisée du Soleil au zenit au commencement de quelqu'autre Signe, non seulement à midi, mais encore aux autres heures du jour. Ce qui servira pour en trouver les points, & en même tems les points des Signes par le moyen de la Table des Verticaux du Soleil, en cette sorte.

Pour trouver, par exemple, le point du commencement de ♎, & de 1 heure, auquel tems le Soleil est dans un vertical éloigné du méridien de 14 d. 19', faites au pied du stile **A**, avec la méri-

dienné AB, l'angle BAF de 14 d. 19', par la ligne AF, qui représentera le vertical du Soleil. Ayant mené à cette ligne AF, par le même pied du stile A, la perpendiculaire AE, égale au stile AC, faites au point E l'angle AEF égal à la distance brisée du Soleil au zénit, qui se trouvera de 48 d. 10', pour avoir en F sur le vertical AF, le point de 1 heure & du ☉.

On trouvera de la même façon les autres points des Signes, & des autres heures, & si l'on joint ceux qui appartiendront à une même heure par une ligne courbe, & pareillement ceux qui appartiendront au même Signe par une ligne courbe, le Cadran sera achevé. On y connoîtra les heures par réfraction, lorsque tout le stile AC sera couvert d'eau, & que le pied de ce stile A sera tourné directement vers le midi, en sorte que le point B regarde le septentrion. Le bout de l'ombre du stile AC montrera en même tems le Signe du Soleil.

PROBLEME XXX.

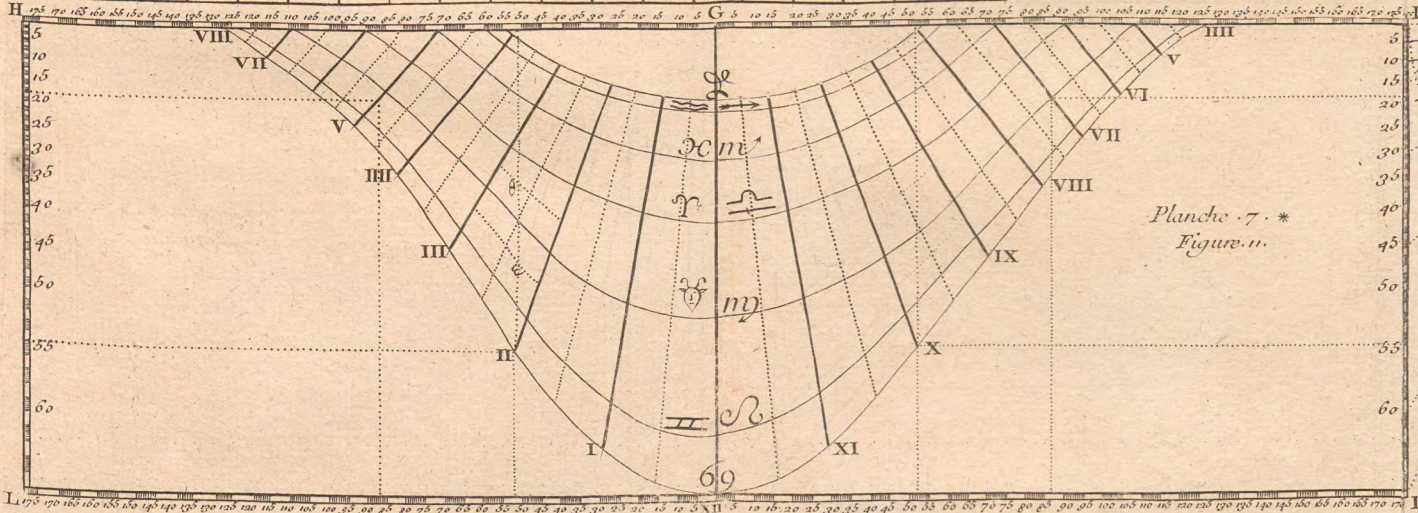
Construire un Cadran sur la surface convexe d'un cylindre perpendiculaire à l'horison.

LE P. Kirker, qui donne la maniere de construire un Cadran sur un cylindre fixe posé perpendiculairement à l'horison, obmet de parler du stile : ce qui a échappé à ce Pere, se trouve dans une des Lettres de Benedictus, où il enseigne la façon de ce Cadran, & prescrit la longueur du stile, ou de trois stiles égaux, dont il se sert. Le P. Quenet, à qui cette pluralité de stiles a paru incommode, les supprime tout-à-fait, & substitue ingénieusement à leur place un cercle, dont

TABLE des Verticaux et des Hauteurs du Soleil en chaque heure du jour pour le commen-
cement de chaque Signe pour la latitude de Paris de 48.°50. servant ala construction
du Cadran. Cylindrique fixe. Les Verticaux et les Hauteurs du Soleil pour les demies
heures sont marqués par une Etoile entre les Heures. l'Obliquité de l'Ecliptique de 23.°29

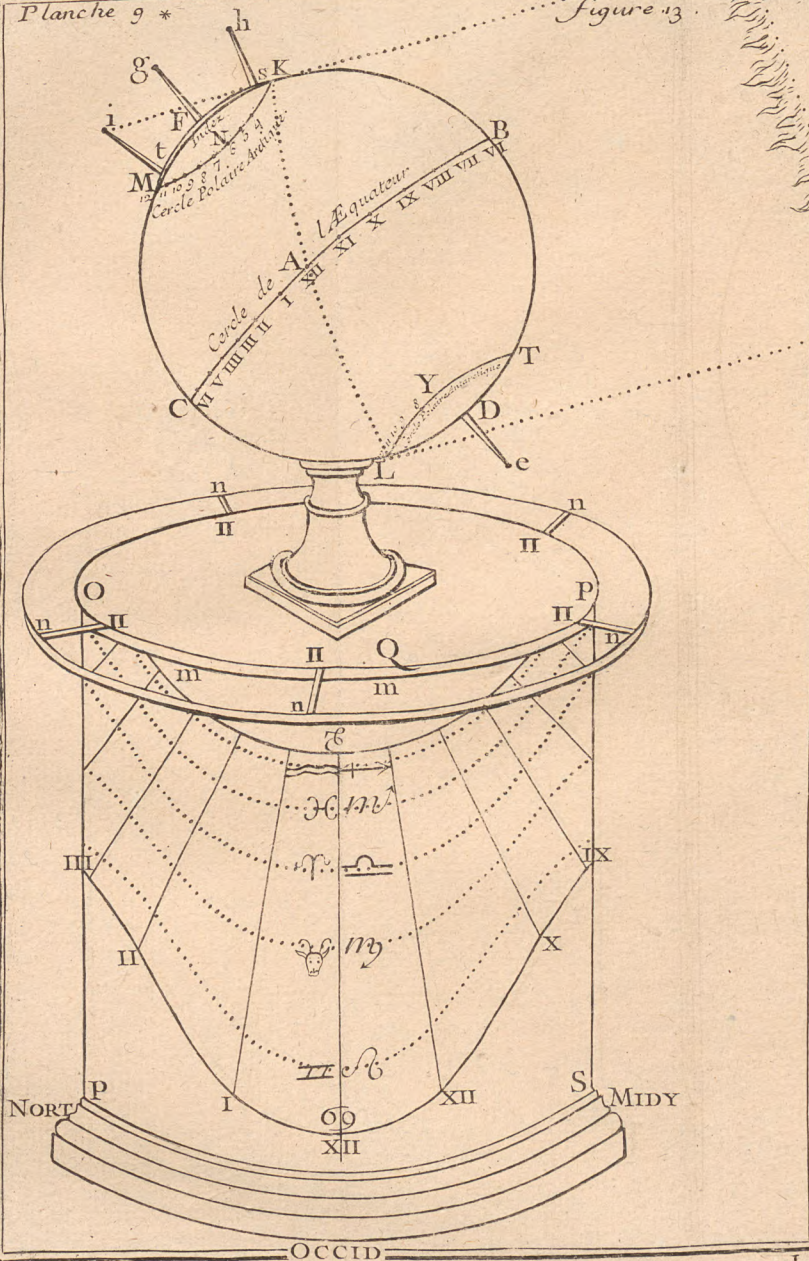
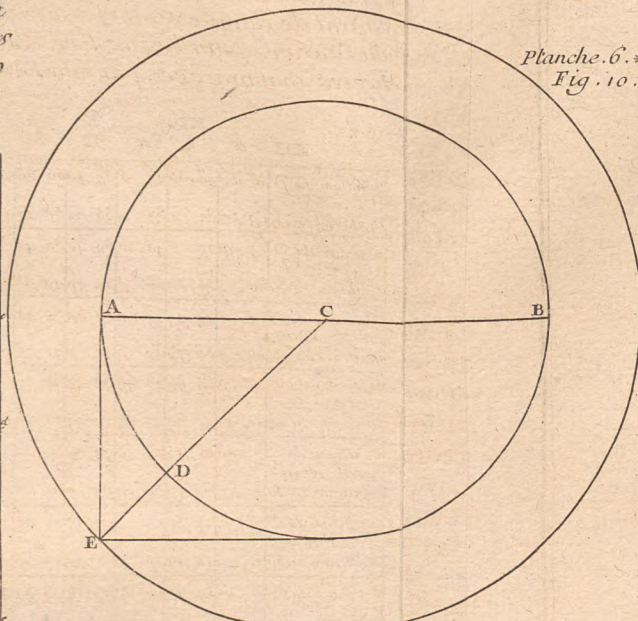
Plan. 8.*
Fig. 12.

	XII *	I *	II *	III *	III *	V *	VI *	VII *	VIII *
Verticaux du ☉ en ☿	15 54 30 25 43	5 53 49 52 56 70 49 77 45 84 2 89 41 95 23 100 40 105 58 111 116 28 121 52							
Hauteurs du ☉ en ♄	63 57 62 1 50	4 55 22 51 10 45 38 41 53 37 00 32 4 27 9 22 16 17 28 12 47 8 16 3 57							
Verticaux du ☉ en ♀	14 39 23 6 40	10 50 40 59 44 67 41 74 45 81 10 87 9 92 48 98 15 103 36 108 56 114 20 119 51							
Hauteurs du ☉ en ♀	61 20 50 42 58	55 56 9 52 38 48 35 44 10 39 20 34 39 20 45 24 49 19 54 15 3 10 19 5 44 1 20							
Verticaux du ☉ en ☿ et ♄	12 2 23 34 34	10 43 59 52 44 60 36 67 40 74 21 80 32 86 23 92 4 97 38 103 "							
Hauteurs du ☉ en ☿ et ♄	62 40 52	8 50 38 48 15 45 8 41 26 37 19 32 53 28 12 23 23 18 29 13 33 8 38 3 47							
Verticaux du ☉ en ♀ et ♄	10 55 19	36 28 49 37 29 45 33 53 25 9 59 66 31 72 41 78 36 84 20 90							
Hauteurs du ☉ en ♀ et ♄	41 10 40	44 39 29 37 27 34 45 31 29 27 44 33 27 19 13 14 35 9 49 4 56							
Verticaux du ☉ en ♄ et ♄	8 20 16	45 24 46 32 28 39 47 46 42 53 16 59 30 65 27 71 12							
Hauteurs du ☉ en ♄ et ♄	20 40 29	17 28 13 26 29 24 7 21 12 17 49 14 2 9 56 5 33 0 58							
Verticaux du ☉ en ♄ et ♄	7 31 14	57 22 12 29 13 35 57 42 24 48 34 54 28							
Hauteurs du ☉ en ♄ et ♄	20 50 20	39 19 42 18 7 15 59 13 19 10 12 6 41 2 49							
Verticaux du ☉ en ♄	7 12 14	20 21 18 28 4 34 36 40 50 46 50 52 35							
Hauteurs du ☉ en ♄	17 41 17	22 16 27 14 57 12 52 10 19 7 18 3 53 0 7							



Recreat. Mathem. Gnomonique.

Planche. 6.*
Fig. 10.



Gravé par F. Bailloud l'ainé

il environne le cylindre : ce cercle tient lieu de tous les stiles qu'on peut imaginer autour de ce cylindre. On le place au haut du cylindre , à l'extrémité supérieure du Cadran. Voyez la Figure 13. Planche 9^e. Le P. Quenet étoit Religieux Benedictin Conventuel de l'Abbaye de saint Denis ; il a fait l'ouvrage , dont on donne ici la description ; il l'a exécuté en marbre & en pierre , & placé dans le jardin des PP. Benedictins de l'Abbaye de saint Germain des Prez à Paris. C'est un ouvrage digne de la curiosité des connoisseurs.

Soit AB le diamètre du cylindre , sur lequel on Plan-
 veut décrire le Cadran. De l'une de ses extrémités, ^{che 6 *}
 comme A , ayant mené la tangente AE , égale au ^{Fig. 10.}
 demi-diamètre AC , on tirera la secante CE , qui
 rencontrera la tangente au point E , & coupera
 la circonférence du cylindre au point D : la di-
 stance DE fera la longueur du stile. Ensuite du
 centre C , on décrira un cercle par le point E :
 ce cercle , qui est concentrique au premier , repré-
 sentera l'extrémité du stile ou des stiles qu'on peut
 imaginer , comme nous avons dit , autour du cy-
 lindre, dont il est par-tout également éloigné de
 la quantité DE : sur la grandeur de ce cercle on
 en fait un de fer , que l'on soutient par des tenons ,
 qui l'entretiennent à égale distance du cylindre ; il
 sert à marquer les heures sur le Cadran qui y est
 tracé.

Il est bon d'avertir que quoiqu'on ait fait la
 tangente AE égale au demi-diamètre du cylindre
 pour établir une règle fixe & générale , qui donne
 en ce cas au stile DE le plus de longueur qu'il
 puisse avoir , cela n'empêche pas qu'on ne puisse
 prendre cette tangente plus petite , d'où il résul-
 teroit nécessairement une moindre longueur du

Plan-
che 7 *
Fig. 11.

stile ; mais sans préjudice du succès de l'opération.

Cela étant fait , sur KF égale à la tangente AE , ayant décrit le quart de cercle FN , & l'ayant divisé en ses degrez , on comptera depuis F vers N la plus grande hauteur du Soleil sur l'horison du lieu , laquelle étant à Paris de 64 degrez 39' , donnera l'arc FM d'autant de degrez & minutes. On tirera par le point M la secante KI , laquelle rencontrant le cylindre au point I , on aura FI , tangente de 64 degrez 39' pour la hauteur du Cadran. Remarquez que le cylindre doit être pris de telle grosseur , que les heures puissent être marquées très-distinctement sur sa surface.

Comme l'opération sur le corps cylindrique se fait de même que sur le plan , nous développerons ici la surface du cylindre sous la figure du rectangle FHLI , qui lui sera égale , en faisant sa longueur FH égale à la circonférence ADB du cylindre , & sa hauteur FI égale à la tangente de 64 degrez 39' , qui est , comme nous l'avons déjà dit , la hauteur du Cadran.

Ayant divisé FH par le milieu en G , tirez-lui par ce point la perpendiculaire GXII : après quoi divisez chacun des deux espaces HG , GH en 180 parties ou degrez , la numeration commençant de part & d'autre du point G , qui est le point de midi. Les points de 90 degrez qui partagent en deux également chacun des intervalles HG , GF , sont les points de 6 heures du matin & du soir , qui se trouvent diamétralement opposez sur le cylindre , comme aussi la ligne GXII de midi y est diamétralement opposé à la ligne FI ou HL , si on imagine que ces deux lignes , qui sont séparées sur le plan HFLI , se réunissent , & n'en font qu'une sur le cylindre.

PROBLÈMES DE GNOMONIQUE. 77

Ensuite par les divisions du quart de cercle FN, tirez des secantes, qui marqueront sur FI les tangentes des hauteurs du Soleil à chaque heure du jour pendant toute l'année. Pour plus de certitude & de facilité, lorsque vous voudrez travailler sur le corps cylindrique, où il faudra vous servir de règles pliantes, faites de plomb, de carte, de baleine, ou de ressort de montre, il sera bon de diviser, comme on a divisé FI, quelque ligne qui lui soit parallèle, comme la ligne HL, ou la ligne GXII, ou bien quelque ligne occulte, que vous tirerez entre GXII & FI, sur laquelle vous porterez les divisions qui sont sur FI. Vous pourrez aussi porter les divisions de FH sur IL.

Ces préparations faites, il faut avoir une table des verticaux & des hauteurs du Soleil à toutes les hauteurs du jour pour le commencement de chaque Signe, comme celle que l'on donne ici pour la latitude ou hauteur du pôle de Paris, qui est de Planche 8 * 48 degrez 50', où l'on trouve ensemble le vertical & la hauteur du Soleil pour une même heure & Fig. 12. un même parallèle. Le parallèle de \odot & celui de ♄ , * l'un le premier, & l'autre le dernier dans la Table, n'ont chacun qu'un seul Signe, parce qu'étant les termes de la course du Soleil, il ne peut y avoir que les parallèles entre-moyens, qui aient chacun deux Signes, comme on voit que le parallèle qui suit immédiatement celui de \odot , appartient aux deux Signes de ♈ & de ♊ , qui sont également distans de ce même Signe, l'un en montant, l'autre en descendant, les heures y sont marquées en double rang, celles du matin avec celles du soir, qui leur correspondent en égale

* Voyez la signification de ces figures dans le Problème XXIX. de la Cosmographie.

Plan-
che 8 *
Fig. 12.

distance de midi dans cet ordre , XII XI X IX
I II III

&c. Les heures du matin & du soir sont également distantes du Midi , ayant même vertical & même hauteur du Soleil : les verticaux & les hauteurs du Soleil pour les demi-heures sont marqués par une étoile placée entre les heures.

Maintenant pour avoir les heures sur ce Cadran par le moyen de cette Table , & y marquer , par exemple , le point de X heures du matin ou de II heures du soir pour le tems de l'entrée du Soleil en ☉ , vous trouverez en la colonne de la Table sous $\frac{X}{II}$ heures le nombre 53 degrez 49' ,

pour le vertical du Soleil à $\frac{X}{II}$ heures en ☉ , c'est-à-dire , pour la distance du Soleil au Méridien du lieu , mesurée par un arc de l'horison : car les verticaux du Soleil se comptent sur l'horison représenté par l'horizontale FH , & les hauteurs du Soleil sur un cercle perpendiculaire à l'horison , représenté par la ligne FI , qui est perpendiculaire à l'horizontale FH. Continuant ensuite dans la même colonne , vous trouverez que la hauteur du Soleil pour la même heure , & le même parallèle est de 55 degrez 22'. Avec ces deux nombres vous irez au Cadran , où vous compterez sur l'horizontale FH , depuis le point G de XII heures vers F , 53 degrez 49' , pour le vertical du Soleil , & sur FI vous compterez depuis F 55 degrez 22' , pour la hauteur de cet Astre. Puis posant la règle sur le nombre 53 degrez 49' de la ligne FH perpendiculairement à la même ligne , ou pour le mieux , comme j'en ai déjà averti , étendant votre règle jusques sur le même nombre 53 degrez 49' . que vous

devez avoir marqué sur la ligne LI, vous tracerez un trait léger.

Appliquant ensuite la règle sur le nombre 55 degrez 22' de la ligne FI perpendiculairement à la même ligne, ou encore mieux, comme je l'ai déjà dit, posant l'autre bout de la règle sur le nombre 53 degrez 22', que vous aurez dû avoir marqué sur la ligne HL, ou sur quelqu'autre que vous aurez tiré parallele à la ligne FI, vous tracerez un autre trait, & vous aurez dans l'interfection des deux traits, le point de X heures, qui sera aussi un point par lequel doit passer le parallele de \odot . La même opération vous donnera aussi le point de II heures après midi, en prenant de l'autre part du point G le même nombre 53 degrez 49', pour le vertical du Soleil à deux heures, & avec la même hauteur 55 degrez 22' comptée sur FI ou sur LH, agissant de même que vous avez fait pour avoir le point de X heures.

Remarquez que les heures du soir doivent être à la droite de la ligne de midi entre cette ligne de midi GXII, & la ligne HL, celles du matin à la gauche entre la ligne de midi GXII, & la ligne FI.

Je suppose encore, pour instruire le Lecteur par plus d'un exemple, que l'on veuille marquer le point de VII heures du matin & de V heures du soir pour le tems de l'entrée du Soleil aux Signes de ϑ & de \mathfrak{m} ; on consultera la Table, & l'on trouvera en la colonne sous VII heures, que le nombre vis-à-vis le vertical du Soleil en ϑ & \mathfrak{m} est de 86 degrez 23'; & continuant dans la même colonne, on trouvera que la hauteur du Soleil pour la même heure, & le même parallele est de 18 de-

grez 29'. Avec ces deux nombres on viendra au Cadran, & l'on comptera sur FH depuis G 86 degrez 23' pour le vertical du Soleil, & sur la ligne FI, on comptera depuis F 18 degrez 29' pour la hauteur du même Astre. L'interfection des deux lignes que l'on tirera par ces nombres, donnera le point de VII heures du matin & de V heures du soir, par une opération semblable à celle de l'exemple précédent.

Par ces points ainsi trouvez, on menera une courbe, qui sera la représentation ou projection du parallele pour lequel ces heures ont été marquées. On aura de la même façon la projection des autres paralleles, & ensemble les points des lignes des heures. On placera les caracteres des Signes à ces paralleles, donnant à celui qui est le plus bas le Signe de \odot , & à celui qui est le plus haut & le plus près de l'horizontale le Signe de \propto .

Pour connoître l'heure sur ce Cadran, il faut sçavoir premierement que le Soleil éclairant un cylindre posé perpendiculairement à l'horison, l'ombre de ce cylindre est marquée sur lui-même par une ligne droite, qui est aussi perpendiculaire à l'horison; & c'est cette ligne que nous appellerons la ligne de l'ombre du cylindre; secondement, qu'une moitié d'un cylindre est toujours éclairée, & l'autre moitié ombrée; ce qui lui est commun avec les corps spheriques. Cela étant ainsi, je dis que l'heure est marquée & connue sur ce Cadran par l'interfection de cestrois lignes ensemble; sçavoir, de l'ombre du cercle, qui sert de stile (que nous appellerons simplement dans la suite ombre du stile) qui est une ligne courbe; du parallele du Soleil, qui est aussi une ligne courbe; & de l'ombre du cylindre, qui est une ligne droite.

On

On peut cependant , sans avoir égard à ces trois lignes ensemble ; n'observer que l'intersection de deux ; ce qui suffira pour connoître l'heure : par exemple, l'intersection de l'ombre du stile avec l'ombre du cylindre ; ou bien l'intersection de l'ombre du cylindre avec le parallèle du Soleil ; ou bien encore l'intersection du parallèle du Soleil avec l'ombre du stile , selon que le point de section des deux lignes se rencontrera sur une ligne horaire ou espace horaire : ce qui sera confirmé par le concours de la troisième ligne en ce même point de section.

Pour me faire entendre , je suppose que la ligne que l'on a tracé dans ce Cadran par le nombre 53 degrez 49', qui a servi dans le premier exemple à marquer II heures après midi ; je suppose , dis-je, que cette ligne soit celle de l'ombre du cylindre , & que l'on veuille connoître alors l'heure qu'il est. Pour cela il faut sçavoir quel parallèle le Soleil parcourt , & sçachant , par exemple , que c'est celui de \approx & de \rightarrow , on connoîtra , lorsque la ligne de l'ombre du cylindre coupe la ligne de ce parallèle au point du milieu entre la ligne de III heures & $\frac{1}{2}$, & la ligne de IV heures , qu'il doit être trois heures trois quarts. Si le Soleil , dans le tems qu'on demande l'heure , se trouvoit dans le commencement de χ & de \mathfrak{m} (la ligne de l'ombre du cylindre étant au même endroit) on connoîtroit qu'il seroit près de trois heures & demie ; parce que cette ligne coupe le parallèle de ces Signes un peu avant la demie de trois heures. Si le Soleil étoit au commencement d' γ & de \underline{n} , on connoîtroit qu'il seroit près de trois heures , parce que la ligne de l'ombre du cylindre coupe ce

§2. RECREAT. MATHEM. ET PHYS.

parallele un peu avant III heures. Le Soleil entrant dans les Signes de γ & μ , il seroit presque deux heures & demie. Le Soleil parcourant le parallelle de son entrée aux Signes de π & de Ω , il seroit près de deux heures & un quart. Enfin le Soleil entrant au Signe de σ , on connoîtroit qu'il seroit deux heures ; parce que l'ombre du cylindre coupe ce parallelle au point ; où il est rencontré par la ligne de deux heures.

Je suppose encore que le Soleil soit au dixième degré de γ , ou au vingtième de μ ; en ce cas il faudroit imaginer comme décrit le parallelle qui passeroit par le dixième degré de γ , & qui n'a pas été tracé, pour ne point embarrasser la Figure par la multitude des lignes (la ligne de l'ombre du cylindre coupant ce parallelle imaginaire en un point comme θ , qui fait justement le milieu entre la demie de deux heures, & la ligne de trois heures) on connoîtroit qu'il seroit deux heures trois quarts.

J'ajoute encore, que le Soleil étant au quinzième degré du γ ou du Ω , si on imagine un parallelle décrit par ce degré, lequel se trouve coupé par la ligne de l'ombre du cylindre en un point, comme ω , qui fait justement le milieu entre la ligne de II heures, & la ligne de II heures & demie, on connoîtra qu'il est deux heures & un quart, & ainsi des autres.

R E M A R Q U E S.

On doit faire attention que ces courbes qu'on imaginera décrites, ne pouvant être parallèles à celles qui sont déjà décrites, sont au moins conçues suivre leur forme & figure. Il faut ob-

server que quand même aucun des parallèles ne
 seroit décrit , on ne laisseroit pas d'avoir l'heure
 marquée , puisqu'on a toujours la section de l'om-
 bre du stile avec l'ombre du cylindre , qui marque
 non seulement l'heure , mais encore la trace du pa-
 rallele qui n'est pas décrit , selon ce qui a déjà été
 dit , que des trois lignes qui concourent toujours
 à nous indiquer l'heure , si l'une manque , la section
 des deux autres peut suffire. Les exemples
 rapportez ci-dessus suffisent pour apprendre à con-
 noître l'heure , lorsque la ligne de l'ombre du cy-
 lindre se trouvera en quelqu'autre endroit du
 Cadran.

PROBLÈME XXXI.

Construire un Cadran sur un Globe.

ON a parlé dans le Problème précédent du
 Cadran tracé sur le cylindre ; nous allons
 maintenant parler du Cadran décrit sur la surface
 d'un Globe , qu'on peut poser sur le cylindre. Ce
 Cadran , qui est le plus simple & le plus naturel de
 tous , consiste en la division du cercle de l'Equa-
 teur en 24 parties égales pour les 24 heures du
 jour naturel. Le point de XII heures du Globe
 répondant à la ligne de XII heures du cylindre ,
 l'un & l'autre étant tournés directement à l'Oc-
 cident , l'heure y est marquée par l'ombre du
 Globe , laquelle coupant le cercle de l'Equateur
 dans l'une ou l'autre de ses divisions , fait connoî-
 tre l'heure , ou la partie d'heure qu'il est. Ces Ca-
 drans ainsi dirigés doivent , s'ils sont bien con-
 struits , marquer une même heure.

La raison pour laquelle on dirige le point de

F ij

84 RECREAT MATHÉM. ET PHYS.

XII heures de ces Cadrans vers l'Occident ; vient de ce que le Soleil éclairant toujours la moitié tant du Globe que du cylindre, l'ombre est toujours éloignée de 90 degrez de l'aspect perpendiculaire de cet Astre, ou du cercle horaire, où il est alors. Ainsi, par exemple, quand cet Astre arrive au Méridien, faisant le Midi du lieu, l'ombre marque XII heures en un point qui regarde l'Occident : or l'Occident est éloigné du Midi d'un quart de cercle, ou de 90 degrez.

Quand ce Cadran auroit de la part de l'ouvrier toute la perfection possible, il a toutefois le défaut de ne pouvoir marquer assez précisément l'heure, à cause de la *Penombre*, qui se forme sur les corps spheriques. On appelle *Penombre* la rencontre indécise de la lumière & de l'ombre qui partagent également le Globe, ou bien c'est le mélange confus de l'une & de l'autre : elles s'étendent en une zone ou ceinture, qui pour être ordinairement trop dilatée, fait que le vrai point de séparation de l'Hémisphere illuminé d'avec l'ombre, est toujours équivoque & douteux. Or ce point manquant, il suit qu'on ne peut avoir qu'imparfaitement la vraie heure, qui seroit marquée par ce point.

Construction des Cadrans Polaires.

Pour remédier à ce défaut, on décrit sur le même Globe deux autres cercles pour en faire des Cadrans : ces cercles sont les deux Polaires, Arctique & Antarctique, que l'on divise en 24 parties égales, comme on a divisé l'Equateur qui y est tracé. On prend huit de ces divisions dans le Polaire Antarctique, pour les huit heures dont est composé le plus court jour à Paris ; & on en

prend seize dans le Polaire Arctique , pour les seize heures du plus grand jour. Les heures sont marquées dans ces deux Cadrans distinctement & sans équivoque , par l'ombre de l'axe du Monde : elles y sont dans leurs places naturelles , le point de XII heures convenant avec le Méridien du lieu , au lieu que dans le Cadran de l'Equateur , c'est le point de VI heures , qui est dans le plan de ce Méridien.

Comme il arrive le plus souvent que l'ombre du Globe couvre en partie ces Cadrans , & que par conséquent l'ombre de l'axe du Monde ne peut marquer l'heure , on y supplée par le moyen d'un Index mobile autour de cet axe. Cet Index porte deux verges droites attachées près de ses extrémités. On observe dans la position de ces verges , qu'elles soient dans le plan que l'on conçoit passer par l'axe du Monde , & par les extrémités de l'Index. Or ce plan étant celui d'un Méridien , il suit que ces verges sont successivement par le mouvement de l'Index dans le plan de chacun des Méridiens , & font ainsi connoître l'heure dénommée du Méridien dans lequel elles se trouvent avec le Soleil. On doit avoir soin de faire ces verges assez longues , pour qu'elles puissent recevoir les rayons du Soleil dans sa moindre élévation sur l'horizon.

Pour connoître l'heure , par le moyen de cet Index , on dirige une de ses extrémités vers le Soleil , en sorte que les deux verges fassent ensemble une seule ombre , ou , pour mieux dire , les trois ombres des trois verges n'en fassent qu'une ; car il ne se peut faire autrement que l'ombre de l'axe ne s'unisse avec celles-ci , & alors l'autre extrémité de l'Index marque l'heure sur le cercle.

Polaire. L'usage de cet Index a lieu presque durant toute l'année; il n'y a que le tems des Solstices, où l'on peut s'en passer; à cause qu'alors l'ombre de l'axe marque l'heure sur l'un ou l'autre de ces Cadrans. Je dis l'un ou l'autre, parce qu'en un jour de Solstice l'un des Cadrans est tout entier dans l'Hémisphère illuminé, pendant que l'autre est nécessairement tout entier dans l'Hémisphère ombré: & reciproquement celui qui est alors dans l'Hémisphère ombré, se trouve au jour du Solstice suivant tout entier dans l'Hémisphère illuminé. J'ajouterai qu'on doit faire cet Index de telle longueur, que ses extrémités puissent aborder la circonférence du cercle Polaire. On le fait ordinairement de cuivre, aussi-bien que les verges: il doit être recourbé de façon qu'il puisse s'ajuster à la sphericité du Globe. Le même Index, que l'on applique ordinairement au Cadran du cercle Polaire Arctique, pourroit avoir également sa place au Polaire Antarctique.

Plan-
che 9 *
Fig. 13.

La Figure 13. représente le Globe disposé selon l'élevation du pôle du lieu, élevé sur son pied, posé au milieu de la coupe supérieure du cylindre.

Le cercle FBDC représente dans cette position du Globe le Méridien du lieu, sur lequel est le point B de VI heures du Cadran de l'Equateur.

CAB est le cercle de l'Equateur servant de Cadran divisé en heures marquées seulement par des points sans aucun cercle, n'étant pas besoin d'en tracer d'autres que celui-ci, dont la section avec l'ombre du Globe, marque l'heure. Le point A de XII heures est tourné à l'Occident; le point B de VI heures, qui est sur la partie élevée du Globe, est tourné au Midi; l'autre point C de VI heures,

qui est sur la partie déprimée du Globe , est dirigé au Nord.

MNK est le cercle Polaire Arctique , LYT le Polaire Antarctique ; l'un & l'autre sont divisez en heures , de même que l'Equateur , pour servir , comme lui , de Cadran.

F est le pole Arctique Boreal ou Septentrional élevé sur l'horison ,

D est le pole Antarctique Austral ou Méridional abaissé sous l'horison ,

g e est l'axe du Monde.

Fg , D e sont les portions de l'axe du Monde excédant le Globe.

MFK est l'Index , dont les extrémités pointues M & K abordent la circonférence du cercle Polaire MNK ; cet Index est mobile en F autour de l'axe Fg , & peut parcourir librement le cercle Polaire.

t i , s h , sont des verges droites attachées sur l'Index près de ses extrémités ; elles peuvent être d'une longueur prise à volonté , ou du moins telle qu'elles puissent recevoir les rayons du Soleil dans la moindre hauteur sur l'horison.

Le cercle ponctué KAL représente le bord de l'illumination , qu'on appelle aussi l'horison du Soleil , qui sépare l'Hémisphère éclairé KBL de l'Hémisphère ombré KCL : en quoi l'on voit que dans le Solstice d'Hyver , comme on le suppose dans l'exemple de cette Figure , le Polaire Arctique MNK est tout entier dans l'Hémisphère ombré , pendant que son opposé le Polaire Antarctique LYT est tout entier dans l'Hémisphère illuminé KBL. Et il arrivera le contraire , quand le Soleil parviendra au Solstice d'Esté.

OQP est la circonférence de la coupe supérieure

F iij

du cylindre , le plan de laquelle est parallele à l'horison , & au milieu de laquelle est posé le pied qui porte le Globe.

m m est la ligne horisontale du Cadran.

n n n n est le cercle de fer environnant le cylindre , servant de stile au Cadran qui y est tracé , & éloigné du même cylindre de la longueur du stile , soutenu par des tenons Π n de fer , qui l'entretiennent à égale distance du cylindre.

R O P S est le profil du cylindre.

On remarquera qu'il faut que la ligne horisontale m m du Cadran réponde au bord inférieur du cercle n n n , qui sert de stile.

Le Soleil est ici représenté dans sa moindre élévation sur l'horison , son image est de grandeur égale à la figure du Globe , pour faire entendre que par l'effet de ses rayons paralleles , le bord de ce qui est éclairé est toujours un grand cercle.

Remarques sur les Cadrans Cylindriques & Spheriques.

I.

Jusques ici nous avons considéré le Cadran cylindrique comme fixe & immobile: mais si on veut le rendre portatif, on se servira pour l'orienter d'une Bouffole , que l'on placera sur la coupe supérieure du cylindre (le pied qui porte le Globe posé au centre du verre qui couvre la Bouffole) on suppose en ce cas le Globe & le Cylindre faits de quelque matière légère & flexible , comme de l'ame d'argent ou de cuivre mince , ou de carte. Ou bien on fait faire par quelque bon Tourneur un cylindre en bois , sur lequel on trace le Cadran. Ou plus facilement , on trace le Cadran à part sur

du carton ou fort papier, après avoir développé Plan: sa surface, comme on a déjà dit, sous la figure du che 7^e rectangle FHLI; la largeur de ce rectangle doit être égale au contour du cylindre, selon la raison du diamètre à la circonférence. On se souviendra d'avoir égard à l'épaisseur du carton ou du papier, pour avoir plus exactement ce rapport. Fig. 11.

II.

Pour avoir une ligne égale à la circonférence d'un cercle, il faut par-dessus le diamètre triplé ajouter 16 des 113 parties égales, dans lesquelles doit être divisé le diamètre. Ainsi le diamètre étant supposé de 113 parties, on aura 339 des mêmes parties pour le triple, auxquelles ajoutant 16 des mêmes parties, on aura 355 parties pour la circonférence. Pour la pratique, on prend avec un compas sur une ligne divisée en parties égales 113 de ces parties pour le diamètre du cylindre, & on porte en ligne droite trois fois de suite cette ouverture de compas; & ajoutant 16 des mêmes parties à cette longueur ou diamètre triplé, on aura une ligne égale à la circonférence du cercle.

III.

La manière de faire un Cadran dans un cylindre creux ne sera pas différente de celle qu'on a proposé. On opérera sur la surface concave, comme nous venons de faire sur la convexe, donnant à la longueur du stile le demi-diamètre du cylindre; la pointe du stile étant au centre de la cavité du cylindre, on marquera sur le Cadran l'heure & ensemble le parallèle du Soleil. On ne peut faire servir que la moitié d'un cylindre creux pour un Cadran.

Les niches que l'on fait dans les bâtimens pour mettre des figures de sculpture, sont des demi-cylindres, dans lesquels on trace quelquefois des Cadrans, comme on en voit dans la cour du Vieux Louvre, & dans la cour de l'Hôtel de Condé. On fait le Cadran déclinant selon que le mur, dans lequel est la niche, a de déclinaison, de même qu'on le pratique à l'égard des Cadrans ordinaires, marquant exactement la déclinaison pour avoir exactement la ligne méridienne. Si le mur regarde en face le Midi, le Cadran aura 12 heures, sçavoir, 6 heures avant & 6 heures après midi, comme aux Cadrans verticaux, qui n'ont point de déclinaison.

Ces deux Problèmes 30 & 31, les Remarques & les Figures sont de la façon de M. de R^{me} qui nous a encore communiqué quelques autres Problèmes de même caractère.

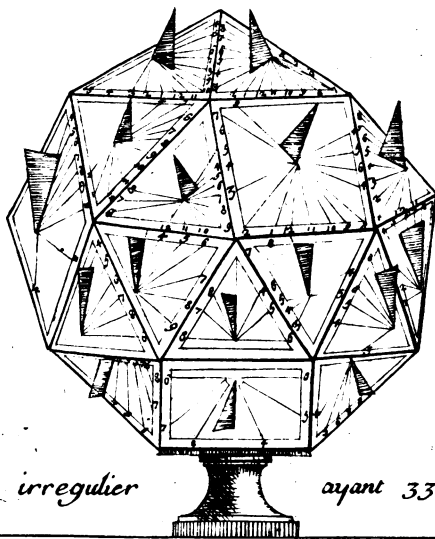
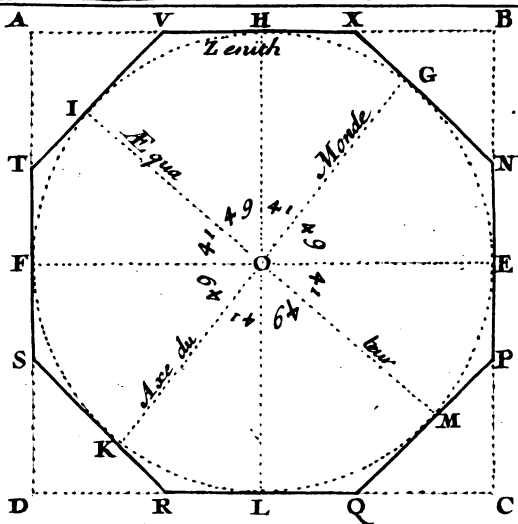
PROBLÈME XXXII.

Tailler une pierre à plusieurs faces, sur lesquelles on puisse décrire tous les Cadrans réguliers.

Plan-
che 10*
Fig. 14

SOit le quarré ABCD le plan de la pierre, qu'il faut préparer & disposer pour recevoir tous les Cadrans réguliers. Supposant que cette pierre représente un cube imparfait, ou quelque autre solide, il la faut bien usir dans toutes ses faces, la mettre d'équerre, & lui donner une égale épaisseur par-tout. Ensuite ayant décrit sur le plan de la pierre ABCD le cercle HELF aussi grand que la pierre le pourra permettre, tirez les deux diamètres FE, HL à angles droits; puis faites l'angle FOI de 41 degrez, & menez le diamètre IOM. Faites ensuite l'angle EOG de 49 degrez,

Fig. 14



Corps irregulier

ayant 33. faces

& tirez le diamètre GOK. Par les points I, G, M, K, menez des tangentes au cercle HELF, qui détermineront les autres tangentes qui passent par les points H, E, L, F, & qui sont parties des côtés du quarré ABCD, qui représente le plan de la pierre. Coupez quarrément la pierre à l'uni de ces tangentes, afin d'avoir des plans ou des faces perpendiculaires au plan de la pierre ABCD, & la pierre sera préparée pour recevoir dans tous ses plans les Cadrans qui leur conviendront.

Sur la face ou sur le plan qui passe par la ligne VX, on décrira un Cadran horizontal; sur le plan qui passe par XN, on décrira l'équinoctial supérieur, & sur le plan opposé qui passe par SR, on aura l'équinoctial inférieur: le Polaire supérieur se fera sur le plan qui passe par VT, & le Polaire inférieur sur le plan qui passe par QP. Sur le plan passant par TS, on aura le vertical Austral, & sur le plan NP, qui est son opposé, on aura le vertical Boréal. Sur le côté de la pierre IM, on aura le Méridional Oriental, & sur le côté opposé on décrira le Méridional Occidental.

Si on veut que la pierre soit creuse, ou plutôt percée à jour, on n'aura qu'à tirer des lignes parallèles à ces tangentes, & couper quarrément la pierre à l'uni de ces lignes, afin d'avoir en dedans de la pierre des surfaces parallèles à celles qui sont tracées par dehors, & sur les surfaces intérieures de la pierre, vous décrirez les Cadrans que vous avez décrits sur les faces extérieures de la pierre qui sont parallèles & opposées de tout le diamètre de la pierre.

Remarquez que creusant la pierre, vous n'y sçauriez décrire le Cadran Oriental, ni l'Occidental, mais on faisant un pied d'estal à cette pierre,

dont la bafe seroit un octogone régulier, vous les pourrez tracer sur la bafe de ce pied d'estal, & même y tracer à l'entour des Cadrans déclinans du Midi ou du Septentrion, à l'Orient & à l'Occident, dont la déclinaison seroit comme par cet octogone régulier. De cette manière, vous pouvez avoir sur cette pierre 20 ou 25 Cadrans, que vous décrirez par quelques-unes des pratiques ordinaires. Ce que vous avez pratiqué sur cette pierre, vous le pouvez faire sur du bois, ou sur quelqu'autre matière semblable.

Si vous exposez directement vers le Midi, le Cadran vertical méridional, & que l'horizontal soit bien à niveau, c'est-à-dire, bien parallèle à l'horison, alors tous ces Cadrans marqueront précisément l'heure.

PROBLEME XXXIII.

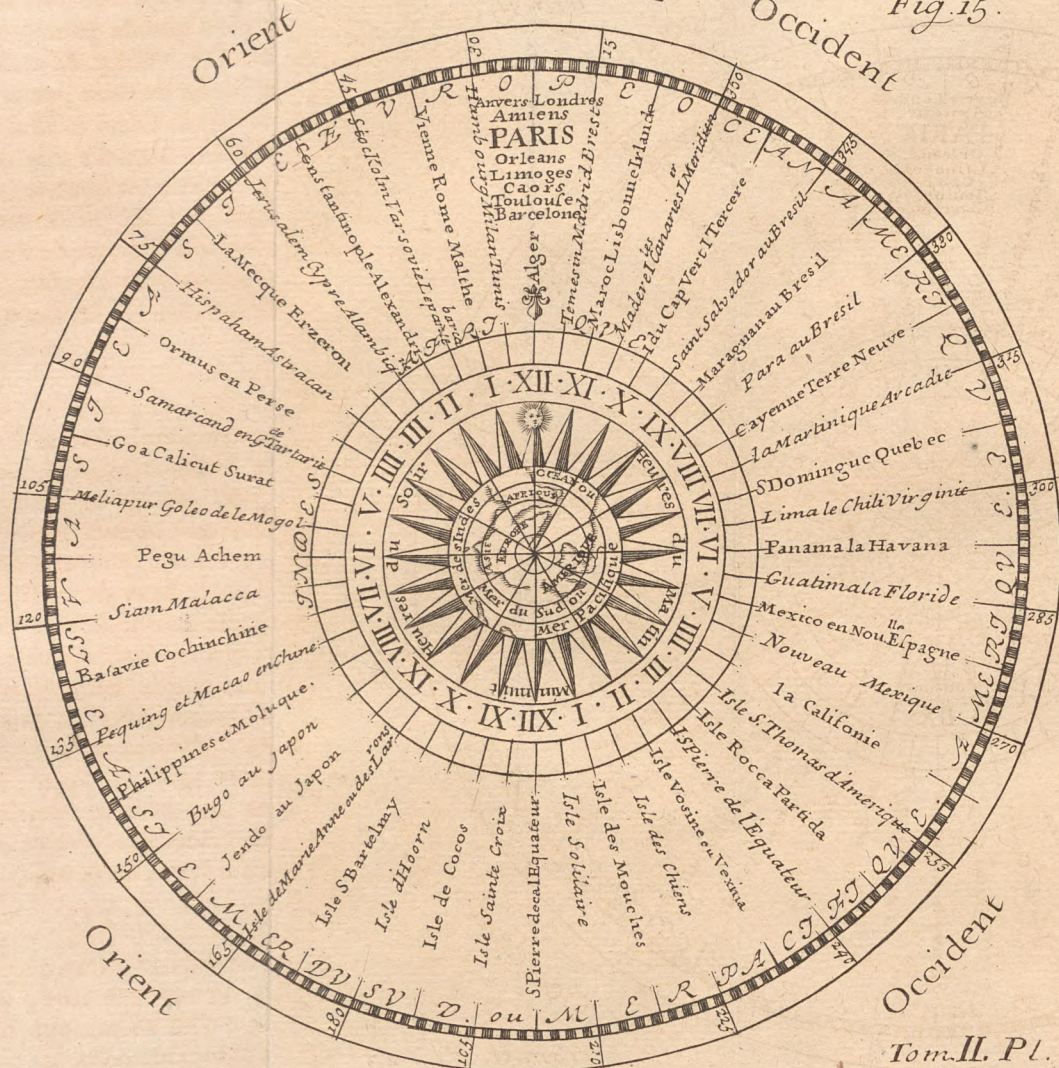
Connoître quelle heure il est du jour & de la nuit dans tous les lieux de la terre.

Plan-
che 11 *
Fig. 15

CE Problème s'exécute par le moyen d'un Cadran, que l'on peut faire avec du gros papier ou du carton, & qui est composé de trois pièces. La plus grande contient 48 méridiens disposés autour du pôle Septentrional, selon la projection de la terre, qui est sur la plus petite pièce placée au centre du Cadran: on a mis sur chacun de ces méridiens quelques-uns des principaux lieux qui y sont situés. La seconde pièce est un carton en forme de roue, sur la circonférence duquel on a marqué 24 heures, c'est-à-dire, les 12 heures du jour, & les 12 heures de la nuit, avec les demi-heures, qui correspondent aux 48 méridiens.

UNIVERSEL

Fig. 15.



De Bérèy, fils, fecit

Tom. II. Pl. 23

diens de la plus grande pièce ; ce carton est percé en rond dans son milieu , & on le fait tourner autour d'une poulie de bois , qu'on a colé au centre de la grande pièce. Enfin la plus petite pièce cache la poulie sur laquelle elle est colée ; on y a dessiné la projection de la terre , de manière que le pôle Septentrional est au centre. On a observé de faire passer le Méridien de Paris par le haut de ce Cadran, qu'on peut appeller *Universel*. La vue de ce Cadran éclaircira beaucoup ce qu'on vient de dire.

I.

Lorsqu'on est sous le Méridien qui passe par Paris , comme à Londres , à Amiens , à Orleans , à Toulouse , &c. & qu'on veut sçavoir à quelque heure du jour que ce soit quelle heure il est dans tous les principaux endroits du monde , il faut rapporter sous la fleur de lys l'heure ou la demi-heure qui coule dans le lieu où l'on est. Par exemple , si l'on veut , étant à Paris , sçavoir à cinq heures du soir quelle heure il est à Jerusalem , à Batavie , à Quebec , &c. il faut rapporter cette même heure (5 heures du soir) sous la fleur de lys en tournant la seconde pièce , qui est le carton qui contient les heures , & l'on verra qu'il est pour lors sept heures & demie du soir à Jerusalem , minuit à Batavie , & midi à Quebec , &c.

II.

De plus on pourra remarquer que lorsqu'il est huit heures du matin à Goa , par exemple , un Dimanche , il n'est encore que huit heures du soir du Samedi à Mexico dans la Nouvelle Espagne. Ainsi quand deux vaisseaux viennent à se rencon-

trier dans la Mer du Sud , l'un venant de l'Asie, & l'autre de l'Amerique , il arrive nécessairement que s'il est Lundi pour le premier , il ne sera encore que Dimanche pour le dernier. La raison de cela est que celui qui va vers l'Orient gagne une heure de 15 degrez en 15 degrez sur celui qui va vers l'Occident , lequel au contraire perd une heure en parcourant la même quantité de degrez. On suppose que ces deux vaisseaux , aussi-bien que les deux Voyageurs , dont il est parlé dans le Problème II de la Cosmographie , sont partis ensemble un même jour d'un même lieu , & que l'un a pris sa route vers l'Orient , & l'autre vers l'Occident.

III.

Il est à remarquer que si l'on se sert de ce Cadran dans des lieux qui sont éloignés du Méridien de Paris , il faudra rapporter l'heure qui coule , sous la Ville la plus proche du lieu où l'on est , & non pas sous la fleur de lys. De sorte que si on est en basse Bretagne , on rapportera sous Brest l'heure qui coule , ou sous Milan , si on est en Piémont. D'où il suit que quand on est en France , en Angleterre , en Flandre , il faut rapporter l'heure qui coule sous le Méridien de Paris , c'est-à-dire , sous la fleur de lys. Quand on est en Allemagne , il faut voir si l'on est plus proche de Vienne ou de Hambourg : si on est plus proche de Vienne , on rapportera l'heure qui coule sous le Méridien de Vienne ; mais si l'on est plus près de Hambourg , on la rapportera sous le Méridien de Hambourg , &c.

REMARQUES.

En quelque endroit que l'on soit , si on veut se servir utilement de ce Cadran , il faut le placer de telle sorte , que l'Orient soit tourné du côté du lever du Soleil , & l'Occident du côté de son coucher ; parce qu'alors le Soleil qui est sous le midi de la roue des heures , suivra en quelque manière le cours du Soleil , pourvû que l'on panche le Cadran vers le Midi à la hauteur du Soleil du jour présent. Le Globe qui est au centre du Cadran ayant alors du rapport avec la Terre , on connoîtra par ce moyen de quel côté du Monde sont tous les lieux marquez sur le Cadran. Et si on trouve que quelques-uns ne se rencontrent pas précisément sous leurs propres méridiens , & que ce Cadran ne soit pas tout-à-fait juste à leur égard , on considérera que si on eût observé la dernière exactitude , il ne s'y seroit trouvé que des lieux peu considérables & inconnus , & que l'erreur qui peut se rencontrer , ne va jamais à un quart d'heure de plus ou de moins.

Ce Cadran a été dressé suivant les nouvelles Observations de Messieurs de l'Académie Royale des Sciences , & inventé par Eustache Pecourt , Prêtre & M. D. M. de l'Eglise Cathédrale de Cahors : il se vend à Paris chez Gerard Jollain , rue saint Jacques , à l'Enfant Jesus.

AVERTISSEMENT.

Ceux qui ne voudront point se charger la mémoire de la multiplicité des lignes qu'il faut tirer pour tracer des Cadrans de toute espèce , peuvent avoir recours à un Instrument de Gnomo-

nique , qui a été inventé par le Sieur le Maire , Ingenieur pour les Instrumens de Mathématique , assez connu par la justesse de ceux qu'il construit & qu'il débite. Avec cet Instrument , qui n'a rien de commun avec tous les autres , on sçait faire en une demi-heure des Cadrans sur toutes sortes de murailles , en tout pays , & cela sans Compas , sans Bouffole , sans attacher cet Instrument à la muraille , sans prolonger ni bornoyer. Cependant on peut y tracer les arcs des Signes , les heures Judaïques , les Baby'oniques , les Italiques , les Maisons Célestes , & quelque section que ce soit de la Sphere. On peut encore décrire avec cet Instrument toutes sortes de Cadrans portatifs.

L'occasion qui a donné lieu à cet Instrument est fort simple ; l'opération que l'on fait en se servant de cet Instrument , est aussi très-simple , puisqu'il ne faut que serrer une vis. Le Sieur le Maire , qui l'a inventé , considéra qu'un Cadran horizontal bien posé , sert quelquefois à faire un Cadran vertical ; & que pour cet effet on enfonce dans la muraille un morceau de fil de fer assez long , & de grosseur raisonnable : puis faisant attention aux heures que donne le Cadran horizontal , on marque d'un point à chaque heure l'extrêmité de l'ombre du fil de fer , mettant un chiffre à chaque point , pour ne se pas tromper : on recommence la même opération cinq ou six mois après , & l'on mene des lignes droites par les points de même dénomination dans les deux opérations différentes , comme du point de 6 heures au point de 6 heures , du point de 7 heures au point de 7 heures , & ainsi des autres. Cela étant observé , on a un Cadran au Soleil parfaitement juste.

Le

Le Sieur le Maire en faisant ses réflexions sur l'opération qu'on vient d'exposer, inventa un Instrument, par le moyen duquel on fait la même opération; avec cette différence cependant, que ce qui ne s'acheve qu'en six mois, le fait en une demi-heure, parce que l'opération qu'on fait avec l'Instrument est, pour ainsi dire, la converse de celle qu'on vient d'expliquer, & qui dure six mois; puisqu'il faut attendre que le Soleil fasse des ombres courtes & longues pour avoir différens points, c'est-à-dire, que le Soleil soit tantôt élevé, tantôt abaissé aux mêmes heures: au lieu qu'en se servant de l'Instrument, on ose dire qu'on prend la muraille, & qu'on la met en un moment dans toutes les situations où elle se trouveroit dans une année à l'égard du Soleil.

Pour opérer, on place l'Instrument bien droit avec un plomb contre la muraille; on le tient en cet état, puis on tourne, & l'on met sur l'heure courante que le Soleil donne, un Cadran concave qui y est attaché; on le retire, & on serre une vis qui fixe le Cadran sur l'Instrument. On a une planche qui sert toujours, sur laquelle on attache un carton, ou un papier blanc; on enfonce vers le milieu de ce carton un fil de fer de grandeur raisonnable; on met ensuite cette planche dans une rainure faite à l'Instrument, & on l'y serre avec deux vis. On remue ensuite le Cadran au Soleil conjointement avec la planche, en faisant marcher au Soleil l'ombre de ce Cadran sur deux extrémités de chaque ligne horaire qui y sont tracées, & l'on marque en même tems avec un crayon l'ombre que donne le fil de fer qui est enfoncé sur le carton dans la planche; on y marque

Tome II.

G

95 RECREAT. MATHÉM. ET PHYS.
& l'on y joint de même les arcs des Signes , si on
le desire.

Il ne faut ensuite qu'une règle pour joindre par
une seule ligne les deux points de chaque même
heure , & l'on trouve le Cadran tout fait ; il ne
faut que l'attacher à la muraille (la ligne de Midi
toujours à plomb) enfonçant un fil de fer dans le
mur , & observant que la distance de son pied à
son extrémité , soit de même longueur & en mê-
me situation , que lorsqu'il étoit enfoncé dans la
planche.

Si l'on veut que le Cadran soit grand , on pro-
longe les heures avec une ficelle frottée d'un char-
bon doux : on met une longue verge de fer , qui
partant du centre du Cadran passe par l'extré-
mité du premier fil de fer qu'on a enfoncé dans
le mur , observant que la pointe du premier fil de
fer planté se termine dans le milieu de l'épaisseur
de la seconde verge. Cette opération est très-faci-
le , & peut être pratiquée en une demi-heure.

On peut faire avec le même Instrument des
Cadrans sur des cylindres portatifs , ou autres
que l'on suspend pour connoître l'heure , sur des
coquillages mêmes tels qu'ils soient ; mais pour
sçavoir bien faire ces dernières sortes de Cadrans ,
il faut avoir pris deux ou trois leçons : au reste ,
comme on n'y emploie point de Compas , rien
n'est plus aisé. Un seul Instrument peut être uni-
versel , & servir par toute la terre.



Démonstration de l'Horloge ou Analemme Rectiligne Universel, qui marque les heures par les hauteurs du Soleil, par le R. P. Miliet de Chales.

Nous avons jugé qu'il ne pourroit être que profitable aux Amateurs de la Gnomonique, de leur communiquer la démonstration de l'Horloge appelée Analemme rectiligne universel, donné par le R. P. de Chales. Plusieurs Mathématiciens qui ont écrit sur cette matière, entre lesquels est Oronce, & après lui Clavius, se sont contentés d'en donner la construction, sans descendre à la démonstration; de quoi on ne doit point être surpris, vu qu'elle est fondée sur des principes très-cachez, & une Théorie profonde, en sorte qu'il semble qu'il étoit réservé aux seules lumières de notre Auteur, d'en pouvoir pénétrer l'obscurité. C'est à la faveur de ces mêmes lumières que le Lecteur pourra être conduit à de nouvelles découvertes, dont ce grand homme lui ouvrira la voye. Ce petit Traité est tout rempli de choses très-utiles & curieuses à sçavoir, comme quand il nous apprend, par exemple, que dans l'Analemme rectiligne, les rayons du grand Triangle des Signes sont autant d'Horizons du Soleil; dont cet Astre en son parallèle est le Zenith; Que l'on voit d'un coup d'œil & tout à la fois la longueur du jour de chaque Pays de la Terre en chaque différente déclinaison du Soleil; Que par le moyen de ladite déclinaison, connoissant le Signe, on peut sçavoir le jour du mois qui lui convient; & autres belles connoissances, dont le fruit qu'on en pourra retirer, doit inspirer des senti-

mens de reconnoissance pour les Sçavants qui nous laissent de si excellens Ectits.

Les opérations que l'on fait avec l'Analemme rectiligne sont si communes à l'Analemme commun, vulgairement appelé Astrolabe de Royas, que l'on pourroit dire qu'ils sont tirez l'un de l'autre, & qu'ils sont, à fort peu de différence près, une même chose; cette différence empêche si peu le rapport qui est entr'eux, que l'on les fait toujours servir de preuve l'un à l'autre. Il est donc vrai de dire, que cet Instrumēt, sous la figure du seul Analemme rectiligne, les comprend tous les deux.

La différence dont nous avons parlé est, que dans l'Analemme commun les cercles horaires y sont projettez par des Ellipses; la projection qui s'y fait sur le plan du Colure des Solstices, remplit entièrement son cercle; au lieu que dans l'Analemme rectiligne, les cercles horaires y sont projettez par des lignes droites. La projection qui s'y fait sur le même plan du Colure des Solstices, est renfermée dans un espace borné en sa longueur par les diamètres des cercles polaires, & dont la largeur n'outrepasse point les extrémités des mêmes diamètres, comme on le peut voir dans le Rectangle MHIL de la Figure 19. Planche 13.*

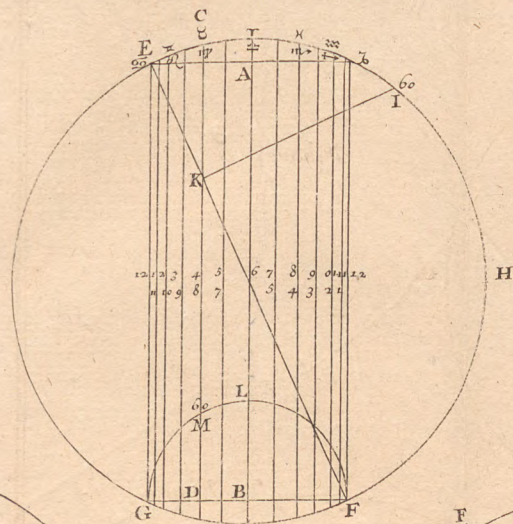


Figure 16

Figure 17

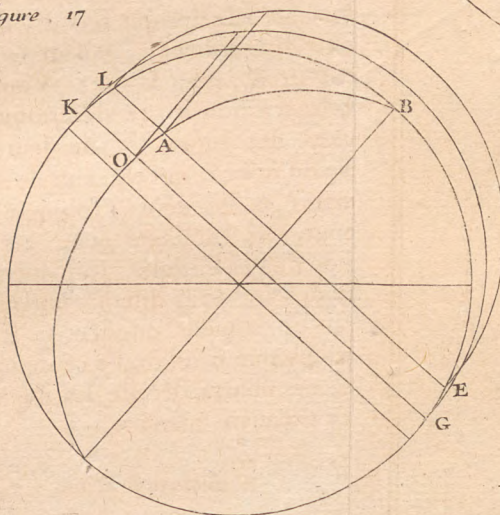
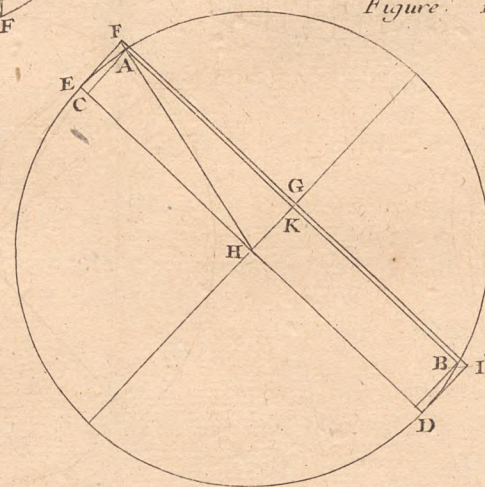


Figure 18



PROPOSITION I.

La division de l'Equateur en heures dans cet Analemme est semblable à la description des Paralleles.

SOient décrits dans l'Analemme les parallèles Plan-
des Signes AB, CD, &c. & les autres à la che 12.^{te}
manière accoutumée, sçavoir, en divisant l'Eclip- Fig. 16.
tique, comme on divise l'Equateur; ce qui se fait
en divisant le demi-cercle EHF en ses degrez de
15 en 15, & abaissant de chacune de ces divi-
sions, des perpendiculaires, telles qu'est IK: de
cette manière l'Ecliptique sera divisée comme l'E-
quateur en douze heures, faisant servir les mêmes
pour le jour & pour la nuit. Vous remarquerez
que cette division en 12 détermine les lieux &
les espaces des Signes & de leurs moitez. Le
Parallele du milieu, qui est celui de γ , est la ligne
de 6 heures, & les deux Tropiques sont le Midi
ou Minuit. Les Paralleles étant ainsi décrits par
la division de l'Ecliptique, soit mené FG, qui est
la corde de l'arc de la distance entre les deux Tro-
piques, sur laquelle on décrira le demi-cercle
FLG; je dis que si on divise ce demi-cercle en ses
degrez, on pourra décrire les mêmes Paralleles
comme par l'autre manière.

Démonstration.

Soit supposé l'arc GM d'un certain nombre de de-
grez, comme de 60 d. & soit mené MD perpen-
diculaire à FG, coupant l'Ecliptique EE au point
K; & sur ce point K soit élevée la perpendicu-

G iiij

laire KI, je prouverai que l'arc EI est de 60 d. comme l'arc GM; car comme dans le Triangle FEG la droite DK est parallèle à la base EG, par 4, 6, FG sera à DG comme FE est à EK: or GD est le sinus versé de l'arc GM de 60 d. (FG étant supposé le diamètre) donc KE sera le sinus versé de l'arc EI de 60 d. (FE étant diamètre) ce qu'il falloit démontrer.

R E M A R Q U E.

La manière la plus ordinaire de décrire les Paralleles des Signes, est de tracer un demi-cercle, comme FLG, & de mener par ses divisions des perpendiculaires à son diamètre FG: or parce que l'on agit comme pour diviser l'Equateur en heures, & que pour avoir les mêmes Paralleles décrits par une autre méthode, qui est par la division de l'Ecliptique, il faut qu'elle soit divisée comme l'Equateur; il suit que la division de l'Equateur en heures est en toute façon semblable à la description des Paralleles.

P R O P O S I T I O N II.

Les lignes qui représentent les Paralleles dans l'Analemme, sont coupées en parties semblables ou proportionnelles par les points d'une même heure.

Plan-
che 12 *
Fig. 17.

SOient dans l'Analemme les deux lignes GK, EL, représentant des cercles paralleles, & soit le cercle OAB de 3 heures représenté par une Ellipse; je dis que ces lignes sont coupées en semblables parties en O & en A, c'est-à-dire, que EA est à AL, comme GO est à OK. Soit

sur GK & sur EL décrit un demi-cercle, chacune de ces lignes sera le diamètre de son cercle.

Démonstration.

Ces lignes GK, EL, représentant des cercles parallèles, ou leurs diamètres, sont, par Prop. 10. 2. Theod. coupées proportionnellement par les cercles horaires : soit supposé que par les intersections de ces parallèles avec le cercle horaire OAB, on mène des perpendiculaires ou sinus sur leurs diamètres GK, EL ; OK sera le sinus versé d'un arc de 45 d. dans son cercle, comme AL sera le sinus versé d'un arc d'autant de degrez dans le sien. C'est pourquoi GK est à KO comme EL est à LA, & en divisant GO, sera à OK comme EA est à AL.

PROPOSITION III.

Si dans l'Analemme on fait tous les Paralleles égaux à l'Equateur, & leur distance égale à la Tangente de leur déclinaison, la même proportion sera observée.

Dans la description de l'Analemme les lignes qui représentent les Paralleles, diminuent à mesure qu'elles s'éloignent de l'Equateur ; mais parce que les lignes horaires doivent être des Ellipses qui divisent proportionnellement ces lignes des Paralleles, & qu'il est difficile de tracer ces Ellipses, on peut faire ces Paralleles égaux à l'Equateur ; & pour lors les cercles horaires seront représentés par des lignes perpendiculaires. Ce changement de construction ne changera ni l'effet ni la proportion qui sera toujours observée, si l'on

Planche 12.
Fig. 18.

G iiij

fait la distance dont chacun de ces Paralleles est éloigné de l'Equateur (laquelle dans l'Analemme commun est égale au sinus de la déclinaison) égale à la tangente de la même déclinaison.

Soit proposé le parallele AB , dont la distance à l'Equateur ED est égale au sinus AC de l'arc de la déclinaison AE ; soit menée la tangente FE du même arc, & soit substituée la ligne FI pour la ligne AB ; je dis pour lors qu'il y a même raison de ce Parallele ainsi augmenté (c'est-à-dire, fait égal à l'Equateur ED) à la tangente EF , qu'il y en a du Parallele AB au sinus AC , & cela fondé sur ce Théoreme de la Trigonométrie, qui est que le sinus de complement est au sinus de l'arc, comme le sinus total à la tangente du même arc. Soit mené HAF .

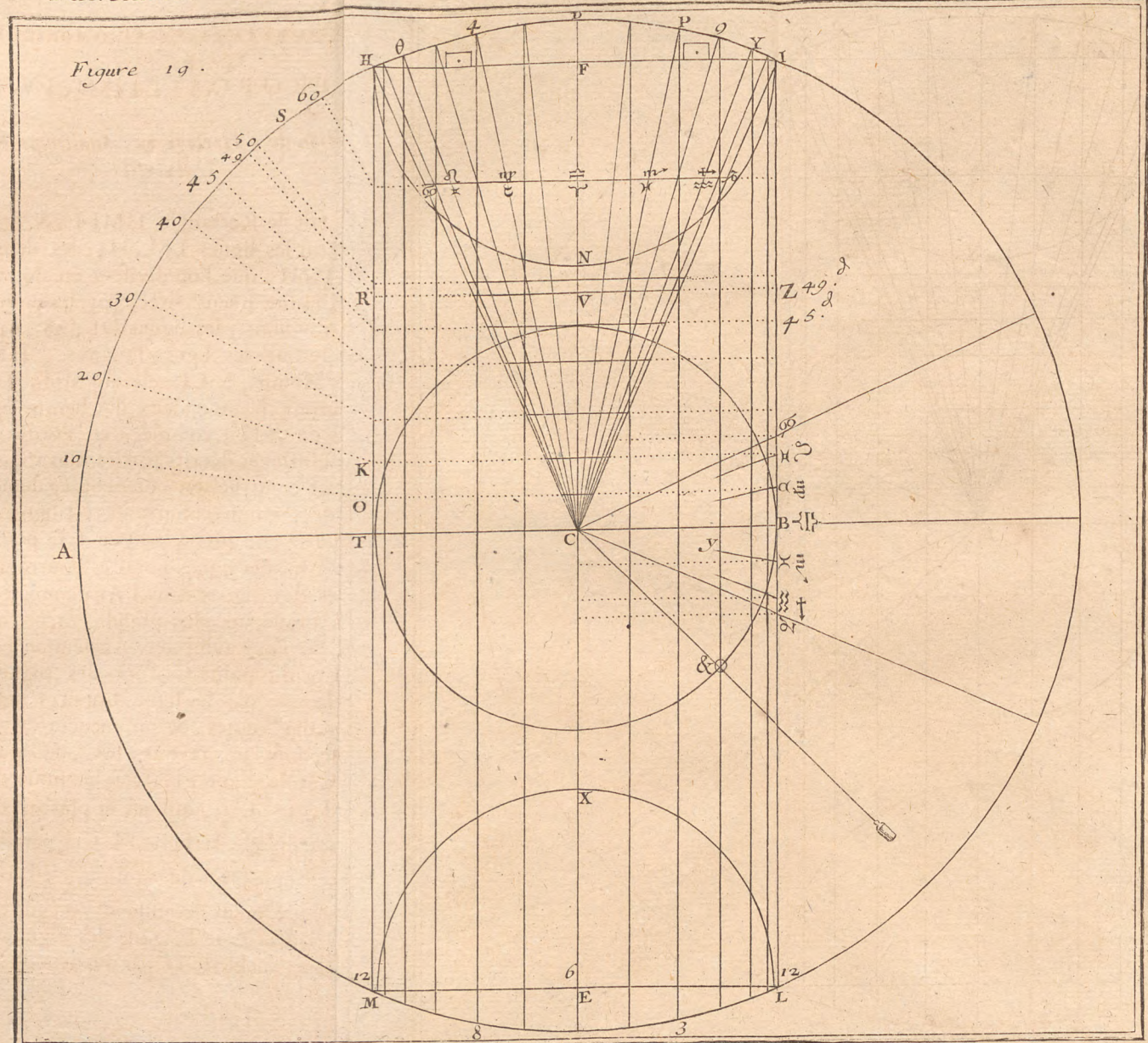
Démonstration.

Comme dans le Triangle HEF , les lignes CA , EF , sont paralleles, étant perpendiculaires à la même ligne ED ; HC , c'est-à-dire, KA est à CK , comme HE , c'est-à-dire, GF à EF . Ce qu'il falloit démontrer.

R E M A R Q U E.

On tire particulièrement de cette proposition la construction de l'Analemme rectiligne, dans lequel tous les cercles horaires sont représentés par des lignes perpendiculaires à l'Equateur de l'Analemme commun, & tous les Paralleles représentés par des lignes paralleles au même Equateur; en quoi on a cet avantage, que les mêmes lignes horaires peuvent servir de Paralleles, quand on veut que l'Analemme rectiligne serve d'Analemme commun.

Figure 19.



PROPOSITION IV.

Construction de l'Horloge ou Analemme Rectiligne Universel.

SOit fait le Rectangle HMLI, & soient décrits sur les lignes LM, HI, les demi-cercles MXL, HNI, que l'on divisera en douze parties égales. Ensuite soient tirées par les points opposés des divisions, les lignes DE, 48, 93, & autres qui seront les lignes horaires, HM sera la ligne de Minuit, & LI celle de Midi. Les autres lignes auront chacune deux des heures également distantes de XII, comme c'est l'ordinaire dans tous les Horloges décrits par les élévations du Soleil. Cette construction convient également à l'Analemme commun comme au rectiligne, c'est-à-dire, que si l'on prend la ligne CD pour l'Equateur, ces mêmes lignes horaires pourront être les Paralleles des Signes dans l'Analemme commun, qui sera beaucoup plus grand, étant décrit du rayon CH. Pour avoir cet Analemme commun, on décrira du point C l'arc des Signes HDI, qui sera coupé par les lignes horaires, selon la déclinaison des Signes, & on menera du centre C à ces sections les rayons HC, 6C, 4C, PC, YC, IC; la ligne FH sera le sinus de l'angle DCH de 23 d. $\frac{1}{2}$, qui est la plus grande déclinaison du Soleil: la ligne FI sera pareillement le sinus de l'angle DCI de 23 d. $\frac{1}{2}$, c'est-à-dire, que si de quelque point, comme C, on eût commencé d'abord à décrire le Trigone des Signes terminé à droite & à gauche de D par des arcs de 23 d. 30',

Plan.
che 13.
Fig. 12.

& que des points de l'entrée des Signes & de leurs moitez on eût tiré des lignes parallèles à la ligne DC, on auroit eu les mêmes 12 heures dans l'Analemme commun, comme la première construction les a donné dans l'Analemme rectiligne.

Soit décrit maintenant du centre C le quart de cercle AS à volonté, que l'on divisera en ses degrez de 5 en 5, ou de 10 en 10, comme l'on voudra. Après quoi on tirera du centre C par toutes ces divisions les lignes occultes C10, C20, C30, &c. lesquelles couperont la ligne TH aux points OKR, &c. Je dis que les lignes TO, TK, TR, sont tangentes par rapport au cercle qui seroit décrit de l'intervalle CT, selon la proposition précédente. Ensuite soient menées par les points O, K, R, &c. des lignes parallèles à l'Equateur BT, lesquelles dans cet Analemme rectiligne, où BT est l'Equateur, & les lignes HM, EF, LI, sont horaires, seront les Paralleles des latitudes, auxquels on apposera les chiffres des degrez, selon les différentes elevations du Pole. Enfin du point C soit décrit un petit arc des Signes ou Zodiaque sur la ligne LI de Midi, dans lequel CB sera le rayon de l'Equateur, & les autres rayons tirez occultement du point C jusqu'à la ligne LI; il est évident que si par les points auxquels la ligne LI est coupée par les rayons des Signes, on mène des parallèles à la ligne BC, on auroit les Paralleles des Signes pour le petit Analemme rectiligne, qui a BC ou BT pour Equateur. La division de ce petit Zodiaque se trouve toute faite dans la division de la ligne du Parallele de 45 d. de latitude, qui est coupée par les rayons du grand Zodiaque, parce que tant la ligne LI, que cette ligne du 45. Parallele, sont

PROBLEMES DE GNOMONIQUE. 107
 tangentes égales, étant distantes d'un même centre C par des rayons d'un même cercle.

PROPOSITION V.

Usage de l'Analemme.

Trouver la longueur du jour, ou, ce qui est la même chose, trouver l'heure du lever ou du coucher du Soleil dans la Sphere droite.

DAns la Figure précédente soit suspendu un plan, perpendiculaire au point C, auquel perpendiculaire, qui est ordinairement un fil ou loye, on ajoute outre le poids une perle mobile, que l'on arrête sur le Signe où est le Soleil marqué au petit Zodiaque en la ligne LI, & l'Instrument soit tenu de façon que le fil pendant librement, le rayon du Soleil levant passe par les trous des pinnules, vous verrez que ce perpendiculaire, avec la perle, demeurera parallèle aux lignes horaires, & arrêté sur la ligne CD de six heures. Or il est évident qu'en la Sphere droite le Soleil se leve à six heures, & partant l'heure a été justement marquée.

De plus le perpendiculaire pendant du point C, la perle soit coulée sur le point B de γ , ou de l'Equateur du petit Zodiaque, & l'Instrument présenté au Soleil à quelque heure du jour, vous verrez que le rayon solaire passant par les trous des pinnules, la perle s'arrêtera sur la vraie heure qu'il est dans la Sphere droite, supposé donc qu'elle s'arrête au point θ de neuf heures, je prouve qu'il doit être neuf heures.

Démonstration.

Il est clair premièrement que l'angle $EC\theta$ est la

hauteur du Soleil sur l'horison, & que la perle décrit le cercle, dont BC est le demi-diamètre, soit supposé que ce cercle est déjà décrit, & que dans ce cercle est décrit l'Analemme commun, où la ligne EC représentant l'horison de la Sphere droite, est coupée à angles droits par l'Equateur BT. Comme dans ce jour le Soleil parcourt l'Equateur, qui dans cette position de Sphere est aussi le premier vertical, il fera dans ce cercle un mouvement d'autant de degrez qu'il en a fait en se levant sur l'horison, en sorte que s'il est élevé de 45 degrez, il sera au point ϕ , duquel point ayant mené sur l'Equateur la perpendiculaire ϕY , le point Y sera son lieu. Et comme l'Equateur est divisé dans cet Analemme rectiligne, comme dans l'Analemme commun, par prop. 1^{re}. si le point Y est le point de neuf heures, il sera véritablement neuf heures. En un mot, comme la perle parcourt l'Equateur, si de l'endroit où elle s'arrête on tire une perpendiculaire au diamètre BT, elle indiquera l'heure.

PROPOSITION VI.

Trouver l'heure Astronomique dans la Sphere droite, le Soleil parcourant quelque Parallele que ce soit.

Plan-
che 14 *
Fig. 20.

SOit le fil pareillement arrêté au point C comme dans tous les usages de l'Analemme en la Sphere droite, soit la perle transportée sur le Parallele du Soleil au petit Zodiaque, par exemple, au point D, en sorte que la perle décrive par son mouvement le cercle DE beaucoup plus grand que le cercle MH, dans lequel nous supposons

Figure . 24 .

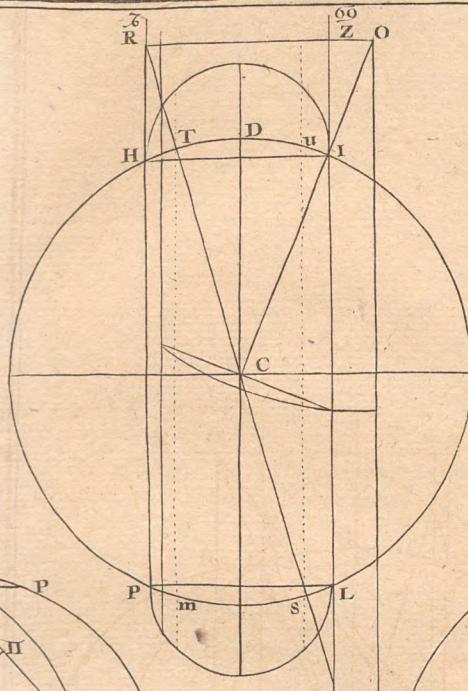


Figure . 23 .

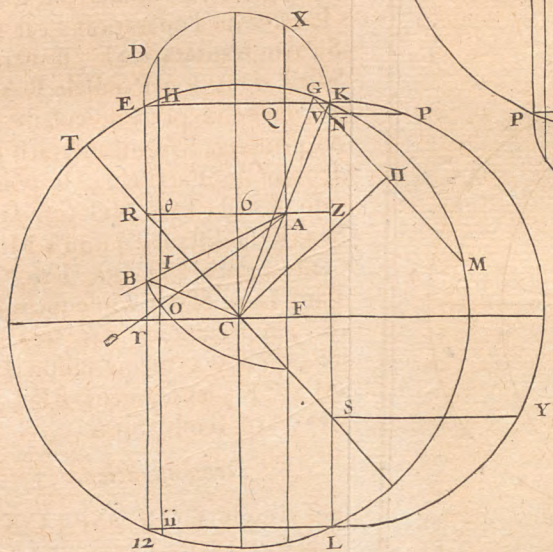
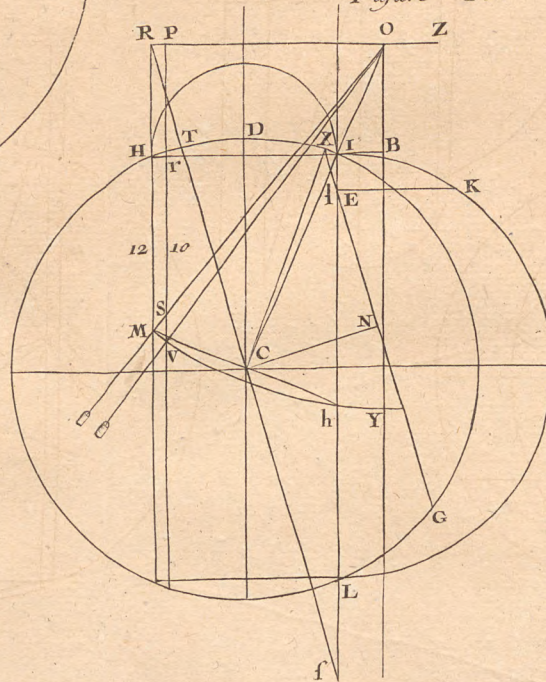


Figure 25.



que soit décrit l'Analemme commun. Le rayon
 du Soleil passant par les pinnules, & la perle
 s'arrêtant sur la ligne horaire OK de 9 heures,
 je dis qu'il est véritablement 9 heures; & pour
 le prouver, soient menés OC & CD, coupant
 le cercle HM aux points S & R. Dans l'Analem-
 me commun la ligne CE est l'Horison de la Sphère
 droite, CM l'Équateur, MR l'arc de la déclinaison
 du Soleil, BA le Parallele que le Soleil
 décrit ce jour-là, & ANR le même Parallele re-
 présenté par son cercle, l'angle HCS, ou l'arc
 HS, est la hauteur du Soleil sur l'Horison. Or
 c'est cette hauteur qui détermine l'heure en dé-
 terminant l'ordonnée du Parallele, où se trouve le So-
 leil dans le tems de l'opération; car si on tire par
 le point S l'Almicantarath SF, il marquera en B le
 lieu du Soleil dans son Parallele RA; & si à ce
 point B on mène la perpendiculaire BG, c'est-à-
 dire, si on prolonge l'Almicantarath jusqu'au cer-
 cle, représentant le Parallele, le point G sera le
 vrai lieu du Soleil, l'arc NG sera la distance à 9
 heures, & GR sa distance jusqu'à Midi. Cela po-
 sé, il me reste à faire voir que l'arc GR est sem-
 blable à l'arc IM, & par conséquent les segments
 PB, CK, représentent des arcs semblables,
 c'est-à-dire, qu'il y a même raison de PR à PB,
 que de CM à CK, les segments BR, KM, étant
 sinus versés d'arcs semblables.

Démonstration.

Dans le Triangle COK, SF, OK, étant pa-
 ralleles, CK sera à CF, par 4. 6. comme CO à
 CS, ou CD à CR, ou encore comme CM à CH
 dans le Triangle CMD: or CL & PR, sont éga-
 les: donc CK est à CF ou PB son égale, comme

CM est à PR, & en changeant & divisant, CM sera à KM, comme PR est à BR: Donc la perte montre la même heure sur la ligne CM, qu'elle auroit montré dans l'Analemme commun sur la ligne PR. Donc elle montre la vraie heure.

PROPOSITION VII.

Dans une latitude donnée déterminer l'heure du lever & du coucher du Soleil dans quelque Parallele que ce soit.

Plan-
che 14*
Fig. 21.

Nous avons dit dans la quatrième Proposition, que la ligne RZ, & les autres lignes parallèles à l'Equateur, qui traversent le grand Trigone des Signes, représentent des cercles de latitude. Supposons donc que cette ligne RZ soit le Parallele de la latitude de 49 degrés, telle qu'est celle de Paris; & que dans le temps de la perquisition de l'heure le Soleil soit dans l'Equateur; CP est le rayon de 70, CF de l'Equateur, CH de 63; il est évident que si le perpendiculaire est attaché au point V, le Soleil étant dans l'Equateur, & que la perte soit transportée sur le point b de V, ou de l'Equateur du petit Zodiaque, qui est sur la ligne LI; lorsqu'au lever du Soleil son rayon passera par les pinnules (la ligne HI demeurant parallèle à l'horison) de fil & la perte tomberont sur la ligne CF de 6 heures, qui est l'heure du lever du Soleil dans l'Equinoxe. Je dois prouver qu'en pratiquant la même chose dans quelque Parallele des Signes que le Soleil se trouve, le fil & la perte marqueront la vraie heure de son lever. Soit l'Equateur AB, le Parallele de la latitude de la Région RZ, soit suppose le Soleil au

PROBLÈMES DE GNOMONIQUE. III.

Tropique de γ , il est évident, suivant ce que, Voyez j'ai démontré en mon Traité de Géographie, les Probl. touchant la manière dont la Terre est éclairée, de Cos. que le cercle ou bord d'illumination, qu'on appelle aussi horison du Soleil, décline autant des Poles que le Soleil a de déclinaison. Cela étant, le cercle d'illumination sera CI, coupant le Parallele de la latitude RZ au point Y de la ligne horaire YO. Or, selon ce que j'ai fait remarquer en parlant du Globe terrestre, l'arc semidiurne est moindre que 6 heures de la quantité de la ligne VY, c'est pourquoi si la ligne VY est le sinus d'une heure, le Soleil se leve à 7 heures; mais comme nous avons la latitude de 49 degrez, où le Soleil en γ se leve à 8 heures, la ligne VY sera le sinus de deux heures; donc l'arc semidiurne sera moindre de deux heures de ce qu'il étoit, quand le Soleil étant dans l'Equateur, se levoit à 6 heures.

Je ferai voir pareillement que, le Soleil étant en ϕ , la même ligne YO sera celle de 4 heures (cet Astro se levant dans ce Signe deux heures avant six) soit décrit pour cela un cercle de l'intervalle CH, dans lequel on suppose que soit décrit l'Analemme commun, FC soit l'Equateur, IL le Tropique de Cancer, & le Midi soit du côté de MH, l'horison oblique soit TCS, soit RZ le Parallele de la Region dans l'Analemme rectiligne, lequel parallelle soit coupé par le rayon de ϕ , c'est-à-dire, par la ligne CI au point Y. En ce point soit attaché le perpendiculaire, & l'instrument tenu de façon que le rayon du Soleil levant passe par les pinnules. Je dis que ce perpendiculaire, qui dans ce cas sera parallelle aux lignes horaires, tombera le long de la ligne YO, qui se trouve être celle de 4 heures: d'où l'on connoît

III. RECREAT. MATH. ET PHYS.

que l'heure du lever du Soleil en \odot est à 4 heures, & que l'arc PbH est l'arc semidiurne. Pour le prouver, soit décrit sur le Tropique IL de l'Analemme commun le demi-cercle LcI , & du point ou la ligne LI coupe l'horison oblique TCS, soit élevée la perpendiculaire EK, l'arc KcI sera l'arc semidiurne, selon l'Analemme commun. Je m'en vais démontrer que l'arc PbH de l'Analemme rectiligne lui est semblable.

Démonstration.

Il est premièrement constant que les lignes bE , Rc sont égales, parce que les Triangles RVC , CbE , sont équiangles, & ont les côtes Cb , RV égaux. De plus, dans le Triangle LIH , EX étant parallèle à la base HI par 4, 6, HI sera à LI , comme XE , c'est-à-dire, IB est à EL . Par conséquent les arcs LK , PI (qui sont la distance de l'heure du lever du Soleil en \propto jusqu'à Midi) seront semblables; la ligne LI étant le Midi comme dans l'Analemme rectiligne, ou bien cette ligne LI sera celle de Minuit, lorsque le Soleil étant en Cancer, ces mêmes arcs seront la distance depuis Minuit jusqu'au lever de cet Astre. Donc les arcs restans KcI , PbH , seront semblables, & comme ils sont les arcs semidiurnes de Cancer, la ligne MH sera le Midi dans cette démonstration de l'Analemme commun, c'est-à-dire, que si l'on imagine l'Analemme commun décrit dans le petit cercle Hb , PI , le point H sera le Midi en \odot , comme dans l'Analemme rectiligne, & le point I , qui dans ce cas est celui de Minuit, sera le point de Midi pour \propto .

P R O P.

PROPOSITION VIII.

*En quelque latitude que ce soit connoître les heures
Astronomiques au tems de l'Equinoxe.*

Soit la ligne de la latitude donnée RZ , en Plan. laquelle soit attaché le fil au point O du rayon che 14 * de l'Equateur, & la perle soit transportée sur le Fig. 22. point b du Signe de γ du petit Zodiaque; laquelle par son mouvement décrira le cercle Yb , le rayon solaire passant par les pinnules, l'heure où elle s'arrêtera sera la vraie heure. Ce qui est vraisemblable; car si c'est dans le tems que le Soleil se leve, la perle s'arrêtera sur la ligne OY , c'est-à-dire, à 6 heures. En second lieu, que la perle s'arrête sur la ligne IL au point b , je dis qu'il est Midi, & je le prouve en faisant voir que le Soleil est pour lors à sa hauteur meridienne, c'est-à-dire, que l'angle YOb est égal à l'angle de la hauteur que le Soleil doit avoir à Midi dans l'Equinoxe. Soit décrit pour cet effet l'Analemme commun; sçavoir, un cercle dont le rayon est CH , & soit mené l'horison oblique TRS : dans cet Analemme CD sera l'Equateur, TD la hauteur meridienne, ou l'angle TCD , que je dois faire voir semblable à l'angle YOb .

Démonstration.

Les Triangles ROC , CZh , sont rectangles par construction, & ont les côtes RO , OZ , OK , Zb , égaux; donc, par 4, 1, l'angle OCR sera égal à l'angle ZbO , ou à son alterne hOY ; ce qu'il falloit démontrer.

En troisième lieu, que la perle s'arrête au point

V sur la ligne horaire VPb , je dis qu'elle montrera la vraie heure qu'il est, & que l'arc bI sera la vraie distance de cette heure à Midi; en sorte que si bI est de 60 degrez, je prouverai que l'angle YOV (qui est son complement de 30 degrez, ou de deux heures; sçavoir, la distance depuis six que le Soleil s'est levé) est l'angle d'élevation que le Soleil doit avoir à huit heures; car dans l'Analemmme commun où CD est l'Equateur, & DKW son demi-cercle, soit fait l'angle TCX égal à l'angle d'élevation YOV , & soit mené par ce point X l'Almicantarath XG , le Soleil sera au point E de l'Equateur; soit mené EK perpendiculaire à l'Equateur CD , pour lors la vraie distance de cette heure indiquée par la perle jusqu'à Midi, sera l'arc KD , selon l'Analemmme commun. Je démontrerai que par l'Analemmme rectiligne la distance se trouve la même dans l'arc bI , que je ferai voir être toute semblable à KD .

Démonstration.

Les Triangles rectangles ORC , OCh , ont les côtes RO , Ch égaux, & le côté OC commun; donc, par 4, 1, les angles hOC , OCR sont égaux; & comme ils sont alternes, les lignes Oh , RC , sont paralleles; OC , NV , sont aussi paralleles, & partant les lignes ONV , XEC égaux. Or l'angle NVO , avec son alterne VOY , ont été faits égaux aux angles XCT , CXE , donc les Triangles XEC , ONV , sont équiangles; donc (par 3, 6) CX ou CD , est à CE , comme OV , ou Oh est à ON : or Oh est à ON comme Ch est à CP : c'est pourquoi si CE est le sinus de l'arc KB de deux heures (CD étant posé sinus total) CP sera le sinus de l'arc 6, 8, de deux heures

Figure . 20 .

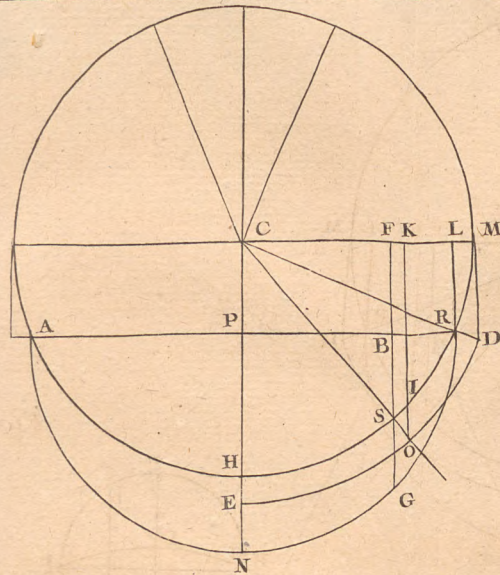


Figure . 21 .

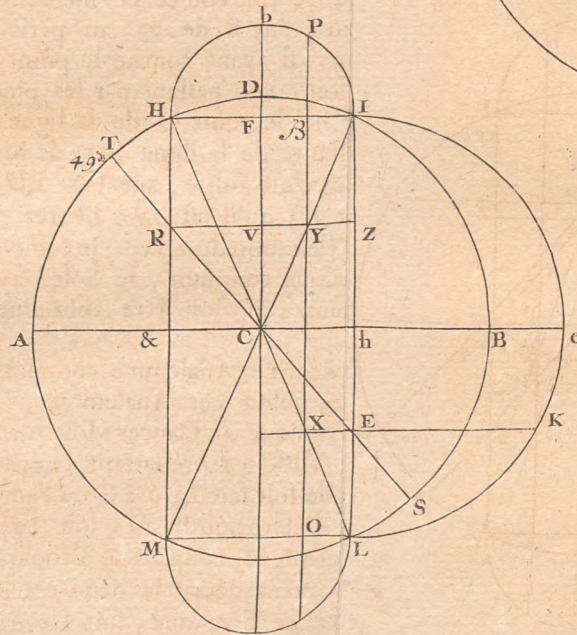
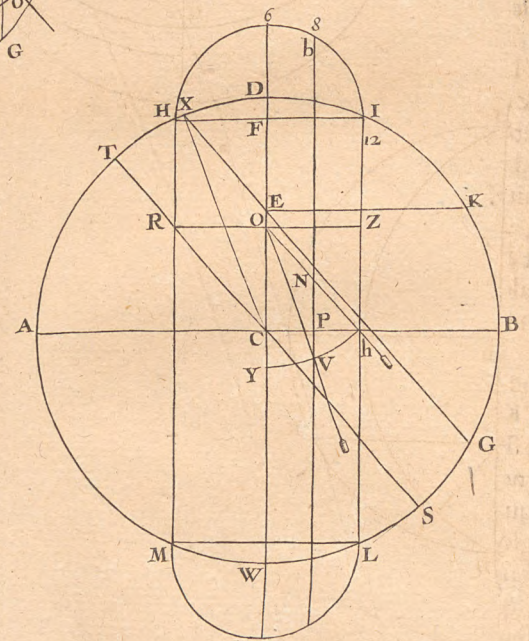


Figure . 22 .



(le sinus total étant Ch ou FI) d'où il s'ensuit que les arcs restant bI , KD , demeurent semblables : ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION IX.

Dans une latitude donnée connoître l'heure Astronomique en quelque lieu du Zodiaque que le Soleil soit.

Soit RZ la ligne de la latitude de la Région, coupant, par exemple, le rayon CK de Cancer au point A , où soit suspendu le perpendicule, & soit coulée en même temps la perle jusqu'au point B de ϖ au petit Zodiaque; pour lors si ayant tourné le point K vers le Soleil, & son rayon passant par les pinnules la perle s'arrête sur le point O de la ligne OD de 11 heures, distante de la ligne $E12$ de Midi d'un espace horaire; c'est-à-dire, que l'arc ED soit de 15 degrez, je dis qu'il est onze heures, l'angle FAO étant l'élevation du Soleil, je prouverai que dans l'Analemme commun, le Soleil ayant une pareille hauteur, il doit être absolument onze heures.

Soit donc décrit l'Analemme commun de l'intervalle CK ; selon cet Analemme, la ligne KL sera le Tropique de Cancer: soit menée après cela la ligne $TRCS$ représentant l'horison oblique sur laquelle soit fait l'arc TG ou l'angle TCG égal à l'angle d'élevation FAO , soit tiré ensuite l'Almicantarath GM , coupant le Tropique LK au point N , & ayant décrit le demi-cercle KPL , qui représente ce Tropique, soit élevé au point N la perpendiculaire NP . Je démontrerai que

H ij

l'arc KP est de 15 degrez , c'est-à-dire , que les arcs ED , KP , sont semblables. La sixième Proposition nous doit avoir appris que l'arc semidiurne XDE est semblable à l'arc YPK de l'Analemme commun ; d'où il suit que LS est à SK comme KQ est à QE.

Démonstration.

Dans le Triangle SKC , GN étant parallèle à la base , c'est-à-dire , à l'horison oblique CS , par 4 , 8 , SK sera à SN comme CK , c'est-à-dire , CG à CV. De plus dans le Triangle θ AO l'angle AO θ est égal à son alterne OAF , qui est l'angle de l'élevation du Soleil , égal par construction à l'angle TCG , ou à son alterne CG Π . Cela étant , les angles AO θ , CG Π , sont égaux : & comme les angles Π & θ sont égaux , l'un & l'autre étant droits , les Triangles A θ O , CG Π , seront semblables. Soit considéré ensuite le Quadrilatere RBCA , dans lequel l'angle R est droit , l'angle ACB est aussi droit (le rayon BC de \odot du petit Zodiaque étant par construction perpendiculaire au rayon CK de \odot du grand Zodiaque , & les angles \angle CA , BC γ de 23 d. 30' chacun) donc on peut décrire un cercle autour du Quadrilatere ARBC , par la converse de 22 du 3 , partant les angles RBA , RCA , insistans sur la même base AR seront égaux. Or est il que les angles RBA , θ IA , sont égaux ; & à ceux-ci sont égaux les deux alternes RCA , CV Π , donc les angles AI θ , CV Π , sont égaux , & par conséquent les angles de suite AIO , AVG sont aussi égaux. Or nous nous venons de voir que CGV , AOI , ont été faits égaux : donc les Triangles AIO , CGV , sont équiangles & semblables ; donc

EG, c'est-à-dire, CK est à CV, ou SK est à SN, comme AO, c'est-à-dire, AB est à AI; mais comme AB est à AI, ainsi AR est à Aθ, c'est-à-dire, QE est à QH, donc SK est à SN comme QE est à QH : mais nous avons vû que LK est à SK comme KE est à QE : donc en divisant LK sera à NK comme KE à HE : donc HE & NK seront sinus versés d'arcs semblables ; ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION X.

Trouver l'heure du lever & du coucher du Soleil dans un Pays dont la latitude soit de plus de 66 degrez 30'.

Uoiqu'on ne fasse gueres servir ce Cadran ou Horloge pour une latitude plus grande que 66 d. 30', j'enseignerai cependant en peu de mots le moyen de s'en servir dans les Pays voisins des Poles.

Plan.
che 15.
Fig. 24.

Soit donc la ligne de la latitude RZ, que nous avons tiré à l'ordinaire par le point d'intersection R de l'horison oblique RS de l'Analemme commun, avec la ligne de Midi PH prolongée, si l'on suppose que DC soit l'Equateur, IL le Tropique de ϖ , PH le Tropique de γ : que le Pole soit élevé sur l'horison TS du complement de l'arc TD, Tm soit un Parallele tiré par le point d'intersection T de l'horison avec la circonférence de l'Analemme (ce point T est celui qui separe la partie éclairée d'avec celle qui est dans la nuit) soit encore uS un autre Parallele tiré par le point d'intersection S du même horison avec la même circonférence de l'Analemme, & qui est diamétralement opposé au point T : cela posé, je dis

H iij

118 RECREAT. MATHEM. ET PHYS.

que le Parallele Tm , avec ceux qui sont au dessous jusqu'au Tropique PH de $\frac{1}{2}$, ne se leveront point sur l'horison RS , mais seront totalement cachez : que les Paralleles au dessus de T , c'est-à-dire, ceux qui sont compris depuis Tm jusqu'au Parallele μS , seront cachez à moitié ou en partie, sçavoir, celui du milieu CD sera coupé par la moitié, & les autres en parties inégales, & par conséquent le Soleil s'y levera & couchera chaque jour, & qu'enfin les autres Paralleles depuis μS jusqu'au Parallele O , seront tous entiers sur l'horison, & par conséquent le Soleil sera plusieurs jours, & même des mois entiers sans se coucher, ainsi que nous avons vû qu'aux Paralleles correspondans qui sont sous Tm , cet Astre est autant de tems sans se lever ; ce qui n'a pas besoin de démonstration, après l'évidence qu'en donne la Figure.

PROPOSITION XI.

Trouver l'heure Astronomique dans une latitude de de plus de 66 degrez 30'.

Plan-
che 15 *
Fig. 25.

SOit proposé de trouver l'heure Astronomique dans un Pays dont la latitude soit de plus de 66 d. 30' : soit RZ la ligne de cette latitude. Le Soleil soit dans le Tropique de Cancer, dont le rayon soit CI : soit suspendu le perpendiculaire au point O , où la ligne RZ de la latitude concourt avec le rayon de Cancer CI : soit aussi transportée la perle sur le point M du Cancer du petit Zodiaque, la perle décrira le cercle bVM ; & ayant tiré la ligne bCM , l'angle OCM sera droit. Supposé donc que le rayon du Soleil passant par les pinules, la perle s'arrête au point V de la ligne Vr de

dix heures , je prouverai qu'il doit être dix heures ; car ayant décrit , comme ci - devant , l'Analemme commun , en traçant un cercle du point C comme centre , IL sera le Tropique de Cancer : soit décrit ensuite le demi-cercle IKL représentant ce Tropique , & soit pris en ce demi-cercle l'arc IK de deux heures , & ayant mené la perpendiculaire IE , le point E sera le vrai lieu du Soleil dans ce Tropique ; & ayant fait l'angle XCT égal à l'angle VOY de l'élevation du Soleil à dix heures , & tiré l'Almicantarath XEG parallele à l'horison oblique T/ ; je vai démontrer que ces angles VOY , XCT de dix heures répondent dans l'Analemme commun à la même elevation qui répond aux mêmes dix heures dans l'Analemme rectiligne.

Démonstration.

Premierement dans le Triangle ICS, l'Almicantarath XI'E parallele à la base, c'est-à-dire , à l'horison CS, coupe les côtez CI, IS proportionnellement en I & en E, donc par 4, 6, SI, sera à SE comme CI, c'est-à-dire, CX, est à CI. Secondement, dans le Triangle PQV, l'angle PVO est égal à son alterne VOY, & celui-ci, qui est l'angle de l'élevation du Soleil, égal par construction à l'angle XCT, ou à son alterne CXN : voilà donc quatre angles PVO, VOY, XCT, CXN, égaux, & comme les angles CNX, OPV, sont égaux l'un & l'autre, étant droits, les Triangles POV, XCN, seront semblables. De plus, comme dans le Quadrilatere RMCO, les angles opposez ORM, OCM, sont droits par construction, il suit qu'on peut décrire un cercle autour d'eux ; & partant les angles RCO, RMO, ap-

H iiii

puyez sur la même base OR, seront égaux : or les angles égaux RMO, PSO, sont encore égaux aux deux alternes RCO, C/N : donc les angles PSO, C/N, étant égaux, les angles de suite C/X, OSV, le seront aussi. Mais nous venons de voir que les angles CXI, OVS, sont égaux : donc les Triangles VSO, XCI, sont équiangles & semblables : donc CX, c'est-à-dire, CI est à Cl, ou /I est à /E comme OV, c'est-à-dire, OM, est à OS ; mais comme OM à OS, ainsi OR à OP, c'est-à-dire, BH à Br. Derechef, dans les Triangles semblables C/N, SOP, comme Cl est à CN, ainsi OS à OP, & comme OS à OP, c'est-à-dire, Br, ainsi Cl est à /E dans le Triangle CIs, les segments Br, /E, seront donc semblables, & comme /I à IE, ainsi OR est à PR, c'est-à-dire, BH à Hr ; donc les segments restans IE, Hr, seront semblables, comme étant finus versés d'arcs semblables.

PROBLEME XXXIII.

Construire un Anneau qui marque l'heure pendant toute l'année.

NOUS ajouterons ici la construction d'un Anneau, où l'heure est marquée exactement pendant toute l'année, après que par même occasion nous aurons fait connoître démonstrativement l'erreur qu'il y a à se servir de ces Anneaux vulgaires, où le trou (par lequel le rayon solaire entre par marquer l'heure) est mobile. Premièrement, nous ferons voir qu'en rendant ce trou commun à tous les Signes marquez dans un Zodiaque décrit sur la circonférence de l'Anneau, on ne peut avoir

Figure 26.

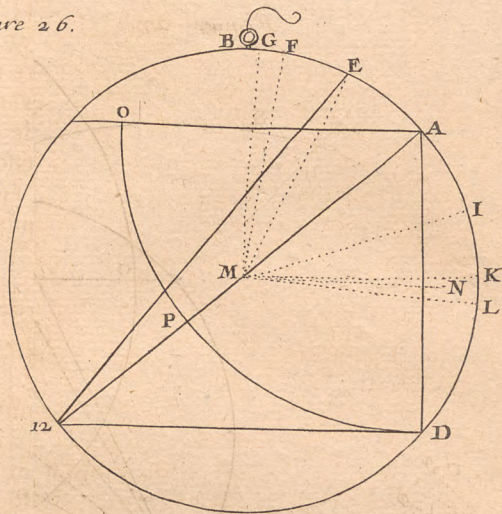


Figure 27.

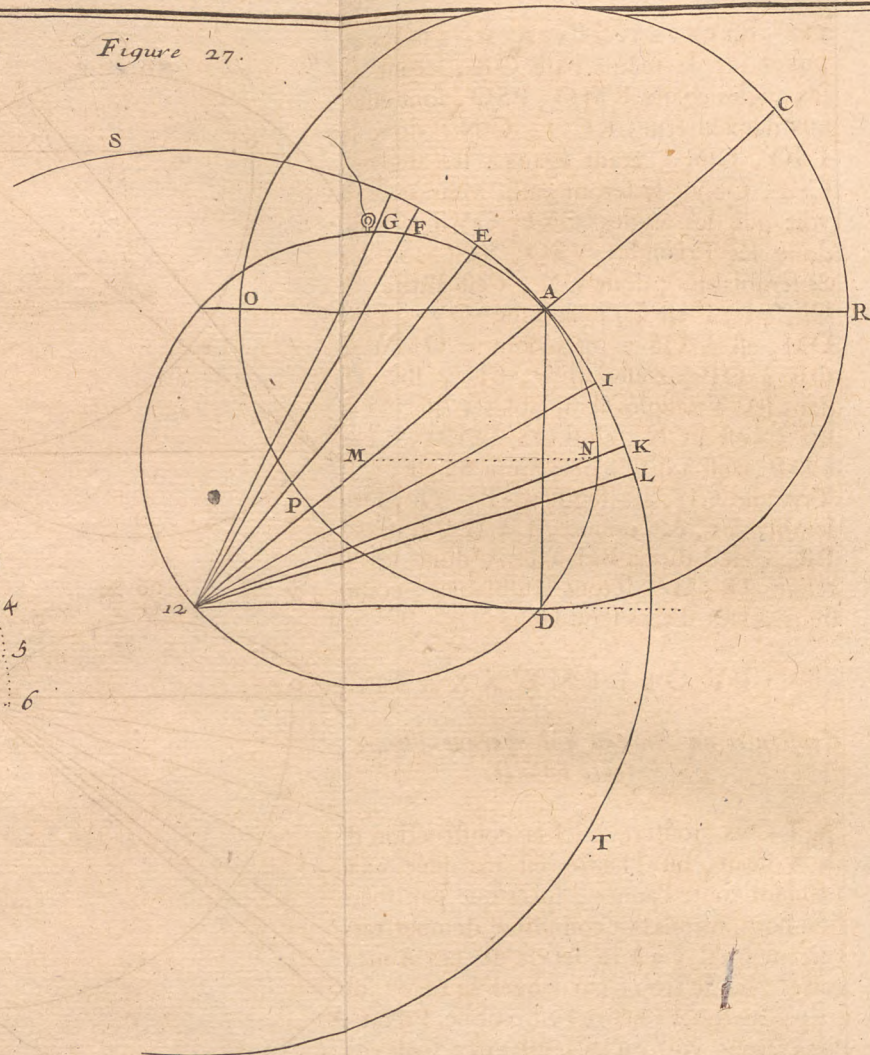
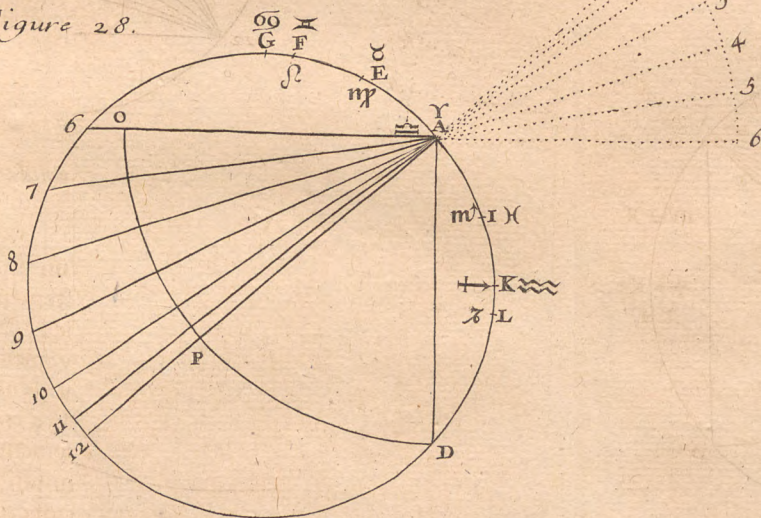


Figure 28.



que l'heure de Midi marquée fidelement ; car pour les autres heures , on ne les peut avoir que très-imparfaitement , en se servant des mêmes points marquez pour le Signe de γ . Nous disons ceci pour delabuser ceux qui croient que les mêmes points de hauteur du Soleil marquez pour le Signe de γ , c'est-à-dire , pour le tems des Equinoxes , peuvent servir pour d'autres tems , en transportant ce trou sur celui des Signes que le Soleil parcourt ; ce qui est absolument faux dans son principe , comme nous allons voir . Il faudroit au lieu de cela décrire dans la concavité de l'Anneau sept cercles separez pour autant de Paralleles de l'entrée du Soleil dans les Signes , sur chacun desquels cercles on marqueroit separément les hauteurs du Soleil à son entrée dans le Signe qui appartient au Parallele pour lequel le cercle a été tracé ; ces points ainsi notez , doivent être joints par des lignes qui seront les lignes horaires . Ceci est tiré du R. P. de Chales.

Soit préparé un Anneau , ou plutôt soit décrit un cercle de la grandeur de l'Anneau que l'on veut faire . Ensuite ayant choisi le lieu du suspensoire B , soient pris à droite & à gauche de B 49 degrez pour la latitude de Paris , c'est-à-dire , pour la distance du zenit de Paris à l'Equateur ; & par la fin de la numération soit tiré AO : soit mené à la ligne AO la perpendiculaire AD , l'une & l'autre se terminant au point A attribué à l'Equateur . De ce point A , & par le centre de l'Anneau soit mené A12 pour la hauteur de l'Equateur , ou , ce qui est la même chose , pour la hauteur du Soleil à Midi , lorsqu'il est dans l'Equateur . On auroit pû autrement avoir cette même hauteur , si ayant décrit d'abord du point A le quart OPD , on l'eût

Plan-
che 16.
Fig. 26.

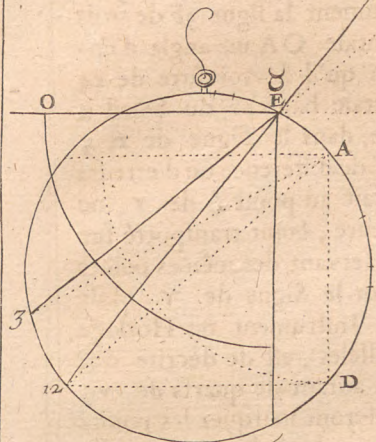
Plan-
che 16 *
Fig. 27.

circonférence CR de grandeur prise à volonté, ou bien soit achevé, si l'on veut, le cercle OPD, & ayant prolongé OA jusques en R, soit compris de R vers C la hauteur de l'Equateur, si on n'aime mieux pour abrégé, continuer 12A directement en C. Pour lors l'angle extérieur CAR sera égal à l'angle A12D, son intérieur opposé du même côté; ils sont l'un & l'autre à la circonférence, l'un en dedans, l'autre en dehors de l'Anneau; ils sont aussi angles au centre, puisque nous avons décrit de leur sommet deux cercles. De plus, OAI2 sera égal à CAR, qui lui est opposé au sommet, enfin c'est par des angles au même sommet A, que les différentes élévations du Soleil sur l'horison AR, sont mesurées par un effet contraire sur le quart OPD; car à proportion que le Soleil s'élève de R vers C dans le ciel CR, Fig. 28. le rayon solaire passant par le trou A, s'abaisse d'un même nombre de degrez sous l'horison OAR, & marque les heures.

Plan-
che 17 *
Fig. 39.

Passons maintenant à la démonstration que les mêmes heures équinoxiales ne peuvent pas servir sans erreur en d'autres tems. Soit le Soleil en Gemini, & soit tiré FO. Je raisonne ainsi: La ligne horizontale OA est la ligne de six heures équinoxiale, c'est-à-dire, qui a été tirée pour le point de γ , pour servir lorsque le Soleil seroit dans l'Equateur: or le Soleil se levant à 6 heures en Aries, il est à cette heure-là dans l'horison. La ligne FO représente le rayon du Soleil passant par le trou A transporté en F, il doit donc être six heures, puisque ce rayon touche ce point O. Soit continué ce rayon OF en Q, lieu du Soleil, & soit mesuré l'angle QFR, il sera trouvé environ de 20 degrez; mais la véritable hauteur du

Figure 29



On voit dans la Figure 29.
L'erreur de ceux qui veulent que les mêmes
heures Equinoctiales Servent Egalement
dans les différentes déclinaisons .
Soit icy le Soleil en Taurus, le rayon solaire
passant par E et tombant sur le point de 3.
heures marqué dans l'Equinoxe, il doit être 3.
heures le Soleil étant en O. Mais je trouve
en mesurant l'arc OE 3 ou son oppose' QER
environ 40^d. et la véritable hauteur du ☉ en
Taurus à 3. h. étant de 37^d. 14. il y a donc
environ 3^d. d'erreur.

Figure 30.

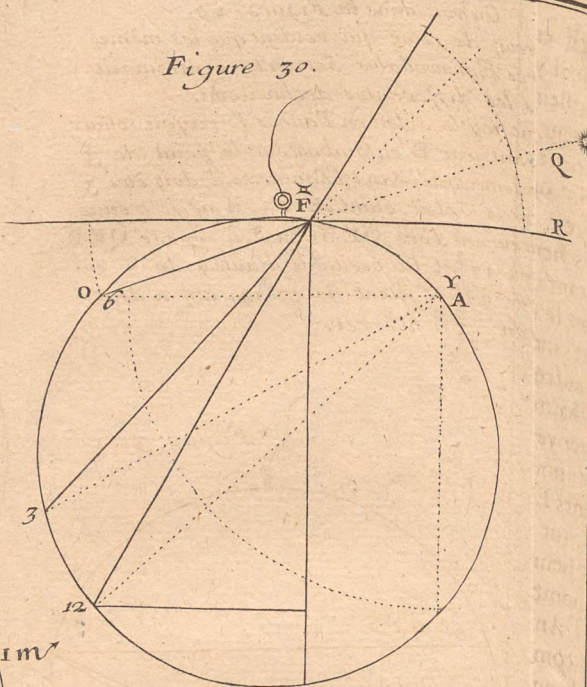


Figure 31.

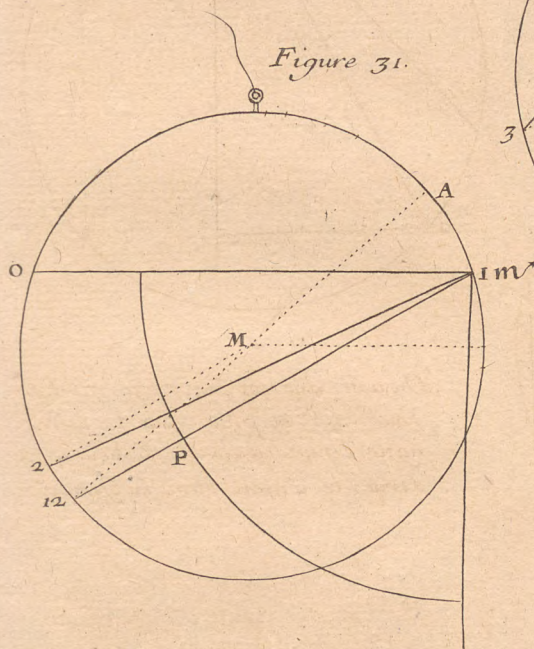
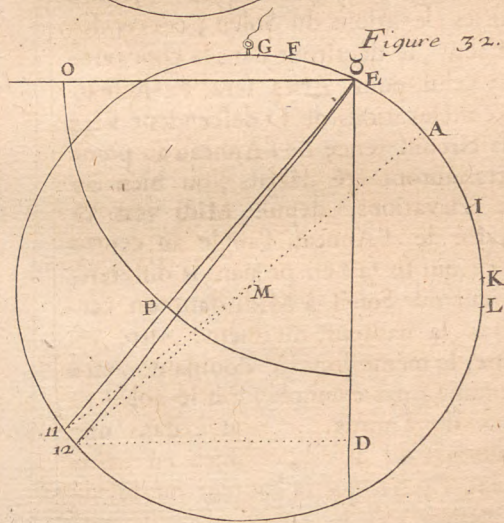


Figure 32.



On voit dans la figure 30. qu'il s'en faut 5^d et plus que la même ligne Equinoctiale de 6. heures ne serve, le Soleil étant en Gemini

Soleil en Gemini à 6 heures est de 15 degré 6' ; donc il y a 5 degré & plus d'erreur. On trouvera pareillement pour trois heures plus de 4 degré d'erreur ; car sur l'Instrument la ligne 3F de trois heures fait avec l'horizontale OA un angle d'environ 49 degré , au lieu qu'il devroit être de 44 degré 10' , qui est la vraie hauteur du Soleil à trois heures à son entrée dans le Signe de π ; partant il y a 4 degré 40' de différence ou d'erreur : donc le trou que l'on a fait au point A de γ , ne peut marquer la vraie heure , étant transporté sur les autres Signes , en se servant des mêmes points de hauteur marquez pour le Signe de γ . Mais le moyen de rendre cet Instrument ou Horloge bon pour tous les Paralleles , est de décrire des points E , I , F , K , &c. autant de quarts de cercle , sur chacun desquels seront marquez les points des heures par les élévations du Soleil ; ces cercles au nombre de sept , se décriront dans la concavité de l'Anneau ; celui pour Aries sera au milieu. On comptera ces élévations de O descendant vers P , l'angle à la circonférence de l'Anneau au point d'où les quarts auront été décrits , ou bien on comptera ces élévations depuis Midi vers O dans la concavité de l'Anneau l'angle au centre de l'Anneau ; ce qui se fait en prenant la différence de la hauteur du Soleil à Midi dans un certain Signe , avec la hauteur du même Astre en une autre heure le même jour & doublant cette différence ; comme , par exemple , soit le Soleil au commencement de Taurus , je trouve dans une Table des hauteurs du Soleil , ou bien en mesurant l'arc Er2D , Fig. 32. que sa hauteur méridienne est de 52 degré 30' , je trouve pareillement qu'à onze heures le même jour il est élevé de 50

degrez 30', la différence est deux degrez, que je double, & j'ai quatre degrez que je compte depuis le Midi en sus, & y marque le point de 11 heures. On prend selon cette dernière manière, les angles au centre de l'Anneau, & leur différence double pour avoir des arcs doubles, afin que les angles qui les mesurent ayant leur sommet au point A, ou E, ou I, &c. de la circonférence opposée, reviennent à leur juste mesure, comme ici l'arc 12, 11, de quatre degrez, mesuré du centre de l'Anneau, n'est que de deux degrez mesuré du point E de la circonférence; ainsi on aura aussi-bien par cette dernière méthode l'angle OEI de 50 degrez 30' pour la hauteur du Soleil en Taurus à onze heures, comme si on l'eût compté sur le quart OPD depuis O vers P, le centre étant au point E; on fera autant de trous pour faire passer le rayon solaire, qu'il y aura de cercles décrits: on pourra les percer l'un à côté de l'autre sur une ligne horizontale, chacun vis-à-vis le cercle qui lui appartient; moyennant la position de ces trous à une même hauteur, on doit commencer la division des quarts de cercle qui leur correspondent à une même hauteur ou ligne horizontale; vous ferez passer par tous ces points de division des lignes, qui seront les lignes horaires. Lorsque vous vous servirez de l'un des trous pour faire marquer l'heure, vous aurez soin de boucher les autres avec de la cire, pour éviter la confusion de tant de rayons solaires à la fois, & vous aurez bien soin de diriger le rayon de celui que vous laisserez ouvert à tomber sur le quart auquel il appartient.

REMARQUES.

I.

On voit dans la Fig. 19 l'erreur de ceux qui veulent que les mêmes heures équinoctiales servent également dans les différentes déclinaisons. Soit ici le Soleil en γ ; le rayon solaire passant par E , & tombant sur le point de 3 heures marqué dans l'Équinoxe , il doit être 3 heures : mais je trouve en mesurant l'arc OE γ , ou son opposé QER , environ 40 degrez , & la véritable hauteur du Soleil en Taurus à 3 heures étant de 37 degrez 14 minutes , il y a environ 3 degrez d'erreur.

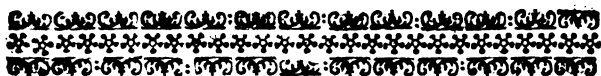
II.

On voit de même dans la Figure 20. qu'il s'en faut 5 degrez & plus, que la même ligne équinoctiale de 6 heures ne serve , le Soleil étant en π .

III.

On doit encore à M. de R** la Démonstration de l'*Analemme Rectiligne Universel* , & la Construction de l'*Anneau* qui marque exactement l'heure , pendant toute l'année.





PROBLEMES DE COSMOGRAPHIE.

LA Cosmographie , selon son étymologie , est la description du Monde , c'est-à-dire , du Ciel & de la Terre. Elle se divise en *Générale* , & en *Particulière*.

La Cosmographie Générale considère généralement tout l'Univers ; elle recherche & fournit plusieurs manières de le décrire & de le représenter selon les divers sentimens des Philosophes & des Mathématiciens.

La Cosmographie Particulière est proprement ce qu'on appelle *Géographie* , parce qu'elle représente en détail chaque partie du Monde , & particulièrement la Terre , tant par les Globes , que par les Planisphères & Mappemondes. Je ne prétens pas traiter ici en particulier de ces deux Parties , mais seulement vous donner quelques Problèmes utiles & agréables qui en dépendent.

PROBLEME I.

Trouver en tout tems & en tout lieu les quatre points principaux du Monde.

LEs quatre points principaux du Monde , qui sont l'Orient , l'Occident , le Midi , & le Septentrion , peuvent aisément être connus par le moyen de la Boussole , dont l'éguille qui est aimantée ,

mantée , tourne toujours une de ses deux pointes vers le Midi , & l'autre vers le Septentrion. Ce qui suffit pour connoître l'Orient & l'Occident , parce que l'Orient est à l. droite , & l'Occident à la gauche de celui qui regarde le Septentrion.

On peut aussi très-facilement connoître le Septentrion la nuit , en regardant l'Etoile Polaire , qui n'est éloignée du Pole Arctique que d'environ deux degrez. Les Astronomes tracent de jour la ligne méridienne sur un plan horizontal , par le moyen de deux points d'ombre , marquez devant & après Midi sur la circonférence d'un cercle décrit du pied du stile , dont l'ombre a servi par son extrémité à marquer sur cette circonférence ces deux points également éloignez du Midi.

Voyez la
Gnomonique ,
pag. 1.

Mais sans toutes ces choses , on peut en tout tems & en tout lieu marquer la ligne méridienne , en cette sorte.

Ayant mis de l'eau dans un vase , comme dans un plat , ou dans un bassin , mettez tout doucement dans cette eau , lorsqu'elle sera bien tranquille , une aiguille de fer , ou d'acier , semblable à celle dont les Tailleurs & les femmes se servent ordinairement pour coudre. Si cette aiguille est sèche , & qu'on la mette tout de son long sur la surface de l'eau , elle ne s'enfoncera point. Après avoir fait plusieurs tours , elle s'arrêtera enfin , & demeurera dans le plan du Méridien , de sorte qu'elle représentera la ligne méridienne ; l'une de ses extrémités sera tournée par conséquent vers le Midi , & l'autre vers le Septentrion. Mais lorsqu'on ne voit ni le Soleil , ni les Etoiles , on ne peut pas aisément connoître laquelle des deux extrémités regarde le Midi ou le Septentrion.

Observez que pour poser cette aiguille sur la su-

perfectie de l'eau , on peut se servir d'une fourchette de fil de fer , & que pour l'empêcher de tomber au fond de l'eau , on peut la frotter de quelque matière grasseuse.

Le Pere Kitcher donne un moyen facile pour connoître le Midi & le Septentrion. Il veut que l'on coupe horisontalement le tronc d'un arbre bien droit , qui soit au milieu d'une plaine , sans le voisinage d'aucune hauteur , ni d'aucune muraille , qui l'ait pû tenir de ce côté à l'abri du vent , ou des rayons du Soleil. On verra dans la section de ce tronc plusieurs lignes courbes autour de la sève , qui seront plus serrées d'un côté que de l'autre. Il dit que le Septentrion sera du côté où ces lignes courbes seront plus serrées ; peut-être parce que le froid qui vient du Septentrion resserre , & que le chaud qui vient du Midi élargit & rarefie les humeurs & la matière , dont se forment ces lignes courbes , qui , suivant le même Auteur , sont comme des circonferences de cercles concentriques dans l'Ebene & dans le bois de Bresil.

PROBLEME II.

Trouver la longitude d'un lieu proposé de la Terre.

ON appelle *Longitude* d'un lieu de la Terre , la distance du Méridien de ce lieu au premier Méridien , qui passe par l'Isle de Fer la plus Occidentale des Canaries. Cette distance se compte sur l'Equateur d'Occident en Orient.

On voit dans les *Mappemondes* , ou Cartes générales , les degrez de Longitude marquez sur l'Equateur de dix degrez en dix degrez , depuis le

premier Méridien vers l'Orient tout le long de la Terre jusqu'à 360 degrez: de sorte que le premier Méridien est le 360 Méridien. Il a plu aux Géographes de compter ainsi les Longitudes terrestres: il a plu aussi aux Astronomes de compter les Longitudes des Etoiles fixes sur l'Ecliptique, depuis la *Section Vernale*; c'est-à-dire, depuis le commencement de la Constellation du Belier, où l'Equateur & l'Ecliptique s'entrecoupent.

Il est évident que ceux qui sont situés sous un même Méridien, ont une même Longitude: que tous ceux qui sont sous le premier Méridien, n'ont aucune Longitude: qu'enfin ceux qui sont plus Orientaux ont des Longitudes différentes, c'est-à-dire, qu'ils sont sous des Méridiens différens. La distance d'un Méridien à l'autre s'appelle *Différence des Longitudes*; c'est cette différence qui fait connoître de combien de tems il est plutôt Midi en un lieu qu'en un autre qui est plus Occidental. Car il est certain qu'il sera Midi une heure plutôt au lieu plus Oriental qu'à l'autre, lorsque la différence des Longitudes sera de 15 degrez, c'est-à-dire, quand ce lieu sera plus Oriental que l'autre de 15 degrez, * parce que 15 degrez de l'Equateur font une heure, puisque 360 degrez font 24 heures, qui est une révolution entiere du premier mobile.

Ainsi on voit que pour connoître la Longitude d'un lieu de la Terre, il ne faut que sçavoir l'heure que l'on compte en ce lieu, lorsqu'on en compte une certaine en un autre lieu situé sous le premier

* Le Soleil employe une heure à parcourir quinze degrez de l'Equateur, puisqu'il met 24 heures à parcourir 360 degrez, c'est-à-dire, à faire la révolution entiere sur un parallèle.

Méridien. Car si l'on convertit cette différence des heures en degrez , en prenant 15 degrez pour une heure , 1 degré pour 4 minutes de tems , & 1 minute de degrez pour 4 secondes de tems , on aura la longitude du lieu proposé.

Pour connoître cette différence des heures , on se servira de quelque Signe visible dans le Ciel , qui se puisse remarquer en même tems par deux Mathématiciens , dont l'un soit sous le premier Méridien , & l'autre au lieu dont on cherche la Longitude. Les Anciens se sont servi des Eclipses de Lune. On se sert à présent des Eclipses du premier Satellite de Jupiter , qui arrivent plus souvent , & dont les immersions ou émersions se peuvent connoître plus facilement par le moyen des Lunettes de longue-vûe.

Quand on a une fois connu la Longitude d'un lieu de la Terre , on n'a plus que faire du premier Méridien pour connoître la Longitude de quelqu'autre lieu que ce soit , parce qu'il suffit de connoître de combien ce lieu est plus Oriental , ou plus Occidental que le premier ; ce qui se peut connoître comme nous avons dit. Mais il ne sera pas nécessaire d'employer deux Mathématiciens , un seul peut connoître la Longitude du lieu où il sera , en observant en ce lieu l'heure de l'immersion ou de l'émerision du Satellite , & en comparant cette heure avec celle du lieu , dont on connoît la Longitude , parce que par les Tables de Monsieur Cassini , qu'il a supputées pour le Méridien de Paris , dont je suppose que la Longitude est connue , on peut sçavoir à quelle heure doit arriver à Paris cette immersion ou émerision. L'immersion d'un Satellite est l'entrée de ce Satellite dans l'ombre de Jupiter en cessant de paroître ,

& l'émerſion d'un Satellite eſt la ſortie de ce Satellite hors de l'ombre de Jupiter , en commençant à reparoitre.

REMARQUES.

On voit par ce qui a été dit , la vérité de ce Paradoxe , *Qualibet horâ eſt omnis hora* , c'eſt-à-dire , qu'en tout tems il eſt toute heure : ce qui ſe doit entendre des lieux de la Terre , qui ſont ſous des Méridiens différens. Car il eſt certain que quand il eſt Midi , par exemple , à Paris , il eſt une heure après Midi à Vienne en Autriche , & dans tous les autres lieux qui ſont plus Orientaux que Paris de 15 degrez , & qu'il eſt deux heures après Midi à Conſtantinople , & dans tous les autres lieux qui ſont plus Orientaux que Paris de 30 degrez. Ainſi des autres.

D'où il ſuit que de deux Voyageurs , dont l'un va vers l'Occident en ſuivant le cours du Soleil , & l'autre vers l'Orient en allant contre le cours du Soleil , le premier doit avoir les jours plus longs que le ſecond. Au contraire , au bout d'un certain tems , le ſecond qui va vers l'Orient , comptera plus de jours que le premier qui va vers l'Occident. Ce qui fait dire que ſi deux Jumeaux voyagent l'un vers l'Orient , & l'autre vers l'Occident , & qu'ils viennent à mourir en même tems , le premier aura vécu plus de jours que l'autre.

Comme on diviſe la Latitude en Septentrionale & en Méridionale , en l'étendant juſqu'à 90. degrez vers les deux Poles deçà & delà l'Equateur , on auroit auſſi pû diviſer la Longitude en Orientale & en Occidentale , en ne l'étendant que juſ-

qu'à 180 degrez de part & d'autre depuis le premier Méridien. Ce qui seroit très-commode pour nous faire connoître que quand il est, par exemple, Midi sous le premier Méridien, il n'est que 8 heures du matin dans l'Isle de Cuba, dont la Longitude Occidentale est de 60 degrez. Voyez le XXXIII. Problème de la Gnomonique, p. 92.

P R O B L E M E III.

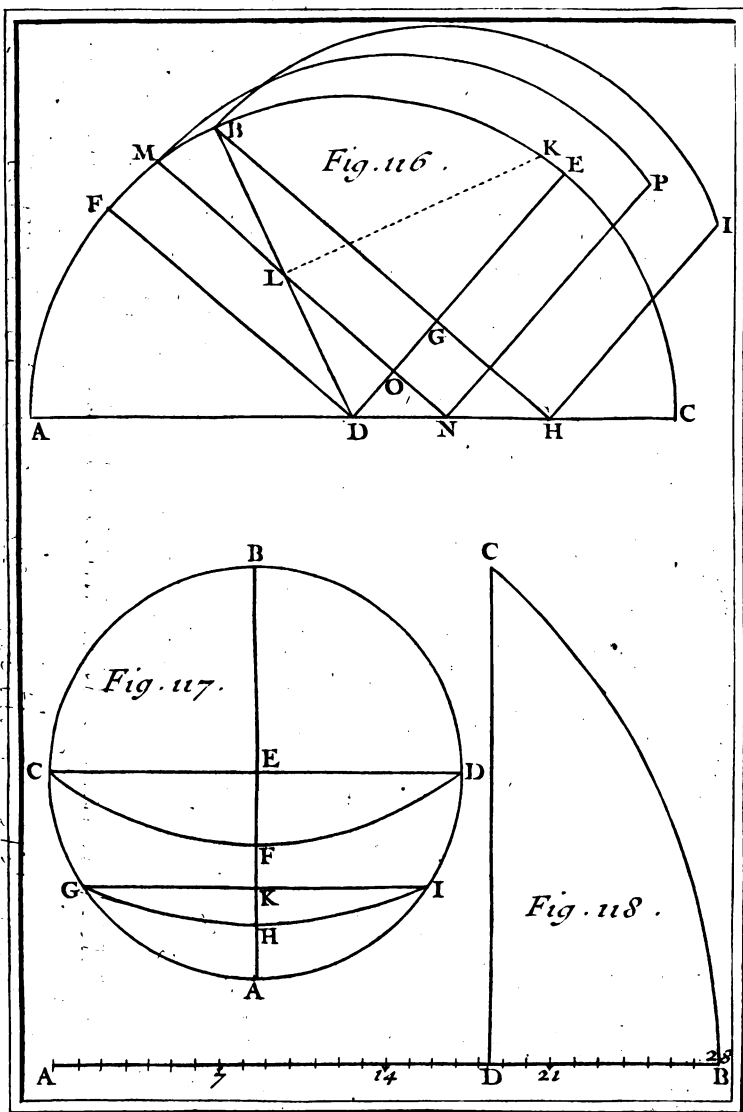
Trouver la Latitude d'un lieu proposé de la Terre.

ON appelle *Latitude* d'un lieu de la Terre, la distance de ce lieu à l'Equateur : cette distance est mesurée par l'arc du Méridien de ce lieu entre son Zenit & l'Equateur. Cet arc est toujours égal à l'élevation du Pole, qui est l'arc du même Méridien entre le Pole & l'Horison. Ce qui fait que l'on confond ordinairement la Latitude avec l'élevation du Pole : de sorte que ceux qui n'ont point de Latitude, c'est-à-dire, qui sont sous l'Equateur, n'ont aussi aucune elevation du Pole, ayant les deux Poles du Monde à l'horison.

Voyez le
Problème
XXXI.

La Latitude d'un lieu de la Terre se peut connoître de jour à Midi, par le moyen de la hauteur méridienne du Soleil & de sa déclinaison, & de nuit en tout tems par le moyen de la hauteur méridienne de quelque Etoile fixe & de sa déclinaison, & aussi sans sa déclinaison, lorsque l'Etoile ne se couche point, & que la nuit a plus de douze heures, comme vous allez voir.

Pour trouver la Latitude de quelque lieu de la Terre que ce soit, par le moyen de la hauteur méridienne du Soleil, on ajoutera à cette hauteur



To. II. Pl. 30.

Pl

PROBLEMES DE COSMOGRAPHIE. 135

méridienne la déclinaison du Soleil, si cette déclinaison est Méridionale, ce qui arrivera depuis l'Equinoxe d'Automne jusqu'à l'Equinoxe du Printems : ou bien on ôtera de la hauteur méridienne la déclinaison, si cette déclinaison est Septentrionale ; ce qui arrivera depuis l'Equinoxe du Printems jusqu'à l'Equinoxe d'Automne. De cette manière on aura la hauteur de l'Equateur, laquelle étant ôtée de 90 degrez, le reste sera la Latitude qu'on cherche.

On travaillera de la même façon la nuit à l'égard des Etoiles qui seront vers le Midi : mais à l'égard de celles qui sont vers le Septentrion, & qui ne se couchent point, voici ce qu'il faut faire. Dès que la nuit sera venue, on prendra la hauteur méridienne d'une de ces Etoiles, & le matin douze heures après la hauteur méridienne de la même Etoile ; on ajoutera ensemble ces deux hauteurs trouvées. La moitié de la somme donnera la hauteur du Pole sur l'horison.

PROBLEME I V.

Connoître la quantité du plus grand jour d'Esté en un lieu proposé de la Terre, dont on connoît la Latitude.

POur connoître, par exemple, à Paris, où le Pole est élevé sur l'horison d'environ 49 degrez, le plus grand jour d'Esté qui est de même longueur que la plus grande nuit d'Hyver ; décrivez à volonté du centre D, le demi-cercle ABC. Prenez d'un côté l'arc CE égal à l'elevation du Pole sur l'horison, qui a été ici supposée de 49 degrez, & de l'autre côté l'arc AF égal au complement de

che 41.
Fig. 116.

I iij

Plan-
che 41.
Fig. 116.

l'élevation du Pôle , qui dans cette supposition est de 41 degrez. Tirez du centre D , par les points E, F, les lignes DE , DF , dont la premiere DE représentera le cercle de six heures , & la seconde DF l'Equateur , en prenant le cercle ABC pour le Méridien du lieu proposé , & le diamètre AC pour l'horison , selon les règles de la Projection Ortographique de la Sphere.

Après cela , prenez l'arc FB égal à la plus grande déclinaison du Soleil , qui est d'environ 23 degrez & demi. Par le point B menez à la ligne DF, la parallele BH , qui coupe ici le cercle de six heures au point G , & l'horison au point H. Décrivez du point G , comme centre , par le point B , l'arc de cercle BI , qui sera terminé en I , par la ligne HI parallele à la ligne DE , ou perpendiculaire à la ligne BH. Cet arc BI se trouve ici de 120 degrez , ou de 8 heures , en prenant 1 heure pour 15 degrez , dont le double fait connoître qu'à Paris , & en tout autre lieu , où le Pôle est élevé sur l'horison de 49 degrez , le plus grand jour d'Esté , ou la plus grande nuit d'Hyver est de 16 heures. On connoitra la quantité de l'arc BI par le moyen d'un Rapporteur.

L'arc BI étant de 120 degrez , ou de 8 heures , fait connoître que le Soleil se couche au plus grand jour d'Esté , ou se leve au plus court jour d'Hyver à 8 heures , & que par conséquent il se leve au plus grand jour d'Esté , ou se couche au plus court jour d'Hyver à 4 heures. Ce qui arrive lorsque le Soleil est dans le Tropique d'Esté , ou dans le Tropique d'Hyver. On pourra de la même façon trouver l'heure du lever & du coucher du Soleil , lorsqu'il est dans quelqu'autre Signe du Zodiaque , par exemple , au commencement de ♈ & de ♎ ,

PROBLEMES DE COSMOGRAPHIE. 137.

pourvû que l'on sçache décrire le Parallele de ce Signe ; ce qui se fera en cette sorte.

Tirez du centre D, qui représente le point de l'Orient & de l'Occident Equinoctial, par le point B, qui représente le Point Solstitial de \varnothing , ou de γ , la ligne DB, qui représentera par conséquent un quart de l'Ecliptique. Prenez sur le Méridien, ou sur le Colure des Solstices ABC, l'arc BK de 60 degrez, tel qu'est la distance du Signe proposé au commencement de \varnothing , qui est représenté par le point B, parce qu'on suppose que le Colure des Solstices convient avec le Méridien. Menez du point K, la ligne KL perpendiculaire à la ligne DB, & par le point L, à la ligne DF, la parallele MN, qui représentera le Parallele de γ , & coupera l'horison AC au point N, & l'axe du Monde DE en O. De ce point O, comme centre, vous décrirez par le point M, l'arc MP, qui sera terminé en P, par la ligne NP parallele à la ligne DE, ou perpendiculaire à la ligne MN. Cet arc MP étant réduit en heures, lorsqu'on en aura connu les degrez & les minutes avec un Rapporteur, donnera l'heure qu'on cherche.

REMARQUES.

L'arc FM est la déclinaison du Signe proposé, dont la distance au plus proche Equinoxe est supposé de 30 degrez : l'arc DN est l'Amplitude Orientale, ou Occidentale du même Signe, à l'égard de l'horison AC, que nous avons supposé oblique de 49 degrez : & l'arc ON est la différence Ascensionnelle, qui montre de combien le Soleil étant au Signe proposé, se leve ou se couche devant ou après six heures sur le même hori-

Plan-
che 41.
Fig. 116.

**Plan-
che 41.
Fig. 116.** son. Ces arcs se peuvent connoître Géométrique-
ment dans la Figure; mais on les peut connoître
beaucoup plus exactement par la Trigonométrie,
en cette sorte.

I.

Pour connoître l'arc FM, en supposant l'arc
FB, ou l'angle FDB, c'est-à-dire, l'obliquité de
l'Ecliptique de 23 d. 30', on fera cette Analogie,
où nous nous sommes servi des Logarithmes qui
sont très-commodes dans la Trigonométrie Sphé-
rique,

<i>Comme le Sinus total,</i>	1000000000
<i>Au Sinus de la distance du Signe proposé au plus proche Equinoxe.</i>	96089700
<i>Ainsi le Sinus de l'obliquité de l'Ecliptique</i>	96006997
<i>Au Sinus de la déclinaison qu'on cherche.</i>	92996697

qui se trouvera de 11 degrez, & d'environ 30
minutes.

II.

Pour l'Amplitude DN, on se servira de la dé-
clinaison trouvée, pour faire l'Analogie suiivante,

<i>Comme le Sinus du complement de la hauteur du Pole,</i>	98169429
<i>Au Sinus de la décl. trouvée</i>	92996697
<i>Ainsi le Sinus total</i>	100000000
<i>Au Sinus de l'Amplitude qu'on cherche</i>	94827268

qui se trouvera de 17 degrez, & d'environ 41 mi-
nutes.

PROBLÈMES DE COSMOGRAPHIE. 199

III.

Pour trouver la *Différence Ascensionnelle* NO, on se servira pareillement de la déclinaison trouvée, pour faire cette Analogie,

Comme le Sinus total, 100000000

À la tangente de la déclinaison trouvée,

93084626

Ainsi la tangente de l'élevation du Pôle,

100608369

Au Sinus de la différence Ascensionnelle

93692999

qui se trouvera de 13 degrés & 32 minutes, lesquels étant réduits en tems par cette règle de trois : si 15 degrés donnent 1 heure, ou 60 minutes, combien donneront 13 d. 32', ou 812', on connoîtra que le Soleil étant au commencement de \varnothing , ou de m , se couche à 6 heures & 54 minutes, & que par conséquent il se lève à 5 heures & 6 minutes, &c.

PROBLÈME V.

Trouver le Climat d'un lieu proposé, dont la Latitude est connue.

ON appelle *Climat*, un espace de Terre compris entre deux cercles parallèles à la Ligne équinoxiale, tellement éloignez l'un de l'autre, qu'il y ait la différence d'une demi-heure entre le plus long jour d'Esté de l'un de ces cercles, & le plus long jour d'Esté de l'autre.

Comme les Climats se comptent vers l'un des

deux Poles du Monde, en commençant depuis l'Equateur, sous lequel en tout tems le jour est de douze heures, & la nuit d'autant : & que ceux qui sont éloignez de l'Equateur, ont le plus grand jour d'Esté plus long que douze heures, & d'autant plus long, que plus ils en sont éloignez ; il s'ensuit que la fin du premier Climat est le lieu où le plus grand jour d'Esté est de douze heures & demie, la fin du second le lieu où le plus grand jour d'Esté est de treize heures, & ainsi de suite, jusqu'à la fin du 24. Climat, où le plus grand jour d'Esté est de 24 heures. Ce qui arrive sous le cercle Polaire Arctique ou Antarctique, où l'élevation du Pole est de 66 d. 30', au-delà duquel on ne sçauroit plus compter de Climats, parce que pour peu qu'on s'en éloigne en s'avancant vers le Pole le plus proche, le plus grand jour d'Esté croîtra de plus d'une demi-heure. Ce qui a fait que les Modernes ont ajouté six autres Climats depuis le Cercle Polaire jusqu'au Pole, en faisant croître le plus grand jour d'Esté d'un mois entier.

Ainsi pour sçavoir en quel Climat est situé un lieu proposé de la Terre, dont on connoît la Latitude, il n'y a qu'à chercher par le Problème précédent la quantité du plus grand jour d'Esté, & en ôter douze heures. Le double du reste fera connoître le nombre du Climat qu'on cherche. Ainsi ayant connu qu'à Paris, où le Pole est élevé sur l'Horison d'environ 49 degrez, le plus grand jour d'Esté est de 16 heures, si l'on en ôte 12, il restera 4, dont le double 8 fait connoître que Paris est dans le huitième Climat. Ainsi des autres.

R E M A R Q U E S.

I.

Comme les Longitudes font connoître les Pays les plus Orientaux, ou les plus Occidentaux, & les Latitudes les Pays les plus Méridionaux, ou les plus Septentrionaux : de même les Climats font connoître les Pays où les jours sont plus longs ou plus courts. Or par la connoissance du Climat, on peut aisément trouver le plus long jour d'Esté, par une opération contraire à la précédente, sçavoir, en ajoutant 12 à la moitié du nombre du Climat : car la somme donnera la quantité du plus long jour d'Esté. Ainsi sçachant que Paris est dans le huitième Climat, en ajoutant 4 moitié de 8, à 12, la somme 16 fait connoître qu'à Paris le plus grand jour d'Esté est de 16 heures.

II.

Mais pour n'avoir point la peine de faire tant de calculs, on va donner une Table des 24 Climats, divisée en quatre colonnes. La première à gauche contiendra ces XXIV Climats : on verra dans la seconde le commencement, le milieu & la fin de chaque Climat, que l'on marquera en heures & minutes dans la troisième colonne, pour faire connoître la longueur des jours dans ces trois différences d'un Climat : enfin la quatrième colonne contiendra la Latitude, ou élévation du Pôle pour le commencement, le milieu & la fin de chaque Climat. Il n'est point nécessaire d'avertir, que le commencement d'un Climat est la fin du précédent.

III.

Les 24 Climats de la Table précédente sont compris entre l'Equateur, & l'un des Cercles Polaires; & ils ne diffèrent entr'eux que d'une demi-heure, c'est-à-dire, que les habitans de la fin d'un Climat, terminé par le Parallele qui est vers le Pote, ont leur plus grand jour d'Esté plus long d'une demi-heure, que les habitans du commencement de ce même Climat, terminé par le Parallele qui est vers l'Equateur.

Les Climats qui sont renfermez dans l'un des Cercles Polaires, ont une différence plus considerable, puisqu'elle est d'un mois. C'est ce qu'on remarquera dans la Table suivante, où l'on n'a mis dans la troisiéme colonne que les degrez de Latitude où finit chaque Climat.

Table des six Climats, dont chacun est d'un mois.

<i>Climats.</i>	<i>Longueur du jour.</i>	<i>Latitude du lieu.</i>
XXV.	1 mois.	67.° 30'
XXVI.	2	69 30
XXVII.	3	73 20
XXVIII.	4	78 20
XXIX.	5	84 0
XXX.	6	90 0

IV.

I V.

On voit par ces deux Tables que l'on compte à présent soixante Climats, sçavoir, trente dans la partie Méridionale de la Sphere, & trente dans la partie Septentrionale. Il faut observer qu'on n'a eu aucun égard aux réfractions du Soleil, lorsqu'on a calculé ces Climats; d'où il pourroit arriver quelque différence dans la longueur des jours aux lieux où l'on observeroit cette longueur: mais cette différence n'est point assez sensible pour mériter quelque attention dans une matière, où il ne faut point demander une précision Géométrique.

P R O B L E M E V I.

Trouver en lieues la valeur d'un degré d'un grand Cercle de la Terre.

EN supposant que la Terre est ronde, & que son centre est le même que celui du Monde, un degré de l'un de ses Cercles répondra à un degré d'un semblable Cercle correspondant dans le Ciel. De sorte que si une personne parcourt un degré de la Terre sur un même Méridien terrestre, en allant directement vers le Midi, ou vers le Septentrion, son zenit s'éloignera aussi d'un degré dans le Ciel sous le Méridien céleste correspondant, & l'élevation du Pole sur l'Horizon changera par conséquent d'un degré. Pareillement si une personne parcourt un degré de la Terre sur l'Equateur terrestre, en allant directement vers l'Orient, ou vers l'Occident, son zenit s'éloignera aussi d'un degré dans le Ciel sous l'Equateur

Tome II.

K

céleste, & sa Longitude changera par conséquent d'un degré.

Ce changement ayant été remarqué par quantité d'expériences faites par plusieurs Astronomes en des lieux différens de la Terre, nous pouvons conclure de là que la Terre est ronde du Midi au Septentrion, & de l'Orient à l'Occident, & qu'elle est au centre du Monde, ou pour le moins au milieu des circonvolutions célestes. On en tire aussi la manière de trouver en lieues, ou en quelque autre mesure que ce soit la quantité d'un degré d'un de ses grands Cercles, qui sont tous égaux. C'est en choisissant sur la Terre deux lieux situez sous un même grand Cercle, par exemple, sous un même Méridien, dont on connoît exactement la distance & les latitudes; car en ôtant la plus petite de ces deux latitudes de la plus grande, on aura l'arc du Méridien compris entre ces deux lieux de la Terre. Ainsi l'on sçaura qu'à un certain nombre de degrez & de minutes d'un grand Cercle de la Terre, il répond un certain nombre de lieues; ce qui suffit pour connoître la valeur d'un degré du même grand Cercle, & même de toute la circonference de la Terre, en disant par la Règle de Trois directe, si à tant de degrez & de minutes, s'il y en a, il répond tant de lieues, combien de lieues répondront à un degré, si l'on ne veut connoître qu'un degré, ou à 360 degrez, si l'on veut connoître le contour de la Terre.

Supposons que les deux lieux de la Terre soient Paris & Dunquerque, qui sont situez sous un même Méridien, & éloignez l'un de l'autre d'environ 62 lieues Parisiennes de 2000 toises chacune. La latitude de Paris est de 48 degrez 51', laquelle

étant ôtée de celle de Dunquerque, qui est de 51 degrez 1', il reste 2 degrez 10', ou 130 minutes pour l'arc du Méridien compris entre Paris & Dunquerque. Sçachant donc qu'un arc d'un grand Cercle de la Terre de 130 minutes est de 62 lieues, on sçaura de combien de lieues doit être un degré ou 60 minutes du même Cercle, en multipliant ces 60 minutes par 62, qui est la distance de Paris à Dunquerque; & en divisant le produit 3720 par 130, qui est le nombre des minutes de l'arc du Méridien commun à ces deux Villes. Le Quotient donnera environ 28 lieues Parisiennes pour la valeur d'un degré d'un grand Cercle de la Terre.

J'ai dit environ 28 lieues, parce que Messieurs ^{Voyez la première observation du Problème suivant.} de l'Académie Royale des Sciences ont trouvé qu'un degré de la Terre vaut 57060 toises, mesure du Châtelet de Paris: ces 57060 toises font un peu plus de 28 lieues Parisiennes de 2000 toises chacune, comme on le connoît en divisant 57060, par 2000; car le Quotient est 28, & il reste encore 1060 à diviser par 2000; ce qui fait environ une demie-lieue.

La Toise du Châtelet de Paris se divise en 6 Pieds, & si l'on divise ce Pied en 1440 parties, le Pied Rheinlandique, ou de Leyde, en comprendra 1390, le Pied de Londres 1350, le Pied de Boulogne 1686, & la Brasse de Florence 2580.



PROBLEME VII.

*Connoître la Circonférence , le Diamètre , la Surface
& la Solidité de la Terre.*

I.

QUoiqu'on ne puisse pas mesurer actuellement la circonférence de la Terre, à cause des hautes montagnes & des vastes mers, qu'on ne sauroit parcourir en ligne droite; on peut néanmoins aisément la déterminer par les règles de l'Astronomie; ensuite son diamètre, sa surface, & sa solidité par les principes de la Géométrie, comme vous allez voir.

II.

Premièrement, pour connoître la circonférence de la Terre, ayant trouvé par le Problème précédent, qu'un degré de cette circonférence est de 28 lieues Parisiennes, si l'on multiplie ces 28 lieues par 360, c'est-à-dire, par le nombre des degrez du contour de la Terre, le produit donnera 10080 lieues Parisiennes pour la circonférence de la Terre.

III.

Secondement, pour trouver le diamètre de la Terre, ou la distance qu'il y a d'ici à nos Antipodes, on considerera que le diamètre d'un Cercle étant à sa circonférence, comme 100 est à 314, ou comme 50 est à 157, & que la circonférence de la Terre ayant été trouvée de 10080 lieues Parisiennes, il n'y a qu'à multiplier ces 10080 par 50, & diviser le produit 504000 par

PROBLEMES DE COSMOGRAPHIE. 149

157. Le quotient donnera 3210 lieues pour le diamètre de la Terre.

IV.

Troisièmement , pour trouver en lieues quarrées la surface de la Terre , il n'y a qu'à multiplier sa circonférence , qui a été trouvée de 10080 lieues , par son diamètre que nous avons trouvé de 3210 lieues. Le produit donnera 32356800 lieues quarrées pour la surface de la Terre.

V.

Enfin , pour trouver en lieues cubiques la solidité de la Terre , il n'y a qu'à multiplier la surface qui a été trouvée de 32356800 lieues quarrées par la sixième partie 535 de son diamètre , qui a été trouvé de 3210 lieues. Le produit donnera 17310888000 lieues cubiques pour la solidité de la Terre.

VI.

Parce que dans le diamètre de la Terre nous avons négligé les fractions , cela nous a donné sa surface un peu imparfaite , & sa solidité encore plus imparfaite. Si vous voulez trouver plus exactement cette surface & cette solidité , sans vous servir du diamètre de la Terre , mais seulement de sa circonférence qui a été trouvée précisément de 10080 lieues Parisiennes , suivez cette méthode.

VII.

Pour trouver en premier lieu la surface de la Terre , dont le contour a été trouvé de 10080 lieues , multipliez ce contour 10080 lieues par lui-même , pour avoir son quarré 101606400 , que

K iij

vous multipliez par 50. Vous diviserez le produit 5080320000 par 157. Le quotient donnera 32358726 lieues quarrées pour la surface de la Terre.

VIII.

Pour trouver maintenant la solidité de la Terre, dont le contour a été trouvé de 10080 lieues, multipliez ce contour 10080 par lui-même, pour avoir son quarré 101606400, qu'il faudra multiplier encore par le même contour 10080, pour avoir son cube 1024192512000. Ce nombre cubique étant multiplié par 1250, & le produit 1080240640000000 étant divisé par 73947, le quotient donnera 17312949004 lieues cubiques pour la solidité de la Terre.

COROLLAIRE I.

De ce que la circonference de la Terre est de 10080 lieues Parisiennes, on conclut aisément, que si la Terre se meut autour de son axe d'Occident en Orient, en sorte que dans l'espace de 24 heures elle achève une circonvolution, un lieu de la Terre situé sous l'Equateur, qui est un grand Cercle, doit parcourir en une heure 420 lieues par le mouvement de la Terre; parce que divisant son contour 10080 par 24, le quotient est 420. Ce même lieu en une minute de tems doit faire sept lieues, comme on le connoît en divisant 420 par 60.

COROLLAIRE II.

De ce que le diamètre de la Terre est de 3210 lieues, on conclut que son demi-diamètre, ou la distance qu'il y a de sa surface à son centre, est de

PROBLEMES DE COSMOGRAPHIE. 152

1605 lieues, comme on le connoît en prenant la moitié de 3210. D'où il est aisé de tirer cette conséquence, que si l'on pouvoit faire un puits qui pénétrât jusqu'au centre de la Terre, la profondeur de ce puits seroit de 1605 lieues, ou de 3210000 toises, comme on le connoît en multipliant 1605, qui est le demi-diamètre de la Terre, par 2000, qui est le nombre des toises d'une lieue Parisienne, suivant ce qui est dit au Problème VI.

COROLLAIRE III.

Sçachant que la profondeur d'un puits est de 3210000 toises, il n'est pas difficile de connoître le tems qu'un corps pesant jetté de la surface de la Terre, doit employer pour aller jusqu'au fond de ce puits, que je suppose être vuide. Il suffit de sçavoir par quelque expérience bien faite, le tems que ce corps pesant emploieroit à parcourir un espace connu en tombant librement dans l'air.

Supposons qu'en une minute de tems un corps pesant soit descendu de 100 toises. Pour trouver le tems qu'il doit employer à descendre dans le même milieu de 3210000 toises, multipliez ce nombre 3210000 par le quarré 1 du tems, c'est-à-dire, de 1 minute : divisez le produit 3210000 par 100, qui est l'espace parcouru pendant 1 minute. Le quotient sera 32100, dont la racine quarrée donnera 179 minutes, qui font presque 3 heures, pour le tems que le même corps pesant doit employer à descendre jusqu'au centre de la Terre.

R E M A R Q U E S.

I.

Nous remarquerons que si ce puits étoit conti-

K iij

nué jusqu'aux Antipodes , en sorte que la Terre fût percée à jour, le corps pesant qui y seroit jetté de la surface de la Terre , ne s'arrêteroit pas tout court au centre de la Terre , quoique ce soit le lieu le plus bas. Car étant parvenu au centre de la Terre par un mouvement fort accéléré , il s'éloignerait , & remonteroit vers les Antipodes par un mouvement qui diminueroit peu à peu , & se détruiroit entièrement proche la surface de la Terre vers les Antipodes , d'où il retomberoit , & reviendrait en deçà du centre de la Terre vers nous. De sorte que pendant quelque tems , en faisant abstraction de la résistance de l'air , ce corps pesant continueroit à aller & à revenir par plusieurs vibrations , qui seroient à peu près d'une égale durée , quoique toujours plus petites de plus en plus , jusqu'à ce qu'enfin il s'arrêtât au centre de la Terre.

I I.

Tout ce que nous avons dit touchant les mesures de la Terre , suppose qu'elle est parfaitement ronde , quoiqu'elle ne le soit pas en parlant à la rigueur , à cause de la hauteur des montagnes , qui n'est considérable qu'à l'égard de nous. Car à l'égard de la Terre , c'est peu de chose , comme vous voyez dans la Table suivante , que nous avons tirée du P. Kircher , & qui montre en pas géométriques la hauteur des plus considérables montagnes du Monde , autant qu'on a pû en juger par la longueur de leurs ombres.

Table de la hauteur de quelques Montagnes considérables de la Terre.

Pelion Montagne de la Thessalie.

1250

PROBLEMES DE COSMOGRAPHIE. 153

Le Mont Olympe en Thessalie	1269
Catalyrium	1680
Cyllenon	1875
Le Mont-Aetna, ou Mont-Gibel en Sicile	4000
Les Montagnes de Norvege	6000
Le Pic des Canaries	10000
Hemus Montagne de la Thrace	10000
Le Mont Caucafe dans les Indes	15000
Le Mont Atlas dans la Mauritanie	15000
Les Montagnes de la Lune	15000
Le Mont Athos entre la Macedoine & la Thra-	
ce	20000
Stolp le plus haut des Monts Riphées en la	
Scythie	25000
Cassius	28000

Observations.

I.

On ne convient pas qu'il faille donner 28 lieues à un degré d'un grand cercle de la Terre ; on ne lui en donne ordinairement que 25 : mais aussi on compte la lieue commune de France de 2200 toises, ou plutôt de 2282 toises, 2 pieds & près de 5-pouces ; car on compte au degré d'un grand Cercle 57060 toises, mesure du Châtelier de Paris. Cela supposé, il n'est point difficile de connoître que la circonference d'un grand Cercle de la Terre est de 9000 lieues, en multipliant 360 par 25, ou de 20541600 toises.

On n'a point encore déterminé précisément la proportion qu'il y a entre la circonference & le diamètre d'un même cercle, on peut en approcher de plus en plus ; mais dans l'usage il est bon de s'en tenir à celle qui a été enseignée par Archimede, & qui est à peu près de 22 à 7. Ainsi pour connoître le diamètre d'un grand Cercle de la

Terre, dont la circonference est de 9000 lieues, il faut multiplier 9000 par 7, & diviser le produit 63000 par 22. Le quotient 2863 lieues & $\frac{7}{11}$ de lieues sera le diamètre d'un grand Cercle de la Terre, & le rayon par consequent sera d'environ 1431 ou 1432 lieues.

Si l'on vouloit avoir la surface d'un grand Cercle de la Terre, il faudroit multiplier 4500 lieues, moitié de la circonference de ce grand Cercle par 1432, moitié du diamètre de ce cercle; le produit 6444000 lieues quarrées sera la surface d'un grand Cercle de la Terre. Voyez le Problème XLV. de Géométrie, Tome I. p. 325.

Présentement si l'on multiplie 9000 lieues, circonference d'un grand Cercle de la Terre par 2863 son diamètre, il viendra au produit 25767000 lieues quarrées, pour la surface du Globe terrestre.

Enfin pour avoir la solidité de la Terre, on multipliera 6444000 lieues, surface d'un grand Cercle de la Terre par 2863 lieues, qui en est le diamètre, le produit donnera 18449174000 lieues cubiques. Ensuite on prendra les deux tiers de ce produit, qui sont 12299448000 lieues cubiques, & c'est la solidité de la Terre, en supposant que le degré d'un grand Cercle ne contient que 25 lieues communes de France.

II.

Le calcul qu'on vient de faire, est fondé sur la grandeur du degré d'un Méridien, que M. Picard a trouvé être de 57060 toises, lorsque dans sa mesure de la Terre, il a déterminé l'intervalle qui est entre le Parallele d'Amiens & celui de

Malvoisine. Mais M. Cassini rapporte dans la suite des Memoires de l'Académie Royale des Sciences 1718, * que le degré d'un Méridien du côté du Midi, par rapport à l'Observatoire, doit avoir 57097 toises. D'où il conclut que la circonférence de la Terre, en la supposant Spherique, est de 20554920 toises, qui valent 8999 lieues, & son diamètre de 6542840 toises, qui valent 2864 lieues, dont 25 font un degré; chacune de ces lieues est de 2284 toises de Paris.

* Première partie, p. 148. & 149.

Il dit aussi dans les mêmes Memoires * que la grandeur du degré d'un Méridien du côté du Septentrion, par rapport à l'Observatoire, a été trouvée de 56960 toises. D'où l'on auroit, en multipliant ce nombre par 360, une circonférence moindre que celles qu'on vient de trouver, & par conséquent un diamètre différent des précédens, en observant la proportion qui est entre la circonférence d'un Cercle & son diamètre. D'où il résulte vraisemblablement que la Terre n'a pas une figure spherique.

* seconde part. pag. 237.

III.

Ce qu'on a dit dans les articles précédens, suppose que la Terre est un corps spherique, tel que l'a conjecturé Aristote, qui a entrepris de le prouver dans le Chapitre 14. de son second Livre *de Celo*. Mais d'autres Philosophes célèbres ont cru que la Terre avoit une figure elliptique. Quelques-uns ont pensé qu'elle étoit aplatie vers les Poles, & plus élevée vers l'Equateur. Messieurs Huygens & Newton ont prétendu que la Terre étoit semblable à un Sphéroïde, dont le plus grand diamètre sous l'Equateur, selon le premier, seroit au plus petit diamètre d'un Pole à l'autre,

comme 578 à 577, & selon le second, comme 230 à 229. Quelques autres Philosophes au contraire ont crû que la Terre étoit allongée vers les Poles.

I V.

M. Cassini nous permettra de le mettre à la tête de ces derniers Philosophes, puisqu'ayant trouvé que les degrez d'un Méridien sont plus grands, plus ils sont près de l'Equateur, & qu'ils diminuent à mesure qu'ils s'approchent du Pole, il dit qu'on peut conclure que la circonference de la Terre n'est pas de figure sphérique. Pour appuyer ce sentiment, & lui donner tous les éclaircissements possibles, il propose une Ellipse, dont la propriété est telle, qu'étant divisée en degrez par des perpendiculaires élevées sur sa surface, chacun de ces degrez diminue en s'approchant des Poles, & augmente en s'en écartant. Après quelques démonstrations, il trouve que supposant l'excentricité de la Terre de 14400 parties, dont le rayon est 100000, c'est-à-dire, environ comme 1 à 7, cette Ellipse représente assez exactement la figure d'un Méridien de la Terre, tel qu'il résulte des dimensions observées dans les Voyages de Messieurs de l'Observatoire, tant en 1700 vers le Midi, qu'en 1718 vers le Septentrion.

V.

La distance entre le Parallele de la face Méridionale de l'Observatoire de Paris, & celui de Collioure prise sur la méridienne, est de 360604 Toises, & l'arc compris entre ces deux Paralleles est de 6 d. 18' 56" 20". De même la distance entre le Parallele de la même face de l'Observatoire

PROBLEMES DE COSMOGRAPHIE. 157

& celui de Dunquerque prise sur la méridienne , est de 125454 toises , & l'arc compris entre ces deux Paralleles , est de 2 d. 12' 15" 30". Par conséquent la distance entre les Paralleles de Collioure & de Dunquerque sur la méridienne , est de 486058 toises , & l'arc de ce Méridien est de 8 d. 31' 11" 50".

VI.

Cela supposé , on trouve , selon M. Cassini , que le degré compris entre la hauteur du Pole de 48 & de 49 degrez , tel qu'il est aux environs de Paris , est de 57005 toises ; que dans l'étendue de la France la grandeur du degré diminue d'environ 31 toises en s'approchant du Pole , & augmente à peu près de la même quantité en s'en éloignant ; en sorte que le degré compris entre les Paralleles de 50 & 51 degrez , est de 56944 toises 2 pieds , & le degré compris entre les Paralleles de 42 & 43 degrez , est de 57192 toises & 4 pieds.

La longueur du grand axe de ce Méridien Elliptique sera de 6579368 toises , la distance entre les foyers de 947434 toises , & le petit axe de 6510796 toises. La différence du petit axe au grand sera de 68572 toises. Le petit axe , diamètre de l'Equateur , étant connu , on aura sa circonférence de 20454274 toises , qui étant divisées par 360 , donnent la grandeur des degrez de l'Equateur , égaux entr'eux dans cette hypothese de 56817 toises , à peu près de même que le degré du Méridien , qui est à la distance du Pole de 36 degrez. La circonférence du Méridien Elliptique sera de 20563100 toises , & sa différence à la circonférence de l'Equateur fera de 108826 toises.

VII.

Si on divise toutes ces dimensions par 2000, on aura leur valeur en lieues telles qu'elles sont aux environs de Paris. Ainsi l'axe du Méridien Elliptique, sera de 3289 de ces lieues, la distance entre les foyers de 474 lieues, le petit axe de 3255 lieues, & la différence du petit axe au grand de 34 lieues, la circonférence de l'Equateur sera de 10227 lieues; celui d'un Méridien Elliptique de 10282 lieues, & leur différence d'environ 55 lieues.

VIII.

Il faut consulter les Mémoires mêmes pour voir avec quelle facilité M. Cassini déduit toutes ces dimensions dans la figure Elliptique qu'il suppose à un Méridien. On y verra aussi comment on peut déterminer, suivant cette hypothèse, la grandeur de chaque degré du Méridien, le diamètre, la circonférence & les degrés de chaque Parallele. Toutes ces dimensions étant déterminées, il sera aisé de les employer pour la construction des Globes terrestres, & des Cartes Géographiques.

IX.

Les lieues dans les Provinces de France sont différentes, cependant on peut les rapporter à trois fortes. La lieue des environs de Paris est de 2000 toises: la lieue commune, dont il y a 25 au degré, sera de 2282 toises; & la lieue marine, dont il y a 20 au degré, est de 2853 toises. La toise contient 6 pieds, le pied 12 pouces, & le pouce 12 lignes.

X.

Supposant toujours la Terre sphérique, jusqu'à ce que les Observations de Messieurs de l'Obser-

PROBLEMES DE COSMOGRAPHIE. 159

Observatoire ayant été confirmé par d'autres, on s'entendra pour la grandeur d'un degré, à celle qui a été trouvée par M. Picard, de 57060 toises; une minute d'un tel degré contiendra 951 toises, & une seconde de cette minute aura 15 toises, 3 pieds, 1 pouce. Il ne sera point difficile, en multipliant ces nombres par les nombres naturels, de construire une Table qui contienne la grandeur des minutes & secondes d'un degré d'un Méridien.

XI.

On donnera ici une Table, où l'on a marqué les lieux, par le voisinage desquels passe la méridienne de la France, qui traverse l'Observatoire de Paris. On y a aussi marqué quelques Villes qui n'en sont pas fort éloignées. Cette Table a trois colonnes; la première contient les lieux dont on vient de parler; la seconde contient en Toises de Paris la distance de ces différens lieux à la Méridienne de l'Observatoire, c'est-à-dire, la perpendiculaire menée de chacun de ces lieux à cette Méridienne; enfin dans la troisième colonne on a mis ces lettres Or. Occ. qui signifient que la méridienne passe à l'Orient des lieux où l'on a marqué Or. & qu'elle passe à l'Occident des lieux où l'on a marqué Occ.

XII.

Table des lieux les plus voisins de la Méridienne de l'Observatoire.

	Toises.	
Fort de Révers,	1206	Orientale.
Dunkerque,	1414	Or.
Saint Omer,	3011	Occidentale.

160 RECREAT. MATHÉM. ET PHYS.

Toises.

Fiefe,	668	Occ.
Dourlens,		Occ.
Villers Bocage,	580	Occ.
Amiens,	1252	Occ.
Sourdon,	2341	Or.
Clermont,		Or.
Saint Denis,		Or.
Montmartre,	0	
Paris,	0	
L'Hai,	0	
Moulin de Villejuive,	1116	Or.
Juvisy,	1350	Or.
Boiscommun,	1820	Or.
Orleans,	16396	Occ.
Prely,	834	Or.
Bourges,	2358	Or.
Morlac,	1176	Occ.
Saint Sauvier,	345	Occ.
Arbre de Saint Michel,	645	Occ.
Hermant,	9146	Or.
Mauriac,	382	Occ.
Marcoules,	331	Or.
Saint Antoine,	278	Occ.
Rodés,	9528	Or.
Naucelle,	21	Occ.
Sommet du Puy de Rouet,	1247	Or.
Alby,	8316	Occ.
Chapelle de Saint Pierre,	248	Occ.
Castres,	3911	Occ.
Carcassonne,	246	Or.
Sommet de Bugarach,	1420	Or.
Perpignan,	23461	Or.
Pointe Noire du Mouffet,	5545	Occ.
Sommet du Canigou,	4664	Or.

Il est bon de remarquer qu'on a placé un pilier dans l'endroit où la perpendiculaire tirée de la Tour de la Cathédrale de Bourges sur la méridienne la rencontre.

XIV.

Ce qu'on a dit sur la fin du Probl. VI. nous donne occasion de rapporter ici la proportion du Pied de Roy, qui compose la Toise de Paris, à différentes mesures étrangères. Le pied de Paris se divise en douze pouces, & chaque pouce en douze lignes. Si on suppose chaque ligne divisée en dix parties, on aura les proportions de diverses mesures contenues dans la Table suivante.

XV.

Rapport des Mesures de divers Pays.

Le pied de Paris	1440 parties.
Le pied de Boulogne de	1682
Le pied de Danemark de	1404
Le pied de Rhein ou de Leyde de	1390
Le pied de Londres de	1350
Le pied de Suede de	1316
Le pied Romain du Capitole de	1306
Le pied de Dantzik de	1272
Le pied d'Amsterdam de	1258
Le palme de Naples de	1169
Le palme de Genes de	1113
Le palme de Palerme de	1073
Le palme Romain de	990
La brassée de Boulogne de	2640
La brassée de Florence à terre de	2430
La brassée de Parme de	2423
La brassée de Plaifance de	2423
La brassée de Regio de	2348 $\frac{1}{2}$

Tome II.

L

162 RECREAT. MATHÉM. ET PHYS.

La brassé de Milan de	2166 parties
La brassé de Bressé de	2075
La brassé de Mantoue de	2062

XVI.

Table de la hauteur de quelques Montagnes de France sur le niveau de la Mer.

<i>Montagnes.</i>	<i>Toises.</i>
Canigou ,	1441
Mouffet ,	1253
Saint Barthelemi ,	1184
La Matelote ,	336
Massane ,	408
Saint Elme ,	101 3 pieds.
Puy de Bugarach ,	650
Caroch ,	348
Tautavel ,	259
Mouffet ,	257
Monredon ,	201
Montagne Noire ,	284
Saint Barthelemi ,	1193
Rupeyrour ,	407
Plomb de Cantal ,	993
Puy Mary ,	956
Puy de Violent ,	860
Tour de la Cathedrale de Rodés ,	318
Mont-Salvy ,	373
La Bastide ,	432
Montdor ,	1048
Courlande ,	846
La Coste ,	856
Lage-Chevalier ,	332
Tour de Sermur ,	428
Puy de Dome ,	817
Mont-Cassé ,	96

Cette Table est extraite de la suite des Mémoires de l'Académie 1718. On voit que le Canigou est la plus haute de toutes ces Montagnes.

PROBLEME VIII.

Connoître la quantité d'un degré d'un petit Cercle proposé de la Terre.

I.

AYant connu par le Probl. VII. la valeur d'un degré d'un grand Cercle de la Terre, il sera facile de connoître la quantité d'un degré d'un petit Cercle, par exemple, d'un Cercle parallèle à l'Equateur, qu'on appelle simplement *Parallèle*, pourvu que la distance à l'Equateur soit connue. Ce qui sert aux Géographes pour la description des Cartes Chorographiques, & pour trouver la distance de deux lieux de la Terre, situez sous un même Parallèle, c'est-à-dire, également éloignez de l'Equateur.

Si vous voulez sçavoir la valeur d'un degré du Parallèle de Paris, qui est éloigné de l'Equateur d'environ 49 degrés, en supposant que la quantité d'un degré de l'Equateur est de 28 lieues, tirez une ligne AB d'une longueur prise à volonté, que vous prendrez pour un degré de l'Equateur; divisez-la en 28 parties égales, dont chacune représentera une lieue. Décrivez de l'extrémité A, par l'autre extrémité B, l'arc de Cercle BC de 49 degrés. Menez du point C, la ligne CD perpendiculaire à la ligne AB. Et comme cette ligne CD retranche de la ligne AB, la partie AD d'environ 18 parties, vous conclurez qu'un degré d'un Parallèle éloigné de l'Equateur de 49 degrés, est de 18 lieues Parisiennes.

L ij

II.

Cette valeur se peut connoître plus exactement & plus facilement par la Trigonométrie, en raisonnant de la sorte.

Plan-
che 41.
Fig. 117.

Soit l'axe du Monde AB, en sorte que A & B soient les deux Poles, & ACBD l'un des deux Colures. Soit l'Equateur CFD, & le Parallele de Paris GHI, dont le diamètre GI est perpendiculaire à l'axe AB, & dont la distance CG, ou DI à l'Equateur est supposée de 49 degrez, auquel cas le complement AG, ou AI, fera de 41 degrez.

Il est évident que CE étant le Sinus total, le demi-diamètre GK est le Sinus de l'arc AG, ou du complement de la distance du Parallele. Il est aussi évident que le demi-diamètre CE de l'Equateur, ou le Sinus total, est à sa circonference, comme le demi-diamètre GK du Parallele, ou le Sinus du complement de la distance de ce Parallele, est à sa circonference. Par consequent le Sinus total est à un degré de l'Equateur, comme le Sinus du complement de la distance du Parallele est à un degré de ce Parallele. Et parce qu'un degré de l'Equateur est connu, ayant été trouvé de 28 lieues Parisiennes, on pourra connoître de combien de semblables lieues est un degré du Parallele proposé par cette Analogie,

<i>Comme le Sinus total</i>	100000
<i>A un degré de l'Equateur</i>	28
<i>Ainsi le Sinus du complement de la distance du</i>	
<i>Parallele à l'Equateur</i>	65606
<i>A un degré de ce Parallele</i>	18

qui se trouvera d'environ 18 lieues Parisiennes.

III.

Ayant ainsi connu la quantité d'un degré du Parallele de Paris , on pourra connoître , si l'on veut, la circonference entiere de ce Parallele , en multipliant par 360 la quantité trouvée 18 , ou plus exactement par cette Analogie ,

<i>Comme le Sinus total ,</i>	100000
<i>A la circonference de la Terre</i>	10080
<i>Ainsi le Sinus du Complement de la distance du</i>	
<i>Parallele à l'Equateur</i>	65606
<i>A la circonference du Parallele</i>	6613

qui se trouvera d'environ 6613 lieues Parisiennes. Ce qui fait connoître , que si la Terre se meut , la Ville de Paris , ou quelque'autre point que ce soit de son Parallele , fait en 24 heures 6613 lieues d'Occident en Orient , & par conséquent 275 lieues en une heure , & environ 4 lieues & demie en une minute de tems.

PROBLEME IX.

Trouver en lieues la distance de deux lieux proposez de la Terre , dont on connoît les Longitudes & les Latitudes.

IL peut arriver trois cas différens dans cette question. Le premier , lorsque les deux lieux proposez étant sous le même Parallele , ils ont une même latitude , mais des longitudes différentes. Le second , lorsqu'étant sous le même Méridien , ils ont une même longitude , mais des latitudes différentes. Le troisième enfin , lorsqu'étant sous

L iiij.

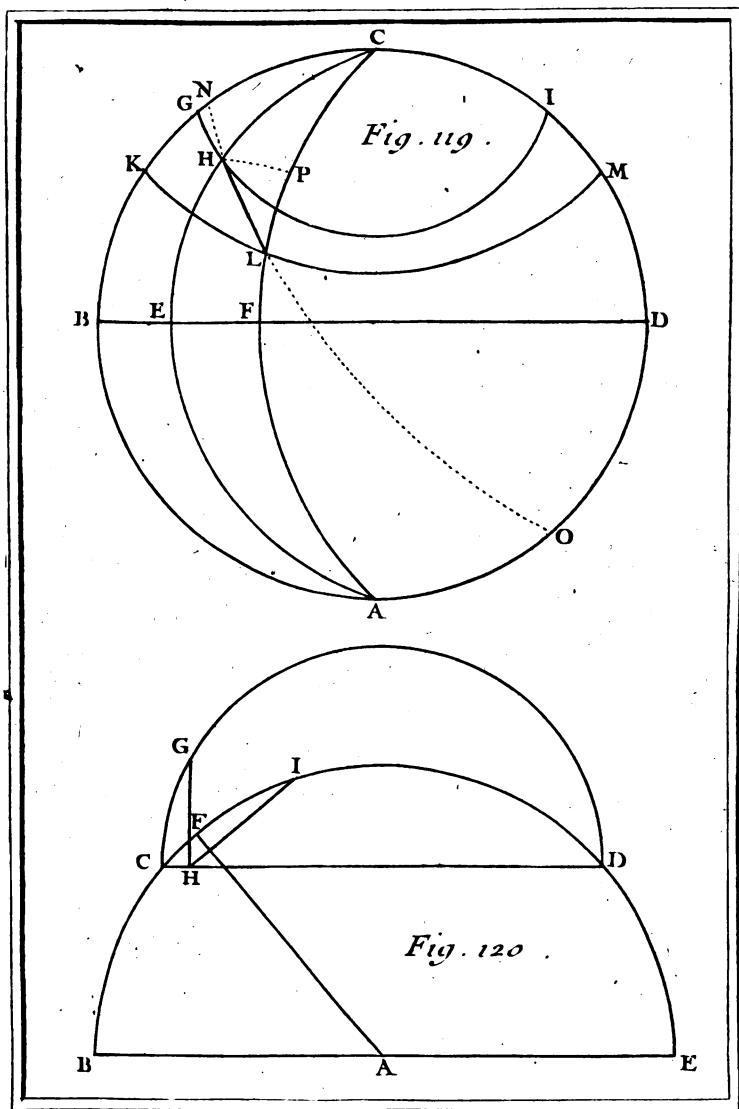
divers Paralleles & différens Méridiens , ils ont différentes latitudes & différentes longitudes. Nous allons résoudre ces trois cas les uns après les autres , en cette sorte.

Premier Cas.

Premierement , soient les deux lieux proposez sous un même Parallele , comme Cologne & Maestrick , qui sont sous un Parallele éloigné de l'Equateur vers le Septentrion de 50 d. 50'. Parce que Cologne est plus Oriental que Maestrick de 6 minutes de tems , qui valent 1 d. 30' de l'Equateur , ou du Parallele sous lequel ces deux Villes sont situées , comme on le connoît en disant si 1 heure ou 60 minutes valent 15 degrés , combien vaudront 6 minutes ? De sorte que l'arc de ce Parallele compris entre Cologne & Maestrick est de 1 d. 30' , qui dans l'Equateur valent 42 lieues Parisiennes , à raison de 28 lieues pour un degré , comme on le connoît en disant , si 1 degré ou 60 minutes valent 28 lieues , combien vaudront 1 d. 30' , ou 90 minutes. Et pour sçavoir de combien de semblables lieues doit être cet arc dans un Parallele éloigné de l'Equateur de 50 d. 50' , ou la distance des deux lieux proposez , on se servira de cette Analogie ,

<i>Comme le Sinus total ,</i>	100000
<i>A la valeur de 1 d. 30' de l'Equateur</i>	42
<i>Ainsi le Sinus du complement de la distance du</i>	
<i>Parallele à l'Equateur</i>	63158
<i>A la distance qu'on cherche</i>	26 $\frac{1}{2}$

qui se trouvera d'environ 26 lieues Parisiennes & demie.



To. II. Pl. 31.

Second Cas

Secondement , soient les deux lieux proposez sous un même Méridien , comme Paris , dont la latitude est de 48 d. 51', & Amiens , dont la latitude est de 49 d. 54'. Otez de cette latitude 49 d. 54', la latitude de Paris 48 d. 51', qui est plus petite , pour avoir au reste 1 d. 3', l'arc du Méridien , compris entre Paris & Amiens , que l'on convertira en lieues par la Règle de Trois , on disant , si un degré , ou 60 minutes d'un grand Cercle de la Terre vaut 28 lieues Parisiennes , combien vaudra 1 d. 3', ou 63 minutes ? Multipliant donc 63 par 28 , & divisant par 60 le produit 1764 , le quotient donnera environ 29 lieues Parisiennes pour la distance de Paris à Amiens.

Troisième Cas.

Enfin si les deux lieux proposez sont différens en longitude & en latitude , comme Paris & Constantinople , qui est plus Oriental que Paris de 29 d. 30', & plus Méridional de 7 d. 45', on imaginera un grand Cercle qui passe par ces deux Villes , & l'on trouvera l'arc de ce grand Cercle , compris entre ces deux mêmes Villes , en cette sorte.

Soit le premier Méridien ABCD , & l'Equateur Plan BD également éloigné des deux Poles A , C. Soit che 42 le Méridien de Paris AEC , & son Parallele GHI , Fig. 1192 en sorte que Paris soit en H. Soit encore le Méridien de Constantinople AFC , & son Parallele KLM , en sorte que Constantinople soit en L. Soit enfin HL l'arc du grand Cercle NHLO , qui passe par les deux lieux proposez H , L.

Cet arc HL se pourra connoître par la Trigonométrie dans le Triangle Spherique obliquangle

Plan-
che 42.
Fig. 119.

168 RECREAT. MATH. ET PHYS.

HCL, dans lequel on connoît le côté HC de 41 d. 9', complément de la latitude EH de Paris, qui est de 48 d. 51', le côté CL de 48 d. 54', complément de la latitude FL de Constantinople, qui est de 41 d. 6', & l'angle compris HCL, ou la différence des longitudes BCE, BCF, des deux lieux proposez H, L, qui est de 29 d. 30'.

Pour trouver donc le côté ou la distance HL en degrez & en minutes, tirez de l'angle H, l'arc de grand Cercle HP perpendiculaire au côté opposé CL, & faites ces deux Analogies,

Comme le Sinus total	100000000
Au Sinus du complement de l'angle HCL	99396968
Ainsi la tangente du côté HC	99414585
A la tangente du Segment CP	98811553

qui se trouvera de 37 d. 25', lesquels étant ôtez de la base CL, ou de 48 d. 54', il restera 11 d. 29' pour l'autre Segment LP,

Comme le Sinus du complement du Segment CP	98999506
Au Sinus du complement du Segment LP	99912184
Ainsi le Sinus du complement du côté HC	98767889
Au Sinus du complement du côté HL	99680567

qui se trouvera de 21 d. 42', lesquels étant réduits en lieues Parisiennes par la Règle de Trois, en disant, si un degré, ou 60 minutes d'un grand Cercle de la Terre vaut 28 lieues Parisiennes, com-

PROBLEMES DE COSMOGRAPHIE. 169
 bien vaudront 21 d. 42', ou 1302 minutes ? on
 trouvera 607 lieues Parisiennes pour la distance de
 Paris à Constantinople.

REMARQUES.

I.

Lorsque les deux lieux proposez sont éloignez
 entr'eux d'une distance considerable , comme dans
 cet exemple , on pourra sans aucun calcul trouver
 presque aussi exactement cette distance en degrez &
 en minutes d'un grand Cercle de la Terre , par la
 projection Ortographique de la Sphere , comme
 vous allez voir.

Décrivez du centre *A* , avec une ouverture de ^{Plan-}compas prise à volonté , le demi-cercle *BCDE* , ^{che 42,} qui représentera le Méridien de Paris. Prenez sur ce ^{Fig. 1202} demi-cercle l'arc *BF* de 48 d. 51' , qui est la latitude de Paris , pour avoir le lieu de Paris en *F*. Par ce point *F* , & par le centre *A* , vous menerez le rayon *AF*.

Prenez sur le même demi-cercle les arcs *BC* , *ED* , chacun de 41 d. 6' , qui est la latitude de Constantinople. Tirez la ligne *CD* , qui représentera le Parallele de Constantinople , sur lequel vous déterminerez le lieu de Constantinople , en cette sorte.

Ayant décrit autour du diamètre *CD* le demi-cercle *CGD* , prenez sur sa circonference l'arc *CG* de 29 d. 30' , qui est la différence des longitudes de Paris & de Constantinople. Menez du point *G* la ligne *GH* perpendiculaire au diamètre *CD* , pour avoir en *H* le lieu de Constantinople. De ce point *H* vous menerez la ligne *HI* perpendiculaire à la ligne *AF*. L'arc *FI* étant mesuré , donnera en degrez & en minutes la distance qu'on

Plan-
che 42.
Fig. 120.

cherche , qui se trouvera d'environ 22 degrez ;
comme auparavant.

I I.

Nous avons pris la latitude BC de Constantinople dans le même Hemisphère que la latitude BF de Paris à l'égard de la ligne BE , qui représente l'Equateur , c'est-à-dire , depuis l'Equateur BE vers le lieu de Paris F , parce que les latitudes de ces deux Villes sont Septentrionales. Car si l'une avoit été Méridionale , comme celle de Pernambuco dans le Bresil , qui est de 7 d. 40' , il auroit fallu prendre l'arc BC de 7 d. 40' vers l'autre côté , & achever le reste comme nous avons dit , en sorte que l'arc CG fût de 44 d. 15' , qui est la différence des longitudes de Paris & de Pernambuco. Et parce que l'arc FI se trouve d'environ 70 degrez , si l'on réduit ces 70 degrez en lieues , en les multipliant par 28 , on aura 1960 lieues Parisiennes pour la distance de Paris à Pernambuco.

Plan-
che 43.
Fig. 121.

I I I.

Lorsque la distance des deux lieux proposez n'est pas considerable , comme celle de Lyon à Geneve , qui est plus Septentrional que Lyon de 36 minutes , * & plus Oriental que Lyon de 6 minutes de tems , qui valent 1 d. 30' de l'Equateur ; la méthode précédente , quoique bonne en elle-même , pourroit ne pas bien réussir. Dans ce cas , on pourra se servir de la suivante , qui n'est pas à la vérité géométrique , mais dans une petite distance l'erreur ne sera pas sensible.

Fig. 122. Ayant mené la ligne AB , divisez-la en autant

* La latitude de Lyon est de 45 d. 46' , celle de Geneve est de 46 d. 22'.

PROBLEMES DE COSMOGRAPHIE. 171

de parties égales , & de telle grandeur qu'il vous plaira , ces parties représenteront des lieues. A l'extrémité A de cette ligne AB élevez la perpendiculaire AC , que vous ferez de 17 parties prises sur l'échelle AB. On fait la perpendiculaire AC de 17 parties , parce que 36 minutes , différence des latitudes de Lyon & de Geneve , réduites en lieues , font environ 17 lieues de celles dont on donne 28 à un degré d'un grand Cercle de la Terre.

Après cela ajoutez ensemble les latitudes des deux lieux proposez , sçavoir , 45 d. 46' , & 46 d. 22' . Prenez la moitié de leur somme 92 d. 8' pour avoir une latitude moyenne 46 d. 4' , à l'égard de laquelle vous trouverez par Probl. 8. la quantité d'un arc de 1 d. 30' , qui est la différence des longitudes des deux Villes proposées. Cette quantité se trouvera d'environ 29 lieues Parisiennes. C'est pourquoi vous tirerez par le point C , parallèlement à la ligne AB , la droite CD de 29 parties prises sur l'échelle AB. Vous porterez sur la même échelle AB , la longueur de la ligne AD , qui se trouvant ici d'environ 34 parties , fait connoître que de Lyon à Geneve il y a en ligne droite environ 34 lieues Parisiennes.

Parce que le Triangle ACD est rectangle en C , & que le côté AC est de 17 parties , & l'autre côté CD de 29 , on peut trouver par le calcul l'hypoténuse AD , ou la distance qu'on cherche , en ajoutant ensemble le carré 289 du côté AC , & le carré 841 du côté CD , & en prenant la racine carrée de la somme 1130 , qui donnera presque 34 lieues Parisiennes pour la ligne AD , qui représente la distance des deux lieux proposez. Car le point A étant pris pour le lieu de Lyon , le point D peut être pris pour le lieu de Geneve ,

Plan-
che 43-
Fig. 122.

& la ligne AD pour l'arc du grand Cercle qui passe par ces deux Villes ; parce que la ligne AC représente la différence de leurs latitudes , ou la distance de leurs Paralleles , & la ligne CD la différence moyenne de leurs longitudes , ou la distance moyenne de leurs Méridiens , &c.

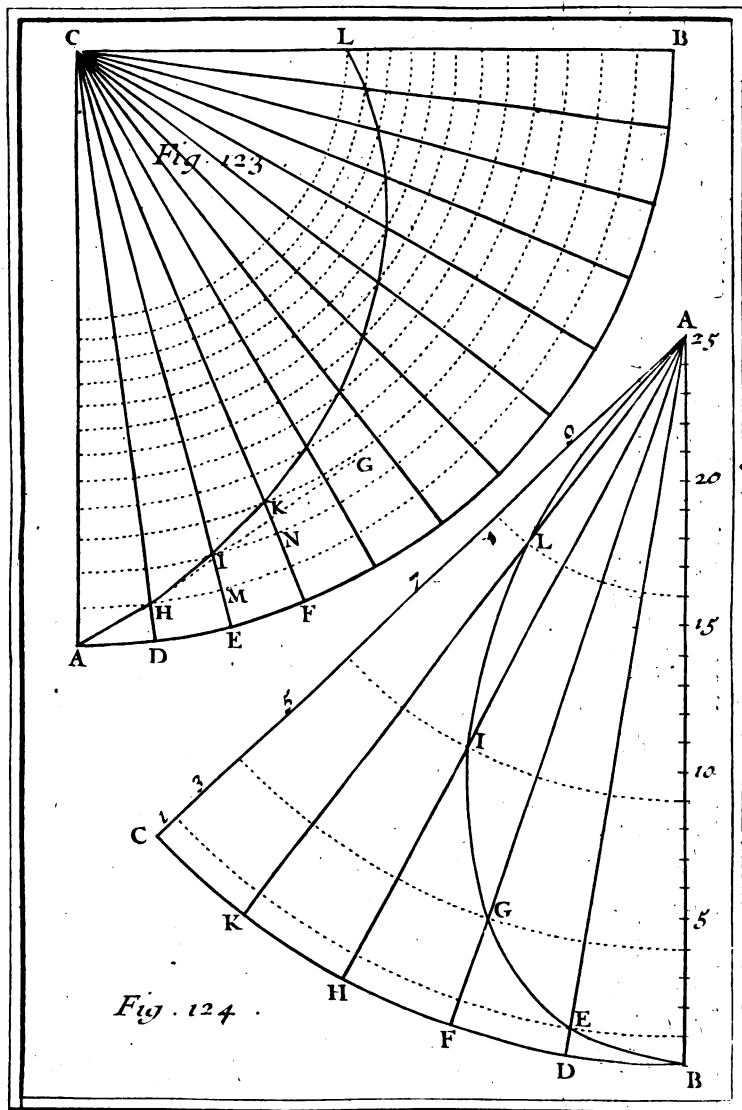
PROBLEME X.

Décrire la ligne courbe que feroit un Vaisseau sur la Mer en faisant sa route par un même Rumb. marqué dans la Bouffole.

Plan-
che 44.
Fig. 123.

Supposons que l'arc AB , dont le centre est C , soit un quart de la circonference de l'Equateur terrestre , en sorte que le centre C soit la représentation de l'un des deux Poles du Monde , & que toutes lignes droites tirées de ce centre C , par les divisions de l'arc AB , comme CD , CE , CF , &c. représentent autant de Méridiens.

Supposons encore qu'un Navire parte du point A de l'Equateur , dont le Méridien est AC , pour aller en G , par le Rumb ou Vent AH , qui fasse avec le Méridien AC , un angle CAH , par exemple , de 60 degrez , qu'on appelle *Inclinaison de la Loxodromie*. Il est évident que si le Vaisseau a toujours le Cap au même Rumb , c'est-à-dire , qu'étant en H sous le Méridien CD , il continue son chemin par le Rumb ou Vertical HI incliné au Méridien CD du même angle de 60 degrez , en sorte que l'angle CHI soit aussi de 60 degrez ; les trois points A , H , I , ne sont pas en ligne droite. Pareillement si le même Navire continue sa route depuis I , où il a la ligne CE pour Méridien , en K , par le Rumb IK , qui fait avec le Méridien



CE, l'angle CIK aussi de 60 degrez, les trois plans : points H, I, K, ne seront pas en ligne droite, & che 441 ainsi de suite, jusqu'en L sur le dernier Méridien CB. Fig. 1234

D'où il est aisé de conclure que la ligne AHIKL, que le Vaisseau a décrit en suivant le même Vent, & qu'on appelle *Ligne Loxodromique*, ou simplement *Loxodromie*, est une ligne courbe qui s'écarte continuellement du lieu G, où l'on s'étoit proposé d'aller, & qui imite la figure d'une ligne Spirale, qui, comme vous voyez, s'approche toujours du Pole C.

REMARQUES.

I.

Si l'on divise la Ligne Loxodromique AKL en plusieurs parties égales si petites qu'elles puissent passer pour des lignes droites, comme AH, HI, IK, &c. & que par les points de division H, I, K, &c. on fasse passer autant de Paralleles, ou Cercles de latitude; tous ces Cercles seront également éloignez entr'eux, de sorte que les arcs des Méridiens DH, MI, NK, &c. seront égaux entr'eux, aussi-bien que les arcs correspondans AD, HM, IN, &c. non pas en degrez, mais en lieues, à cause de l'égalité des Triangles rectilignes rectangles ADH, HMI, INK, &c.

Quand on sçait le tems qu'on a employé pendant un Vent favorable à parcourir une Loxodromie très-petite; comme AH, en suivant un même Rumb, & qu'ainsi on connoît l'arc AD, qu'il est facile de réduire en lieues, en donnant 20 lieues à un degre; & qu'étant en H, on a pris *Hauteur*, c'est-à-dire, qu'on a observé la hauteur du Pole,

Plan-
che 44.
Fig. 123.

ou la latitude DH , qu'il est aussi aisé de réduire en lieues; on peut aisément connoître le chemin qu'on fait de A jusques en H , ajoutant ensemble les quarrés des lignes AD , DH , & prenant la racine quarrée de la somme.

II.

Il est visible que la Loxodromie est une ligne droite, lorsque son angle d'inclinaison est nul, c'est-à-dire, lorsque le Vaisseau navigue Nord & Sud, ou suit le Rumb Nord & Sud marqué par la Bouffole, quand l'éguille ne décline point, parce que le Vaisseau avançant selon la ligne méridienne, doit nécessairement décrire cette ligne, qui est droite, puisqu'elle est la commune section du Méridien & de l'Horison.

III.

Il arrivera la même chose, lorsque le Navire étant sous l'Equateur celeste, ou sous quelqu'un de ses Paralleles, met le Cap à l'Est ou à l'Ouest, c'est-à-dire, navigue directement à l'Est ou à l'Ouest, en sorte que l'inclinaison de la Loxodromie soit de 90 degrez, parce que le Vaisseau décrira ou l'Equateur terrestre, ou l'un de ses Paralleles qui font avec tous les Méridiens des angles droits, ou de 90 degrez.

IV.

Enfin il est visible que, comme nous avons déjà dit, un Vaisseau qui navigue par un même Rumb oblique, en sorte que l'inclinaison de la Loxodromie soit un angle oblique, c'est-à-dire, aigu, ou obtus, décrit sur la surface de la Mer une ligne courbe, comme AKL , pour aller de A en G , par

le Rumb oblique AH, parce que les Méridiens terrestres CA, CD, CE, CF, &c. ne sont pas paralleles entr'eux. Car s'ils étoient paralleles, au lieu de décrire la ligne courbe AKL, qui fait avec ces Méridiens des angles égaux, il décriroit la ligne droite AG, qui feroit avec ces mêmes Méridiens des angles égaux.

Plan
che 44
Fig. 123

Cette ligne courbe AKL ressemble à celle que décriroit un corps pesant, comme une pierre qui tomberoit de la surface de la Terre jusqu'à son centre, s'il est vrai que la Terre se meuve autour de son axe d'Occident en Orient, comme vous allez voir par la description de cette ligne courbe, dans le Problème suivant.

PROBLEME XI.

Représenter la ligne courbe qui décriroit par le mouvement de la Terre un corps pesant en tombant librement de haut en bas jusqu'au centre de la Terre.

Soit A le centre de la Terre, BC une partie de sa circonference, & B le lieu de la surface de la Terre, d'où on laisse tomber le corps pesant. Je suppose que le point B parcourt l'arc BC par le mouvement de la Terre en un certain tems, en parcourant en des tems égaux les arcs égaux BD, DF, FH, HK, KC. Fig. 124

Cela étant supposé, le demi-diamètre de la Terre AB prendra au premier tems la situation AD, & la pierre qui étoit en B, sera descendue en E; le point B étant parvenu en D. Lorsqu'au second tems ce point B sera parvenu en F, le demi-diamètre AB aura pris la situation AF, & la

Plan- pierre sera descendue en G ; de sorte que la partie
 Fig. 114. FG sera 4 , la partie DE étant 1 , par la nature
 des corps pesans , qui en tombant librement de
 haut en bas , acquièrent en tems égaux des degrez
 égaux de vitesse , en parcourant des espaces qui
 croissent comme les quarrés 1 , 4 , 9 , 16 , 25 , &c.
 des nombres naturels 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , &c. ces es-
 paces croissant les uns par dessus les autres , selon
 les nombres impairs 1 , 3 , 5 , 7 , 9 , &c. C'est
 pourquoi lorsqu'au troisiéme tems , le point D sera
 parvenu en H , le demi-diamètre AB aura pris la
 situation AH , & la pierre sera descendue en I ;
 de sorte que la partie HI sera 9. Lorsqu'au qua-
 triéme tems le point B sera parvenu en K , le
 demi-diamètre AB. prendra la situation AK , & la
 pierre sera descendue en L , de sorte que la partie
 KL sera 16. Enfin le point B étant parvenu au cin-
 quiéme tems en C , le demi-diamètre AB aura
 pris la situation AC , la pierre sera descendue en
 A , & toute la ligne CA sera 25. Ainsi la pierre
 en descendant continuellement , formera la ligne
 courbe BEGILA , que vous pourrez représenter
 en cette sorte.

Parce que la somme des cinq premiers nombres
 impairs 1 , 3 , 5 , 7 , 9 , est le nombre quarré 25 ,
 dont la racine quarrée est 5 , marquez sur la ligne
 droite AB indéfinie 25 parties égales d'une gran-
 deur prise à volonté depuis B jusqu'en A. De ce
 point A décrivez par le point B , l'arc de cercle
 BC d'une grandeur prise aussi à volonté. Divisez
 cet arc BC en cinq parties égales aux points D ,
 F , H , K. Par ces points vous tirerez au centre
 A les rayons ou demi-diamètres AD , AF , AH ,
 AK , sur lesquels vous trouverez les points E , G ,
 I , L ; de la ligne courbe que vous voulez décrire ,
 en

en prenant la partie DE d'une partie égale prise sur la ligne AB, FG de quatre parties ; HI de neuf parties ; & KL de seize parties , &c.

Observations.

On fera ici quelques observations qui seront de quelque utilité pour l'éclaircissement des Problèmes qu'on va proposer.

L'année Solaire, ou le tems que le Soleil emploie à parcourir l'Ecliptique par son mouvement propre, est de trois cens soixante-cinq jours , cinq heures & quarante-neuf minutes.

Les anciens Romains depuis Numa Pompilius donnoient trois cens cinquante-cinq jours à leur année ; ce qui apporta par la suite des tems du dérangement dans les Saisons. L'Empereur Jules César voulut remédier à ce desordre , que le Calendrier de Numa avoit causé. Il ordonna que l'année se régleroit sur le mouvement du Soleil , qu'on feroit trois années de suite chacune de trois cens soixante-cinq jours , & que la quatrième seroit de trois cens soixante-six jours : c'est cette quatrième année qui fut nommée *Bissexile*.

Jésus-Christ étant venu au monde dans un tems où tout l'Univers étoit soumis à l'Empire Romain , les Nations furent obligées de se conformer à l'usage de cet Empire dans la distribution des tems. Le Calendrier Julien fut suivi de tous les peuples ; mais chacun demeura libre dans l'usage de ses coutumes & de ses traditions pour le culte divin. Les Juifs ne changèrent rien à leurs Cérémonies , ni à leurs Fêtes : mais ils les réglèrent sur les divers tems qui leur convenoient de l'année Julienne , à laquelle ils assujettissoient leur

année Lunaire. Les Chrétiens firent la même chose. Dans les premiers tems de l'Eglise on ne convint pas facilement du jour où l'on devoit célébrer la Pâque des Chrétiens. Les uns vouloient que ce fût le jour où Jesus-Christ avoit été crucifié : les autres prétendoient que ce devoit être le jour de la Résurrection.

Le Concile général de Nicée , tenu sous l'Empire de Constantin le Grand , rendit uniforme l'usage de célébrer cette grande Fête parmi les Chrétiens. Il ordonna que la solennité s'en feroit le premier Dimanche d'après le quatorzième de la Lune du premier mois ; en sorte néanmoins que le 14 de la Lune concourant avec un Dimanche , on ne célébrât la Pâque que le Dimanche suivant. Il déclara que ce premier mois étoit celui dont le 14 de la Lune tomboit au jour de l'Equinoxe du Printems , ou immédiatement après. Et comme l'Equinoxe répondoit en ce tems-là au 21 Mars, le Concile déclara que ce jour serviroit dans la suite à régler le premier mois de l'année Lunaire.

Comme l'année Julienne surpasse l'Astronomique d'environ 11 minutes , * cette différence s'étant multipliée tous les ans depuis le Concile de Nicée , il arriva que l'Equinoxe du Printems ne tomboit plus au 21 Mars du tems de Grégoire XIII. mais au 11 du même mois. Ce qui troubloit l'Eglise dans la célébration de la Pâque.

* L'année Julienne commune est de 365 jours , & la Bissextile de 366 L'année Astronomique est de 365 jours 5 heures 49 minutes. Ces 5 heures 49 minutes font presque 6 heures , lesquelles étant prises 4 fois , font un jour en 4 ans : de là vient que l'année Civile surpasse l'Astronomique de 11 minutes.

Cette erreur obligea le Pape à faire assembler des Astronomes pour réformer le Calendrier Romain, afin de remettre l'Equinoxe du Printems au 21 Mars, comme il étoit au tems du Concile de Nicée, & d'empêcher qu'il n'arrivât dans la suite une pareille erreur. Ce fut pour cela qu'on retrancha tout d'un coup 10 jours du Calendrier, & que pour fixer perpetuellement l'Equinoxe du Printems au 21 Mars, le Pape ordonna que chaque centième année pendant trois siècles, ne seroit point Bissextile, & que la 400 le seroit, afin de retrancher les trois jours qui se trouvent de trop en 400 ans Juliens. Par ce moyen les Périodes Civiles sont à peu près conformes aux Astronomiques.

P R O B L E M E X I I.

Connoître si une année proposée est Bissextile, ou de 366 jours.

1°. **S** I l'année proposée est une des six premières de l'Ere commune, elle n'est point Bissextile, parce que les six premières années de Jésus-Christ furent toutes de 365 jours.

2°. Si l'année proposée est entre la 7 & la 459 de l'Ere commune, ôtez 7 de l'année proposée, & divisez le reste par 4. S'il ne reste rien après la division, cette année-là est Bissextile; s'il reste quelque chose, ce reste marque la quantième année après la dernière Bissextile. Soit proposée, par exemple, la 54^e année de l'Ere commune, ôtez 7 de 54; divisez le reste 47 par 4, la division étant faite, il restera 3, qui marque que l'année 54 de l'Ere commune ne fut point Bissextile, mais qu'elle étoit la troisième après la Bissextile.

M ij

3°. Si l'année proposée est entre celles-ci 439 & 464, elle n'est point Bissextile, parce qu'entre ces années, il y en eut 4 de suite qui ne furent point Bissextiles.

4°. Si on propose une année qui soit entre la 464 de l'Ere commune, & 1582, tems de la Réformation du Calendrier par Grégoire XIII, divisez le nombre donné par 4. La division étant faite, s'il ne reste rien, l'année est Bissextile, s'il reste quelque chose, elle ne l'est pas. Soit proposée, par exemple, l'année 1509, divisez 1509 par 4, il restera 1, qui montre que l'année 1509 a été la première après la Bissextile.

5°. Si dans la question proposée il s'agit d'une année Gregorienne, c'est-à-dire, d'une de celles qui se sont écoulées depuis 1582 jusqu'à présent, & qui s'écouleront dans la suite. La question se réduit à deux cas.

En premier lieu, si l'année proposée n'est pas une des centièmes, la pratique sera la même que la précédente, c'est-à-dire, qu'il faudra diviser le nombre donné par 4. Si après la division il ne reste rien, cette année-là est Bissextile, s'il reste quelque chose, ce reste marque la quantième année après la dernière Bissextile. Soit proposé 1692, on peut rejeter les deux premiers chiffres 16, & comme 92 peut être divisé par 4 sans reste, c'est une marque que 1692 est Bissextile. Soit encore proposé 1734, ayant rejeté les deux premiers chiffres 17, les autres 34 ne peuvent être exactement divisés par 4, & après la division il reste 2, qui font voir que cette année 1734 est la seconde après la dernière année Bissextile 1732.

En second lieu, si l'année proposée est une des années centièmes, comme 1600, 1700, 1800,

PROBLEMES DE COSMOGRAPHIE. 181.
 1900, &c. il faut la diviser par 400, ou, ce qui est la même chose, retrancher deux zeros, & diviser le reste par 4. Si la division est exacte, l'année est Bissextile, ou de 366 jours : mais si la division ne peut se faire sans reste, l'année n'est point Bissextile, mais de 365 jours. Ainsi on connoît que 1600 a été Bissextile ; 1700 ne l'a point été ; 1800 & 1900 ne le seront point.

R E M A R Q U E S.

La Réformation du Calendrier faite par le Pape Gregoire XIII, qui fit retrancher dix jours de l'année 1582, a fait donner le nom de *Calendrier Gregorien*, & de *Calendrier nouveau*, au Calendrier, dont l'Eglise Romaine se sert à présent. On y a marqué les *Calendes*, qui sont les premiers jours de chaque mois, d'où il a tiré son nom, les *Nonas* & les *Ides*, qui étoient autrefois en usage parmi les Romains.

Avant cette Réformation, l'Equinoxe du Printemps anticiroit de dix jours le 21 de Mars, car il arrivoit le 11 de ce mois. On les retrancha, afin que cet Equinoxe qui règle le tems auquel les Fideles doivent célébrer la Fête de Pâque, arrivât toujours le 21 de Mars, comme il arrivoit au tems du Concile de Nicée. Ce qui rend à l'année So-
 laire un Siége déterminé, c'est-à-dire, que par cette Réformation les Equinoxes, & les Solstices sont retenus, & dans les mêmes jours, & dans les mêmes mois. C'est pourquoi les peuples qui n'ont pas voulu recevoir cette Réformation, comptent les Equinoxes, & tous les autres tems de l'année dix jours plus tard que nous ; il arrivera que dans la suite ils célébreront la Nativité de

Notre-Seigneur Jesus-Christ au Solstice d'Esté, &
la Fête de Saint Jean-Baptiste au Solstice d'Hyver.

PROBLEME XIII.

Trouver le Nombre d'or d'une année proposée.

Nous avons dit que l'année Solaire est de 365 jours 5 heures & 49 minutes; nous dirons ici que l'*Année Lunaire*, ou la somme de douze révolutions de la Lune par son propre mouvement sous le Zodiaque, est de 354 jours 8 heures & 49 minutes. D'où l'on voit que l'année Lunaire est plus courte que la Solaire d'environ 11 jours. Ce qui fait que l'année Lunaire finit 11 jours plutôt que l'année Solaire, & par conséquent les Nouvelles-Lunes arrivent 11 jours plutôt en une année qu'en la précédente.

Ainsi le Soleil & la Lune ne finissent pas tous deux leurs périodes en même tems, & ils ne repassent pas les mêmes dispositions, où ils se sont rencontrés auparavant, c'est-à-dire, que les Nouvelles-Lunes ne tombent jamais deux fois en un même jour dans l'espace de 19 ans. On doit remarquer que cette période de 19 années est plus courte qu'il ne faudroit d'environ 1 heure 27 minutes & 32 secondes. D'où il arrive que les Nouvelles-Lunes anticipent d'un jour dans l'espace d'environ 312 années. Ce qui a été l'une des causes de la Réformation du Calendrier, & qu'au lieu du Nombre d'or, qui est une période de 19 années, on a inventé les Epactes.

On appelle *Nombre d'or* le nombre de 19 années Solaires, au bout desquelles le Soleil & la Lune se retrouvent à peu près dans les mêmes

PROBLEMES DE COSMOGRAPHIE. 183

points où ils étoient auparavant , c'est-à-dire , que si la Lune est Nouvelle , & par conséquent en conjonction avec le Soleil au premier Janvier d'une certaine année , elle sera encore Nouvelle au premier Janvier après 19 ans accomplis. On a nommé ce nombre *Nombre d'or* , parce que les Athéniens reçurent la découverte avec tant d'applaudissement , qu'ils le firent écrire en gros caractères d'or au milieu de la Place publique. Il a été aussi appelé *Cycle Lunaire* , parce que c'est une période ou révolution de 19 années Solaires , qui font autant que 19 années Lunaires , entre lesquelles il y en a douze *Communes* , ou de douze mois Synodiques chacune , & sept *Embolismiques* , c'est-à-dire , de treize Lunes chacune ; ce qui fait en tout 235 Lunaifons , au bout desquelles les Nouvelles-Lunes arrivent les mêmes jours des mêmes mois qu'auparavant.

Pour trouver le Nombre d'or d'une année proposée , ajoutez 1 à cette année proposée , & divisez la somme par 19 , sans avoir égard au quotient , le reste sera le Nombre d'or qu'on cherche. S'il reste 0 ou 19 , l'année proposée aura 19 de Nombre d'or. Si vous voulez avoir le Nombre d'or de l'année 1693 , ajoutez 1 à 1693 , & divisez la somme 1694 par 19 , le nombre 3 qui reste après la division , est le Nombre d'or de l'année 1693. De même pour trouver le Nombre d'or de 1728 , ajoutez 1 à 1728 , & divisez la somme 1729 par 19. La division étant faite , il reste 0 , qui fait voir que le Nombre d'or de l'année 1728 sera 19.

On ajoute 1 au Nombre de l'année proposée , parce que la première année de Jesus-Christ avoit 1 de Nombre d'or.

M iiii.

S'il s'agissoit d'une année qui précédât l'Epoque de l'Ere commune, & que ce fût, par exemple, la 25^e avant Jesus-Christ; ôtez 2 de 25, divisez le reste 23 par 19 : la division étant faite, il restera 4, qu'il faut ôter de 19, pour avoir le reste 5, qui sera le Nombre d'or de la 25^e année avant Jesus-Christ.

R E M A R Q U E S.

I.

Il est évident que quand on a trouvé le Nombre d'or d'une année, on peut par la seule addition avoir le Nombre d'or de l'année suivante, en ajoutant 1 au Nombre d'or trouvé. On peut aussi par la seule soustraction avoir le Nombre d'or de l'année précédente, en ôtant 1 du même Nombre d'or trouvé. Ainsi ayant trouvé 3 pour le Nombre d'or de l'année 1693, en ajoutant 1 à ce Nombre trouvé 3, on a 4 pour le Nombre d'or de l'année 1694, & en ôtant 1 du même Nombre trouvé 3, on a 2 pour le Nombre d'or de l'année 1692.

II.

Il est aussi évident qu'à toutes les années qui ont un même Nombre d'or, les Nouvelles-Lunes arrivent les mêmes jours & les mêmes mois. Ainsi parce qu'en l'année 1693, qui eut 3 pour Nombre d'or, la Lune fut Nouvelle les Calendes du mois d'Aoust, c'est-à-dire, le premier jour de ce mois, elle sera aussi Nouvelle le premier jour du même mois aux années 1731, 1750, 1769, &c. qui auront aussi 3 pour Nombre d'or.

PROBLEME XIV.

Trouver l'Epacte pour une année proposée.

Nous avons dit au Problème précédent, que l'année Solaire surpasse l'année Lunaire d'environ 11 jours. Ce qui est vrai précisément, si l'on compare l'année Solaire commune, qu'on appelle *Année Egyptienne*, qui n'est que de 365 jours, avec l'année Lunaire commune, qui est de 354 jours seulement. Cette différence de 11 jours est ce qu'on appelle *Epacte*, laquelle étant ajoutée à l'année Lunaire commune, qui est le tems de douze Lunaisons, ou Lunes, ou *Mois Synodiques*, dont chacun est de 29 jours & demi, la rend égale à l'année Solaire commune.

Le *Mois Synodique* est le tems qui s'écoule depuis une Nouvelle-Lune jusqu'à l'autre Nouvelle-Lune : ce tems est, comme nous avons dit, de 29 jours & demi, ou plus rigoureusement, de 29 jours 12 heures 44 minutes. Le *Mois Periodique* est la révolution ou période de la Lune par son mouvement propre depuis un point du Zodiaque jusqu'au même point. Cette période est de 27 jours 5 heures & 44 minutes. Le *Mois Periodique* est plus court que le *Mois Synodique* de 2 jours & 7 heures, à cause que le Soleil par son mouvement propre avance pendant le *Mois Periodique* d'environ 27 degrez, que la Lune doit parcourir après être retournée au point où elle étoit conjointe avec le Soleil, pour le pouvoir atteindre. Ce qu'elle ne fait que dans l'espace d'environ 2 jours & 7 heures, après avoir achevé la période ou révolution dans le Zodiaque.

Avant que d'enseigner la maniere de connoître l'Épacte , qui dans chaque année ne commence qu'au mois de Mars , nous dirons que les Mois Synodiques étant chacun d'environ 29 jours & demi , on les trouve marquez dans le Calendrier alternativement de 29 & 30 jours , sçavoir , le premier mois de 30 jour , & le second de 29 ; le troisième mois de 30 jours , & le quatrième de 29 , & ainsi de suite. Le mois de 29 jours se nomme *Mois Cave* , & le mois de 30 jours s'appelle *Mois Plein*. Lorsque l'année est Bissextile , le mois de Février est de 29 jours , & l'on fait en ce mois le mois Periodique de 30 jours.

Le premier mois commence en Europe à la Nouvelle-Lune de Janvier. Les Juifs le commencent en Septembre vers l'Equinoxe ; & l'Eglise le commence à la *Nouvelle Lune de Pâques* , qui est celle où la Lune se trouve Pleine après l'Equinoxe du Printems , ou le jour même de l'Equinoxe , que l'Eglise a fixé au 21 de Mars , parce que , comme nous avons déjà dit ailleurs , au tems du Concile de Nicée , l'Equinoxe du Printems arrivoit à peu près ce jour-là.

D'où il suit que lorsque la Lune se trouve Pleine avant le 21 de Mars , cette Lunaïson n'est pas le premier mois de l'année , mais le dernier de l'année précédente ; & que pour être le premier , il faut que la *Pleine-Lune* , qui est le quatorzième jour de la Lune , arrive ou le 21 de Mars , ou immédiatement après le 21 de Mars. Alors les Catholiques Romains célèbrent Pâques le Dimanche qui suit immédiatement cette Pleine-Lune , en mémoire de la glorieuse Résurrection de Notre-Seigneur Jesus-Christ.

D'où il suit encore que toutes les Lunes qui

PROBLÈMES DE COSMOGRAPHIE. 187

commencent depuis le 8 de Mars jusqu'au 5 d'Avril inclusivement, peuvent être Païcales. Par conséquent la Pâque ne se peut célébrer avant le 22 de Mars, ni après le 25 d'Avril. Ainsi Pâques peut arriver plus tard de 35 jours en une année qu'en une autre. Elle se célèbre le 22 de Mars, lorsque la Lune se trouve Pleine le 21 de ce mois, & que ce jour est un Samedi, comme il arriva en l'année 1693. Elle se célèbre le 25 d'Avril, lorsque la Lune se trouve Pleine le 18 de ce mois, & que ce jour est un Dimanche, comme il arriva en l'année 1666.

Pour trouver l'Epacte d'une année proposée, il faut faire une distinction entre les années Juliennes & les années Grégoriennes. On appelle années Grégoriennes celles qui se sont écoulées depuis 1582, année où Grégoire XIII fit un retranchement de dix jours, pour remédier à l'inconvenient dont on a parlé, qui est que l'Equinoxe du Printemps tomboit au 11 de Mars, au lieu de tomber au 21 du même mois, selon que l'avoit fixé le Concile de Nicée. On appelle années Juliennes, celles qui se sont écoulées avant 1582, ou même celles qui se sont écoulées ou s'écouleront depuis à l'égard de ceux qui n'ont point reçu la Réformation de Grégoire XIII.

I.

S'il s'agit d'une année Julienne, cherchez par le Problème précédent le Nombre d'or qui convient à cette année. Multipliez ce nombre d'or par 11, qui est la différence de l'année Solaire & de l'année Lunaire. Divisez le produit par 30, qui est le nombre des jours d'un mois Synodique. Puis négligeant le quotient de la division, n'ayez

égard qu'au reste , qui sera l'Epacte qu'on cherche.

Qu'on propose 1489, dont on demande l'Epacte, le Nombre d'or de 1489 est 8. Multipliez 8 par 11, & divisez le produit 88 par 30; le reste 28 sera l'Epacte de 1489. De même si on regarde 1726 comme une année Julienne, c'est-à-dire, si ceux qui n'ont point reçu la Réformation de Grégoire XIII demandent l'Epacte de 1726, après avoir trouvé 17 Nombre d'or de 1726, il faut multiplier 17 par 11, & diviser le produit 187 par 30, le reste 7 sera l'Epacte de 1726, regardée comme année Julienne.

II.

Si l'année proposée est Gregorienne, après avoir multiplié le Nombre d'or par 11, ôtez du produit le nombre des jours retranchez par la Réformation de Grégoire XIII, & divisez le reste par 30; la division étant faite, on n'aura point d'égard au quotient, & ce qui restera sera l'Epacte de l'année Gregorienne. Depuis l'année 1582 jusqu'à l'année 1700 exclusivement, il faut ôter 10, à cause des 10 jours qu'on a retranchez de 1582 dans la Réformation du Calendrier. Mais depuis l'année 1700 inclusivement, jusqu'à l'année 1800 exclusivement, il faut ôter 11, parce que l'année 1700 n'a point été Bissextile selon la Réformation, quoiqu'elle le dût être selon le Calendrier Julien: ainsi ce jour qu'on a retranché en 1700, & les 10 qu'on avoit retranché en 1582, font 11 jours, qu'on doit ôter du produit du Nombre d'or trouvé par 11, différence de l'année Solaire & de la Lunaire, comme il a été dit. Lorsque ce produit diminué de 10 ou de 11 ne peut être divisé par 30, le reste est l'Epacte même qu'on cherche.

PROBLÈMES DE COSMOGRAPHIE. 189

Qu'il soit proposé de trouver l'Épacte de l'année Gregorienne 1693 , dont le Nombre d'or est 3. Multipliez 3 par 11 , ôtez 10 du produit 33 , le reste est 23 ; & comme ce nombre 23 ne peut être divisé par 30 , il s'ensuit que 23 est l'Épacte de 1693 , suivant la remarque qu'on vient de faire. Si on demande l'Épacte de l'année Gregorienne 1726 , ayant trouvé par le Problème précédent le Nombre d'or 17 , multipliez 17 par 11 , puis ôtant 11 du produit 187 , divisez le reste 176 par 30 : la division étant faite , il restera 26 , qui sera l'Épacte de l'année 1726.

REMARQUES.

I.

L'Épacte qu'on trouve sans ôter 10 , 11 , &c. au produit du Nombre d'or par 11 , est appelée *Épacte Vieille* , parce qu'elle convient particulièrement aux années avant la Réformation du Calendrier , c'est-à-dire , avant l'année 1582.

Cette Épacte vieille se peut trouver sans la division , en cette sorte. Faites valoir 10 l'extrémité d'en haut du pouce de la main gauche , 20 la jointure du milieu , & 30 , ou plutôt 0 , ou rien l'autre extrémité , ou la racine. Comptez le Nombre d'or de l'année proposée sur le même pouce , en commençant à compter 1 à l'extrémité , 2 à la jointure , 3 à la racine ; ensuite 4 à l'extrémité , 5 à la jointure , 6 à la racine ; de même 7 à l'extrémité , 8 à la jointure , 9 à la racine , ainsi de suite , jusqu'à ce que vous soyez parvenu au Nombre d'or trouvé , auquel vous n'ajouterez rien s'il tombe à la racine , parce que nous lui avons attribué 0 : mais vous y ajouterez 10 s'il tombe à

l'extrémité , & 20 s'il tombe à la jointure , parce que nous les avons fait valoir autant. La somme sera l'Epacte qu'on cherche , pourvû qu'on en ôte 30 quand elle sera plus grande.

Le Nombre d'or de 1489 étoit 8. En comptant 8 sur le pouce , comme on vient de dire , & commençant à compter 1 sur l'extrémité du pouce , 2 sur la jointure , 3 sur la racine , puis 4 sur l'extrémité , &c. on trouvera que 8 tombe sur la jointure. Ajoutez 20 , qui a été attribué à la jointure au Nombre d'or 8 ; vous aurez 28 , qui est l'Epacte cherchée de l'année 1489. De même , si on veut sçavoir l'Epacte vieille de 1726 , dont le Nombre d'or sera 17 , commencez à compter 1 sur l'extrémité du pouce , 2 sur la jointure , &c. jusqu'à ce que vous ayez compté 17 , qui tombera sur la jointure : puis ajoutez 20 nombre attribué à la jointure au Nombre d'or 17. De la somme 37 ôtez 30 , il restera 7 pour l'Epacte vieille de 1726.

Par le même artifice on pourra trouver l'Epacte pour quelque année que ce soit du dernier siècle , pourvû que l'on fasse valoir 20 l'extrémité du pouce , 10 la jointure , & 0 , ou rien la racine , & que l'on commence à compter 1 sur la racine , 2 à la jointure , &c.

I I.

Il est évident par ce qui a été dit , que pour trouver l'Epacte d'une année proposée , lorsqu'on a celle de l'année précédente , il n'y a qu'à ajouter 11 à l'Epacte de cette année précédente : & que si à cette Epacte trouvée on ajoute pareillement 11 , on aura l'Epacte de l'année suivante , ainsi de suite. Mais on aura soin d'ôter 30 de la somme , lorsqu'elle sera plus grande , & d'ajouter 12 au

PROBLEMES DE COSMOGRAPHIE. 197
 lieu de 11, lorsqu'on aura 19, ou plutôt 0 pour
 Nombre d'or.

Ainsi ayant trouvé 23 pour l'Epacte de l'année
 1693, en ajoutant 11 à cette Epacte 23, la som-
 me est 34, de laquelle ôtant 30, le reste 4 est l'E-
 pacte de l'année 1694. Si à cette Epacte 4 on
 ajoute pareillement 11, on aura 15 pour l'Epacte
 de l'année 1695, & ainsi de suite.

III.

On peut encore trouver très-facilement l'Epac-
 te pour une année proposée depuis l'année 1582
 jusqu'à l'année 1699 inclusivement, par le moyen
 de la Table suivante, qui est composée de deux

		colomnes, dont la première vers la
1	0	gauche contient tous les Nombres
2	2	d'or depuis l'unité jusqu'à 19, & la
3	4	seconde vers la droite comprend au-
4	6	tant de Nombres en proportion con-
5	8	tinue arithmétique, dont l'excès est
6	10	2, en commençant par 0, qui répond
7	12	au premier Nombre d'or 1, jusqu'à
8	14	36, qui répond au dernier Nombre
9	16	d'or 19.

10	18	Ayant trouvé par le Problème pré-
11	20	cedent le Nombre d'or d'une année
12	22	proposée, par exemple, 3 pour l'an-
13	24	née 1693, multipliez par 5 le nom-
14	26	bre 4, qui répond à la droite dans la
15	28	seconde colonne au Nombre d'or 3,
16	30	qui est dans la première. Ajoutez au
17	32	produit 20 le même Nombre d'or 3.
18	34	La somme 23 étoit l'Epacte de l'année
19	36	proposée 1693.

Il peut arriver que cette somme
 sera plus grande que 30. Dans ce cas il en faut

ôter 30 autant de fois qu'il sera possible , & le reste sera l'Epacte qu'on cherche. Comme pour trouver l'Epacte de l'année 1699 , qui eut 9 de Nombre d'or. Multipliez par 5 le nombre 16 , qui se trouve dans la Table précédente , vis-à-vis de ce Nombre d'or 9. Ajoutant le même Nombre d'or 9 au produit 80 , vous aurez 89 , d'où ôtant deux fois 30 , c'est-à-dire , 60 , le reste 29 est l'Epacte qui convenoit à l'année 1699.

I V.

On peut aussi trouver les Epactes depuis 1700 inclusivement jusqu'à 1900 exclusivement par cette Table , dans laquelle on a exprimé les Nombres d'or par des chiffres Arabes , & les Epactes par des chiffres Romains.

Nombre d'or Epactes	10 IX	11 XX	12 I
Nombre d'or Epactes	13 XII	14 XXIII	15 IV
Nombre d'or Epactes	16 XV	17 XXVI	18 VII
Nombre d'or Epactes	19 XVIII	1 *	2 XI
Nombre d'or Epactes	3 XXII	4 III	5 XIII
Nombre d'or Epactes	6 XXIV	7 VI	8 XVII
Nombre d'or Epactes	9 XXVIII		

Qu'il

Qu'il soit proposé de trouver l'Epacte de l'année 1726. Premièrement, cherchez le Nombre d'or 17 de cette année 1726. Ensuite prenez dans la Table précédente l'Epacte XXVI, qui répond au Nombre d'or 17. Ce sera l'Epacte de l'année 1726.

PROBLEME XV.

Trouver l'âge de la Lune en un jour donné d'une année proposée, & si elle est Nouvelle.

Avant que de trouver l'âge de la Lune dans un jour donné d'un mois proposé, il faut trouver la Nouvelle-Lune de ce mois; ce qu'on va enseigner par cette méthode.

Méthode pour trouver la Nouvelle-Lune d'un mois proposé.

On trouvera d'abord l'Epacte de l'année du mois proposé: puis parmi les Epactes disposées dans le Calendrier du Breviaire & des Missels, selon l'ordre des jours du mois, cherchez celle de l'année proposée; ce sera le jour de la Nouvelle-Lune.

Qu'on propose, par exemple, de trouver la Nouvelle-Lune du mois de Mars de 1726, dont l'Epacte est XXVI, je cherche ce nombre XXVI dans les Epactes marquez à côté des jours du mois de Mars, je trouve que ce nombre XXVI répond au 5 de Mars; ce qui me fait connoître que la Lune sera Nouvelle le 5 de Mars de l'année proposée 1726.

Après avoir trouvé la Nouvelle-Lune par la méthode précédente, il ne sera pas difficile de trouver l'âge de la Lune d'un mois proposé, comme

104 RECREAT. MATHÉM. ET PHYS.
on le va voir dans la première des deux méthodes
des suivantes.

*Première Méthode de trouver l'âge de la Lune dans
un jour d'un mois proposé.*

Ayant trouvé par le moyen des Épactes du Calendrier, le jour de la Nouvelle-Lune du mois, comme il vient d'être enseigné, comptez inclusivement combien il y a de jours depuis la Nouvelle-Lune jusqu'au jour proposé, ce sera l'âge de la Lune.

Qu'on propose de trouver quel sera l'âge de la Lune le 15 Avril de l'année 1724, dont l'Épacte est IV. Ayant trouvé que ce nombre Épactal IV répond dans le Calendrier au 27 de Mars, comptez combien il y a de jours depuis le 27 de Mars inclusivement jusqu'au 15 d'Avril, ce sera l'âge de la Lune, c'est-à-dire, que le 15 d'Avril sera le 20 de la Lune.

*Autre Méthode de trouver l'âge de la Lune dans un
jour d'un mois proposé.*

On ajoute ordinairement à l'Épacte de l'année le nombre des mois écoulés depuis Mars inclusivement, & le nombre des jours du mois dans lequel on est; si ce nombre est moindre que 30, il montre l'âge de la Lune; s'il est plus grand que 30, le surplus de 30 marque l'âge de la Lune. Si on veut sçavoir quel fut l'âge de la Lune le 18 Avril de l'année 1693, dont l'Épacte étoit 23, à cette Épacte 23 ajoutez 2, nombre des mois de Mars & Avril, & le nombre 18 du jour proposé. De la somme 43 ôtez 30, le reste 13 étoit l'âge de la Lune le 18 d'Avril de l'année 1693.

PROBLEMES DE COSMOGRAPHIE: 195

Cette méthode s'éloigne de la vérité, comme on le peut voir en cherchant l'âge de la Lune au 15 Avril de l'année 1724 ; car au lieu de trouver 20, qui sera le vrai âge de la Lune, on trouveroit 21, en ajoutant ensemble 4 d'Epacte, 2 de mois, & 15 de jours du mois. C'est pourquoi il faut la rectifier par la Table suivante, dans laquelle les chiffres qui répondent au mois, montrent combien il faut ajouter de mois.

Janvier	0	Juillet	4
Février	1	Aouſt	5
Mars	0	Septembre	7
Avril	1	Octobre	7
May	2	Novembre	9
Juin	3	Decembre	9

Je veux ſçavoir, par exemple, quel ſera l'âge de la Lune le 18 d'Octobre de l'année 1726, dont l'Epacte ſera 26, je trouve 7 vis-à-vis Octobre. J'ajoute 7 à 26, dont la ſomme eſt 33, que j'ajoute aux 18 jours du mois d'Octobre : de la ſomme 51 je rejette 30, qui eſt une Lunaifon complete. Le reſte 21 marque que le 18 d'Octobre de l'année 1726 la Lune aura 21 jours.

R E M A R Q U E S.

Si on prétend qu'il ne faille commencer à compter l'Epacte d'une année qu'au mois de Mars, & qu'on veuille ſçavoir l'âge de la Lune au jour d'un mois qui précède le mois de Mars, par exemple, le 15 de Janvier de l'année 1693, au lieu de ſe ſervir de l'Epacte 23, on ſe ſervira de l'Epacte 12 de l'année précédente 1692. Ajoutez donc à

N ij

cette Épacte 12 le nombre 11 des mois inclusivement depuis le mois de Mars jusqu'au mois proposé de Janvier, & de plus le nombre 15 du jour donné : ôtez 30 de la somme 38. Le reste 8 est l'âge de la Lune qu'on demande. Ce nombre 8 étant ôté du nombre donné 15, jour du mois, le reste 7 fait connoître que la Lune étoit Nouvelle le 7 du mois de Janvier de l'année 1693.

Ou bien pour trouver le jour de la Nouvelle-Lune au mois de Janvier de la même année 1693, on ajoutera à l'Épacte 12 de l'année précédente 1692, le nombre 11 des mois compris inclusivement entre le mois de Mars & le mois de Janvier. On ôtera de 30 la somme 23. Le reste 7 fait connoître que la Lune étoit Nouvelle environ le 7 Janvier de l'année 1693. Je dis environ, parce que par les Épactes on s'éloigne quelquefois d'un jour de la Nouvelle-Lune, comme il arrive dans cet exemple. Car les Tables Astronomiques font connoître que la Lune doit avoir été Nouvelle le 6 Janvier de l'année 1693. Par conséquent elle doit avoir été Pleine le 20 du même mois, comme on le connoît en ajoutant 14 au nombre trouvé 6 du jour de la Nouvelle-Lune.

P R O B L E M E X V I.

Connoître s'il y a Éclipse dans une Nouvelle ou Pleine-Lune.

QUoique le calcul des Eclipses soit très-pénible dans l'Astronomie, on pourra cependant, sans qu'il en coûte beaucoup de peine, connoître les Eclipses par le moyen de la pratique suivante. Ce que nous allons dire ne sert que pour le dix-

PROBLÈMES DE COSMOGRAPHIE. 197
huitième siècle, c'est-à-dire, depuis 1700 jusqu'à
1800.

I.

1^o. Pour les Nouvelles-Lunes comptez le nombre des Lunaïsons complètes, * depuis celle qui commence au 8 Janvier 1701, suivant le Calendrier Gregorien, jusqu'à la Nouvelle-Lune proposée. Multipliez ce nombre de Lunaïsons complètes par 7361. Ajoutez 33890 à ce produit. Divisez la somme par 43200. Sans avoir égard au quotient, si ce qui reste de la division, ou la différence entre ce reste & le diviseur, est moindre que 4060, il y a Eclipsé de Soleil.

* Voyez
le Problème
XXXL

*Exemple d'un Eclipsé de Soleil dans une
Nouvelle-Lune.*

On demande s'il y eut Eclipsé de Soleil le 22 May 1705, qui fut le jour de la Nouvelle-Lune. Depuis le 8 de Janvier 1701 jusqu'au 22 May 1705, il y a 54 Lunaïsons complètes. Multipliez donc ce nombre 54 par 7361, & au produit 397494 ajoutez 33890. Divisez la somme 431384 par 43200. Après la division, il restera 42584, qui est plus grand que 4060. Mais ayant retranché 42584 du diviseur 43200, il restera 616, qui est un nombre plus petit que 4060. Il y eut donc Eclipsé de Soleil le 22 May 1705.

II.

2^o. Pour les Pleines-Lunes, comptez le nombre des Lunaïsons complètes depuis celle qui commence au huitième de Janvier 1701 jusqu'à la conjonction qui précède la Pleine-Lune proposée. Multipliez ce nombre de Lunaïsons complètes par 7361. Ajou-

N. ii.

tez à ce produit 37326. Divisez la somme par le nombre 43200. Si ce qui reste après la division, ou la différence entre le reste & le diviseur est moindre que 2800, il y a Éclipse de Lune.

Exemple d'un Éclipse de Lune dans une Pleine-Lune.

On demande si dans la Pleine-Lune, qui arriva le 27 Avril de l'année 1706, il y eut Éclipse de Lune. Depuis le huitième de Janvier 1701 jusqu'à la Nouvelle-Lune qui précède immédiatement le 27 Avril 1706, il y a 65 Lunaisons complètes. Il faut donc multiplier 65 par 7361, & ajoutant 37326 au produit 478465, on aura la somme 515791, qu'il faut ensuite diviser par 43200. On trouvera que la division étant faite, sans avoir égard au quotient, il restera le nombre 40591, qui est plus grand que 2800. Mais ayant retranché 40591 du diviseur 43200, on aura après la soustraction un reste 2609, plus petit que 2800. D'où l'on conclura qu'il y eut Éclipse de Lune dans la Pleine-Lune du 27 Avril 1706.

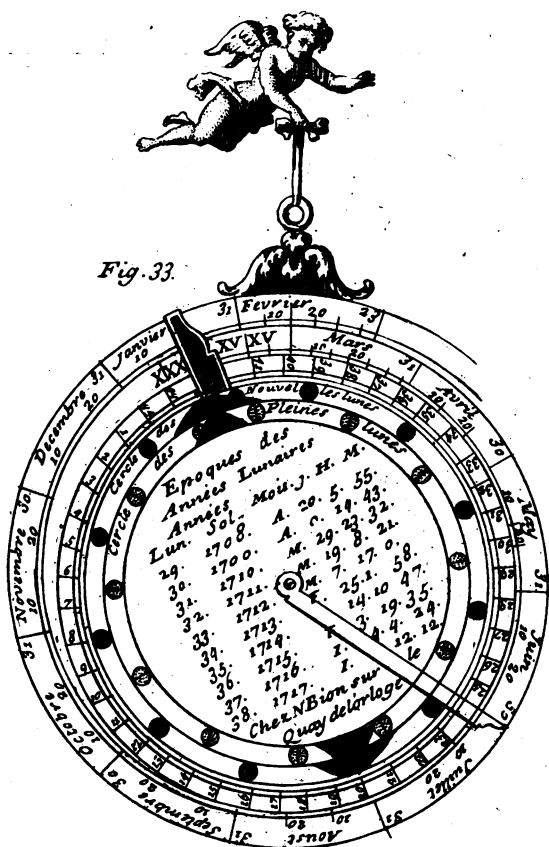
PROBLEME XVII.

Construire une Machine qui montre les Éclipses tant du Soleil que de la Lune, les mois, les années Lunaires, & les Époques.

Plan-
che 18*
Fig. 33.

Cette Machine inventée par son M. de la Hire, est composée de trois platines rondes de cuivre ou de carton, & d'une règle ou alidade qui tourne autour d'un centre commun, comme il paroît par la Figure,

Fig. 33.



Vers le bord de la platine supérieure, qui est la plus petite, il y a deux bandes circulaires, dans lesquelles on a fait de petites ouvertures, dont les extérieures marquent les Nouvelles-Lunes & l'image du Soleil, & les intérieures marquent les Pleinies-Lunes & l'image de la Lune.

Le bord de cette platine est divisé en douze mois Lunaires, qui sont chacun de 29 jours 12 heures 44 minutes : mais de telle sorte, que la fin du douzième mois, qui fait le commencement de la seconde année Lunaire, surpasse la première Nouvelle-Lune de la quantité de 4 des 179 divisions marquées sur la seconde platine, qui est au milieu des deux autres.

Au bord de cette platine il y a un index attaché, dont l'un des côtés qui en est la ligne de foi, fait partie d'une ligne droite qui tend au centre de la machine : cette ligne passe aussi par le milieu de l'une des ouvertures extérieures, qui montre la première Nouvelle-Lune de l'année Lunaire. Le diamètre des ouvertures est égal à l'étendue de quatre degrés ou environ.

Le bord de cette seconde platine est divisé en 179 parties égales, qui servent pour autant d'années Lunaires, dont chacune est de 354 jours & 9 heures ou environ. La première année commence au nombre 179, auquel finit la dernière.

Les années accomplies sont marquées chacune par leurs chiffres 1, 2, 3, 4, &c. qui vont de quatre en quatre divisions, & qui font quatre fois le tour pour achever le nombre 179, comme on le voit en la Figure de cette platine. Chacune des années Lunaires comprend quatre de ces divisions, de sorte que dans cette Figure elles anticipent l'une sur l'autre de quatre des 179 divisions du bord.

Sur cette même platine au-dessous des ouvertures de la première, il y a aux deux extrémités d'un même diamètre un espace coloré de noir, qui répond aux ouvertures extérieures, & qui marque les Eclipses du Soleil, & un autre espace rouge, qui répond aux ouvertures intérieures, & qui marque les Eclipses de la Lune. La quantité de chaque couleur qui paroît par les ouvertures, fait voir la grandeur de l'Eclipse. Le milieu des deux couleurs, qui est le lieu du nœud de la Lune, répond d'un côté à la division marquée 4 & $\frac{2}{3}$ de degré de plus, & d'autre côté il répond au nombre opposé. La Figure de l'espace coloré se voit sur cette seconde platine, & son amplitude ou étendue, marque les termes des Eclipses.

La troisième & la plus grande des platines qui est au-dessous des autres, contient les jours & les mois des années communes. La division commence au premier jour de Mars, afin de pouvoir ajouter un jour au mois de Février, quand l'année est Bissextile. Les jours de l'année sont décrits en forme de spirale, & le mois de Février passe au-delà du mois de Mars, à cause que l'année Lunaire est plus courte que l'année Solaire. De sorte que la quinzième heure du dixième jour de Février, répond au commencement du mois de Mars. Mais après avoir compté le dernier jour de Février, il faut rétrograder avec les deux platines supérieures dans l'état où elles se trouvent, pour reprendre le premier jour de Mars.

Il y a 30 jours marquez au-devant du mois de Mars, qui servent à trouver les Epactes.

Il faut remarquer que les jours, comme nous les prenons ici, ne sont point accomplis, suivant

PROBLÈMES DE COSMOGRAPHIE. 207

l'usage des Astronomes , mais comme le vulgaire les compte , commençant à une minuit , & finissant à minuit du jour suivant. C'est pourquoi toutes les fois qu'il s'agit du premier jour d'un mois , ou de tout autre , nous entendons l'espace de ce jour marqué dans la division ; car nous comptons ici les jours courans suivant l'usage vulgaire , comme nous venons de le dire.

Dans le milieu de la platine supérieure , on a décrit des Epoques , qui marquent le commencement des années Lunaires par rapport aux années Solaires , selon le Calendrier Gregorien , & pour le Méridien de Paris. Le commencement de la première année , dont la marque doit être 0 , & qui répond à la division 179 , est arrivée à Paris le 29 Février à 14 heures & demie de l'année 1680. La fin de la première année Lunaire , qui est le commencement de la seconde , répond à la division marquée 1 , & elle est arrivée à Paris l'an 1681 le 17 Février à 23 heures $\frac{1}{4}$, en comptant , comme nous avons dit , 24 heures de suite d'une minuit à l'autre. Et de crainte qu'il n'y eût quelque erreur en rapportant les divisions du bord de la seconde platine avec celles des Epoques des années Lunaires qui leur correspondent , nous avons mis les mêmes nombres aux uns & aux autres.

Nous avons marqué les Epoques de suite de toutes les années Lunaires depuis 1700 jusqu'à l'année 1750 , afin que l'usage de cette Machine fût plus facile pour accorder ensemble chacune des années Lunaires & Solaires. Quant aux autres années de notre Cycle de 179 ans , il ne sera pas difficile de le rendre complet , en ajoutant 354

III. RECAPIT. MATHEM. ET PHYS.

jours 8 heures 48 minutes & deux tiers pour chaque année Lunaire.

La règle ou alidade, qui s'étend du centre de l'instrument jusqu'au bord de la plus grande platine, sert à rapporter les divisions d'une platine avec celle des deux autres. Si l'on applique cette Machine à un Horloge, on aura un instrument parfait & accompli en toutes les parties.

La Table des Epoques qui est dressée pour le Méridien de Paris, pourra facilement se réduire aux autres Méridiens, si pour les plus Orientaux que Paris, on ajoute le tems de la différence des Méridiens, & au contraire, si on l'ôte pour les lieux plus Occidentaux.

Il est à propos de mettre la Table des Epoques au milieu de la platine supérieure, afin qu'elle puisse être vue avec cette Machine.

Epoques des Années Lunaires, rapportées aux Années Civiles pour le Méridien de Paris.

Ann. Lun.	Années Civiles.	Mois	J.	H.	M.
179.	1680.	B. Février,	29	14	24
1.	1681.	Février,	17	23	13
2.	1682.	Février,	7	8	1
10.	1689.	Novembre,	12	6	30
20.	1699.	Juillet,	26	22	37
21.	1700.	Juillet,	16	7	26
22.	1701.	Juillet,	5	16	14
23.	1702.	Juin,	25	1	3
24.	1703.	Juin,	14	9	32
25.	1704.	B. Juin,	2	18	40
26.	1705.	May,	23	3	29
27.	1706.	May,	12	12	17

PROBLEMES DE COSMOGRAPHIE. 202

Ann. Lun.	Années Civiles:	Mois.	L	N.	M.
28.	1707.	May.	1	21	6
29.	1708.	B. Avril.	20	5	55
30.	1709.	Avril.	9	14	43
31.	1710.	Mars.	20	23	32
32.	1711.	Mars.	19	8	21
33.	1712.	B. Mars.	7	17	9
34.	1713.	Février.	25	1	58
35.	1714.	Février.	14	10	47
36.	1715.	Février.	3	19	35
37.	1716.	B. Janvier.	24	4	24
38.	1717.	Janvier.	12	13	12
39.	1718.	Janvier.	1	22	1
40.	1718.	Decembre.	22	6	50
41.	1719.	Decembre.	11	15	38
42.	1720.	B. Novembre.	30	0	27
43.	1721.	Novembre.	19	9	16
44.	1722.	Novembre.	8	18	4
45.	1723.	Octobre.	29	2	53
46.	1724.	B. Octobre.	17	11	41
47.	1725.	Octobre.	6	20	30
48.	1726.	Septembre.	26	5	19
49.	1727.	Septembre.	15	14	7
50.	1728.	B. Septembre.	3	22	55
51.	1729.	Août.	24	7	44
52.	1730.	Août.	13	16	32
53.	1731.	Août.	3	1	21
54.	1732.	B. Juillet.	22	10	9
55.	1733.	Juillet.	11	18	58
56.	1734.	Juillet.	1	3	46
57.	1735.	Juin.	20	12	35
58.	1736.	B. Juin.	8	21	23
59.	1737.	May.	29	6	12

Ann. Lun.	Années Civiles.	Mois.	J.	H.	M.
60.	1738.	May,	18	15	1
61.	1739.	May,	7	23	49
62.	1740.	B. Avril,	26	8	38
63.	1741.	Avril,	15	17	27
64.	1742.	Avril,	5	2	15
65.	1743.	Mars,	25	11	4
66.	1744.	B. Mars,	13	19	53
67.	1745.	Mars,	3	4	41
68.	1746.	Février,	20	13	30
69.	1747.	Février,	9	22	18
70.	1748.	B. Janvier,	30	7	7
71.	1749.	Janvier,	18	15	56
72.	1750.	Janvier,	8	0	44
80.	1757.	Octobre,	12	23	15
90.	1767.	Juin,	26	15	20
100.	1777.	Mars,	9	7	26
110.	1786.	Novembre,	20	23	33
120.	1796.	B. Août,	3	15	39
130.	1806.	Avril,	17	7	45
140.	1815.	Decembre,	29	23	52
150.	1825.	Septembre,	11	15	58
160.	1835.	May,	26	8	4
170.	1845.	Février,	6	0	11
1.	1854.	Octobre,	20	16	17

Manière de faire les divisions sur les platines.

Le cercle de la plus grande platine est divisé de telle façon, que 368 degrez 2 minutes 42 secondes comprennent 354 jours 9 heures un peu moins, d'où il suit que ce cercle doit contenir 346 jours 15 heures, lesquels on peut prendre sans erreur

sensible pour deux tiers de jour. Or pour diviser un cercle en 346 parties égales & deux tiers, réduisez le tout en tiers, qui font en cet exemple 1040 tiers; cherchez ensuite le plus grand nombre multiple de 3, qui se puisse facilement diviser par moitié, & qui soit contenu en 1040. Ce nombre se trouvera dans cette progression géométrique double, dont le premier & moindre terme est 3, comme, par exemple, 3, 6, 12, 24, 48, 96, 192, 384, 768.

Le neuvième nombre de cette progression est celui qu'on cherche: il faut donc soustraire 768 de 1040, restera 272, & chercher combien ce nombre restant fait de degrez, minutes & secondes, par la règle de Trois, en disant: 1040 tiers. 360 degrez :: 272 tiers. 94 degrez, 9 minutes, 23 secondes.

C'est pourquoi retranchez de ce cercle un angle de 94 d. 9 m. 23 sec. & divisez le reste du cercle toujours par moitié, après avoir fait huit sousdivisions, vous parviendrez au nombre 3, qui sera l'arc d'un jour, par lequel divisant aussi l'arc de 94 d. 9 m. 23 sec. tout le cercle se trouvera divisé en 346 jours & 2 tiers: car il y aura 256 jours dans le plus grand arc, & 90 jours 2 tiers dans l'autre. Chacun de ces espaces répond à 1 d. 2 m. & 18 sec. comme on voit en divisant 360 par 346, 2 tiers; & 10 jours répondent à 10 d. 23 m. Par ce moyen on pourroit faire une Table qui serviroit à diviser cette platine.

Ces jours seront ensuite distribuez à chacun des mois de l'année, suivant le nombre qui leur convient, en commençant par le mois de Mars, & continuant jusqu'à la quinzième heure du dixième de Février, qui répond au commencement de

Mars , & le reste du mois de Février passe au-delà & par-dessus.

Le cercle de la seconde platine doit être divisé en 179 parties égales. Pour cet effet cherchez le plus grand nombre qui se puisse toujours diviser par moitié jusqu'à l'unité , & qui soit contenu en 179 ; vous trouverez 128 , lequel ôté de 179 , il reste 51. Cherchez quelle partie de la circonférence du cercle fait ce reste par la règle de Trois , en disant : 179 parties. 360 degrez :: 51 parties. 102 d. 34 m. 11 sec.

C'est pourquoi ayant rétranché du cercle un arc de 102 d. 34 m. 11 sec. divisez le reste du cercle toujours par moitié , & après avoir fait sept sous-divisions , vous parviendrez à l'unité. Ainsi cette partie du cercle sera divisé en 128 parties égales ; puis avec la même dernière ouverture de compas vous diviserez l'arc restant en 51 parties , & tout le cercle se trouvera divisé en 179 parties égales , dont chacune répond à 2 degrez & 40 secondes , comme il est aisé de voir en divisant 360 par 179. C'est un second moyen pour diviser cette même platine.

Enfin pour diviser le cercle de la platine supérieure , prenez le quart de sa circonférence , & ajoutez-y une des 179 parties ou divisions du bord de la platine du milieu : le Compas ouvert du quart ainsi augmenté , ayant tourné quatre fois divisera ce cercle de la manière qu'il doit être ; car en sousdivisant chacun de ces quarts en trois parties égales on aura 12 espaces pour les 12 mois Lunaires ; de telle sorte que la fin du douzième mois , qui fait le commencement de la douzième année Lunaire , surpasse la première Nouvelle-Lune de 4 des 179 divisions marquées sur la platine du milieu.

Usage de cette Machine.

PROBLÈME XVIII.

Une Année Lunaire étant proposée , trouver les jours de l'Année Solaire qui lui répondent , dans lesquels doivent arriver les Nouvelles & Pleines Lunes , & les Eclipses.

Soit proposée , par exemple , la vingt-quatrième année Lunaire de la Table des Epoques qui répond à la division de la platine du milieu marquée 24. Arrêtez la ligne de foi de l'index de la platine supérieure sur la division marquée 24 en la platine du milieu , où est le commencement de la vingt-cinquième année Lunaire. Et voyant par la Table des Epoques que ce commencement tombe sur le quatorzième jour de Juin de l'année 1703 à 9 heures 52 minutes , tournez ensemble les deux platines supérieures en cet état , jusqu'à ce que la ligne de foi de l'index attaché à la platine supérieure , convienne avec la dixième heure , ou environ , du quatorzième de Juin , marquée sur la platine inférieure , auquel tems arrive la première Nouvelle-Lune de l'année Lunaire proposée ; car la ligne de foi de l'index passe par le milieu de l'ouverture de la première Nouvelle-Lune de cette année Lunaire.

Ensuite , sans changer la situation des trois platines , étendez depuis le centre de l'instrument un fil ou la règle mobile , la faisant passer par le milieu de l'ouverture de la première Pleine-Lune , la ligne de foi de cette règle , répondra au commencement du vingt-neuvième jour du mois de Juin à

4 heures $\frac{1}{4}$, qui est le tems de cette Pleine-Lune, laquelle sera totalement éclipsee, comme il paroît par la couleur rouge qui remplit toute l'ouverture de cette Pleine-Lune.

Nous connoissons par un semblable moyen qu'à la Nouve-le-Lune qui doit arriver environ les trois heures du matin du quatorzième de Juillet, il y aura une Eclipsé partielle du Soleil. Si l'on poursuit plus avant, on remarquera les Eclipses qui doivent arriver pendant le mois de Decembre de la même année 1703, & vers le commencement de l'année suivante. Mais comme la dixième Nouvel-le-Lune passe au-delà du vingt-huitième jour de Février, ayant conduit l'alidade jusqu'au vingt-huitième jour de Février, faites rétrograder les deux platines supérieures conjointement avec l'alidade, en l'état où elles se trouvent, jusqu'à ce que la ligne de foi se rencontre sur le commencement de Mars, par où nous avons commencé la division de l'année; d'où conduisant la règle par toutes les ouvertures des Nouvelles & Pleines-Lunes, vous connoîtrez sur la dernière platine le tems qu'elles doivent arriver.

Mais comme la treizième Nouvelle-Lune est la première de l'année suivante, laquelle répond au nombre 25 des divisions de la platine du milieu, on laissera les deux platines inférieures en l'état où elles se trouvent, & on avancera celle de dessus jusqu'à ce que la ligne de foi de son index convienne avec le nombre 25 de la platine du milieu, auquel point elle marquera sur la dernière & plus grande platine le jour de la première Nouvelle-Lune de la vingt-sixième année Lunaire, selon l'ordre de notre Epoque, laquelle arrivera le
second

second jour de Juin à 18 heures 40 minutes de l'an 1704. Ensuite conduisant la règle mobile sur le milieu des ouvertures des Nouvelles & Pleines-Lunes , elle marquera sur la dernière platine les jours qu'elles doivent arriver , aussi-bien que les Eclipses jusqu'à la fin de Février ; après quoi il faudra faire le même que pour l'année précédente, c'est-à-dire , qu'après être parvenu à la fin de Février , il faudra rétrograder jusqu'au premier jour de Mars.

On pourroit ainsi trouver les commencemens de toutes les années Lunaires , sans se servir de la Table des Époques : mais d'autant qu'il n'est pas possible d'ajuster si exactement les platines & l'alidade les unes sur les autres , qu'il ne se glisse quelque erreur , qui s'augmente d'année en année. La Table des Époques servira pour rectifier l'usage de cette Machine.

En posant la ligne de foi de la règle mobile sur l'âge de la Lune entre les jours des mois Lunaires marqués sur le bord de la platine supérieure , on verra les jours des mois communs correspondans , & à peu près les heures sur le bord de la platine inférieure.

Il est à remarquer que les calculs de la Table des Époques sont faits pour les tems moyens des Nouvelles-Lunes , qui supposent les mouvemens du Soleil & de la Lune toujours égaux : c'est pourquoi il se trouve quelque différence d'avec les tems apparens des Nouvelles & Pleines-Lunes , & des Eclipses , telles que nous les voyons de la Terre , comme elles sont marquées dans les Ephemerides.

Les mouvemens propres du Soleil & de la Lune , aussi-bien que ceux des autres Planetes , nous

Tome II.

O

paroissent tantôt plus vîtes & tantôt plus lents. Cette inégalité apparente vient en partie de ce que leurs orbites ne sont pas concentriques à la Terre, & en partie de ce que les arcs égaux de l'Ecliptique, qui est oblique à l'Equateur, ne passent pas toujours par le Méridien avec des parties égales de l'Equateur. Les Astronomes, pour la facilité de leurs calculs, ont imaginé un mouvement qu'ils appellent moyen ou égal, supposant que les Planètes décrivent en des tems égaux, des arcs égaux de leurs orbites. Le tems qu'ils appellent vrai ou apparent, est la mesure du mouvement vrai ou apparent, & le tems moyen est la mesure du moyen mouvement. Ils ont aussi inventé des règles pour réduire les tems moyens en tems vrais ou apparens (ces deux mots signifiant en cette occasion la même chose) & au contraire pour réduire les tems vrais ou apparens en tems moyens.

Voyez la
Connois-
sance des
Tems.

Des Epactes.

Les jours des Epactes, qui sont marquées avant le mois de Mars dans la platine supérieure, donnent les Epactes de chaque année, qu'il faut compter du premier de Mars en rétrogradant. Car après avoir fait rétrograder les deux platines supérieures depuis le dernier de Février jusqu'au premier de Mars, comme nous l'avons dit ci-dessus, cherchez avec la règle mobile le jour des Epactes, qui répond à la Nouvelle-Lune qui précède immédiatement le premier de Mars. De cette manière vous trouverez qu'en l'année 1704 au commencement de Mars la Nouvelle-Lune répond à 22 jours $\frac{1}{3}$ de l'Epacte.

Consultez les Tables Astronomiques de M. de la

PROBLEMES DE COSMOGRAPHIE. 211
Hire , & le Traité de la construction & des principaux usages des Instrumens de Mathématique par le Sieur Bion.

PROBLEME XIX.

Trouver la Lettre Dominicale , & le Cycle Solaire d'une année proposée.

ON appelle *Cycle Solaire* une révolution perpétuelle de 28 années. Pour bien entendre la nature & l'origine de ce Cycle , il faut faire les remarques suivantes.

1. On a disposé dans le Calendrier les sept premières lettres de l'Alphabet ABCDEFG , en sorte que A réponde au premier Janvier , B au 2 , C au 3 , D au 4 , E au 5 , F au 6 , G au 7 , A au 8 , B au 9 , & ainsi de suite par plusieurs révolutions de 7. Les sept jours de la semaine , qu'on nomme aussi Feries , sont représentez par ces sept premières lettres.

2. Parce que dans une année de 365 jours il y a 52 semaines & un jour , & que ce jour de reste est le premier d'une 53. révolution, une année commune de 365 jours doit commencer & finir par un même jour de la semaine.

3. Dans cette disposition , une même lettre de l'Alphabet répond toujours à une même Ferie de la semaine pendant le cours d'une année commune de 365 jours.

4. Ces lettres servant toutes alternativement à marquer le Dimanche dans une suite de plusieurs années , sont pour cela appelées *Lettres Dominicales*.

5. Il suit de-là que si une année commence par un Dimanche , elle finira aussi par un Dimanche ;

O ij

ainsi le premier Janvier de l'année suivante sera un Lundi , qui répondra à la lettre A , & le septième sera un Dimanche , qui répondra à la lettre G. Cette lettre G sera la lettre Dominicale de cette année-là. Par la même raison l'année d'après aura F pour lettre Dominicale. Celle qui suivra aura E , & ainsi de suite , en circulant dans un ordre rétrograde de celui de l'Alphabet. C'est de cette circulation de lettres qu'est venu le nom de *Cycle Solaire* , parce que le Dimanche chez les Payens étoit appelé *Dies Solis* , Jour du Soleil.

6. S'il n'y avoit point d'années Bissextiles à ajouter , tous les différens changemens de lettres Dominicales se feroient dans l'espace de 7 ans. Mais cet ordre est interrompu par les années Bissextiles , dans lesquelles le 24 Février répond à deux différentes Feries de la semaine. Ainsi la lettre F , qui auroit marqué un Samedi dans une année commune , marquera un Samedi & un Dimanche dans une année Bissextile : ou si elle eût marqué un Dimanche dans une année commune , elle marquerait un Dimanche & un Lundi dans une année Bissextile , &c. D'où il suit que la lettre Dominicale change dans cette année , & que celle qui marquoit un Dimanche dans le commencement de l'année , marquera un Lundi après l'addition du Bissexte. On voit par-là la raison pour quoi on donne deux lettres Dominicales à chaque année Bissextile , l'une qui sert depuis le premier Janvier jusqu'au 24 Février , & l'autre depuis le 24 Février jusqu'à la fin de l'année. De sorte que la deuxième lettre Dominicale seroit naturellement celle de l'année suivante , si on n'y avoit point ajouté de Bissexte.

7. Enfin toutes les varietez possibles qui arri-

vent aux lettres Dominicales , tant dans les années communes , que dans les Bissextiles , se font dans l'espace de 4 fois 7 , qui font 28 ans. Car après sept Bissextes , le même ordre de lettres Dominicales revient & circule comme auparavant. C'est cette révolution de 28 ans qu'on appelle *Cycle Solaire* , ou *Cycle de la Lettre Dominicale*.

Ce Cycle a été inventé pour connoître facilement les Dimanches d'une année proposée , en connoissant la lettre Dominicale de cette année.

I.

Pour trouver la *Lettre Dominicale* , d'une année proposée depuis Jesus-Christ , selon le Calendrier nouveau , ajoutez au nombre de l'année proposée , la quatrième partie , ou la plus prochainement moindre , si ce nombre ne se peut exactement diviser par 4. Otez 5 de la somme pour le siècle 1600 , 6 pour le siècle suivant 1700 , 7 pour le siècle 1800 , & 8 pour les siècles 1900 , 2000 , parce que les années 1700 , 1800 , 1900 , ne seront point Bissextiles : 9 pour le siècle 2100 , 10 pour le siècle 2200 , & 11 pour les siècles 2300 , & 2400 , parce que les trois années 2100 , 2200 , 2300 , ne seront point Bissextiles , & ainsi de suite. Divisez le reste par 7 , & sans avoir égard au quotient , le reste de la division vous fera connoître la lettre Dominicale qu'on cherche , en la comptant depuis la dernière G vers la première A. De sorte que s'il ne reste rien , la lettre Dominicale sera A ; s'il reste 1 , la lettre Dominicale sera G ; s'il reste 2 , la lettre Dominicale sera F , & ainsi des autres.

Ainsi pour trouver la lettre Dominicale de l'année 1693 , ajoutez à ce nombre 1693 la quatrième partie 423. Après avoir ôté 5 de la somme 2116 ,

Q iii

divisez le reste 2111 par 7. Puis sans avoir égard au quotient 301, le reste 4 fait connoître qu'en l'année 1693 on eut D pour lettre Dominicale, puisqu'elle est la quatrième, en commençant à compter depuis la dernière lettre G, par un ordre rétrograde. Voyez la Table qui est sur la fin du Problème XXII. Elle servira à trouver avec facilité la lettre Dominicale pour quelque année que ce soit depuis Jesus-Christ sans aucun calcul.

Observez que pour avoir seulement par cette pratique la lettre Dominicale d'une année Bissextile, il faut d'abord trouver la lettre Dominicale de l'année qui la précède; puis prendre la lettre précédente, qui servira jusqu'au 24 Février de l'année Bissextile, ensuite la lettre qui précède, pour la faire servir le reste de l'année.

Si je veux trouver la lettre Dominicale de 1724, je cherche d'abord celle de 1723, en lui ajoutant la quatrième partie prochainement moindre 430, ôtant 6 de leur somme 2153, & divisant le reste 2147 par 7. Sans avoir égard au quotient, le reste 5 après la division me fait voir que la lettre Dominicale de cette année 1723 est C, qui est la cinquième des 7 premières lettres de l'Alphabet, en les comptant par ordre rétrograde. Connoissant que C est la lettre Dominicale de 1723, il sera aisé de connoître que B doit être la lettre Dominicale de l'année suivante 1724. Mais comme 1724 est Bissextile, B ne servira que jusqu'au 24 Février, & on prendra A qui précède B, pour le faire servir depuis le 24 Février jusqu'à la fin de l'année. D'où l'on voit que B & A sont les deux lettres Dominicales de l'année Bissextile, 1724.

II.

Pour trouver le *Cycle Solaire* d'une année proposée, ajoutez 9 à l'année proposée, & divisez la somme par 28 : s'il ne reste rien, 28 est le nombre du Cycle Solaire ; s'il reste quelque chose, ce reste est le nombre qu'on cherche. Si on demande, par exemple, quel étoit le Cycle Solaire de 1693, ajoutez 9 à 1693. Divisez la somme 1702 par 28 ; & sans avoir égard au quotient 60, le reste de la division vous fera connoître que le Cycle Solaire pour cette année 1693 est 22.

REMARQUES.

I.

Il est évident que quand on a une fois connu le nombre du Cycle Solaire pour une année depuis Jesus-Christ, on a en ajoutant 1 à ce nombre, le Cycle Solaire de l'année suivante, & qu'en ôtant 1 du même nombre, on a le Cycle Solaire de l'année précédente. Ainsi ayant trouvé 22 pour le Cycle Solaire de l'année 1693, ajoutant 1 à 22, on a 23 pour le Cycle Solaire de l'année suivante 1694, & ôtant 1 du même nombre 22, on a 21 pour le Cycle Solaire de l'année précédente 1692.

II.

Il est évident aussi que quand on a une fois la lettre Dominicale d'une année depuis Jesus-Christ, on a facilement la lettre Dominicale pour l'année suivante, ou pour la précédente. On prendra pour cette lettre Dominicale la lettre qui suit dans l'ordre de l'Alphabet, pour l'année précédente ; & réciproquement pour l'année suivante,

O iiiij

on prendra la lettre précédente , qui servira pour toute l'année , si cette année n'est pas Bissextile. Mais si elle est Bissextile , cette lettre ne servira que jusqu'au 24 de Février , & la lettre qui précédera en l'ordre de l'Alphabet , servira pour le reste de l'année , parce que l'année Bissextile ayant un jour de plus que la commune , a deux lettres Dominicales.

Ainsi ayant connu que la lettre Dominicale de l'année 1693 est D , on connoîtra que la lettre Dominicale de l'année suivante 1694 , est C , & que l'année précédente 1692 , qui étoit Bissextile , avoit ces deux lettres Dominicales F , E , dont la premiere F ayant servi jusqu'au 24 de Février , l'autre lettre E servit le reste de l'année.

III.

On peut sans division trouver Immédiatement le Cycle Solaire d'une année proposée depuis Jesus-Christ , par le moyen de la Table suivante , qui est composée de deux colonnes , dont celle qui est à gauche contient les années de Jesus-Christ , depuis 1 jusqu'à 10 , & depuis 10 jusqu'à 100 , de dixaine en dixaine ; depuis 100 jusqu'à 1000 de centaine en centaine ; depuis 1000 jusqu'à 9000 , de mille en mille. Il est facile de la continuer à l'infini , si l'on sçait la maniere de mettre dans la colonne qui est à droite , vis-à-vis de ces années , les nombres du Cycle Solaire ; ce qui se fait ainsi.

Ayant mis vis-à-vis des dix premières années , les mêmes nombres pour les Cycles Solaires de ces mêmes années , & aussi 20 pour le Cycle Solaire de la 20^e année , au lieu de mettre 30 pour le Cycle Solaire de la 30. année , mettez seulement 2 , qui est l'excès de 30 sur 28 , ou sur la période

PROBLEMES DE COSMOGRAPHIE. 217
 du Cycle Solaire : pour la 40. année, qui est la
 somme des années 10 & 30, mettez la somme 12

1	1	100	16
2	2	200	4
3	3	300	20
4	4	400	8
5	5	500	24
6	6	600	12
7	7	700	0
8	8	800	16
9	9	900	4
10	10	1000	20
20	20	2000	12
30	2	3000	4
40	12	4000	24
50	22	5000	16
60	4	6000	8
70	14	7000	0
80	24	8000	20
90	6	9000	12

des Cycles Solaires 10 & 2, qui conviennent à ces années, & ainsi des autres, en ôtant toujours 28 de la somme des Cycles Solaires, quand elle sera plus grande. Voilà pour la construction de la Table; venons maintenant à son usage.

IV.

Premierement, si l'année proposée, dont on cherche le Cycle Solaire, se trouve dans la Table précédente, on aura ce Cycle Solaire en ajoutant 9 au nombre qui lui répond dans la colonne qui est à droi-

te. Ainsi ajoutant 9 au nombre 12, qui répond à l'année 2000 dans la Table précédente, on a 21 pour Cycle Solaire de l'année proposée.

V.

Mais si l'année donnée ne se trouve pas exactement dans la Table précédente, on la divisera en plusieurs années qui s'y puissent trouver. On ajoutera ensemble tous les nombres qui se trouveront dans la colonne à droite vis-à-vis de ces années qui sont à gauche. La somme de tous ces nombres étant augmentée de 9, donnera le Cycle Solaire de l'année proposée, pourvu qu'on ôte 28 de cette somme autant de fois qu'il sera possible, quand elle sera plus grande.

Comme pour trouver le Cycle Solaire de l'année 1693, on réduira ce nombre d'années 1693 en ces autres quatre 1000, 600, 90, 3, auxquels répondent dans la Table précédente ces quatre nombres 20, 12, 6, 3, dont la somme 41 étant augmentée de 9, donne cette seconde somme 50, d'où ôtant 28, il restera 22 pour le nombre du Cycle Solaire de l'année 1693.

VI.

On ajoute 9 à la somme de tous ces nombres, parce que le Cycle Solaire avant la première année de Jésus-Christ étoit 9. Par conséquent ce Cycle avoit commencé dix ans avant la Naissance de Jésus-Christ; ce qu'on peut connoître en cette sorte.

Sachant par tradition, ou autrement, le Cycle Solaire d'une année, par exemple, que 22 est le Cycle Solaire de l'année 1693, ôtez 22 de 1693. Divisez le reste 1671 par 28. Enfin ôtez de 28 le

PROBLEMES DE COSMOGRAPHIE. 219
reste 19 de la division. Le nombre restant 9 est le Cycle Solaire avant la premiere année de Jesus-Christ.

VII.

On pourra de la même façon construire une Table propre pour connoître le Nombre d'or d'une année proposée, avec cette différence, qu'au lieu d'ôter 28, il faut ôter 19, parce que la période de ce Cycle est 19; & qu'au lieu d'ajouter 9, il faut ajouter seulement 1, parce que le Nombre d'or avant la premiere année de Jesus-Christ étoit 1. Par conséquent ce Cycle avoit commencé deux ans avant la Naissance de Jesus-Christ, c'est-à-dire, que la premiere année de Jesus-Christ avoit 2 de Nombre d'or, &c.

VIII.

On peut encore trouver la lettre Dominicale d'une année proposée d'une autre maniere que celle que nous venons de donner. Cette lettre Dominicale étant trouvée servira à faire connoître la lettre qui convient à chaque jour de la même année, comme vous allez voir.

Divisez le Nombre des jours qui se sont écoulés inclusivement depuis le premier de Janvier jusqu'au jour proposé, qui doit être un Dimanche, quand on veut trouver la lettre Dominicale de l'année, autrement on trouvera seulement la lettre qui convient au jour proposé. Divisez, dis-je, ce nombre de jours par 7, s'il ne reste rien de la division, la lettre qu'on cherche sera G; s'il reste quelque chose, ce nombre restant fera connoître le nombre de la lettre qu'on demande, en la comptant selon l'ordre de l'Alphabet depuis la premiere lettre A.

Ainsi pour connoître la lettre qui convient au 26 d'Avril de l'année 1693 , en divisant par 7 le nombre 116 des jours compris inclusivement entre le 1 de Janvier & le 26 d'Avril , le reste de la division est 4 , qui fait connoître que la quatrième lettre D convient au jour proposé , lequel étant un Dimanche , on conclut que la lettre Dominicale de l'année 1693 est D.

PROBLEME XX.

Trouver à quel jour de la semaine tombe un jour donné d'une année proposée.

Nous avons déjà dit que les jours de la semaine sont appelez *Feries* , & nous dirons ici que la première Ferie est le Dimanche , que la seconde Ferie est le Lundi , que la troisième est le Mardi , & ainsi de suite jusqu'au Samedi , qui est la septième Ferie , & qui a été appellé *Samedi* , ou *Jour du Sabbat* , c'est-à-dire , jour du repos , parce que c'est ce jour-là que Dieu se reposa dans la Création du Monde.

Pour trouver en quelle Ferie tombe un jour proposé de quelque année depuis Jesus-Christ , ajoutez au nombre donné des années sa quatrième partie , ou sa plus proche qui soit moindre , quand il n'en a pas une juste. Ajoutez encore à la somme le nombre des jours compris inclusivement entre le 1 de Février , & le jour proposé. Vous aurez une seconde somme , de laquelle il faut ôter 12 , & diviser le reste par 7. Le nombre qui restera après la division , sera le nombre de la Ferie qu'on cherche , sçavoir , Dimanche , s'il reste 1 ; Lundi , s'il reste 2 ; Mardi , s'il reste 3 ;

& ainsi de suite ; s'il ne reste rien , le jour proposé sera un Samedi.

Ainsi pour sçavoir à quel jour de la semaine tomboit , par exemple , le 27 d'Avril de l'année 1693 , ajoutez à 1693 la quatrième partie 423 , & de plus 117 , nombre des jours qui se sont écoulés depuis le premier de Janvier jusqu'au 27 d'Avril inclusivement. Ayant ôté 12 de la somme 2233 , divisez le reste 2221 par 7 , & sans avoir égard au quotient 317 , le reste 2 après la division fait connoître que le 27 d'Avril de l'année 1693 étoit la seconde Ferie , c'est-à-dire , un Lundi.

R E M A R Q U E S.

I.

Cette méthode suppose que l'on suit le Calendrier nouveau ; car en suivant le Calendrier Julien , au lieu d'ôter 12 de la somme , il ne faut ôter que 2 , sçavoir , 10 de moins , à cause des dix jours qui ont été retranchés en 1582. Ainsi avant cette année 1582 il ne faut ôter que 2 de la somme , & achever le reste , comme il a été dit. Mais il faut ôter 13 de la même somme , à présent que nous sommes dans le dix-huitième siècle , parce qu'en l'année 1700 on a omis un jour , en ne la faisant point Bissextile , comme elle auroit dû l'être selon le Calendrier Julien. Voyez le Probl. XXII.

I I.

Nous remarquerons que les noms des jours de la semaine viennent des Idolâtres , qui ont marqué chaque jour de la semaine par le nom particulier d'une Planete. Néanmoins au lieu de dire *Jour du Soleil* , nous disons *Dimanche* , mot qui

vient du Latin *Dies Dominica*, c'est-à-dire, *Jour du Seigneur*, parce que Jésus-Christ voulut ressusciter un tel jour ; & au lieu de dire *Jour de Saturne*, nous disons *Samedi*, c'est-à-dire, *Jour du Sabbat* ; ou *Jour du repos*, parce que, comme nous avons déjà dit auparavant, Dieu se reposa le septième jour dans la Création du Monde.

P R O B L E M E X X I.

Trouver la Fête de Pâques, & les autres Fêtes mobiles en une année proposée.

I.

Nous avons remarqué au Probl. XIV que la Pâques se peut célébrer depuis le 22 de Mars, lorsque la Lune étant Nouvelle le 8 Mars, son 14^e. jour tombe au 21 de Mars, & que ce jour est un Samedi, jusqu'au 25 d'Avril inclusivement, lorsque la Lune étant Nouvelle le 5 d'Avril, le 14^e. jour tombe au 18 de ce mois, & que ce jour est un Dimanche. Car dans ce cas, on remet à célébrer la Pâque au Dimanche suivant, c'est-à-dire, sept jours après, pour ne la pas célébrer avec les Juifs. Cela ayant été ainsi arrêté par les Conciles, & sur-tout par celui de Nicée, qui a été tenu au commencement du quatrième siècle en la présence du grand Constantin. Ainsi vous voyez que le commencement de la Lune Pascale est entre le huitième de Mars & le cinquième d'Avril inclusivement.

II.

Nous avons dit aussi au même Probl. XIV qu'on appelle *Epaques* les 11 jours, par lesquels l'année

Solaire surpasse l'année Lunaire. Ce qui a fait donner le même nom d'Epactes à ces trente nombres qui sont placez vis-à-vis des jours de chaque mois dans le Calendrier nouveau, par un ordre rétrograde. Les Epactes qui sont depuis XIX jusqu'à XXIX inclusivement, sont appelées *Epactes Embolismiques*, parce qu'en leur ajoutant XI, qui est la véritable Epacte, la somme surpasse une Lune complète, c'est-à-dire, 30, & qu'ainsi il y a treize Lunes Pleines dans les années, où ces Epactes Embolismiques servent d'Epactes.

Ces trente Epactes ainsi disposées dans le Calendrier Gregorien, servent à faire connoître les jours auxquels la Lune se trouve Nouvelle dans toute une année. Ainsi l'Epacte 23 de l'année 1693 répondant dans le Calendrier Gregorien au 8 de Janvier, au 6 de Février, au 8 de Mars, au 6 d'Avril, au 6 de May, au 4 de Juin, au 4 de Juillet, au 2 d'Août, au 1 & au 30 de Septembre, au 30 d'Octobre, au 28 de Novembre, & au 28 de Decembre, fait connoître que les Nouvelles-Lunes Ecclesiastiques arrivent ces mêmes jours.

III.

Cela étant supposé, connoissant la lettre Dominicale & l'Epacte d'une année, on trouvera le jour de Pâques de cette maniere. Cherchez dans un Calendrier, par le moyen de l'Epacte, le jour de la Nouvelle-Lune Pascale. Comptez 14 jours inclusivement depuis cette Nouvelle-Lune. La Fête de Pâques arrivera immédiatement le Dimanche d'après le quatorzième de la Lune. Ce Dimanche sera facile à trouver par le moyen de la lettre Dominicale.

224 RECREAT. MATHEM. ET PHYS.

Si vous voulez connoître par le Calendrier nouveau , le jour auquel on dut célébrer Pâques en une année proposée , par exemple , en l'année 1693 , dont l'Epacte est 23 , cherchez cette Epacte 23 dans le Calendrier , entre le 8 de Mars & le 5 d'Avril inclusivement. Vous trouverez qu'elle répond au 8 de Mars , qui fut par conséquent le premier jour de la Lune Pascale. Si vous comptez ensuite 14 jours , en commençant à compter 1 sur 8 , 2 sur 9 , & ainsi de suite , vous tomberez au 21 du même mois , qui sera par conséquent le jour de la Pleine-Lune Pascale. Et comme ce jour étoit un Samedi , le Dimanche suivant , sçavoir , le 22 de Mars , fut le jour de Pâques en l'année 1693.

Pareillement pour connoître , par le moyen du même Calendrier , le jour auquel on célébra la Fête de Pâques en l'année 1666 , dont l'Epacte est 24 , cherchez cette Epacte 24 dans le Calendrier Gregorien entre le 8 de Mars & le 5 d'Avril inclusivement. Ayant trouvé qu'elle répond au 5 d'Avril , qui fut par conséquent le premier jour de la Lune Pascale , comptez 14 jours depuis ce 5 , en commençant à compter 1 sur 5 , & vous arriverez au 18 d'Avril , qui se rencontrent un Dimanche , comme on le voit par le Problème XX. le Dimanche suivant , sçavoir , le 25 d'Avril , fut le jour de Pâques en l'année 1666. Ainsi des autres.

IV.

On peut prendre pour règle dans cette recherche ces deux vers Latins :

*Post Martis Nonas ubi sit nova Luna require :
Tertia lux Domini proxima Pascha dabit.*

Ou

Ou bien ces deux vers François :

*De Mars après le 7 cherchez Lune Nouvelle :
Trois Dimanches comptez , le 3 Pâques s'appelle.*

C'est-à-dire , qu'il faut chercher dans le Calendrier en quel jour tombe le premier jour de la Nouvelle-Lune d'après le 7 de Mars , & compter depuis ce jour-là inclusivement trois Dimanches , le troisième Dimanche sera le jour de Pâques. Je dis inclusivement , parce que si cette Nouvelle-Lune tomboit en un jour de Dimanche , la Fête de Pâques arriveroit le troisième Dimanche inclusivement , c'est-à-dire , y compris celui où tomberoit la Nouvelle-Lune Pascale.

V.

Mais comme l'on n'a pas toujours un Calendrier entre les mains , on pourra se servir de la Table suivante , qui est composée de 9 colonnes de haut en bas. La premiere vers la gauche contient les sept lettres Dominicales suivant l'ordre de l'Alphabet. La derniere à droite comprend les mois & les jours des mêmes mois , auxquels se doit célébrer la Pâque aux années qui ont les mêmes lettres Dominicales que l'on voit écrites dans la premiere colonne , & les mêmes Epactes que l'on voit marquées par ordre dans les sept autres colonnes d'entre-deux.

Ainsi vous voyez que pour connoître par le moyen de cette Table le jour auquel on doit célébrer la Fête de Pâques en une année proposée depuis Jesus-Christ , on doit sçavoir l'Epacte de cette année par le Problème XIV, & aussi la lettre Dominicale par le Problème XIX. Car vis-à-vis de cette Lettre Dominicale , & de cette Epacte ,

Table pour trouver la Fête de Pâques.

A	23	21	21	20	19			26. Mars
	18	17	16	15	14	13	12	2. Avril
	11	10	9	8	7	6	5	9. Avril
	4	3	2	1	*	29	28	16. Avril
B	27	26	25	24				23. Avril
	23	22	21	20	19	18		27. Mars
	17	16	15	14	13	12	11	3. Avril
	10	9	8	7	6	5	4	10. Avril
C	3	2	1	*	29	28	27	17. Avril
	26	25	24					24. Avril
	23	22	21	20	19	18	17	23. Mars
	16	15	14	13	12	11	10	4. Avril
D	9	8	7	6	5	4	3	11. Avril
	2	1*	29	28	27	26	25	18. Avril
	25	24						25. Avril
	23	22	21	20	19	18	17	22. Mars
E	22	21	20	19	18	17	16	29. Mars
	15	14	13	12	11	10	9	5. Avril
	8	7	6	5	4	3	2	12. Avril
	1*	29	28	27	26	25	24	19. Avril
F	23	22	21					23. Mars
	21	20	19	18	17	16	15	30. Mars
	14	13	12	11	10	9	8	6. Avril
	7	6	5	4	3	2	1	13. Avril
G	*	29	28	27	26	25	24	20. Avril
	23	22	21					24. Mars
	20	19	18	17	16	15	14	31. Mars
	13	12	11	10	9	8	7	7. Avril
H	6	5	4	3	2	1	*	14. Avril
	29	28	27	26	25	24		21. Avril
	23	22	21	20				25. Mars
	19	18	17	16	15	14	13	1. Avril
I	12	11	10	9	8	7	6	8. Avril
	5	4	3	2	1	*	29	15. Avril
	28	27	26	25	24			22. Avril

on trouvera dans la dernière colonne le jour de la

Fête de Pâques , qui règle toutes les autres Fêtes Mobiles. Comme pour connoître le jour de Pâques en l'année 1693 , dont la lettre Dominicale étoit D , & l'Epacte 23 , on trouvera vis-à-vis de cette Epacte 23 , & de cette lettre Dominicale D , que le jour de Pâques fut le 22 Mars. Pareillement pour connoître le jour de Pâques en l'année 1666 , dont la lettre Dominicale étoit C , & l'Epacte 24 , on trouvera vis-à-vis de l'Epacte 24 , & de la lettre Dominicale C , le 25 d'Avril pour le jour de Pâques qu'on cherche.

V I.

Le jour de la Pleine-Lune Pascale , qu'on nomme *Terme de Pâques* , étant connu , le jour de Pâques est aisé à connoître , comme vous avez vû. Mais on le peut trouver encore autrement sans Table & sans Calendrier , en cherchant le Terme de Pâques , en cette forte.

Si l'Epacte nouvelle de l'année proposée n'excede pas 23 , ôtez-la de 44. Le reste donnera le jour de Mars pour le Terme de Pâques , si ce reste ne surpasse pas 31 ; car s'il excède 31 , le surplus donnera le jour d'Avril pour le Terme de Pâques. Mais si l'Epacte courante est plus grande que 23 , ôtez-la de 43 , ou seulement de 42 , quand elle sera 24 ou 25. Le reste donnera le jour d'Avril pour le Terme de Pâques.

Ainsi pour avoir le Terme de Pâques en l'année 1693 , dont l'Epacte étoit 23 , ôtez 23 de 44 ; le reste donne le 21 de Mars pour le Terme de Pâques. De même pour trouver le Terme de Pâques en l'année 1666 , dont l'Epacte étoit 24 , ôtant 24 de 42 , on aura le 18 d'Avril pour le Terme de Pâques. Ainsi des autres.

VII.

Puisque la Fête de Pâques règle toutes les autres Fêtes Mobiles , il sera facile de connoître les jours auxquels ces Fêtes se doivent célébrer , ayant une fois connu le jour de Pâques. Car le Lundi après le cinquième Dimanche , c'est-à-dire , 35 jours après Pâques viennent les *Rogations* , après lesquelles , sçavoir , le Jeudi suivant , suit immédiatement l'*Ascension* de Notre-Seigneur Jesus-Christ ; le 40. jour après Pâques. Dix jours après , ou le 50. jour après Pâques , on célèbre la Fête de la *Pentecôte*. Le Dimanche suivant , sçavoir , 56 jours après Pâques , on célèbre la Fête de la *Sainte Trinité*. Et le Jeudi suivant , ou 11 jours après la Pentecôte , c'est-à-dire , 60 jours après Pâques , arrive la *Fête-Dieu*.

Le neuvième Dimanche avant Pâques est la *Septuagesime* , qui est éloignée de Pâques de 63 jours. Le Dimanche suivant , ou le huitième Dimanche avant Pâques , est la *Sexagesime* , qui est éloignée de Pâques de 56 jours. Le Dimanche suivant , ou le septième Dimanche avant Pâques , est la *Quinquagesime* , qui est éloignée de Pâques de 49 jours. Enfin le Mercredi suivant , qui est éloigné de Pâques de 46 jours , est le *Jour des Cendres*.

Pour le Dimanche de l'*Avent* , qui ne dépend point de Pâques , c'est celui qui arrive ou le 30 de Novembre , Fête de saint André , ou le Dimanche qui est le plus proche de cette Fête : ce qui est facile à connoître par la lettre Dominicale.

L'Eglise appelle *Quadragesime* le premier Dimanche du Carême : *Reminiscere* le second Dimanche du Carême : *Oculi* le troisième Dimanche du Carême : *Lazarus* le quatrième Dimanche du Carême :

Indica le Dimanche de la Passion, qui est le cinquième Dimanche du Carême : & *Osanna* le Dimanche des Rameaux, qui est le sixième Dimanche du Carême, ou le premier Dimanche avant Pâques.

Elle appelle *Quasimodo* le premier Dimanche après Pâques : *Misericordia* le second Dimanche après Pâques : *Jubilato* le troisième Dimanche après Pâques : *Cantato* le quatrième Dimanche après Pâques : & *Vocem Ineunditatis* le cinquième Dimanche après Pâques, ou le Dimanche avant les Rogations.

VIII.

On pourra trouver le nombre des Dimanches entre la Pentecôte & le premier Dimanche de l'Avent par cette méthode. Comptez combien de fois la lettre Dominicale se trouve entre les deux termes exclusivement. E, par exemple, qui sera la lettre Dominicale de l'année 1727, est contenu 27 fois entre le 11 Mai, jour de la Pentecôte, & le 30 Novembre, jour du premier Dimanche de l'Avent. Ce qui montre qu'il y aura 27 Dimanches entre la Pentecôte & le premier Dimanche de l'Avent. Il ne peut y en avoir plus de 28, ni moins de 23. Il n'y a dans le Breviaire des Offices que pour 24 Dimanches après la Pentecôte.

IX.

On pourra aussi trouver combien il y aura de Dimanches entre l'Epiphanie & la Septuagesime, en comptant combien de fois la lettre Dominicale se trouve entre le 14 Janvier, qui est l'Octave de l'Epiphanie, & la Septuagesime. Il ne peut y en avoir plus de six ; mais il peut y en avoir moins,

P iij

Il y a des Offices dans le Breviaire pour six Dimanches après l'Épiphanie.

X.

Enfin les *Quatre-Tems* se trouvent par le moyen de ce petit Vers,

Post Pent. Crux. Luc. Cin. sunt tempora quattuor anni.

dont le sens est tel. Les *Quatre-Tems* arrivent le Mercredi d'après la Pentecôte, le Mercredi d'après l'Exaltation de la Sainte Croix en Septembre, le Mercredi d'après la Fête de sainte Luce en Décembre, & le Mercredi d'après les Cendres.

REMARQUES.

Nous avons dit que le Breviaire ne contenoit des Offices que pour 24 Dimanches après la Pentecôte, & cependant on a vû qu'il pouvoit y avoir 28 Dimanches entre la Pentecôte & l'Avent. Il s'agit donc de trouver l'Office qu'on doit faire dans les Dimanches qui sont au-dessous ou au-dessus des 24 après la Pentecôte. C'est ce que nous allons enseigner dans les Remarques suivantes.

L'Eglise s'est fait une loi dans les Rubriques de faire toujours tomber l'Office du vingt-quatrième Dimanche sur le dernier d'après la Pentecôte, afin que l'année Ecclesiastique commençât & finît par un même Evangile. C'est pour cela que,

1^o. Si le dernier Dimanche étoit le vingt-troisième après la Pentecôte, il faudroit, pour satisfaire à la Rubrique, anticiper l'Office du vingt-troisième Dimanche dès le Samedi précédent, ou quelqu'autre jour qui ne seroit point empêché

dans la même semaine , ou du moins en faire mémoire , si tous les jours de la semaine étoient remplis de Fêtes , afin que l'Office du vingt-quatrième Dimanche tombât sur le dernier d'après la Pentecôte.

2°. S'il y avoit plus de 24 Dimanches entre la Pentecôte & le premier Dimanche de l'Avent , il faudroit encore transporter l'Office du vingt-quatrième au dernier Dimanche. Pour ce qui est des autres Dimanches qui sont entre le 23 & le dernier, comme ils n'ont point d'Office affecté dans le Breviaire , la Rubrique de l'Eglise demande qu'on fasse alors l'Office des Dimanches qui sont restés après l'Epiphanie , c'est-à-dire , que lorsqu'il n'y a pas six Dimanches entre l'Octave des Rois & la Septuagesime , ceux dont on n'a pas fait l'Office entre les Rois & la Septuagesime , sont remis pour en faire l'Office entre le 23 & le dernier Dimanche après la Pentecôte.

L'année 1727 , par exemple , qui aura 27 Dimanches après la Pentecôte , n'en aura point entre l'Octave des Rois , qui est le 14 Janvier & la Septuagesime , qui arrive le 20 du même mois. Il y a donc 5 Offices de Dimanches , qu'on ne peut célébrer en leurs jours. Ainsi il faudroit les transporter entre le 23 & le dernier Dimanche après la Pentecôte , s'il y avoit place. Mais comme il n'y a que 3 Dimanches entre le 23 & le 27 d'après la Pentecôte , on n'y peut transporter que les 3 derniers Dimanches d'après les Rois. Les Offices des deux autres Dimanches se font l'un le Samedi de devant l'Octave des Rois , & l'autre dans la première Ferie d'après l'Octave.

PROBLEME XXII.

Trouver par quel jour de la semaine commence chaque mois d'une année proposée.

I.

C E Problème se peut aisément résoudre par le moyen de la Table suivante, en cherchant à la tête la lettre Dominicale de l'année proposée, par exemple D, pour l'année 1693. Car au-dessous de cette lettre D, on trouve que Janvier

Table pour trouver le commencement de chaque mois

	A	B	C	D	E	F	G
Janvier	Dimanche	Samedi	Vendr.	Jeudi	Mercr.	Mardi	Lundi
Février	Mercredi	Mardi	Lundi	Dim.	Sam.	Vendr.	Jeudi
Mars	Mercredi	Mardi	Lundi	Dim.	Sam.	Vendr.	Jeudi
Avril	Samedi	Vendr.	Jeudi	Mercr.	Mardi	Lundi	Dim.
Mai	Lundi	Dim.	Sam.	Vendr.	Jeudi	Mercr.	Mardi
Juin	Jeudi	Mercr.	Mardi	Lundi	Dim.	Sam.	Vendr.
Juillet	Samedi	Vendr.	Jeudi	Mercr.	Mardi	Lundi	Dim.
Août	Mardi	Lundi	Dim.	Sam.	Vendr.	Jeudi	Mercr.
Septembre	Vendredi	Jeudi	Mercr.	Mardi	Lundi	Dim.	Sam.
Octobre	Dimanche	Sam.	Vendr.	Jeudi	Mercr.	Mardi	Lundi
Novembre	Mercredi	Mardi	Lundi	Dim.	Sam.	Vendr.	Jeudi
Décembre	Vendredi	Jeudi	Mercr.	Mardi	Lundi	Dim.	Sam.

commence par un Jeudi, Février par un Dimanche, Mars aussi par un Dimanche, Avril par un Mercredi, May par un Vendredi, Juin par un Lundi, Juillet par un Mercredi, Août par un Samedi, Septembre par un Mardi, Octobre par un

Jeudi, Novembre par un Dimanche, & Decembre par un Mardi.

Lorsque l'année est Bissextile, on fait usage de ces deux lettres Dominicales. On se sert de la première pour les deux premiers mois, Janvier, Février; & de la seconde pour les dix autres mois.

II.

Mais quand on connoît * la lettre Dominicale Problême d'une année proposée, il est aisé de trouver par XIX. quel jour de la semaine commence tel mois qu'on proposera de cette année, sans avoir la peine de recourir au Calendrier ou à la Table précédente. Ces deux vers François serviront de règle.

1	2	3	4	5	6
<i>Au</i>	<i>Dieu</i>	<i>De</i>	<i>Gloire</i>	<i>Bien</i>	<i>Espere</i>
7	8	9	10	11	12
<i>Grand</i>	<i>Cœur</i>	<i>, Faveur</i>	<i>Aime</i>	<i>De</i>	<i>Faire.</i>

Les six mots du premier vers répondent aux six premiers mois de l'année, sçavoir, Janvier, Février, Mars, Avril, May, Juin. Les six autres mois, sçavoir, Juillet, Août, Septembre, Octobre, Novembre, Decembre, répondent aux six mots du second vers. Chaque lettre capitale de ces 12 mots est celle du premier jour de chaque mois. Je veux dire que A capitale du premier mot, marque le premier jour de Janvier; D capitale du second mot, marque le premier jour de Février; D capitale du troisième mot, marque le premier jour de Mars, & ainsi des autres.

Si donc je sçai qu'en une année proposée, comme en 1723 la lettre Dominicale est C, & que je veuille sçavoir par quel jour de la semaine le mois

234 RECREAT. MATH. ET PHYS.

de Mars commencera ; je considère que le mois de Mars est le troisième mois de l'année , qui répond au mot *De*. D'où je conclus que le D , qui marque le premier de Mars , étant la seconde lettre après C , suivant l'ordre de l'Alphabet , le premier de Mars de l'année 1723 sera un Lundi.

De même si dans la même année je veux sçavoir par quel jour de la semaine commencera le mois de May , je considère que May étant le cinquième mois , répond au mot *Bien* , dont la première lettre B marque le premier jour de May ; & comme B précède la lettre C , Dominicale de 1723 , je dis que le mois de May commencera par un Samedi en l'année 1723.

Observez que la lettre du premier jour de chaque mois se trouve aussi les 8 , 15 , 22 & 29 du même mois. Au lieu des vers François , on peut prendre pour règle les deux vers Latins qui suivent.

Astra Dabit Dominus , Gratisque Beabit Egenos ,

Gratia Christicola , Feret Aurea Dona Fideli.

P R O B L E M E XXIII.

Trouver à quel jour du mois arrive un jour donné de la semaine en une année proposée.

CE Problème se peut aussi aisément résoudre par le moyen de la Table suivante , qui montre les jours du mois auxquels se rencontre chaque jour de la semaine , lorsque le commencement du mois arrive un certain jour de la semaine. Ce qu'on peut connoître par le Problème précédent ; après quoi on achevera le reste en cette sorte.

PROBLEMES DE COSMOGRAPHIE. 235

Table pour trouver à quel jour du mois arrive un jour
proposé d'une Semaine.

DIMANCHE.				MERCREDI.			
Dimanche	1	8	15	22	29		
Lundi	2	9	16	23	30		
Mardi	3	10	17	24	31		
Mercredi	4	11	18	25			
Jeudi	5	12	19	26			
Vendredi	6	13	20	27			
Samedi	7	14	21	28			

LUNDI.				JEUDI.			
Lundi	1	8	15	22	29		
Mardi	2	9	16	23	30		
Mercredi	3	10	17	24	31		
Jeudi	4	11	18	25			
Vendredi	5	12	19	26			
Samedi	6	13	20	27			
Dim.	7	14	21	28			

MARDI.				VENDREDI.			
Mardi	1	8	15	22	29		
Mercredi	2	9	16	23	30		
Jeudi	3	10	17	24	31		
Vendredi	4	11	18	25			
Samedi	5	12	19	26			
Dim.	6	13	20	27			
Lundi	7	14	21	28			

S A M E D I.					
Samedi	1	8	15	22	29
Dim.	2	9	16	23	30
Lundi	3	10	17	24	31
Mardi	4	11	18	25	
Mercredi	5	12	19	26	
Jeudi	6	13	20	27	
Vendredi	7	14	21	28	

Pour ſçavoir , par exemple , quels quantièmes du mois de May de l'année 1693 arriva le Lundi ; ayant trouvé par le Problème précédent , que le mois de May commença en cette année 1693 par un Vendredi , je cherche dans la Table précédente le Lundi à la colonne de la main gauche ſous le Vendredi qui eſt écrit en lettres capitales. Je trouve vis-à-vis à la droite ces quatre nombres 4 , 11 , 18 , 25 , qui ſignifient que le Lundi arriva en l'année 1693 le 4 , 11 , 18 & 25 jour du mois de May. On connoîtra de la même façon que le Dimanche arrive le 3 , 10 , 17 , 24 & 31 jour du mois de May de la même année 1693. Ainſi des autres.

Pareillement pour ſavoir quels quantièmes du mois d'Avril de l'année 1692 arriva le Lundi , ſaçant par le Problème précédent que le mois d'Avril commença un Mardi en l'année 1692 , je cherche dans la Table précédente ſous Mardi , qui eſt écrit en lettres capitales , le Lundi à la gauche. Je trouve vis-à-vis à la droite ces quatre nombres 7 , 14 , 21 , 28 , qui font connoître qu'en l'année

PROBLÈMES DE COSMOGRAPHIE. 237
1692, le Lundi arriva le 7, 14, 21 & 28 jour du mois d'Avril. On connoitra de la même façon, que le Jeudi arriva le 3, 10, 17 & 24, en laissant 31, parce que le mois d'Avril n'a que 30 jours.

R E M A R Q U E S.

I.

On peut aussi par le moyen de la Table précédente, & du Problème précédent, résoudre le Problème XX, c'est-à-dire, trouver à quelle Ferie, ou à quel jour de la semaine tombe un jour proposé de quelque mois que ce soit, & pour quelle année que ce soit depuis Jesus-Christ, comme vous allez voir.

Le Château de Namur se rendit au Roy le 30 Juin 1692, & l'on veut sçavoir à quel jour de la semaine cela arriva. Ayant connu par le Problème précédent que le mois de Juin commença par un Dimanche, je cherche le nombre 30 dans la Table précédente sous Dimanche en lettres capitales, & je trouve dans la première colonne vers la gauche, que le 30 de Juin répond à un Lundi, & qu'ainsi c'est un Lundi que le Château de Namur capitula.

II.

Puisque nous avons donné une Table pour trouver à quel jour du mois arrive un jour proposé de la semaine, ou réciproquement à quel jour de la semaine tombe un jour proposé du mois, & une autre Table pour connoître à quel jour de la semaine commence chaque mois d'une année proposée depuis Jesus-Christ; & que cela dépend de la lettre Dominicale, dont nous avons enseigné l'invention au Problème XIX, nous donnerons aussi

une Table pour trouver autrement & plus facilement la même lettre Dominicale à perpétuité, selon le Calendrier nouveau.

Cette Table, que vous avez dans les deux pages suivantes, a été divisée pour une plus grande commodité en deux parties. La première sert à connoître la lettre Dominicale, selon le Calendrier Gregorien depuis la Naissance de Nôtre-Seigneur jusqu'à la fin de ce siècle 1600. L'autre partie sert à connoître la même lettre Dominicale pour les siècles qui suivent, 1700, 1800, 1900, & ainsi de suite jusqu'au siècle qui suit 2700. Il est facile de continuer cette Table à l'infini.

Cette séparation a été faite pour la distinction des dernières années des siècles qui ne sont pas Bissextiles selon le Calendrier Gregorien, sçavoir, 1700, 1800, 1900, 2100, 2200, 2300, 2500, 2600, 2700, comme elles le devroient être, selon le Calendrier Julien. Ce qui fait qu'à ces années on n'a pas ajouté en dessous une double lettre Dominicale, comme nous avons fait aux années 1600, 2000, 2400, qui sont Bissextiles, & pareillement aux années 1628, 1656, 1684, sçavoir, les deux lettres BA, parce que ces années sont aussi Bissextiles : & pareillement les deux lettres FG aux années Bissextiles 1732, 1760, 1788, &c.

PROBLEMES DE COSMOGRAPHIE. 239

Table des Lettres Dominicales pour chaque année, depuis la Naissance de Notre-Seigneur jusqu'à l'année 1700.

				0	100	200	300	400	500	600							
				700	800	900	1000	1100	1200	1300							
				1400	1500	1600											
0	28	56	84	G	F	A	G	B	A	C	B	D	C	E	D	F	E
1	29	57	85	E		F		G		A		B		C		D	
2	30	58	86	D		E		F		G		A		B		C	
3	31	59	87	C		D		E		F		G		A		B	
4	32	60	88	B	A	C	B	D	C	E	D	F	E	G	F	A	G
5	33	61	89	G		A		B		C		D		E		F	
6	34	62	90	F		G		A		B		C		D		E	
7	35	63	91	E		F		G		A		B		C		D	
8	36	64	92	D	C	E	D	F	E	G	F	A	G	B	A	C	B
9	37	65	93	B		C		D		E		F		G		A	
10	38	66	94	A		B		C		D		E		F		G	
11	39	67	95	G		A		B		C		D		E		F	
12	40	68	96	F	E	G	F	A	G	B	A	C	B	D	C	E	D
13	41	69	97	D		E		F		G		A		B		C	
14	42	70	98	C		D		E		F		G		A		B	
15	43	71	99	B		C		D		E		F		G		A	
16	44	72		A	G	B	A	C	B	D	C	E	D	F	E	G	F
17	45	73		F		G		A		B		C		D		E	
18	46	74		E		F		G		A		B		C		D	
19	47	75		D		E		F		G		A		B		C	
20	48	76		C	B	D	C	E	D	F	E	G	F	A	G	B	A
21	49	77		A		B		C		D		E		F		G	
22	50	78		G		A		B		C		D		E		F	
23	51	79		F		G		A		B		C		D		E	
24	52	80		E	D	F	E	G	F	A	G	B	A	C	B	D	C
25	53	81		C		D		E		F		G		A		B	
26	54	82		B		C		D		E		F		G		A	
27	55	83		A		B		C		D		E		F		G	

240 RECREAT. MATH. ET PHYS.

Suite de la Table des Lettres Dominicales jusqu'à l'année
2800.

				1600	1700	1800	1900				
				2000	2100	2200	2300				
				2400	2500	2600	2700				
0	28	56	84	B	A	C	E	G			
1	29	57	85	G	B	D	F				
2	30	58	86	F	A	C	E				
3	31	59	87	E	G	B	D				
4	32	60	88	D	C	F	E	A	G	C	B
5	33	61	89	B	D	A	F	C	A		
6	34	62	90	A	C	F	E	D	G	F	
7	35	63	91	G	B	D	F	A	E	C	B
8	36	64	92	F	E	A	G	C	B	E	D
9	37	65	93	D	A	F	C	A	G	F	
10	38	66	94	C	F	E	D	B	A	C	
11	39	67	95	B	E	D	A	G	F	E	
12	40	68	96	A	G	C	B	E	D	G	F
13	41	69	97	F	A	C	B	E	D	G	F
14	42	70	98	E	G	F	D	A	C	B	
15	43	71	99	D	F	A	C	B	E	D	G
16	44	72		C	B	E	D	F	G	B	A
17	45	73		A	C	F	E	D	G	B	A
18	46	74		G	B	D	A	C	B	E	D
19	47	75		F	A	C	B	E	D	G	F
20	48	76		E	D	G	F	B	A	C	B
21	49	77		C	F	E	D	A	C	B	
22	50	78		B	E	D	A	G	F	E	
23	51	79		A	C	F	E	D	G	B	A
24	52	80		G	F	B	A	D	C	F	E
25	53	81		E	G	D	A	C	B	E	D
26	54	82		D	F	A	C	B	E	D	G
27	55	83		C	E	G	F	B	A	C	B

Pour

Pour connoître par le moyen de cette Table la lettre Dominicale d'une année proposée depuis Jesus-Christ , par exemple , de l'année 1693 , cherchez dans la Table l'année 1600 , & à côté vers la gauche le reste des années 93 ; vis-à-vis des deux vous trouverez D pour la lettre Dominicale de l'année 1693. Ainsi des autres.

PROBLEME XXIV.

Trouver le nombre de l'Indiction Romaine pour une année proposée.

LEs Grecs comptoient autrefois leurs années par *Olympiades* , qui est une révolution de quatre années , au bout de laquelle ils célébroient des Jeux qu'ils appelloient *Olympiques* , parce qu'ils furent autrefois instituez par Hercule proche la Ville d'Olympe en Arcadie. Mais depuis que Rome eut soumis la Grece à sa domination , on ne compta plus par Olympiade , mais par *Indiction* , qui contient trois Lustres , ou quinze années.

Ainsi l'Indiction est un espace de quinze années , au bout duquel on commence de nouveau à compter par une circulation continuelle. Cette Période de quinze années a été appelée *Indiction* , parce que , selon quelques Auteurs , elle servoit aux Romains à indiquer l'année qu'il falloit payer la Taille ou le Tribut à la Republique ; ce qui lui fit donner le nom d'*Indiction Romaine* ; on l'appelle aussi *Indiction Pontificale* pour les raisons que nous allons dire.

La Cour de Rome compte encore par Indiction ; elle s'en sert dans ses Bulles & dans toutes ses Ex-

peditions. Cette Période a une origine fort auguste parmi les Chrétiens, puisqu'elle a pour Epoque la paix & le triomphe de l'Eglise. L'Empereur Constantin s'étant rendu le Protecteur de la Religion Chrétienne, fit publier un Edit l'an 312 de l'Ere commune, par lequel il permettoit aux Chrétiens de faire profession ouverte de leur foi ; il fit même arborer la Croix de Jesus-Christ, comme la défense du peuple Romain & de tout l'Empire. Ce Prince fit assembler à Nicée en Bithinie le premier Concile général l'an 325, où l'hérésie d'Arius fut condamnée. Ce Concile dura 3 ans, & fut terminé en 328 ; de sorte que vers la fin de l'année 312 de Jesus-Christ, l'Eglise se vit à l'abri de la persécution, & 15 ans après, savoir, au commencement de l'année 328, elle se vit victorieuse de l'hérésie d'Arius, ennemie de la Divinité de Jesus-Christ.

Les Chrétiens regarderent cette durée de 15 années comme un tems précieux, & consacré en faveur de la Religion. Pour conserver à la posterité la memoire de ce tems favorable, où l'Eglise triompha de la persécution & de l'hérésie ; ils voulurent que dans la suite on mesurât le tems par des périodes de 15 années, que l'on a appellées Cycles d'Indiction. L'Eglise Romaine a mis l'Epoque de la premiere année des Cycles d'Indiction au commencement du mois de Janvier la 313^e année de l'Ere commune, afin de commencer l'année d'Indiction avec l'année Solaire, quoique, selon l'Institution de Constantin, confirmée par ses Successeurs, l'Epoque de ce Cycle eût été fixée d'abord au mois de Septembre de l'année 312 de Jesus-Christ.

Ce fut l'Empereur Justinien qui rendit tout-à-

fait public cet usage de compter par Indictions , lorsqu'il ordonna par un Edit qu'on inséreroit les années d'Indiction dans les Actes publics.

L'Indiction Pontificale ayant été fixée en l'année 312 , il suit que l'an 312 avoit 15 d'Indiction , & divisant 312 par 15 , il reste 12. Ce reste fait connoître que la douzième année de Jesus-Christ avoit 15 d'Indiction. Par conséquent ce Cycle commenceroit 3 ans avant la Naissance de Jesus-Christ , ou l'Ere commune.

C'est pourquoi pour trouver le nombre de l'Indiction Romaine ou Pontificale , qui répond à une année proposée , ajoutez 3 à l'année proposée. Divisez la somme par 15 ; ce qui restera après la division , sans avoir égard au quotient , sera le nombre de l'Indiction cherchée.

Qu'il soit proposé , par exemple , de trouver le nombre de l'Indiction Romaine ; qui répond à l'année 1693 , ajoutez 3 à 1693 , & divisez la somme 1696 par 15. Le reste 1 est le nombre de l'Indiction de l'année 1693. De même pour trouver l'Indiction de l'année 1700 , on ajoutera 3 à 1700. On divisera la somme 1703 par 15. Le reste de la division donnera 8 pour le nombre de l'Indiction que l'on cherche. Ainsi des autres.

PROBLEME XXV.

Trouver la nombre de la Période Julienne pour une année proposée.

QUOIQUE l'Indiction Romaine n'ait aucune connexion avec les mouvemens célestes , néanmoins on ne laisse pas de comparer cette révolution de 15 années avec la Période du Cycle Lunaire de 28 années , & la période du Nombre d'or de 19 années. En multipliant ensemble ces

Q ij

trois Cycles 15, 28, 19, pour avoir en leur produit solide cette fameuse Période de 7980 ans. On l'appelle *Période Julienne*, parce que c'est *Jules Scaliger* qui en a parlé le premier. Les Chronologistes modernes l'ont introduite, pour y rapporter toute la différence des tems qui sont marquez par quelque événement dans les Histoires. Car ce nombre 7980 contient toutes les combinaisons des trois Cycles précédens; de sorte que les mêmes nombres de chaque Cycle, qui pris ensemble se rencontrent dans une même année, ne peuvent plus se rencontrer ensemble dans une autre année pendant l'espace de 7980 ans. Je m'explique par un exemple tiré de l'année 1693, où l'on eut 1 d'Indiction, 22 de Cycle Solaire, & 3 de Cycle Lunaire, & je dis que dans aucune autre année de la Période Julienne, l'on n'a point eu, & l'on n'aura pas 1 d'Indiction, 22 de Cycle Solaire & 3 de Cycle Lunaire.

Il sera facile de trouver le nombre de cette Période de 7980 ans pour une année proposée depuis Jesus-Christ, si l'on sçait une fois son commencement, c'est-à-dire, le tems qu'elle doit avoir commencé avant la première année de Jesus-Christ, & même avant la création du Monde. Car comme cette Période est grande, sa première année, ou le nombre de chacun des 3 Cycles dont elle est composée, auroit été 1, devance de plusieurs années, non seulement l'Epoque des Chrétiens, mais encore le terme que l'Ecriture Sainte attribue à la création du Monde. Voici donc la manière de trouver le commencement de cette grande Période.

Première Méthode.

1^o. Parce qu'en la première année de Jesus-Christ

PROBLEMES DE COSMOGRAPHIE. 445
 on eut 4 d'Indiction, 10 de Cycle Solaire, & 2
 de Cycle Lunaire, ou de Nombre d'or, multipliez

6916	4845	4200
<i>Indiction</i> 4	<i>Cycle Sol.</i> 10	<i>Cycle Lun.</i> 2
<hr/>	<hr/>	<hr/>
27664	48450	8400
		48450
4714		27664
1692		<hr/>
<hr/>		84514(10
6406		7980
		<hr/>
		4714

le nombre 4 de l'Indiction par 6916, le nombre 10 du Cycle Solaire par 4845, & le nombre 2 du Cycle Lunaire par 4200. Ajoutez ensemble les trois produits 27664, 48450, 8400. Divisez leur somme 84514 par 7980, qui est la Période Julienue; & négligeant le quotient 10, le reste 4714 de la division, fait connoître que le commencement de la Période Julienue est de 4714 années avant la Naissance de Jesus-Christ.

2°. Sçachant donc que le commencement de la Période Julienue est de 4714 ans avant la Naissance de notre Sauveur, si l'on veut sçavoir le nombre de cette Période pour une année proposée depuis Jesus-Christ, par exemple, pour l'année 1693, ajoutez au nombre 4714 des années du commencement de la Période Julienue le nombre 1693 des années qui se sont écoulées depuis la Naissance de Notre-Seigneur jusqu'à l'année 1693, & la som-

Q iii

246 RECREAT MATHÉMAT. ET PHYS.
 me 6406 sera l'année Julienne qu'on cherche.

Seconde Méthode.

Où bien vous servant de la méthode indiquée dans le premier article précédent, multipliez le nombre 1 de l'Indiction pour l'année 1693 par 6916, le nombre 22 du Cycle Solaire par 4845, & le nombre 3 du Cycle Lunaire par

6916 <i>Indiction 1</i>	4845 <i>Cycle Sol. 22</i>	4200 <i>Cycle Lun. 3</i>
<hr/>	<hr/>	<hr/>
6916	9690	12600
	9690	106590
	<hr/>	6916
	100590	<hr/>
		12610615
		7980
		<hr/>
		46306
		7980
		<hr/>
		6406

4200. Ajoutez ensemble les trois produits 6916, 106590, 12600. Divisez leur somme 126106 par 7980, & sans vous mettre en peine du quotient 15, le reste de la division donnera 6406, comme auparavant, pour l'année Julienne qu'on cherche. Voyez le Problème suivant.

D'où l'on voit que la règle générale est de multiplier le nombre de l'Indiction de l'année proposée par 6916, le nombre du Cycle Solaire par 4845, & le nombre du Cycle Lunaire par 4200, d'ajou-

PROBLEMES DE COSMOGRAPHIE. 247
ter ensemble les 3 produits, &c de diviser la somme par la Période Julienne. La division faite, on néglige le quotient, &c le reste donne l'année qu'on cherche.

R E M A R Q U E S.

I.

Comme la Période Julienne n'a été inventée que pour arriver à l'origine des tems, & qu'elle n'a que deux Cycles naturels & astronomiques, sçavoir, le Cycle Solaire, & le Cycle Lunaire (le Cycle de l'Indiction étant arbitraire & politique) il semble qu'au lieu de ce troisième Cycle on devroit plutôt prendre le nombre 30 du Cycle naturel des Epactes. La Période qui se formeroit par la multiplication continuelle de ces trois Cycles 28, 19, 30, sçavoir, 15960 seroit plus propre pour la Chronologie, non seulement parce qu'elle est composée de trois Cycles naturels, qu'il est bon de ne point séparer, mais encore parce qu'elle est plus étendue que la Période Julienne, qui n'en est que la moitié.

Cette Période de 15960 années, a été appelée par son Auteur Jean Louis d'Amiens Capucin, *Période de Louis le Grand*, parce qu'il l'a imaginée sous le Regne de Louis le Grand. Nous ne parlerons pas davantage de cette Période; car quoiqu'elle soit excellente, les Chronologistes ont pourtant donné la préférence à la Période Julienne, parce qu'elle a paru la première.

II.

La seconde méthode supposant que l'on connoisse le Cycle Solaire, le Cycle Lunaire, & l'Indiction de l'année proposée, il ne sera peut-être

Q iii

pas inutile de rechercher quelle est l'année de la Période Julienne, dont les Cycles sont connus: de trouver, par exemple, l'année de la Période Julienne, dont le Cycle Solaire est 22, le Cycle Lunaire est 4, & l'Indiction est 11.

Cette question étant assez difficile à résoudre, on s'est déterminé à en donner la solution par Algèbre; ce n'est qu'une application de ce qui a été dit dans les Problèmes d'Arithmétique, Tome I, page 194 & suivantes. Cette question dépouillée de ce qu'elle a de Chronologique, se réduit à trouver un nombre tel qu'étant divisé par 28, il reste 22; étant divisé par 19, il reste 3; & étant divisé par 15, il reste 1. On suivra la méthode de M. de Lagny dans ses nouveaux Elémens d'Arithmétique & d'Algèbre, page 430. Consultez encore ce qu'il en a inséré dans les Mémoires de l'Académie Royale des Sciences, de l'année 1720.

Soit nommé x l'année cherchée; x doit être un nombre tel qu'étant divisé par 28, il reste 22; étant divisé par 19, il reste 3; & étant divisé par 15, il reste 1. Voici les expressions où se réduiront ces trois rapports.

1°. $\frac{x-22}{28} = p$. 2°. $\frac{x-3}{19} = m$. 3°. $\frac{x-1}{15} = n$. Des deux premières égalitez je tire cette quatrième

$$x = 28p + 22 = 19m + 3. \text{ Donc } p = \frac{19m-19}{28}.$$

Cette équation trouvée, je fais ce raisonnement, suivant M. de Lagny: puisque $19m-19$ doit être exactement divisible par 28, toutes les différences de $19m-19$ à 28 ou à $28m$, seront aussi divisibles par 28. J'ôte donc $19m-19$ de $28m$, autant de fois que je le puis, & j'ai pour premier reste $9m+19$, qui doit être divisible par 28. C'est pourquoi j'ôte $27m+57$ triple de ce premier reste, de $28m$, &

il reste m 57 divisible par 28 ; mais en suivant toujours le même raisonnement , il faut ôter 28 de 57 , autant de fois qu'on le peut , & l'ayant fait , il restera $\frac{m-1}{28}$, où m se trouve seul sans coefficient ; & c'est à quoi on doit faire attention dans cette méthode.

Pour trouver la valeur de m , je puis faire $\frac{m-1}{28}=0=1=2=3$, &c. & essayer laquelle de toutes ces valeurs conviendra dans la troisième expression $\frac{m-1}{15}=n$. Mais pour abréger je fais $\frac{m-1}{28}=f$, ce qui me donne $m=28f+1$. Je substitue cette valeur d' m dans la quatrième égalité $x=19m+3$; & j'ai une cinquième expression $x=532f+21$. Je substitue cette dernière valeur d' x dans la troisième expression $\frac{x-2}{15}=n$, & l'on a $\frac{532f+21-2}{15}=n$; le numérateur $532f+21$ doit être exactement divisible par 15 , pour avoir un nombre entier n . Ainsi en suivant toujours le même raisonnement , il faut ôter 15 de $532f+21$, autant de fois que l'on pourra. Le premier reste sera $7f+6$, divisible par 15. J'ôte donc encore $14f+12$ de $15f$, & j'ai pour second reste $f-12$ divisible par 15 ; f étant ici seule , je fais d'abord $\frac{f-12}{15}=0$, d'où il vient $f=12$. Je substitue cette valeur d' f dans la cinquième expression $x=532f+21$, & l'on a 6406 , qui est l'année de la Période Julienne cherchée.

III.

Si au lieu de faire $\frac{f-12}{15}=0$, on avoit fait $\frac{f-12}{15}=1$, on auroit eu $f=27$, qui auroit encore sa-

tisfait à la question. Mais alors le nombre trouvé seroit dans une autre Période Julienne. Il en seroit de même de toutes les valeurs qu'on peut trouver d' f , en supposant $\frac{f-1}{15} = 0 = 1 = 2 = 3 = 4$, &c.

IV.

Lorsque l'année proposée est une des 28 premières de la Période Julienne, il ne sera pas besoin de se jeter dans aucun calcul. Voici quelques remarques qui la feront reconnoître. 1°. Si le nombre donné des trois Cycles est le même pour chacun, l'année demandée est dans les 19 premières années. 2°. Si le nombre du Cycle Solaire est le même que celui du Cycle Lunaire, celui de l'Indiction étant différent, l'année demandée se trouve entre la quinzième & la vingtième. 3°. Si le Cycle Lunaire & l'Indiction sont différens, & que le Cycle Solaire soit entre 19 & 29, l'année demandée est au-dessus de la dix-neuvième, & au-dessous de la vingt-neuvième. Dans ces trois cas, on prendra toujours le nombre donné du Cycle Solaire pour l'année cherchée.

V.

L'année 6406 de la Période Julienne ayant été trouvée, si on en ôte 4713, qui sont les années de la Période Julienne avant l'Ere commune, on aura 1693 pour l'année de l'Ere commune qu'on cherchoit.



PROBLÈME XXVI.

Trouver le nombre de la Période Dionisienne pour une année proposée.

SI l'on multiplie seulement la Période 28 du Cycle Solaire par la Période 19 du Cycle Lunaire, il se formera une Période de 532 ans, qu'on appelle *Période Dionisienne*, du nom de son inventeur. Elle sert à connoître toutes les différences & tous les changemens, qui se peuvent rencontrer entre les Nouvelles-Lunes & les lettres Dominicales dans le cours de 532 ans, après lesquels les combinaisons des uns & des autres retournent dans le même ordre, & continuent dans la même suite.

Pour trouver le nombre de cette Période de 532 ans, pour une année proposée depuis Jesus-Christ, par exemple, pour l'année 1693, qui eut 22 de Cy-

Cycle Sol. 22	Cycle Lun. 3	2682
57	476	532 (5
<hr/>	<hr/>	<hr/>
1254	1428	22
110	1254	
<hr/>	<hr/>	
1254	2682	

cle Solaire, & 3 de Cycle Lunaire, multipliez le nombre 22 du Cycle Solaire par 57, & le nombre 3 du Cycle Lunaire par 476. Ajoutez ensemble les deux produits 1254, 1428. Divisez leur somme 2682 par 532, c'est-à-dire, par la Période Dionisienne, & sans vous mettre en peine du quotient 5, arrê-

tez-vous au reste de la division , qui donnera 22 pour le nombre de la Période Dionisienne en l'année 1693.

REMARQUES.

I.

Le nombre 57, par lequel on a multiplié le nombre 22 du Cycle Solaire, est tel qu'étant divisé par la Période 28 du Cycle Solaire, il reste 1, & qu'étant divisé par la Période 19 du Cycle Lunaire, il ne reste rien. Réciproquement le nombre 476, par lequel on a multiplié le nombre 3 du Cycle Lunaire, est tel qu'étant divisé par la Période 19 du Cycle Lunaire, il reste 1, & qu'étant divisé par la Période 28 du Cycle Solaire, il ne reste rien. Ainsi le premier nombre 57 fait connoître l'année Dionisienne, à laquelle on a 0, ou 19 de Nombre d'or, & 1 de Cycle Solaire : & le second nombre 476 fait connoître l'année Dionisienne, à laquelle on a 0 ou 28 de Cycle Solaire, & 1 de Nombre d'or.

II.

Pour trouver le premier nombre 57, qui doit être multiple de 19, afin qu'étant divisé par 19, il ne reste rien, si l'on met, par exemple, le double de 19, sçavoir, 38 pour le nombre qu'on cherche, ce nombre 38 étant divisé par 28, il reste 10, au lieu de rester 1, comme porte la Question. Et comme ce reste 10 est moindre que le diviseur 28 de 18, il est évident que si l'on ajoute 18 à 38, on aura 56, qui étant divisé par 28, ne laissera aucun reste. C'est pourquoi, si au lieu d'ajouter 18 à 38, on ajoute 19, on aura 57, qui sera le

PROBLEMES DE COSMOGRAPHIE. 253

nombre qu'on cherche , parce qu'il se rencontre multiple de 19 , sçavoir , le triple.

Si de la Période Dionisienne 532 , on ôte ce premier nombre trouvé 57 , & qu'au reste 475 , on ajoute 1 , on aura le second nombre 476 , que l'on peut aussi trouver immédiatement par un raisonnement semblable au précédent , excepté qu'il y a plus de tentatives à faire , comme vous allez voir.

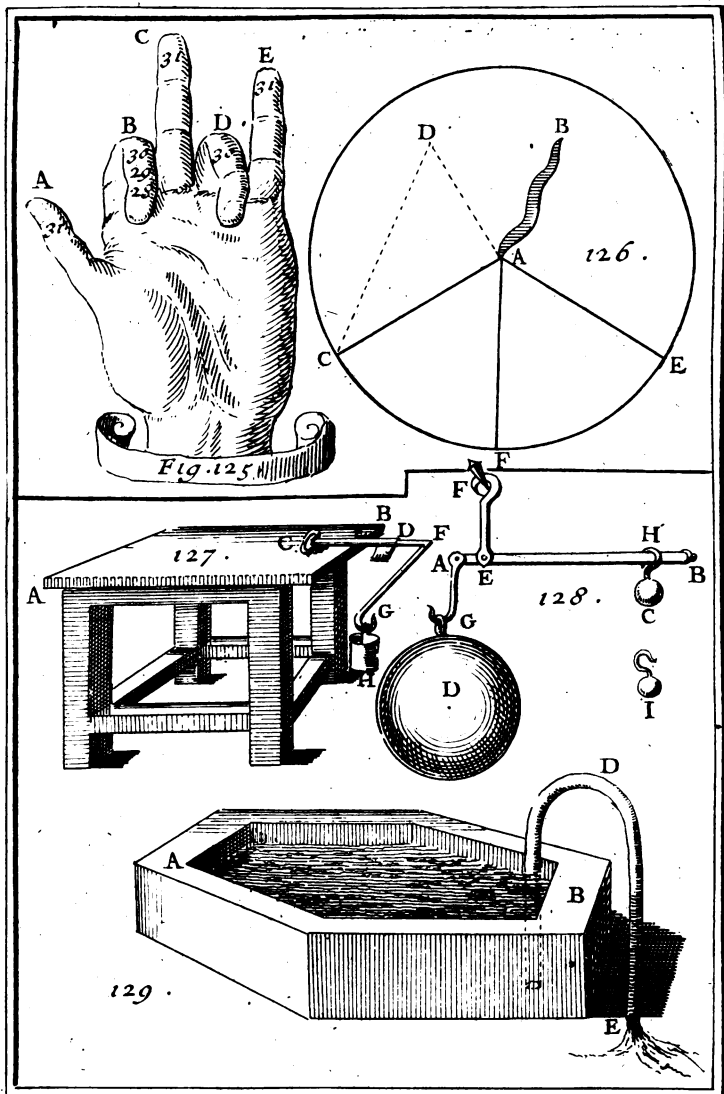
III.

Pour trouver le second nombre 476 , qui doit être multiple de 28 , afin qu'étant divisé par 28 , il ne reste rien , si l'on met , par exemple , le double de 28 , sçavoir , 56 pour le nombre qu'on cherche , ce nombre 56 étant divisé par 19 , il reste 18 , au lieu qu'il devroit rester 1 , comme porte la Question. Et comme ce reste 18 est moindre que le diviseur 19 de 1 , il est évident que si l'on ajoute 1 à 56 , on aura 57 , qui étant divisé par 19 , ne laissera aucun reste. C'est pourquoi si au lieu d'ajouter 1 à 56 , on ajoute 2 , on aura 58 , lequel étant divisé par 19 , il restera 1. Mais comme ce nombre 58 ne se rencontre pas multiple de 28 , il n'est pas le nombre qu'on cherche. Ainsi l'on en cherchera un autre de la même façon , en multipliant 28 par 3 , par 4 , par 5 , & ainsi de suite jusqu'à ce qu'on rencontre un multiple de 28 , qui étant divisé par 19 , donne pour reste 1. Ce qui arrivera ici en multipliant 28 par 17. Le produit 476 sera le nombre qu'on cherche. Ce nombre étant ôté de la Période Dionisienne 532 , & le reste 56 étant augmenté de l'unité , on aura 57 pour le premier nombre.

I V.

Pareillement le nombre 6916, par lequel on a multiplié dans le Problème précédent le nombre de l'Indiction, est tel qu'étant divisé par la Période 15 de l'Indiction, il reste 1, & qu'étant divisé par la Période 28 du Cycle Solaire, & par la Période 19 du Cycle Lunaire, ou, ce qui est la même chose, par le produit 532 de ces deux Périodes, il ne reste rien. Le nombre 4845, par lequel on a multiplié dans le Problème précédent le nombre du Cycle Solaire, est tel qu'étant divisé par la Période 28 du Cycle Solaire, il reste 1, & qu'étant divisé par la Période 19 du Cycle Lunaire, & par la Période 15 de l'Indiction, ou, ce qui est la même chose, par le produit 285 de ces deux Périodes, il ne reste rien. Enfin le nombre 4200, par lequel on a multiplié dans le Problème précédent le nombre du Cycle Lunaire, est tel qu'étant divisé par la Période 19 du Cycle Lunaire, il reste 1, & qu'étant divisé par la Période 15 de l'Indiction, & par la Période 28 du Cycle Solaire, ou, ce qui est la même chose, par 420 produit de ces deux Périodes, il ne reste rien.

Le premier nombre 6916 fait connoître l'année Julienne, qui a 1 d'Indiction, & 0 de Nombre d'or, & de Cycle Solaire, ou 0 de Période Dionysienne. Le second nombre 4845 fait connoître l'année Julienne, qui a 1 de Cycle Solaire, & 0 de Nombre d'or, & d'Indiction. Le troisième nombre 4200 fait connoître l'année Julienne, qui a 1 de Nombre d'or, & 0 de Cycle Solaire, & d'Indiction. Ces trois nombres ont été trouvez comme les deux précédens.



PROBLÈME XXVII.

Connoître les Mois de l'année qui ont 31 jours , & ceux qui n'en ont que 30.

E Levez le pouce A , le doigt du milieu C , & l'auriculaire E , ou petit doigt de la main gauche. Abaissez les deux autres , sçavoir , l'index B , qui suit le pouce , & l'annulaire D , qui est entre le doigt du milieu , & l'auriculaire. Après cela commencez à compter Mars sur le pouce A , Avril sur l'Index B , May sur le doigt du milieu C , Juin sur l'annulaire D , Juillet sur l'auriculaire E. Continuez à compter Aoust sur le pouce , Septembre sur l'Index , Octobre sur le doigt du milieu , Novembre sur l'annulaire , Decembre sur l'auriculaire. Enfin en recommençant continuez à compter Janvier sur le pouce , & Février sur l'index. Alors tous les mois qui tomberont sur les doigts élevez A , C , E , auront 31 jours , & ceux qui tomberont sur les doigts abaissez B , D , n'en auront que 30 , excepté le mois de Février , qui a 28 jours dans les années communes , & 29 dans les Bissextiles.

PROBLÈME XXVIII.

Trouver le jour de chaque mois , auquel le Soleil entre dans un Signe du Zodiaque.

LE Soleil entre dans chaque Signe du Zodiaque vers le 20 de chaque mois de l'année , sçavoir , au premier degré de ♈ vers le 20 Mars , au premier degré de ♉ vers le 20 Avril , & ainsi de

suite. Pour sçavoir ce jour un peu plus exactement, servez-vous de ces deux vers artificiels,

*Inclita Laus Justis Impenditur, Haresis Horret,
Grandia Gesta Gerens Felici Gaudet Honore.*

dont voici l'usage.

Distribuez les douze mots de ces deux Vers aux douze mois de l'année, en commençant par Mars, que vous attribuerez à *Inclita*, & en finissant par Février, qui répondra à *Honore*. Considérez quel est le nombre de la première lettre de chaque mot dans l'Alphabet; car si de 30 vous ôtez ce nombre, le reste donnera le jour du mois qu'on cherche.

Par exemple, *Inclita* répond au mois de Mars, & au Signe du Belier: Sa première lettre I est la 9^e. lettre de l'Alphabet; si l'on ôte 9 de 30, le reste 21 fait connoître que le 21 de Mars le Soleil entre dans Aries. Pareillement *Gaudet* répond au mois de Janvier & au Signe du Verseau: Sa première lettre G est la 7^e. dans l'ordre Alphabétique; en ôtant 7 de 30, le reste 23 fait connoître que le 23 Janvier le Soleil entre au Verseau. Il en est ainsi des autres.

PROBLÈME XXIX.

Trouver le degré du Signe, où le Soleil se rencontre en un jour proposé de l'année.

I.

Pour sçavoir le lieu du Soleil dans le Zodiaque, c'est-à-dire, en quel degré d'un Signe le Soleil est à chaque jour de quelque mois que ce soit,

soit , par exemple , aujourd'hui 18 May , auquel répond dans les deux Vers du Problème précédent , ce mot *Justis* , dont la premiere lettre J est la 9.^e de l'Alphabet , ajoutez ce nombre 9 au nombre 18 du jour proposé. La somme 27 fera connoître que le 18 de May le Soleil est dans le 27.^e degré du Taureau , qui répond au mot précédent *Lans* , le premier *Inclita* répondant au Belier , comme nous avons dit au Problème précédent.

I I.

Cela se pratique ainsi , lorsque la somme est moindre que 30 , comme ici ; car quand elle sera plus grande que 30 , on prendra le Signe qui répond au mot Latin du mois proposé , & l'on ôtera 30 de cette somme pour avoir au reste le degré de ce Signe.

Comme pour sçavoir le degré du Signe courant du Soleil , le 25 du mois d'Aoust , auquel répond dans le premier des deux Vers précédens , le mot Latin *Horret* , qui appartient au Signe de la Vierge , & dont la premiere lettre H est la 8.^e de l'Alphabet ; ajoutez 8 à 25 , & ôtez 30 de la somme 33. Le reste 3 fait connoître que le Soleil est au 3.^e degré de la Vierge le 25 du mois d'Aoust.

R E M A R Q U E S.

Dans ce Problème , & dans le précédent , nous avons supposé que l'on sçait l'ordre des douze Signes du Zodiaque , & les mois qui leur répondent ; ce que peu de personnes ignorent : neanmoins nous avons ici ajouté ces deux Vers Latins en faveur de ceux qui ne le sçavent pas.

Tome II.

R

*Sunt Aries , Taurus , Gémini , Cancer , Leo ,
Virgo ,
Libraque , Scorpis , Arcitenens , Capr , Am-
phora , Pisces.*

Le premier Signe *Aries* , répond au mois de Mars , le second *Taurus* , au mois d'Avril , & ainsi de suite , jusqu'au dernier *Pisces* , qui répond au mois de Février.

Voici les caractères ou figures dont les Astronomes & les Astrologues se servent pour exprimer les douze Signes.

- ♈ marque le Belier.
- ♉ marque le Taureau.
- ♊ marque les Gemeaux.
- ♋ marque l'Ecrevisse , ou le Cancer.
- ♌ marque le Lion.
- ♍ marque la Vierge.
- ♎ marque la Balance.
- ♏ marque le Scorpion.
- ♐ marque le Sagittaire.
- ♑ marque le Capricorne.
- ♒ marque le Verseur d'eau.
- ♓ marque les Poissons.

PROBLEME XXX.

*Trouver le lieu de la Lune dans le Zodiaque en un
jour proposé de l'année.*

ON trouvera premierement le lieu du Soleil dans le Zodiaque , comme il a été enseigné au Problème précédent , & ensuite la distance de la Lune au Soleil , ou l'arc de l'Ecliptique , com-

pris entre le Soleil & la Lune , comme nous allons enseigner.

Ayant trouvé par le Problème XV l'âge de la Lune , & l'ayant multiplié par 12 , divisez le produit par 30. Le quotient donnera le nombre des Signes , & le reste de la division donnera le nombre des degrez de la distance de la Lune au Soleil. C'est pourquoi si , selon l'ordre des Signes , on compte cette distance dans le Zodiaque , en commençant depuis le lieu du Soleil , on aura le lieu de la Lune qu'on cherche.

Comme si l'on veut sçavoir le lieu où étoit la Lune le 8 May 1693 , le Soleil étant au 27°. degre du Taureau , & l'âge de la Lune étant 14 , multipliez 14 par 12 , & divisez le produit 168 par 30. Le quotient 5 , & le reste 18 de la division , font connoître que la Lune est éloignée du Soleil de 5 Signes & de 18 degrez. Si donc on compte 5 Signes & 18 degrez dans le Zodiaque depuis le 27°. degre du Taureau , qui est le lieu du Soleil , on tombera sur le 15°. degre du Scorpion , qui est le lieu de la Lune.

PROBLEME XXXI.

Trouver à quel mois de l'année appartient une Lunaïson.

DAns l'usage du Calendrier Romain , chaque Lunaïson est estimée appartenir au mois où elle se termine , suivant cette ancienne maxime des Computistes ,

In quo completur mensi Lunatio detur.

C'est pourquoi pour sçavoir si une Lunaïson appar-

R ij

tient à un mois proposé de quelque année que ce soit , par exemple , au mois de May 1693 ayant trouvé par le Problème XV que l'âge de la Lune au dernier jour de May est 27. Cet âge 27 fait connoître que la Lune finit au mois suivant , c'est-à-dire , au mois de Juin , & que par conséquent elle appartient à ce mois. Il fait aussi connoître que la Lunaïson précédente a fini au mois de May , & que par conséquent elle appartient à ce mois. Il en est ainsi des autres.

PROBLEME XXXII.

*Connoître les années Lunaires qui sont communes ;
& celles qui sont Embolismiques.*

CE Problème est aisé à résoudre par le moyen du précédent , par lequel on connoît facilement qu'un même mois Solaire peut avoir deux Lunaïsons. Car il se peut faire que deux Lunes finissent en un même mois , qui aura 30 , ou 31 jours , comme Novembre , qui a 30 jours , où une Lune peut finir le premier de ce mois , & la suivante le dernier , ou le 30 du même mois. Alors cette année aura treize Lunes , & sera par conséquent Embolismique. En voici un exemple.

En l'année 1712 la première Lune de Janvier étant finie au huitième de ce mois , la deuxième de Février au sixième , la troisième de Mars au huitième , la quatrième d'Avril au sixième , la cinquième de May aussi au sixième , la sixième de Juin au quatrième , la septième de Juillet aussi au quatrième , la huitième d'Aoust au deuxième , la neuvième de Septembre au premier , la dixième d'Octobre aussi au premier , l'onzième aussi d'Octobre

PROBLEMES DE COSMOGRAPHIE. 261

au trentième du même mois , la douzième de Novembre au vingt-neuvième , & la treizième de Decembre au vingt-huitième ; on connoît que cette année ayant treize Lunes fut Embolismique.

On connoît que toutes les années civiles Lunaires du Calendrier nouveau , qui ont leur commencement au premier de Janvier , sont Embolismiques , quand elles ont pour Epacte * , 29 , 28 , 27 , 26 , 25 , 24 , 23 , 22 , 21 , 19 , & aussi 18 , quand le Nombre d'or est 19.

Ainsi l'on connoît qu'en l'année 1693 , dont l'Epacte étoit 23 , l'année Lunaire civile fut Embolismique , c'est-à-dire , qu'elle eut treize Lunes ; ce qui arriva à cause que le mois d'Aouût eut deux Lunaïsons , une Lune étant finie le premier de ce mois , & la suivante étant finie le trentième du même mois.

PROBLEME XXXIII.

Trouver combien de tems la Lune doit éclairer pendant une nuit proposée.

Ayant trouvé par le Problème XV l'âge de la Lune , & l'ayant augmenté d'une unité , multipliez la somme par 4 , si cette somme ne passe pas 15 ; car si elle passe 15 , il la faut ôter de 30 , & multiplier le reste par 4. Après quoi divisez le produit par 5. Le quotient donnera autant de douzièmes parties de la nuit , pendant lesquelles la Lune luit. Ces douzièmes parties sont appelées *Heures inégales*. Il faut les compter après le coucher du Soleil , lorsque la Lune croît , & avant le lever du Soleil , lorsque la Lune décroît.

Si l'on veut sçavoir le tems que la Lune éclaira

R iij

pendant la nuit du 21 May 1693, où l'âge de la Lune étoit 17; ajoutez 1 à 17, & ôtez la somme 18 de 30, il restera 12, lequel étant multiplié par 4, & le produit 48 étant divisé par 5, le quotient donnera 9 heures inégales & $\frac{3}{5}$, pour le tems pendant lequel la Lune éclaira la nuit ayant le lever du Soleil.

Si je veux sçavoir combien de tems la Lune éclairera pendant la nuit du 14 au 15 de Février de l'année 1730. Je trouve d'abord que l'âge de la Lune du 14 Février est 26, auquel ayant ajouté 1, la somme sera 27. Je retranche cette somme 27 de 30; il reste 3, que je multiplie par 4. Je divise le produit 12 par 5, le quotient est $2\frac{2}{5}$, qui sont des heures inégales, c'est-à-dire; huit douzièmes parties de l'arc nocturne, qu'on réduira en heures égales & astronomiques, par la remarque suivante.

R E M A R Q U E.

Il est aisé de réduire les Heures inégales en Heures égales, ou astronomiques, qui sont la 24^e. partie d'un jour naturel, comprenant le jour & la nuit, lorsque l'on sçait la longueur de la nuit au jour proposé. Comme dans ce premier exemple, sçachant qu'à Paris la nuit du 21 May est de 8 heures & 34 minutes, en divisant ces 8 heures & 34 minutes par 12, on aura 42 minutes & 30 secondes pour la valeur d'une Heure inégale, laquelle étant multipliée par $9\frac{2}{5}$, qui est le nombre des Heures inégales, pendant lesquelles la Lune éclaire depuis son lever jusqu'au lever du Soleil, on aura 6 Heures égales, & environ 51 minutes

pour le tems compris entre le lever de la Lune & le lever du Soleil.

COROLLAIRE.

Par-là on peut trouver l'heure du lever de la Lune, lorsqu'on sçait l'heure du lever du Soleil ; car si à l'heure du lever du Soleil, qui est 4 heures & 17 minutes, on ajoute 12 heures, & que de la somme 16 heures & 17 minutes, on ôte 6 heures & 51 minutes, qui est le tems compris entre le lever de la Lune & le lever du Soleil, on aura au reste 9 heures & 26 minutes pour l'heure du lever de la Lune.

PROBLÈME XXXIV.

Trouver la hauteur du Soleil, & tracer la Ligne Méridienne.

Lorsque dans le Problème III nous avons enseigné la manière de trouver la latitude d'un lieu proposé de la Terre, nous avons supposé que l'on sçavoit connoître la hauteur du Soleil, & la Ligne Méridienne, puisque nous nous sommes servi de la Hauteur Méridienne. Ainsi on trouvera bon que nous ajoutions ici en peu de mots le moyen de connoître la hauteur du Soleil en tout tems, & la manière de tracer la Ligne Méridienne.

I.

Premierement, pour trouver la hauteur du Soleil à quelque heure du jour, élevez à angles droits ^{Plan}che 49. sur un plan horisontal, le stile AB d'une longueur Fig. 2262 prise à volonté. Marquez un point, comme C, à l'extrémité de l'ombre du stile AB, dans le tems

R. iiii

Plan-
che 45.

Fig. 126

que vous voudrez connoître l'élevation du Soleil sur l'horison. Après cela tirez par le pied du stile A, & par le point d'ombre C, la ligne AC, qui représentera le vertical du Soleil. Tirez à AC par le même pied du stile A, la perpendiculaire AD égale au stile AB. Enfin menez par le point D, & par le point d'ombre C, la droite CD, qui représentera le rayon du Soleil, tiré de son centre par l'extrémité B du stile AB, & qui fera au point C, avec le vertical du Soleil AC, l'angle ACD. Cet angle ACD étant mesuré avec un Transporteur, ou autrement, donnera les degrez de la hauteur du Soleil qu'on cherche.

II.

Secondement, pour trouver la Ligne Méridienne, marquez sur quelque plan horizontal, environ deux ou trois heures avant midi, le point d'ombre C, comme il vient d'être dit. Décrivez du pied du stile A, qui représente le zénith, par ce point d'ombre C, la circonférence de cercle CFE, qui représentera l'Almicantarath du Soleil. Après cela marquez après midi un second point d'ombre, comme E, lorsque l'extrémité de l'ombre du stile AB sera retournée sur la circonférence CFE. Ayant divisé l'arc CE en deux également au point F, tirez par ce point de milieu F, & par le pied du stile A, la droite AF, qui sera la Ligne Méridienne qu'on cherche. Voyez ce qu'on a dit au Problème I de la Gnomonique, Tom. II. p. 1. & au Problème VII de la Cosmographie, Tom. II. p. 159. touchant la Ligne Méridienne de la France, qui passe par l'Observatoire de Paris.

PROBLEME XXXV.

Connoître facilement les Calendes, les Nones & les Ides de chaque mois de l'année.

I.

Les Calendes, les Nones & les Ides, qui étoient autrefois en usage parmi les Romains, se peuvent connoître facilement par le moyen de ces trois Vers Latins,

*Principium mensis cujusque vocato Kalendas,
Sex Mains Nonas, October, Julius, & Mars,
Quatuor at reliqui: dabit Idus quilibet Octo.*

dont le premier montre que les *Calendes* sont le premier jour de chaque mois, ce premier jour étant chez les Romains le premier jour de l'apparition de la Lune sur le soir, auquel ils avoient coutume d'appeller à la Ville le peuple de la campagne, pour apprendre ce qu'il avoit à faire pendant le reste du mois.

Le second Vers fait connoître que les *Nones* sont les septièmes jours des quatre mois Mars, May, Juillet & Octobre, & les cinquièmes jours des autres mois : & l'on connoît par le troisième Vers, que les *Ides* sont huit jours après les Nones, savoir, les quinziesmes jours de Mars, May, Juillet, & Octobre, & les treizièmes jours des autres mois.

II.

On peut encore prendre pour règle ces Vers François,

A Mars, Juillet, Octobre & May

Six Nones les gens ont donné ;

Aux autres mois quatre gardé ,

Huit Ides à tous accordées.

Ces quatre Vers ont le même sens & la même explication que les deux derniers vers Latins.

R E M A R Q U E.

Les Romains comptoient les autres jours à rebours , allant toujours en diminuant , & ils donnoient le nom de Nones d'un mois aux jours qui sont entre les Calendes & les Nones de ce mois , le nom des Ides d'un mois aux jours qui sont entre les Nones & les Ides de ce mois , & le nom des Calendes d'un mois aux jours qui restent depuis les Ides jusqu'à la fin du mois précédent.

Ainsi dans les quatre mois , par exemple , Mars, May, Juillet , & Octobre , où les Nones ont six jours , le deuxième jour du mois s'appelle VI^o. *Nonas* , c'est-à-dire , le sixième jour avant les Nones , la préposition *antè* étant sous-entendue. De même le troisième jour se nomme V^o. *Nonas* , pour dire le cinquième jour des Nones , ou avant les Nones , & ainsi des autres. Mais au lieu d'appeler le sixième jour du mois II^o. *Nonas* , on dit , *Pridie Nonas* , c'est-à-dire , la veille des Nones. On dit aussi *postridie Calendas* , le jour d'après les Calendes ; *postridie Nonas* , le jour d'après les Nones ; *postridie Idus* , le jour d'après les Ides.



PROBLEME XXXVI.

*Connoître quel quantième des Calendes, des Nones,
& des Ides répond à un certain quantième
d'un mois donné.*

IL faut faire attention à la remarque qu'on vient de faire, qui est que tous les jours qui sont entre les Calendes & les Nones, appartiennent aux Nones, les jours qui sont entre les Nones & les Ides, portent le nom des Ides, & que ceux qui sont entre les Ides & les Calendes du mois suivant, portent le nom des Calendes de ce même mois. Cela supposé,

1°. Si le quantième du mois appartient aux Calendes, ajoutez 2 au nombre des jours du mois, & de la somme retranchez le nombre donné. Le reste sera le quantième des Calendes.

Si vous voulez sçavoir, par exemple, à quel quantième des Calendes le 25^e. May répond : ce jour appartient aux Calendes, puisqu'il est entre les Ides de May & les Calendes de Juin. Le mois de May a 31 jours, auquel nombre ajoutez 2. De la somme 33 retranchez 25, il restera 8, qui marque que le 25 de May répond au 8^e. des Calendes de Juin ; c'est-à-dire, que le 25 May étoit appelé chez les Romains VIII^e. *Calendas Junii*.

2°. Si le quantième du mois appartenoit aux Ides ou aux Nones, ajoutez 1 au nombre des jours écoulés depuis le premier du mois jusqu'aux Ides, ou aux Nones inclusivement. De cette somme retranchez le nombre donné, qui est le quantième du mois. Le reste sera précisément le quantième des Nones & des Ides.

Je suppose, par exemple, que le quantième du mois soit le 9 May ; ce jour appartient aux Ides, parce qu'il se trouve entre le septième jour des Nones & le quinzième, jour des Ides. Si on ajoute 1 à 15, & que de la somme 16 on retranche 9, le reste 7 marque que le 9. de May répond au 7^e. des Ides de ce mois ; c'est-à-dire, que le 9^e. du mois de May étoit appelé chez les Latins VII^o. *Idus Maii*.

De même si le quantième du mois étoit le cinquième May, ce jour appartient aux Nones, parce qu'il est entre le 1 & le 7. Ajoutant donc 1 à 7, & de la somme 8 ôtant 5, qui est le quantième du mois, le reste 3 montre que le cinquième May répond au 3^e. des Nones, c'est-à-dire, que ce jour-là étoit appelé chez les Romains III^o. *Nonas Maii*.

PROBLEME XXXVII.

Le quantième des Calendes, des Ides, ou des Nones, étant donné, trouver quel quantième du mois doit y répondre.

ON satisfera à cette question par une méthode toute semblable à celle qu'on vient de donner dans le Problème précédent. Il y a néanmoins cette différence, qu'au lieu de soustraire le quantième du mois pour avoir le quantième des Calendes, &c. on soustrait le quantième des Calendes, pour avoir celui du mois.

Je cherche, par exemple, à quel quantième du mois doit répondre VI^o. *Calendas Junii*, le 6 des Calendes de Juin. Puisque les Calendes se comptent en rétrogradant depuis le 1 Juin vers les Ides de May, il est clair que le 6^e. des Calendes

PROBLEMES DE COSMOGRAPHIE: 269

de Juin répond à un des jours du mois de May. Et comme ce mois a 31 jours, j'ajoute 2 à 31. De la somme 33 je retranche 6, qui est le quantième des Calendes. Il reste 27, qui marque que le 6 des Calendes de Juin répond au 27 May.

On fera la même chose à l'égard des Nones & des Ides.

R E M A R Q U E.

Il sera facile de satisfaire aux deux questions précédentes, si on a un Calendrier où les jours des Calendes, des Nones & des Ides soient marquez vis-à-vis les quantième des mois, comme on le voit dans le Calendrier Ecclesiastique.

PROBLEME XXXVIII.

Trouver la situation d'un Port.

POur bien entendre ce que c'est que la situation d'un Port, il faut remarquer, 1°. Que la pleine Mer n'arrive pas sur toutes les côtes en même tems; mais chaque lieu a un tems particulier pour ses marées.

2°. Que le tems des marées n'est pas attaché aux heures du Soleil, mais à celles de la Lune. De sorte que les heures de la Lune retardant tous les jours de 48' ou $\frac{4}{5}$ d'heure, les marées retardent pareillement de $\frac{4}{5}$ d'heure.

3°. Les marées ne sont rien autre chose que le flux & le reflux de la mer, dont les eaux s'élèvent & s'abaissent deux fois chaque jour Lunaire. Elles montent pendant six heures, & descendent pendant le même espace de tems. Le mouvement des

eaux s'appelle en montant *Flux de Mer*, ou *Flot*, & en descendant, *Reflux de la Mer*, *Ebe*, ou *Jusan*. On dit qu'il est *pleine Mer*, lorsque la Mer étant montée à son plus haut point, est prête à se retirer, & *basse Mer*, après qu'elle est retirée.

4°. La situation d'un Port est proprement l'heure de la Lune à laquelle la pleine Mer arrive dans ce Port. Les Pilotes marquent les heures de la Lune par les aires de vent, dont chacun vaut $\frac{3}{4}$ d'heure.

Pour trouver la situation d'un Port, il suffit d'observer une fois à quelle heure de la Lune la pleine Mer arrive dans le Port.

Lors, par exemple, que la pleine Mer arrive dans un Port, je trouve que l'ombre de la Lune montre 3 heures sur un Cadran qui marque les heures par un axe, comme sont les horizontaux. D'où je conclus que la situation de ce Port est 3 heures, que les Pilotes marqueroient par NE & SO; c'est-à-dire, Nord-Est & Sud-Ouest, parce que chaque aire de vent vaut $\frac{1}{4}$ d'heure, & que NE & SO, sont éloignés de 4 points du Méridien, qui valent 4 fois $\frac{3}{4}$ d'heure, ou 3 heures.

PROBLÈME XXXIX.

Ayant la situation d'un Port & l'âge de la Lune, trouver l'heure de la pleine Mer.

L'Heure de la Nouvelle-Lune ne se peut connaître que par les rayons du Soleil, puisque lui étant conjointe, si elle envoyoit quelques rayons, ils se confondroient avec ceux du Soleil.

Mais lorsque la Lune est pleine, & qu'elle est sur notre horizon, elle se trouve dans le point de l'Ecliptique, où le Soleil se trouvoit 12 heures auparavant. Ainsi la Nouvelle & la Pleine-Lune ramènent les marées aux heures du Soleil; c'est-à-dire, que la pleine Mer arrivera le jour de la Nouvelle ou de la Pleine-Lune à l'heure qui aura été observée pour connoître la situation du Port.

Il ne s'agit donc que de connoître l'heure de la pleine Mer dans les autres jours de la Lune. Mais ces jours peuvent être considerez ou devant la Pleine-Lune, ou après.

Si l'âge de la Lune est au-dessous de 15, multipliez cet âge par $\frac{4}{5}$, & vous aurez les heures du retardement. Ayant gardé le quotient, multipliez ce qui restera par 12, pour avoir les minutes. Ajoutez le tout à la situation du Port, & vous aurez l'heure de la pleine Mer.

Si l'âge de la Lune est au-dessus de 15, ôtez 15 de cet âge, & operez sur le reste de la même manière qu'on vient d'enseigner.

La situation du Port étant 3 heures, & l'âge de Problème la Lune ayant été trouvé 18, ôtez 15 de 18 : XV, multipliez le reste 3 par $\frac{4}{5}$, il viendra au quotient 2 heures, & il restera 2, que vous multiplierez par 12. Le produit donnera 24 minutes. Ajoutant 2 heures 24 minutes à 3 heures, qui sont la situation du Port, vous trouverez 5 heures 24 minutes pour la pleine-Mer de ce jour-là.



PROBLEME XL.

Représenter le Globe Terrestre en plan.

LA Carte qui représente toute la surface du Globe Terrestre sur une surface plate , se nomme *Planisphere* , *Mappemonde* , & *Carte générale du Globe Terrestre*.

On représente ordinairement cette Carte en deux Hémisphères , parce que le Globe artificiel du Globe Terrestre , ne pouvant être vû d'un seul aspect , on est contraint de le représenter en plan en deux moitiés , dont chacune est appelée Hémisphère. Il y a trois manières de le décrire ainsi.

La première est de le représenter divisé par l'Équateur en Hémisphère Septentrional , & en Hémisphère Méridional.

La seconde est de le faire voir divisé par l'Horizon , en Hémisphère supérieur , & en Hémisphère inférieur , par rapport à chaque position.

La troisième est de le décrire divisé par le premier & le 180. Méridien , en Hémisphère Oriental & en Hémisphère Occidental.

On peut se servir de deux méthodes pour représenter ces sortes d'Hémisphères.

La première suppose le Globe vû par le dehors & en convexe , & tel qu'il paroît à le voir d'une distance infinie.

La seconde considère le Globe vû en creux par le concave , & suppose que l'œil de celui qui décrit la Carte , est à la convexité & surface du Globe , d'où il regarde tous les lieux terrestres par leur base.

I.

I.

Lorsqu'on représente le Globe vû en convexe ; divisé par l'Equateur , en Hémisphere Septentrional & Méridional ; on suppose dans la description du Septentrional , Arctique , ou Boreal , l'œil vis-à-vis du Zenith , ou du Pole Arctique , à distance infinie du plan de projection. Tous les Méridiens deviennent alors des lignes droites qui s'entrecourent au Pole Arctique ; & les Paralleles deviennent des cercles également distans entr'eux , mais beaucoup plus serrez vers l'Horison que vers le Pole Arctique. De même lorsque l'on décrit le Méridional , ou plutôt l'Antarctique & Austral , on suppose l'œil vis-à-vis du Pole Antarctique. Tous les Méridiens & les Paralleles sont comme dans l'Hémisphere Septentrional.

Au contraire , lorsqu'on le représente en creux , on suppose que l'œil de celui qui décrit l'Hémisphere Septentrional , est au Pole Méridional ou Austral , à la convexité & surface du Globe Terrestre , d'où il regarde tous les lieux terrestres par leur base à travers l'Equateur , qui sert de plan. Tous les Méridiens y sont représentés de même que dans la précédente , par des lignes droites , & les Paralleles par des cercles également distans entr'eux , mais dont les espaces sont plus petits vers le Pole Septentrional ou Boreal , que vers l'Equateur , parce qu'ils sont plus éloignés de celui qui regarde ou décrit la figure , & pour lors toutes les parties qui ont paru à droite dans la précédente Carte , paroîtront à gauche.

Pour y remédier , & rendre cet Hemisphere semblable à ce qui se voit par la forme convexe , il faut tourner la figure , ce qu'une contr'épreuve fait

Tome II.

S

aisément , offrant à la vûe les parties telles qu'elles se voyent dans le convexe , & pour lors celui qui regarde la Carte , se doit mettre vis-à-vis du Pôle opposé , & à une distance égale au demi-diamètre de la figure.

Cette manière de représenter le Globe Terrestre, n'a d'autre défaut que de couper les parties des Continens , & peut passer pour une des meilleures.

II.

Lorsque par la premiere méthode on représente le Globe en convexe , divisé par l'Horison en Hémisphere supérieur , & en Hémisphere inférieur , par rapport à quelque position , comme à Paris , on suppose d'abord l'œil vis-à-vis du Zenith de l'Hémisphere supérieur , & à distance infinie du plan de projection. Ensuite on le suppose vis-à-vis du Zenith de l'Hémisphere inférieur de l'Antipode de Paris , & pour lors tous les Méridiens & les Paralleles sont représentez par des Ellipses , excepté le Méridien qui passe par le Midi & le Minuit du lieu proposé. Toutes les parties de ces Hémispheres sont représentées plus serrées à proportion qu'elles s'approchent de l'Horison.

Mais lorsqu'on les représente en creux , on suppose que l'œil de celui qui décrit l'Hémisphere supérieur de Paris , est au Nadir , à la concavité du Globe , d'où il regarde tous les lieux terrestres par leur base , à travers le cercle de l'Horison , qui sert de plan. De même l'œil de celui qui décrit l'Hémisphere inférieur , est à la convexité du Globe au Nadir , qui est le Zenith de Paris , & le point opposé d'où il regarde de même tous les lieux terrestres à travers le cercle de l'Horison. Tous les Méridiens & les Paralleles y sont repré-

sentez par des portions de cercle , excepté le Méridien du lieu proposé ; mais dont les espaces augmentent en grandeur à proportion qu'ils s'approchent de l'Horison ; & pour lors toutes les parties qui ont paru à droite dans les précédentes Cartes , paroissent à gauche.

On peut rendre cet Hémisphere semblable à l'autre par une contr'épreuve , qui fera voir les parties du même côté.

III.

Lorsqu'on représente le Globe en convexe , divisé par le premier & le 180°. Méridien en Hémisphere Oriental & en Occidental ; pour l'Oriental on suppose l'œil à une distance infinie du plan de projection vis-à-vis la section du 90°. Méridien & de l'Equateur , pour l'Occidental on suppose l'œil vis-à-vis de la section du 270°. Méridien & de l'Equateur , d'où il regarde tous les lieux terrestres par leur base à travers le premier & le 180°. Méridien , qui servent de tableau & de plan. Alors les Méridiens deviennent des Ellipses , excepté le 90°. Méridien & le 270°. qui sont des lignes droites. Le premier Méridien & le 180°. sont représentés par des demi-cercles , & les Paralleles le sont par des lignes droites. Les parties des terres sont représentées plus étendues vers le milieu , & plus serrées vers les extrêmités , selon les règles de l'Optique.

Il arrive le contraire , lorsqu'on représente ces Hémispheres par la seconde méthode , c'est-à-dire , en creux. On suppose que l'œil de celui qui décrit l'Hémisphere Oriental , est à la convexité & surface du Globe vis-à-vis la section du 270°. Méridien & de l'Equateur , & qu'il est à celle du 90°.

Sij

Méridien & de l'Equateur , pour décrire l'Hémisphère Occidental , d'où il regarde tous les lieux de la Terre sur le plan du premier & du 180°. Méridien , qui servent de tableau , & voit l'Europe à sa droite , & l'Asie à sa gauche , mettant le Nord en haut ; ainsi les parties paroissent tout autrement que vûes par le dehors. Les Méridiens & les Paralleles sont marquez par des cercles & par des portions de cercles , excepté l'Equateur , le 90°. & le 270°. Méridien , qui sont des lignes droites. Les parties de la Terre sont plus serrées vers le milieu de la Carte , que vers les extrémités , étant les plus éloignées de l'œil.

Pour y remedier , & rendre ces Hémisphères semblables à ce qui se voit par la forme convexe , il faut tourner la Carte ; ce qu'une contr'épreuve fait aisément , offrant à la vûe les parties telles qu'elles se voyent dans le convexe ; & pour lors celui qui regarde la Carte , doit se mettre vis-à-vis l'intersection du 90°. Méridien & de l'Equateur pour l'Hémisphère Oriental , vis-à-vis l'intersection du 270°. Méridien & de l'Equateur pour l'Occidental , & à une distance égale au demi-diamètre de l'Equateur de la Carte.

AVERTISSEMENT.

Ce qu'on a dit dans ce Problème est extrait de l'Introduction à la Géographie par M. *Moultart-Sanson*. On y verra les différentes projections rapportées ci-dessus , & d'autres manières de décrire & de représenter le Globe Terrestre.



*Principes de Géographie touchant la manière
dont le Soleil éclaire la Terre, par le
R. P. de Chales.*

P R O B L E M E X L I.

Trouver la durée du plus grand jour dans une latitude moindre que 66 degrez 30 minutes.

LA Science de la Sphere nous apprend qu'en quelque latitude que ce soit, c'est le Tropique du côté du Pole apparent, qui est comme la règle du plus grand jour de l'année; & au contraire le Tropique du côté du Pole caché, est la mesure du plus court jour. Cela étant, le plus long jour en ce pays-ci situé au Septentrion, est le 22 Juin, & depuis ce terme le jour décroît jusqu'au 23 Decembre, & de-là le Soleil remontant vers Juin, aggrandit les jours. Nous sçavons aussi que plus la latitude est grande, plus les Tropiques sont coupez inégalement; & c'est-là la raison pourquoi le jour est plus long, & la nuit plus courte dans une grande latitude; & reciproquement la nuit plus grande & le jour plus court dans une petite latitude. De-là vient aussi qu'on prend le plus grand jour comme la mesure de l'accroissement & décroissement des jours & des nuits; car étant donnée la durée du plus long jour dans une certaine latitude, on sçaura aisément par les méthodes que nous donnerons ci-après, la durée de quelque jour que ce soit, comme aussi la durée du plus long jour dans chaque latitude. Ce que l'on éprouvera, si ayant disposé le Globe selon la latitude du Pays, on compte les degrez du Tropi-

S iij

que voisin du Pole apparent , qui sont sur l'Horison : ce nombre sera la durée du plus long jour.

Ou autrement , en transportant le premier degré de Cancer sur l'Horison Oriental , & marquant le point de l'Equateur , qui se leve en même tems ; soit ensuite tourné le Globe jusqu'à ce que ce premier degré de Cancer soit à l'Horison Occidental , & soit marqué derechef le point de l'Equateur , qui est à l'Horison Oriental. Le nombre des degrez de l'Equateur compris entre ces deux points , vous donnera l'arc diurne , & s'il est divisé par 15 , vous aurez la quantité des heures.

Vous connoîtrez la même chose par la Mappemonde , en appliquant l'Horison ou Règle mobile sur la latitude proposée , & marquant combien de degrez du Tropique sont compris entre cette Règle & le Méridien. Ces degrez contiennent l'arc semi-diurne , & étant doublez , ils donneront l'arc diurne entier. Et si l'on veut avoir les minutes , pour agir avec plus de précision , il faut se servir de la Trigonométrie , en cette sorte.

Plan-
che 19 *
Fig. 35.

Soit , par exemple , ABCD le Cercle Méridien , les Poles A & C , l'Horison BD , l'élevation du Pole AD , l'Equateur EF , GH le Tropique coupant l'Horison en I , & AIC un cercle horaire.

Comme dans l'Equinoxe le Soleil se leve à 6 heures , le cercle AOC sera le cercle de 6 heures , & l'arc OK montrera de combien le Soleil étant en Cancer , se leve devant 6 heures : c'est pourquoi il faut connoître la valeur du Triangle OIK , dans lequel trois choses sont données ; sçavoir , l'angle IOK , dont la mesure est DF , complement de la hauteur du Pole AD , l'angle K est aussi connu , étant droit , & la déclinaison du Soleil

Figure . 33 .

Pag. 279

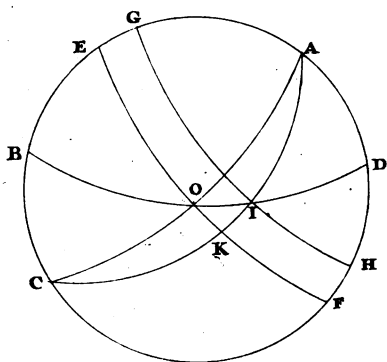


Figure . 36.

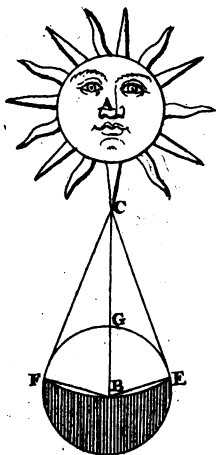
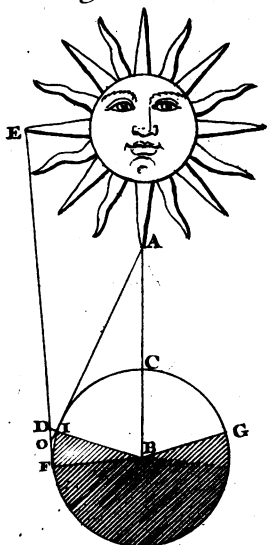


Figure . 37



To . II . Pl. 36

parcourant le Tropique , qui est l'arc IK. Soit donc fait cette Analogie :

Comme la tangente de l'arc FD du complément de l'élevation du Pôle

A la tangente de l'arc KI de déclinaison de 23 d. 30'

Ainsi le Sinus total de l'arc OF.

Au Sinus de l'arc OK.

& de la sorte on aura cet arc.

L'arc OK est la différence ascensionnelle , & l'on a des Tables des différences ascensionnelles.

THEOREME I.

Le Soleil éclaire moins de la moitié de la Terre par une illumination centrale , & il en éclaire la moitié sensiblement.

QUE le Soleil soit A , la Terre B , & que le Plan-point C soit celui qui sert de Pôle ou de centre au Soleil. Je dis que ce point éclaire moins de la moitié de la Terre. Tirez les tangentes CF, CE , & la ligne CB , qui passe par le centre de la Terre. Menez aussi les lignes BF , BE.

Démonstration.

Dans le Triangle CBE , l'angle E est droit par la 18. du 3. d'Euclide : donc l'angle CBE sera aigu ; donc l'arc GE est plus petit qu'un quart de cercle , & FGE moindre qu'un demi-cercle ; & comme l'on peut appliquer la même démonstration à tous les plans qu'on peut imaginer , le Soleil éclairera moins de la moitié de la Terre. Ce

S iij

pendant parce que le Soleil est si éloigné, que BE demi-diamètre de la Terre n'est que la 7000^e. partie de cette distance CB, ces deux lignes CB, CE, sont aussi physiquement parallèles que le seroient deux lignes éloignées entr'elles d'un pied, lesquelles concourroient seulement à la distance de 7000 pieds.

THEOREME II.

Le Soleil éclaire 15 minutes plus que la moitié de la Terre d'une illumination imparfaite.

Plan-
che 19 *
Fig. 37.

LE Soleil A éclaire d'une illumination centrale l'Hémisphère de la Terre GI. Qu'on tire la tangente AO, l'arc GI sera sensiblement un quart de cercle par le Théoreme précédent. Qu'on tire aussi du bord du Soleil la tangente EF, à laquelle on menera la perpendiculaire FB par le point d'attouchement F. Je dis que l'arc FI sera de 15 minutes, & qu'il ne sera pas éclairé du centre du Soleil. Donc un arc de 15 minutes est éclairé d'une illumination imparfaite.

Démonstration.

Les Triangles DBF, DOI, ont les angles F & I droits; par 18, 3; & l'angle BDF est commun. Donc les angles EOA, DBF, sont égaux, & l'angle EOA étant de 15 minutes, ou de la moitié de la grandeur apparente du Soleil, l'angle DBF, ou l'arc FI, est de 15 minutes.



Figure . 38 .

Pag. 281

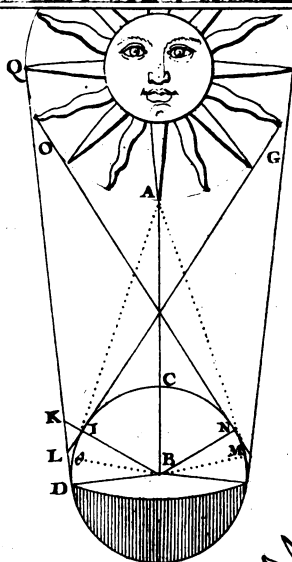


Figure . 39

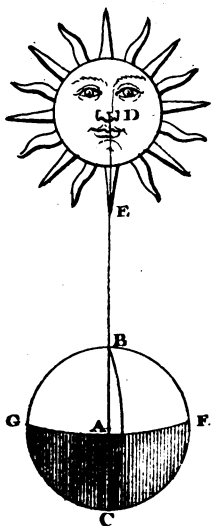
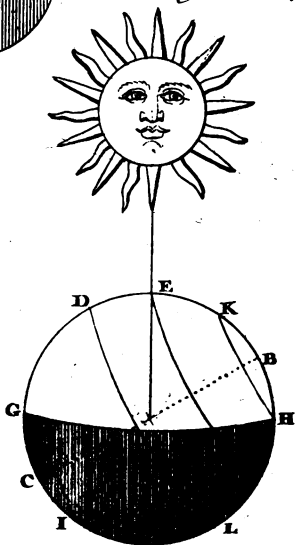


Figure . 40 .



To . II . Pl . 37 .

THEOREME III.

Le Soleil éclaire par une illumination parfaite 15 minutes moins que la moitié de la Terre.

Que le point A soit un point de la surface ^{Plan-} du Soleil, ou bien son centre. Que la Terre ^{che 20 *} soit B, & qu'on tire des deux bords du Soleil ^{Fig. 38.} deux lignes GI, QD, qui touchent la surface de la Terre aux points I & D. Je dis que CI est un quart de cercle moins 15 minutes, & que l'arc DI est de 30 minutes.

Démonstration.

Dans les Triangles KBD, KLI, les angles I & D sont droits par 18, 3, & l'angle K commun. Donc les autres angles DBK, KLI, sont égaux, & l'angle KLI étant de 30 minutes, comme étant celui qui mesure le diamètre apparent du Soleil, l'angle DBI, qui lui est égal, ou l'arc DI, est par conséquent de 30 minutes. Or l'arc DC, par la précédente, contient un quart de cercle & 15 minutes. Donc l'arc CI, qui contient tout ce que le Soleil éclaire de ce côté-là parfaitement, est moindre de 15 minutes qu'un quart de cercle.

COROLLAIRE.

L'illumination de la Terre n'est pas précise, mais elle a une Pénombre de 30 minutes; car nous venons de voir que le Soleil éclaire 15 minutes moins que la moitié de la Terre d'une illumination parfaite, & par la précédente il éclaire imparfaitement 15 minutes plus que la moitié de la Terre. Le Soleil éclaire donc sur la Terre d'une illumina-

COROLLAIRE.

Quand le Soleil est dans l'Equateur , le cercle , qui borne l'illumination , est un Méridien , ou cercle horaire qui passe par les Poles.

THEOREME V.

*Un des Poles est autant dans l'Hémisphere éclairé ,
& l'autre autant dans la nuit que le Soleil
a de déclinaison.*

Plan-
che 20 *
Fig. 40.

Que les points B & C soient les Poles de la Terre BDC , DL l'Equateur , l'arc DE la déclinaison du Soleil , par exemple , de 20 degrez. Je dis que le Pole C est à 20 degrez dans la nuit , c'est-à-dire , dans l'Hémisphere qui n'est pas éclairé , & que le Pole B est d'autant de degrez dans l'illumination ; de sorte que les arcs BH , CG , sont de 20 degrez.

Démonstration.

L'Equateur DL est éloigné des Poles B & C d'un quart de cercle. Donc les arcs DB , DC , sont des quarts de cercle. Pareillement depuis le point E , qui est le milieu de l'illumination jusques à son bord il y a un quart de cercle : donc les arcs EH , EG , sont aussi des quarts de cercle égaux aux arcs DB , DC ; & ôtant l'arc EB , qui leur est commun , restent les arcs égaux DE , BH , de 20 degrez chacun. Je démontrerai de la même maniere que les arcs DE , GC , sont égaux.

COROLLAIRE I.

Parce que le Soleil a sensiblement la même dé-

PROBLEMES DE COSMOGRAPHIE. 285

déclinaison pendant tout un jour, le bord de l'illumination demeure tout ce jour-là également éloigné des Poles, & parcourt le Parallele HK, lequel comprend tous les Pays qui voyent le Soleil pendant tout le jour. Pareillement le Parallele GI vers l'autre Pole C, contient tous les Pays qui ne le voyent point. On appelle celui-ci un Parallele de nuit continue, & le premier un Parallele de jour continu.

Plan-
che 20.
Fig. 404

COROLLAIRE II.

Les Paralleles autant éloignez des Poles que le Soleil a de déclinaison, sont ceux de la nuit & du jour continu.

COROLLAIRE III.

Depuis le jour de l'Equinoxe jusques aux Solstices, le bord de l'illumination parcourt les Paralleles de jour & de nuit continus, lesquels vont croissant à mesure que la déclinaison du Soleil augmente; car nous avons démontré qu'elle est toujours égale à la distance du bord de l'illumination aux Poles. Il s'ensuit donc qu'au jour du Solstice qui est celui de la plus grande déclinaison, l'illumination parcourt le plus grand de ces Paralleles, éloigné du Pole de 23 d. 30', & le même que le cercle polaire.

PROBLEME XLII.

L'heure étant donnée, montrer sur le Globe ou sur la Carte le Pays auquel le Soleil est perpendiculaire.

Pour mieux concevoir comment le Soleil éclaire la Terre, il le faut montrer sur le Globe,

ou sur la Mappemonde ; & pour cet effet il est nécessaire de trouver en quelque tems que ce soit, le point de la Terre , au Zenith duquel le Soleil se trouve. Cherchez le Parallele que le Soleil décrit ce jour-là , sous lequel sont tous les Pays auxquels le Soleil sera perpendiculaire tout ce jour-là. Cherchez aussi le Méridien dans lequel il se rencontre à l'heure proposée ; car le concours de ce Méridien & de ce Parallele , est le lieu que vous cherchez. Par exemple , pour sçavoir , étant à Paris , le Pays auquel le Soleil est perpendiculaire le 22 Juin à 6 heures du soir , comptez 6 heures depuis le Méridien de Paris vers le Couchant , & regardez où ce Méridien coupe le Tropicque que le Soleil parcourt ce jour-là. Vous trouverez la partie Occidentale de l'Isle de Cuba.

PROBLÈME XLIII.

Montrer sur le Globe tous les Pays que le Soleil éclaire , & qui ont le jour , comme aussi ceux auxquels il est nuit , pour une heure donnée.

Cherchez sur le Globe le Pays auquel le Soleil est perpendiculaire , & mettez-le au Zenith , c'est-à-dire , disposez le Globe selon la latitude de ce lieu , lequel vous mettrez sous le Méridien. Je dis que l'Horison sera pour lors le bord de l'Hémisphere éclairé.

Démonstration.

Il y a de tous côtez 90 degrez depuis le Zenith jusqu'à l'Horison. Il y en a autant depuis le point auquel le Soleil est perpendiculaire , que nous avons mis au Zenith , jusqu'au bord de l'Hémis-

PROBLEMES DE COSMOGRAPHIE. 227
phère éclairé. Donc l'Horison & le bord de l'illumination sont le même cercle.

COROLLAIRE I.

Dans cette disposition le Soleil faisant le Midi de ce Pays , & de ceux qui sont sous le même Méridien , se leve à l'égard des Pays qui sont dans la partie Occidentale de l'Horison , & se couche à l'égard de ceux qui sont dans la partie Orientale , ceux qui sont sur l'Horison ont le jour , & ceux qui sont au-dessous ont la nuit.

COROLLAIRE II.

Vous pourrez aussi remarquer les Pays qui ont le Soleil tout le jour sans aucune nuit ; car un des Poles sera toujours sur l'Horison , & l'autre dessous , excepté le jour de l'Equinoxe , par Théorème 5. Tous ceux qui seront autour du Pole élevé , verront toujours le Soleil , & au contraire vers l'autre Pole les Pays qui ne monteront point sur l'Horison , quand on fait tourner le Globe , auront une nuit continuelle. Enfin on peut dire en général , que si on élève sur l'Horison un des Poles d'autant de degrez que le Soleil a de déclinaison , & si on met le Pays au Méridien , & l'éguille sur l'heure de midi , on aura la disposition de l'illumination pour chaque heure , en faisant tourner le Globe jusqu'à ce que l'éguille la marque.



THEOREME VI.

Quand le Soleil est dans le plan d'un grand cercle , le bord de l'Hémisphere éclairé passe par son Pole , & le Soleil étant au Pole d'un grand cercle , le bord de l'Hémisphere éclairé est la circonference de ce grand cercle.

Plan.
che 21 *
Fig. 41.

Que le Soleil soit dans le plan d'un grand cercle de la Terre , par exemple , de l'Horison , c'est-à-dire , que la ligne tirée du centre du Soleil à celui de la Terre , coupe l'Horison AC au point B , & que les points D & E soient les Poles ou Zeniths de cet Horison : je dis que les points D & E seront éclairés.

Démonstration.

Il y a de tous côtez un quart de cercle depuis le point B , qui est celui auquel le Soleil répond perpendiculairement jusqu'au bord de l'Hémisphere éclairé EFD. Il y en a autant depuis un grand cercle jusqu'à son Pole. Donc le bord de l'illumination passe par les Poles D & E. Pareillement le point B étant celui auquel le Soleil répond perpendiculairement , il est évident que le bord de l'Hémisphere éclairé sera un grand cercle que l'on décrirait du point B comme Pole.

COROLLAIRE I.

Le Soleil étant dans le Plan de l'Horison , le bord de l'Hémisphere éclairé sera un cercle vertical , distant de 90 degrez du point auquel cet Astre répond.

COROL.

Figure . 41 .

Pag . 289

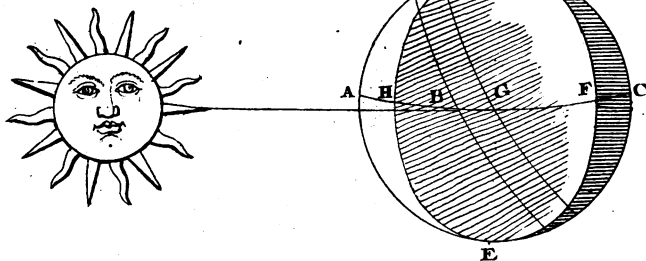


Figure . 42 .

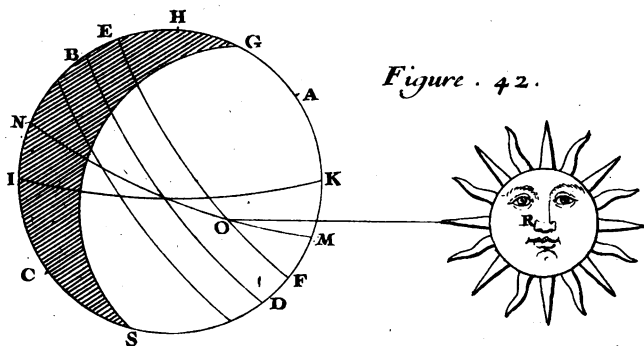
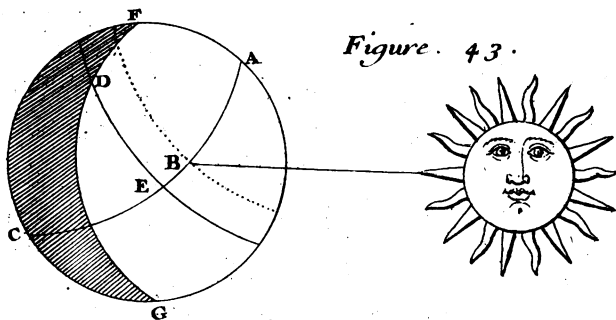


Figure . 43 .



COROLLAIRE II.

Quand le Soleil se leve au premier vertical, ^{Plan} c'est-à-dire, au point du vrai Orient, le bord de ^{che 21} l'Hémisphère éclairé est le même que le Méridien, ^{Fig. 241.} parce que le point du vrai Orient est le Pole du Méridien. Ce qui arrive seulement le jour de l'Équinoxe ; & pour lors le Soleil se leve à l'égard de tous ceux qui sont dans le même Méridien, c'est-à-dire, à 6 heures pour tous.

COROLLAIRE III.

Quand le Soleil se leve, le vertical, qui est le bord de l'Hémisphère éclairé, décline autant du Méridien, qu'il y a d'Amplitude ortive en ce jour-là. Par exemple, si le Soleil se leve en B, & que l'Amplitude ortive soit BG, c'est-à-dire, la distance depuis le point d'intersection B du Parallele du Soleil avec l'Horison, jusques au point G du vrai Orient. Il est évident que le cercle vertical DFE déclinera du Méridien DCE d'autant de degrez qu'il y en a dans l'arc BG ; car BF est un quart de cercle, l'arc GC compris depuis le point G du vrai Orient jusques au vrai Méridien est aussi un quart de cercle ; ainsi les arcs BF, GC, sont égaux, & ôtant l'arc commun GF, les arcs BG, FC, resteront égaux.

PROBLEME XLIV.

Déterminer la grandeur de quelque jour que ce soit pour chaque Latitude.

Que le Pole du Globe Terrestre soit autant élevé sur l'Horison que le Soleil a de déclinaison, c'est-à-dire, que le Parallele que le Soleil

parcourt en un certain jour déterminé, passe par le Zenith. Imaginez-vous que le Soleil répond à ce point, & qu'il est immobile selon l'Hypothese de Copernic. Cela posé, choisissez quelque cercle de Latitude ou Pays que ce soit, dont vous voudriez sçavoir la grandeur de ce jour. Comptez combien il y a de degrez de ce cercle sur l'Horison. Si vous divisez ce nombre par 15, vous aurez celui des heures que durera ce jour-là dans la Latitude proposée. Par exemple, ayant élevé le Pole Septentrional de 23 degrez $\frac{1}{2}$ sur l'Horison, qui est la déclinaison du Soleil au Tropique, si vous voulez sçavoir la grandeur du jour sous la Latitude de 49 degrez, comptez les degrez de ce cercle de Latitude qui sont sur l'Horison, & vous trouverez 240, lesquels étant divisez par 15, vous donneront pour quotient 16, qui sera le nombre des heures pour ce jour-là.

Démonstration.

Transportez la Ville de Paris, qui est dans ce cercle de Latitude, ou tel autre point qu'il vous plaira dans la partie Occidentale de l'Horison, ce sera la disposition qu'a le Globe quand le Soleil se leve à Paris, & pour lors l'Horison est le bord de l'Hémisphere éclairé. Qu'on tourne le Globe d'Occident en Orient, jusqu'à ce que Paris vienne en la partie Orientale de l'Horison, c'est-à-dire, jusqu'à ce que le Soleil se couche à Paris. Il est certain que la durée du jour est depuis le lever du Soleil jusqu'à son coucher, c'est-à-dire, l'espace de tems que la Ville de Paris employe à aller de la partie Occidentale de l'Horison, c'est-à-dire, du bord de l'illumination, en l'Orientale. Ce tems

est encore mesuré par l'arc (de ce cercle de Latitude qu'a décrit la Ville de Paris par le mouvement diurne de la Terre) qui est compris entre la partie Occidentale & la partie Orientale de l'Horison. Donc la pratique proposée donne la grandeur du jour.

REMARQUES.

I.

Pour rendre cette pratique plus facile, le Globe étant disposé de sorte que le Pole soit élevé d'autant de degrez que le Soleil a de déclinaison, transportez la Ville de Paris au Méridien, & l'éguille à l'heure de Midi. Faites rouler le Globe jusqu'à ce que Paris vienne s'arrêter en la partie Orientale de l'Horison, vous aurez l'heure du lever; & transportant la même Ville en la partie Occidentale, vous aurez l'heure du coucher. Ou bien mettez Paris sur l'Horison Oriental, & l'éguille à Midi. Faites tourner le Globe, en sorte que Paris s'arrête au Méridien: l'éguille marquera le nombre des heures du demi jour, lequel étant doublé, vous aurez le jour entier.

II.

Vous connoîtrez de même la grandeur du jour par la Mappemonde. Elevez le Pole sur la règle horizontale d'autant de degrez que le Soleil a de déclinaison. Alors la règle horizontale représente le bord de l'Hémisphere éclairé. Voyez combien de degrez de chaque Parallele sont compris entre la règle & le Méridien, & vous aurez l'arc semi-diurne, c'est-à-dire, le tems qu'employe quelque point d'un cercle de Latitude depuis qu'il est au bord de l'illumination, & qu'il commence

T ij

à voir le Soleil , jusqu'à Midi. Cette pratique fait bien entendre l'illumination de la Terre , suivant l'opinion de Copernic ; & elle a cette commodité, qu'on peut voir à la fois la grandeur du jour pour toutes les Latitudes , & connoître la raison pour-quoi les cercles de Latitude plus proches du Pole ont le jour plus grand , chaque point ayant à parcourir une plus grande partie de ces cercles pour venir depuis la partie Occidentale de l'Horison jusques en l'Orientale.

III.

Cette proposition peut aussi servir pour entendre cet Horloge universel , qu'on nomme Analemme rectiligne , dans lequel les rayons des Signes représentent le bord de l'illumination pour différens tems.

THEOREME VII.

Les Pays sous un même Méridien qui ont une plus grande Latitude du côté du Pole apparent , sont plutôt éclairez en Esté.

Plan-
che 21 *
Fig. 42.

Que les points A & C soient les Poles de la Terre ABC , & BD l'Equateur. Que le Soleil parcoure EF un Parallele d'Esté. Que H & G soient deux Pays situez sous le même Méridien , & que leurs Horisons soient IK & NM. Supposons que le Soleil est en R , & qu'il répond perpendiculairement au point O de l'Horison NM , qui appartient au point G , c'est-à-dire , qui est l'Horison du Zenith G.

Démonstration.

L'illumination fera GS , & le point H est encore

dans l'ombre. Donc le Pays dont la Latitude est G, verra plutôt lever le Soleil, que celui qui est situé en H ; & par conséquent le Pays qui a une plus grande Latitude sera plutôt éclairé en Esté. Le contraire arrivera quand le Soleil parcourra les Paralleles d'Hyver.

THEOREME VIII.

Quand le Soleil est dans le plan d'un cercle horaire, le bord de l'illumination passe par un point de l'Equateur, qui en est éloigné de 6 heures.

Que le Soleil réponde au point B du cercle horaire ABC, je dis que FG, qui est le bord de l'illumination, coupe l'Equateur ED dans le point D, éloigné de 6 heures du point E ; de sorte que l'arc ED est de 6 heures, ou de 90 degrez.

Démonstration.

Quand le Soleil est dans le plan d'un grand cercle, l'illumination parvient jusqu'à son Pole. Or est-il que le Pole du cercle horaire ABC est dans l'Equateur ; car puisqu'il passe par les Poles A & C de l'Equateur, l'Equateur passera aussi par les siens, selon ce qu'a démontré Theodose ; & puisque le Pole est éloigné de 90 degrez du grand cercle, duquel il est Pole, ce ne peut être un autre point que D. Donc le bord de l'illumination passe par le point D.



THEOREME IX.

La différence des heures marquées par le bord de l'illumination dans l'Equateur, & dans un cercle de Latitude, montre combien le Soleil s'élève dans cette Latitude devant ou après 6 heures.

Plan-
che 22 *
Fig. 44.

Q U'on propose deux Pays, l'un dans l'Equateur, qui soit A, & l'autre dans un cercle de Latitude, qui soit B, & tous deux dans le même Méridien. Que le Soleil étant en C, le bord de l'illumination BFD coupe le cercle de Latitude au point B, & l'Equateur au point F en deux divers cercles horaires ABE, EFH; de sorte que la distance de ces cercles horaires soit l'arc AF. Je dis qu'elle est égale à l'arc IK, qui montre combien le Soleil se leve devant 6 heures dans le cercle de Latitude BG: supposé que le point C est un point de l'Horison, duquel B est le Zenith.

Démonstration.

Le Soleil étant dans le point C de l'Horison, son Pole ou Zenith B, sera éclairé; & parce que nous supposons que le Soleil a quelque déclinaison, le bord de l'illumination déclinera du Méridien, par Theoreme 6. Que le cercle HIE soit celui de 6 heures, l'arc IA sera un quart de cercle, & l'arc KF sera aussi par la précédente un quart de cercle; & ôtant l'arc IF, qui leur est commun, il restera les arcs IK & FA égaux: ce qui confirme la proportion où nous avons trouvé la grandeur du jour dans chaque cercle de Latitude.

Figure . 44 .

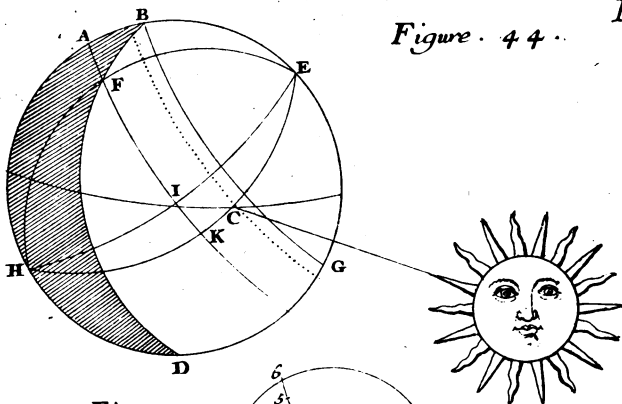


Figure . 45 .

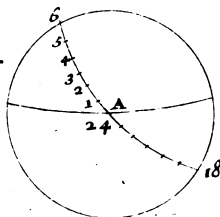
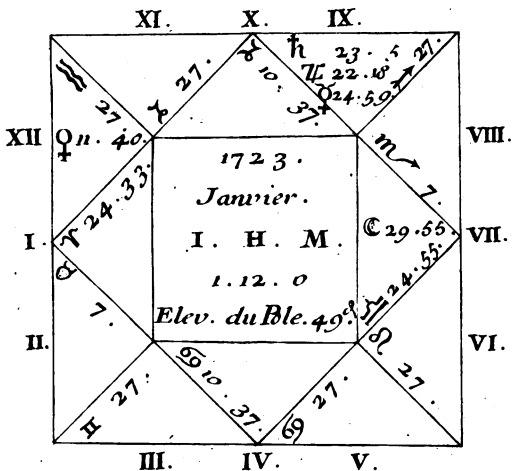


Figure 46.



THEOREME X.

Si l'on divise un cercle de Latitude en 24 parties égales, en commençant à quelque Pays, le bord de l'illumination du lever, y montrera les heures Babylonniennes pour le même Pays, & celui du coucher, les Italiennes.

Qu'on propose le cercle de Latitude AB, & qu'on le divise en 24 parties égales, à com-
 mencer du point A, qui représente le Pays qu'on
 aura déterminé, auquel on pourra donner le chi-
 fre 0, ou 24, & au point suivant vers le Cou-
 chant on marquera 1, puis 2, 3, 4, &c. Si l'on
 met le lieu du Soleil au Zenith du Globe, de sorte
 que l'Horison soit le cercle de l'illumination, je
 dis que sa partie Occidentale (laquelle je devrois
 nommer du lever, puisqu'elle marque les Pays à
 l'égard desquels le Soleil se leve) montrera l'heure
 Babylonienne, & la partie Orientale montrera
 l'heure Italienne au respect du lieu A.

Plan-
 che 22 *
 Fig. 45.

Démonstration.

Le Globe étant disposé selon la déclinaison du
 Soleil, quand le point A se trouve en la partie
 Occidentale de l'Horison, c'est-à-dire, du bord
 de l'illumination, le Soleil se leve à l'égard de ce
 même point A : donc il est 24 heures Babylo-
 nniennes au Pays A. Et parce que le bord de l'illu-
 mination parcourt uniformément ce Parallele, de
 sorte qu'il retourne au même point dans 24 heu-
 res, il se retirera d'une vingt-quatrième partie.
 Donc si nous pouvions voir comment la Terre est
 éclairée, le bord de l'illumination montreroit vé-

T iiii

ritablement les heures Babyloniennes, & s'éloignent du point A. de 15 degrés à chaque heure. J'en dis de même du bord du Coucher; car le Soleil se couche au respect du point A, quand ce point A arrive au bord Oriental de l'illumination, & il est pour lors 24 heures, selon la manière de compter les heures en Italie. Et parce que le même bord parcourt uniformément le Parallele, il s'éloignera pareillement de 15 degrés par heure.

Nous devons à M. de R. * * ces Principes de Geographie.

DES ÉTOILES.

On distingue deux sortes d'Etoiles : les Etoiles fixes, & les Planetes. Les Etoiles fixes sont celles qui gardent toujours entr'elles la même situation & la même distance, quoiqu'elles nous paroissent chaque jour tourner autour de la Terre d'Orient en Occident. Les Planetes sont des Etoiles qui changent à tout moment de situation & de distance, tant à l'égard d'elles-mêmes, qu'à l'égard des Etoiles fixes.

DES PLANETES.

On a toujours compté sept Planetes, sçavoir, la Lune, Venus, Mercure, le Soleil, Mars, Jupiter & Saturne. On leur a donné cet ordre, parce que la Lune étant la plus proche de la Terre, Venus vient après, Mercure ensuite, & ainsi des autres, jusqu'à Saturne, qui est le plus éloigné.

La plupart des nouveaux Philosophes ne reconnoissent point ce même nombre de Planetes. Ils prennent le Soleil pour une Etoile fixe, qui est au centre de ce qu'ils appellent *Tourbillon* du

Soleil, & autour duquel tournent les autres Planètes. Ils placent Mercure auprès du Soleil, ensuite Venus, puis la Terre, Mars, Jupiter & Saturne. Pour ce qui est de la Lune, ils la mettent au nombre de ce qu'ils ont nommé *Satellites*. Par le nom de Satellite, ils entendent une Etoile qui tourne autour d'une Planete. Les Lunettes de longue vue en ont fait découvrir quatre, qui accompagnent Jupiter, & cinq qui accompagnent Saturne. On a encore découvert un Anneau autour de Saturne.

Les Planetes font leur mouvement dans le Zodiaque; elles s'écartent de l'Ecliptique, les unes plus, les autres moins, tantôt vers le Midi, tantôt vers le Septentrion. Il n'y a que le Soleil, ou plutôt la Terre, qui prenne invariablement sa route sur l'Ecliptique.

DU SOLEIL.

Le Soleil paroît beaucoup plus grand que les autres Etoiles : sa chaleur est très-sensible, principalement lorsqu'il donne à plomb sur quelque lieu; comme il est évident dans cette partie Septentrionale du monde, où le Soleil se fait beaucoup plus sentir en Esté, quand il est vers le Tropicque de l'Ecrevisse, qu'en Hyver, quand il est vers le Tropicque du Capricorne. Cependant le Soleil en Esté est bien plus éloigné de la Terre, qu'en Hyver. On prétend que le Soleil au commencement de l'Hyver est plus proche de la Terre, qu'en Esté de 748 demi-diamètres terrestres; ce qui feroit plus d'un million de lieues communes de France. Et si sa chaleur est plus forte en Esté, c'est qu'elle donne plus à plomb, & que l'Atmosphère détourne moins de rayons.

La lumière du Soleil est fort vive : de-là on pourroit conjecturer qu'il est composé d'un liquide, qui est dans un mouvement continu, & que ce liquide fournit une matière qui n'est autre chose que la lumière même, qui se répand incessamment dans l'Univers. Voyez la Dissertation de M. de Mairan sur les Phosphores, & ce qui en a été dit sur la fin de l'Optique, Tome I. p. 457.

Domini-
que.

M. Cassini a découvert en 1683 autour du Soleil une lumière, qui ne paroît que dans le tems des Crepuscules, & qui l'accompagne apparemment toujours. On voit un mois avant & après l'Equinoxe de Mars, lorsque le Soleil est couché, & le Crepuscule fini, une certaine lumière blanchâtre, qui ressemble à une queue de Comète. On la voit avant le lever du Soleil, & après le Crepuscule vers l'Equinoxe de Septembre ; & vers le Solstice d'Hyver, on la voit soir & matin : hors de ces tems-là on ne l'appërçoit point.

Les Eclipses de Soleil ne font plus sur les esprits les impressions funestes qu'elles faisoient autrefois. On sçait à présent que l'Eclipse du Soleil n'est autre chose que l'ombre de la Lune, qui passant entre le Soleil & la Terre, nous cache la lumière du Soleil. Il arrive souvent que le Soleil n'est éclipsé qu'en partie ; il est rare qu'il le soit tout entier : quand l'Eclipse même est totale, ce n'est que pour une partie de la Terre. L'Eclipse est plus ou moins grande dans les différens lieux, & on ne la voit pas à la même heure dans les endroits qui ne sont pas sous le même Méridien. Quoique l'Eclipse paroisse en quelques endroits de la Terre, il y en a d'autres où elle ne paroît pas.

Pendant la plus grande obscurité de l'Eclipse, lorsqu'elle est considérable, on distingue à la vue,

quoique foiblement , la Planete de Mercure , & l'on apperçoit celle de Venus qui paroît très-claire , non seulement dans le fort de l'Eclipse , mais encore quelque tems avant & après la plus grande obscurité.

Au tems de la plus grande obscurité , lorsque l'Eclipse est totale , on voit autour du Soleil entierement éclipsé un cercle lumineux de couleur d'argent , large de la douzième partie du diamètre de son disque apparent : ce cercle s'efface dès que la plus petite partie du Soleil recommence à briller ; il paroît plus vif vers les bords de la Lune , & va toujours en diminuant de vivacité. On est d'abord porté à croire que ce cercle lumineux est cette lumiere que M. Cassini a observé le premier sur le Zodiaque avant le Crepuscule du matin , & après celui du soir. On pourroit aussi conjecturer qu'il est causé par une Atmosphere de la Lune , qui rompant une partie des rayons du Soleil , les renvoye vers la Terre. Enfin on peut dire que quoiqu'il n'y ait point d'Atmosphere autour du Globe de la Lune , les rayons de lumiere sont neanmoins *fléchis* & modifiés de la même maniere , que s'il y en avoit une. Car il est constant que les rayons lumineux , qui ne paroissent capables que de réflexion ou de réfraction , le sont encore d'une troisième sorte , qu'on peut appeller *infraction* ou *diffraction*. Si , par exemple , un rayon est tangent d'un Globe opaque , comme de bois ou de métal , autour duquel on ne peut supposer d'Atmosphere. Ce rayon après l'attouchement , ne continue point sa route en ligne droite ; mais il se détourne , & parvient jusqu'à l'œil , que l'on suppose être placé de l'autre côté du Globe opaque , & vis-à-vis de son centre apparent. Cette

infraction seroit peut-être encore plus sensible, si le Globe opaque n'étoit point poli. Voyez les Mémoires de l'Académie Royale des Sciences, année 1715.

Pendant l'Eclipse totale, l'obscurité est si grande, qu'on voit les Etoiles comme dans une pleine nuit : on ne peut lire sans bougie, on ne se reconnoît pas même à quelques pas : les oiseaux & les chauve-souris cherchent leurs retraites comme au commencement de la nuit ; les animaux qui sont à la campagne, paroissent épouvantés ; les fleurs se resserrent ; la rosée tombe ; la chaleur diminue, & l'on sent de la fraîcheur. Quelques-uns de ces Phenomenes arrivent lors même que l'Eclipse n'est point entierement totale.

P R O B L E M E X L V.

Observer une Eclipe de Soleil.

QUand on veut observer l'Eclipse, on peut se servir commodément d'une Lunette de sept, de huit ou de neuf pieds de longueur ; on attache à la Lunette du côté de l'oculaire un support, qui porte une planchette, qu'on met à la distance d'environ deux pieds de l'oculaire. * Cette planchette doit être perpendiculaire à l'axe de la Lunette, & l'on colle dessus un papier blanc qui regarde l'oculaire. On se place dans une chambre obscure, où l'on a laissé une ouverture pour placer l'objectif de la Lunette. On fait passer au travers de la Lunette l'image du Soleil, qui va se peindre sur le papier blanc de la planchette. On

* Cette distance est plus ou moins grande ; mais l'image du Soleil y doit être représentée suffisamment grande, bien éclairée, & nettement terminée en sa circonférence.

divise l'image du Soleil en douze cercles concentriques, placez à égale distance l'un de l'autre : le cercle extérieur doit comprendre exactement l'image du Soleil, & les intérieurs divisant le diamètre du grand cercle en 24 parties égales, servent à marquer les doigts & demi doigts. Il est bon d'ajuster un Micromètre à cette Lunette, ou à une autre : ce Micromètre sert à observer immédiatement la quantité de la partie du Soleil éclipsee.

Avec ces précautions, il faut encore en avoir une autre, qui est de régler une pendule la veille & le jour même de l'Eclipse par les hauteurs du Soleil, ou de quelque Etoile. Toutes ces préparations étant faites, on remarque l'instant où l'Eclipse commence, & où elle finit : on observe par ce moyen sa durée & ses différens degrez.

Sans tant d'apprêt on peut se servir d'un verre noirci à la fumée d'une chandelle, avec lequel on regarde l'Eclipse. Il est à propos que le verre soit inégalement noirci dans sa surface : on peut le faire double, enfermant la surface noircie entre les deux verres, qu'on attachera avec une petite bande de papier colée sur les bords entre les deux verres. On colera ces morceaux de verre avec un mastic fait de mine de plomb rouge, broyé avec de l'huile de lin. Ce mastic sèche en peu de tems.

Des Taches du Soleil.

Les Telescopes ont fait découvrir aux Astronomes des Phenomenes Solaires inconnus aux Anciens. Scheiner fit le premier cette observation en 1611. Depuis ce tems-là divers Astronomes ont fait plusieurs observations. Voici à peu près ce qu'ils ont dit de plus curieux sur cette matiere. Ces Taches, qui paroissent être for-

nuées des vapeurs qui sortent du Soleil, comme les nuées sont formées des vapeurs qui s'exhalent de la Terre, sont vraisemblablement sur le disque même du Soleil, ou fort près de sa superficie. Leur densité est fort inégale; car il y en a qui sont plus compactes que les autres, & la figure des unes est fort irrégulière, & sujette à un changement subit; les autres semblent avoir plus de solidité; elles paroissent noires, & se conservent plus long-tems: quelques-unes tournent autour du Soleil, & après les avoir vû disparaître de l'Hémisphère visible, elles commencent à reparoître du côté opposé à celui auquel on les avoit perdu devûe. Celles-ci, qui paroissent être d'une substance assez rare, & n'avoir aucune solidité, durent quelquefois autant que les plus solides, & font le tour du Soleil. On remarque qu'une Tache se divise en plusieurs autres, qui ne s'écartent pas beaucoup les unes des autres, & dont quelques-unes se réunissent pour n'en composer qu'une seule. Il en paroît d'autres qui n'ayant point été remarquées auparavant, semblent naître de la substance du Soleil; elles s'évanouissent peu après, & se replongent, pour ainsi dire, dans le disque du Soleil. Il arrive quelquefois qu'on remarque des Taches pendant plusieurs jours de suite, tantôt en grand nombre, tantôt en petit nombre. Il arrive aussi qu'on est un tems considérable sans en observer. Leur plus longue durée ne va point cependant à quarante jours.

Pour observer les Taches du Soleil, on ferme exactement tous les volets d'une chambre. On fait à celui qui est le plus exposé au Soleil, une ouverture de la grandeur d'un écu, où l'on met un verre convexe, & vis-à-vis un carton blanc; de sorte

que les rayons du Soleil passant à travers le verre , peignent son image sur le carton. Alors on remarque les Taches , s'il y en a.

Le mouvement des Taches a fait connoître que le Soleil tournoit sur l'axe de son Equateur de la partie Orientale du disque du Soleil vers la partie Occidentale ; qu'il avoit un Ecliptique , dont les Poles tournoient autour des Poles d'un Equateur. On a même eu la hardiesse de déterminer l'angle que fait l'Equateur du Soleil sur son Ecliptique , que l'on assure être de sept degrez & demi. Les Taches du Soleil ne paroissent point sur toute sa surface, elles suivent son Equateur ; elles sont presque toutes dans sa partie Méridionale , & il est très-rare d'en voir dans sa partie Septentrionale.

Le Soleil , qui réellement tourne sur son centre en 25 jours , ne paroît cependant tourner qu'en 27 jours & demi : son diamètre est cent fois plus grand que celui de la Terre ; son Globe est un million de fois plus gros que la Terre. Le Soleil dans son Apogée , c'est-à-dire , dans sa plus grande distance de la Terre , est éloigné de la Terre de 11187 diamètres terrestres , & son diamètre est vû alors sous un angle de $31' 38''$. Dans son Perigée , c'est-à-dire , dans sa moindre distance , il en est éloigné de 10813 de ces mêmes diamètres , & son diamètre est vû pour lors sous un angle de $32' 44''$. Enfin dans sa moyenne distance , il en est éloigné de 11000 des mêmes diamètres , * & alors son diamètre est vû sous un angle de $32' 11''$.

* M. de la Hire dans ses Tables Astronomiques , p. 6. dit que le Soleil est éloigné de la Terre de 34377 demi-diamètres terrestres ; ce qui fait connoître que le Soleil est bien plus éloigné que nous ne l'avons dit , en suivant les Observations de Messieurs Cassini, Maraldi & Hugen.

DE MERCURE.

Mercure est la plus petite de toutes les Planètes; elle paroît se mouvoir autour du Soleil, dont elle ne s'éloigne que d'environ 28 degrez : elle est presque toujours perdue dans ses rayons. C'est ce qui fait qu'on ne sçait point la durée de ses jours, quoiqu'on ne puisse douter qu'elle ne tourne sur son centre : on croit cependant qu'elle fait ce mouvement sur elle-même en six heures.

On distingue dans Mercure les mêmes phases que dans la Lune; mais il a deux sortes de conjonction, l'une supérieure, l'autre inférieure. Lorsque Mercure approche de sa conjonction supérieure, il paroît presque plein; mais lorsqu'il est dans sa conjonction inférieure, il est obscurci, & semblable à la Lune quand elle est Nouvelle. Il paroît en croissant lorsqu'il est Occidental, & en décroissant quand il est Oriental.

Mercure acheve son cercle autour du Soleil en deux mois & vingt-huit jours; son diamètre est à celui de la Terre comme 41 à 100, & sa solidité est à peu près à celle de la Terre comme 69 à 1000, c'est-à-dire, que le Globe de la Terre est environ quatorze fois plus gros que celui de Mercure. La moyenne distance de Mercure à la Terre est d'environ 11880 diamètres terrestres, la Terre étant elle-même dans sa moyenne distance du Soleil. Il est éloigné du Soleil de 4257 des mêmes diamètres terrestres.

DE VENUS.

La Planète de Venus est fort brillante; c'est elle qui dévancant le lever du Soleil, porte le nom de
de

de Lucifer , & qui paroissant la premiere de toutes les Etoiles après le Soleil couché , est connu sous le nom d'Etoile du Berger. Elle s'éloigne du Soleil d'environ 48 degrez. Les mêmes phases que nous avons dit arriver à Mercure , & qui sont très-sensibles à l'égard de la Lune , arrivent à Venus. Elle paroît être conjointe au Soleil , en sorte qu'elle est cachée par le Soleil , & qu'elle cache aussi le Soleil. Pendant ces deux conjonctions elle se perd dans les rayons du Soleil , où elle reste plongée pendant quelque tems. Avant & après ces mêmes conjonctions , on remarque qu'elle a un croissant , & qu'elle est en décours. Cette Planete est opaque & spherique comme celle de Mercure , puisqu'elles réfléchissent les rayons du Soleil , & qu'elles paroissent sous une figure ronde.

On conjecture que Venus tourne sur elle-même , & qu'elle acheve ce tour à peu près en quinze heures. Ainsi ses jours seroient chacun d'environ quinze heures , comme ceux de Venus seroient presque de six heures. Elle tourne aussi autour du Soleil en sept mois , quatorze jours & sept heures. Son diamètre est à celui de la Terre comme 49 à 50 , & sa solidité est à la solidité de la Terre comme 9411 à 10000 , c'est-à-dire , que le Globe de Venus seroit quelque peu moindre que celui de la Terre , quoique quelques-uns disent qu'il est quarante-trois fois plus gros que la Terre , & que d'autres prétendent qu'il est vingt-huit fois , ou même trente-sept fois plus petit que la Terre. La plus grande distance de Venus à la Terre , lorsqu'elle est aussi dans la moyenne distance du Soleil , est de 19008 diamètres terrestres , & sa plus petite distance est de 3102 des mêmes diamètres. Venus est éloigné du Soleil de 7953 diamètres terrestres.

DE LA TERRE.

On dira ici peu de choses de la Terre, on en a beaucoup parlé dans les Problèmes précédens : on ajoutera seulement qu'elle est éloignée du Soleil dans sa moyenne distance de 11000 de ses diamètres. Voyez ce qu'on a dit de ses autres distances dans l'article du Soleil.

Suivant le Système de Copernic, la Terre auroit deux mouvemens, l'un sur son centre en 24 heures d'Occident en Orient, & l'autre autour du Soleil, qu'elle acheveroit en 365 jours & quelques heures. Ces deux mouvemens suppleroient aux mouvemens du Soleil & des Etoiles, qui sont si énormes, s'ils sont véritables, qu'il faut que le Soleil fasse près de deux mille trois cens lieues en une seconde, qui est le tems d'un battement d'artere, & que les Etoiles qui sont dans l'Equateur, parcourent en un jour trois cens millions de lieues.

DE LA LUNE.

La Lune accompagne la Terre dans son Tourbillon; elle paroît de dessus la Terre le plus grand & le plus lumineux de tous les Astres après le Soleil. On sçait pourtant qu'elle n'est point lumineuse par elle-même, & qu'elle emprunte du Soleil tout ce qu'elle a de lumiere. Ses Phases sont apperçues de tout le monde. Etant conjointe au Soleil, elle est cachée dans ses rayons, & nous ne la voyons point. Quelque tems après la conjonction, elle paroît du côté de l'Orient avec un croissant, dont les cornes sont opposées au Soleil :

nomms destaches de la Lune

Fig. 34

1. Grimaldus
2. Gaillens
3. Aristarchus
4. Keplerus
5. Cassendus
6. Schickardus
7. Harpalus
8. Heracles
9. Lansbergius
10. Reinoldus
11. Copernicus
12. Helicon
13. Capuanus
14. Bullialdus

15. Bratosthenes
16. Timocharis
17. Plato
18. Archimedes
19. Insula sinus Medii
20. Pitatus
21. Tycho
22. Eudoxus
23. Aristoteles
24. Manilius
25. Menelaus
26. Hermes
27. Possidonius

28. Dionysius
29. Plinius
30. Catharina gyrus
31. Theophilus
32. Promontorium
33. Messala
34. Promontorium Semulii
35. Proclus
36. Cleomedes
37. Suellius et Farnerus

38. Petavius
39. Langrenus
40. Taruntius
- A. Mare Humorum
- B. Mare Nubium
- C. Mare Inbrum
- D. Mare Nectaris
- E. Mare Tranquillitatis
- F. Mare Serenitatis
- G. Mare Fœcunditatis
- H. Mare Crisium



De Berey fils fecit

Tom. II Pl. 40

puis en s'éloignant du Soleil , ses cornes s'emplissent peu à peu , & elle se fait voir à demi-pleine. Ensuite passant insensiblement par plusieurs degrez de lumiere , qui vont en augmentant ; elle paroît entierement pleine, lorsqu'elle est diamétralement opposée au Soleil. Enfin décroissant dans le même espace de tems qu'elle a mis à croître , elle passe par les mêmes Phases , avec cette différence, que ses cornes dans son decours étant encore opposées au Soleil, sont tournées vers l'Occident : après quoi elle se replonge dans les rayons du Soleil ; d'où sortant elle paroît sous les mêmes figures où elle a paru auparavant.

Ces divers changemens qui s'achevent en moins d'un mois, nous font connoître qu'elle décrit un cercle autour de la Terre : ce cercle , ou plutôt cette ellipse est fort irréguliere.

La simple vûe suffit pour nous faire appercevoir sur le disque de la Lune des Taches , qui pourroient bien n'être que l'ombre de quelques grandes montagnes ; puisque ces Taches sont plus ou moins apparentes , selon que la Lune est plus près ou plus éloignée du Soleil : elles disparaissent même dans la Pleine-Lune , principalement vers le milieu du disque. D'ailleurs elles paroissent depuis la Nouvelle-Lune jusqu'à la Pleine-Lune vers le bord Oriental du disque de la Lune & vers son bord Occidental , depuis la Pleine-Lune jusqu'à la Nouvelle-Lune.

Les Lunettes d'approche ont fait découvrir d'autres particularitez. Lorsque la Lune est vers son premier Quartier , si on regarde avec une Lunette d'approche cette ligne , qui à la vûe simple sépare la partie ténébreuse d'avec la lumineuse , ce n'est plus une ligne droite qu'on apper-

coit , c'est une dentelure , où le lumineux s'en-
graine , pour ainsi dire , avec le ténébreux ; ce qui
marque assez manifestement qu'il y a des monta-
gnes très-hautes , qui étant éclairées dans la partie
ténébreuse , ne renvoyent point assez de lumière
pour être apperçûes sans Lunette. Quatre jours
même après la Nouvelle-Lune on remarque des
endroits élairez dans la partie Orientale , qui est
pour lors obscure ; & dans le décours de la Lune ,
on observe que dans la partie Occidentale , qui est
pour lors obscure , il y a des endroits qui sont en-
core élairez. Il suit de-là qu'il y a sur le disque
de la Lune des parties plus élevées , qui reçoivent
plûtôt la lumière du Soleil , & d'autres qui la quit-
tent plus tard.

Quand la Lune est dans son plein , on distingue
alors sur son disque des endroits qui sont plus lu-
mineux les uns que les autres , & d'autres qui sont
plus obscure : & comme la Lune présente toujours
à la Terre une même face , & que ces endroits ne
sont pas sujets à des changemens considérables , les
Astronomes ont jugé à propos de leur donner des
noms , afin de s'entendre sur-tout dans les Eclipses
de Lune. La Géographie de la Lune , ou plûtôt
la *Selenographie* , est à présent parfaitement con-
nue. Les Sçavans y ont leurs Seigneuries ; on les
reconnoît dans la description que nous allons
donner des endroits les plus considérables de la
Lune. Les chiffres & les lettres serviront à les fai-
re reconnoître sur la figure du disque de la Lune ,
telle que Messieurs de l'Observatoire l'ont dé-
crite.

- | | |
|---------------------|-----------------------|
| 1. Grimaldi. | 22. Eudoxus. |
| 2. Galilée. | 23. Aristote. |
| 3. Aristarque. | 24. Manilius. |
| 4. Kepler. | 25. Menelaus. |
| 5. Gassendi. | 26. Hermes. |
| 6. Schickard. | 27. Possidonius. |
| 7. Harpalus. | 28. Dionysius. |
| 8. Heraclides. | 29. Pline. |
| 9. Lansberge. | 30. Catharina, Cyril- |
| 10. Reinholdus. | lus, Theophilus, |
| 11. Copernic. | 31. Fracastor. |
| 12. Helicon. | 32. Promontoire aigu. |
| 13. Capuanus. | 33. Messala. |
| 14. Bouillaud. | 34. Promontoire du |
| 15. Eratosthenes. | Songe. |
| 16. Timocharis. | 35. Proclus. |
| 17. Platon. | 36. Cleomedes. |
| 18. Archimedes. | 37. Snellius & Fur- |
| 19. L'Isle du Sinus | nerius. |
| moyen. | 38. Petau. |
| 20. Pitatus. | 39. Langrenus. |
| 21. Tycho. | 40. Taruntius. |

- A. La Mer des Humeurs.
- B. La Mer des Nues.
- C. La Mer des Pluyes.
- D. La Mer de Nectar.
- E. La Mer de Tranquilité.
- F. La Mer de Serenité.
- G. La Mer de Fécondité.
- H. La Mer des Crises.

On est porté à croire que toutes ces Taches sont formées par des Montagnes, par des Vallées, par des Lacs, par des Mers, par des Puits, par des Abî-

mes. Cependant on n'a point encore démontré qu'il y ait un Atmosphere autour de la Lune. Voyez la pluralité des Mondes par M. de Fontenelle, & les Mémoires de l'Académie Royale des Sciences, principalement ceux de 1715.

P R O B L E M E X L V I.

Observer l'Eclipse de Lune.

1°. **I**L faut avoir une pendule, que l'on réglera par le moyen du Soleil, ou par la hauteur de quelque Etoile fixe, comme on l'a dit pour l'Eclipse du Soleil.

2°. On aura une Lunette, garnie d'un bon Micromètre : on dirigera cette Lunette vers la Lune, & on remarquera avec précision l'instant auquel le bord de la Lune commencera à perdre sa rondeur ; ce sera le commencement de l'Eclipse.

3°. On observera le moment où la section de l'ombre abordera les Taches de la Lune, que l'on connoîtra par la Selenographie qu'on a mise ci-dessus.

4°. On remarquera le moment où l'ombre quittera absolument la Lune ; ce sera la fin de l'Eclipse.

5°. Si on ôte le commencement de la fin de l'Eclipse, on aura sa durée ; & l'on connoîtra sa moitié, prenant la moitié de sa durée.

6°. Enfin le Micromètre doit servir à observer la grandeur du diamètre obscurci de la Lune.

Il est à remarquer qu'il est quelquefois difficile d'avoir avec justesse la fin de l'Eclipse, à cause de la pénombre qui est causée par l'Atmosphere de la Terre. Les rayons du Soleil en passant par cette

Atmosphere , se brisent , & vont faire une couleur rougeâtre sur les bords de la Lune.

La Lune tourne autour de la Terre en 27 jours 8 heures , & elle met ce même tems à tourner sur son centre. C'est ce qui fait qu'elle ne nous paroît point tourner sur elle-même. Mais elle ne rejoint le Soleil que 29 jours 1 heure 44 minutes , après l'avoir quitté. Elle ne s'éloigne de l'Ecliptique que d'environ cinq degrez. Sa plus grande distance à la Terre est de $30 \frac{11}{12}$ diamètres terrestres ; sa moyenne est de 28 de ces diamètres , & sa plus petite est de 25 & demi des mêmes diamètres.

Le diamètre de la Lune est à celui de la Terre comme 27 à 100 , & sa solidité est à celle de la Terre à peu près comme 197 à 10000 , c'est-à-dire, que la Terre est plus de cinquante fois plus grosse que la Lune.

DE MARS.

Mars paroît d'une couleur rouge, qui ne peut venir que de la lumière réfléchie du Soleil. On remarque sur son disque une Tache considerable , qui change de figure , suivant l'aspect qu'elle a avec la Terre , & que l'on perd de vûe pendant quelque tems. On y voit aussi des endroits qui semblent quelquefois éclairés , & qui sont quelquefois plus obscurs. Cette Planete a ses Phases comme la Lune ; elle embrasse la Terre dans son orbite : c'est ce qui fait qu'elle se trouve en opposition au Soleil ; ce qui n'arrive point à Mercure , ni à Venus.

On ne doute point que Mars ne tourne sur son centre , & l'on croit qu'il acheve ce tour en 24 heures 40 minutes ; ses jours par conséquent sont

V iiij

quelque peu plus longs que les nôtres. Il tourne autour du Soleil en un an dix mois vingt-un jours & dix-huit heures. Son diamètre est à celui de la Terre comme 27 à 50 ; & sa solidité est à celle de la Terre comme 787 est à 5000. D'où il suit que le Globe de Mars est environ sept fois plus petit que celui de la Terre. Il est éloigné du Soleil de 16764 diamètres de la Terre. Sa plus grande distance de la Terre est de 29489 diamètres terrestres, & sa plus petite distance de la Terre est de 4011 des mêmes diamètres.

DE JUPITER.

Jupiter, dont le Globe paroît un peu ovale, a un brillant assez semblable à celui de Venus, quoiqu'il ne soit pas si étincillant : sa couleur tient le milieu entre la couleur de l'or & celle de l'argent. Il reçoit cette lumière du Soleil comme les autres Planètes. On a observé deux sortes de Taches sur Jupiter, les unes sont fixes & permanentes, les autres sont sujetes à divers changemens : celles-ci ressemblent à des bandes qui l'entoureroient ; quelquefois on n'en voit qu'une, quelquefois on en remarque deux, quelquefois un plus grand nombre ; elles paroissent tantôt droites, tantôt recourbées vers un côté ou vers un autre ; mais elles sont toujours parallèles entr'elles. Ces bandes prennent différentes situations sur la surface de Jupiter ; elles n'ont pas toujours la même largeur, & ne gardent pas toujours la même distance entr'elles. En certains tems elles s'élargissent, en d'autres elles s'étrécissent ; elles se séparent, puis elles se confondent ; il s'en forme de nouvelles en divers endroits, & il s'en efface. Ces changemens sont

plus considerables , que si l'Océan inondoit toute la Terre-ferme , & laissoit en sa place de nouveaux Continens. Cette Planete est encore accompagnée de quatre Satellites , dont on parlera dans la suite.

Une Tache considerable de Jupiter , fixe & passagere tout ensemble , a donné lieu à feu M. Cassini , & depuis à M. Maraldi , de déterminer précisément que la révolution de cette Planete sur son axe , est de 9 heures 56 minutes ; ce qui nous fait connoître que les jours dans Jupiter sont d'environ 10 heures. Il est 11 ans 10 mois & 16 jours à tourner autour du Soleil , dont il est éloigné de 57200 diamètres terrestres. Son diamètre est à celui de la Terre comme 259 à 25 , & sa solidité est à celle de la Terre comme 11119346 à 10000. Le Globe de Jupiter est par conséquent 1112 fois plus gros que celui de la Terre. Sa plus grande distance de la Terre est de 71459 diamètres terrestres , & sa plus petite distance est de 43540 des mêmes diamètres.

DES SATELLITES DE JUPITER.

Les quatre Satellites de Jupiter font des révolutions autour de Jupiter en tems différens. On les trouvera dans la Table suivante.

<i>Révolutions.</i>		<i>Jours.</i>	<i>Heures.</i>	<i>Minutes.</i>
Du premier	} en }	1	18	29
Du second		3	13	19
Du troisième		7	4	0
Du quatrième		16	18	5

Il est vraisemblable que les Satellites de Jupiter tournent sur leur axe par les observations qu'on a faites du retour des Taches qui y ont été remarquées ; mais on n'en a point déterminé le tems.

Le premier Satellite de Jupiter , c'est-à-dire , celui qui en est plus proche , est éloigné du centre de cette Planete de près de trois diamètres de Jupiter , le second de quatre & demi, le troisième de plus de sept , & le quatrième en est éloigné de quelque peu moins de treize des mêmes diamètres de Jupiter , & le diamètre de cette Planete contient environ 29660 de nos lieues communes.

DE SATURNE.

Saturne semble avoir une couleur plombée. Il paroît sphérique & sous diverses Phases , comme les autres Planetes. D'où il suit qu'il reçoit sa lumière du Soleil , aussi-bien qu'elles. Il a cinq Satellites qui l'accompagnent , & de plus un merveilleux Anneau , qui est une singularité unique dans tout le Ciel connu. On y remarque aussi quelques bandes , qui paroissent n'être que l'ombre de l'Anneau , ou de quelque autre corps compris dans l'Atmosphère de Saturne.

Il est très-probable que Saturne tourne sur son centre ; mais l'on n'a point encore déterminé en combien de tems il fait ce tour. Il a un mouvement autour du Soleil , qu'il acheve en 29 ans , 5 mois , 5 jours & 13 heures ; ainsi son année est près de trente des nôtres , & il a des Pays où une seule nuit dure quinze ans entiers , pendant que le jour dure dans les Pays opposez le même nombre d'années. Il est éloigné du Soleil d'envi-

PROBLEMES DE COSMOGRAPHIE. 315

ron 11035 diamètres terrestres, c'est-à-dire, qu'il en est éloigné de près de 330 millions de lieues. Son diamètre est à celui de la Terre presque comme 10 à 1, & par conséquent sa solidité est à celle de la Terre comme 1000 à 1. D'où il suit que le Globe de Saturne est au moins mille fois plus grand que le Globe de la Terre. Sa plus grande distance de la Terre est de 121935 diamètres terrestres, & la plus petite distance est 87901 des mêmes diamètres. Saturne ne s'éloigne de l'Ecliptique que de deux degrez trente minutes.

REMARKES.

Les Planetes vues de la Terre paroissent avoir des mouvemens fort extraordinaires; car quand on les a vû aller suivant l'ordre des Signes, c'est-à-dire, d'Occident en Orient, on s'apperoit qu'elles restent pendant quelque tems comme attachées à une même Etoile, dont elles ne s'éloignent point; & quelquefois elles paroissent faire un mouvement contraire, & aller d'Orient en Occident, puis elles sont stationnaires, enfin elles reprennent leur route ordinaire, elles vont d'Occident en Orient.

DES SATELLITES DE SATURNE.

Le mouvement propre des cinq Satellites de Saturne, se fait de même que celui de toutes les Planetes, suivant la suite des Signes, en sorte qu'ils paroissent dans la partie supérieure de leurs orbes, qui est la plus éloignée de nous, aller de l'Occident vers l'Orient, & dans la partie inférieure qui est la plus proche, de l'Orient vers

l'Occident. Chacun de ces Satellites fait sa révolution autour de Saturne en des tems différens, comme on le peut voir dans la Table suivante.

<i>Révolutions.</i>		<i>Jours.</i>	<i>Heures.</i>	<i>Minutes.</i>
Du premier	} en }	1	21	18
Du second.		2	17	41
Du troisième		4	12	25
Du quatrième		15	22	41
Du cinquième		79	7	47

La distance de ces Satellites au centre de Saturne, qui est très-petite à notre égard, à cause du prodigieux éloignement de cette Planete, ne laisse pas d'être réellement fort grande; car nous trouvons que le premier Satellite est éloigné du centre de Saturne de 43 demi-diamètres de la Terre, ou 64500 lieues, en donnant 1500 lieues au demi-diamètre terrestre. Le second de 83000 lieues à peu près de même que la Lune l'est de la Terre, lorsqu'elle est près de son Péricée. Le troisième en est éloigné de 116000 lieues. Le quatrième, de 266000 lieues. Et le cinquième, de près de 900000 lieues; ce qui surpasse neuf fois la distance de la Lune à la Terre.

Le quatrième Satellite est beaucoup plus gros en apparence que les autres; ce qui donne la facilité de l'observer en tout tems, & même avec des Lunettes, dont le foyer n'excède pas 10 à 12 pieds. Le cinquième paroît souvent plus gros que le troisième; mais dans de certains tems il diminue de grandeur & de clarté, de sorte qu'il cesse entièrement de paroître.

R E M A R Q U E S.

On sçait que les Planetes qui tournent autour du Soleil , observent entr'elles une certaine proportion découverte par Kepler , qui est telle que les quarez des révolutions sont comme les cubes de leurs distances au Soleil , c'est-à-dire , que prenant le quarré du tems de chaque révolution , & tirant la racine cubique de ces quarez , ces racines sont entr'elles dans la même proportion que les distances. Ainsi lorsqu'on connoît le tems que les Planetes mettent à faire leur révolution autour de leur centre , on connoît les rapports des distances qu'elles ont à ce centre. Saturne , par exemple , est 30 ans à faire son tour au tour du Soleil , & la Terre est un an à faire son tour autour du Soleil : pour sçavoir le rapport de distance de ces deux Planetes au Soleil ; quarez en premier lieu ce nombre 30 , il viendra 900 , dont la racine cubique est presque 10. Quarrez en second lieu 1 , le quarré est 1 , & la racine cubique est aussi 1. De-là on connoît que la distance de la Terre au Soleil , est à la distance de Saturne au Soleil à peu près comme 1 est à 10 , c'est-à-dire , que Saturne est dix fois plus éloigné du Soleil que la Terre.

Cette règle est générale pour tous les corps qui tournent autour d'un centre dans notre Tourbillon , & elle s'est vérifiée par les observations qu'on a faites sur les Satellites de Jupiter , & sur ceux de Saturne. Voyez les Memoires de l'Académie Royale des Sciences , années 1714 , 1715 , 1716 , & autres.

DE L'ANNEAU DE SATURNE.

Rien n'est plus capable d'exciter la curiosité des Philosophes & des Astronomes , après la variété & le nombre des Satellites de Saturne , que cet Anneau merveilleux , qui environne cette Planete. C'est un corps qui est rond , plat & mince ; mais il forme diverses apparences , suivant que notre œil est plus ou moins élevé sur son plan.

Quand cet Anneau , qui est large & fort mince , ne présente à nos yeux que sa surface étroite , il disparoît , quoiqu'il soit éclairé du Soleil. On le voit ensuite reparoître pendant quelques jours , après lesquels on le perd de vue pour la seconde fois. Il reste invisible pendant quatre ou cinq mois. Après ce tems on le voit reparoître de nouveau , & il augmente ensuite presque continuellement pendant l'espace de sept années , au bout desquelles il paroît dans sa plus grande largeur.

Dans le tems que cet Anneau paroît le plus large , il a la figure d'un Ellipse , dont le grand diamètre est à peu près le double du petit ; il se rétrécit ensuite pendant l'espace de sept années & demi , après lesquelles il disparoît entièrement. Il reprend ensuite sa première forme , & renouvelle les mêmes Phases deux fois dans l'espace de près de 30 années.

Cet Anneau se tient suspendu autour de Saturne , dont il est entièrement détaché , semblable à un cercle lumineux qui environneroit la Terre , & dont le plan passeroit par le centre. Cette apparence , qui n'a point sa pareille dans les Corps Célestes , a donné lieu de conjecturer que ce pouvoit être un amas de Satellites , qui faisoient leurs ré-

volutions autour de Saturne, que leur grandeur est si petite, qu'on ne peut les appercevoir chacun séparément; mais ils sont en même tems si près l'un de l'autre, qu'on ne peut distinguer les intervalles qui sont entr'eux, en sorte qu'ils paroissent former un corps continu. Tous ces Satellites doivent être compris dans l'Atmosphère de Saturne, & entraînez par le mouvement qui fait tourner cette Planete autour de son centre. Ils doivent aussi donner à Saturne un spectacle singulier & très-agréable. Ceux qui seront sur l'Horison, sont pendant une nuit autant de Lunes qui représentent des Phases différentes, ou des Phases conduites par tous les degrez possibles, que nous ne voyons ici que successivement dans la Lune.

Cet Anneau, ou cet amas de Satellites paroît sous la forme d'un demi-cercle d'un bout à l'autre de l'Horison, & renvoyant la lumière du Soleil, il fait l'effet d'une Lune continue.

Il y a des tems où l'on n'apperçoit que deux Corps lumineux à côté de Saturne, & diamétralement opposez entr'eux. Dans le commencement qu'on les découvrit par la Lunette, on les prit pour deux Satellites immobiles; mais on reconnut dans la suite que c'étoient deux portions opposées de l'Anneau, égales & semblables, qui sont aux extrémités d'un de ses diamètres prolongé; c'est ce qu'on appelle les Anses de Saturne, à cause de leur figure: l'une disparoît quelquefois, tandis que l'autre reste visible; les deux Anses disparaissent aussi en certains tems: pour lors ils laissent voir Saturne entierement rond. On les voit quelquefois disparaître deux ou trois fois dans la même année, & on les voit reparoître autant de fois. Elles deviennent invisibles, ou par le défaut de la

lumière du Soleil, ou parce que le plan de l'Anneau prolongé passant par le centre de la Terre, ne réfléchit point la lumière du Soleil vers nos yeux.

La circonférence extérieure de l'Anneau est de plus de 18000 lieues au-dessus de la surface de Saturne; la largeur de l'Anneau est de plus de 8000 lieues, & le vuide qui est entre la circonférence inférieure de l'Anneau & la Surface de Saturne, comprend le même nombre de 8000 lieues. Si on veut avoir ces mesures avec plus de précision, on en fera le calcul, en supposant que le demi-diamètre de l'Anneau, à compter du centre de Saturne, est à celui du Globe de Saturne, comme 9 est à 4; que l'espace compris entre la surface de Saturne & l'extrémité de l'Anneau, est 5; que la largeur de l'Anneau tient la moitié de cet espace, c'est-à-dire, $2\frac{1}{2}$: qu'enfin le diamètre de Saturne est près de dix fois plus grand que celui de la Terre, que l'on sçait être de 3863 lieues communes.

DES COMETES.

On apperçoit de tems en tems dans le Ciel entre le cercle de Mars, & celui de Venus, des Corps lumineux, qui après avoir été visibles pendant quelque tems, disparaissent dans la suite, sans qu'on puisse les observer dans l'étendue de leur révolution. On leur a donné le nom de Cometes. Elles sont semblables aux Planetes, en ce que paroissant tourner autour de la Terre, elles sont vues sous une figure spherique, qui semble être solide & éclairée du Soleil; c'est ce qu'on appelle la Tête de la Comete; mais elles sont différentes des Planetes par une sorte d'illumination qui les accompagne,

accompagne , & à laquelle on les reconnoît. On a donné le nom de Queue ou de Barbe à cette espèce d'illumination , selon que la Comete paroissant après le coucher du Soleil , ou avant son lever , laisse voir cette trace de lumière du côté opposé au Soleil. Elle occupe quelquefois dans le Ciel un espace de plus de 60 degrez ; & quelquefois elle se racourcit de telle maniere ; qu'elle ressemble à une chevelure qui enveloppe la Tête de la Comete.

Il y a des Cometes , dont le disque vû par la Lunette , paroît aussi rond , aussi net , & aussi clair que celui de Jupiter. Il y en a d'autres , dont le disque paroît mal terminé & sombre , comme les Etoiles nébuleuses le paroissent à la vûe simple.

Quelques Astronomes , comme Herclius , prétendent que les Cometes ne sont formées que des exhalaisons sorties du Soleil & des Planetes , & qu'elles sont entierement semblables aux Taches qu'on remarque sur le disque du Soleil : ce sentiment ne manque point de probabilité. Cependant on pourroit croire que les Cometes ne sont pas des Corps formez de nouveau ; mais que ce sont des Astres réguliers ; qui décrivent des cercles prodigieusement excentriques à la Terre , & qui le sont à tel point ; que nous ne pouvons voir ces Astres que dans une très-petite partie de leur révolution. Hors de là , ils vont se perdre dans des espaces immenses , où ils se déroberont à nos yeux & à nos Lunettes , soit qu'ils demeurent dans notre Tourbillon , soit qu'ils en sortent , & qu'ils y reviennent ensuite. Quoi qu'il en soit , le mouvement des Cometes sera , dans ce systême , aussi régulier que celui des Planetes. Voyez Herclius dans son Traité des Cometes , M. Cassini dans ses Observations

322 RECREAT. MATHÉM. ET PHYS.

sur les Comètes , & les Memoires de l'Académie Royale des Sciences , année 1699 & autres.

Le tems de la révolution des Comètes autour d'un centre , n'a pû encore être déterminé. Leur vitesse n'est point tout-à-fait connue , & leur route est encore incertaine. Quelques Astronomes cependant pensent qu'il y a des Comètes qui se font voir de 46 ans en 46 ans , & d'autres de 34 ans en 34 ans. M. Cassini a crû pouvoir assigner un Zodiaque compris dans les Constellations énoncées dans ces deux Vers Latins.

*Antinoüs , Pegasusque , Andromeda , Taurus ,
Orion ,
Procyon , atque Hydrus , Centaurus , Scorpius ,
Arcus.*

Ce Zodiaque renferméroit en sa largeur 10 à 11 degrez , comme celui des Planetes , & quoiqu'il y ait eu des Comètes , qui n'aient point suivi cette route ; cette détermination n'est pourtant pas inutile , comme il paroît par la Prédiction heureuse que M. Cassini même a fait du chemin que devoit suivre la Comète qui parut sur la fin de 1680 , & au commencement de 1681 , après la première Observation , & qu'il jugea être la même qu'avoit observé Tycho-Brahé en 1577 , 103 ans auparavant , c'est-à-dire , après trois fois 34 ans.

DES ETOILES FIXES.

La distance qu'il y a de la Terre aux Etoiles fixes est prodigieuse ; car dans le Système de Copernic , le cercle que la Terre décrit autour du Soleil n'est compté que pour un point par rapport à l'éloignement des Etoiles fixes. La Terre au bout

de six mois est éloignée de tout le diamètre de ce cercle , qui est très-considérable. Cependant on n'apperçoit aucune différence de la hauteur du Pole dans ces deux situations ; ce qui ne manqueroit point d'arriver , si le diamètre de l'orbite de la Terre avoit quelque rapport avec la distance qu'il y a d'ici aux Etoiles fixes. Elles n'empruntent point leur lumière du Soleil ; elles trouvent en elles une source féconde de lumière , & ce sont apparemment autant de Soleil qui éclairent peut-être des Planètes , qui tournent autour d'elles , comme les Planètes de notre Tourbillon tournent autour de notre Soleil , & en sont éclairées.

On remarque dans les Etoiles fixes une lumière tremblante. Oseroit-on dire avec un Auteur de réputation , * que ces Etoiles ne nous envoient * M. de cette lumière tremblante , & ne paroissent briller à Fontenelle , dans reprises , que parce que leurs Tourbillons poussent le , dans perpétuellement le nôtre , & en sont perpétuellement repoussés. Chaque Etoile formeroit donc sa pluralité des Mondes , tant de Mondes ou de Tourbillons , qui s'enflent , & se desinflant continuellement , conserveroit presque toujours une égalité de force entr'eux : à mesure qu'un Tourbillon s'enfle pour s'étendre , il est aussi-tôt repoussé par les Tourbillons voisins , qui sont aussi repoussés eux-mêmes , & forcé à se céder les uns aux autres plus ou moins de place , selon les différens degrez de force que l'Auteur de la nature conserve dans l'Univers. Si cet équilibre vient à manquer par quelque cause que ce soit dans un Tourbillon , alors le Soleil , qui n'a pû tenir contre les efforts de ses voisins , est contraint d'entrer dans quelqu'autre Tourbillon , & d'en suivre les mouvemens , où il se fait voir sous la figure & le nom de Comète.

Les Anciens n'ont connu que 1022 Etoiles fixes, & les ont divisé en 48 Constellations : mais les Modernes en ont observé à la simple vûe jusqu'à 1481, qu'ils ont distribuées en 63 Constellations. Ils en comptent 25 dans la partie Septentrionale, 26 dans la partie Méridionale du Ciel, & les 12 autres auxquelles on donne le nom de Signes, se trouvent sur le Zodiaque. Toutes ces Etoiles ne paroissent pas d'une même grandeur ; on en distingue de six grandeurs différentes. On donne ici une Table des 63 Constellations, où l'on a mis le nombre d'Etoiles que contient chaque Constellation, & le nombre des Etoiles de chaque grandeur différente, qui entre dans chacune de ces Constellations.

TABLE DES CONSTELLATIONS.

Constellations Septentrionales.

<i>Nomb. des Constel.</i>	<i>Nomb. des Etoiles.</i>	<i>1^e. grandeur.</i>	<i>2^e. grandeur.</i>	<i>3^e. grandeur.</i>	<i>4^e. grandeur.</i>	<i>5^e. grandeur.</i>	<i>6^e. grandeur.</i>
1. La petite Ourse,	10	0	3	1	3	1	3
2. La grande Ourse,	35	0	7	3	12	8	5
3. Le Dragon,	35	0	1	10	14	8	2
4. Céphée,	21	0	0	3	7	7	4
5. Cassiopée,	28	0	0	5	5	3	15
6. Persée,	42	0	2	4	12	12	12
7. Le Chartier,	40	1	2	0	7	3	27
8. Le Bouvier,	32	1	0	6	13	4	8
9. Hercule,	62	0	0	9	21	11	21
10. Le Cigne,	40	0	1	5	16	7	11
11. Andromède,	27	0	3	1	11	10	2
12. Le Triangle,	6	0	0	0	3	1	2
13. La Chevelure de Berenice,	13	0	0	1	11	1	0
14. La Couronne,	21	0	1	0	5	8	7
15. La Lyre,	15	1	0	2	1	7	4
16. Pegase,	23	0	4	3	6	3	7
17. Le petit Cheval,	4	0	0	0	4	0	0
18. Orion,	56	2	4	4	16	11	12
19. Le petit Chien,	10	1	0	1	0	3	5
20. Le Septenaire,	30	0	1	7	9	10	3
21. Le Serpent,	35	0	1	7	7	2	18

Xiii

Constellations Méridionales.

<i>Nomb. des Constel.</i>		<i>Nomb. des Etoiles.</i>	<i>1^e. grandeur.</i>	<i>2^e. grandeur.</i>	<i>3^e. grandeur.</i>	<i>4^e. grandeur.</i>	<i>5^e. grandeur.</i>	<i>6^e. grandeur.</i>
22.	L'Aigle ,	27	0	1	6	1	5	14
23.	Antinoüs ,	15	0	0	6	2	1	6
24.	La Fleche ,	8	0	0	0	3	1	4
25.	Le Dauphin ,	10	0	0	5	0	1	4

Signes du Zodiaque.

26.	Le Belier ,	19	0	0	3	1	2	13
27.	Le Taureau ,	48	1	1	5	8	20	13
28.	Les Gemeaux ,	34	0	3	4	7	9	11
29.	L'Ecrevisse ,	32	0	0	2	4	6	20
30.	Le Lion ,	43	2	2	5	13	7	14
31.	La Vierge ,	45	1	0	5	6	11	22
32.	La Balance ,	14	0	2	1	8	2	1
33.	Le Scorpion ,	35	1	1	9	10	11	3
34.	Le Sagittaire ,	30	0	2	7	8	8	5
35.	Le Capricorne ,	28	0	0	4	1	7	16
36.	Le Verfeur d'eau ,	42	0	0	4	7	25	8
37.	Les Poissons ,	36	0	0	1	6	19	10

Constellations Méridionales.

38.	La Baleine ,	29	0	2	7	14	5	1
39.	L'Eridan ,	44	1	0	6	29	5	3
40.	Le Lievre ,	13	0	0	4	4	4	1
41.	Le grand Chien ,	19	1	1	5	4	8	0

Constellations Méridionales.

<i>Nomb. des Const.</i>		<i>Nomb. des Etoiles.</i>	<i>1^{re} grandeur.</i>	<i>2^e grandeur.</i>	<i>3^e grandeur.</i>	<i>4^e grandeur.</i>	<i>5^e grandeur.</i>	<i>6^e grandeur.</i>
42.	L'Hydre ,	29	1	0	2	13	9	4
43.	La Tasse ,	11	0	0	0	8	1	2
44.	Le Corbeau ,	8	0	0	4	1	2	1
45.	Le Poisson Austral ,	12	1	0	0	9	2	0
46.	Le Phœnix ,	14	0	1	3	8	2	0
47.	La Colombe ,	12	0	2	0	9	0	1
48.	Le Navire Argo ,	51	1	7	10	23	7	3
49.	Le Centaure ,	41	2	5	7	16	9	2
50.	Le Loup ,	20	0	0	2	11	7	0
51.	La Couronne Au- strale ,	13	0	0	0	4	7	2
52.	La Gruë ,	15	0	3	0	4	2	6
53.	Hydrus ,	15	0	1	0	4	10	0
54.	La Dorade ,	6	0	0	0	3	3	0
55.	Le Poisson Volant ,	4	0	0	0	0	1	3
56.	La Mouche ,	4	0	0	0	4	0	0
57.	Le Triangle Austral ,	4	0	3	0	0	1	0
58.	L'Autel ,	6	0	0	0	5	1	0
59.	Le Paon ,	16	0	1	2	1	6	6
60.	L'Indien ,	15	0	0	0	6	3	6
61.	Le Toucan ,	8	0	4	0	3	1	0
62.	Le Caméléon ,	9	0	0	9	0	0	0
63.	Apus , ou l'Oiseau d'Inde ,	12	0	0	0	1	11	0

X iiij

Outre toutes ces Etoiles , qu'on observe à la vûe simple , on remarque encore dans le Ciel une blancheur qui s'étend d'un Pole à l'autre. C'est ce qu'on appelle la Voye Lactée , ou la Voye de Lait , & qui n'est autre chose qu'une infinité de petites Etoiles invisibles aux yeux , à cause de leur petitesse , & semées si près les unes des autres , qu'elles paroissent former une lueur continuelle : on ne peut les découvrir qu'avec des Lunettes d'approche. Cette Voye Lactée passe par les Constellations de Cassiopée , du Cigne & de l'Aigle ; par la Fleche du Sagittaire , la Queue du Scorpion , le Centaure , le Navire Argó , les Pieds des Gemeaux , le Chartier & Persée. Avec le secours des Lunettes , on découvre un très-grand nombre d'Etoiles , répandues parmi les autres , & elles sont en si grande quantité dans quelques Constellations , que dans celle d'Orion on en compte plus de mille.

Parmi les Etoiles fixes , il y en a qui paroissent & disparaissent pendant certaines Périodes. Mais ce qui est très-remarquable , c'est que dans le commencement qu'elles paroissent ; leur grandeur augmente jusqu'à ce qu'étant prêtes à disparaître , leur grandeur diminue peu à peu. On les voit même encore avec des Lunettes d'approche , quand on ne peut plus les appercevoir avec la vûe simple. Ces Etoiles seroient-elles semblables à nos Planètes , & auroient-elles un mouvement autour de quelque Etoile ?

On observe au contraire d'autres Etoiles , qui ayant paru pendant un certain tems , disparaissent absolument. On les voit d'abord d'une figure ronde , & d'une grandeur qui augmente peu à peu ; de sorte qu'elles paroissent plus grandes que les

Etoiles de la premiere grandeur ; mais elles diminuent insensiblement en passant par tous les differens degrez de grandeur des Etoiles, & elles changent en même tems de couleur , à mesure qu'elles approchent de leur fin ; car dans le commencement elles ont une lumière blanche & agréable , qui ressemble assez à celle de Venus , ensuite elles prennent une couleur rougeâtre , comme celle de Mars : enfin elles deviennent blanchâtres & plombées comme Saturne , jusqu'à ce qu'elles disparaissent. Depuis leur commencement jusqu'à leur fin on les voit avec cette lumière tremblante , qui est commune à toutes les Etoiles fixes.

PROBLEME XLVII.

Dresser un Theme Céleste.

LEs Astrologues prétendent par la connoissance de la disposition des Astres , pénétrer dans l'obscurité de l'avenir , soit pour prévoir les changemens des tems , soit pour prédire les événemens qui sont attachez à la fortune des hommes. Ils supposent le Ciel divisé par des Méridiens en douze parties égales, auxquelles ils ont donné le nom de *Maisons Célestes*. On commence à compter ces Maisons à l'Orient , en descendant sous l'Horison , de telle sorte que les six premières sont toujours sous l'Horison , & les six autres dessus.

La premiere Maison est appellée *Horoscope*, *Maison de la Vie*, du *Temperament*, de la *Santé*, des *Mœurs*, de l'*Esprit*, & *Angle Oriental*. Planche 22 *
Fig. 46.

La seconde, la *Maison des Richesses*, de l'*Or*, des *Meubles*, & des *Fonds acquis*.

La Troisième, la *Maison des Freres* & des *Alliez*.

La quatrième , dans le plus bas du Ciel, la *Maison des Parens* , des *Successions* , & l'*Angle de la Terre*.

La cinquième , la *Maison des Enfans* & des *Plaisirs*.

La sixième , la *Maison des Domestiques* , des *Sujets* , & des *Animaux apprivoisez*.

La septième , dessus l'*Horifon* , du côté de l'*Occident* , la *Maison du Mariage* , des *Ennemis connus* , & l'*Angle d'Occident*.

La huitième , la *Maison de la Mort* , & *Porte supérieure*.

La neuvième , la *Maison de la Piété* , & des *Voyages*.

La dixième , au plus haut du Ciel , la *Maison des Offices* , des *Actions* , & de la *Gloire*.

L'onzième , la *Maison des Amis*.

La douzième , la *Maison des Maladies* , des *Prisons* , des *Exils* , des *Ennemis cachez* , & des *Afflictions*.

Plan-
che 22 *
Fig. 46.

On dispose ces Maisons dans un quarré , de la manière qu'on le voit dans la Figure.

S'il étoit proposé de dresser pour Paris un *Thème Céleste* , ou de tirer un *Horoscope* pour le premier Janvier 1723 à Midi précis , il faudroit chercher dans quelques *Ephémérides* les vrais lieux des Planetes. La Connoissance des Tems calculez par M. *Lientaud* de l'*Académie Royale des Sciences* , les donne tels qu'on les voit dans cette Table.

		<i>Longitude.</i>	
Le Soleil	☉	10 d. 37'	♊
La Lune	☾	29 d. 55'	♋
Saturne	♄	23 d. 5'	♊
Jupiter	♃	22 d. 18'	♊
Mars	♂	18 d. 2'	♊
Venus	♀	11 d. 40'	♋
Mercuré	☿	24 d. 59'	♊

Nous n'entreprendrons point d'expliquer ici toutes les différentes manières de dresser le Theme Céleste ; celles qui se font par le moyen des Tables , sont trop difficiles pour des Récréations Mathématiques. Nous nous contenterons d'indiquer la méthode qui paroît la plus aisée , & de l'appliquer à la question proposée. Prenez un Globe Terrestre , dont vous mettrez le Pole à la hauteur de 49 degrez , qui est l'élevation du Pole de Paris. Mettez ensuite dans le Méridien le degré du Soleil , qui est 10 d. 37' du ♊ . Ayant pris garde à quel point l'Horison coupe l'Equateur du côté de l'Occident , vous verrez qu'il le coupe vers le dixième degré : pattagez en trois les 90 degrez de l'Equateur compris entre l'Horison & le Méridien ; ou comptez de ce point 10 trois fois trente degrez. Faites passer par ces trois divisions de l'Equateur du côté de l'Occident , le cercle de position attaché aux Poles. Remarquez en quel point ce cercle fixé sur chaque division , coupera l'Ecliptique , & vous trouverez que le commencement de la huitième Maison est au 7°. degré de ♎ ; celui de la neuvième au 27°. degré de ♊ , & celui de la dixième au 10°. degré 37 minutes du ♊ . Faites du côté de l'Orient la même chose que vous

Plan-
che 22 *
Fig. 46.

332 RECREAT. MATH. ET PHYS.

avez fait du côté de l'Occident , en passant le cercle de position dans la partie Occidentale , & vous trouverez que le commencement de la onzième Maison est au 27°. degré de ♊ ; celui de la douzième au 27°. degré de ♋ , & celui de la première au 24°. degré 33 minutes de ♌ . Les commencemens de ces six Maisons ayant été ainsi trouvées , il ne sera pas difficile de trouver les commencemens des six autres , puisqu'il n'y a qu'à mettre dans les suivantes les Signes opposez avec les mêmes degrez & minutes , comme on le voit dans cette Table , & dans la Figure.

Maisons.	Signes.	Maisons.	Signes.
8.	♍ 7 d.	2.	♈ 7 d.
9.	♊ 27 d.	3.	♏ 27 d.
10.	♊ 10 d. 37'	4.	♌ 10 d. 37'
11.	♊ 27 d.	5.	♌ 27 d.
12.	♋ 27 d.	6.	♎ 27 d.
1.	♌ 24 d. 33'	7.	♏ 24 d. 33'

Les positions des Signes étant trouvées , & les Signes avec leurs degrez , ayant été placez dans le Theme Céleste , on mettra chaque Planète avec son lieu , ou sa longitude dans la Maison qui lui convient , à raison du Signe où elle se trouve. Ainsi la ☿ sera placée avec ses degrez & minutes dans la 7°. Maison , à cause qu'elle est dans le Signe de ♏ ; h sera mis dans la 9°. Maison , à cause du ♊ , où il se trouve , & ainsi des autres , comme on le remarquera aisément dans la Figure.

R E M A R Q U E S.

I.

S'il étoit proposé de dresser un Theme Céleste

PROBLÈMES DE COSMOGRAPHIE. 333

à une autre heure qu'à Midi , comme à 6 heures du soir , il faudroit trouver le vrai lieu du Soleil , ou des Planetes pour cette heure proposée , suivant ce qui est enseigné dans la Connoissance des Temps : De plus , après avoir mis le degré du Signe dans le Méridien , il faudroit mettre l'éguille des heures sur 12 heures , tourner ensuite le Globe du côté de l'Occident , jusqu'à ce que cette éguille marquât l'heure proposée , qui est ici 6 heures du soir. Si l'heure proposée étoit le matin , il faudroit tourner le Globe vers l'Orient : alors on feroit les mêmes opérations qu'on a enseigné ci-dessus.

II.

Si le Theme à dresser est pour un autre lieu que Paris , il faut faire toutes les réductions nécessaires , pour lesquelles on consultera la Connoissance des Temps , & faire attention à l'élevation du Pole du lieu pour lequel on veut tirer l'Horoscope.

III.

On n'entreprendra point de rapporter les principes sur lesquels est fondée la Science de l'Astrologie Judiciaire. Ceux qui voudront connoître par eux-mêmes la foiblesse des fondemens qui soutiennent un édifice si peu solide , pourront s'en instruire en lisant les Docteurs de cette Science ; tels que sont Stöfler , Magin , Villon , Rantzaw , Pagan , Morin , & les autres. Rantzaw , qui étoit très-versé dans cette matière , dit dans sa Préface , que l'Astrologie est fondée sur la conjecture , qu'il avoue être quelquefois trompeuse. Morin , autrefois Professeur Royal , employe toute sa Philosophie dans son *Astrologia Gallica* , pour prouver

la solidité de cette Science. Mais après une lecture pénible de ce Livre, je ne sçai si on sera frappé de ses preuves: Cependant il ne sera point inutile de lire le Poëme Astronomique de Manile, sur-tout si on consulte l'habile Commentateur Dauphin dans les endroits difficiles.

Quoiqu'il en soit, on ne peut s'empêcher de rapporter un fait qui convient d'autant plus au sujet qu'on traite ici, qu'il appartient à M. Ozanam même. On le tirera de l'Eloge de M. Ozanam, que M. de Fontenelle a donné dans l'Histoire de l'Académie de l'année 1717. » Il sçavoit trop » d'Astronomie, dit M. de Fontenelle, pour donner dans l'Astrologie Judiciaire, & il refusoit » courageusement tout ce qu'on lui offroit pour » l'engager à tirer des Horoscopes; car presque » personne ne sçait combien on gagne à ignorer » l'avenir. Une fois seulement il se rendit à un » Comte de l'Empire, qu'il avoit bien averti de ne » le croire pas. Il dressa par Astronomie le Theme » de sa nativité; & ensuite, sans employer les règles de l'Astrologie, il lui prédit tous les bonheurs qui lui vinrent à l'esprit. En même-temps le Comte fit faire aussi son Horoscope par un Médecin très-entêté de cet Art, qui s'y prétendoit fort habile, & qui ne manqua pas d'en suivre exactement & avec scrupule toutes les règles. Vingt ans après le Seigneur Allemand apprit à M. Ozanam, que toutes ses prédictions étoient arrivées, & pas une de celles du Médecin. Cette nouvelle lui fit un plaisir tout différent de celui qu'on prétendoit lui faire. On vouloit l'applaudir sur son grand sçavoir en Astrologie, & on le confirmoit seulement dans la pensée qu'il n'y a point d'Astrologie.



PROBLEMES DE MECANIQUE.

LA plupart des Problèmes de Mécanique sont plus utiles que curieux, parce qu'ils servent ordinairement à l'exécution des choses les plus nécessaires à la vie de l'homme. Ainsi il semble qu'on ne sçauroit trop s'étendre sur cette matière : néanmoins comme il faut nécessairement nous borner, pour ne pas faire un Volume trop ample, je ne rapporterai que les Problèmes qui me sembleront les plus utiles, les plus agréables, & les plus faciles à comprendre & à exécuter.

PROBLEME I.

Empêcher qu'un corps pesant ne tombe, en lui ajoutant du côté où il tend à tomber, un autre corps plus pesant.

ON met sur le bord d'une table AB, une Clef ^{Planche} CD, de manière que la partie ED, qui n'est que 45° point appuyée sur la table, est plus pesante que la ^{Fig. 127} partie CE, qui paroît en être soutenue. On propose de faire en sorte que cette Clef demeure dans cette situation sans tomber. Voici ce qu'il faut faire. Ajoutez à l'extrémité D de la Clef un bâton DFG recourbé vers le dessous de la table. Attachez à l'extrémité G du bâton un poids H, tellement

Plan- che 45. Fig. 127. situé, qu'il réponde perpendiculairement au point E, où la Clef touche la table. Alors la Clef ne tombera point ; car pour tomber, il faudroit que la partie ED s'inclinant, la partie EC fît un mouvement, & que l'extrémité C décrivît un arc de cercle, dont le point E seroit le centre. Or on conçoit que cela ne peut arriver, si le poids H ne monte au lieu de descendre : mais il n'y a point de cause pour faire monter le poids H, à moins qu'on n'appuie fortement sur quelque point de la partie EF, où qu'on y suspende un poids perpendiculairement. Il est donc impossible que la Clef fasse aucun mouvement. Ainsi elle demeurera dans la situation où on l'a posée, avec toutes les circonstances qu'on a décrites.

REMARQUES.

I.

Il faut regarder le poids H comme attaché au point I, ou à quelque autre point entre C & E, si le poids H avance dessous la table.

II.

On exécute facilement ce Problème avec une plume, à l'extrémité de laquelle on fiche la pointe d'un ganif, en sorte que le ganif fasse un angle aigu avec la plume qu'on pose par son autre extrémité sur la table.

III.

Plan- che 23. Fig. 47. On peut encore exécuter ce Problème par le moyen d'un bâton CE, posé sur une table, à l'extrémité duquel on ajuste un seau CF plein d'eau.

Cc

Fig. 47.

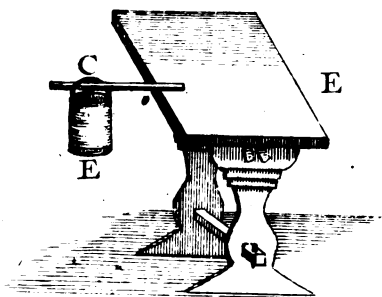


Fig. 50.

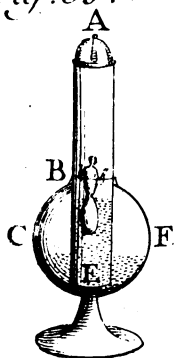
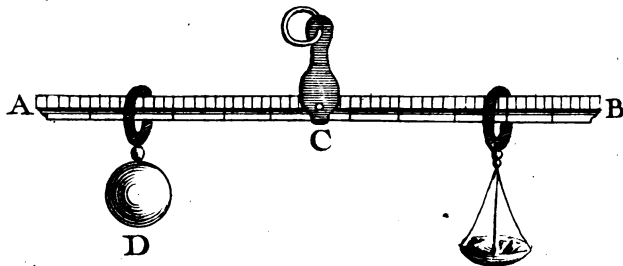


Fig. 48.



Ce bâton doit être un peu aplati à son extrémité C, sur laquelle ayant fait passer l'anse du seau, on met un autre bâton CF, qui appuyant par un de ses bouts sur le fond du seau F, tienne de l'autre bout fortement serré le premier bâton EC contre l'anse du seau. Cela étant fait, on met sur la table le bâton CE, comme on le voit dans la Figure, & le seau plein d'eau se trouvera suspendu à l'extrémité de ce bâton, qui tomberoit, s'il n'avoit pas ce poids. Observez que le bâton EC doit être avancé sur la table de telle manière, que le centre de gravité de tout le poids se trouve sous le bord de la table.

Plan.
che 23.
Fig. 47.

PROBLEME II.

Faire une Boule trompeuse au Jeu de Quilles:

FAites un trou qui n'aille point jusqu'au centre de la boule. Mettez dans ce trou du plomb: bouchez-le si bien, qu'il ne soit pas aisé de le découvrir. Quoiqu'on roule cette boule en la jettant droit vers les quilles, elle ne manquera pas de se détourner, à moins qu'on ne la jette par hazard ou par adresse de telle sorte, que le plomb se trouve dessus ou dessous, en faisant rouler la boule.

PROBLEME III.

Partager une pomme en deux, quatre, huit, &c. sans rompre la peau de la pomme.

Ayez une petite éguille enfilée de soye ou de fil: commencez à percer la pomme à la tête ou à la queue, en ne prenant que très-peu de l'é-

Tome II.

Y

corce, & passant légèrement sous la peau : pratiquez la même chose, en faisant tout le tour de la pomme, & revenez à l'endroit que vous aurez commencé à percer, où vous aurez laissé un bout du fil. Prenez ces deux bouts de fil, & tirez-les doucement, la pomme sera partagée en deux : les trous de l'éguille étant petits, ne paroîtront point, & il ne semblera pas que la pomme soit partagée. Vous ferez la même chose, si vous la voulez diviser en quatre, ou en autant de parties qu'il vous plaira.

PROBLEME IV.

Faire en sorte qu'un homme se tenant droit, il puisse avoir la tête & les pieds en haut.

IL faudroit le mettre au centre de la Terre. Si on pouvoit aussi placer une échelle au centre de la Terre, il arriveroit que deux hommes monteroient en même tems, & iroient vers deux endroits diamétralement opposez l'un à l'autre.

PROBLEME V.

Par le moyen d'un petit poids, & d'une petite balance, mouvoir un autre poid si grand que l'on voudra.

Plan-
che 45.
Fig. 128. **J**E suppose que la balance AB est attachée en F, au dessus de son centre de mouvement E, par le moyen du crochet immobile EF, & qu'elle a proche de son extrémité B un petit poids C suspendu en H, par un anneau qui coule le long du bras EB. On propose d'enlever un poids d'une pesanteur énorme, comme D, qui pourroit représenter la

Terre, si on en connoissoit la pesanteur, & si l'on avoit un point ferme pour arrêter la balance.

Pour trouver la distance EH du poids C au centre de mouvement E; de sorte que le poids D puisse être mû par le petit poids C arrêté en H; cherchez à un poids I moindre que le poids C, au grand poids D, & à la ligne AE, qui doit être fort petite, une quatrième proportionnelle EH, pour avoir le point H, où le poids I étant suspendu, tiendra le poids D en équilibre: comme il est évident par ce principe général des Mécaniques, qui porte que deux poids demeurent en équilibre autour d'un point fixe, lorsqu'ils en sont éloignez par des distances réciproquement proportionnelles à leurs poids. C'est pourquoi si au lieu du poids I, on applique en H le poids C, qui est plus grand, ce poids C pourra mouvoir & enlever le poids D.

PROBLEME VI.

Construire une Balance trompense, qui paroisse juste étant unide, aussi bien qu'étant chargée de poids inégaux.

FAites une Balance, dont les deux bassins A, B, soient de pesanteurs inégales, en sorte que les longueurs des bras CD, CE, soient aussi inégales, & réciproquement proportionnelles à ces pesanteurs; c'est-à-dire, que le bassin A soit au bassin B, comme la longueur CE est à la longueur CD. Ces deux bassins A, B, demeureront en équilibre autour du point fixe C. La même chose arrivera aussi lorsque les deux bras CD, CE, seront égaux en longueur, & inégaux en grosseur; en sorte que le bras CD soit plus gros que le bras

Planche 46.
Fig. 131.

Y ij

Plan-
che 46.
Fig. 131.

§40 RECREAT. MATHEM. ET PHYS.

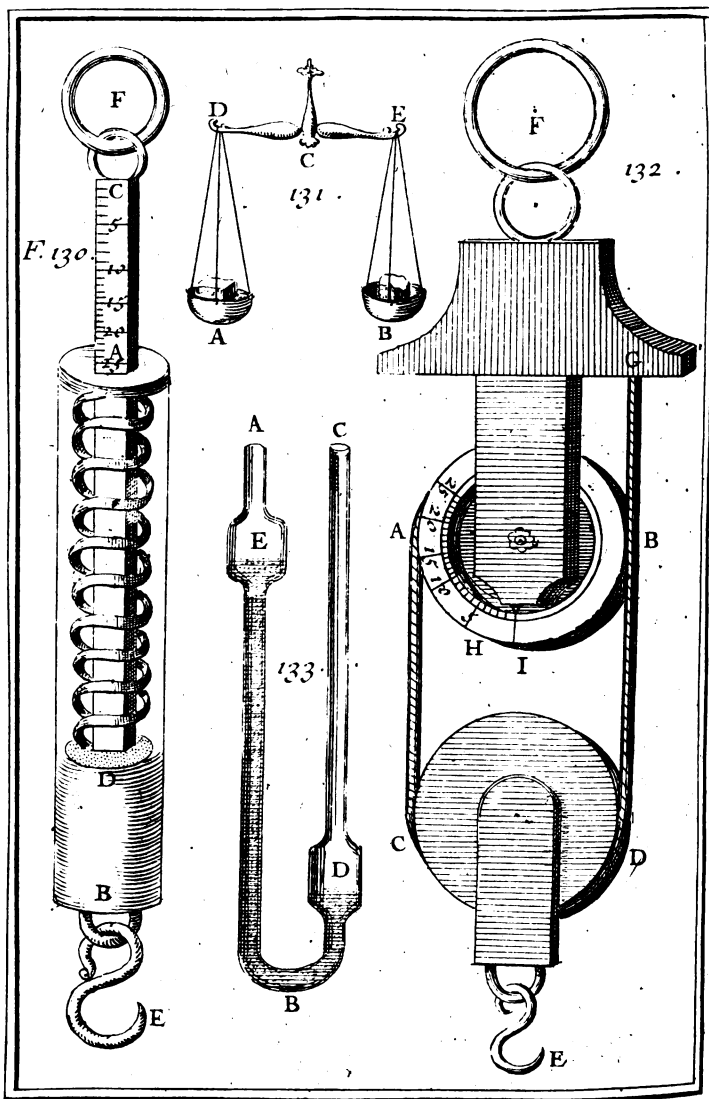
CE, à proportion que la pesanteur du bassin B est plus grande que celle du bassin A. Cela étant fait, si l'on met dans les deux bassins A, B, des poids inégaux, qui soient en même raison que les pesanteurs de ces deux bassins, en sorte que le poids le plus pesant soit mis dans le bassin le plus pesant, & le poids le moins pesant dans le bassin le moins pesant; ces deux poids avec les pesanteurs de leurs bassins demeureront en équilibre autour du centre de mouvement C.

Supposons que le bras CD soit de 3 pouces, & le bras CE de 2 pouces, & réciproquement que le bassin B pèse 3 onces, & le bassin A 2 onces; alors la Balance n'étant chargée que de la pesanteur de ses deux bassins, demeurera en équilibre, étant suspendue par le point C. Si l'on met dans le bassin A un poids de 2 livres, & dans le bassin B un poids de 3 livres, ou bien dans le bassin A un poids de 4 livres, & dans le bassin B un poids de 6 livres, ou bien encore dans le bassin A un poids de 6 livres, & dans le bassin B un poids de 9 livres, &c. la Balance ainsi chargée paroîtra encore juste, parce que ces poids avec les pesanteurs de leurs bassins seront réciproquement proportionnels aux longueurs des bras de la Balance. Mais on découvrira la fausseté de cette Balance, en changeant de bassin les poids, qui alors ne demeureront plus en équilibre.

R P O B L E M E V I I.

Construire un nouveau Peson propre à porter dans la poche.

ON a inventé depuis peu en Allemagne un nouveau Peson, qu'on peut aisément porter à la poche : on s'en sert très-commodément pour



To . 2 . To . II . Pl . 42

peser promptement & facilement un poids d'une grandeur médiocre, comme du Foin, des Marchandises, & autre chose semblable, depuis une livre jusqu'à cinquante.

Cette Machine est composée d'un tuyau ou canon de cuivre AB, long d'environ six pouces, & large à peu près de huit lignes : on n'a marqué dans la Figure que l'extrémité BD de ce tuyau, le reste est ouvert pour laisser voir au dedans un ressort d'acier AD, fait en Vis comme un tire-bourre d'arquebuse. Il y a au bout d'en haut, c'est-à-dire, vers A, un trou quarré, par où passe une verge de cuivre CAD, aussi quarrée, qui traverse le ressort. On voit sur une des faces de cette verge les divisions des livres qui ont été marquées en appliquant successivement au crochet E un poids d'une livre, de deux livres, de trois livres, &c & en traçant des lignes sur cette verge, à l'endroit où elle s'est trouvée coupée par le trou quarré A.

Planche 46.
Fig. 132.

Ces lignes sont inégalement distantes les unes des autres, selon les différens poids attachez au crochet E, qui par leur pesanteur font étendre le ressort, & sortir en dehors une plus grande, ou plus petite partie de la verge, selon que le poids appliqué au crochet E, est plus grand ou plus petit. La verge doit être arrêtée par le bas avec une virole, & avoir en haut un anneau F.

L'usage de ce Peson est évident par sa construction ; il est aisé de connoître que pour s'en servir il le faut suspendre par l'anneau F, qui tient à la verge CD, & appliquer le poids que l'on veut peser au crochet E. La pesanteur du poids, fera descendre le canon AB le long de la verge, sur laquelle on verra en A la pesanteur du poids proposé.

Y iij.

R E M A R Q U E.

Plan-
che 46.

Fig. 132.

Le Sieur Chapotot Ingénieur du Roy, & Fabricateur des Instrumens de Mathématiques à Paris, a imaginé une autre sorte de Peson en forme de Montre, où l'on peut connoître la pesanteur d'un poids avec une très-grande facilité.

Ce nouveau Peson est composé de deux poulies AB, CD, avec leurs chapes, liées ensemble par une corde, comme celles qui servent aux Pendules à poids. La poulie qui est en haut, sçavoir, AB, est creuse comme un barillet de Montre, & contient un ressort, qui étant arrêté par l'ailleur de la poulie, fait le même effet que celui d'une Montre.

La même poulie AB contient les divisions des livres, qu'on y marque mécaniquement, comme dans le Peson précédent, en appliquant successivement au crochet E un poids d'une livre, de deux livres, de trois livres, &c. & en tenant le Peson suspendu par son anneau F. La pesanteur du poids fait tourner la poulie AB, de sorte que par les divers poids la pointe I répondra à des points différens de la poulie AB, où l'on marquera par conséquent les nombres des livres qui conviendront aux poids qui auront été appliquez au crochet E : après quoi on pourra se servir de ce Peson, comme du précédent, pour peser tout ce que l'on voudra.

Il est aisé de voir par la Figure, que la corde BDCA soutient & embrasse par en bas la poulie CD, & qu'elle est attachée fortement au point G par l'un de ses bouts, & par l'autre bout en quelque point de l'autre poulie AB, par exemple, en H;

ce qui contribue à faire tourner cette poulie AB autour de son aissieu, lorsqu'elle est tirée par la partie AC de la corde, à cause de la pesanteur du poids appliqué au crochet E. Cette pesanteur sera d'abord marquée sur la poulie AB, par la pointe I, quand on tiendra le Peson suspendu avec le pouce, ou plutôt avec un bâton appliqué à l'anneau F, &c.

Construction d'un autre Peson.

Ce Peson * consiste en une verge de fer suspendue par un fleau en son point d'équilibre C, qui partage la verge du Peson en deux bras égaux, Fig. 48. comme les Balances communes. Chacun de ces bras a des divisions égales, & l'ordre de ces divisions commence du point C de l'équilibre, & va vers les extrémités A & B, comme on le voit dans la Figure.

Cette Balance sert à connoître le poids & le prix des marchandises en même tems.

Si vous voulez peser quelque marchandise, suspendez-la par un fil de soye à l'un des bras de la Balance, & mettez à l'autre bras un contrepoids marqué D d'une livre ou d'une once, suivant que la marchandise se pese par livres ou par onces. Ce contrepoids doit couler le long du bras, comme dans les Romaines. Pour sçavoir le poids de la marchandise, mettez le fil de soye à la première division, qui est la plus proche du point de l'équilibre, & faites couler le contrepoids le long du bras : la division où il fera équilibre marquera le nombre des livres ou des onces de la marchandise.

* Il a été inventé par Jean Dominique Cassini.

Y iii

Plan-
che 23 *
Fig. 48.

Si vous voulez sçavoir le prix de toute la marchandise à raison du prix convenu, par exemple, à 7 sols l'once ou la livre ; mettez le fil qui soutient la marchandise à la septième division : faites ensuite couler le contrepoids sur l'autre bras jusqu'à ce qu'il soit en équilibre ; le nombre des divisions depuis le point de suspension jusqu'au contrepoids, sera le nombre des sols ou la valeur de la marchandise.

A l'égard des marchandises qu'on ne sçauroit peser que dans un bassin, prenez-en un, dont le poids avec son crochet, soit connu, comme d'une once ou d'une livre. Faites la même chose que vous avez faite avec le fil de soye, & quand vous aurez connu le poids total, ôtez-en le poids du bassin, le reste sera le poids de la marchandise.

R E M A R Q U E.

La livre de Paris est de 16 onces, & se divise en deux marcs chacun de 8 onces. L'once se divise en 8 gros, & le gros en 72 grains : le grain est à peu près le poids d'un grain de froment.

Rapport du Poids de Paris à ceux des Pays étrangers.

La livre d'Avignon, de Lyon, de Montpellier & de Toulouse, est de 13 onces.

La livre de Marseille & de la Rochelle, est de 19 onces.

La livre de Rouen, de Besançon, de Strasbourg & d'Amsterdam, est de 16 onces.

La livre de Milan, de Naples & de Venise, est de 9 onces.

La livre de Messine & de Genes, est de 9 onces $\frac{3}{4}$.

PROBLEMES DE MECANIQUE. 345

La livre de Florence , de Ligourne , de Pise , de Sarragosse & de Valence , est de 10 onces.

La livre de Turin & de Modene , est de 10 onces $\frac{1}{2}$.

La livre de Londres , d'Anvers & de Flandres , est de 14 onces.

La livre de Basle , de Berne , de Francfort & de Nuremberg , est de 16 onces 14 grains.

La livre de Geneve est de 17 onces.

PROBLEME VIII.

Trouver le Poids d'un nombre donné de livres par le moyen de quelques autres Poids différens.

ON résoudra facilement ce Problème par le moyen de plusieurs poids en progression géométrique double & triple : il faut que l'une & l'autre commence par l'unité.

Pour la progression géométrique double.

Si l'on a des poids qui soient en progression géométrique double , tels que sont ces nombres 1 , 2 , 4 , 8 , 16 , &c. & qu'on prenne les deux premiers 1 , 2 , on pourra en les mettant dans le Bassin A d'une Balance peser 3 livres. Avec le poids 1 , on pesera une livre ; avec le poids 2 , on pesera 2 livres ; avec les poids 1 , 2 , on pesera 3 livres. Si à ces deux poids 1 , 2 , on ajoute le 3^e. poids 4 , on trouvera le moyen de peser sept livres : on pesera quatre livres avec les poids 4 , cinq livres avec les poids 4 , 1 ; six livres avec les poids 4 , 2 ; sept livres avec les poids 4 , 2 , 1.

De même avec les poids 1 , 2 , 4 , 8 , on pourra

Plan-
che 46.
Fig. 131.

Plan-
che 46
Fig. 131.

peser 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14 & 15 livres; & avec les poids 1, 2, 4, 8, 16, on trouvera le moyen de peser toutes les livres qui sont au dessous de 32 livres.

On connoît par ce qui vient d'être dit, qu'on peut peser toutes les livres qui sont au dessous du double du dernier des poids qu'on a proposé, lorsqu'on a tous les autres depuis l'unité jusqu'au proposé. Si, par exemple, on a ces poids 1, 2, 4, 8, 16, on ne peut peser que jusqu'à 31 livres, qui est le double de 16, diminué l'unité.

Pour la progression triple.

Mais la progression triple depuis l'unité, qui s'exprime par ces nombres 1, 3, 9, 27, 81, &c. a quelque chose de particulier. Avec les deux premiers poids 1, 3, on peut peser 1, 2, 3 & 4 livres: car en mettant le poids 1 dans le bassin B, on pèse une livre; en mettant le poids 3 dans le bassin B, on pèse 3 livres, & 2 livres pourvu qu'on mette dans le bassin A le poids 1; & avec les poids 1, 3 dans le bassin A, on pèse 4 livres.

De même avec les trois premiers poids 1, 3, 9, on peut peser 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 & 13: avec les quatre premiers 1, 3, 9, 27, on peut peser jusqu'à quarante livres.

On connoît par ce qui vient d'être dit, qu'avec des poids en progression triple, commençant par l'unité, on peut peser autant de livres que les poids proposez ajoutez ensemble expriment d'unité. Si, par exemple, on veut sçavoir combien on peut peser avec ces cinq poids 1, 3, 9, 27, 81, ajoutez ces nombres ensemble, & la somme 121 exprime le nombre de livres qu'on peut peser avec les cinq poids proposez, c'est-à-dire, qu'avec

ces cinq poids différens on peut peser toutes les livres qui sont contenues dans 121.

De sorte que si le nombre donné des livres est depuis 1 jusqu'à 40, qui est la somme des quatre premiers termes 1, 3, 9, 27, vous vous servirez de quatre poids différens, dont l'un pèse 1 livre, l'autre 3 livres, le troisième 9 livres, & le quatrième 27 livres, pour trouver par leur moyen un poids de quelque autre nombre de livres, par exemple, de 11 livres, en cette sorte.

Parce que le nombre donné 11 est moindre de 1 que 12, qui est la somme des poids de 3 & de 9 livres, si vous mettez dans l'un des deux bassins d'une Balance, par exemple, dans le bassin A, le poids d'une livre, & dans l'autre bassin B, les poids de 3 & de 9 livres, ces deux poids au lieu de peser 12 livres, ne peseront que 11 livres, à cause du poids de 1 livre, qui est dans le bassin A. C'est pourquoi si dans le bassin A, on met un corps qui, avec le poids de 1 livre, demeure en équilibre avec les deux poids de 3 & de 9 livres, qui sont dans l'autre bassin B, ce corps aura la pesanteur de 11 livres; ainsi on aura trouvé un poids de 11 livres, comme il étoit proposé.

On connoîtra par un semblable raisonnement, que pour trouver un poids de 14 livres, il faut mettre dans le bassin A, les poids de 1, 3 & 9 livres, & dans le bassin B, le poids de 27 livres, parce que ce poids surpasse les trois précédens de 14 livres: & que pour trouver un poids de 15 livres, il faut mettre dans le bassin A, les poids de 3 & de 9 livres, & dans le bassin B, le poids de 27 livres, parce que ce poids surpasse les deux précédens de 15 livres. Ainsi des autres.

REMARQUE.

La progression triple, qui commence par l'unité, a une propriété qui est à remarquer. C'est que celui des termes qu'on voudra choisir surpasse de l'unité le double de la somme des termes précédens. Ainsi 27 surpasse de l'unité 26, double de la somme 13 des termes précédens 1, 3, 9.

PROBLEME IX.

Observer les différens changemens qui arrivent à la pesanteur de l'Air.

ON ne doute point à présent que l'Air ne soit pesant ; on prouve sa pesanteur, parce qu'un balon pèse plus, quand il est enflé, que quand il est désenflé. Entre plusieurs autres preuves qu'on a du poids de l'Air, il suffira de rapporter l'expérience qui donna occasion à Toricelli d'attribuer à cette pesanteur tous les effets que les Philosophes avoient jusqu'alors attribué à l'horreur du vuide. Comme cette pesanteur n'est pas infinie, parce que la Sphere de l'Air est bornée, son effet est aussi limité, comme on le voit dans une Pompe aspirante, où l'eau ne sçauroit monter plus haut qu'environ 32 pieds, quand on leve le piston ; parce que la pesanteur de l'Air ne sçauroit la forcer à monter davantage. Il arrive la même chose en élevant du vif-argent dans une Seringue, où il ne monte qu'à la hauteur d'environ 27 pouces, qui est celle à laquelle il pèse autant que l'eau à la hauteur de 32 pieds, plus ou moins, selon que l'Air est chargé de vapeurs.

Il suit de là que l'Air n'est pas toujours également pesant dans un même lieu : l'expérience nous apprend qu'il pèse plus en un tems qu'en un autre. Cette différence de pesanteur se connoît par le moyen d'un Instrument, qu'on appelle *Barometre*, dont il y a deux sortes. L'un est simple, l'autre est composé. Le simple n'est que l'expérience du vuide faite par Toricelli. On n'en parlera qu'après avoir donné la construction du Barometre composé.

1.

Il faut avoir un tuyau de verre recourbé, comme ABC, qui ait deux boetes cylindriques E, D, d'égale capacité, éloignées entr'elles de 27 pouces, qui est, comme nous avons déjà dit, à peu près la hauteur, à laquelle la pesanteur de l'Air peut faire monter le vif-argent, c'est-à-dire ; qu'une colonne d'Air depuis la Terre jusqu'à la plus haute surface de l'Air est en équilibre avec environ 27 pouces de mercure dans un canal perpendiculaire à l'Horison.

Plan
che 46.
Fig. 133

La capacité de la boete D doit être beaucoup plus grande que celle du reste du canal CD, pour une raison que vous verrez dans la suite. L'extrémité A doit être bouchée hermétiquement, c'est-à-dire, de sa propre matière ; mais l'autre extrémité C doit être ouverte. On versera du vif-argent autant qu'il en sera besoin pour remplir la capacité du tuyau ABC, depuis le milieu de la boete D jusques vers le milieu de l'autre boete E, & l'on fera en sorte que le reste du tuyau EA soit vuide d'Air.

Enfin on remplira en partie l'autre tuyau CD de quelque liqueur qui ne se glace point en Hyver, & qui ne puisse pas agir sur le vif-argent, comme

Plan-
che 46.
Fig. 133.

de l'eau commune , où l'on aura mêlé une sixième partie d'eau forte , colorée avec du cuivre ; c'est ce qu'on appelle *Eau seconde*. On peut encore se servir d'eau commune , où l'on aura fait dissoudre du sel de tartre , & que l'on aura colorée avec de la racine d'Orcanette ou du Tournesol. Ces eaux se dilatent peu en Esté , & elles ne se glacent point en Hyver.

- On place ce tuyau ABC ainsi rempli d'eau seconde , & de mercure , dans une chambre perpendiculairement contre la muraille en un lieu , où l'on puisse le voir commodément , & où il ne puisse être offensé. Au moindre changement qui arrive à la pesanteur de l'Air , le vis-argent monte ou descend dans les deux boetes D , E ; de sorte que quand l'Air devient plus pesant , il presse l'eau du tuyau CD , & la fait descendre dans la boete D ; aussi-bien que le vis-argent qui remonte d'autant dans l'autre boete E. Si le mercure descend, par exemple, d'une ligne dans la boete D , par la pesanteur de l'Air , il monte aussi d'une ligne dans la boete E , & l'eau qui est dans le reste du canal CD descend dans la boete D. Et si la capacité de cette boete D est , par exemple , dix fois plus grande que celle du reste du tuyau CD , il faudra dix lignes d'eau de ce canal pour remplir une ligne de la boete D. Ce qui fait voir très-sensiblement le moindre changement de la pesanteur de l'Air ; & il sera d'autant plus sensible , que la capacité des boetes E , D , sera grande.

• Pour distinguer avec plus de facilité ce changement , on a coûtume de coler une bande de papier divisée en pouces & en lignes le long du tuyau BC , & l'on remarque la division à laquelle l'eau seconde se trouve arrêtée , comme on le fait dans

les *Thermometres*, qui servent à connoître les degrez du chaud & du froid.

I I.

On peut encore connoître la pesanteur de l'Air par le moyen d'un simple tuyau de verre, long de trois ou quatre pieds, fermé par un bout, & rempli entierement de vif-argent.

Ayant appliqué le doigt à l'ouverture de ce tuyau, pour empêcher que le vif-argent ne tombe quand on tiendra le tuyau renversé, plongez le bout ouvert dans d'autre vif-argent, contenu dans quelque vaisseau. Alors si vous ôtez le doigt, le tuyau ne se vuidera pas entierement, mais il demeurera rempli de mercure jusqu'à la hauteur d'environ 27 pouces plus ou moins, selon la différente température de l'Air. C'est ce qu'on appelle l'*Experience du Vuide*, parce qu'il semble que le reste d'en haut du tuyau demeure vuide sans aucun Air. On a déjà dit que Toricelli en avoit été l'inventeur. Le mercure demeure suspendu à la hauteur de 27 ou 28 pouces, à cause de la pesanteur de toute la masse de l'Air, qui pesant sur le mercure qui est dans le vaisseau, le presse, l'empêche de s'élever, & de faire place à celui qui est dans le tuyau, & qui par conséquent ne peut descendre.

I I I.

Pour rendre ce Barometre plus commode, on courbe le tuyau qui contient le vif-argent, comme vous voyez celui du Barometre composé. La branche AB est toute unie sans phiole en E; mais l'autre branche, qui est beaucoup plus courte, en a une en D, & l'on retranche le canal CD,

Plan-
che 46.
Fig. 133.

Plan:
che 23 *
Fig. 49.

Lorsque l'Air est plus pesant, ce qui arrive ordinairement dans le beau tems, le vif-argent monte dans la branche AB, & lorsque l'air est plus léger, ce qui arrive quand on est menacé de pluye; ou de quelque grand vent, le vif-argent baisse. On a soin de coler à l'endroit où le vif-argent demeure suspendu, un papier divisé en lignes, pour connoître les changemens de l'Air. Mais les différentes hauteurs du vif-argent, causées dans le Barometre simple par les changemens de l'Air, ne sont point à beaucoup près si sensibles que les différentes hauteurs de l'eau seconde, causées dans le Barometre composé par les mêmes changemens de l'Air.

On peut encore remarquer que ces différentes hauteurs seront dans le Barometre simple plus ou moins sensibles, que la bouteille de la branche recourbée aura plus ou moins de capacité, * c'est-à-dire, que son diamètre sera plus ou moins grand par rapport au tuyau. Si la plus longue branche étoit inclinée, la différence des hauteurs deviendroit encore plus sensible dans le Barometre simple. On va donner quelques observations qui sont très-utiles pour prévoir la pluye, le vent & le beau tems. On peut les mettre sur un papier colé à côté du tuyau. Si on trouve qu'il y ait trop d'articles, on retranchera les moins nécessaires; tels que sont le 5^e. le 22^e. le 23^e. & le 24^e. & pour les vents le 4^e.

* La capacité de la phiole ou du canal se connoît en quarrant le diamètre de l'un & de l'autre.

Observations

Fig. 49.

Pag. 353

<i>Temps</i>	24						<i>Sec.</i>
	23						
	22						
<i>Beau</i>	21						<i>Fixe.</i>
	20						
	19						
<i>Beau</i>	18						<i>Temps.</i>
	17						
	16						
<i>Temps</i>	15						<i>Variable.</i>
	14						
	13						
<i>Pluie</i>	12						<i>ou vent.</i>
	11						
	10						
<i>Grande</i>	9						<i>Pluie.</i>
	8						
	7						
<i>Tem=</i>	6						<i>= peste.</i>
	5						
	4						
	3						
	2						
	1						

28. pouces.

26. pouces 6. Lignes.

Observations pour la pluie & le beau tems.

I.

Les changemens de hauteurs qui arrivent au vif-argent, servent à faire prévoir les changemens qui se font dans l'Air ; d'où l'on peut conjecturer le beau tems ou la pluie avant qu'ils arrivent.

II.

Ces changemens n'excèdent point l'espace de deux pouces , en sorte que la plus grande hauteur du vif-argent est de vingt-huit pouces six lignes , & la moindre est de vingt-six pouces six lignes à Paris , comme on a coûtume de le marquer vers l'extrémité de la plus grande branche du tuyau.

III.

Les pouces entre lesquels ces différentes hau- ^{Plan-}teurs du vif-argent sont bornées , se divisent en ^{che 25 *} lignes , & à côté de ces pouces divisez en lignes , ^{Fig. 546} on marque les différens tems , tels que l'expérience & l'observation les ont fait remarquer , comme on le voit dans la Figure.

IV.

Quand le vif-argent descend , c'est une marque assez certaine du mauvais tems ; quand il monte , c'est une marque du beau tems ; & quand il demeure à la même hauteur que les jours précédens , c'est une marque de la continuation du même tems.

V.

Cependant pour n'être pas trompé , il faut remarquer que les changemens de hauteur du vif-

Tome II.

Z

argent ne sont pas toujours un signe certain du changement de tems ; mais c'est toujours une marque assurée d'une plus grande , ou d'une moindre pesanteur de l'Air.

V I.

Si le Barometre promet de la pluie , & qu'on n'en apperçoive pas dans la suite , il ne faut pas pour cela accuser le Barometre d'être trompeur ; la pluie prédite est tombée ailleurs.

V I I.

Si le vif-argent est demeuré quelque tems au très-sec , & qu'ensuite il commence à descendre vers le beau fixe , alors on a lieu de croire qu'il arrivera un changement de tems.

V I I I.

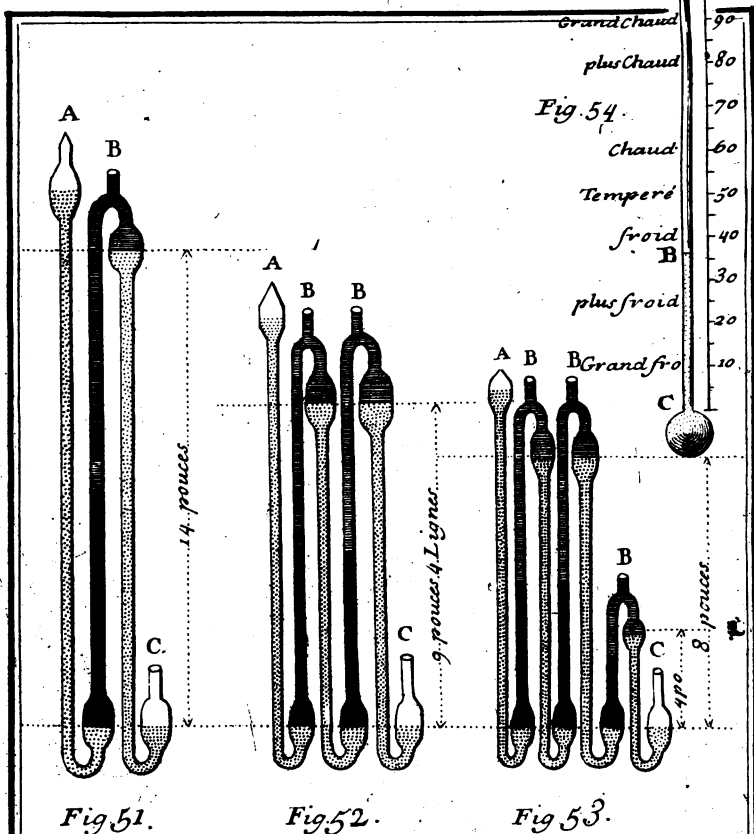
Si du beau fixe le vif-argent descend au beau tems , c'est signe d'un autre changement en mauvais tems , mais qui n'est pas ordinairement de longue durée.

I X.

Mais si le vif-argent descend au dessous du variable , & plus bas , alors le mauvais tems sera de longue durée ; & cela à proportion que le vif-argent sera plus bas.

X.

Ainsi pour bien juger du tems à venir , il faut observer exactement les élévations & les descentes du vif-argent , sans s'arrêter scrupuleusement aux inscriptions , qui sont à côté des divisions : quoique le plus souvent les changemens du vif-argent soient conformes à ce qui est marqué par ces inscriptions.



Les petits points qui sont dans les Tuyaux Represente le mercure
les doubles hachures Represente l'huile de tartre colorée
et les simples Lignes Represente l'huile de Karabé ou des
Petrole..

X I.

Quand il survient du mauvais tems aussi-tôt que le vif argent est descendu , & qu'il remonte peu après , c'est une marque que le beau tems est prochain.

X I I.

Si le vif-argent pendant le mauvais tems monte considérablement , & qu'il continue à monter deux ou trois jours , avant que le mauvais tems cesse , alors on peut dire avec certitude que le beau tems est prêt à venir , & qu'il durera plusieurs jours.

X I I I.

Et si pendant le beau tems le vif-argent descend considérablement , & qu'il continue à descendre deux ou trois jours avant qu'il survienne de la pluie , alors on doit croire , sans craindre de se tromper , que la pluie est prochaine , & qu'elle continuera pendant plusieurs jours , quelquefois accompagnée de vents impétueux & d'orages.

X I V.

Quand le vif-argent monte promptement de quatre ou cinq divisions , c'est encore une marque assurée d'un beau tems de longue durée.

X V.

Et quand le vif-argent descend promptement de quatre ou cinq divisions , c'est un signe de grande pluie , souvent accompagnée de vent.

X V I.

Les inégalitez de hauteurs du vif-argent étant fréquentes , sont des marques d'un tems incertain & changeant.

XVII.

Quand le vif-argent demeure entre le tems variable & la pluye, il survient souvent une grande pluye.

XVIII.

En Esté les changemens de tems ne suivent pas si promptement les changemens du vif-argent qu'en Hyver.

XIX.

Ordinairement on peut prévoir en Esté les changemens de tems un jour, & quelquefois deux jours avant qu'ils arrivent.

XX.

Au lieu qu'en Hyver on a quelquefois de la peine à prévoir les changemens de tems six heures avant qu'ils surviennent.

XXI.

Si en Hyver le vif-argent monte, c'est un signe de froid; & si pendant le froid il descend, c'est un signe de pluye ou de neige.

XXII.

Il est difficile de découvrir la cause qui fait descendre le vif-argent, quand on est menacé de pluye, & le fait monter quand il doit faire beau tems.

XXIII.

On peut dire en général que l'Air commençant à devenir plus léger, les vapeurs ne peuvent plus être soutenues; que les plus élevées tombant sur celles qui sont au dessous, elles s'assemblent & forment des gouttes d'eau, qui par leur propre pesanteur tombent en pluye.

XXIV.

Au contraire, lorsque le vis-argent monte, l'Air commence à devenir plus pesant ; les vapeurs montent, & se soutiennent dans l'Air toutes séparées les unes des autres, jusqu'à ce que quelque cause change la pesanteur de l'Air, & le rende plus léger.

Observations pour les Vents.

I.

Si le vis-argent descend fort bas, c'est une marque de grand vent sans beaucoup de pluie.

II.

Quand le vent doit tourner à l'Orient (*Est*) ou entre l'Orient & le Septentrion (*Nord-Est*) ce qu'on appelle Vent de Bise, alors le vis-argent monte fort haut, & c'est une marque de beau temps.

III.

Mais si à un vent d'Orient (*Est*) ou à un vent d'entre le Septentrion tirant vers l'Orient (*Est-Nord-Est*) il succede un vent de Midi (*Sud*) ou d'entre le Midi & l'Orient (*Sud-Est*) alors le vis-argent descend, & c'est une marque de pluie.

IV.

Il peut arriver que le vent du *Sud*, ou celui du *Sud-Ouest*, ayant chassé des vapeurs ou des nuées du côté du *Nord* & du *Nord-Est*, un vent de *Nord* ou de *Nord-Est*, ramène ces vapeurs & ces nuées vers le même lieu où l'on observe le Barometre, alors ces vapeurs ou ces nuées causent une pluie.

Z. iij.

qui peut durer quelques jours , suivant la quantité de vapeurs ou de nuées , qui se trouvent assemblées , quoique le vif-argent soit monté.

V.

On remarque souvent que quand le vent du Septentrion (*Nord*) ou celui d'entre le Septentrion & l'Orient (*Nord-Est*) soufflé long-tems , le vif-argent descend peu à peu , & que le beau tems continue.

V I.

La descente du vif-argent menace de beaucoup de pluie , lorsque le vent ayant été à l'Occident (*Ouest*) il vient à tourner entre le Midi & l'Occident (*Sud-Est*.)

V I I.

Le vent d'entre le Septentrion & l'Orient (*Nord-Est*) ayant le dessus , c'est une marque que le beau tems continuera , quand même le vif-argent descendroit un peu.

V I I I.

Le vent du Midi (*Sud*) & celui d'entre le Midi * à Paris. & l'Occident (*Sud-Ouest*) nous * amènent ordinairement de la pluie , parce que passant par-dessus la mer , qui est d'une grande étendue de ce côté-là , ils chassent vers nous les vapeurs , qui étant rassemblées dans ce Pays-ci , * se convertissent en pluie.

I X.

Quand le vent du Septentrion (*Nord*) ou celui d'Orient (*Est*) soufflé , l'Air est ordinairement ferein , & il tombe rarement de la pluie. Cela vient de ce qu'à l'*Est* il y a une très-grande étendue de terre , d'où il s'élève très-peu de vapeurs ,

qui ne peuvent par conséquent être chassées de ce côté-ci (*Paris*) qu'en très-petite quantité , & celles qui se sont élevées des mers plus éloignées , ont été converties en pluie avant que d'arriver en ces Pays-ci.

REMARQUE.

On remarquera ici que la doctrine de M. Ozanam touchant l'effet du Barometre composé , comparé à celui du Barometre simple , n'est point approuvée de M. de la Brosse , Auteur d'un Traité du Barometre , qui prétend , qu'il peut arriver Plan: che 47. que la variation de l'eau seconde dans le tuyau C , soit quatorze fois plus sensible que la véritable va- Fig. 133. riation du vif-argent dans le Barometre simple. Ceux qui voudront s'instruire pleinement sur cette matiere , consulteront ce Traité , pag. 95. & suiv.

Construction d'un nouveau Barometre , avec la maniere de pouvoir en construire d'autres de telle grandeur que l'on voudra : le tout confirmé par l'expérience de M. Alexandre Fortier.

I.

Ce Barometre a 17 à 18 pouces de haut : il est Plan: che 24. composé de trois branches de verre jointes ensemble par quatre boetes cylindriques. Les deux Fig. 51. branches des deux côtez sont remplies de mercure , & celle du milieu est remplie moitié d'huile de Tartre colorée , & l'autre moitié d'huile de Karabé. La séparation de ces deux liqueurs qui hausse & baisse , sert à marquer les changemens qui arrivent dans l'Air , par rapport à sa pesanteur & à sa légereté.

Pour emplir ce Barometre , il faut boucher l'ou-

Z. üij

verture B , mettre du mercure dans les branches des deux côtez en la manière ordinaire par l'ouverture A ; ensuite mettre les liqueurs dans la branche du milieu ; après il faut sceller hermétiquement cette ouverture A , & déboucher celle qui est marquée B.

Tout le fondement de la construction de ces sortes de Barometres , ne consiste qu'à opposer plusieurs colonnes de mercure contre une colonne d'Air ; en sorte que ces colonnes de mercure fassent ensemble vingt-huit pouces , qui est la hauteur où le mercure fait équilibre avec le poids de l'Air , ce qui se fait en divisant la hauteur ordinaire de la colonne de mercure , qui est vingt-huit pouces , par la hauteur dont on veut faire le Barometre , le quotient de la division donnera le nombre des colonnes de mercure qu'il faut opposer au poids de l'Air. Sur quoi il faut observer que la hauteur de chaque tuyau ou branche ne se compte que du milieu des boetes d'en bas jusqu'au milieu des boetes d'en haut.

Outre ces proportions , il faut encore avoir égard au poids des liqueurs , que l'on doit mettre dans les branches du Barometre entre les colonnes du mercure , lesquelles font remonter le mercure d'un quatorzième de leur poids , parce qu'environ quatorze lignes d'eau ou d'autre liqueur en hauteur , font équilibre avec une seule ligne aussi en hauteur de mercure. C'est pourquoi il faut élever la premiere boete au dessous des autres tuyaux , environ de quatorze lignes , afin qu'il puisse se faire un vuide dans cette boete , pour donner du jeu au Barometre.

Les liqueurs se doivent toujours mettre dans les branches du Barometre de deux en deux , sçavoir ,

PROBLEMES DE MECANIQUE. 361

dans la deuxième, quatrième, sixième, &c. & le mercure se doit mettre dans la première, troisième, cinquième, septième, &c. suivant le nombre des tuyaux que le Barometre doit avoir.

I I.

Si on propose de faire un Barometre AB de Plan- quatorze pouces de haut, tel que celui qui est re-^{che 24} présenté dans la Figure 51. Il faut diviser le nom-^{Fig. 51.} bre 28 par 14, le quotient de la division donnera 2 : ce nombre 2 montre qu'il faut opposer au poids de l'Air deux colonnes de mercure de 14 pouces chacune, observant d'élever la première boete au dessus de la Machine, suivant la remarque qu'on vient de faire, & comme on le voit dans la Figure.

I I I.

Si on veut faire un autre Barometre de 9 pou-^{Fig. 52.} ces 4 lignes de haut, il faut diviser 28 par $9\frac{1}{3}$, le quotient donnera 3 sans reste ; ce qui fait voir qu'il faut opposer trois colonnes de mercure de 9 pouces 4 lignes chacune contre une colonne d'Air. Pour lors ce Barometre aura cinq branches, dont la première, la troisième & la cinquième seront remplies de mercure, & la seconde & quatrième seront remplies de liqueurs ; observant toujours d'élever la première boete, à cause du poids des liqueurs. Voyez la 52^e. Figure.

I V.

Mais s'il arrivoit que la hauteur proposée du ^{Fig. 53.} Barometre ne pût diviser exactement le nombre 28, & qu'il y eût du reste dans la division, pour lors il faudroit faire les premières branches de la

Plan- hauteur trouvée par le quotient, & la dernière du
che 24 * reste de la division.

Fig. 53. Par exemple, si on propose de faire un Barometre de 8 pouces de haut, il faut diviser 28 par 8, le quotient donnera 3, & il restera 4 pouces; ce qui fait voir qu'il faut opposer contre une colonne d'Air quatre colonnes de mercure; sçavoir, les trois premières de 8 pouces chacune, & la quatrième de 4 pouces seulement: ainsi ce Barometre aura sept branches, dont la première, troisième, cinquième & septième seront remplies de mercure, & la seconde, quatrième & sixième seront remplies de liqueurs; observant toujours d'élever la première boete, à cause du poids des liqueurs. Voyez la 53^e. Figure.

R E M A R Q U E S.

I.

Je croi que ces trois exemples suffisent pour pouvoir construire des Barometres de toutes sortes de grandeurs, suivant les règles ci-dessus.

II.

La construction de ces sortes de Barometres n'est pas toute de mon invention. La première idée en a été tracée par M. *Amonions*, comme il est rapporté dans l'Extrait des Ouvrages des Sçavans de Leipzig, du mois de Juillet 1688, lors de l'expérience qu'il fit pour démontrer que le vuide se pouvoit faire avec du mercure dans des tuyaux moindres que 28 pouces, qui est la hauteur où le mercure fait équilibre avec le poids de l'Air.

Je croi que l'expérience du vuide a réussi; mais je ne puis m'imaginer qu'on ait pû en avoir con-

Struit un Barometre ; premierement , par la difficulté , pour ne pas dire l'impossibilité qu'il y a de pouvoir introduire par une même ouverture trois liqueurs différentes dans trois tuyaux joints ensemble. Secondement , parce que M. Amontons n'a parlé en aucune maniere du poids des liqueurs que l'on doit mettre dans les branches du Barometre , & qui fait remonter le mercure. Ce poids des liqueurs est très-considerable , puisqu'ayant calculé la hauteur des tuyaux pour faire un Barometre égal , c'est-à-dire , sans élever la premiere boete , l'expérience manqua ; & il ne se fit aucun vuide , quoique j'eusse fait faire les tuyaux un peu plus haut qu'ils ne doivent être suivant le calcul.

III.

L'expérience que j'ai de mon Barometre depuis près de deux ans , * me fait connoître que ses mouvemens sont très-justes , & même qu'il est exempt des petits défauts des autres.

* Depuis 1720 jusques en 1723.

Premierement , il est beaucoup plus sensible que le Barometre simple , en ce qu'il fait beaucoup plus de chemin.

Secondement , dans mon Barometre la colonne des liqueurs ne change point , c'est-à-dire , qu'elle ne devient ni plus haute , ni plus basse ; il n'y a que l'intersection des liqueurs qui varie , & qui sert à connoître la pesanteur & la légèreté de l'Air. Au contraire , dans le Barometre double , lorsque l'Air est léger , la colonne de liqueurs devenant plus haute , & par conséquent plus pesante , fait baisser le mercure qui est sous elle , & empêche que le Barometre ne marque précisément le poids de l'Air.

Enfin j'ai encore remarqué un autre petit défaut

dans le Barometre double , qui est que quand il fait fort chaud , le mercure se dilate , & fait monter la liqueur plus haut qu'elle ne devroit monter , au lieu que dans mon Barometre , lorsque le mercure se dilate , cela ne doit produire aucun effet , puisque les liqueurs qui marquent les changemens de l'Air , sont enfermées entre deux colonnes de mercure , qui agissent également , & se dilatent ensemble.

I V.

Les petits points qui sont dans les tuyaux représentent le mercure , les doubles hachures représentent l'huile de Tarte , & les simples lignes représentent l'huile de Karabé.

PROBLEME X.

Connoître par la pesanteur de l'Air celui de deux lieux de la Terre , qui est le plus élevé.

L'Air n'est pas également pesant par-tout. Il est certain qu'il pèse moins sur les lieux élevez , comme sur les sommets des montagnes , que sur les lieux profonds , comme sur les vallons ; parce qu'il y a plus d'Air au dessus des vallons qu'au dessus des montagnes : tout de même que le fond d'un sceau où il y a de l'eau , est plus pressé par la pesanteur de l'eau , quand il est tout plein , que quand il ne l'est qu'à demi , parce que les corps liquides pesent selon leur hauteur.

Aussi l'on connoît par expérience , que dans les lieux qui sont de niveau , c'est-à-dire , également éloignez du centre de la Terre , le vis-argent s'élève dans un Barometre à une même hauteur , & qu'il s'élève moins dans les lieux qui sont plus éle-

vez. D'où l'on peut conclure, que deux lieux proposés de la Terre, par exemple, deux montagnes, sont aussi hautes l'une que l'autre, si le vif-argent s'y élève à une même hauteur, & que celle-là est la plus haute, où le mercure s'élève le moins.

R E M A R Q U E.

Pour juger à peu près de la hauteur de quelque lieu de la Terre au dessus du plan de l'Horison, il faut se souvenir des expériences suivantes, qui ont été faites par M. Pascal de la pesanteur de l'Air au niveau de la Mer, & en des lieux plus élevez de 10, 20, 100, 200 & 500 toises, lorsque l'Air étoit médiocrement chargé.

Nous dirons donc avec M. Pascal, qu'au niveau de la Mer les Pompes aspirantes élèvent l'eau à la hauteur de 31 pieds, & environ 2 pouces : & que dans les lieux élevez au dessus du niveau de la Mer de 10 toises, l'eau s'élève seulement à la hauteur de 31 pieds & 1 pouce : où vous voyez que 10 toises d'élévation causent un pouce de diminution.

Cela se confirme par ces autres expériences, par lesquelles on connoît qu'aux lieux élevez au dessus de la Mer de 20 toises, l'eau s'élève à 31 pieds seulement, & que dans ceux qui sont plus élevez que le niveau de la Mer de 100 toises, l'eau monte seulement à 30 pieds 4 pouces ; que dans les lieux plus hauts que la Mer de 200 toises, l'eau ne monte qu'à 29 pieds six pouces. Enfin que dans ceux qui sont élevez à peu près de 500 toises, l'eau ne monte environ qu'à 27 pieds.

A U T R E R E M A R Q U E.

Il s'en faut bien que cette maniere de niveler par

environ 72 livres, & que par conséquent un prisme d'eau, qui a pour base un pied quarré, & 32 pieds de hauteur, pese 2304 livres, comme on le connoît en multipliant 72 par 32.

Enfin il faut sçavoir que comme la pesanteur de l'Air ne peut faire monter l'eau plus haut que de 31, ou 32 pieds, si l'on suppose que tous les lieux de la Terre soient également chargez d'Air, (quoique cela ne soit pas absolument vrai, parce qu'ils ne sont pas tous également éloignez du centre de la Terre, & que l'Air n'est pas par tout, ni en tout tems également pur) on peut supposer que tous les lieux de la Terre sont autant presséz par la pesanteur de l'Air, que s'ils portoient de l'eau à la hauteur de 31 ou de 32 pieds; cette supposition étant recevable pour des Récréations Mathématiques.

Cela étant supposé, il est évident que si toute la Terre étoit couverte d'eau jusqu'à la hauteur de 32 pieds, il y auroit autant de prismes d'eau de 32 pieds de haut, que la surface contient de pieds quarez, sçavoir, 4659379200000000 prismes d'eau. C'est pourquoi si l'on multiplie ce nombre par 2304, qui est à peu près la pesanteur d'un de ces prismes, on aura 10735209676800000000 livres pour la pesanteur de tout l'Air qui est dans la Nature.

REMARQUE.

Il est à remarquer que dans la plupart des endroits de la surface de la Terre, une colonne d'eau de 31 ou 32 pieds de hauteur est en équilibre avec une colonne d'Air. Il est vrai que dans plusieurs endroits il faut une plus grande hauteur d'eau pour peser autant que l'Air, & que dans plusieurs
une

une plus petite suffit ; mais rien n'empêche que l'on ne puisse supposer que le fort portant le faible , une colonne de 32 pieds de hauteur est en équilibre avec une colonne d'Air dans toute l'étendue de la surface de la Terre. D'où il suit que la surface de la Terre est autant pressée par le poids de toute la masse de l'Air , à laquelle elle sert de fond , qu'elle le seroit , si elle servoit de fond à un orbe d'eau de 32 pieds d'épaisseur.

M. Ozanam a pris de là occasion de chercher quel seroit le poids d'un orbe d'eau de 32 pieds d'épaisseur , qui auroit pour fond la surface de la Terre. Selon son calcul ce poids seroit de 107352096800000000 livres. Et sous prétexte que la surface de la Terre est autant pressée par le poids de la masse de l'Air , à laquelle elle sert de fond , qu'elle pourroit l'être , si elle servoit de fond à un orbe d'eau de 32 pieds d'épaisseur , cet Auteur a crû pouvoir conclure que le poids de toute la masse de l'Air est le nombre de livres que nous venons de rapporter. Mais il n'est pas difficile de démontrer qu'il s'est trompé en cette occasion.

C'est un principe constant dans l'Hydrostatique , qu'un volume d'une certaine liqueur , de vif-argent , par exemple , pèse moins que le volume d'une autre liqueur , comme d'eau commune , si le volume d'eau commune est plus grand par rapport au volume de vif-argent , que la hauteur d'une colonne de vif-argent n'est grande par rapport à la hauteur d'une colonne d'eau de même poids. Ainsi parce que le volume d'un pied cube de vif-argent est moins grand par rapport au volume de 16 pieds cubes d'eau commune , que la hauteur d'une colonne de vif-argent n'est grande par rap-

port à la hauteur d'une colonne d'eau de même poids ; & cela parce que dans ce cas le volume n'est au volume , que comme l'unité au nombre 16 ; au lieu que la colonne est à la colonne de même poids comme l'unité au nombre 14 ; il est certain qu'un pied cube de vif-argent pèse moins que 16 pieds cubes d'eau commune.

Or il est certain que le volume d'un orbe d'eau de 32 pieds d'épaisseur , qui auroit pour fond la surface de la Terre , n'est pas à beaucoup près si grand par rapport au volume de l'orbe liquide que l'Air forme autour de la Terre , que la hauteur d'une colonne d'eau par rapport à la hauteur d'une colonne d'Air de même poids.

Pour en être convaincu ; il n'y a qu'à se représenter l'orbe de l'Air soudivisé , autant qu'il pourroit l'être , en plusieurs orbes concentriques les uns aux autres de 32 pieds d'épaisseur , & considérer que comme le volume du second de ces orbes , en s'éloignant du centre , est nécessairement beaucoup plus grand que le volume du premier ; le volume du troisième plus grand que le volume du second , & ainsi des autres ; le volume du premier & plus petit de ces orbes , ne peut être à beaucoup près si grand par rapport au volume de tous ces orbes pris ensemble , ou , ce qui est la même chose , par rapport au volume de tout l'Air qui est dans le monde , que l'unité au nombre de tous les orbes , quel que puisse être ce nombre. Néanmoins il est clair que l'unité est au nombre de tous ces orbes , quel qu'il puisse être , comme la hauteur d'une colonne d'eau , à la hauteur quelle qu'elle puisse être , d'une colonne d'Air de même poids. Et comme le volume du premier & plus petit de ces orbes concentriques les uns aux autres , est par

supposition égal à celui d'un orbe d'eau de 32 pieds d'épaisseur ; il suit de là que le volume d'un orbe d'eau de 32 pieds d'épaisseur , qui auroit pour fond la surface de la Terre , n'est pas à beaucoup près si grand par rapport au volume de tout l'Air qui est dans la nature , que la hauteur d'une colonne d'eau , à la hauteur , quelle qu'elle puisse être , d'une colonne d'Air de même poids.

Par conséquent le poids d'un orbe d'eau de 32 pieds d'épaisseur , n'est pas à beaucoup près si grand que le poids de l'orbe liquide , que l'Air forme autour de la Terre , ou , ce qui revient au même , que le poids de tout l'Air qui est dans le monde. D'où il suit que le poids de l'Air est beaucoup au dessus de ce qui a été déterminé par M. Ozanam.

Ainsi la maniere dont il s'y est pris pour déterminer quel est à peu près le poids de tout l'Air qui est dans le monde , n'est pas bonne à imiter , ni dans ce cas particulier , ni dans aucun autre cas semblable. Car quoiqu'il soit permis d'user de quelque licence ; pour faire ces sortes de recherches , que l'on ne fait ordinairement que par maniere de Récréation Mathématique , où il n'est pas besoin d'une exactitude si grande , que dans beaucoup d'autres occasions ; il n'est jamais permis d'avancer sous ce prétexte , ou de supposer aucune chose qui soit manifestement contraire aux notions les plus constantes de la Géométrie. Et il y a lieu de s'étonner qu'un Auteur aussi habile dans ce genre de Science , & aussi exact en d'autres occasions , se soit oublié en celle-ci jusqu'à ce point.

Il est bon d'avertir que cette remarque n'attaque pas moins le calcul de M. Pascal , que celui de M. Ozanam. Voyez la remarque du Problème suivant.

A a ij

PROBLEME XII.

Trouver par la pesanteur de l'Air l'épaisseur de son Orbe , & le diamètre de sa Sphere.

NOus entendons ici par l'épaisseur de l'Orbe de l'Air la distance de sa surface supérieure , où il ne pese plus , à la surface de la Terre , que je suppose au milieu de la Sphere de l'Air , sans me mettre en peine si cette supposition est véritable , parce qu'elle est de petite consequence pour des Récréations Mathématiques , où il n'est pas nécessaire de s'attacher à une précision bien rigoureuse , au moins en des Questions de cette nature.

I.

Premierement , pour trouver cette épaisseur , on considerera que 10 toises de hauteur diminuent d'un pouce l'effet de la pesanteur de l'Air : car il est aisé de faire deux observations sur la premiere remarque du Problème précédent. La premiere , c'est que les lieux qui sont au bord de la Mer sont comprimez par le poids de l'Air , autant qu'ils le seroient par une colonne d'eau de la hauteur de 31 pieds 2 pouces , qu'on substituerait à ce poids de l'Air : il n'importe de quelle largeur soit cette colonne d'eau ; la largeur ne contribue point à la pesanteur de la colonne ; car on sçait que les liqueurs ne pesent que suivant leur hauteur.

La seconde observation est que les lieux qui sont élevez de 10 toises au dessus du niveau de la Mer , sont comprimez par le poids de l'Air , autant qu'ils le seroient par une colonne d'eau de la hauteur de 31 pieds 1 pouce , qu'on substituerait au poids

PROBLEMES DE MECANIQUE. 373

de l'Air. Il en seroit de même des lieux plus élevez de 10 toises en 10 toises , c'est-à-dire , qu'à mesure que les lieux seroient plus élevez de 10 toises , la colonne d'eau diminueroit d'un pouce.

D'où il suit que 10 toises de hauteur causent à la pesanteur de l'Air la diminution d'un pouce d'eau. Ainsi afin que l'Air n'ait plus de pesanteur , ce qui ne peut arriver qu'en quelque point de sa surface supérieure , il faut que l'effet de sa pesanteur soit diminué de 31 pieds 2 pouces , c'est-à-dire , de 374 pouces.

On trouvera la distance de ce point à la surface de la Terre , ou l'épaisseur de la masse de l'Air , en faisant par la Règle de Trois directe : Si la diminution d'un pouce provient de 10 toises de hauteur , de quelle hauteur proviendra la diminution de 374 pouces ? Et en multipliant 374 par 10 , on aura 3740 toises pour l'épaisseur qu'on cherche , qui sans doute est beaucoup plus grande.

II.

Secondement , pour trouver le diamètre de la Sphere de l'Air , on se servira du diamètre de la Terre , qu'au *Probl. VII. Cosm.* nous avons trouvé de 3210 lieues Parisiennes, qui valent 6420000 toises , comme on le connoît en multipliant 3210 par 2000 , qui est le nombre des toises d'une lieue Parisienne ; on ajoutera à ce diamètre 6420000 le double 7480 de l'épaisseur 3740 de l'orbe de l'Air : la somme donnera 6427480 toises pour le diamètre de la Sphere de l'Air.

R E M A R Q U E.

On vient de voir que M. Ozanam a fait peu de fond sur la détermination qu'il a faite de l'épaisseur

A a iij

de l'orbe de l'Air , en ajoutant que cette épaisseur est sans doute beaucoup plus grande. Il est au moins vraisemblable que cet orbe a plus d'épaisseur que la plus haute montagne n'a de hauteur. Cassius la plus haute de toutes les montagnes , a plus de 20000 toises de hauteur , selon le Pere Kirker : il faut donc que l'orbe de la Terre ait beaucoup plus d'épaisseur que M. Ozanam ne lui en attribue.

Le raisonnement de M. Ozanam suppose très-mal à propos que l'Air est également pesant dans toute l'épaisseur de son orbe. On doit supposer au contraire que l'Air a d'autant moins de pesanteur , qu'il est plus éloigné de la Terre , & qu'il occupe plus d'espace dans sa partie supérieure , où il est moins comprimé que dans sa partie inférieure.

On va essayer à déterminer quelle est à peu près cette épaisseur de l'orbe de l'Air , sans faire aucune fausse supposition.

Il faut considérer d'abord toute une colonne d'Air égale en pesanteur à 330 lignes de vif-argent subdivisée en 330 petites colonnes , ou portions de la même colonne , posées perpendiculairement les unes sur les autres , & chacune précisément égale en pesanteur à une ligne de vif-argent.

Dans cette supposition il est clair qu'en montant d'une portion de colonne à la suivante , depuis la première jusqu'à la dernière , l'Air se trouve continuellement moins chargé d'un poids égal à une ligne de vif-argent ; il est par conséquent toujours moins comprimé , selon une proportion Arithmétique ; car l'Air est d'autant moins comprimé , qu'il est moins chargé. Et parce que l'Air est encore d'autant moins pesant , qu'il est moins comprimé , il est clair qu'en montant d'une portion de colonne

à la suivante, depuis la premiere jusqu'à la dernière, l'Air se trouve toujours moins pesant selon une proportion Arithmétique.

Si on suppose donc que la différence des hauteurs de ces portions de colonne, soit de $\frac{1}{5}$ de toises, & que la premiere colonne soit de 10 toises & demie de hauteur, suivant un raisonnement qu'on se dispensera de rapporter pour abrégé, on aura une progression Arithmétique, dont on connoîtra le premier terme ($10 \frac{1}{2}$) la différence des termes ($\frac{1}{5}$) & le nombre de ces termes (330.)

Ainsi pour connoître la somme des termes de cette progression, il faudra premierement connoître le dernier terme par la règle enseignée dans le premier Volume au Problème X. art. 4. p. 60. en cette sorte.

Multipliez 329, nombre des termes diminué de l'unité par la différence $\frac{1}{5}$, c'est-à-dire, qu'il faut prendre le cinquième de 329, qui est à peu près 66. Ajoutez à ce produit 66 le premier terme $10 \frac{1}{2}$; la somme $76 \frac{1}{2}$ sera le dernier terme de la progression qui a 330 termes, & dont le premier est $10 \frac{1}{2}$.

Ce dernier terme $76 \frac{1}{2}$ étant connu, cherchez par l'article 1. du même Problème la somme des termes en cette sorte. Ajoutez le premier terme $10 \frac{1}{2}$ & le dernier $76 \frac{1}{2}$; multipliez la somme 87 par le nombre des termes 330, le produit sera 28710; & la moitié de ce produit, qui est 14355, sera la somme des termes de cette progression Arithmétique.

A a iiii.

Ce qui fait connoître que l'épaisseur de l'orbe de l'Air est de 14355 toises.

Selon ce calcul l'orbe de l'air auroit moins d'épaisseur que la montagne Cassius n'a de hauteur, suivant le P. Kirker. Mais ce sçavant Jesuite pourroit bien avoir trop avancé sur la foi d'autrui touchant la hauteur de cette montagne & des autres, qu'il n'a pas, selon toute apparence, mesurées lui-même. Il pourroit se faire aussi que la pesanteur de l'Air diminue en s'éloignant de la Terre, selon une progression Arithmétique, où la différence est plus grande qu'on ne l'a supposé dans la progression précédente : ainsi en mettant $\frac{1}{3}$ pour la différence de la progression, on trouvera que l'épaisseur de l'orbe de l'Air est de 21532 toises; & en supposant que cette différence est $\frac{1}{2}$, on trouvera que cette épaisseur est de 30525 toises. Voyez le Traité du Baromètre par M. de la Brosse.

On mettra ici une Table qui représente la valeur de trente-six termes de la progression, dont le premier est 10 toises & demie; la différence est de $\frac{1}{5}$ de toises. On peut la continuer autant qu'on voudra en ajoutant à chaque terme $\frac{1}{5}$. On a mis une virgule qui marque ici l'addition des différences.

10 Toises $\frac{1}{2}$	10 T. $\frac{1}{2}, \frac{1}{5}$	10 T. $\frac{1}{2}, \frac{2}{5}$	10 T. $\frac{1}{2}, \frac{3}{5}$	10 T. $\frac{1}{2}, \frac{4}{5}$
11 Toises $\frac{1}{2}$	11 T. $\frac{1}{2}, \frac{1}{5}$	11 T. $\frac{1}{2}, \frac{2}{5}$	11 T. $\frac{1}{2}, \frac{3}{5}$	11 T. $\frac{1}{2}, \frac{4}{5}$
12 Toises $\frac{1}{2}$	12 T. $\frac{1}{2}, \frac{1}{5}$	12 T. $\frac{1}{2}, \frac{2}{5}$	12 T. $\frac{1}{2}, \frac{3}{5}$	12 T. $\frac{1}{2}, \frac{4}{5}$
13 Toises $\frac{1}{2}$	13 T. $\frac{1}{2}, \frac{1}{5}$	13 T. $\frac{1}{2}, \frac{2}{5}$	13 T. $\frac{1}{2}, \frac{3}{5}$	13 T. $\frac{1}{2}, \frac{4}{5}$
14 Toises $\frac{1}{2}$	14 T. $\frac{1}{2}, \frac{1}{5}$	14 T. $\frac{1}{2}, \frac{2}{5}$	14 T. $\frac{1}{2}, \frac{3}{5}$	14 T. $\frac{1}{2}, \frac{4}{5}$
15 Toises $\frac{1}{2}$	15 T. $\frac{1}{2}, \frac{1}{5}$	15 T. $\frac{1}{2}, \frac{2}{5}$	15 T. $\frac{1}{2}, \frac{3}{5}$	15 T. $\frac{1}{2}, \frac{4}{5}$
16 Toises $\frac{1}{2}$	16 T. $\frac{1}{2}, \frac{1}{5}$	16 T. $\frac{1}{2}, \frac{2}{5}$	16 T. $\frac{1}{2}, \frac{3}{5}$	16 T. $\frac{1}{2}, \frac{4}{5}$
17 Toises $\frac{1}{2}$				

PROBLEME XIII.

Observer les différens changemens qui arrivent à la température de l'Air, selon ses degrez de chaleur ou de froidure.

I.

ON peut connoître les divers degrez de chaleur ou de froidure, par le moyen d'un petit homme, qui paroît plus ou moins dans le goulot d'une bouteille, selon que l'Air est plus ou moins chaud. Car lorsque l'Air est très-froid, ce petit homme se cache entierement dans la bouteille, & il en sort lorsque l'Air devient plus chaud.

Pour construire cette espece de Thermometre, on se sert d'une bouteille de verre noir ou très-obscur. On ne l'emplit qu'en partie d'eau de vie, comme on le voit en CEF, le reste BCF est plein

d'Air. On cimente en B un tuyau de verre transparent AE, auquel on laisse un petit trou en A, & qui touche presque le fond de la bouteille en E. Enfin on met dans le tuyau AE l'image d'un petit homme d'émail, soudée sur une petite phiole cylindrique assez grande, pour que l'image & la phiole étant plus légères qu'un pareil volume de l'eau de vie, qui est au fond de la bouteille, puissent nager sur cette eau de vie.

Quand le petit homme est caché dans la bouteille, on le peut faire sortir, en le présentant au feu ou aux rayons du Soleil, ou bien en échauffant la bouteille avec la chaleur des mains. Mais pour le faire cacher en Esté, quand il fait bien chaud, il faut plonger le fond de la bouteille dans de l'eau bien fraîche, ou dans de la glace. Ce petit homme se précipite tout à coup, comme pour se baigner.

II.

Le Thermometre de Florence est d'un grand usage pour juger des différentes températures de l'Air. Voici de quelle manière on le construit.

Plan-
che 24 *
Fig. 54.

On prend une phiole C d'environ deux pouces de diamètres : on y soude un tuyau AC, dont le diamètre est d'une ligne & demie ou environ. On choisit un tems froid pour l'emplir jusques vers la lettre B d'esprit de vin coloré avec du bois de Santal rouge, ou de la racine d'Orcanetre. On fait entrer l'esprit de vin, ou en échauffant la phiole, & en trempant l'extrémité A dans un vase rempli d'esprit de vin un peu chaud, ou plutôt avec un entonnoir, en se servant d'un petit fil de leron délié, qu'on enfonce plusieurs fois dans le tuyau, pour faire descendre la liqueur dans la phiole.

Quand on s'est assuré, en exposant l'instrument à l'air froid, que le tuyau est rempli jusques vers B, on échauffe autant qu'on peut la phiole pour faire monter l'esprit de vin jusques vers l'extrémité A. Pour lors on ferme exactement cette extrémité, en la faisant fondre à la lampe d'un Emailleur.

Ce Thermometre sert à faire connoître les différens degrez de la chaleur de l'Air. On a coutume de l'ajuster à une planche, sur laquelle on colle du papier, qui contient une division telle que l'on veut. On y marque aussi de l'autre côté la quantité du froid & du chaud, comme on le voit dans la Figure. Enfin pour donner quelques instructions, on peut ajouter sur ce papier colé les Observations suivantes.

*Observations sur le Thermometre de
Florence.*

I.

Lorsque l'Air devient plus chaud, la liqueur contenue dans le Thermometre, où l'Air renfermé dans cette liqueur, se dilate & monte à mesure que la chaleur de l'Air augmente. Mais quand l'Air perd de sa chaleur, ou qu'il devient plus froid, la liqueur se resserre & descend vers la phiole.

II.

Si la phiole étoit trop grosse, & le tuyau trop court ou trop étroit, le Thermometre se casseroit dans une grande chaleur. La même chose arriveroit, si on l'exposoit aux rayons fort vifs du Soleil, ou si on l'approchoit trop près du feu.

III.

On peut faire monter la liqueur du Thermomètre par l'action seule de la main, en l'appliquant doucement sur la phiole. La chaleur de la main se communique à la liqueur, & la fait monter. Lorsqu'on a retiré la main, la liqueur descend peu à peu, & se remet à la même hauteur où elle étoit auparavant.

IV.

A côté des divisions ou degrez, on a marqué les différentes temperatures de l'Air d'espace en espace.

V.

Lorsque dans les gelées d'Hyver l'Air commence à s'adoucir, & qu'il est temperé, on observe que la liqueur du Thermomètre ne monte pas aussitôt : elle ne monte que quand la glace est un peu fondue.

VI.

Pour se souvenir du degré où la liqueur étoit arrêtée, quand on a fait son observation, on se sert d'une petite main d'émail, ou autre marque, qui coule le long d'un double fil de leton attaché par les bouts vers les deux extrémités de la planche. On éloigne des divisions ce fil de leton, de manière que le bout du doigt alongé de la main d'émail, tombe sur l'extrémité des degrez, & montre précisément celui qu'on a observé, quand la main est arrêtée.

VII.

Cette main d'émail coule le long du double fil de leton par le moyen d'un petit tuyau de fer blanc, qui passe au travers du poignet de la main

PROBLEMES DE MECANIQUE. 381

auquel il est attaché. Les bouts de chaque fil de leton doivent être éloignés l'un de l'autre dans l'endroit où ils sont attachez , afin que la main d'émail en coulant s'arrête au degré où on la place, sans tomber.

Usage du Thermometre.

I.

Pour connoître chaque jour de combien est augmentée ou diminuée la chaleur en un même lieu , remarquez un jour à une certaine heure le degré où s'est arrêtée la liqueur dans le tuyau ; puis le jour suivant observez à la même heure si la liqueur est arrêtée plus haut , plus bas , ou au même endroit , & vous jugerez par-là s'il fait plus chaud , moins chaud , ou si l'air est dans une égale situation à la même heure , & dans le même lieu. On peut faire la même chose le même jour à différentes heures , ou en des jours qui ne se suivent point.

II.

C'est ordinairement vers les trois heures après Midi , que la liqueur monte à la plus haute élévation dans la journée , & c'est au lever du Soleil que la liqueur se trouve au plus bas. Il faut prendre garde que le Thermometre ne soit point exposé à la réverbération du Soleil , ni à la chaleur du feu.

III.

On peut connoître quelle est la plus chaude ou la plus froide de plusieurs chambres par ce moyen. Remarquez en premier lieu à quel degré la liqueur du tuyau est arrêtée dans une chambre. Transportez ensuite le Thermometre dans une autre chambre ,

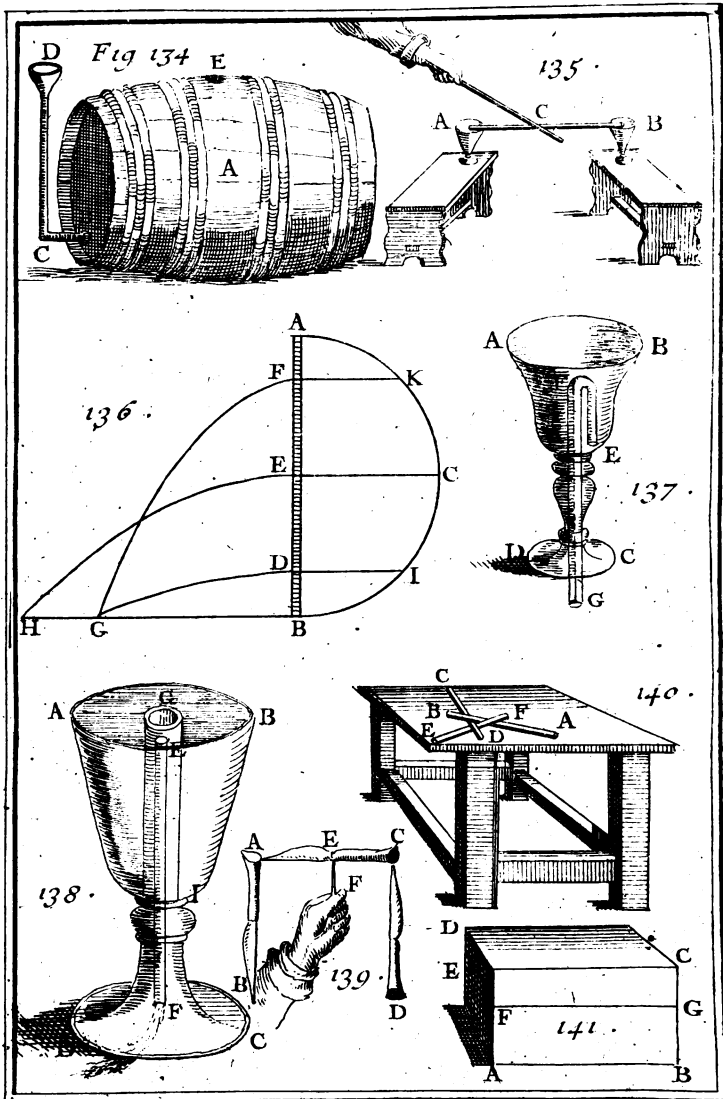
où vous le laisserez pendant quelque tems , comme d'une demi-heure. Enfin examinez s'il y a du changement dans l'élevation de la liqueur. Si elle est demeurée au même degré , c'est une marque que l'Air des deux chambres est dans le même degré de chaleur ou de froidure. Si la liqueur est montée , il fait plus chaud dans cette seconde chambre que dans l'autre. Enfin si la liqueur est descendue , c'est une marque certaine que l'Air est plus froid dans cette seconde chambre que dans la premiere.

IV.

Ce qu'on vient de faire pour deux chambres , peut se pratiquer à l'égard de plusieurs. Il faut remarquer qu'on doit faire cette expérience dans un court intervalle de tems , où l'on juge que la temperature de l'air ne puisse point avoir été changée. Et pour être mieux assuré de ce qu'on veut savoir , il est bon de reporter le Thermometre de l'une de ces chambres dans les autres , afin de voir s'il ne sera point arrivé quelque changement à l'Air de ces chambres.

V.

Si on laisse un Thermometre dans un même lieu , qui ne soit point exposé à la chaleur qui peut venir de quelque cause étrangere , comme du feu ou des bougies allumées dans un endroit resserré , & qu'on ait soin de marquer sur un registre le degré qu'on observe tous les jours à la même heure , ou aux mêmes heures , & principalement au lever du Soleil , & vers les trois heures après Midi , si on veut se donner la peine de le faire dans le même jour ; on pourra en continuant la même chose pendant plusieurs années , connoître par la comparaison des



observations les années qui auront été plus chaudes ou plus froides.

V I.

Si on fait du feu dans une chambre , il sera aisé de connoître combien la chaleur du feu augmentera la temperature de l'Air de cette chambre , en remarquant quel changement il arrivera à l'élévation de la liqueur contenue dans le tuyau du Thermometre.

V I I.

Pour connoître si la fièvre est augmentée ou diminuée , faites mettre la main du malade hors le lit environ un demi quart-d'heure , pour dissiper la chaleur qui vient de celle du lit. Puis faites poser pendant quelque tems la main du malade sur la phiole d'un Thermometre , en prenant garde de le casser. Observez le degré où s'arrêtera la liqueur , & remarquez-le. Faites la même chose dans un autre tems. En comparant les degrez où la liqueur se sera arrêtée dans les différentes observations que vous aurez faites , vous verrez si la fièvre est augmentée , diminuée ou restée dans le même degré.

PROBLEME XIV.

Remplir de vin , ou de quelqu'autre liqueur , un tonneau par l'ouverture d'en bas.

Nous avons déjà dit plus d'une fois que les Plancs 47.
corps liquides pèsent seulement selon leur che 47.
hauteur. C'est pourquoi pour remplir de quelque Fig. 134
liqueur le Tonneau A , non pas par le bondon E ,
mais par l'ouverture B d'en bas , il faut mettre à
cette ouverture B , un tuyau recourbé , comme

BCD, dont l'extrémité doit être aussi haute que le Tonneau ; il faut encore avoir une espee d'entonnoir, pour pouvoir plus commodément verser la liqueur ; dont on veut remplir le Tonneau. Cette liqueur en tombant par la branche CD, qui doit être à peu près élevée à plomb, & en entrant dans le Tonneau par l'autre branche BC, qui doit être environ de niveau, y prendra une situation horizontale ; & demeurera toujours à la même hauteur & dans le Siphon & dans le Tonneau ; c'est pourquoi l'on connoîtra que le Tonneau sera plein lorsque la branche CD se trouvera pleine de liqueur.

PROBLEME XV.

Rompre avec un Bâton un autre Bâton posé sur deux Verres sans les casser.

Plan-
che 47.
Fig. 135.

IL ne faut pas que le Bâton AB, que l'on veut rompre, soit trop gros, ni qu'il appuie beaucoup sur les deux Verres ; ses deux extrémités A, B, doivent être amenuîsez en pointe, & il doit être également gros dans toute sa longueur autant qu'il sera possible, afin que l'on puisse plus facilement connoître son centre de gravité C, qui dans ce cas sera au milieu.

Le Bâton AB étant supposé tel qu'on vient de le demander, on mettra les deux extrémités A, B, sur les bords de deux Verres, dont l'un ne doit pas être plus élevé que l'autre, afin que le Bâton ne panche pas plus d'un côté que d'autre. On fera en sorte que la seule extrémité de chaque pointe porte légèrement sur le bord de chaque Verre. Alors avec un autre Bâton on donnera sur le milieu C du Bâton AB, un coup sec & prompt, mais

PROBLÈMES DE MÉCANIQUE. 385
 mais cependant proportionné , autant qu'on le
 pourra juger , à la grosseur du bâton AB , & à la
 distance des verres.

R E M A R Q U E S.

Au lieu de verres , on pourroit se servir de deux
 brins de paille , que l'on tiendrait en l'air , & sur
 lesquels on appuyeroit les extrêmités du bâton
 AB , comme on les a appuyé sur les bords des
 verres.

Le coup prompt que l'on donne sur le bâton ,
 fait que l'air n'ayant point le tems de céder , rési-
 ste , & sert de point d'appui dans l'endroit frappé ;
 de sorte que le bâton se casse par la violence du
 coup , qui trouve de la résistance dans l'air , & ses
 deux extrêmités ne font aucune impression sur les
 verres , quand le coup est donné à propos.

C'est par la même raison qu'on casse les os de
 mouton sur sa serviette , sur la nape , ou sur la
 main , en frappant sur le milieu de l'os avec le
 dos d'un couteau.

P R O B L E M E X V I.

*Vuider toute l'eau contenue dans un vase par le
 moyen d'un Siphon.*

POur faire sortir toute l'eau qui est contenue dans le Vase AB , sans incliner ce Vase , ni sans le percer par le bas , servez-vous d'un Siphon courbé , comme CDE , dont l'une des branches doit être plus courte que l'autre. On l'emplit d'eau avec un entonnoir , s'il est nécessaire ; on ferme avec le doigt l'ouverture de la plus grande bran-

Plan-

che 45.

Fig. 129.

che; puis en renversant le Siphon, on met dans l'eau la plus petite branche, qui doit toucher le fond du Vase. Alors en ôtant le doigt, l'eau du Siphon CDE sortira par l'extrémité E, & l'eau du Vase AB entrant par l'autre extrémité, prendra la place de celle qui s'écoulera: elle continuera ainsi à fortir jusqu'à ce qu'il n'en reste point, ou fort peu dans le fond du Vase AB. Ce qui réussira d'autant plus facilement, que le Siphon CDE sera plus gros par le milieu que par ses deux extrémités.

R E M A R Q U E S.

I.

C'est de cette manière qu'on peut aisément vider par le bondon le vin d'un tonneau, sans en ouvrir le fonds.

I I.

On peut aussi puiser du vin d'un tonneau par le moyen d'un tuyau droit, qui doit être plus mince par les deux bouts que par le milieu; on le plonge par le bondon dans le tonneau, le vin entre dedans, & si l'on bouche avec le doigt le bout d'en haut, & qu'on tire le Siphon hors du tonneau, on le trouvera rempli de vin. On pourra verser ce vin dans un verre, ou dans quelque autre vase, en ôtant le doigt qui fermoit le bout du tuyau, & le vin descendra par l'autre bout.

I I I.

C'est aussi de la même manière qu'on pourra faire passer en montant l'eau qui est dans un lieu bas, à un autre lieu plus bas, pourvu que le lieu élevé sur lequel l'eau doit passer, ne soit pas plus haut que 32 pieds; parce que la pesanteur de

l'air , à laquelle les Philosophes modernes attribuent ce que les anciens attribuoient à l'horreur du vuide , ne peut faire monter l'eau plus haut qu'environ 32 pieds , selon les diverses expériences qui en ont été faites.

I V.

C'est encore par le moyen d'un tuyau recourbé que l'on peut sans aqueduc , & à peu de frais , conduire une fontaine d'eau vive , du sommet d'une montagne à un autre lieu un peu moins haut , où l'on aura besoin d'eau. On fera un long tuyau de plomb , qui descendra de la fontaine par le vallon , & remontera en se recourbant jusqu'au sommet de la montagne voisine , où l'on veut conduire l'eau. Car l'eau descendant de la montagne par ce tuyau , remontera au-dessus de l'autre montagne presque aussi haut qu'elle sera descendue : je dis presque , à cause de la résistance de l'air , qui empêche l'eau de monter précisément à la même hauteur.

Il faut prendre garde néanmoins que la hauteur du tuyau ne soit pas considérable ; car si cela étoit , la pesanteur de l'eau pourroit faire crever le tuyau , qui ne soutiendrait pas l'effort de l'eau qui pèse selon sa hauteur , à quoi il faudroit encore joindre sa vitesse.

V.

On peut faire un Siphon recourbé avec deux tuyaux de roseau , dont on coupe une des extrémités de biais , pour les joindre l'un à l'autre , & former la pointe d'un Siphon angulaire. On attache ces deux extrémités avec de la cire d'Espagne , avec laquelle on a soin de boucher toutes les petites ouvertures qui pourroient donner passage à l'air.

B b ij

On observera de laisser une des branches plus longue que l'autre. Comme ces tuyaux ne sont pas fort gros, on pourra succer par la branche qui sera hors du vase pour attirer l'eau, qui continuera à couler tant que l'autre branche trempera dans l'eau.

PROBLEME XVII.

Un tuyau plein d'eau étant perpendiculaire à l'Horison, trouver à quelle distance l'eau s'écoulera par un trou fait en un point donné de ce tuyau.

Plan-
che 47.

Fig. 136.

Après avoir décrit autour du Tuyau AB, que je suppose plein d'eau, & perpendiculaire à l'Horison, le demi-cercle ABC; percez ce tuyau en divers endroits, comme aux points D, E, F, par où l'eau puisse sortir. Cette eau décrira en sortant les demi-Paraboles DG, EH, FG, dont les amplitudes BG, BH, sont doubles des Sinus correspondans, c'est-à-dire, des lignes DI, EC, FK, perpendiculaires au Diamètre AB, sçavoir, BG double de DI, & de FK, & BH double de EC. De sorte que si le point E est le milieu du Tuyau AB, ou le centre du demi-cercle ABC, auquel cas EC est le plus grand Sinus, l'amplitude BH fera aussi la plus grande. Et parce que les Sinus également éloignez du centre E, comme DI, FK, sont égaux, les deux demi-Paraboles DG, FG, formées par la chute de l'eau qui sort par les deux trous D, F, également éloignez du point de milieu E, ont aussi une même amplitude BG. Il est évident que la plus grande amplitude BH est égale à la hauteur AB du Tuyau, & que son extrémité B est le Foyer de la demi-Parabole EH, & que par conséquent si l'on perce le Tuyau AB en son point

de milieu E, l'eau sortira à une distance égale à la longueur AB du Tuyau.

Plan:
che 47.
Fig. 136

Si l'on perce le Tuyau AB au-dessus, ou au-dessous de son point du milieu E, comme en F, on trouvera la distance BG, à laquelle l'eau tombera sortant par l'ouverture F, en décrivant autour du Tuyau AB, ou d'une ligne égale à ce Tuyau, le demi-cercle ABC, & en tirant du point F, au Diamètre AB, la perpendiculaire FK, qui sera la moitié de la distance BG qu'on cherche.

Mais si vous ne pouvez pas décrire un cercle autour du Tuyau AB, pour être trop grand, servez-vous de l'Arithmétique, & multipliez ensemble les deux parties AF, BF, pour avoir en la racine quarrée du produit la quantité de la perpendiculaire FK, ou la moitié de la distance BG qu'on cherche. Comme si la partie AF est de 2 poudes, & l'autre partie BF de 32 poudes; en sorte que la longueur du Tuyau AB soit de 34 poudes, en multipliant 32 par 2, & en prenant la racine quarrée du produit 64, on aura 8, dont le double donnera 16 poudes pour la distance BG.

PROBLEME XVIII.

Préparer un Vase, qui étant rempli de quelque liqueur à une certaine hauteur, la garde; & la perde toute, étant rempli de la même liqueur à une hauteur un peu plus grande.

I.

Soit, par exemple, un Verre ABCD, par le milieu duquel vous ferez passer un petit Tuyau recourbé, ou Siphon EFG ouvert par ses deux extrémités E, G. Sa partie F la plus élevée, doit

Fig. 137

B b iij

Plan-
che 47.
Fig. 137.

être un peu plus basse que le bord supérieur du Verre. L'extrémité E de ce Siphon doit être proche le fonds du Verre, & son extrémité G doit être plus basse que le fonds du même Verre. Cela étant ainsi, l'eau ou le vin qu'on versera dans le Verre, y demeurera, & remplira la branche EF à mesure qu'on versera l'eau, jusqu'à la courbure F. Mais si l'on continue à verser de l'eau dans ce Verre, elle montera plus haut dans le Verre, & ne pouvant plus monter dans le Siphon EFG, parce qu'il se recourbe & s'abaisse en F, au lieu de monter elle descendra par la branche FG, & continuera à descendre en sortant par l'ouverture G, tant que l'on continuera à verser de l'eau dans le Verre, & elle s'écoulera entièrement, c'est-à-dire, que le Verre demeurera vuide, quand on cessera d'y mettre de l'eau.

On peut faire couler l'eau par l'ouverture d'en bas G, quoique le Verre ne soit pas rempli jusqu'au sommet F du Siphon EFG, en suçant par cette ouverture d'en bas G, l'air qui est contenu dans le Siphon; car l'eau prendra nécessairement la place de l'air, & continuera à descendre par la branche FG, & à sortir par l'ouverture G, jusqu'à ce qu'il ne reste rien dans le Verre, au moins si l'ouverture E touche à son fonds, comme on a dit au Problème XVI.

II.

Fig. 138.

Ou bien faites passer au travers du Verre ABCD un petit Tuyau perpendiculaire EF ouvert par ses deux bouts E, F, dont celui d'en haut, sçavoir, E, doit être un peu moins élevé que le bord du Verre, & l'autre bout F un peu plus bas que le fonds du même Verre. Enfermez ce petit Tuyau

EF dans un autre Tuyau plus grand GI fermé par son extrémité G d'en haut, qui doit être un peu plus haute que le bout E du premier & plus petit Tuyau EF, & ouvert par son autre bout I d'en bas, qui doit toucher au fonds du Verre, si l'on veut que toute l'eau qu'on y versera s'écoule; ce qui arrivera, lorsqu'elle sera parvenue vers G; car alors elle entrera dans le Tuyau EF par l'ouverture E, & sortira par l'autre ouverture F, en passant par l'ouverture I du Tuyau GI, &c.

PROBLEME XIX.

Construire une Lampe propre à porter dans la poche, sans qu'elle s'éteigne, quand même on la rouleroit par terre.

Pour construire une Lampe qui ne verse jamais son huile, & qui ne s'éteigne point, quelque situation qu'on lui donne, quand même on la rouleroit par terre; attachez le vase qui contient l'huile & la mèche à un cercle de fer, de l'eton, ou de quelqu'autre matière solide, avec deux petits pivots diamétralement opposez; de sorte que ce vase puisse par sa pesanteur demeurer en équilibre autour de ces deux pivots, tourner librement au dedans de ce cercle, & conserver toujours une situation horizontale, à peu près comme dans les Boussoles, dont on se sert dans la Navigation, lesquelles ont deux semblables cercles, qui servent à les tenir horizontalement. Ce premier cercle doit avoir deux autres pivots aussi diamétralement opposez, & éloignez des autres de 90 degrez; ces deux pivots doivent entrer dans un autre cercle de la même matière. Ce second cercle doit encore

B b iij

avoir deux autres petits pivots inferez dans un autre corps concave, qui environne toute la Lampe; laquelle par le moyen de ses deux cercles ou balanciers, peut tourner librement au dedans autour de six pivots, qui donnent à la Lampe, quand on la tourne, six différentes positions, qui sont dessus & dessous, devant & derriere, à droit & à gauche, & qui servent à la tenir horizontalement. Cette Lampe étant au milieu, se trouve toujours située à son centre de gravité, c'est-à-dire, que son centre de gravité se trouve toujours dans sa ligne de direction; ce qui empêche l'huile de se renverser, de quelque manière qu'on tourne la Lampe, parce qu'elle demeure toujours dans une situation horizontale.

PROBLEME XX.

Disposer trois Bâtons sur un plan horizontal, en sorte que chacun s'appuye sur ce plan par l'une de ses extrêmités, & que l'autre extrêmité demeure élevée en l'air.

Plan-
che 47
Fig. 140.

Pour faire que trois Bâtons, ou trois Cou-teaux, &c. se soutiennent les uns les autres élevez en l'air, lorsqu'ils sont appuyez chacun par un de leurs bouts sur une table, quand même ils seroient chargez d'un poids, sans que jamais ils puissent tomber; inclinez sur cette table l'un des trois Bâtons, comme AB, en sorte que s'appuyant sur la table par son extrêmité A, l'autre extrêmité B soit élevée en l'air. Mettez en travers au-dessus de ce Bâton l'un des deux autres Bâtons, comme EF, élevé pareillement en l'air par son extrêmité F, & portant sur la table par son autre

extrémité E. Enfin disposez comme en triangle le troisième Bâton CD, en sorte que s'appuyant sur la table par l'une de ses extrémités C, il passe au-dessous du premier AB, & pose sur le second EF. Alors ces trois Bâtons se croisant de la sorte, se soutiendront mutuellement, & ne pourront tomber en les chargeant de quelque poids, à moins qu'ils ne se plient, ou ne se rompent par la trop grande pesanteur du poids, qui étant médiocre, servira plutôt à les affermir, & à les maintenir ainsi élevez en l'air par un de leurs bouts, qu'à les faire tomber. Car AB est soutenu par CD, & CD par EF, qui est lui-même soutenu par AB.

PROBLEME XXI.

Faire tourner trois Coûteaux sur la pointe d'une éguille.

ATtachez au bout du manche de l'un des trois Coûteaux, comme du Coûteau AB, un autre Coûteau AC par sa pointe, en sorte que l'angle BAC soit droit, ou qu'il en approche. Observez que le dos du Coûteau AC doit être tourné vers le bas, & le tranchant vers le haut, comme on le voit dans la Figure. Attachez pareillement au bout du manche du Coûteau AC un troisième Coûteau CD par sa pointe, en sorte que l'angle ACD, soit droit, ou qu'il en approche. De cette manière les trois Coûteaux AB, AC, CD, se trouveront disposés en forme de balance, dont les deux bassins seront représentés par les deux Coûteaux suspendus AB, CD. Le Coûteau AC représentera la verge de la balance, sur lequel par conséquent on trouvera par plusieurs essais le centre de mouvement, ou

Plan
che 47.
Fig. 132.

396 RECREAT MATHEM. ET PHYS.
posé, où il remontera d'autant plus promptement
que la Rivière sera plus rapide, parce que l'eau fait
tourner la roue plus vîte.

PROBLEME XXIV.

Trouver la pesanteur d'un pied cube d'eau.

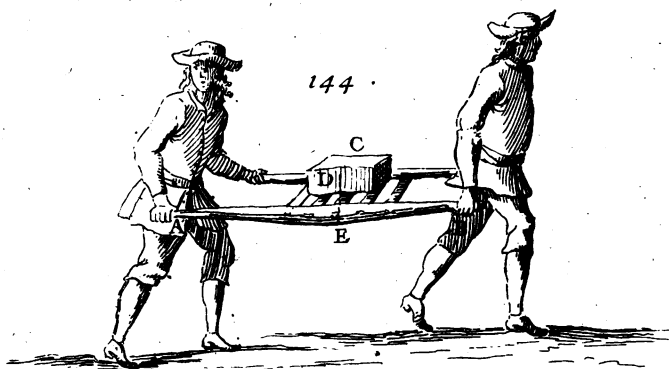
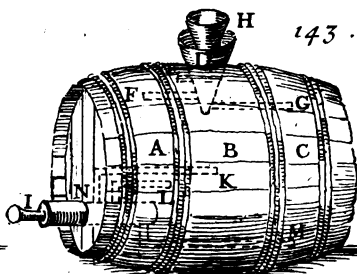
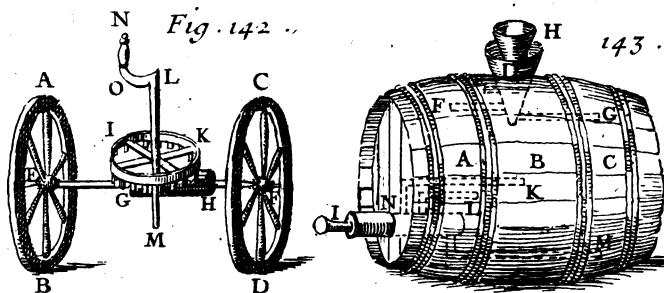
I.

Nous avons dit au Problème XI. qu'un pied
cube d'eau commune pèse environ 72 livres ;
ce qui se peut aisément connoître en faisant un
vase concave, dont la capacité soit précisément
d'un pied cubique, & en pesant l'eau qu'il peut
contenir : par ce moyen l'on aura la pesanteur d'un
pied cube d'eau. Mais on peut connoître autrement
& plus facilement cette pesanteur, en cette sorte.

II.

Plan-
che 47.
Fig. 141. Préparez un corps solide fait en Parallelepède
rectangle, comme ABCD, d'une matière homogène,
dont la pesanteur spécifique soit moindre que celle
de l'eau, par exemple, du bois de Sapin, afin que ce
corps étant plongé dans l'eau, ne s'y enfonce pas tout
entier ; pesez exactement ce corps, que nous suppo-
serons être de 4 livres.

Plongez donc ce corps dans l'eau, & faites une
marque à l'endroit où se terminera la surface de
l'eau, comme EFG. Alors ce corps occupant dans
l'eau l'espace ABGFE, l'eau qui rempliroit cet es-
pace, peseroit précisément 4 livres, sçavoir, au-
tant que le corps ABCD pèse dans l'air. Ce que
l'on connoît par ce principe général de l'Hydro-
statique, que la pesanteur d'un corps est égale à
celle d'un volume d'eau pareil à celui dont il oc-
cupe la place dans la même eau.



Berey fecit - To. II. Pl. 46

Ce volume , qui est ici représenté par ABGFE , se peut mesurer en multipliant la largeur EF , que nous supposerons de 4 pouces , par la hauteur AF , qui sera supposée de 3 pouces , & le produit 12 par la longueur AB , ou FG , que nous supposerons de 8 pouces : ainsi on aura 96 pouces cubiques pour la solidité du prisme ABGFE.

Nous sçavons donc que 96 pouces d'eau pèsent 4 livres , & pour sçavoir combien pèse un pied cube de la même eau , qui vaut 1728 pouces cubes (comme on le connoît en multipliant 12 par 12 , & le produit 144 encore par 12) on dira par la Règle de Trois directe , si 96 pouces pèsent 4 livres , combien pèseront 1728 pouces ? c'est-à-dire , qu'on multipliera 1728 par 4 ; on divisera le produit 6912 par 96 , & l'on trouvera qu'un pied cube d'eau pèse 72 livres.

PROBLEME XXV.

Construire un Carosse , dans lequel on se puisse conduire soi-même par-tout où l'on voudra , sans aucuns chevaux.

I.

IL faut que les deux petites roues de devant Plans che 48. Fig. 142 soient mobiles autour de leur aissieu commun , comme dans les Carosses ordinaires , & que les deux grandes roues de derriere , comme AB , CD , soient fermement attachées à leur aissieu commun EF , en sorte que cet aissieu ne se puisse mouvoir , à moins que les roues ne se meuvent & ne roulent en même tems.

Au milieu de l'aissieu EF , on doit ajouter à l'entour une lanterne GH , dont les fuseaux soient forts

Plan-

che 48.

Fig. 142.

& ferrez, & attacher tout auprès sur la flèche une roue dentée IK, dont les dents puissent engrainer dans les fuseaux de la lanterne. En faisant tourner cette roue autour de son aissieu LM, qui doit être perpendiculaire à l'Horison, par le moyen de la manivelle NOL, elle fait tourner la lanterne GH, & avec elle l'aissieu EF, & les roues AB, CD, qui rouleront, & feront avancer le Carosse, sans qu'il soit tiré par des chevaux, ni par aucune autre puissance animée. On comprend bien que l'aissieu EF ne doit pas entrer dans la flèche, afin qu'il puisse tourner au dedans.

II.

Plan-

che 61.

Fig. 212.

* M. Oza-

nam écri-

voit en

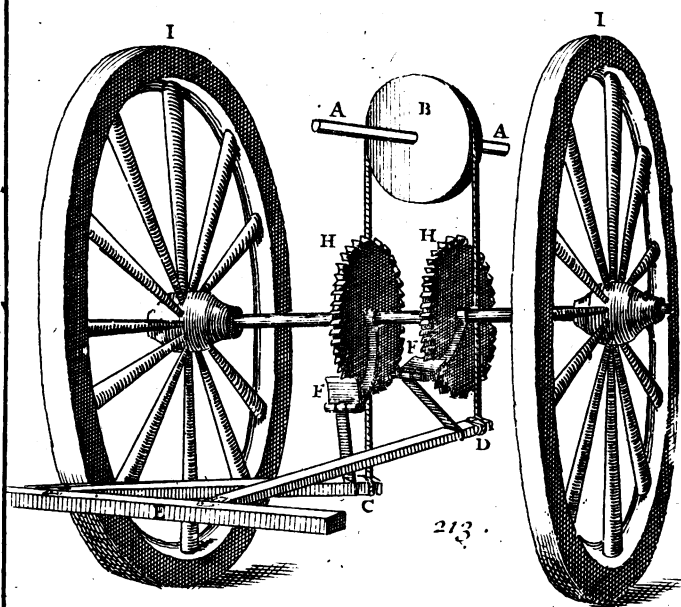
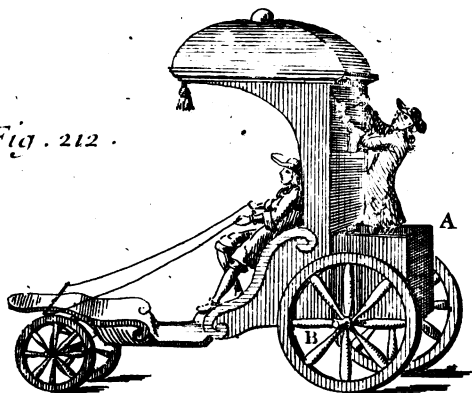
1693.

On voit à Paris depuis quelques années * un Carosse ou Chaise, qui a une forme à peu près semblable à celle de la Fig. 212^e. Un Laquais monté derrière le fait marcher, en appuyant alternativement les deux pieds sur deux piéces de bois, qui communiquent à deux petites roues cachées dans une caisse posée entre les roues de derrière AB, attachées à l'aissieu du Carosse, comme vous le voyez dans la Fig. 212^e. J'en donnerai l'explication dans les mêmes termes que je l'ai reçue de M. Richard, Médecin de la Rochelle.

Fig. 113.

AA est un rouleau attaché par les deux bouts à la caisse qui est derrière la Chaise. B est une poulie sur laquelle roule la corde qui lie le bout des planchettes C, D, sur lesquelles les Laquais mettent les pieds. E est une piéce de bois qui tient à la Caisse, & retient les deux planchettes par l'autre bout, leur permettant de hausser & de baisser par le moyen des deux cordes AC, AD, qui sont attachées à leurs extrêmités. F, F, sont deux petites plaques de fer, qui servent à faire tourner les roues

Fig. 212.



213.

Berey fecit—To. II. Pl. 47

H, H, qui sont fixes à leur aissieu, qui est aussi fixe aux deux grandes roues I, I.

Je crois qu'à présent on n'aura pas de peine à concevoir que le Laquais mettant alternativement les pieds sur C & sur D, une des plaques fera tourner une des roues à dents; si, par exemple, il appuie sur la planche C, comme la Figure le représente, elle doit descendre, & faire monter la planche D, qui ne peut monter sans que la plaque de fer qui entre dans les dents de la roue, ne la fasse tourner avec l'aisieu, & les deux grandes roues. Ensuite appuyant sur la planche D, la pesanteur du corps la fera descendre, & fera monter l'autre planche C, qui fera encore tourner la roue. Ainsi ce mouvement se continuera, en faisant toujours la même manœuvre.

Il est facile de s'imaginer que les deux roues de derrière avançant, il faut que les deux petites de devant avancent aussi, lesquelles iront toujours droit, si la personne qui est dans la Chaise ne les fait tourner avec les rênes qui sont attachées à une flèche sur le devant.

III.

M. de Camus, de l'Académie Royale des Sciences, donne sur la fin de son Traité des Forces mouvantes, la description d'un petit Carosse, qu'il fit autrefois pour le Roy alors Dauphin. Nous n'entreprendrons point d'entrer dans le détail de tous les ressorts qui font jouer ce Carosse, & qui sont en très-grand nombre, quoique tellement renfermez dans de petits espaces, qu'ils ne paroissent point. Ces ressorts doivent être effectivement en grand nombre, pour exécuter tous les mouvemens que font le Cocher, le Laquais, le Page & la Dame qui

est assise dans le Carosse pendant qu'il marche ; nous nous contenterons de rapporter une partie de ces mouvemens , qui sont très-surprenans.

Ce petit Carosse tournant sur une table vers les bords , les chevaux vont en courbette , plient les jambes , & posent à terre les pieds de derriere. Le Cocher tire les rênes des chevaux , soit pour les faire tourner , soit pour les faire aller en ligne droite , & il leur donne de tems en tems des coups de fouet. Le Carosse ayant fait un certain chemin , s'arrête ; alors le Page qui etoit couché sur la soupente , va ouvrir la portiere , pendant qu'un Laquais descend de derriere le Carosse. La Dame tenant un placet à la main , sort du Carosse , & le présente , après avoir fait la révérence. Pendant ce tems-là le Page s'attachant à la portiere , la remue en badinant. La Dame ayant attendu quelque tems , comme pour écouter la réponse , fait une seconde révérence , & rentre dans le Carosse. Quand la Dame est assise , le Page ferme la portiere , & se remet sur la soupente. Le Cocher donne un coup de fouet aux chevaux , qui continuent le chemin , & le Laquais courant après le Carosse , saute à sa place.

On sera étonné , en lisant la description , de voir tous les petits ressorts qu'il a fallu imaginer , & placer à propos pour exécuter les mouvemens qu'on vient de rapporter , & les autres qui sont fort différens , lorsqu'on monte les ressorts d'une autre manière.



PROBL.

PROBLEME XXVI.

Connoître de deux eaux différentes celle qui est la plus légère, sans aucune balance.

IL faut avoir un corps d'une matière, dont la pesanteur spécifique soit moindre que celle de l'eau ; par exemple, du bois de Sapin, &c mettre dans chaque eau ce corps ; qui ne s'y enfoncera pas entièrement, étant certain qu'il se doit enfoncer moins dans l'eau la plus pesante que dans la plus légère. Ainsi vous connoîtrez que l'eau où ce corps s'enfoncera davantage, est la plus légère, &c par conséquent la plus saine à boire.

PROBLEME XXVII.

Construire un Tonneau contenant trois liqueurs différentes, qui se puissent tirer par une même broche, sans qu'elles se mêlent.

IL faut que le Tonneau soit divisé en trois par plans ou cellules A, B, C, qui contiennent les trois liqueurs différentes ; par exemple, du Vin rouge, du Vin blanc, &c de l'Eau, que l'on fera entrer chacun dans sa cellule par le même bondon ; en cette sorte.

En construisant le Tonneau, on aura ajusté dans le bondon un entonnoir D, avec trois tuyaux E, F, G, qui aboutissent chacun à sa cellule. Ajoûtez à cet entonnoir un autre entonnoir H, percé de trois trous, qui puissent répondre quand on voudra, aux ouvertures de chaque tuyau. Si l'on fait répondre en tournant l'entonnoir H, chaque trou successivement à

l'ouverture de son tuyau correspondant, la liqueur que l'on versera dans l'entonnoir H, entrera dans ce tuyau. De cette manière on remplira chaque cellule de sa liqueur, sans que l'une se puisse mêler avec l'autre, parce que quand un tuyau est ouvert, les deux autres se trouvent bouchés.

Mais pour tirer aussi sans confusion chaque liqueur par le bas du Tonneau, il doit y avoir trois tuyaux K, L, M, qui répondent chacun à une cellule, & une espèce de robinet IN, percé de trois trous, qui doivent répondre chacun à son tuyau, afin qu'en tournant la broche I, jusqu'à ce que l'un de ces trous réponde vis-à-vis d'un tuyau, la liqueur de la cellule par où passe ce tuyau, sorte toute seule par le même tuyau.

PROBLÈME XXVIII.

Trouver les parties d'un poids que deux personnes soutiennent par le moyen d'un Levier.

Plan-
che 48.
Fig. 144.

Pour trouver la partie du poids C, que je suppose de 150 livres, que deux personnes soutiennent par le moyen du Levier, ou Civière AB, dont la longueur soit, par exemple, de 6 pieds; supposons que le centre de gravité du corps C soit D, & que sa ligne de direction soit DE. Cela étant supposé, on doit considérer le point E, comme si le corps C y étoit suspendu : alors il est évident que si le point E est au milieu de AB, chaque personne portera la moitié du poids C, savoir, 75 livres. Mais si le point E n'est pas au milieu de AB, en sorte qu'il soit plus proche, par exemple, du point B, que du point A, on doit sentir en B une plus grande partie du poids

qu'en A : cette partie se trouvera de cette sorte.

Si l'on suppose que la partie AE du Levier AB, soit, par exemple, de 4 pieds, & par conséquent l'autre partie EB de 2 pieds, parce que toute la longueur AB a été supposée de 6 pieds ; multipliez le poids donné 150 par la quantité 4 de la partie AE : divisez le produit 600 par la longueur AB, que nous avons supposée de 6 pieds : le quotient donnera 100 livres pour la partie du poids que porte la puissance appliquée en B. C'est pourquoi en ôtant cette partie 100 du poids entier 150, le reste donnera 50 livres pour l'autre partie du poids que porte la puissance appliquée en A.

PROBLEME XXIX.

Trouver la force qu'il faut pour lever un poids avec un Levier, dont la longueur & le point fixe sont donnez.

Supposons que le poids C pese sur le Levier ^{Plan:} AB, 150 livres, & que la puissance appliquée che 48. en son extrémité B, soit éloignée du point fixe D Fig. 145. de 4 pieds, en sorte que le reste AD du Levier soit de 2 pieds, supposant que toute la longueur AB du Levier est de 6 pieds, multipliez le poids C, que nous avons supposé de 150 livres, par la partie AD, qui a été supposée de 2 pieds ; divisez le produit 300 par l'autre partie BD, c'est-à-dire, par 4 : le quotient 75 sera la force que doit avoir la puissance appliquée en B, pour soutenir le poids C. D'où il est aisé de conclure, que la puissance appliquée en B, doit avoir une force un peu plus grande que de 75 livres, pour mouvoir & lever le poids C.

C c ij

PROBLEME XXX.

Construire un Vase qui contienne sa liqueur étant droit , & la perde toute étant un peu penché.

Plan-
che 49.
Fig. 146.

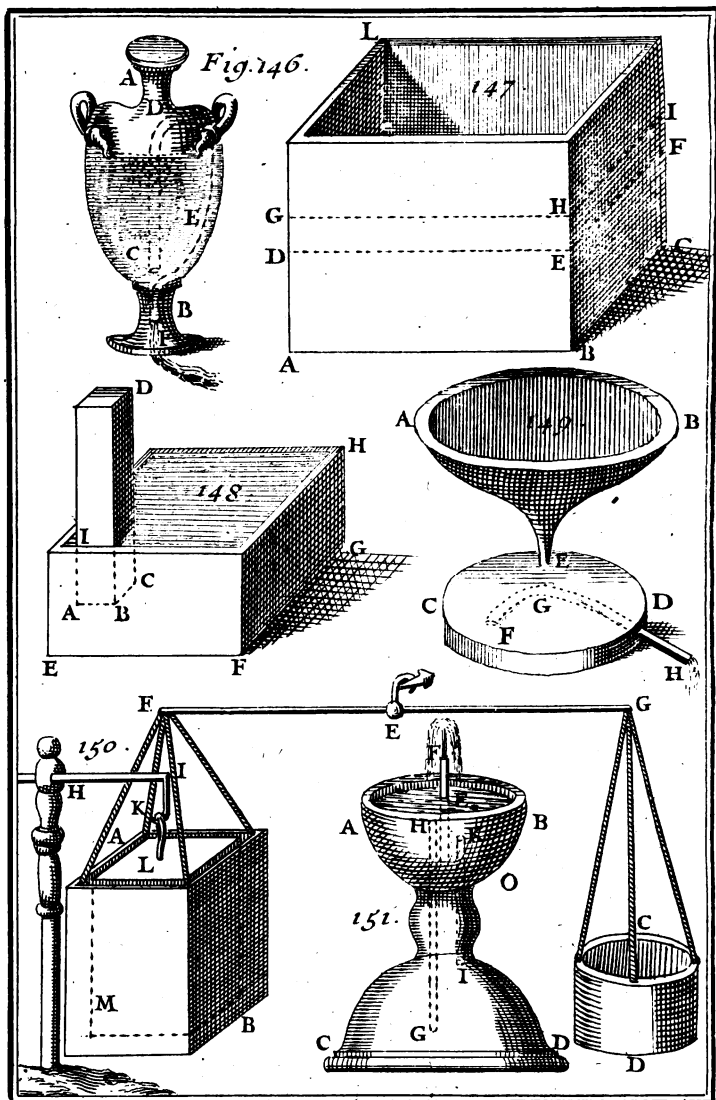
CE Problème est aisé à résoudre à l'imitation des Probl. XVI. & XVIII. Car si au dedans du Vase AB, l'on ajuste un Siphon, ou Tuyau recourbé CDEF, dont l'ouverture C touche le fonds du Vase, & l'autre ouverture F soit plus basse que le même fonds, en sorte que la jambe CD soit plus courte que l'autre jambe DEF, & que l'on mette de l'eau dans ce Vase environ jusqu'à la partie supérieure D, l'eau ne s'écoulera pas; mais si l'on incline tant soit peu le Vase AB vers la partie opposée à A, comme si on y vouloit boire, l'eau entrera de la jambe CD dans la jambe DEF, & sortira toute par l'ouverture F, quand même on redresseroit le Vase, parce que l'air pourra succéder à la place de l'eau, lorsqu'elle descendra par la branche DEF.

PROBLEME XXXI.

Trouver sans aucune balance la pesanteur d'une piece proposée de métal, ou de pierre.

Fig. 147.

IL faut en premier lieu préparer un Vase concave, qui ait la figure d'un prisme, dont la base soit telle qu'on voudra, mais pour la commodité il vaudra mieux que ce soit un quarré, ou un quarré-long, comme ABC. Sa longueur AB sera supposée de 6 pouces; & sa largeur BC de 4: ainsi la base ABC sera de 24 pouces quarrés,



To. II. Pl. 48.

comme on le connoît en multipliant 6 par 4. Plan.

Il faut aussi que le Vase soit rempli en partie d'eau commune, par exemple, jusqu'à DEF; en sorte que la piece proposée y étant plongée, soit tout-à-fait couverte, autrement il en faudroit verser une plus grande quantité. Cette eau montera à une certaine hauteur, par exemple, jusqu'à GHI, de sorte que le prisme d'eau GEI sera égal à la solidité de la piece proposée. che 49.
Fig. 147.

La solidité de ce prisme d'eau GEI se trouvera en multipliant sa base DEF, qui est égale à la base ABC, que nous avons trouvée de 24 pouces quarrés, par sa hauteur EH, ou FI, que nous supposons de 2 pouces; car le produit donnera 48 pouces cubes pour la solidité du prisme d'eau GEI. La solidité de ce prisme étant connue, on trouvera sa pesanteur, en supposant qu'un pied cube de la même eau pèse 72 livres, & en disant par la Règle de Trois directe: si un pied cube, ou 1728 pouces pèsent 72 livres, combien pèseront 48 pouces? multipliant 72 par 48, & divisant le produit 3456 par 1728, on trouvera 2 livres pour la pesanteur du prisme d'eau GEI.

Par le moyen de cette pesanteur ainsi trouvée de 2 livres, on trouvera celle de la piece proposée, en multipliant la pesanteur trouvée, c'est-à-dire, 2 livres par 3, si la piece proposée est de caillou, ou de pierre de roche: par 4, si elle est de marbre: par 8, si elle est de fer, ou d'airain: par 10, si elle est d'argent: par 11, si elle est de plomb, & par 18, si elle est d'or.

Ainsi dans cet exemple on trouvera que la piece proposée pèse 6 livres, si elle est de pierre dure: 8 livres, si elle est de marbre: 16 livres, si elle est de fer: 20 livres, si elle est d'argent: 22 livres.

C c iij

Si elle est de plomb ; & 36 livres , si elle est d'or.

REMARQUES.

I.

Je sçai bien que cette pesanteur ainsi trouvée n'est pas trop exacte ; mais c'est assez pour des Récréations Mathématiques. Quand vous la voudrez avoir plus exactement , servez-vous de l'une des trois Tables qui sont sur la fin de la Mécanique de mon Cours de Mathématique ; la seconde est très-utile pour connoître la solidité d'un corps proposé , dont on connoît la pesanteur , comme vous aller voir dans le Problème suivant.

II.

Mais auparavant , nous remarquerons que par le moyen de ce Problème , on trouve avec une très-grande facilité la solidité d'un corps , qu'il seroit difficile de trouver exactement par la Géométrie ordinaire , lorsque ce corps est fort irrégulier , comme seroit une pierre brute , ou quelqu'autre corps semblable. Car ayant trouvé que le prisme d'eau GEI est de 48 pouces cubes , il s'ensuit que la piece proposée , dont le volume est nécessairement égal à ce prisme , contient en sa solidité aussi 48 pouces cubes.



PROBLEME XXXII.

Trouver la solidité d'un corps, dont la pesanteur est connue.

CE Problème se peut résoudre très-facilement par le moyen de la Table suivante, qui montre en Livres & en Onces la pesanteur d'un pied cube de plusieurs corps différens ; & en Onces, en Gros, & en Grains la pesanteur d'un pouce cube des mêmes corps, la Livre valant 16 Onces, l'Ounce 8 Gros, & le Gros 72 Grains.

Table de la pesanteur d'un Pied cube, & d'un Pouce cube de plusieurs corps différens.

Poids d'un Corps	Pied cube.		Pouce cube		
	Livres.	Onces.	Onces.	Gros.	Grains.
Or	1325	4	12.	2.	52
Mercure	946	10	8.	6.	3
Plomb	802	2	7.	3.	30
Argent	720	12	6.	5.	28
Cuivre	627	12	5.	6.	36
Fer	558	0	5.	1.	24
Etain	516	2	4.	6.	17
Marbre blanc	188	12	1.	6.	0
Pierre de Taille	132	8	1.	2.	24
Eau de Seine	69	12	0.	5.	12
Vin	68	6	0.	5.	5
Cire	66	4	0.	4.	55
Huile	64	0	0.	4.	43

On connoît par cette Table qu'un pied cube de fer, par exemple, pèse 558 livres. C'est pourquoi si l'on a une piece de fer, qui pèse, par exemple, 279 livres, on connoîtra la solidité par la Règle de C c iij.

Trois directe, en disant : si une pesanteur de 558 livres donne un pied cube, ou 1728 pouces cubes de solidité, combien donnera une pesanteur de 279 livres ? Alors multipliant 279 par 1728, & divisant le produit 482112 par 558, le quotient donnera 864 pouces cubes pour la solidité de la pièce proposée.

REMARQUE.

Si tout au contraire vous avez, par exemple, une pièce d'argent, dont vous voulez connoître la pesanteur, il en faut premierement trouver la solidité par le moyen de l'eau, comme vous avez vu au Problème précédent. Si cette solidité est, par exemple, de 48 pouces cubes, vous multiplierez ce nombre 48 par 6 Onces, 5 Gros, & 28 Grains, qui est la pesanteur d'un pouce cube d'Argent, comme on le voit dans la Table précédente, & le produit donnera 29 livres, 2 Gros, & 48 Grains pour la pesanteur de la pièce proposée d'Argent. Ainsi des autres.

Cette remarque suppose une Règle de Trois, où l'on dit : Si un pouce cube d'Argent donne 6 Onces, 5 Gros, 28 Grains, combien donneront 48 pouces cubes ?

PROBLEME XXXIII.

Un corps plus pesant que l'eau étant donné, trouver à quelle hauteur elle montera dans un Vase rempli en partie d'eau, lorsqu'on y mettra le corps proposé.

Plan-
che 49.
Fig. 147.

Supposons que dans un Vase fait en Parallelepipède rectangle, comme ABCL, il y ait de l'eau jusqu'à la hauteur AD, & qu'on veuille sçavoir à

quelle hauteur cette eau montera, si l'on y met, ^{Plan-}
 par exemple, un boulet de fer, dont la pesanteur ^{che 492}
 spécifique est plus grande que celle de l'eau; mesu- ^{Fig. 147}
 rez l'aire de la base rectangulaire ABC, ou DEF,
 en multipliant la longueur ED par la largeur EF.
 Mesurez aussi la solidité de la boule proposée, en
 multipliant le cube de son diamètre par 157, & en
 divisant le produit par 300. Si cette solidité est,
 par exemple, de 96 pouces cubes, & l'aire DEF
 de 48 pouces quarez; en divisant cette solidité
 96 par l'aire 48, le quotient donnera 2 pouces
 pour la hauteur EH, ou DG, à laquelle la boule
 proposée fera monter l'eau quand elle sera mise de-
 dans; parce qu'elle y occupera une place égale à
 celle du prisme GEI de l'eau qui est montée, dont
 la solidité est aussi par conséquent de 96. pouces
 cubes.

Autrement.

Mesurez avec une balance bien juste la pesanteur
 du corps proposé, que nous supposons de 31 li-
 vres, & par le moyen de cette pesanteur trouvez
 la solidité du même corps, qui par *Probl. XXXII.*
 se trouvera de 96 pouces cubes, supposant que la
 pièce proposée soit de fer. C'est pourquoi la solidité
 du prisme d'eau GEI sera aussi de 96 pouces cubes;
 laquelle par conséquent étant divisée par la base
 DEF, que nous avons supposée de 48 pouces
 quarez, donnera 2 pouces pour la hauteur EH,
 qu'on cherche.



PROBLEME XXXIV.

Un corps moins pesant que l'eau étant donné , trouver de combien il se doit enfoncer dans la même eau contenue dans un Vase.

PUISQUE le corps proposé est supposé d'une pesanteur spécifique moindre que celle de l'eau , comme seroit une piece de bois de Sapin ; cette piece étant mise dans l'eau , ne s'y enfoncera pas toute entière , mais seulement en partie , sçavoir , jusqu'à ce qu'elle y occupe un espace , dont l'eau qui le rempliroit , pese autant que la même piece. Ainsi pour marquer justement ce qui doit s'enfoncer dans l'eau de ce corps moins pesant , on en connoîtra la pesanteur , & l'on mesurera la quantité de l'eau qui ait cette pesanteur ; ce qui est facile , par ce qui a été dit dans les Problèmes précédens. Après quoi il est évident que ce corps s'enfoncera dans l'eau jusqu'à ce qu'il occupe la place de cette quantité d'eau.

Plan-
che 49.
Fig. 148.

Mais pour venir à la pratique , supposons que la piece de bois de Sapin ABCD pese , par exemple , 360 livres , & qu'un pied cube de l'eau qui est contenue dans le Vase EFGH pese 72 livres ; divisez par ce nombre 72 la pesanteur 360 du prisme ABCD ; le quotient 5 fera connoître que 5 pieds cubes de la même eau pesent aussi 360 livres. C'est pourquoi le prisme ABCD s'enfoncera dans cette eau jusqu'à ce qu'il y occupe la place de 5 pieds cubes. Ainsi pour sçavoir de combien il se doit enfoncer , il en faut retrancher par en bas un prisme de 5 pieds cubes , qui ait la même base que celle du prisme ABCD : on peut connoître cette base

en multipliant la longueur AB par la largeur BC, quand elle sera rectangulaire, telle qu'on la suppose ici. Si cette base est, par exemple, de 4 pieds quarrés, en divisant 5 pieds cubes par 4 pieds quarrés, on aura 1 pied & 3 pouces pour la hauteur AI, à laquelle le prisme proposé ABCD s'enfoncera dans l'eau.

PROBLEME XXXV.

Connoître si une piece douteuse d'or ou d'argent est bonne ou fausse.

SI la Piece, de la bonté de laquelle on doute, est, par exemple, d'argent, & qu'elle ne soit pas extrêmement grosse, comme si c'étoit un écu, ou une piece de trente sols; pour connoître si cette Piece est de pur argent, ou mêlée avec quelqu'autre métal, il faut avoir une autre Piece de bon argent aussi pesante que la Piece proposée; en sorte que ces deux Pieces étant mises dans les bassins d'une balance bien juste, elles demeurent en équilibre dans l'air. Il faut ensuite attacher ces deux Pieces d'argent aux bassins de la même balance avec du fil, ou un crin de cheval, pour empêcher que ces deux bassins ne soient mouillés, lorsqu'on plongera dans l'eau les deux Pieces d'argent. Elles demeureront en équilibre dans l'eau aussi-bien que dans l'air, quand elles seront égales en bonté. Mais si la Piece proposée pèse moins dans l'eau, elle sera fausse, c'est-à-dire, qu'il y aura quelqu'autre métal mêlé d'une pesanteur spécifique moindre que celle de l'argent, comme celle du cuivre; & si elle pèse davantage, elle ne sera pas aussi de bon argent, mais elle sera mêlée avec quelqu'autre métal d'une

pesanteur spécifique plus grande que celle de l'argent, comme celle du plomb.

Si la Piece proposée est d'une grosseur considérable, telle qu'étoit la Couronne d'or qu'Hieron Roy de Syracuse envoya à Archimede, pour connoître si l'Orfèvre avoit employé fidèlement les 18 livres d'or qu'il avoit reçu pour faire cette Couronne; car ce Prince soupçonnoit qu'il y avoit mêlé quelqu'autre métal, parce qu'elle paroissoit fort grosse; il faudra, comme auparavant, avoir une Piece de pur or, qui pese autant que la Couronne, sçavoir, 18 livres, & sans s'amuser à peser ces deux Pieces dans l'eau, il suffira de les plonger l'une après l'autre dans un vase plein d'eau. Car celle qui chassera plus d'eau, sera mêlée avec quelqu'autre métal d'une pesanteur spécifique moindre que celle de l'or, parce qu'elle aura un plus grand volume.

PROBLEME XXXVI.

Trouver la charge d'un Vaisseau sur la Mer, ou sur une Riviere.

PAr ce qui a été fait au *Probl. XXXIV.* il est aisé de connoître la *Portée*, ou le *Port d'un Vaisseau*, c'est-à-dire, la charge que peut porter un vaisseau sur l'eau de la Mer, ou d'une Riviere, sans couler à fond. Car il est certain qu'un Vaisseau peut porter autant pesant que l'eau qui lui est égale en grosseur, si l'on en rabat seulement la pesanteur du fer qui entre dans sa construction, parce que le bois qui le compose, pese à peu près autant que l'eau; ce qui fait que sans ce fer, le Vaisseau pourroit naviguer étant plein de la même eau.

D'où il suit que le Vaisseau , quelque charge qu'il ait , ne s'enfoncera pas entièrement dans l'eau , si la pesanteur de cette charge est moindre que celle d'un égal volume d'eau. Mais pour connoître ce volume , il faut mesurer la capacité ou solidité du Vaisseau , que nous supposerons de 1000 pieds cubes. Cette capacité étant multipliée par 73 livres , qui sont la pesanteur d'un pied cube d'eau de la Mer , on aura 73000 livres pour la pesanteur d'un volume d'eau égal à celui du Vaisseau.

Ainsi dans cet exemple on peut dire que la portée du Vaisseau , pour pouvoir naviguer sur la Mer , est de 73000 livres , ou de 36 Tonneaux & demi , comme on le connoît en divisant 73000 par 2000 , qui est la valeur d'un *Tonneau* , parce qu'un *Tonneau* plein d'eau de la Mer pèse 2000 livres. De sorte que si dans cet exemple la charge du Vaisseau passe 36 Tonneaux & demi , il coulera à fonds , & il nagera entre deux eaux , tout prêt à s'enfoncer , si la charge est précisément de 73000 livres. Ainsi afin que le Vaisseau puisse naviguer facilement & sans danger , la charge doit être beaucoup moindre que de 73000 livres. Si elle approche de 73000 , en sorte qu'elle soit , par exemple , de 36 Tonneaux seulement , le Vaisseau ne s'enfoncera pas dans l'eau de la Mer : mais après avoir cinglé heureusement en haute Mer , il coulera à fonds & périra , s'il arrive à l'embouchure de quelque Riviere d'eau douce , qui étant plus légère que l'eau de la Mer , sera surmontée par la pesanteur du Vaisseau.



PROBLEME XXXVII.

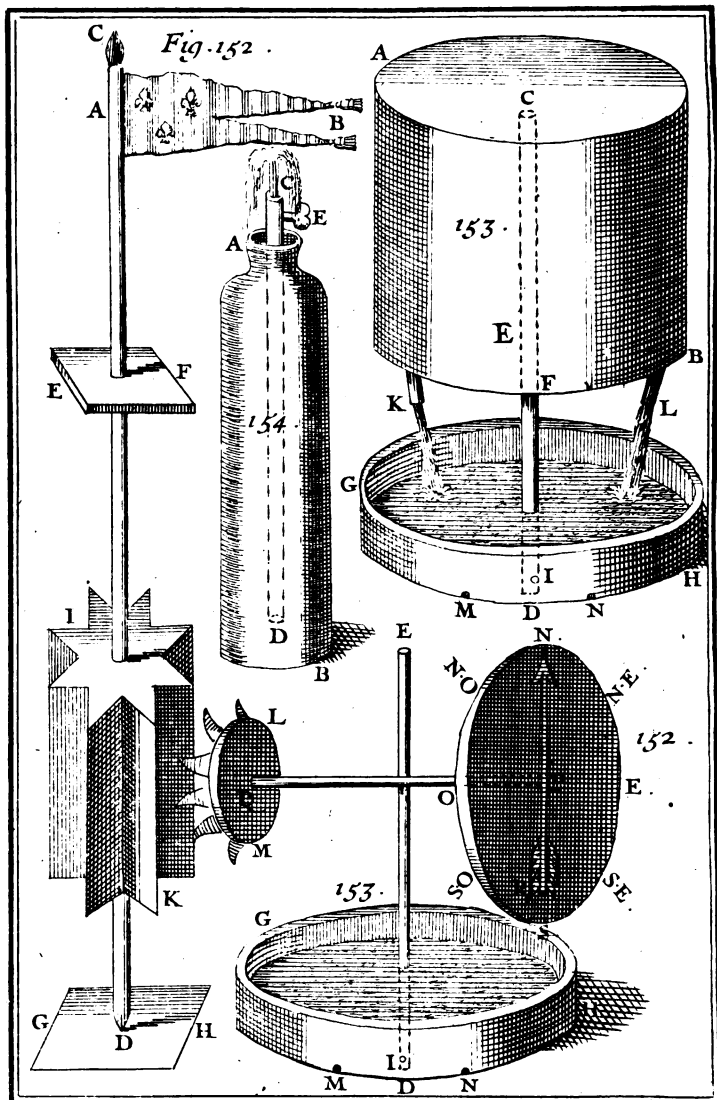
Faire qu'une livre d'eau pèse davantage , & tant que l'on voudra.

L'Expérience nous apprend , que si l'on suspend à une corde une pierre telle qu'étant ainsi suspendue , elle puisse être renfermée dans un vase , sans le toucher , en sorte qu'il reste dans ce vase tout autour de la pierre la place d'une livre d'eau ; & que si l'on emplit d'eau cet espace vuide , le vase qui ne pèse tout seul avec son eau qu'environ une livre , parce qu'il ne contient qu'une livre d'eau , selon notre supposition , pèsera plus de cent livres , si la pierre tient dans ce vase la place de cent livres d'eau. Ainsi vous voyez que dans ce cas une livre d'eau pèse plus de cent livres , & elle pèsera plus de mille livres , si la pierre occupe dans le vase la place de mille livres d'eau. Ainsi des autres.

Autrement.

Plan.
che 49.
Fig. 150.

Servez-vous d'une balance , dont les bassins AB, CD , pèsent également autour du centre de mouvement E , qui sera , si vous voulez , au milieu du fléau FG , comme dans les balances ordinaires. Ayant attaché contre une muraille , ou quelque'autre chose de ferme , le corps LM égal , par exemple , à 99 livres d'eau , par le moyen du crochet de fer HIK , arrêté fermement au point H de la muraille , entourez , comme nous avons dit auparavant , ce corps LM du Bassin AB , en sorte qu'il reste entre-deux la place d'une livre d'eau. Alors si vous versez dans le bassin CD 100 livres d'eau , & dans le bassin AB , une livre d'eau seulement , cette



Seule livre d'eau du bassin AB demourera en équilibre avec les cent livres de l'autre bassin CD.

PROBLEME XXXVIII.

Connoître le Vent qui souffle dans l'air, sans sortir de sa chambre.

IL faut attacher au plancher de la chambre un cercle divisé en 32 parties égales, avec les noms des 32 Vents ou Rumbs, en sorte que les Vents Nord & Sud répondent à la Ligne Méridienne; ce que l'on peut aisément faire par le moyen d'une Boussole. Il faut que ce cercle divisé, ou Cadran ait une aiguille mobile autour de son centre, comme les Cadrans des Montres, ou Horloges à roues, & que cette aiguille soit attachée à un aissieu perpendiculaire à l'Horison, qui se puisse mouvoir facilement au moindre Vent, par le moyen d'une Girouette qu'il doit avoir en son extrémité au dessus du toit de la même chambre. Le Vent faisant tourner cette Girouette, fera aussi tourner son aissieu, & en même tems l'aiguille qui lui est attachée, laquelle en cette façon montrera sur le Cadran le Vent qui souffle.

On a yû à Paris sur le Pont-neuf, & l'on voit Plan encore dans le Jardin de la Bibliothèque du Roy, che 50. rue Vivienne, un semblable Cadran. Il est vrai Fig. 152. qu'il n'est pas attaché à un plancher, mais contre une muraille. On y connoît en tout tems le Vent qui souffle par le mouvement de la Girouette AB, dont l'aissieu CD, qui est perpendiculaire à l'Horison, est soutenu en haut par le plan horizontal EF, qu'il traverse à angles droits, & en bas par le plan GH, sur lequel il s'appuye en son extrémi-

Plan-
che 50.
Fig. 152.

te D, qui doit être pointue. Cet aiffieu s'appuyant sur un point, se meut avec facilité au moindre Vent, qui fait tourner la Girouette AB. Le pignon IK tourné en même sens, il a huit aïles ou canelures égales, pour les huit Vents premiers. Dans ces aïles s'engrènent ou s'attachent les dents du Rouet LM, qui fait tourner avec lui son aiffieu PQ. Cet aiffieu est parallèle à l'Horison, traverse la muraille à angles droits, & fait mouvoir l'éguille NR, qui lui est attachée en son extrémité P. Cette éguille est appliquée à un Cadran, où les quatre Vents Cardinaux sont marquez par les quatre lettres par où leurs noms commencent, & les autres quatre Vents d'entre-deux par les deux lettres, par lesquelles commencent les noms des deux Vents principaux entre lesquels ils sont.

REMARQUE.

Ainsi N signifie Nord, S Sud, E Est, O Ouest, NE Nord-Est, SE Sud-Est, SO Sud-Ouest, NO Nord-Ouest. Ces noms sont usitez en toute la Mer Occane. Le Nord est le Septentrion, le Sud est le Midi, l'Est est le Levant ou Orient, l'Ouest est le Couchant, ou l'Occident, ou le Ponant. De-là on peut juger que le Nord-Est est le Vent qui souffle entre le Septentrion & l'Orient, le Sud-Est celui qui souffle entre le Midi & l'Orient, le Sud-Ouest celui qui souffle entre le Midi & l'Occident, & le Nord-Ouest celui qui souffle entre le Septentrion & l'Occident.

On peut voir un semblable Cadran, avec tous ses attributs, dans la rue de la Corderie, à la Butte S. Roch.

PROBL.

PROBLEME XXXIX.

Construire une Fontaine , où l'eau s'écoule & s'arrête alternativement.

I.

Premiere maniere de construire cette Fontaine.

PRéparez deux Vases inégaux AB , CD , de plan-
fer blanc , ou de quelqu'autre semblable ma- che 49.
tiere. Le plus grand AB , qui est celui de dessus , Fig. 149
doit avoir communication avec le plus petit CD ,
par l'ouverture E , afin que l'eau qu'on versera
dans le plus grand Vase AB , puisse sortir & en-
trer dans le plus petit CD. Cette eau s'écoulera
par l'extrémité H du Siphon FGH , dont l'autre
extrémité F , qui sera aussi ouvert , ne doit pas
être fort éloignée du fonds du Vase CD.

Lorsque l'eau qui tombe dans le Vase CD sera
montée dans le Siphon par l'ouverture F vers la
partie supérieure G , elle s'écoulera par l'autre ou-
verture H , pourvu que le Siphon FGH soit de
telle grosseur , qu'il sorte plus d'eau par l'ouver-
ture H , qu'il n'en entre dans le Vase CD par l'ou-
verture E. Cela étant ainsi , l'eau de ce Vase sera
bien-tôt épuisée , & la Fontaine cessera d'aller.
Mais l'eau commencera à couler de nouveau par
l'ouverture H , lorsqu'elle sera remontée par la
branche FG jusqu'en G , & ainsi de suite.

On peut donner à cette Fontaine telle figure
qu'on voudra , aussi-bien qu'à la suivante , où l'eau
s'écoule aussi par intervalles alternativement.

Tome II.

Dd

Autre maniere de construire une pareille Fontaine.

Plan-
che 50.
Fig. 153.

AB, est un Vase qui a deux fonds, c'est-à-dire, qu'il est fermé de tous côtez comme un tambour. CD est un Tuyau soudé au fonds d'en bas vers le milieu F. Ses deux extrêmités C, D, sont ouvertes; celle d'en haut C, ne doit pas toucher le fonds, afin de donner passage à l'eau. Pour remplir ce Vase, on le renversera, & l'on versera l'eau par l'ouverture D du Tuyau CD, laquelle se trouvera en haut.

DE est un Tuyau un peu plus petit que CD, dans lequel il doit entrer justement: il est attaché à un fonds de boete GH, dont le diamètre est un peu plus long que celui de l'un des deux fonds du Vase AB. Le Tuyau DE est ouvert par l'extrémité E, & fermée par l'autre extrémité D, qui est soudée au fonds de la boete GH.

Les deux Tuyaux CD, ED, doivent avoir à une égale hauteur deux petites ouvertures I, I, & le petit Tuyau DE doit être mobile au dedans du plus grand CD, afin que l'on puisse, quand on voudra, tourner le Tuyau plus mince DE, avec la boete GH, jusqu'à ce que les deux trous I, I, se rencontrent. De plus le Vase AB doit avoir en son fonds d'en bas plusieurs petites ouvertures, comme K, L, par où l'eau qu'il contient puisse sortir, & la boete GH deux ouvertures plus petites M, N, par où l'eau puisse aussi sortir.

Ayant donc rempli d'eau le Vase AB, comme il vient d'être enseigné; & ayant bouché le Tuyau CD par le moyen du Tuyau DE, que nous avons supposé assez mince pour le remplir justement,

sans qu'il soit nécessaire que l'extrémité E par-
 vienne jusqu'à l'extrémité C, pourvu que les deux
 autres extrémités D, D, conviennent ensemble ;
 on remettra la machine dans sa première situation ,
 en sorte que , comme vous voyez dans la Figure ,
 la boîte GH lui serve de base. On tournera cet-
 te base , qui est attachée au Tuyau DE , jusqu'à ce
 que les deux ouvertures I , I , répondent l'une à
 l'autre , & n'en fassent qu'une seule. Alors l'eau
 contenue dans le Vase AB , sortira par les ouver-
 tures K , L , tant que l'air pourra passer par l'ou-
 verture I , pour prendre la place de l'eau qui tom-
 be dans la boîte GH , en sortant du Vase AB.
 Mais quand cette eau sera montée dans la boîte
 GH , au dessus de l'ouverture I (ce qui arrivera
 infailliblement , parce qu'il sort plus d'eau par les
 ouvertures K , L , que par les ouvertures M , N , qui
 sont supposées plus petites) l'air ne pouvant plus
 passer par l'ouverture I , l'eau du Vase AB cessera
 de couler par les ouvertures K , L ; cependant
 l'eau de la boîte GH continuera de couler par les
 ouvertures M , N ; ce qui fera baisser peu à peu
 cette eau , jusqu'à ce que l'ouverture I se trouvant
 débouchée , l'air y puisse passer , & prendre la pla-
 ce de l'eau , qui commencera à s'écouler de nou-
 veau par les ouvertures K , L. Ainsi l'ouverture
 I se trouvera bouchée une seconde fois par l'eau
 qui tombe dans la boîte G , H , & qui empêche-
 ra , comme auparavant , l'eau du Vase AB de s'é-
 couler par les ouvertures K , L. Vous voyez que
 de cette façon l'eau du Vase AB s'écoulera & s'ar-
 rêtera par intervalles & à plusieurs reprises , jus-
 qu'à ce qu'il ne reste plus d'eau dans le Vase
 AB.

REMARQUES.

I.

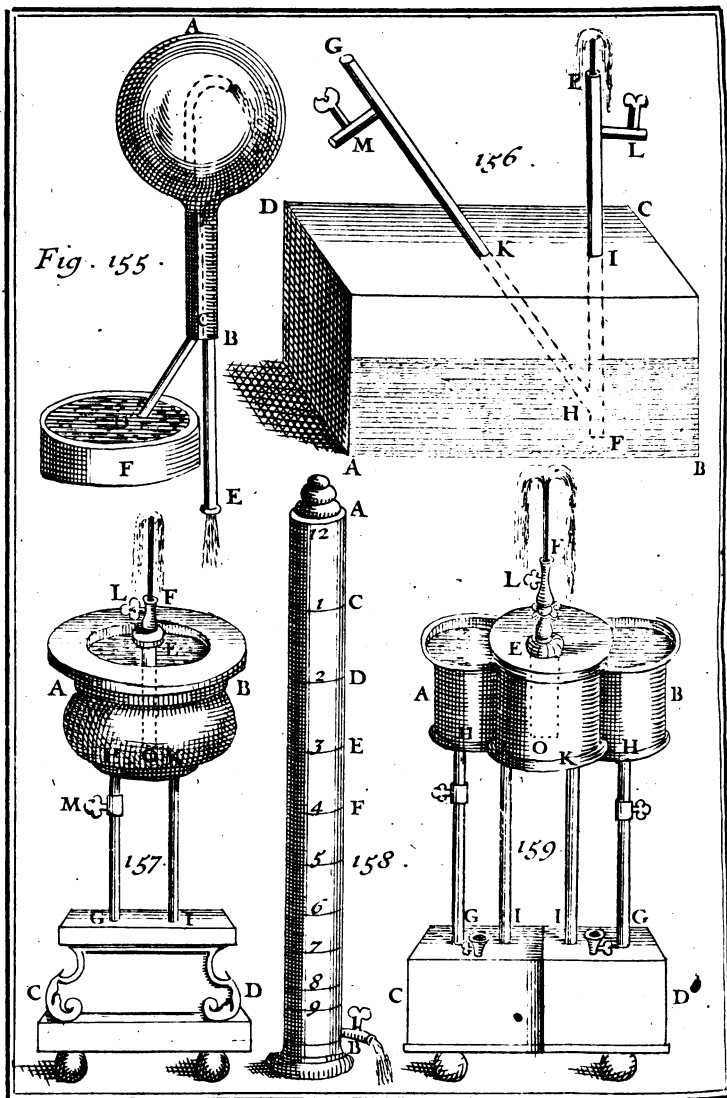
Plan-
che 50.
Fig. 153.

Cette Fontaine est appelée *Fontaine de commandement*, parce qu'elle va quand on le lui commande. On fait ce commandement quand on connoît que l'eau est prête à couler de nouveau par les ouvertures K, L. Cela se connoît aisément; car quand l'eau de la boîte GH en se baissant commence à déboucher l'ouverture I, l'air qui commence à entrer par cette ouverture, fait un petit bruit, qui marque que la Fontaine va bien-tôt jouer.

II.

On peut, comme on a déjà remarqué, donner telle autre figure que l'on voudra à la boîte AB, qui est ordinairement de fer blanc, aussi-bien que le fonds de boîte GH.

On perce cette boîte de 5 ou 6 trous, auxquels on soude autant de petits tuyaux, dont les ouvertures sont diminuées en K & L. On n'attache point de tuyau DE au fonds de boîte, ou plat GH. Il suffit d'y attacher 2 ou 3 supports, qui soutiennent à quelque hauteur un anneau. Cet anneau reçoit le tuyau CD, auquel on a eu soin de souder un petit colet ou petite bosse, qui le retient de telle sorte, qu'il ne touche point le fonds de boîte, & qu'il y ait un espace entre le fonds de boîte & l'ouverture D du tuyau CD. Cette distance produit le même effet que l'ouverture I des deux tuyaux ajustez l'un dans l'autre. On comprend qu'il faut laisser sous le tuyau un trou au plat GH, qui laisse couler moins d'eau qu'il n'en tombe du vaisseau AB, & qu'au dessous de ce trou



To . II. Pl. 50 .

on doit mettre un pot , ou quelqu'autre vaisseau pour recevoir l'eau qui s'écoule.

PROBLEME XL.

Construire une Fontaine par attraction.

IL faut ajuster dans l'orifice B de la Phiole , ou ^{Plan}matras de verre AB , deux tuyaux CD , CE , ^{che 51.} inclinez l'un à l'autre en forme de Siphon , & sou- ^{Fig. 154}dez ensemble vers leurs extrêmités C , qui cependant doivent être ouvertes , aussi-bien que les deux autres extrêmités D , E : il faut boucher le reste de l'orifice B , en sorte que l'air n'y puisse entrer en aucune maniere.

Pour faire jouer cette Machine , on la renversera pour la remplir d'eau entierement , si l'on veut , ou seulement en partie par l'un des deux tuyaux CD , CE , dont le premier CD doit être plus mince , & plus court que le second CE.

Après cela on rend à la Phiole AB sa premiere situation , comme vous voyez dans la Figure : on la met à plomb sur une table qui ait un trou , par lequel on puisse faire passer le plus grand tuyau CE. Ensuite l'on place au dessous de l'autre tuyau plus petit CD , un Vase plein d'eau , comme DF , en sorte que le tuyau CD touche son fonds. Alors l'eau de la Phiole AB s'écoulera par le plus grand tuyau CE , & quand elle sera écoulée jusqu'à l'ouverture C , l'eau du Vase DF montera par le plus petit tuyau CD , d'où elle sortira par l'ouverture C avec impetuositè , & fera un jet très-agréable au dedans de la Phiole. Ce jet durera d'autant plus de tems , qu'il y aura plus d'eau dans le Vase DF , parce que cette eau retombera & s'écoulera continuellement par le plus grand tuyau CE.

D d iij

PROBLEME XLI.

Construire une Fontaine par compression.

I.

Plan-
che 49.
Fig. 151.

Cette Fontaine est composée de deux Vases égaux AB, CD, joints ensemble. Ils ont chacun un fonds : celui d'en bas doit être plat pour servir de base à la Machine : celui d'en haut doit être un peu concave, pour recevoir l'eau qu'on y verse, quand on veut remplir d'eau le Vase CD, & faire jouer la Fontaine ; il doit de plus avoir au milieu de sa concavité une ouverture avec un petit tuyau EF, qui aura son extrémité O, proche du fonds du Vase AB, & quelque peu élevé au dessus de ce fonds, afin que l'eau contenue dans ce Vase AB, en puisse sortir avec facilité.

On ajoute deux tuyaux GH, IK, renfermez dans la Machine. Le premier GH est soudé au fonds du Vase AB, vers H, où il y a une ouverture, par où entre l'eau qu'on verse dans la concavité du fonds AB, pour remplir le Vase inférieur CD ; cette eau sort par l'autre extrémité G du même tuyau GH, laquelle à cause de cela ne doit pas toucher au fonds de ce Vase. Le second tuyau IK est soudé à la partie supérieure du Vase CD vers I, où il y a pareillement une ouverture, aussi-bien qu'en son autre extrémité K, qui ne doit pas toucher le fonds du Vase AB, afin que quand on tiendra la Machine renversée, l'eau du Vase CD entre par le tuyau IK, & remplisse le Vase AB, dont la capacité est supposée égale à celle du Vase CD.

Après cela, on remet la Machine dans sa pre-

miere situation , comme vous voyez dans la Figure. Alors en mettant une seconde fois de l'eau dans la concavité du fonds AB, cette eau entrera par l'ouverture H dans le tuyau GH , & ensuite dans le Vase CD, dont elle pressera fortement l'air , & par conséquent celui qui est dans le tuyau IK. Cet air comprimé pressera aussi l'eau qui est dans le Vase AB; ce qui l'obligera à sortir avec impetuosit  par l'ouverture F, en faisant un jet fort agréable. Ce jet durera long-tems , parce que l'eau qui en sortira , retombera dans la concavité du fonds AB, d'où elle rentrera par l'ouverture H dans le Vase CD , & tiendra toujours l'air comprimé , jusqu'à ce que toute l'eau du Vase AB soit sortie , & que l'air puisse entrer par l'ouverture F du petit tuyau EF.

Il est aisé de voir que les deux Vases  gaux AB , CD, ne doivent avoir entre eux aucune autre communication que celle qu'ils ont par les deux tuyaux GH, IK, comme vous voyez par cette Figure ; & que ces deux tuyaux GH, IK, doivent être tellement soudez en H, & en I, que l'air ne puisse ni y entrer , ni en sortir.

II.

On voit dans cette Figure une autre construction de Fontaine, par le moyen du Robinet L, che 51. appliqué au tuyau EF, & par le moyen du Robinet M, appliqué au tuyau GH. L'ouverture H du tuyau GH est soudée au fonds inférieur du Vase supérieur AB. En ouvrant le Robinet L, & en fermant le Robinet M, on remplira le Vase AB d'eau , qu'on versera par l'ouverture F. En ouvrant ensuite le Robinet M, l'eau du Vase AB entrera par l'ouverture H dans le tuyau GH, & remplira

Q d iiii,

Plan-
che 51.
Fig. 157.

le Vase CD. Enfin fermant le Robinet M, & ouvrant le Robinet L, on remplira d'eau le Vase AB, comme auparavant. Après quoi si l'on ouvre le Robinet M, l'eau du Vase AB pressera celle du Vase CD, qui poussera avec violence par l'ouverture F l'eau du Vase AB, en lui faisant faire un jet semblable au précédent.

Fig. 159 Pour faire que ce jet soit deux fois plus haut, on divisera le Vase AB en trois cellules, & le Vase CD en deux, & l'on doublera les tuyaux GH, IK, comme vous voyez dans la Figure. L'air se trouvant pressé doublement, l'effet de cette pression sera aussi double, c'est-à-dire, que l'eau qui sortira par l'ouverture F, montera deux fois plus haut qu'auparavant.

III.

Plan-
che 50.
Fig. 154.

On peut faire une autre Fontaine par compression avec un seul Vase AB, & un seul tuyau au milieu CD. Ce tuyau doit être ouvert par ses deux extrémités C, D, dont celle d'en bas D, sera quelque peu éloignée du fonds du Vase AB : il doit encore être soudé vers l'orifice A, qu'il faut tellement boucher, que l'air n'y puisse passer. Au dessus de cet orifice A, le tuyau CD doit avoir un Robinet, comme E, pour pouvoir ouvrir & fermer le tuyau CD, selon le besoin, comme vous allez voir.

Faites entrer dans le Vase AB, avec une Seringue par l'ouverture C, autant d'air & d'eau qu'il sera possible, en fermant promptement le Robinet E, à mesure que vous seringuez, pour empêcher que l'air qui est extrêmement pressé dans le Vase AB, ne sorte. L'eau étant plus pesante que l'air, se tiendra au fonds du Vase, & sera

fortement pressée par l'air, qui est aussi beaucoup comprimé dans ce Vase. C'est pourquoi si l'on ouvre le tuyau CD, en lâchant le Robinet E, l'air fera sortir avec violence l'eau par l'ouverture C, & lui fera faire un jet assez haut. Ce jet durera d'autant plus que l'ouverture C sera plus petite, & que l'air dans le Vase AB sera plus comprimé; il réussira encore mieux, si l'on fait tant soit peu chauffer ce Vase.

IV.

On peut encore se servir d'un seul Vase ABCD, Planche 51. Fig. 156. qui doit être fermé de toutes parts: EF, GH, sont deux tuyaux qui ont communication ensemble en H, où ils sont soudés; ils sont ouverts en leurs extrémités E, F, G, mais il ne faut pas que l'ouverture F touche au fonds du Vase ABCD. Chacun de ces deux tuyaux doit avoir un Robinet en dehors, comme L, M, & doit être tellement soudé en I & en K, que l'air n'y puisse passer.

Pour faire jouer cette Fontaine, il faut fermer le Robinet L, ouvrir le Robinet M, & faire entrer par force avec une Seringue autant d'eau qu'il sera possible dans le Vase ABCD. Après quoi on fermera le Robinet M, pour empêcher que l'air qui sera extrêmement pressé dans le Vase ABCD, n'en sorte. Mais si l'on ouvre l'autre Robinet L, l'eau réjaillira par l'ouverture E, qui ne doit pas être bien grande, afin que le jet d'eau dure plus long-tems.

R E M A R Q U E.

Il est bon de mettre des Robinets au bas de chacun des vaisseaux, dont on a parlé dans ce

Problème, afin de les vuidér entierement d'eau, quand on le juge à propos.

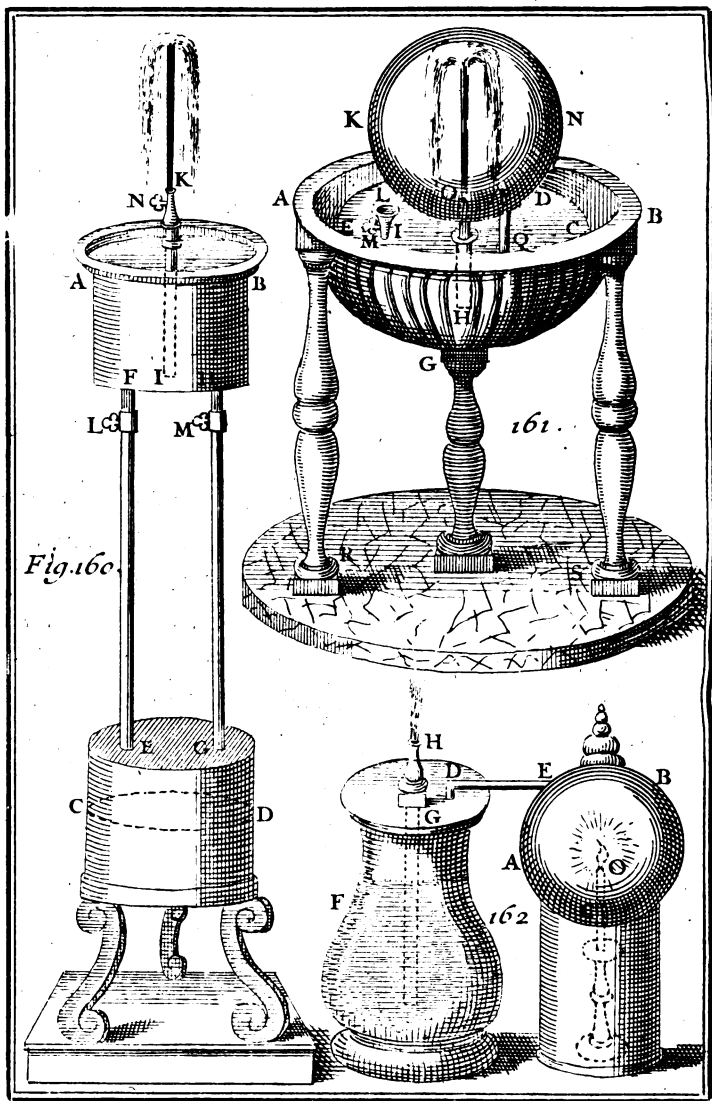
PROBLEME XLII.

Construire une Fontaine par rarefaction.

Plan:
che 52.
Fig. 160.

JOignez ensemble les deux Vases inégaux AB, CD, qui doivent être fermez de tous côtez, comme ceux du Problème précédent, par les deux tuyaux égaux EF, GH. Ces tuyaux seront comme les précédens, soudez au fonds d'en bas en F & H, du Vase supérieur AB, & au fonds d'en haut en E & G, du Vase inférieur CD, en sorte que l'air ne trouve aucun passage que par leurs extrémités E, F, G, H, qu'on laissera ouvertes pour donner une communication entre les Vases AB, CD. Ajoutez au milieu du Vase supérieur AB, un troisième tuyau IK, plus petit, dont l'ouverture inférieure I ne touche pas tout-à-fait au fonds d'en bas du Vase AB, & l'ouverture supérieure K soit un peu élevée au dessus du fonds d'en haut du même Vase AB. Cette ouverture K doit être rétrécie, & chacun des trois tuyaux EF, GH, IK, doit avoir un Robinet, comme L, M, N, pour servir en cette sorte.

Ayant fermé les deux Robinets L, M, ouvrez le Robinet N, & versez par l'ouverture K de l'eau dans le Vase AB, jusqu'à ce qu'il soit plein. Après cela lâchez les deux Robinets L, M, afin que l'eau du Vase AB descende par les ouvertures F, H, dans le Vase CD, & le remplisse seulement en partie; ce qui arrivera ainsi, parce que je suppose que la capacité du Vase CD est plus grande que celle du Vase AB. Fermez enfin les deux Robinets L,



To II. Pl. 51.

M, & remplissez de nouveau le Vase AB d'eau. Après avoir fermé le Robinet N, mettez des charbons ardans au dessous du Vase CD. Alors la chaleur de ces charbons fera rarefier l'air & l'eau du Vase CD. C'est pourquoi si l'on ouvre le Robinet N, l'eau du Vase AB sortira avec impétuosité par l'ouverture K, & fera un jet fort agréable.

Autrement.

Préparez un Vase de cuivre, ou de quelque autre Plan-métal, comme AB, qui doit être séparé en deux parties. Celle d'en haut CDE doit être ouverte, & celle d'en bas GH fermée de toutes parts, excepté en I, où il doit y avoir un petit tuyau en forme d'entonnoir IL, avec un Robinet M, pour verser par cet entonnoir en ouvrant le Robinet, autant d'eau qu'il en sera nécessaire pour remplir en partie la partie GH du Vase AB. Fig. 161a

Il faut ajouter au milieu du Vase AB un tuyau HO, dont l'ouverture H d'en bas ne doit pas tout-à-fait toucher au fonds de ce Vase, & l'autre ouverture O d'en haut, qu'il faut faire plus petite, doit sortir en dehors, pour y insérer une Sphere de verre KN. Par cette Sphere, & par le fonds d'en haut du Vase AB, il doit passer un autre tuyau PQ, ouvert en ses deux extrémités, afin que l'eau qui montera du Vase AB dans la Sphere KN, par le tuyau HO, retombe par le tuyau PQ dans le Vase AB; ce qui fera un jet continuel.

Mais afin que l'eau du Vase AB monte dans la Sphere KN par le tuyau HO, il faudra, après avoir fermé le Robinet M, faire chauffer l'eau & l'air qui sont dans le Vase AB, en mettant au dessous sur le plan RS une grille couverte de char-

bons ardans , dont la chaleur rarefiant l'air , fera monter l'eau dans la Sphere KN , &c.

R E M A R Q U E.

Plan-
che 52.
Fig. 162.

Il n'y a pas lieu de douter que ces deux sortes de Fontaine ne réussissent , quand elles seront bien exécutées. Mais je n'ose assurer la même chose de cette troisieme sorte de Fontaine , que je vous donne dans la Fig. 162. Il suffit de la regarder pour la comprendre. Il peut fort bien arriver que la chandelle O s'éteindra , lorsqu'on l'aura mise dans la Sphere concave AB , par l'ouverture C. Cette chandelle sert à rarefier par sa chaleur l'air qui est contenu dans cette Sphere. Cet air rarefié en passant par le tuyau DE , qui communique de la Sphere AB au Vase DF , presse l'eau contenue dans ce Vase DF , & l'oblige de sortir par l'ouverture d'en haut du tuyau GH , qui doit être rétréci en H.

Pour faire réussir cette sorte de Fontaine , il faudroit que la Sphere AB fût percée dans sa partie supérieure , pour donner passage à la fumée , qui étoufferoit la lumiere , si elle restoit dans la Sphere.

P R O B L E M E X L I I I.

Construire une Horloge avec de l'eau.

LEs corps pesans en descendant librement dans l'air augmentent continuellement leurs vitesses , & parcourent en tems égaux des espaces inégaux , qui croissent selon la proportion des quarez 1 , 4 , 9 , 16 , &c. des nombres naturels 1 , 2 , 3 , 4 , &c. en commençant depuis le point de repos. Au contraire les corps liquides en coulant dans quelque

Vase par une même ouverture, diminuent continuellement leurs vîtesses, & la surface supérieure de la liqueur, comme seroit de l'eau contenue dans le cylindre AB, que je suppose de verre, s'abaisse ^{Plans} en coulant continuellement par l'ouverture B, ^{sché 11.} selon la proportion des mêmes nombres quarréz 1, ^{Fig. 158.} 4, 9, 16, &c. en des tems égaux.

C'est pourquoi si le tuyau AB plein d'eau se vuide par l'ouverture B, par exemple, en 12 heures de tems; pour sçavoir de combien l'eau se doit abaisser à chaque heure, c'est-à-dire, pour marquer les heures sur ce tuyau AB, on considerera que le quarré de 12 étant 144 *, on doit diviser la ^{* Multi-} longueur AB en 144 parties égales, & en prendre ^{pliant 12} 121 quarré de 11, de B en C, pour le point de 1 ^{par 12.} heure: 100 quarré de 10, de B en D, pour le point de 2 heures, en supposant que A soit le point de Midi. On prendra pareillement 81 quarré de 9, de B en E, pour le point de 3 heures: 64 quarré de 8, de B en F, pour le point de 4 heures, & ainsi des autres.

R E M A R Q U E.

Si le tuyau AB ne se vuide pas exactement en 12 heures de tems par l'ouverture B, & que l'on veuille que cela arrive, il faudra diminuer, ou bien augmenter cette ouverture B, selon que l'eau s'écoulera plus ou moins vite.

Pour trouver cette diminution, ou cette augmentation, c'est-à-dire, pour trouver l'ouverture B, ou le diamètre du trou par lequel toute l'eau du cylindre AB s'écoule précisément en 12 heures de tems, supposons que le diamètre de l'ouverture B soit de 2 lignes, & que toute l'eau du cylindre AB se soit écoulée en 9 heures de tems par cette

Plan-
che 51.
Fig. 158.

ouverture. Cela étant supposé, multipliez ce nombre 9 par le nombre 2 du diamètre, & divisez le produit 18 par 12, qui est le tems auquel on veut que toute l'eau du Vase AB s'écoule; vous trouverez que le diamètre de l'ouverture B doit être d'une ligne & demie, pour faire que toute l'eau du prisme AB s'écoule par cette ouverture en 12 heures de tems.

Si vous voulez connoître la quantité d'eau qui s'écoule à chaque heure par l'ouverture B, il faut mesurer d'abord la hauteur AB, que nous supposons de 6 pieds, puis l'aire de la base du cylindre, que vous trouverez par le moyen de son diamètre, que nous supposons d'un pouce, ou de 12 lignes, en multipliant par 785 le quarré 144 de ce diamètre 12, & en divisant le produit 113040 par 1000 : le quotient donnera environ 113 pouces quarrés pour l'aire de la base du cylindre AB.

Cette aire étant commune à tous les cylindres d'eau, dont les hauteurs sont AC, CD, DE, &c. servira à en connoître les soliditez, en la multipliant par ces hauteurs, quand elles seront connues. Ces soliditez seront la quantité de l'eau qui s'écoule à chaque heure par l'ouverture B. Mais pour trouver les hauteurs AC, CD, DE, &c. voici ce qu'il faut faire.

Parce que la hauteur AB a été supposée de 6 pieds, qui valent 864 lignes, & que nous l'avons divisée en 144 parties égales, chacune de ces parties sera de 6 lignes, comme on le connoit en divisant 864 par 144 : la hauteur BC, qui est de 121 de ces parties, sera par conséquent de 726 lignes, comme on le connoît en multipliant 121 par 6. C'est pourquoi la partie AC sera de 138 lignes, comme on le connoît en ôtant 726 de 864. Si

Donc on multiplie 113 , qui est la base du cylindre, Plan=
 par 138 , qui est la hauteur AC , on aura 15594 li- che 517
 gnes pour la solidité du cylindre AC , ou pour la Fig. 158.
 quantité de l'eau qui s'écoulera par l'ouverture B ,
 pendant la premiere heure , c'est-à-dire , depuis
 Midi jusqu'à une heure.

Pareillement la hauteur BD étant de 100 parties,
 si on l'ôte de la hauteur BC , qui a été supposée de
 121 parties , il restera 21 parties pour la hauteur
 CD du second cylindre. Et comme chaque partie
 vaut 6 lignes , la partie CD sera de 126 lignes ,
 comme on le connoît en multipliant 21 par 6. Si
 donc on multiplie cette hauteur 126 par la base
 commune 113 , le produit donnera 14238 lignes
 cubiques pour la solidité du second cylindre CD ,
 ou pour la quantité de l'eau qui s'écoulera par l'ou-
 verture B , depuis une heure jusqu'à deux heures.
 Ainsi des autres.

COROLLAIRE.

On tire de cette pratique la manière d'ajouter à Plan=
 cette Horloge d'eau une autre Horloge d'eau , qui che 53.
 montre les heures en montant dans un prisme GHI, Fig. 163.
 dont la base seroit connue de 226 lignes quarrées.
 On fait tomber l'eau du cylindre AB dans ce
 prisme , qui par conséquent doit être placé plus
 bas que l'ouverture B , & d'une capacité pour le
 moins aussi grande que celle du cylindre AB. On
 marque les heures sur le même prisme , en cette
 sorte.

Parce que la quantité de l'eau qui répond à la
 premiere heure , est de 15594 lignes cubiques , on
 divisera cette solidité 15594 par la base du prisme
 GHI , qui a été supposée de 226 lignes quarrées ;
 le quotient donnera 69 lignes pour la hauteur

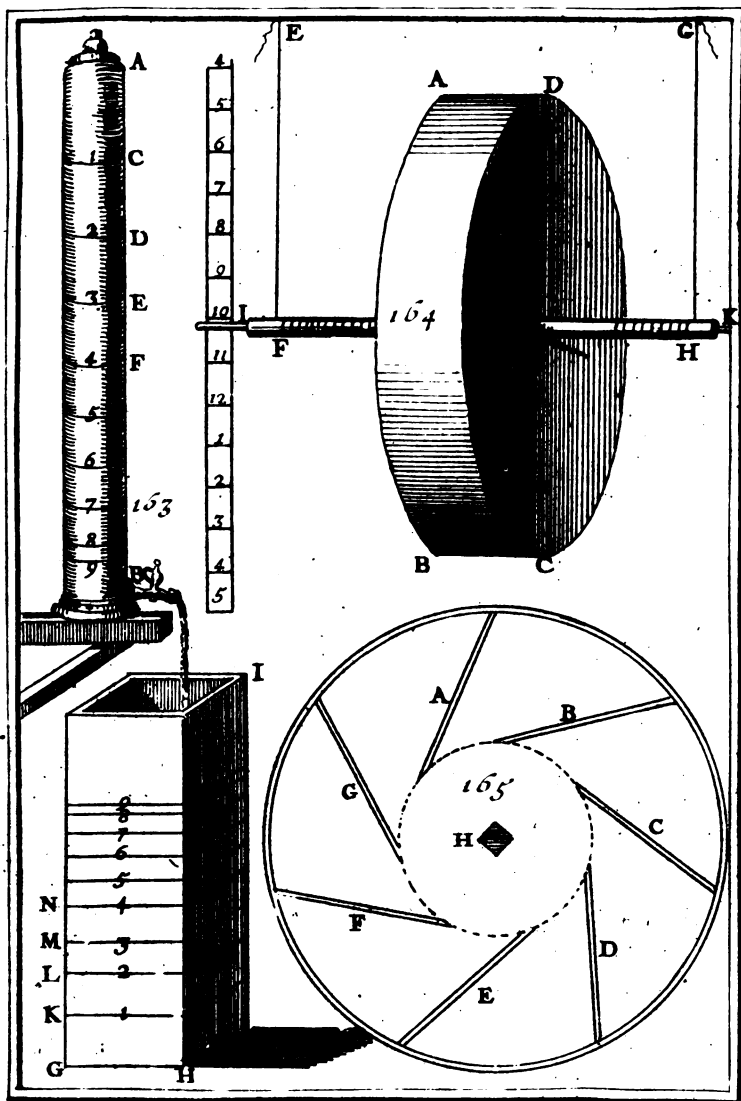
Plan-
che 53.
Fig. 163. GK de la première heure dans le prisme GHI.
De même, parce que la quantité de l'eau qui
répond à la seconde heure, c'est-à-dire, au cylindre CD, est de 14238 lignes cubiques, en divisant cette solidité 14238 par la même base 226, on aura 63 lignes pour la hauteur KL de la seconde heure dans le même prisme GHI. Ainsi des autres.

Il est évident que quand la base du prisme GHI sera égale à celle du cylindre AB, les divisions des heures dans le prisme GHI seront égales à celles du cylindre AB, mais dans un ordre renversé; la hauteur GK sera égale à la hauteur AC, la hauteur KL à la hauteur CD, & ainsi des autres.

PROBLÈME XLIV.

Construire une Pendule d'eau.

Fig. 164. ON appelle *Pendule d'eau*, une Montre ou Horloge d'eau, qui a la figure d'un tambour ou boëte ronde de métal bien soudée, comme ABCD, dans laquelle il y a une certaine quantité d'eau préparée. Cette boëte est divisée en plusieurs petites cellules, qui ont communication les unes avec les autres proche du centre, & qui ne laissent écouler l'eau qu'autant qu'il est nécessaire pour faire descendre doucement & peu à peu cette Montre par son propre poids. On la suspend par deux filets, ou cordes fines & égales EF, GH, entortillées autour de l'aissieu de fer IK, qui est par tout également épais, & traverse la boëte à angles droits de part & d'autre par le milieu. Cet aissieu en descendant montre les heures, sans faire aucun bruit, par l'une de ses deux extrémités I, K, ou par



To . II . Pl . 52 .

par les deux ensemble. Ces heures sont marquées plan-
à côté sur un plan vertical, où les divisions ont che 53.
été marquées par le moyen d'une Horloge à roues Fig. 164.
bien juste.

Si je connoissois l'Inventeur d'une Montre si simple & si extraordinaire, je lui rendrois ici la justice qui lui est due. Je sçai seulement que les premières qu'on vit à Paris en l'année 1693 furent apportées de Bourgogne : j'en ai vû une d'é-tain, qui avoit été faite à Sens. J'en donnerai ici les mesures & les proportions, qui pourront servir à en construire autant d'autres qu'on voudra, plus grandes, ou plus petites.

Le diamètre AB, ou CD, des deux fonds du tambour ou barillet ABCD étoit d'environ cinq pouces, & la largeur AD, ou BC, ou la distance de ces deux fonds qui étoient égaux & parallèles entr'eux de deux pouces. Le dedans de cette boete étoit divisé en sept cases ou cellules par autant de petits plans inclinez, ou languettes d'étain soudées à chaque fonds, & à la circonférence ou surface concave du tambour, & longues chacune de deux pouces, comme A, B, C, D, E, F, G. Fig. 165.
Ces languettes, comme vous voyez dans la Figure, sont inclinées de manière qu'elles rasent & touchent la circonférence d'un cercle qui seroit décrit du centre H, à l'intervalle d'un pouce & demi. Cette pente facilite le passage de l'eau d'une cellule à l'autre, à mesure que la Machine roule en descendant, & marque les heures par l'extrémité de son aissieu, qui, comme nous avons déjà dit, la traverse de part en part à angles droits, en entrant en son milieu par un trou H, qui a été fait quarré, afin que la Montre tienne plus fermement à cet aissieu.

Enfin il y avoit dans cette petite Machine sept onces d'eau purifiée, c'est-à-dire, distillée & préparée : elle y avoit été mise par deux trous posés sur un même diamètre, & également éloignés du centre H, qu'on avoit ensuite bouchés, pour empêcher l'eau de sortir, quand la Montre tourne avec son aissieu, & change continuellement de situation, en descendant insensiblement par le développement des deux cordes qui la tiennent toujours à plomb, & qui sont entortillées autour de son aissieu, qui demeure toujours parallèle à l'Horison.

REMARQUE.

Il est évident que si cette Montre étoit suspendue par son centre de gravité, comme il arriveroit si la surface inférieure de l'aissieu passoit exactement par le centre de chaque fonds, elle demeureroit immobile, & que ce qui la fait mouvoir, est qu'elle est suspendue hors de son centre de pesanteur par les deux cordes qui sont roulées autour de son aissieu, dont l'épaisseur ne doit pas être bien considérable par rapport à la grandeur de la Montre, & de la quantité de l'eau qu'elle contient, afin que cette Montre puisse rouler avec modération par le passage de l'eau d'une cellule à l'autre. Il est encore évident que la Machine ne doit pas descendre tout d'un coup, parce que la force de son mouvement se trouve contre-balancée, ou diminuée par la pesanteur de l'eau qu'elle contient.

Pour monter cette Horloge, quand elle est descendue environ jusqu'au bas de ses deux cordes, il n'y a qu'à la hausser avec la main, en la faisant rouler d'un sens contraire dans ces deux cordes, qui

peuvent être si longues que l'on voudra, pourvu qu'elles soient égales ; & attachées en deux points également élevez au dessus du plan de l'Horison, afin que l'aissieu demeure toujours horizontal.

Celles que l'on fait présentement à Paris, sont de cuivre, & demeurent ordinairement 24 heures à descendre la longueur de deux pieds. La division des heures se fait, comme nous avons déjà dit, par le moyen d'une Montre ordinaire bien réglée, en marquant à chaque heure un point à l'endroit où l'aissieu de la boete touche par ses deux extrêmités le plan vertical, où l'on s'est proposé de marquer les heures ; ce qui suffit d'avoir observé une fois pour toutes.

Quoique cette Montre soit sujette au changement de l'air, c'est-à-dire, à l'humidité ou à la sécheresse de l'air, elle a pourtant une commodité, c'est qu'elle ne fait point de bruit, comme les autres Montres, & qu'ainsi on n'en est point incommodé la nuit ; pendant laquelle on peut en se réveillant connoître aisément l'heure qu'il est, par le moyen de certaines petites chevilles, ou boutons, que l'on met à l'endroit des heures.

De plus, il n'y a pas souvent des réparations à faire dans cette Montre. Il suffit d'en changer l'eau une fois seulement en deux ou trois ans, parce qu'elle se salit, & s'épaissit avec le tems ; ce qui l'empêche d'être si coulante, & fait que l'Horloge retarde. Cette eau qui doit être de fontaine distillée, se met par un trou fait à l'un des deux fonds, que l'on bouche ensuite avec de la cire, après avoir auparavant vuïdé la boete de son eau impure par le même trou, & lavé cinq ou six fois le dedans avec de l'eau claire un peu chaude.

Le R. P. Timothée Barnabite, qui excelle dans

E c ij

les Mécaniques , & principalement dans les Machines Hydrauliques , a donné toute la perfection imaginable à cette Horloge d'eau. Il en a fait une haute d'environ 5 pieds , qui ne se monte qu'une fois en un mois. On y connoît, outre les heures qui sont marquées sur le haut de la boete dans un Cadran régulier , le quantième du mois , les Fêtes de l'année , le lieu du Soleil dans le Zodiaque , son lever & son coucher , & la longueur du jour & de la nuit. Cela s'exécute par le moyen d'un petit Soleil qui se meut & descend imperceptiblement , & qu'on leve au bout du mois au haut de la boete , lorsqu'il est descendu pendant le cours de ce même mois. Voyez le Traité des Horloges Elementaires, qui est à la fin du troisième Tome.

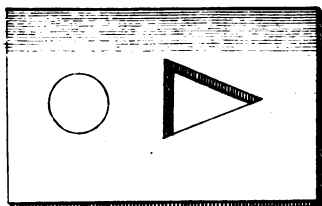
AUTRE REMARQUE.

Plan- On pourroit donner aux bandes ou languettes
che 25 * A, B, C, &c. qui sont droites , la courbure de la
Fig. 55. développante d'un cercle , que l'on supposeroit être
l'arbre ou l'aissieu de la Clepsidre. M. de la Faye
prétend que cette figure serviroit à rendre les
Clepsidres plus justes que celles qu'on a , & qui
manquent toutes d'uniformité. Voici de quelle ma-
nière on décriroit cette développante.

Supposé qu'on veuille donner au rayon du tam-
bour 4. pouces & demi , ou 54 lignes , la circon-
férence de l'arbre aura aussi 54 lignes , & son dia-
mètre environ 17 lignes , suivant la proportion de
la circonférence au diamètre qui est de 22 à 7.

Après avoir entouré cet arbre d'un ressort de Mon-
tre doux & flexible , attachez un bout de ce ressort
à l'arbre , & développez l'autre armé d'une pointe ;
cette pointe formera une courbe mécanique , qui a

Fig. 58.



pag. 437
Fig. 59.

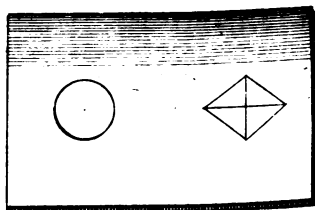


Fig. 55.

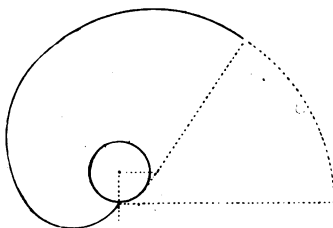


Fig. 60.

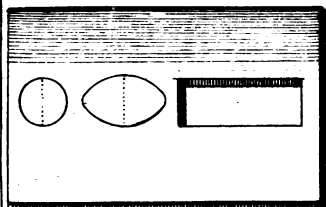
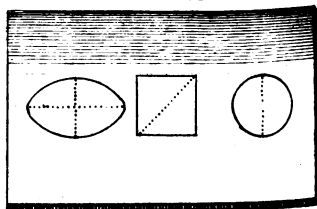


Fig. 61.



pour développée le cercle de l'arbre de la Clepsidre ; il faut donner aux languettes la courbure que l'on vient de décrire , & que vous voyez dans la Figure.

Cette idée est prise sur la figure que M. de la Faye donne aux canaux d'une Machine toute semblable au Tympan , dont la description est dans les Memoires de l'Académie Royale de 1717. Cette Machine est d'une grande commodité pour élever des eaux. Consultez les Memoires citez.

PROBLEME XLV.

Faire monter une liqueur par le moyen d'une autre liqueur plus pesante.

ON propose de faire monter du vin , par exemple , par le moyen de l'eau , du vase AB dans la Sphere CD. Ce vase AB doit être fermé de tous côtez , & CD est une Sphere creuse divisée en deux parties C , D , qui n'ont point de communication. Au sommet O de cette Sphere est ajusté un entonnoir avec un robinet , qui communique avec la seule partie CE.

Plan-
che 54.
Fig. 166

Cette Sphere concave CD sera soutenue par les deux tuyaux EF , GH , ouverts en chacune de leurs extrêmités. Le plus grand EF sera soudé en E & en I : il aura son ouverture inférieure F proche du fonds d'en bas du vase AB , & son autre ouverture E proche du fonds inférieur de la partie CE de la Sphere CD. Le plus petit tuyau GH doit être soudé en G & en K , avoir son ouverture H d'en bas proche du fonds supérieur du vase AB , & son autre ouverture G au fonds inférieur de la partie DG de la Sphere CD. De plus , chacun de ces

E e iij

Plan- deux tuyaux EF, GH, doit avoir un robinet,
che 54. comme L, M; la partie DG doit avoir aussi en
Fig. 166. bas un robinet N.

Ayant ouvert le robinet O, & fermé les autres L, M, N, versez de l'eau par l'ouverture O, jusqu'à ce que la partie CE soit pleine; puis ayant ouvert les deux robinets L, M, l'eau contenue dans la partie CE descendra par le tuyau EF, & en pressant le vin contenu dans le vase AB, le fera monter par le tuyau GH dans la partie DG, parce que le tuyau CF étant plus grand que le tuyau GH, a plus de pesanteur. C'est pourquoi en fermant le robinet M, & ouvrant le robinet N, on pourra tirer du vin par ce robinet N, quand on voudra boire.

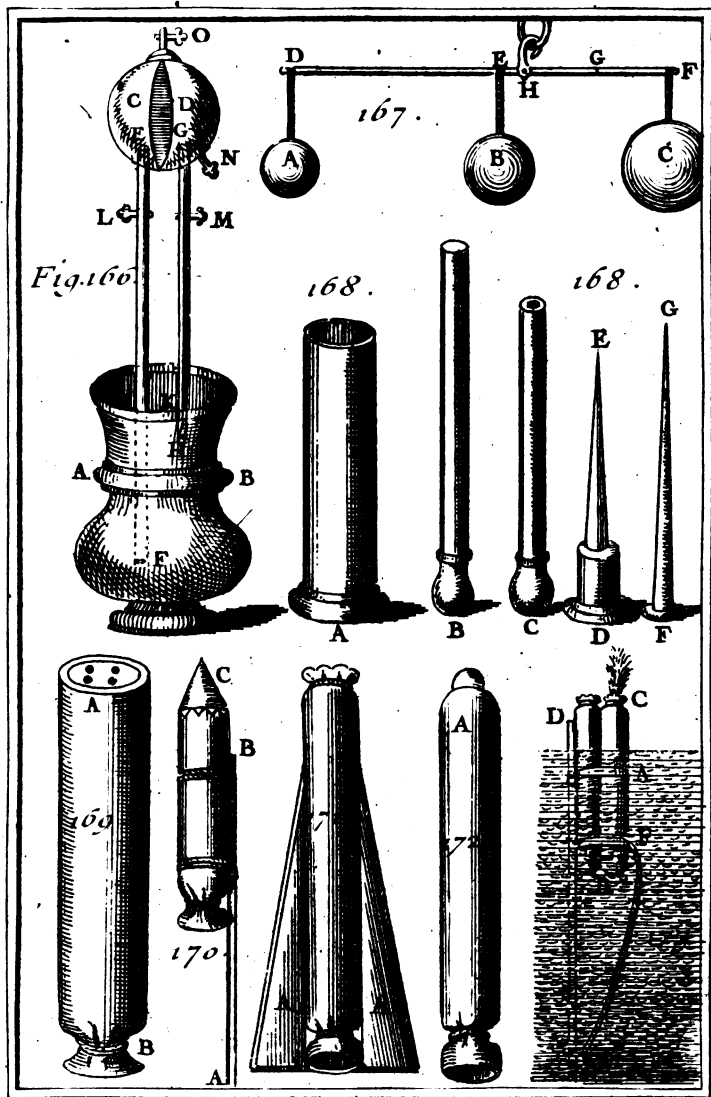
REMARQUE.

On doit avoir conservé au fonds supérieur IK du vase AB une ouverture pour faire entrer le vin du vase AB, & en faire sortir l'eau. Quand on voudra faire l'expérience, on fermera cette ouverture avec un bouchon, pour empêcher le vin de sortir du vase.

PROBLEME XLVI.

De deux vases semblables, également pesans, & pleins de métaux différens, discerner l'un d'avec l'autre.

CE Problème est aisé à résoudre à celui qui sçait que deux pièces de métaux différens, qui pesent également dans l'air, ne pesent pas également dans l'eau: car celle dont la pesanteur spé-



To . II . P . 54

Bergy, fecit

cifique est plus grande , occupe dans l'eau un moindre volume ; puisqu'il est certain que tout métal pèse moins dans l'eau que dans l'air , à raison de l'eau dont il occupe la place : comme si cette eau pèse une livre , il pèsera dans la même eau une livre moins que dans l'air. Cette pesanteur diminue plus ou moins , selon que la pesanteur spécifique du métal est grande par rapport à celle de l'eau.

Si on propose deux coffres tout-à-fait semblables , & également pesans dans l'air , dont l'un soit , par exemple , plein d'or , & l'autre plein d'argent , on les pèsera dans l'eau. Celui qui dans cette eau se trouvera le plus pesant , sera celui qui contient l'or ; car la pesanteur spécifique de l'or est plus grande que celle de l'argent ; ce qui fait que l'or perd moins de sa pesanteur dans l'eau que l'argent. On sçait par expérience que l'or perd environ la dix-huitième partie de sa pesanteur , au lieu que l'argent en perd à peu près la dixième partie. De sorte que si chacun de ces deux coffres pèse dans l'air , par exemple , 180 livres , le coffre plein d'or perdra dans l'eau dix livres de sa pesanteur , & le coffre plein d'argent en perdra dix-huit , c'est-à-dire , que le coffre plein d'or pèsera dans l'eau 170 livres , & que le coffre plein d'argent en pèsera seulement 162.

Autrement.

Parce que l'or est d'une pesanteur spécifique plus grande que celle de l'argent , il faut que le coffre plein d'or , quoique semblable & aussi pesant que le coffre plein d'argent , soit d'un volume plus petit que le coffre plein d'argent. Ainsi pour distinguer ces deux coffres l'un d'avec l'autre , on les plongera tous deux séparément dans un vase plein

E e iiiij

d'eau, & celui qui chassera moins d'eau que l'autre, sera d'un volume plus petit, & sera par conséquent celui qui contient l'or.

PROBLEME XLVII.

Mesurer la profondeur de la Mer.

IL faut avoir un gros poids attaché à une corde bien longue, & faire descendre ce poids dans la Mer, en lâchant continuellement la corde jusqu'à ce que le poids ne descende plus; ce qui arrivera lorsque le poids touchera le fonds de la Mer. Mais l'eau du fonds de la Mer peut être si pesante, qu'un volume de cette eau pesera autant, & même plus que le poids avec la corde. Alors ce poids cesseroit de descendre, quoiqu'il ne touchât pas le fonds de la Mer.

Ainsi l'on peut se tromper en mesurant la longueur de la corde qui sera descendue dans l'eau, pour en conclure la profondeur de la Mer. C'est pourquoi pour ne se pas tromper, il faut attacher au bout de la même corde un autre poids plus pesant que le précédent, & si ce poids ne fait pas enfoncer plus de corde dans l'eau que le premier, ce sera une marque assurée que la longueur de la corde qui sera descendue dans l'eau, est la véritable profondeur de la Mer: autrement il faudra se servir d'un troisième poids encore plus pesant, & continuer ainsi jusqu'à ce qu'on ait deux poids qui fassent descendre dans l'eau une même longueur de corde, pour conclure avec certitude par cette longueur la profondeur qu'on cherche.

PROBLEME XLVIII.

Deux corps d'une pesanteur spécifique plus grande que celle de l'eau étant proposez, connoître celui dont la solidité est plus grande.

SI les deux corps proposez étoient d'une même matiere homogène, il seroit facile de connoître celui dont la solidité seroit plus grande, en les pesant tous deux en l'air dans une juste balance, celui dont la pesanteur se trouvera plus grande, sera d'un plus grand volume, c'est-à-dire, que sa solidité sera plus grande.

Mais si les deux corps proposez sont de diverses matieres homogènes, & d'une pesanteur spécifique différente, & plus grande que celle de l'eau, on les plongera tous deux séparément dans un vase plein d'eau. Celui qui chassera plus d'eau, sera d'un volume plus grand, parce qu'il occupe dans l'eau une plus grande place.

Ou bien on les pesera tous deux dans l'air, & dans l'eau, & l'on remarquera de combien leur pesanteur, qui aura été trouvée dans l'air, diminuera dans l'eau : car celui-là sera d'un plus grand volume, dont la pesanteur diminuera davantage ; parce qu'il doit occuper la place d'un plus grand volume d'eau.

D'où l'on conclura que si deux corps de diverses matieres sont d'un même poids, celui qui aura un plus petit volume, aura plus de solidité, c'est-à-dire, qu'il contiendra autant de matiere que l'autre, sous un plus petit volume.

C'est par le moyen de ce Problème que l'on peut connoître si une piece douteuse d'or ou d'argent

est bonne, ou fausse, en la comparant à une autre piece de pur or, ou de bon argent, comme nous avons déjà dit au Problème XXXV.

PROBLEME XLIX.

Trouver le centre de pesanteur commun à plusieurs Poids suspendus à des points différens d'une balance.

Plan-
che 54.
Fig. 167.

Pour trouver le centre de pesanteur, par exemple, des trois Poids A, B, C, suspendus des trois points D, E, F, de la balance DF, à laquelle nous n'attribuerons aucune pesanteur, ni aux cordes DA, EB, FC, qui soutiennent les Poids; nous supposerons le Poids A de 108 livres, le Poids B de 144 livres, & le Poids C de 180 livres; la distance DE de 11 pouces, & la distance EF de 9 pouces; en sorte que toute la longueur de la balance DF soit de 20 pouces.

Cela étant supposé, nous trouverons premièrement le centre de pesanteur G commun aux deux Poids B, C, en cherchant à leur somme, au Poids C, & à la distance EF, c'est-à-dire, à ces trois nombres 324, 180, 9, un quatrième proportionnel, qui donnera 5 pouces pour la distance EG. Par conséquent on aura 16 pouces pour la distance DG, en ajoutant à la distance trouvée EG (5) la longueur DE (11 pouces.) Le point G sera celui autour duquel les deux Poids B, C, demeureront en équilibre.

Après cela on cherchera à la somme des trois Poids A, B, C, à la somme des deux précédens B, C, & à la distance DG, c'est-à-dire, aux trois nombres 432, 324, 16, un quatrième propor-

tionnel , qui donnera 12 pouces pour la distance DH , & par conséquent 1 pouce pour la distance EH. Et le point H sera le centre de pesanteur qu'on cherche , c'est-à-dire , qu'on aura trouvé le point H , autour duquel les trois Poids donnez A , B , C , demeureront en équilibre sur la balance donnée DF. Fig. 167.

REMARQUE.

La règle générale est de chercher à deux des Poids donnez le centre de pesanteur sur la distance qui est entre les points où pendent ces deux poids. Quand on a trouvé ce centre de pesanteur, on en cherche un autre , entre un troisième Poids & la somme des deux Poids dont on a trouvé le centre de pesanteur , sur la distance qui est entre le point où pend ce nouveau Poids , & le centre déjà trouvé. Le second centre connu , on en cherche un troisième entre un quatrième Poids & la somme des trois Poids employez , sur la distance qui est entre ce quatrième Poids & le second centre trouvé. Ainsi des autres.

Pour sçavoir d'où l'on doit prendre cette distance qu'on cherche, il faut faire attention au Poids que l'on met à la seconde place dans la Règle de Trois ; & la distance qu'on trouve pour quatrième terme , se prend toujours sur la longueur employée pour troisième terme , du point où pend le Poids qui se trouve joint avec l'autre dans le premier terme de la Règle de Trois.

Ainsi parce que dans le premier exemple précédent , on a mis pour second terme 180 , qui est le Poids C , on a pris sur EF la distance EG , du point E , où pend l'autre Poids B , qui avec le

Poids C fait la somme posée au premier terme. Si l'on avoit mis 144, pesanteur du Poids B au second terme, on auroit trouvé 4 pour la distance FG, qu'il auroit fallu prendre sur EF, du point F où pend l'autre Poids C, qui, joint avec B, se seroit trouvé dans le premier terme de la Règle de Trois.

De même dans le second exemple, on a mis pour second terme de la Règle de Trois 324 somme des Poids B, C; & l'on a pris sur DG la distance DH, du point où pend l'autre Poids A, qui se trouve dans le premier terme de la Règle de Trois, avec les deux autres Poids employez B, C. Si l'on avoit mis au second terme 108 Poids de A, on auroit trouvé 4 pour la distance GH qu'il auroit fallu prendre sur DG, du point G, où l'on suppose que pendent les Poids B, C, réunis ensemble, & qui se trouvent joints avec A dans le premier terme de la Règle de Trois.

On peut appliquer cette Règle aux corps composez de différentes matieres. Si l'on proposoit de trouver le centre de pesanteur d'un corps dont une partie seroit d'or, une autre d'argent, & la troisième de bois, il faudroit premièrement trouver le centre de pesanteur de la partie qui seroit d'or; ensuite celui de la partie qui seroit d'argent, puis trouver le centre de pesanteur qui seroit commun à ces deux centres. Enfin ayant trouvé le centre de pesanteur de la partie, qui seroit de bois, on trouveroit un autre centre commun au centre de la partie de bois, & au centre commun des deux parties d'or & d'argent. Ce dernier centre seroit le centre de tout le corps composé d'or, d'argent & de bois.



PROBLEME L.

Construire une Machine pour nager.

IL faut faire deux coffres plats & demi-circulaires ; il n'importe pas de quelle matiere , pourvû qu'ils ne reçoivent point d'eau , qu'ils soient légers , & assez solides pour résister aux flots. Ces deux pieces se joignent ensemble par des ferremens autour du corps d'un homme qui se les attache à la ceinture , & qui a toujours par ce moyen la moitié du corps au-dessus de l'eau ; le coffre lui faisant , pour le soutenir , un ventre comme celui des Cygnes. On peut y faire aussi , si l'on veut , des ouvertures avec des portes , pour y renfermer de l'or , de l'argent , des papiers , des choses précieuses , en un mot tout ce qu'on voudroit sauver dans un naufrage.

Quoique cette Machine suffise seule pour nager , parce que par le seul mouvement du corps & des pieds on pourroit se porter où l'on voudroit , cependant pour faciliter encore ce mouvement , on peut attacher aux pieds des Nageurs des especes de nageoires. C'est un gros cuir double ou triple & pliant , qui peut s'étendre ou se resserrer comme la patte d'un Cygne. Ces nageoires sont attachées à une semelle de bois , & la semelle au pied.

REMARQUE.

Cette Machine peut être d'un grand secours , 1°. dans un naufrage ; car on peut avec cette Machine se sauver au travers des flots , sans avoir plus à craindre la mort qu'un oiseau aquatique. On n'est

pas d'ailleurs obligé de quitter ses habits, & l'on n'a pas même la faim à craindre, puisqu'on peut renfermer dans la Machine des vivres pour quatorze ou quinze jours au moins. 2°. Dans ces subites inondations, qui noient en un instant des vallées & des Pays entiers : car dans un pareil accident un homme qui seroit muni de cette Machine se sauveroit, & pourroit encore sauver avec lui un ou deux petits enfans. 3°. A l'armée, pour faire traverser un fleuve à un Espion. 4°. Enfin pour faire sur l'eau des jeux & des divertissemens agréables sous des figures de Syrenes, de Tritons, & d'oiseaux même.

PROBLÈME LI.

Construire une Lanterne qui conserve la lumière au fond de l'eau.

IL faut que la Lanterne soit de cuir, qui résiste mieux aux flots que toute autre matiere. On ajoutera à cette Lanterne deux tuyaux qui auront communication avec l'air supérieur ; l'un pour recevoir de nouvel air, afin d'entretenir la lumière ; l'autre pour servir de cheminée, & donner passage à la fumée : tous deux assez élevez au-dessus de l'eau, pour n'être pas couverts par les vagues dans les gros tems. On conçoit que le tuyau qui servira à donner de nouvel air, doit avoir communication par le bas de la Lanterne, & celui qui sert de cheminée, en doit avoir par le haut. On fera dans le cuir tout autant de trous qu'on voudra pour y placer des verres qui répandront la lumière de tous côtez. Enfin on suspendra la Lanterne avec du liege, afin qu'elle s'éleve & s'abaisse avec les flots.

REMARQUE.

Cette Lanterne peut servir à la pêche du poisson à la lumière.

PROBLEME LII.

Construire une Horloge à l'usage de la Mer.

Cette Horloge est de sable, & semblable à celles dont on se sert ordinairement. A la place de l'une des phioles qui composent les Horloges de sable, on applique un tuyau de verre de vingt pouces environ de hauteur, & d'une ligne & demie à peu près d'ouverture. Ce tuyau sert de seconde phiole; de sorte qu'à mesure que le sable tombe dans le tuyau, on le voit monter peu à peu & si distinctement, que l'on peut observer les minutes. Lorsque tout le sable est descendu dans le tuyau, on retourne la Machine, & le sable en descendant du tuyau dans la phiole, marque de la même manière les hauteurs qui conviennent pour les minutes & à ses parties.

REMARQUES.

I.

Pour se servir commodément de cette Machine, il faut l'appliquer sur une planche, & à l'un des côtes du tuyau on marque les divisions des minutes par la descente du sable, lorsqu'il se remplit, & on fait la même chose à l'autre côté du tuyau pour la descente du sable, lorsqu'il se vuide. Enfin pour marquer ces divisions, il faut se servir d'une

Pendule , & à chaque minute marquer la hauteur du fable.

I I.

Cette Machine , quoique simple & aisée à mettre en usage , a un défaut assez considérable ; c'est que comme il faut la tourner souvent dans l'espace de plusieurs heures , il est impossible que dans cette action on ne perde la suite des minutes , & qu'on fasse un calcul exact.

PROBLEME LIII.

Construire une Pendule qui conservera sur Mer une égalité de mouvement dans son ressort & dans sa suspension.

1°. **O**N se servira d'une Pendule ordinaire ; mais au lieu d'un seul grand ressort , qui ne doit être remonté qu'une seule fois tous les huit jours , on se servira de huit ressorts inférieurs en force , lesquels agissant tous ensemble sur une Horloge à huit jours , lui donneront autant de force que le seul grand ressort. Mais on doit observer de ne pas remonter ces huit ressorts en même tems : il faut mettre une distance égale entre le tems qu'on remonte chaque ressort ; de sorte qu'on en remonte un chaque jour. Le premier ressort ayant été remonté à une certaine heure , il faut attendre à remonter le second le jour suivant à pareille heure , & ainsi de suite jusqu'au huitième jour que l'on remontera le huitième ressort. Le neuvième jour on remontera le premier ressort , & on continuera de cette manière dans le même ordre qu'on vient de marquer. Chaque ressort aura
sa

la fusée & la chaîne, qui agiront sur un même sujet. On peut ajouter un plus grand nombre de ressorts & de fusées, ou le diminuer, selon qu'on le jugera à propos. Au lieu de Pendulon il faut se servir d'un Balancier, ayant un ressort à spirale en conservant l'échappement à rocher, comme dans les Pendules ordinaires.

2°. On suspendra dans un vaisseau, par le moyen d'un genou, une grande boete ou armoire. On attachera au bas de cette boete un puissant poids. Le genou cédant à toutes les agitations du vaisseau, le poids retiendra la boete dans une situation toujours perpendiculaire; en sorte que la boete demeurera fixe de la même manière que si elle étoit sur la terre, attachée contre une muraille.

Cette armoire doit être assez grande pour renfermer deux ou trois Pendules, un Thermomètre, une Etuve, & deux ou trois Lampes de différente grandeur. Le genou qui tiendra cette armoire suspendue, sera attaché à un ressort capable de soutenir tout le poids de l'armoire. Il faudra placer cette armoire dans le milieu au fond du vaisseau. On fera une autre armoire plus petite, où l'on enfermera les Pendules avec le Thermomètre. On la placera dans la grande armoire en haut: on aura soin de la fermer bien juste avec un châssis où l'on ajustera un grand verre, afin qu'on puisse voir les mouvemens des Pendules & l'effet du Thermomètre.

La grande armoire ne sera plus large que la moindre, que de ce qu'il faut pour que celle-ci entre juste dedans; mais elle doit être plus profonde de quelques pouces, afin de donner passage à la fumée & à la chaleur qui se communiquera à la moindre armoire.

Tom. II.

F f

La grande armoire sera beaucoup plus longue ; on placera au bas une Etuve & quelques Lampes ; l'espace qui sera entre le bas de la grande armoire & entre la petite , servira à faire monter & descendre les Lampes , pour donner plus ou moins de chaleur à l'armoire qui renferme les Pendules , selon qu'on le jugera à propos par l'inspection du Thermomètre. Le bas de la grande armoire sera fermé ; mais on ajustera des verres à la porte , tant pour voir ce qui se passe au-dedans , que pour y conserver la chaleur , & empêcher que l'agitation de l'air n'éteigne les Lampes. Enfin on fera au fond d'en bas de la grande armoire plusieurs trous pour donner passage à l'air , & l'on pratiquera au fond d'en haut une cheminée pour la fumée.

Ces deux armoires peuvent être de fer , de cuivre , ou de quelqu'autre matiere qui conserve longtemps la chaleur. Il est bon que la petite soit de cuivre.

Par ce moyen , en obervant le Thermomètre , on peut conserver une chaleur toujours égale dans les différentes saisons & dans les différens climats. Ainsi dans une saison chaude , ou un climat chaud , on pourra ne mettre que peu de feu dans l'Etuve , ou n'allumer qu'une petite Lampe , & la tenir éloignée de l'armoire où est la Pendule. Sous la ligne on pourra ne point faire de feu , & ne point allumer de Lampe. Dans les Pays Septentrionaux il sera nécessaire de faire du feu , d'allumer les Lampes , & de les arrêter plus ou moins près de l'armoire où sont renfermées les Pendules , selon les degrez de chaleur. Mais ce sera le Thermomètre qui indiquera la quantité du feu & des Lampes tenues plus ou moins éloignées.

Il faut cependant observer que la chaleur ren-

fermée dans l'armoire ne doit pas être si grande , qu'elle pût alterer la trempe des pieces d'acier , ou cuire l'huile des Lampes. Il ne faut pas non plus que cette chaleur soit beaucoup plus petite que celle qui est sous la ligne.

C'est pourquoi il seroit à propos de connoître le plus grand degré de chaleur qui soit sous la ligne , par les observations qu'on y auroit faites avec le Thermomètre , & d'y ajuster le Thermomètre du vaisseau dans le lieu d'où l'on part.

PROBLEME LIV.

Percer une planche avec un bout de chandelle.

CHargez un fusil avec de la poudre , & au lieu de balle , mettez-y un bout de chandelle. Tirez contre quelque planche , & vous verrez que le bout de chandelle percera la planche , de même qu'une balle de plomb.

R E M A R Q U E.

Une ballé de plomb tirée d'ans l'eau s'applatit ;

PROBLEME LV.

Peser un coup de poing , un coup de marteau , un coup de hache , &c. & en comparer sa pesanteur avec le poing , le marteau , la hache , &c. lorsqu'il est en repos.

Prenez une balance , laissez poser le poing , le marteau , ou la hache sur un des bassins , ou sur l'un des bras de la balance ; mettez dans l'autre bassin autant de poids qu'il en faut pour con-

F f ij

tre-peser : puis surchargeant toujours le bassin ; vous pourrez éprouver combien chaque coup fera lever de poids , & par conséquent combien il pèse.

R E M A R Q U E S.

I.

La percussion produit des effets surprenans ; car si l'on met un poids de mille livres sur une éguille qu'on veut enfoncer , il s'en faudra bien que ce poids fasse le même effet qu'un petit coup de marteau ; il n'en fera même presque point , pourvû qu'on le pose bien doucement. Ne voit-on pas qu'un couteau mis sans frapper sur du beurre , ne l'entâme point , non plus qu'une hache posée fort doucement sur une feuille de papier.

Deux forces égales , avec un mouvement égal , & d'une vitesse égale , agissent différemment sur deux corps égaux & semblables : par exemple , sur deux coins de fer semblables , pour fendre deux pièces d'un même bois & semblables , ou sur deux clouds semblables que l'on veut enfoncer dans ces pièces de bois , dont l'une seroit suspendue en l'air , & l'autre seroit ou scellée en terre , ou appuyée sur quelque chose de stable. Il est certain que l'effet du coup sera plus grand sur la pièce suspendue , que sur celle qui sera scellée ou appuyée fermement.

C'est ce qui fait que les Ouvriers pour emmancher un outil , le tiennent en l'air d'une main , & frappent de l'autre : ou bien , s'il est trop pesant , ils le couchent sur la terre , ou sur un établi , de sorte qu'il puisse reculer , lorsqu'on frappe sur le manche. Qui ne sçait point que c'est de cette sorte qu'on emmanche un balai ?

Fig. 56.

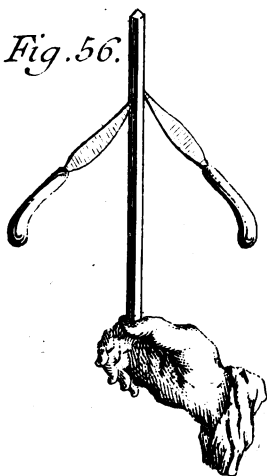


Fig. 57.

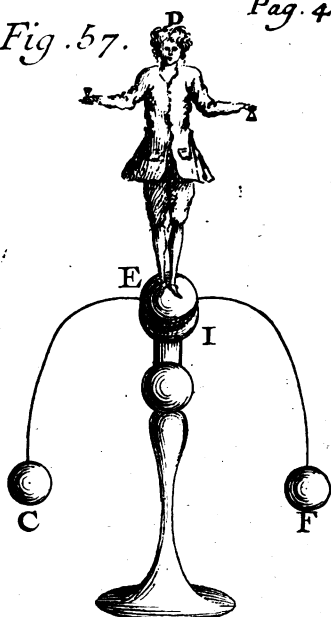
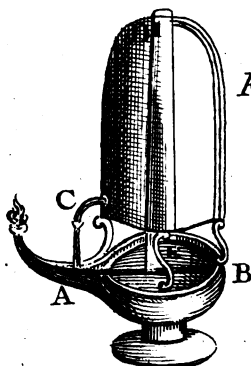


Fig. 62.



Fig. 63.



I I.

Si l'on met un poids de 25 livres dans un bassin des plus grosses balances, & que les plus robustes donnent un coup de poing sec de toute leur force, sans arrêter ni appesantir la main après le coup, à peine enlèvent-ils les 25 livres. Que les plus foibles, ou des enfans de dix à douze ans donnent un coup, ils enlèvent les 25 livres de même, sans qu'il paroisse que très-peu de différence entre leur coup, & celui des plus forts.

Si on laisse tomber le poing de deux ou trois pouces de haut, & que l'on appuye un peu, l'on enlèvera fort aisément, non seulement 25 livres, mais 30 & 40, quoique l'on fasse beaucoup moins d'effort, & que l'on ait beaucoup moins de peine que si l'on donnoit un grand coup.

On a pris cette remarque du Traité des Forces mouvantes de M. de Camus, au Chapitre de la Percussion, où il rapporte plusieurs expériences très-curieuses touchant la Percussion, qui tendent toutes à l'utilité & à l'avantage des Ouvriers; mais il faut consulter le Livre même.

PROBLEME LVI.

Faire qu'un bâton se tienne droit dessus le bout du doigt sans tomber.

ATtachez deux coûteaux ou autres corps vers l'extrémité du bâton, de manière que l'un ^{Plan-}che 25. ^{4.} panche d'un côté, & l'autre de l'autre, en forme ^{Fig. 56.} de contrepoids, comme vous le voyez dans la Figure. Mettez cette extrémité dessus le bout du doigt, alors le bâton se tiendra droit sans tomber.

F f iij

REMARQUES.

I.

Il faut que les deux côuteaux fîchez en forme de contre-poids excèdent le bout du bâton que l'on pose sur le bout du doigt , en sorte que le bâton & les côuteaux pris ensemble , comme ne faisant qu'un même corps , aient leur centre de gravité à l'extrémité du bâton qui est placé sur le bout du doigt , si l'on veut que le tout se tienne perpendiculairement.

La chose paroîtra encore plus merveilleuse , si renversant le doigt , on appuye le bout du bâton sur le bord de l'ongle ; car il semblera que le tout se tiendra , touchant seulement le bout du doigt , sans être soutenu. Mais si l'on fait que le centre de gravité du total excède tant soit peu le bout du bâton , le tout se tiendra plus ou moins incliné , selon le plus ou le moins de distance de ce centre à l'extrémité du bâton.

II.

Plan-
che 25 *
Fig. 57.

Ce point d'appui que l'on vient de dire dans la remarque précédente , devoir être à l'extrémité du bâton qui est placé sur le bout du doigt , pourroit se trouver au dessous , comme il arrive à ces petites figures que l'on fait tourner sur un pied d'estal. Cette petite figure DE est posée sur une boule E , qui est appuyée sur une maniere de guéridon I : elle tourne par le moyen de deux balles de plomb , attachées à la boule E par des fils de fer courbez. Le centre de gravité qui se trouve fort au dessous du point d'appui entre les deux boules C , F , vers I , soutient la figure droite , & la fait

PROBLEMES DE MECANIQUE. 455
redresser , lorsqu'une des balles ayant été poussée ,
la fait tourner obliquement.

PROBLEME L.VII.

Peser la fumée.

Supposons qu'un grand bucher , ou bien une chartée de foin pesant 500 livres , soit embrasée , il est évident que le tout s'en ira en cendre & en fumée. Si on pese les cendres qui resteront du brasier , l'expérience montre qu'elles pourront revenir au poids de 50 livres ou environ. Et puisque le reste de la matiere n'est point périe , mais qu'elle s'est exhalée en fumée, si l'on ôte 50 livres du total, il restera 450 livres , ou à peu près pour la pesanteur de la fumée. Quoiqu'il semble que la fumée ne pese point , à cause qu'étant répandue dans l'air , & divisée en fort petites particules , elle y est soutenue ; cependant on conçoit que si toutes ces particules étoient rassemblées , elles auroient le même poids qu'elles avoient quand elles étoient unies aux cendres.

PROBLEME LVIII.

Faire passer un même corps dur & inflexible par deux trous fort différens , dont l'un sera circulaire , & l'autre triangulaire , ou quadrangulaire , à condition qu'il les remplisse exactement en passant.

I.

Prenez un morceau de bois ou autre matiere , plan qui ait la figure d'une cone : puis faites dans quelque ais un trou circulaire égal à la base du

F f iiii

cone , & un autre trou triangulaire , qui ait l'un de ses côtez égal au diamètre de la base du cone , & les autres égaux aux deux côtez du cone , depuis la base jusqu'à la pointe. Il est clair que ce corps passera par le trou circulaire mettant la pointe la premiere , & par le triangulaire , en le couchant de son long , & qu'il emplira exactement ces trous en passant.

I I.

Plan-
che 25 *
Fig. 59.

Faites tourner un corps semblable à deux cones joints par leur base : puis faites percer un ais , en sorte que le trou circulaire soit entierement semblable au cercle qui est la base commune des deux cones opposez , & que le trou quadrangulaire ait l'un de ses diamètres égal au diamètre du cercle , & l'autre égal à une ligne droite tirée par le milieu des cones d'une pointe à l'autre. Ce corps passant par le trou circulaire , le remplira exactement , à cause de la rondeur qu'il a au milieu ; il remplira aussi le trou quadrangulaire en y passant , à cause que sa longueur & sa largeur sont égales à celles du trou. Ce trou pourra être quarré , si les côtez des cones sont égaux , & le diamètre de leurs bases égal à la longueur d'une pointe à l'autre.

I I I.

On peut encore faire un solide , qui passant par un triangle isoscèle , par plusieurs triangles scalenes , & par le plan d'une Ellipse , les remplisse exactement chacun , & un autre solide , qui passant par un triangle isoscèle , par plusieurs triangles scalenes , & par un cercle , les remplisse aussi exactement chacun. Le premier solide doit avoir la figure d'un cone coupé elliptiquement , & le second

aura la figure d'un cone scalene. On peut encore exécuter la même chose avec des solides doubles de ceux-ci.

PROBLEME LIX.

Faire passer un même corps dur par trois sortes de trous, l'un circulaire, l'autre quarré ou quadrangulaire de telle longueur qu'on voudra, & le troisième ovale, en sorte que ce corps passant par ces trois différens trous, les remplisse exactement.

I.

Prenez un corps cylindrique ou colonnaire de telle grandeur qu'il vous plaira. Il est évident que ce corps étant mis droit, il remplira exactement un trou circulaire de même grandeur que sa base; qu'étant couché de son long, il remplira en passant un trou quadrangulaire, aussi long & aussi large qu'il l'est; qu'enfin en le faisant passer de biais, il remplira exactement un trou oval, qui aura sa largeur égale au diamètre du trou circulaire, & sa longueur telle qu'il plura, pourvû qu'elle ne soit pas plus grande que celle du cylindre.

Plan.
che 25 *
Fig 60.

II.

1°. Soit fait en quelque ais un trou circulaire, puis un quarré, qui ait les côtez égaux au diamètre du trou circulaire, & un trou en ovale, dont la largeur soit égale au même diamètre, & la longueur égale à la diagonale du quarré. 2°. Ayez un corps cylindrique aussi long que large, & tel que sa base soit égale au trou circulaire. Par ce moyen ce cylindre pourra remplir exactement le trou cir-

Fig. 61.

culaire en y passant tout droit, le trou quarré, en l'y faisant passer couché de son long, & le trou oval, en l'y faisant passer de biais.

I I I.

Un solide cylindrique elliptiquement tourné, ayant pour hauteur son plus grand diamètre en largeur, passera par un quarré, par un cercle, par différens parallelogrammes, par différentes ellipses, & les remplira exactement en y passant.

P R O B L E M E L X.

Construire une Lampe excellente, qui se fournisse elle-même son huile à mesure qu'elle en a besoin.

Plan-
che 25 *
Fig. 62.

C Ardan au premier Livre de ses Subtilitez, donne la description de la Lampe Vulgaire; c'est un petit vase colonnaire, creux, & qui n'a qu'un petit trou au bas, où l'on ajuste un tuyau qui reçoit la mèche. On emplit d'huile la Lampe par ce trou, en la tenant renversée, & l'huile fournit ce qu'il faut à la mèche pour la faire brûler. On faisoit autrefois à Reims de ces sortes de Lampes, qui étoient propres & commodes.

Fig. 63.

Cette Lampe est fort simple: en voici une qui est plus ingénieuse; sa principale piece est un vase CD, qui a près du fond un trou, & un petit tuyau C; il y a aussi un autre tuyau plus grand DE, qui passe au travers du vase. Ce tuyau DE est bien soudé à la partie inférieure du vase CD; il y a une ouverture en D au dedans du vase vers sa partie supérieure, & un autre hors du vase vers E, & tout près du fond de la coupe AB, en sorte néanmoins qu'il ne touche point ce fond.

Lorsque le vase CD sera plein d'huile , on fera tremper le trou E du tuyau DE dans l'huile de la coupe ; alors l'huile ne pourra sortir par le tuyau C , puisque l'air ne peut entrer par le trou E du tuyau DE. Mais quand l'huile contenue dans la coupe AB aura été consumée peu à peu par la mèche allumée , le trou E se débouchera , & donnera passage à l'air , qui entrant dans le tuyau ED , ira comprimer l'huile du vase CD , & la fera couler par le tuyau C. Cette huile coulera dans la coupe AB , jusqu'à ce que le trou E étant bouché , empêchera l'air d'entrer dans le tuyau ED : pour lors l'huile cessera de couler par le tuyau C. L'huile recommencera à couler toutes les fois que le trou E étant débouché , donnera passage à l'air.

R E M A R Q U E.

Le vase CD ne doit point être attaché à la coupe AB. Pour le remplir d'huile , il faut renverser le vase CD , & verser l'huile par le tuyau ED. Quand on connoîtra que le vase est plein en voyant l'huile paroître à l'ouverture du tuyau C , on bouchera cette ouverture avec le doigt , & on mettra le vase sur la coupe AB. Si le tuyau CD est entièrement ouvert en E , l'huile qui se trouvera dans ce tuyau , remplira la coupe AB , & empêchera ainsi que l'huile ne tombe par le tuyau C , en bouchant l'ouverture E.



PROBLEME LXI.

Construire un Chandelier , dont on ne soit point obligé de moucher la chandelle , & qui donne beaucoup de lumiere.

ON peut aisément faire ce Chandelier de bois. Il faut d'abord avoir un pied que l'on garnira de plomb , si on veut rendre le Chandelier plus stable. On ajuste à ce pied une règle plate , en sorte qu'elle fasse avec son pied un certain angle , qui ne doit point être fort considerable. On ajoute à cette règle une autre qui la croise perpendiculairement ; cette seconde règle coule le long de la premiere , par le moyen d'une mortoise qui y a été faite , de maniere qu'on la peut baisser ou hausser autant qu'on le juge à propos. On ajuste aussi à cette seconde règle une bobèche , qui y tient avec une espee de curseur , qui l'embrassant , donne cependant la liberté d'avancer ou de reculer la bobèche , selon que l'on en a besoin. Enfin on attache avec une charniere au haut de la premiere règle un cone de fer blanc coupé par le haut , pour laisser passer la fumée de la chandelle , qui est dans la bobèche , & qui brûle sous le cone.

Ce cone n'est qu'une espee d'entonnoir assez large par bas , & qu'on a ouvert par le haut : on peut le revêtir au dedans d'un cone semblable de papier blanc , qui renvoira beaucoup de lumiere au dessous : on aura soin de changer le papier de tems en tems. On voit bien que la chandelle de la bobèche a la même inclinaison

que la première règle du Chandelier. L'extrémité du lumignon n'étant plus dans la flamme, & ayant quelque penchant, se dissipe sans qu'on s'en aperçoive : ce qui fait qu'on n'a point l'incommodité de moucher la chandelle. On peut se servir de toutes sortes de chandelles, comme des huit, des douze & des vingt même à la livre, & cependant l'on a une grande clarté sur ce qu'on lit ou ce qu'on écrit, & les yeux ne sont point incommodés des vibrations de la lumière immédiate de la chandelle.

Nous devons la perfection de ce Chandelier à l'industrie de M. *de Moulieres*, Membre de l'Académie Royale des Sciences, qui s'est fait connoître dans des matières plus relevées.

AVERTISSEMENT.

On a déjà cité le Traité des *Forces Mouvantes* par M. *de Camus*, à l'occasion d'un petit Carrosse surprenant. Si l'on veut s'instruire sur plusieurs Phenomenes, qui regardent la Mécanique, dont on a parlé en partie dans ces Problèmes de Mécanique, & dont on parlera encore dans les Problèmes de Physique, on peut consulter ce Traité des Forces Mouvantes. On y trouvera des choses non seulement curieuses & divertissantes, mais aussi très-utiles pour la commodité du Public, sur-tout pour les voitures. M. de Camus donne des constructions de Charettes, de Chariots, & même de Carosses de campagne, qui seroient bien moins fatigans pour les chevaux, & moins sujets à verser, que ceux dont on se sert à présent. En un mot cet Académi-

462 RECREAT. MATH. ET PHYS.

cien a traité dans son Livre toutes les parties de la Mécanique , comme ayant quelque rapport à l'utilité publique ; ce qui doit être le but de toutes les Sciences.

Fin du second Tome.

T A B L E

D E S P R O B L E M E S

Contenus en ce Volume.

PROBLEMES DE GNOMONIQUE.

PROBLEME I. *Tracer une Ligne Méridienne.*
page 1

PROBL. II. *Construire des Cadrans réguliers par deux ouvertures de compas.* 2

PROBL. III. *Construire les mêmes Cadrans par une seule ouverture de compas.* 7

PROBL. IV. *Décrire un Cadran horizontal par le moyen d'une Ellipse, sans avoir besoin de trouver les points horaires sur la Ligne équinoctiale.* 8

PROBL. V. *Tracer un Cadran équinoctial.* 11

PROBL. VI. *Tracer un Cadran sur quelque plan vertical que ce soit sans Bouffole pendant la nuit, avec une bougie.* 13

PROBL. VII. *Connoître l'heure qu'il est par le moyen de la main gauche.* 14

PROBL. VIII. *Décrire dans un parterre un Cadran horizontal avec des herbes.* 15

PROBL. IX. *Décrire un Cadran horizontal, dont on a le centre & la ligne équinoctiale.* 18

PROBL. X. *Décrire un Cadran horizontal par le moyen d'un quart de cercle.* 19

T A B L E

PROBL. XI. Décrire un Cadran horizontal, & un Cadran vertical méridional, par le moyen d'un Cadran polaire.	20
PROBL. XII. Décrire un Cadran horizontal, & un Cadran vertical méridional, par le moyen d'un Cadran équinoctial.	22
PROBL. XIII. Décrire un Cadran vertical sur un quarré de vitre, où l'on puisse connoître les heures aux rayons du Soleil, sans aucun stile.	23
PROBL. XIV. Décrire trois Cadrans sur trois plans différens, où l'on pourra connoître les heures au Soleil par l'ombre d'un seul axe.	24
PROBL. XV. Tracer un Cadran sur un plan horizontal par le moyen des deux points d'ombre marquez sur ce plan au tems des Equinoxes.	26
PROBL. XVI. Tracer un Cadran sur un plan horizontal, où les points de 5 & de 7 heures sont donnez sur la ligne équinoctiale.	29
PROBL. XVII. Un Cadran horizontal ou vertical étant donné, trouver pour quelle latitude il a été fait, lorsque l'on connoît la longueur & le pied du stile.	31
PROBL. XVIII. Trouver le pied & la longueur du stile dans un Cadran vertical déclinant.	34
PROBL. XIX. Décrire un Cadran portatif dans un quart de cercle.	38
Table des hauteurs du Soleil.	39
PROBL. XX. Décrire un Cadran portatif sur une carte.	48
PROBL. XXI. Décrire un Cadran horizontal rectiligne universel.	53
PROBL. XXII. Décrire un Cadran horizontal elliptique universel.	57
PROBL. XXIII. Décrire un Cadran horizontal hyperbolique universel.	58
PROBL.	

DES PROBLÈMES.

- PROBL. XXIV. Décrire un Cadran horizontal parabolique universel. 59
- PROBL. XXV. Décrire un Cadran sur un plan horizontal, où l'on puisse connoître les heures au Soleil sans l'ombre d'aucun stile. 60
- Table des verticaux du Soleil depuis le Meridien, à chaque heure du jour, pour la latitude de 49 degrez. 61
- PROBL. XXVI. Décrire un Cadran à la Lune. 65
- PROBL. XXVII. Construire une Machine pour trouver avec justesse & précision l'heure au clair de la Lune. 69
- PROBL. XXVIII. Décrire un Cadran par réflexion. 70
- PROBL. XXIX. Décrire un Cadran par réfraction. 71
- Table des Angles brisez dans l'eau pour tous les degrez des angles d'inclinaison. 72
- PROBL. XXX. Construire un Cadran sur la surface convexe d'un cylindre perpendiculaire à l'horison. 74
- PROBL. XXXI. Construire un Cadran sur un Globe. 83
- Construction des Cadrans polaires. 84
- Remarques sur les Cadrans cylindriques & sphériques. 88
- PROBL. XXXII. Tailler une pierre à plusieurs faces, sur lesquelles on puisse décrire tous les Cadrans réguliers. 90
- PROBL. XXXIII. Connoître quelle heure il est du jour & de la nuit dans tous les lieux de la terre. 92
- Démonstration de l'Horloge ou Analemme Rectiligne Universel, qui marque les heures par les
- Tome II. G g

T A B L E

hauteurs du Soleil , par le R. P. Milliet de Chales. 99

PROPOSITION I. *La division de l'Equateur en heures dans cet Analemme est semblable à la description des Paralleles.* 101

PROP. II. *Les lignes qui représentent les Paralleles dans l'Analemme , sont coupées en parties semblables ou proportionnelles par les points d'une même heure.* 102

PROP. III. *Si dans l'Analemme on fait tous les Paralleles égaux à l'Equateur, & leur distance égale à la Tangente de leur déclinaison, la même proportion sera observée.* 103

PROP. IV. *Construction de l'Horloge ou Analemme Rectiligne Universel.* 105

PROP. V. *Usage de l'Analemme.* 107

Trouver la longueur du jour, ou, ce qui est la même chose, trouver l'heure du lever ou du coucher du Soleil dans la Sphere droite. ibid.

PROP. VI. *Trouver l'heure Astronomique dans la Sphere droite, le Soleil parcourant quelque Parallele que ce soit.* 108

PROP. VII. *Dans une latitude donnée déterminer l'heure du lever & du coucher du Soleil dans quelque Parallele que ce soit.* 110

PROP. VIII. *En quelque latitude que ce soit connoître les heures Astronomiques au tems de l'Equinoxe.* 113

PROP. IX. *Dans une latitude donnée connoître l'heure Astronomique en quelque lieu du Zodiaque que le Soleil soit.* 115

PROP. X. *Trouver l'heure du lever & du coucher du Soleil dans un Pays dont la latitude soit de plus de 66 degrez 30'.* 117

PROP. XI. *Trouver l'heure Astronomique dans une*

DES PROBLEMES.

- latitude de plus de 66 degrez, 30'.* 118
PROBL. XXXIII. *Construire un Anneau qui marque l'heure pendant toute l'année.* 120
-

PROBLEMES DE COSMOGRAPHIE.

- P**ROBL. I. *Trouver en tout tems & en tout lieu les quatre points principaux du Monde.* 128
PROBL. II. *Trouver la longitude d'un lieu proposé de la Terre.* 130
PROBL. III. *Trouver la Latitude d'un lieu proposé de la Terre.* 134
PROBL. IV. *Connoître la quantité du plus grand jour d'Esté en un lieu proposé de la Terre, dont on connoît la Latitude.* 135
PROBL. V. *Trouver le Climat d'un lieu proposé, dont la Latitude est connue.* 139
Table des 24 Climats, dont chacun est d'une demi-heure. 142
Table des six Climats, dont chacun est d'un mois. 144
PROBL. VI. *Trouver en lieux la valeur d'un degré d'un grand Cercle de la Terre.* 145
PROBL. VII. *Connoître la Circonférence, le Diamètre, la Surface & la Solidité de la Terre.* 148
Table de la hauteur de quelques Montagnes considérables de la terre. 152
Table des Lieux les plus voisins de la Méridienne de l'Observatoire. 159
Rapport des Mesures de divers Pays. 161
Table de la hauteur de quelques Montagnes de France sur le niveau de la Mer. 162
PROBL. VIII. *Connoître la quantité d'un degré d'un petit Cercle proposé de la Terre.* 163

G g ij

T A B L E.

PROBL. IX. Trouver en lieues la distance de deux lieux proposez de la terre, dont on connoît les Longitudes & les Latitudes.	165
PROBL. X. Décrire la ligne courbe que feroit un Vaisseau sur la Mer en faisant sa route par un même Rumb marqué dans la Bouffole.	172
PROBL. XI. Représenter la ligne courbe qui décriroit par le mouvement de la terre un corps pesant en tombant librement de haut en bas jusqu'au centre de la terre.	175
PROBL. XII. Connoître si une année proposée est Bissextile, ou de 366 jours.	179
PROBL. XIII. Trouver le Nombre d'or d'une année proposée.	182
PROBL. XIV. Trouver l'Epaîte pour une année proposée.	185
PROBL. XV. Trouver l'âge de la Lune en un jour donné d'une année proposée, & si elle est Nouvelle.	193
PROBL. XVI. Connoître s'il y a Eclipsé dans une Nouvelle ou Pleine-Lune.	196
PROBL. XVII. Construire une Machine qui montre les Eclipses tant du Soleil que de la Lune, les mois, les années Lunaires, & les Epaîtes.	198
Epoques des Années Lunaires, rapportées aux Années Civiles pour le Méridien de Paris.	202
Manière de faire les divisions sur les platines.	204
Usage de cette Machine.	207
PROBL. XVIII. Une Année Lunaire étant proposée, trouver les jours de l'Année Solaire qui lui répondent, dans lesquels doivent arriver les Nouvelles & Pleines Lunes, & les Eclipses.	ibid.
Des Epaîtes.	210
PROBL. XIX. Trouver la Lettre Dominicale, &	

DES PROBLEMES.

- le Cycle Solaire d'une année proposée.* 211
- PROBL. XX. *Trouver à quel jour de la semaine tombe un jour donné d'une année proposée.* 220
- PROBL. XXI. *Trouver la Fête de Pâques, & les autres Fêtes mobiles en une année proposée.* 222
- PROBL. XXII. *Trouver par quel jour de la semaine commence chaque mois d'une année proposée.* 222
- PROBL. XXIII. *Trouver à quel jour du mois arrive un jour donné de la semaine en une année proposée.* 234
- PROBL. XXIV. *Trouver le nombre de l'Indiction Romaine pour une année proposée.* 241
- PROBL. XXV. *Trouver le nombre de la Période Julienue pour une année proposée.* 243
- PROBL. XXVI. *Trouver le nombre de la Période Dionysienne pour une année proposée.* 251
- PROBL. XXVII. *Connoître les Mois de l'année qui ont 31 jours, & ceux qui n'en ont que 30.* 255
- PROBL. XXVIII. *Trouver le jour de chaque mois, auquel le Soleil entre dans un Signe du Zodiaque.* ibid.
- PROBL. XXIX. *Trouver le degré du Signe, où le Soleil se rencontre en un jour proposé de l'année.* 256
- PROBL. XXX. *Trouver le lieu de la Lune dans le Zodiaque en un jour proposé de l'année.* 258
- PROBL. XXXI. *Trouver à quel mois de l'année appartient une Lunaison.* 259
- PROBL. XXXII. *Connoître les années Lunaires, qui sont communes, & celles qui sont Embolismiques.* 260
- PROBL. XXXIII. *Trouver combien de tems la Lune doit éclairer pendant une nuit proposée.* 261
- PROBL. XXXIV. *Trouver la hauteur du Soleil, & tracer la Ligne Méridienne.* 263

TABLE

- PROBL. XXXV.** Connoître facilement les Calendes, les Nones & les Ides de chaque mois de l'année. 265
- PROBL. XXXVI.** Connoître quel quantième des Calendes, des Nones, & des Ides répond à un certain quantième d'un mois donné. 267
- PROBL. XXXVII.** Le quantième des Calendes, des Ides, ou des Nones, étant donné, trouver quel quantième du mois doit y répondre. 268
- PROBL. XXXVIII.** Trouver la situation d'un Port. 269
- PROBL. XXXIX.** Ayant la situation d'un Port, & l'âge de la Lune, trouver l'heure de la pleine Mer. 270
- PROBL. XL.** Représenter le Globe terrestre en plan. 272
- Principes de Géographie** touchant la maniere dont le Soleil éclaire la terre, par le R. P. de Chales. 277
- PROBL. XLI.** Trouver la durée du plus grand jour dans une latitude moindre que 66 degrez 30 minutes. *ibid.*
- THEOREME I.** Le Soleil éclaire moins de la moitié de la Terre par une illumination centrale, & il en éclaire la moitié sensiblement. 279
- THEOR. II.** Le Soleil éclaire 15 minutes plus que la moitié de la Terre d'une illumination imparfaite. 280
- THEOR. III.** Le Soleil éclaire par une illumination parfaite 15 minutes moins que la moitié de la Terre. 281
- THEOR. IV.** Le Soleil parcourant l'Equateur, éclaire les deux Poles d'une illumination centrale 283
- THEOR. V.** Un des Poles est autant dans l'Hémisphere éclairé, & l'autre autant dans la nuit que le Soleil a de déclinaison. 284

DES PROBLEMES.

PROBL. XLII. *L'heure étant donnée , montrer sur le Globe ou sur la Carte le Pays auquel le Soleil est perpendiculaire.* 285

PROBL. XLIII. *Montrer sur le Globe tous les Pays que le Soleil éclaire , & qui ont le jour , comme aussi ceux auxquels il est nuit , pour une heure donnée.* 286

THEOR. VI. *Quand le Soleil est dans le plan d'un grand cercle , le bord de l'Hémisphere éclairé passe par son Pole , & le Soleil étant au Pole d'un grand cercle , le bord de l'Hémisphere éclairé est la circonférence de ce grand cercle.* 288

PROBL. XLIV. *Déterminer la grandeur de quelque jour que ce soit pour chaque Latitude.* 289

THEOR. VII. *Les Pays sous un même Méridien qui ont une plus grande Latitude du côté du Pole apparent , sont plutôt éclairés en Esté.* 292

THEOR. VIII. *Quand le Soleil est dans le plan d'un cercle horaire le bord de l'illumination passe par un point de l'Equateur , qui en est éloigné de 6 heures.* 293

THEOR. IX. *La différence des heures marquées par le bord de l'illumination dans l'Equateur , & dans un cercle de Latitude , montre combien le Soleil s'élève dans cette Latitude devant ou après 6 heures.* 294

THEOR. X. *Si l'on divise un cercle de Latitude en 24 parties égales , en commençant à quelque Pays , le bord de l'illumination du lever , y montrera les heures Babyloniennes pour le même Pays , & celui du coucher , les Italiennes.* 295

Des Etoiles. 296

Des Planettes. *ibid.*

Du Soleil. 297

PROBL. XLV. *Observer une Eclipse de Soleil.* 300

TABLE

<i>De Mercure.</i>	304
<i>De Venus.</i>	ibid.
<i>De la Terre.</i>	306
<i>De la Lune.</i>	ibid.
PROBL. XLVI. Observer l'Eclipse de Lune.	310
<i>De Mars.</i>	311
<i>De Jupiter.</i>	312
<i>Des Satellites de Jupiter.</i>	313
<i>De Saturne.</i>	314
<i>Des Satellites de Saturne.</i>	315
<i>De l'Anneau de Saturne.</i>	318
<i>Des Cometes.</i>	320
<i>Des Etoiles Fixes.</i>	322
<i>Table des Constellations.</i>	325
PROBL. XLVII. Dresser un Theme Celeste.	329

PROBLEMES DE MECANIQUE.

P ROBL. I. Empêcher qu'un corps pesant ne tombe, en lui ajoutant du côté où il tend à tomber, un autre corps plus pesant.	335
PROBL. II. Faire une Boule trompeuse au Jeu de Quilles.	337
PROBL. III. Partager une pomme en deux, quatre, huit, &c. sans rompre la peau de la pomme.	ibid.
PROBL. IV. Faire en sorte qu'un homme se tenant droit, il puisse avoir la tête & les pieds en haut.	338
PROBL. V. Par le moyen d'un petit poids, & d'une petite balance, mouvoir un autre poids si grand que l'on voudra.	ibid.
PROBL. VI. Construire une Balance trompeuse, qui paroisse juste étant vuide, aussi bien qu'étant chargée de poids inégaux.	339
PROBL. VII. Construire un nouveau Peson propre à porter dans la poche.	340
PROBL.	

DES PROBLÈMES.

- PROBL. VIII.** Trouver le Poids d'un nombre donné de livres par le moyen de quelques autres Poids différens. 345
- PROBL. IX.** Observer les différens changemens qui arrivent à la pesanteur de l'Air. 348
- Construction d'un nouveau Barometre, avec la maniere de pouvoir en construire d'autres de telle grandeur que l'on voudra : le tout confirmé par l'expérience de M. Alexandre Fortier. 359
- PROBL. X.** Connoître par la pesanteur de l'Air celui de deux lieux de la terre, qui est le plus élevé. 364
- PROBL. XI.** Trouver la pesanteur de toute la masse de l'air. 367
- PROBL. XII.** Trouver par la pesanteur de l'Air l'épaisseur de son Orbe, & le diamètre de sa Sphere. 372
- PROBL. XIII.** Observer les différens changemens qui arrivent à la température de l'Air, selon ses degrés de chaleur ou de froidure. 377
- PROBL. XIV.** Remplir de vin, ou de quelqu'autre liqueur, un tonneau par l'ouverture d'en bas. 382
- PROBL. XV.** Rompre avec un bâton un autre bâton posé sur deux Verres sans les casser. 384
- PROBL. XVI.** Vuidier toute l'eau contenue dans un vase par le moyen d'un Siphon. 385
- PROBL. XVII.** Un tuyau plein d'eau étant perpendiculaire à l'Horison, trouver à quelle distance l'eau s'écoulera par un trou fait en un point donné de ce tuyau. 388
- PROBL. XVIII.** Préparer un Vase, qui étant rempli de quelque liqueur à une certaine hauteur, la garde ; & la perde toute, étant rempli de la même liqueur à une hauteur un peu plus grande. 389
- PROBL. XIX.** Construire une Lampe propre à porter dans la poche, sans qu'elle s'éteigne, quand même on la rouleroit par terre. 391

T A B L E

- PROBL. XX. Disposer trois Bâtons sur un plan horizontal, en sorte que chacun s'appuie sur ce plan par l'une de ses extrémités, & que l'autre extrémité demeure élevée en l'air. 392
- PROBL. XXI. Faire tourner trois Coûteaux sur la pointe d'une éguille. 393
- PROBL. XXII. Tirer du fonds de l'eau un Batteau chargé de Marchandises. 394
- PROBL. XXIII. Faire remonter un Batteau de lui-même sur une Rivière rapide. 395
- PROBL. XXIV. Trouver la pesanteur d'un pied cube d'eau. 396
- PROBL. XXV. Construire un Carosse, dans lequel on se puisse conduire soi-même par-tout où l'on voudra, sans aucuns chevaux. 397
- PROBL. XXVI. Connoître de deux eaux différentes celle qui est la plus légère, sans aucune balance. 401
- PROBL. XXVII. Construire un Tonneau contenant trois liqueurs différentes, qui se puissent tirer par une même broche, sans qu'elles se mêlent. ibid.
- PROBL. XXVIII. Trouver les parties d'un poids que deux personnes soutiennent par le moyen d'un Levier. 402
- PROBL. XXIX. Trouver la force qu'il faut pour lever un poids avec un Levier, dont la longueur & le point fixe sont donnez. 403
- PROBL. XXX. Construire un Vase qui contienne sa liqueur étant droit, & la perde toute étant un peu panché. 404
- PROBL. XXXI. Trouver sans aucune balance la pesanteur d'une pièce proposée de métal, ou de pierre. ibid.
- PROBL. XXXII. Trouver la solidité d'un corps, dont la pesanteur est connue. 407
- PROBL. XXXIII. Un corps plus pesant que l'eau

DES PROBLEMES.

- Étant donné, trouver à quelle hauteur elle montera dans un Vase rempli en partie d'eau, lorsqu'on y mettra le corps proposé. 408
- PROBL. XXXIV. Un corps moins pesant que l'eau étant donné, trouver de combien il se doit enfoncer dans la même eau contenue dans un Vase. 410
- PROBL. XXXV. Connoître si une piece douteuse d'or ou d'argent est bonne ou fausse. 411
- PROBL. XXXVI. Trouver la charge d'un Vaisseau sur la Mer, ou sur une Riviere. 412
- PROBL. XXXVII. Faire qu'une livre d'eau pèse davantage, & tant que l'on voudra. 414
- PROBL. XXXVIII. Connoître le Vent qui souffle dans l'air, sans sortir de sa chambre. 415
- PROBL. XXXIX. Construire une Fontaine, où l'eau s'écoule & s'arrête alternativement. 417
- PROBL. XL. Construire une Fontaine par attraction. 411
- PROBL. XLI. Construire une Fontaine par compression. 422
- PROBL. XLII. Construire une Fontaine par rarefaction. 426
- PROBL. XLIII. Construire une Horloge avec de l'eau. 428
- PROBL. XLIV. Construire une Pendule d'eau. 432
- PROBL. XLV. Faire monter une liqueur par le moyen d'une autre liqueur plus pesante. 437
- PROBL. XLVI. De deux vases semblables, également pesans, & pleins de métaux différens, discerner l'un d'avec l'autre. 438
- PROBL. XLVII. Mesurer la profondeur de la Mer. 440
- PROBL. XLVIII. Deux corps d'une pesanteur spécifique plus grand que celle de l'eau étant proposés, connoître celui dont la solidité est plus grande. 441

TABLE

- PROBL. XLIX.** Trouver le centre de pesanteur commun à plusieurs Poids suspendus à des points différens d'une balance. 443
- PROBL. L.** Construire une Machine pour nager. 445
- PROBL. LI.** Construire une Lanterne qui construë la lumière au fond de l'eau. 446
- PROBL. LII.** Construire une Horloge à l'usage de la Mer. 447
- PROP. LIII.** Construire une Pendule qui conservera sur Mer une égalité de mouvement dans son ressort & dans sa suspension. 448
- PROBL. LIV.** Percer une planche avec un bout de chandelle. 451
- PROBL. V.** Peser un coup de poing, un coup de marteau, un coup de hache, &c. ibid.
- PROBL. LVI.** Faire qu'un bâton se vienne droit dessus le bout du doigt sans tomber. 453
- PROBL. LVII.** Peser la fumée. 455
- PROBL. LVIII.** Faire passer un même corps dur & inflexible par deux trous fort différens, dont l'un sera circulaire, & l'autre triangulaire, ou quadrangulaire, à condition qu'il les remplisse exactement en passant. ibid.
- PROBL. LIX.** Faire passer un même corps dur par trois sortes de trous, l'un circulaire, l'autre carré ou quadrangulaire de telle longueur qu'on voudra, & le troisième ovale, en sorte que ce corps passant par ces trois différens trous, les remplisse exactement. 457
- PROBL. LX.** Construire une Lampe excellente, qui se fournisse elle-même son huile à mesure qu'elle en a besoin. 458
- PROBL. LXI.** Construire un Chandelier, dont on ne soit point obligé de moucher la chandelle, & qui donne beaucoup de lumière. 460

Fin de la Table du II. Tome.

